

PROPUESTA CURRICULAR EN EL ÁREA DE GEOMETRÍA PARA LOS GRADOS PREESCOLAR
Y PRIMERO DE PRIMARIA.

DIANA PATRICIA GUTIÉRREZ CORTÉS

MÓNICA MARÍA GÓMEZ CÁRDENAS

ASESOR: GUSTAVO GALLEGO.

Proyecto: Apoyo a Niños Con Dificultades en el aprendizaje Lógico-
Matemático.

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUÍA

FACULTAD DE EDUCACIÓN

MEDELLÍN

1996

CONTENIDO

1.	TITULO.....	5
2.	PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	6
3.	JUSTIFICACIÓN.....	9
4.	OBJETIVOS.....	11
5.	MARCO TEÓRICO.....	12
5.1.	BREVE HISTORIA SOBRE GEOMETRÍA.....	12
5.2.	DEFINICIONES IMPORTANTES.....	16
5.2.2.	GEOMETRÍA.....	16
5.2.3.	CURRICULO.....	16
5.3.	RELACIONES ENTRE SUJETO Y CONOCIMIENTO.....	17
5.4.	EL PENSAMIENTO ESPACIAL EN EL NIÑO Y LA ADQUISICIÓN DEL CONOCIMIENTO GEOMÉTRICO.....	20
5.4.1.	CARACTERÍSTICAS DEL PENSAMIENTO ESPACIAL DE ACUERDO A LOS DIFERENTES ESTADIOS, PROPUESTOS POR PIAGET.....	21
5.5.	GEOMETRÍA TOPOLÓGICA.....	24

5.5.1.	PROXIMIDAD.....	25
5.5.2.	SEPARACIÓN.....	25
5.5.3.	ORDENACIÓN.....	25
5.5.4.	CERRAMIENTO.....	25
5.5.5.	CONTINUIDAD.....	26
5.5.6.	FRONTERAS Y REGIONES.....	26
5.5.7.	CONEXIONES.....	27
5.5.8.	FRONTERAS EN UNA LÍNEA.....	27
5.5.9.	SUPERFICIES.....	27
5.6.	TRANSFORMACIONES TOPOLÓGICAS.....	28
5.7.	GEOMETRÍA PROYECTIVA.....	29
5.7.1.	PROYECCIONES.....	29
5.7.2.	SOMBRAS.....	30
5.7.3.	PROYECCIÓN AFÍN.....	30
5.7.4.	PROYECCIÓN PUNTUAL.....	31
5.8.	OTRAS TRANSFORMACIONES GEOMÉTRICAS.....	31
5.8.1.	SIMETRÍAS.....	32
5.8.2.	ROTACIONES O GIROS.....	32
5.8.3.	TRASLACIONES.....	33
5.8.4.	AMPLIACIONES O SEMEJANZAS.....	33
5.8.5.	CIZALLADURAS.....	34
6.	IMPORTANCIA DE LA NOCIÓN DE TIEMPO.....	35

7.	ACTIVIDADES.....	37
7.1.	PARA LA CONSTRUCCIÓN DE CONCEPTOS TOPOLÓGICOS.....	37
7.2.	PARA FAVORECER LOS CONCEPTOS GEOMÉTRICOS PROYECTIVOS.....	45
7.3.	OTRAS TRANSFORMACIONES GEOMÉTRICAS.....	49
8.	CONCLUSIONES.....	58
9.	BIBLIOGRAFÍA.....	60

1. TITULO

**PROPUESTA CURRICULAR EN EL ÁREA DE GEOMETRÍA PARA LOS
GRADOS PREESCOLAR Y PRIMERO DE PRIMARIA**

2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.

La siguiente propuesta curricular ha sido realizado por dos estudiantes de educación preescolar de la Universidad de Antioquía. Las cuales se encuentran realizando su práctica pedagógica en el Centro De Servicios Pedagógicos adscrito a la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquía.

Constantemente los profesores y padres de familia, manifiestan preocupación frente al rendimiento académico en el área de matemáticas. Éste hecho desemboca en problemas referidos a la interacción entre el niño y el conocimiento lógico-matemático; presentándose en dicha interacción, una comprensión y manejo inadecuado de los conceptos matemáticos que el sujeto necesita para resolver problemas, algoritmos y situaciones cotidianas.

Actualmente asisten al centro de servicios pedagógicos de la universidad de Antioquía, niños que requieren atención individual, además de alternativas pedagógicas que les permitan “superar” algunas dificultades en el área de matemáticas. La superación de dichas dificultades, no consiste solo en aprender a sumar y restar, a multiplicar y dividir, se trata ante todo de lograr una interacción con el conocimiento lógico- matemático que le permita al niño adquirir una comprensión y manejo adecuados de los conceptos matemáticos, necesarios para resolver problemas de la vida cotidiana y desarrollar así un pensamiento más lógico.

Durante la experiencia tenida con los alumnos del centro de servicios pedagógicos, se observó en la mayoría de remisiones hechas por los maestros que utilizan el servicio, un énfasis en aquellas dificultades que el niño presenta con los esquemas aditivo y multiplicativo, es decir con la parte aritmética fundamentalmente. Dichas remisiones mencionaban superficialmente los contenidos geométricos tratados en preescolar y primero, los cuales se reducían al reconocimiento de figuras geométricas y al manejo de algunas relaciones espaciales. La anterior situación, dio pie para pensar en qué lugar, dentro de las dificultades lógico- matemáticas de los alumnos, estaban los contenidos geométricos necesarios para dichos grados. Surgieron así dos posibles explicaciones:

Una: los niños saben geometría y no presentan dificultades en el área, por lo tanto no es necesario tenerla en cuenta.

Dos: la enseñanza de esta área no contó con el tiempo, los contenidos y la metodología adecuados, por lo tanto su respectiva evaluación fue insuficiente para dar cuenta del pensamiento geométrico de los niños en el momento de la remisión.

La interacción con los niños permitió corroborar la segunda explicación y a partir de este hecho se elaboró el presente trabajo, buscando organizar y ampliar los contenidos geométricos accesibles para los niños de preescolar y primero.

3. JUSTIFICACIÓN

El niño se moviliza en espacios determinados: su casa, salón de clase, parques, etc. En cada uno de estos espacios encuentra objetos variados y distribuidos de una manera específica.

El conocimiento de los objetos, su distribución en el espacio, y las relaciones que surgen entre ellos constituye uno de los campos más importantes de la geometría. Aprender Geometría es conocer el mundo físico, relacionándose vivencialmente con él.

Cuando el niño realiza múltiples acciones con los objetos, va haciéndose una noción más precisa y práctica del espacio (algunas veces organiza objetos, los agrupa, se desplaza para alcanzarlos, gira su cuerpo para variar de posición, etc.)

La geometría permite agrupar y analizar experiencias que el niño tiene con los objetos y el espacio, de tal manera que sus construcciones intelectuales sean cada vez más complejas y le conduzcan a la adquisición de nuevos conocimientos. Esta rama de las matemáticas favorece la comprensión y manejo de conceptos tales como: el orden y la posición relativa de los objetos, la necesidad de que haya diferencias entre los tamaños, las formas y los colores; las transformaciones que puede sufrir un cuerpo (proyecciones, rotaciones, estiramiento, etc.), la ubicación espacial misma del sujeto y las relaciones entre tiempo y espacio, cuando se coordinan movimientos de los objetos. - es de aclarar que estos no son los únicos conceptos que favorecen el estudio de la geometría.

-

La siguiente propuesta curricular debe ser considerada como un instrumento de trabajo en el aula y no como una meta a cumplir. De esta manera^ entiende que no debe cortar con la iniciativa y creatividad del maestro, quien es sin lugar a dudas el que decide la mejor manera de proyectarse hacia sus alumnos, a partir del conocimiento que posea sobre sus características cognoscitivas y socioculturales.

4. OBJETIVOS GENERALES

1. Proponer actividades, procedimientos metodológicos e indicadores de evaluación, para enriquecer y fortalecer el currículo en su orientación sobre la enseñanza de la Geometría.
2. Aproximar a los niños a un conocimiento vivencial, sobre las relaciones que se establecen entre: su cuerpo, los demás cuerpos físicos, el espacio y el tiempo.

5. MARCO TEÓRICO

5.1. BREVE HISTORIA SOBRE LA GEOMETRÍA.

Los babilonios fueron hace cerca de 6.000 años los inventores de la rueda. Tal vez de ahí provino su afán por descubrir las propiedades de la circunferencia y esto los condujo a que la relación entre la longitud de la circunferencia y su diámetro era igual a 3.

Este valor es famoso porque también se da en el antiguo testamento (primer libro de los reyes).

Cultivaron la Astronomía y conociendo que el año tiene aproximadamente 360 días dividieron la circunferencia en 360 partes iguales obteniendo el grado sexagesimal.

También sabían trazar el hexágono regular inscrito y conocían una fórmula para hallar el área del trapecio rectángulo.

EGIPTO:

La base de ésta civilización fue la agricultura. La aplicación de los conocimientos geométricos a la medida de la tierra fue la causa de que se diera a esta parte de la matemática el nombre de geometría que significa medida de la tierra.

Los reyes de Egipto dividieron las tierras en parcelas. Cuando el Nilo en sus crecidas periódicas se llevaba partes de las tierras, los agrimensores tenían que rehacer las divisiones y calcular cuánto debía pagar el dueño de la parcela por concepto de impuestos ya que éste era proporcional a la superficie cultivada. Pero la necesidad de medir las tierras no fue el único motivo que tuvieron los egipcios para estudiar las matemáticas, pues sus sacerdotes cultivaron la Geometría aplicándola a la construcción. Hace más de 20 siglos fue construida la “Gran Pirámide”. Un pueblo que comprendió una obra de tal magnitud poseía, sin lugar a dudas, extensos conocimientos de Geometría y de Astronomía, ya que se ha comprobado que además de la precisión con que están determinadas sus dimensiones, la gran pirámide de Egipto está perfectamente orientada.



GRECIA:

Aunque la Geometría de los egipcios fue eminentemente empírica, ya que no se basaba en un sistema lógico deducido a partir de axiomas y postulados, los griegos, grandes pensadores, no se contentaron con saber reglas y “resolver” problemas particulares; no se sintieron satisfechos hasta obtener explicaciones racionales de las cuestiones en general y, especialmente de las Geométricas.

En Grecia comienza la Geometría como ciencia deductiva. Aunque es posible que algunos matemáticos griegos como Tales, Herodoto, Pitágoras, etc., Fueron a Egipto a iniciarse en los conocimientos Geométricos ya existentes en dicho país, su gran mérito está en que es a ellos a quienes se debe la transformación de la geometría en ciencia deductiva.

TALES DE MILETO;

Siglo VII A.C. Representa los comienzos de la Geometría como ciencia racional, sus estudios lo condujeron a resolver ciertas cuestiones como la determinación de distancias inaccesibles; la igualdad de los ángulos de la base en el triángulo isósceles; el valor de ángulo inscrito y la demostración de los conocimientos teoremas que llevan su nombre.

PITAGORAS DE SAMOS:

Siglo VI A.C.: se debe indiscutiblemente a este pensador, el para descubrimiento de la relación $a^2 = b^2 + c^2$ cualquier triángulo rectángulo y su demostración. También se le atribuye la demostración de la propiedad de la suma de los ángulos internos de un triángulo y la construcción geométrica del polígono estrellado de cinco lados.

ARQUÍMEDES;

287- 217 A.C.; Calculó un valor más aproximado de π el área de la elipse, el volumen del cono, de la esfera, etc. estudió la llamada espiral de Arquímedes que sirve para la trisección del ángulo.

5.2 DEFINICIONES IMPORTANTES.

5.2.2 GEOMETRÍA:

La geometría es el estudio de las propiedades de los sólidos, de las superficies, de las líneas y de los puntos, así como de las relaciones entre éstas propiedades. (Dienes: Topología, Geometría proyectiva y afín. 1969)

5.2.3. CURRÍCULO:

El currículo es el conjunto de criterios, planes de estudio, programas, metodologías y procesos , que contribuyen a la formación integral y a la construcción de la identidad cultural, nacional, regional y local, incluyendo también los recursos humanos, académicos y físicos para poner en práctica las políticas y llevar a cabo el PLAN EDUCATIVO INSTITUCIONAL.

(Ley general de educación 1992).

El currículo tiene fundamentos filosóficos que presentan al hombre como un ser social, creador de cultura, protagonista de su historia, responsable de su destino, trascendente como persona y como miembro del grupo social.

Los fundamentos epistemológicos se refieren al desarrollo del conocimiento, a partir de las experiencias cotidianas y al análisis de las condiciones en que se produce la ciencia. También el currículo posee fundamentos psicológicos que conciben en función de las teorías, experiencias y descubrimientos sobre las características de los educandos, sobre la evolución del pensamiento y del aprender. Los fundamentos sociológicos visualizan la acción educativa como fenómeno social, como factor y producto de la sociedad. Finalmente los fundamentos pedagógicos del currículo recogen los principios y planteamientos de la escuela activa, en la cual el maestro es el orientador y el niño el protagonista del proceso, a partir de la organización de experiencias concretas de aprendizaje (Programas curriculares, del Ministerio de Educación Nacional).

5.3. RELACIÓN ENTRE SUJETO Y CONOCIMIENTO

El tipo de relación que el sujeto establece con el conocimiento lógico - matemático, le permite “transformar” la información que le llega del mundo exterior, de acuerdo con los esquemas mentales que posee. Por lo tanto el verdadero significado de la información que recibe el sujeto, depende de la interpretación que éste le dé.

La evolución de la inteligencia en el sujeto, le va posibilitando diferencias en las relaciones, que establece con el conocimiento y con la manera de recibirlo.

En el período de la inteligencia senso-motriz (desde el nacimiento hasta los dos años) las experiencias que desarrolla el niño, consiste en percepciones y movimientos de los objetos. Es decir, es una inteligencia práctica en la cual no existe búsqueda de explicaciones, ni clasificación o comprobación.

En este período hay una estrecha relación entre el niño y los objetos.

Durante el período del pensamiento simbólico y preconceptual (de los dos años a los cuatro años), aparece la “función representativa” o “simbólica”, que le permite al niño “hacer como si”... representara objetos imaginarios, mediante el empleo de otros concretos, también en este período comienza el manejo de los signos lingüísticos, que son utilizados para expresar pre-conceptos. Todavía no se maneja la noción de clase, ya que no están interiorizados los conceptos “todos” y “algunos”.

De los cuatro a los siete años, se desarrolla el pensamiento intuitivo, en el cual el niño “centra” su atención en el conjunto por lo tanto, si cambia alguna configuración en este, cree que cambió todo.

Durante esta etapa no hay conservación de la cantidad, Al inicio el niño centra su atención en una sola dimensión del objeto, por ejemplo: largo o ancho; pero no coordina ambas, -este es un rendimiento de lógica-.

Respecto a las relaciones entre las partes y el todo, se encuentra que durante los primeros años de este período, el niño “centra” su atención ya sea en las partes o en el todo, y no coordinada los dos al mismo tiempo. El período de las operaciones concretas; (desde los siete hasta los doce años) Hay mayor capacidad para hacer agrupación de operaciones concretas; pero las experiencias están todavía ligadas a la manipulación concreta, es decir, requiere de la percepción. Hay poca capacidad para resolver problemas planteados verbalmente.

En la adolescencia (11-12 años) las opiniones están interiorizadas y hay reversibilidad en el pensamiento. Se prescinde poco a poco de los objetos concretos como medios necesarios para resolver un problema, en cambio se incrementa el manejo y comprensión de los enunciados verbales.

5.4. EL PENSAMIENTO ESPACIAL EN EL NIÑO Y LA ADQUISICIÓN DEL CONOCIMIENTO GEOMÉTRICO.

El pensamiento Geométrico es una evolución de las experiencias con el espacio que ha tenido el individuo a lo largo de su desarrollo y ayudado con la exploración de objetos que conforman su ambiente. Las primeras interacciones del niño con la realidad circundante, son generalmente espaciales, estas anteceden al lenguaje y se adquieren utilizando los sentidos de la vista y el tacto primordialmente, luego cuando aparece el lenguaje, se desarrolla el significado del entorno físico, ya que el niño no solo continúa manipulando directamente objetos sino que ahora puede utilizar expresiones lingüísticas en sus experiencias, ayudándose así a formar una mejor representación del espacio, de tal manera que expresiones utilizadas torpemente al principio, se vayan haciendo más precisas, demostrando un pensamiento más elaborado.

PIAGET ha realizado numerosas experiencias que le han conducido a teorías sobre la concepción del espacio en el niño. En sus estudios se destacan dos conceptos importantes referentes a la construcción espacial.

A- PERCEPCIÓN;

“Conocimiento de objetos resultante del contacto directo con ellos.” (Linda Dickson y otros: El aprendizaje de las matemáticas 1991.)

B- REPRESENTACIÓN:

“La representación comporta la evocación de objetos en ausencia de ellos”.(Linda Dickson y otros; El aprendizaje de las matemáticas. 1991) Las capacidades perceptivas se desarrollan durante el periodo sensorio motor (hasta los dos años) y requieren un reconocimiento visual y táctil directo del objeto. En tanto que las capacidades representativas en el niño, le exigen “trasladar sus percepciones cenestésicas” a la construcción de imágenes visuales. Esta capacidad permite reconocer formas al tacto y reproducirlas mediante dibujos. Comienzan a partir de los dos años y se perfeccionan desde los siete años en adelante.

**5.4.1. CARACTERIZACIÓN DEL PENSAMIENTO ESPACIAL DE ACUERDO A
LOS DIFERENTES ESTADIOS PROPUESTOS POR
PIAGET**

Los niños reconocen y representan, solo aquellas formas que pueden reconstruir afectivamente a partir de sus propias acciones.

DOMINAN:

PRIMER NIVEL

-Reconocen objetos familiares

-Construyen una línea con componentes cercanos.

-Dibujan formas cerradas y redondas, o relaciones sencillas apertura, clausura, separación.

-Producen diferentes tipos de grabados

-Se vincula relaciones topológicas como proximidad, separación. -Muestran mejor la diferencia entre espacio perceptual y representación que la incapacidad de los niños para representar mentalmente una recta.

SEGUNDO NIVEL.

-La exploración es activa

- Distinguen formas curvas de las que tienen ángulos y formas rectas. -Los dibujos

tienden a parecer a su modelo.

- Diferencian formas angulares.

-Se representa la actividad táctil.

- Distinguen entre diferentes puntos de vista. -Adquieren diferencias entre sus sucesivos enfoques del objeto.
- Se preocupan por rasgos perceptuales.

TERCER NIVEL.

- Coordinación operacional - reversibilidad - La construcción de formas está claramente separado de su percepción.
- Hay un punto de referencia.
- Se reconocen los nudos - los contornos reaparecen en nudos correspondientes.
- Hay mayor flexibilidad en el tratamiento de la subdivisión.
- Las relaciones se desarrollan de manera independiente.
- Conservan posiciones relativas de la figura.
- Comprenden lo que es una línea recta.
- Distinguen diferentes puntos de vista.
- Se distinguen con claridad las posiciones verticales y horizontales.
- Son capaces de anticipar los círculos.
- Las relaciones se desarrollan en forma independiente.
- Dibujan el rombo correctamente.
- Hacen comparaciones tomando en cuenta el paralelismo y el ángulo. -Descubren los ejes verticales y horizontales.

-Toman referencia separando las partes de la figura.

CUARTO NIVEL.

- Se libera el pensamiento de las limitaciones del dibujo y la manipulación real-
- La adquisición de continuidad complementa el desarrollo de los conceptos topológicos.
- Se comprende inmediatamente la construcción proyectiva sobre lo que se basa el dibujo de la sombra.
- Dominan la verdadera proporcionalidad.

5.5 GEOMETRÍA TOPOLÓGICA

La geometría topológica se ocupa de las “propiedades de las figuras invariantes, al aplicarles transformaciones bicontinuas, es decir que puedan volver un cuerpo a su forma inicial” (Dienes 1969).

Como se mencionó anteriormente, las propiedades topológicas son;

5.5.1. PROXIMIDAD:

Es la capacidad para identificar en los objetos, las partes que están cercanas. Por ejemplo en un rostro, identificar como cercanos los ojos, en una camisa los botones, etc.

5.5.2. SEPARACIÓN:

Poder reconocer partes aisladas en los objetos. Contrario a lo anterior.

5.5.3. ORDENACIÓN:

Capacidad que permite comprender la organización espacial de las partes que conforman un objeto. Por ejemplo dibujar las orejas a lado y lado del rostro.

5.5.4 CERRAMIENTO:

Identificar las partes que están dentro y fuera de un cuerpo. Ejemplo: las semillas dentro de una fruta y la cáscara por fuera de esta.

5.5.5- CONTINUIDAD:

Reconocer la continuidad en el conjunto corporal del objeto. Ejemplo: “dibujar los brazos pegados del tronco y no de la cabeza” (Linda Dickson y otros. El aprendizaje de las matemáticas. 1991)

5.5.6 FRONTERAS Y REGIONES:

La idea de frontera está asociada con los conceptos “abierto y cerrado”, de esta manera se define como una determinada región o porción de espacio limitado. Las fronteras externas a una región definen un solo espacio, por ejemplo; El contorno de un cuadrado es una frontera que no divide dicha figura; en cambio, si trazamos líneas dentro del cuadrado, estamos creando fronteras interiores y al mismo tiempo regiones.

“Las fronteras pueden ser simples o no simples. Es simple si al recorrerla a partir de un punto cualquiera, volvemos al mismo sin pasar dos veces por el mismo lugar: ejemplo un “óvalo”. Podemos decir que una frontera simple no posee puntos de “cruce”, mientras que una frontera no simple, posee por lo menos uno. Ejemplo: “un ocho”

(DIGNES Y GOLDING. 1969)

5.5.7. CONEXIONES;

Las conexiones resultan de la unión entre dos puntos cualesquiera de una determinada frontera, sin pasar sobre la misma.

Podría decirse que se emplean las conexiones para aumentar el número de regiones, siendo la frontera conexas aquella cuyos puntos pueden recorrerse SIN abandonar dicha frontera.

5.5.8. FRONTERAS EN UNA LÍNEA:

También en las líneas existen fronteras que se logran dividiendo una línea en partes o segmentos, utilizando puntos.

“De esta manera se marca el final de un segmento y el comienzo de otro.” (DIENES YGOLDING. 1969)

5.5.9. SUPERFICIES:

Las superficies actúan como fronteras de los sólidos; delimitando el interior y el exterior de las mismas. De tal manera se establece qué parte física conforma el objeto y qué parte no lo conforma.

Superficies tales como las esféricas, no poseen fronteras, ya que podemos recorrerlas sin hallar un punto límite o que finalice nuestro recorrido. En este tipo de superficies, las fronteras existen si son trazadas en forma de circunferencia sobre la esfera.

En términos más generales, las superficies equivalen a los límites de los cuerpos. En las superficies encontramos dos dimensiones; “largo y ancho”, por lo tanto son bidimensionales.

A su vez las superficies contienen fronteras, las cuales son las líneas. Estas últimas están formadas por un conjunto de puntos, distribuidos en forma recta o curva. La línea es unidimensional ya que solo posee longitud.

5.6. TRANSFORMACIONES TOPOLÓGICAS.

Las transformaciones topológicas son el tipo de acciones que aplicadas a los cuerpos producen en ellos cambios en la conservación de las distancias entre diferentes puntos de la figura y en los ángulos de las mismas. Por ejemplo: Doblar una hoja de papel, estirar una plancha de goma, etc. Cuando se hacen transformaciones topológicas con los objetos, deben conservarse el interior y el exterior del cuerpo, ya que estos conceptos “son propiedades topológicas”. { DIENES Y GOLDING,

1969). Por lo tanto acciones tales como: hacer orificios, cortar o rasgar, no constituyen acciones para transformación topológica.

Entre las posibles acciones que se pueden aplicar a los objetos para lograr dichas transformaciones, figuran; El doblado, el estirado, amasado, acciones de torcer, hacer curvo un material maleable, etc.

5.7. GEOMETRÍA PROYECTIVA

“Es el estudio de las propiedades de las figuras que, trazadas en un plano y proyectadas a partir de un foco luminoso, permanecen invariantes”. (DIENES Y GOLDING, 1969).

Dentro de la geometría proyectiva encontramos algunos conceptos importantes para su comprensión; entre ellos figuran:

5.7.1. PROYECCIONES:

Son imágenes de los objetos sólidos que al recogerse sobre una superficie, se presentan planas. Las proyecciones pueden lograrse a partir de una fuente luminosa, la cual permitirá hacer sombras del objeto en una superficie plana, tal como una pared.

También las podemos lograr trazando líneas rectas desde todos los puntos de un sólido o una figura plana, para observar la figura resultante en un dibujo. Las proyecciones están relacionadas con las perspectivas, es decir con la manera de representar los objetos de acuerdo a un punto de vista determinado por el observador, al cual se le denomina “foco puntual”. Nuestros ojos constituyen un foco puntual a partir del cual podemos ver una proyección plana de los objetos.

5.7.2. SOMBRAS:

Entendemos por sombra aquella proyección ofrecida por un cuerpo en el espacio; manifestada en forma plana y oscura en dirección opuesta a aquella de donde proviene una luz. Las sombras son un tipo especial de transformación, ya que al proyectarse un objeto, su sombra forma una determinada figura, dependiendo de los giros y movimientos que hagamos con el cuerpo sólido.

5.7.3. PROYECCIÓN AFÍN:

Son las proyecciones de un objeto utilizando los rayos del sol. En este caso de proyección se utiliza una fuente luminosa tan lejana - EL SOL-

que permite la emisión de rayos paralelos, por esta razón en los cuerpos se conservan las siguientes propiedades:

El paralelismo de los lados y la razón de las distancias entre dos puntos situados en una misma recta de la figura.

5.7.4. PROYECCIÓN PUNTUAL:

Es la transformación de una figura en su sombra a partir de la luz artificial. No se conservan las propiedades mencionadas en la proyección afín debido a que la fuente luminosa es demasiado cercana y emite rayos divergentes.

5.8. OTRAS TRANSFORMACIONES GEOMÉTRICAS

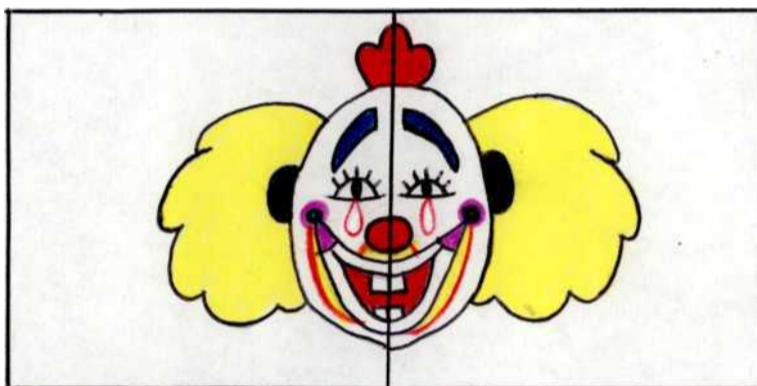
Los objetos ofrecen diferentes posibilidades de ser transformados no solo a partir de “deformaciones”. Sino a partir también de diferentes exploraciones que implican movimientos y desplazamientos.

Tenemos el caso de:

5.8.1. SIMETRÍAS:

Son transformaciones hechas con figuras que ofrecen mitades idénticas y que poseen determinados ejes de simetrías. Ejemplo; El plegado de una hoja de papel, las imágenes en el espejo.

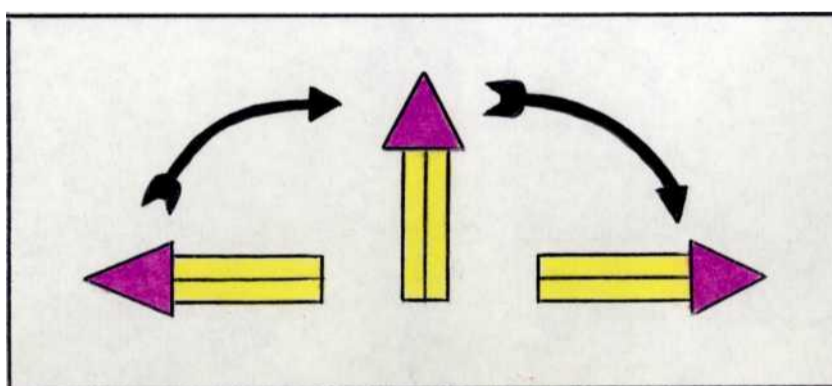
En las simetrías el objeto y la imagen tienen la misma forma y tamaño.



5.8.2. ROTACIONES

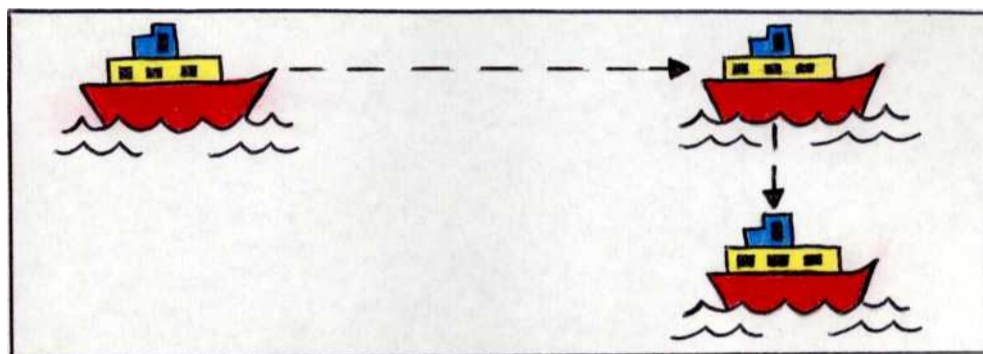
Son tipos de transformaciones logradas girando una figura determinado número de grados sobre su mismo eje. En el estudio de las rotaciones entramos a considerar el ángulo como un cambio de dirección.

También en las rotaciones la imagen y el objeto tienen la misma forma y tamaño.



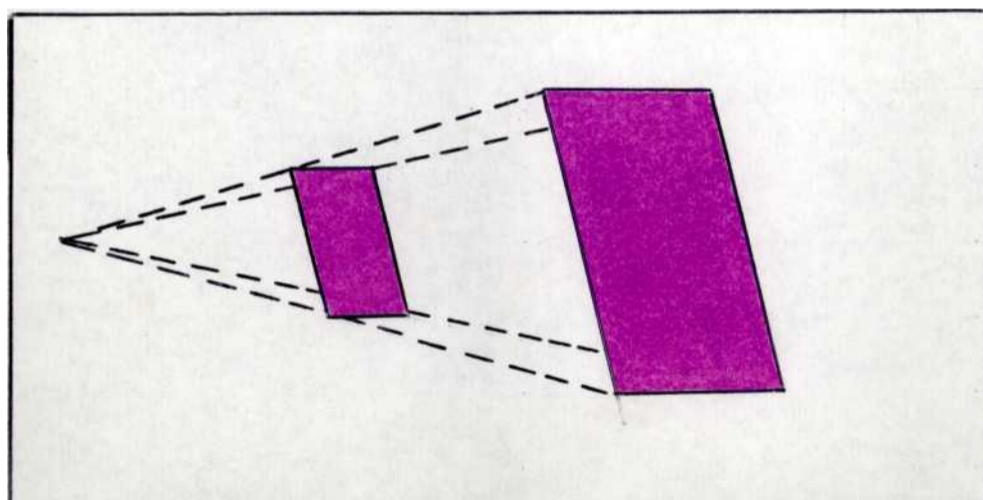
5.8.3. TRASLACIONES:

Permiten transformar el objeto mediante desplazamientos horizontales y verticales, o mediante la distancia o dirección del movimiento.



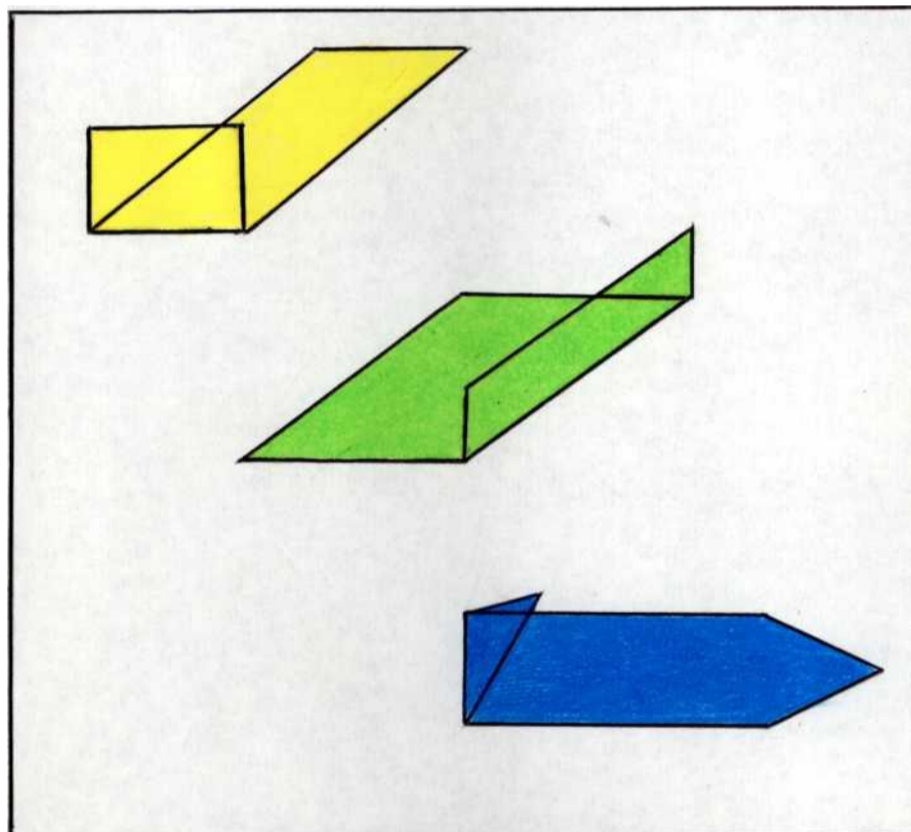
5.8.4. AMPLIACIONES O SEMEJANZAS:

Las obtenemos haciendo una figura mayor o menor con base en el trazo de líneas. En este caso la imagen y el objeto tienen la misma forma, pero no el mismo tamaño.



5.8.5. CIZALLADURAS:

Son dobleces que se hacen con papel, obteniendo dos o más tipos de figuras diferentes a partir de una misma superficie que es una recta.



6. IMPORTANCIA DE LA NOCIÓN DEL TIEMPO.

En cuanto a la noción de tiempo, encontramos que igualmente está relacionada con el orden, pero en un sentido que involucra al movimiento, al estado de las cosas en un determinado instante y a los cambios que éstas sufren cuando ha transcurrido algún tiempo. Esta noción implica en el pensamiento del niño, “entender la sucesión de los cambios que se producen en los objetos” (sucedió antes de...,ó después de...ó entre...).

Una dificultad importante para la adquisición de la noción temporal, es la imposibilidad que tiene el niño para reunir en un mismo instante, tres sucesos a la vez, ligados a instancias de tiempo - lo que sucedió antes de; pasado, lo que está sucediendo: presente y lo que sucederá: futuro. - La manera como el niño busca compensar esta incapacidad, es sustituyendo las relaciones temporales, por las espaciales. Veamos: Si dos niños parten del mismo sitio con dos carros para recorrer la misma distancia, pero a velocidades distintas, el niño que observó pensará que quien llegó de último, recorrió más espacio, pues se demoró más (esto sucede lógicamente con el niño de preescolar), ya que éste niño hace la evaluación de los hechos, con base al resultado final: a mayor recorrido, más tiempo empleado. Por lo tanto, para manejar la simultaneidad de los tres instantes, requiere dominar las relaciones inversas entre el espacio

recorrido y la velocidad del cuerpo (a mayor velocidad, menos tiempo recorrido).

Otra noción temporal que debe construir el niño es la relación causa- efecto, la cual consiste en la “organización que hace el niño de diferentes instantes correspondientes a un mismo proceso” (LA CONSTRUCCIÓN DEL CONOCIMIENTO LÓGICO MATEMÁTICO EN EL GRADO CERO. MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. 1994).

En esta construcción el niño empieza a comprender el significado de: antes, después, entre y ahora.

El medio ofrece al niño la posibilidad de interactuar con conceptos temporales, que le ayudarán a progresar en su noción. Es difícil plantear actividades que favorezcan conceptos tales como: hoy, ayer y mañana; ya que es en las vivencias del niño y en el manejo lingüístico, donde él adquiere la comprensión de dichos conceptos.

7. ACTIVIDADES PROPUESTAS

7.1. PARA LA CONSTRUCCIÓN DE LOS CONCEPTOS TOPOLÓGICOS

OBJETIVO: Favorecer el conocimiento de las propiedades topológicas en los objetos.

MATERIALES: Figuras geométricas planas y sólidas de diferentes tamaños y colores, colores, tapas, libros, palos, muñecos, carros, bolas, telas, papel de distintas clases, madera.

REALIZACIÓN: A- RECONOCIMIENTO DE LOS OBJETOS:

Esta actividad consiste en darles a los niños un número de objetos considerables con el fin de que ellos reconozcan colores, formas, tamaños texturas, longitudes y demás características.

A los niños de preescolar se les puede entregar un grupo de objetos familiares para ellos; muñecos, carros, telas, papel de distintas clases, maderas, bolas, etc. El niño de preescolar deberá describirlos de acuerdo a lo observado y hacer las respectivas clasificaciones.

atendiendo a determinadas características. A los niños de primero, puede dárseles figuras sólidas y planas: Pirámides, esferas, cubos, triángulos, círculos, cuadrados (recortados en cartón o madera), estrellas, aros, anillos entrelazados, etc. A éstos niños (los de primero) se les puede sugerir que hablen de características en los objetos tales como: la forma geométrica que poseen, el número de lados, agujeros de entrada y salida, bordes rectos y curvos, etc.

EVALUACIÓN:

Deben observarse los métodos de exploración táctil, empleados por los niños.



B: CONCEPTO DE CONTORNO:

OBJETIVO: Establecer diferencias en los contornos ofrecidos por los objetos manipulados.

MATERIALES: Papel de diferentes tamaños, objetos de forma circular, lapiceros, figuras geométricas, lapiceros, colores, cabuya, lazos, prendas de vestir.

REALIZACIÓN:

EN LA EXPERIENCIA CORPORAL DE LOS NIÑOS:

Podemos realizar actividades en las cuales ellos experimenten distintos contornos.

Ejemplos:

- * Palpar con las manos el contorno de la cabeza, la cara, la boca, las manos, las rodillas, las orejas, los pies.
- * Seguir con las manos el contorno de todo el cuerpo de un compañero.
- * Dibujar la silueta de un compañero acostado en el piso.

CON LA MANIPULACIÓN DE OBJETOS:

Pueden experimentarse distintos contornos;

- * Rodeando objetos con forma circular (tapas de gaseosa, pulseras, aros, etc.) con bordes rectos (triángulos, palillos, cuadrados, libros, etc.) Con bordes combinados (palos de paleta, teléfono, lapiceros, etc.).

En esta experiencia se pedirá a los niños que se expresen de acuerdo a lo percibido en el contorno de los diferentes objetos.

EN LAS EXPERIENCIAS GRÁFICAS:

Se pueden realizar las siguientes actividades:

- * Rodear con color el contorno de un dibujo previamente elaborado; un trébol, una casa, un cuaderno, etc. También puede pedírsele que lo pince por fuera.

‘También podemos dibujar en el piso formas geométricas grandes, para que los niños las recorran y experimenten los cambios de dirección al recorrer el contorno de cada una de éstas.

‘Finalmente en la parte de elaboración podemos trabajar “nudos” sencillos utilizando cabuyas gruesas, lazos, prendas de vestir, etc. En esta experiencia le pediremos al niño que siga con su dedo el recorrido que tiene que hacer la cuerda, para poder formar el nudo.

EVALUACIÓN:

Se puede evaluar a través de la realización de dibujos en los cuales se observe la conservación de las fronteras.

C: PERCEPCIÓN HAPTICA DE LA FORMA:

OBJETIVO: Reconocer objetos en ausencia del estímulo visual.

MATERIALES: Figuras geométricas planas, pañuelos, papel, colores, lápices, figuras geométricas en alto relieve.

REALIZACIÓN:

En esta actividad daremos a los niños figuras geométricas planas, para ser exploradas, con los ojos vendados. (Círculos, triángulos, cuadrados, etc.). Después pediremos a los niños que dibujen, (con los ojos destapados) la forma que percibieron. El tercer paso será dibujar el objeto con la muestra al frente. La actividad anterior se puede realizar utilizando las figuras geométricas en alto relieve.

EVALUACIÓN:

Se observarán los métodos de exploración táctil que utilizan los niños para reconocer los objetos, por ejemplo; contar los lados, diferenciar las texturas, los tamaños, etc.

D: CONCEPTO DE FRONTERA:

OBJETIVO: Delimitar espacios en objetos y lugares.

MATERIALES: Lápiz maquillador, pañuelos, tizas, cartón.

REALIZACIÓN:

En la parte de vivencia corporal, se plantean actividades como las siguientes;

- * Dividir el rostro en cuatro partes, utilizando lápiz maquillador.
- * Marcar con el lápiz la parte donde comienzan los brazos y las piernas.
- * Jugar pañuelito, para comprender hasta dónde llegan las fronteras de los equipos.
 - * Juego: tierra, mar y aire.
 - * Juego: golosa.

EN LAS EXPERIENCIAS DE MANIPULACIÓN DE OBJETOS:

Con los objetos podemos realizar las siguientes:

- * Rodear la frontera de una figura geométrica tal como la del triángulo.
- * Construir una caja de cartón, a base de cortar todas las partes de la caja (de tal manera que todas queden unidas) de forma que todo lo que

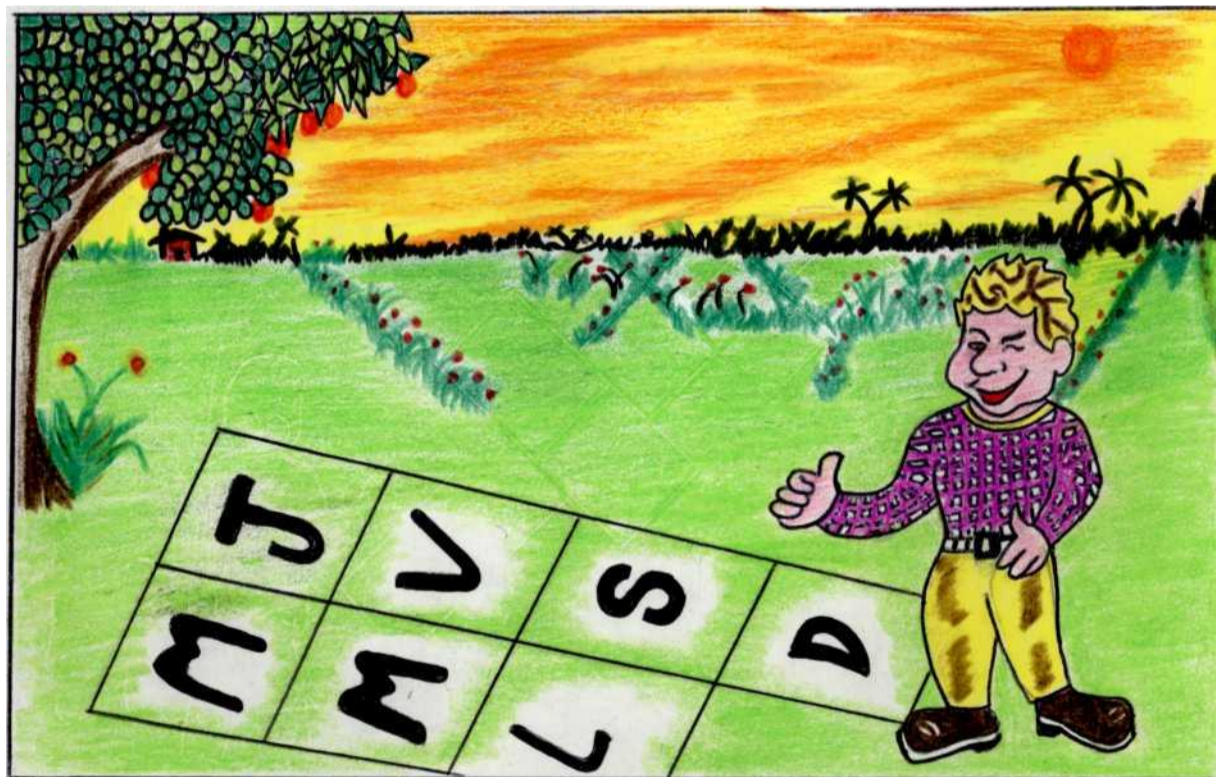
tenga que hacer sea doblar unas cuantas veces y pegar los bordes con el colbón.

EN LA EXPRESIÓN GRÁFICA:

‘Proponemos ^e el niño divida una página de su cuaderno en dos y luego haga dibujos diferentes en cada una de las partes.

EVALUACIÓN:

Debe observarse las acciones que el niño realiza para permanecer en determinados espacios, sin franquear los límites y sus estrategias para crear regiones.



E: TRANSFORMACIONES TOPOLÓGICAS:

OBJETIVO: Realizar acciones sobre los objetos que no alteren su estructura.

MATERIALES: El cuerpo, alambre de cobre, arcilla, colores, plastilina, pasta de harina coloreada, papel de colores.

REALIZACIÓN: VIVENCIA CORPORAL:

El niño utilizará su cuerpo para hacer figuras que impliquen cambiar la posición, hacer equilibrio, doblarse, estirarse, encogerse, etc. De esta manera se comprende que el cuerpo ofrece múltiples posibilidades de transformación, sin alterar su integridad.

MANIPULACIÓN DE OBJETOS:

Con estos materiales el niño puede efectuar transformaciones topológicas por ejemplo: doblando, estirando, encogiendo, haciendo círculos con el cordón, etc. Las únicas condiciones en el manejo de estos materiales, son no cortar, rasgar o abrir orificios, ya que estas acciones

Dividen el interior del exterior en el objeto y por lo tanto no constituyen transformaciones topológicas.

**7.2. ACTIVIDADES QUE FAVORECEN LOS CONCEPTOS
GEOMÉTRICOS PROYECTIVOS. A: SOMBRAS;**

OBJETIVO: Proyectar objetos en una superficie para observar sus cambios.

MATERIALES: Patio, diversos juguetes, figuras geométricas planas.

REALIZACIÓN:

Los niños jugarán en el patio, haciendo sombras con su cuerpo y especialmente con las manos.

* Luego utilizarán juguetes para proyectarlos en sombra.

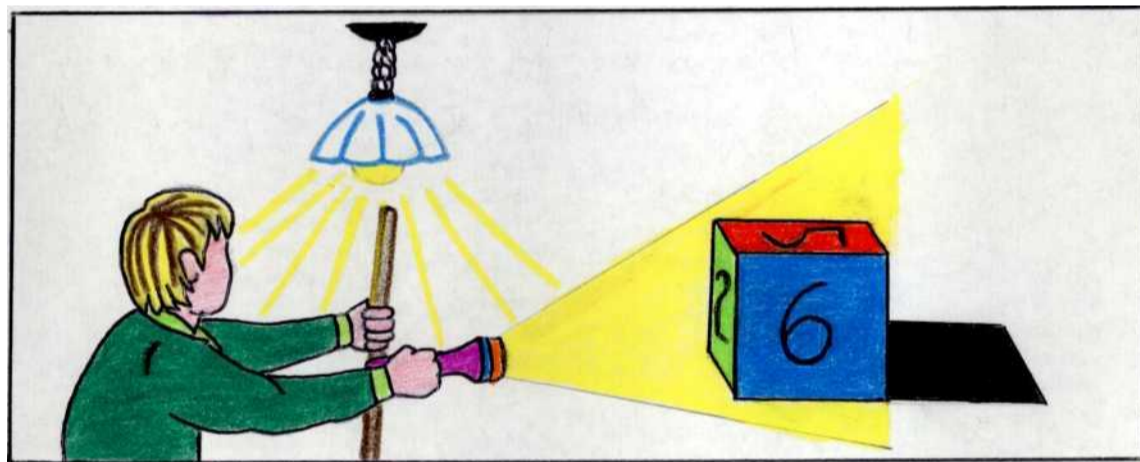
*El tercer paso se hará proyectando figuras geométricas, los niños de preescolar se limitarán a observar las diferentes sombras que proyectan los objetos y a efectuar movimientos para hacerlas grandes o pequeñas. Con los niños de primero, puede hacerse la siguiente variación:

* Coger un cuadrado de madera o cartón, o doblar un alambre en forma de cuadrado, hacerse al sol y hacer que se proyecte la sombra y mover el objeto de todas las formas posibles y mirar cuántas formas diferentes puede tener una sombra.

EVALUACIÓN:

A Continuación se les puede preguntar lo siguiente;

- * Puedes hacer que la sombra sea otro cuadrado?
- * Puedes hacer que la sombra sea un rombo?
- * Puedes hacer que la sombra sea un cuadrilátero cualquiera?
- * Qué otros cuadriláteros puedes encontrar ?



B: SOMBRAS PARA DESCUBRIR FIGURAS SEMEJANTES.

OBJETIVO: Descubrir la afinidad de algunos cuerpos, en su proyección.

MATERIALES: Círculo de cartón, óvalo recortado, tizas, papel, linterna,

REALIZACIÓN:

Con un círculo recortado en cartón, proyectarlo en la pared e irlo girando hasta lograr que la sombra sea un óvalo. Comparar dicha sombra con un óvalo recortado en cartón; o dibujar en el piso la sombra ovoide que a- pareció y colocarle encima el óvalo recortado.

* En un salón, coger un cuadrado o un polígono de muchos ángulos, y colocarlo sobre un objeto que pueda sostener, oscurecer el salón tanto como se pueda, pasar la linterna por encima del cuadrado sosteniéndola a la misma altura.

EVALUACIÓN:

- * Qué tipo de figuras proyecta el cuadrado o el polígono como sombra?
- * Si subes la linterna ¿ qué ocurre con la sombra ? ¿ Se hace mayor o menor?
- * Si levantas la linterna a una altura doble de la que estaba ¿ Se hará la sombra dos veces mayor que anteriormente? ¿ó se hará dos veces menor? ¿ o ninguna de las dos cosas?.
- * Mide la longitud de los lados del cuadrado, y de los lados de la sombra. ¿Que observas?.

C: PERSPECTIVAS**OBJETIVO:**

Obtener diferentes experiencias visuales, frente a un mismo fenómeno.

MATERIALES;

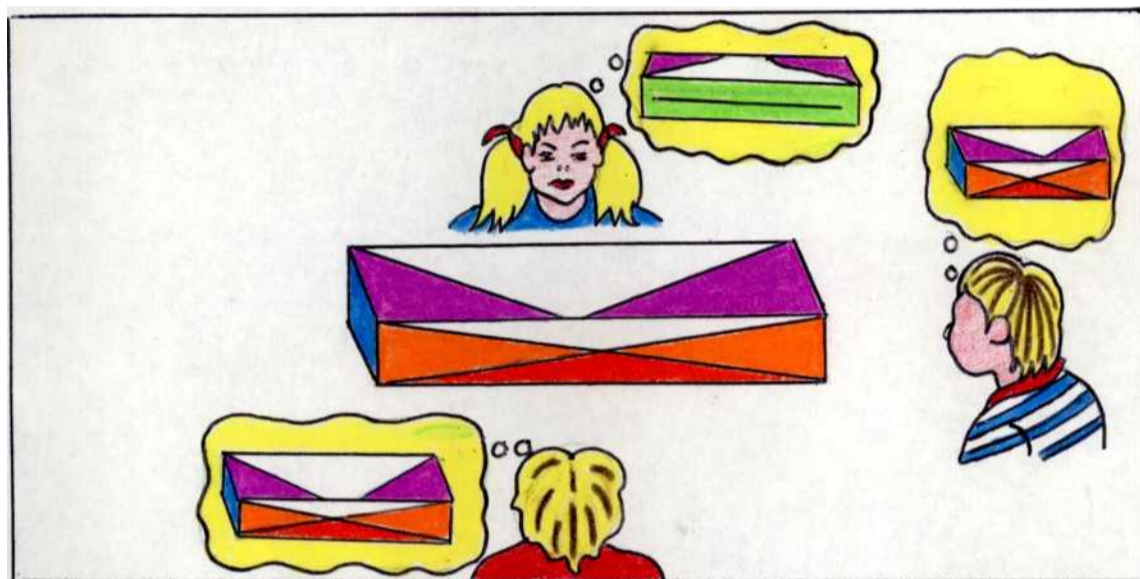
Libros, cuadernos, papel, colores, lápiz, fotos.

REALIZACIÓN:

Se ubican un objeto en determinado punto del salón. Por ejemplo un libro, cada niño debe dibujarlo tal como la vea. Luego se compararán los dibujos obtenidos.

*En esta actividad utilizaremos una cantidad considerable de palitos iguales (en color, tamaño, forma y espesor). Se organizan dos hileras una al lado de otra en el piso o en una mesa; el niño se sitúa al frente, variando la distancia entre él y las hileras. Luego se le pide al niño que dibuje los fenómenos que observa desde cada una de las posiciones. (debe ubicarse parado, arrodillado y sentado para variar la observación).

* Para agilizar la actividad, podemos fotografiar las hileras desde distintos puntos de vista, en los cuales se ubicará el niño. Después de la observación se le presentarán las fotos para que él escoja la que se acomode a su experiencia vista.



7. 3. OTRAS TRANSFORMACIONES GEOMÉTRICAS: SIMETRÍAS:

OBJETIVO: Identificar en algunas figuras, aquellas que poseen simetrías.

MATERIALES: Lápiz para maquillaje, figuras simétricas recortadas en cartón por el eje de simetría tales como: mariposas, manzanas, el rostro de un payaso, el cuerpo de un niño, etc. Fichas de trabajo que contengan mitades simétricas y no simétricas, espejos.

VIVENCIA CORPORAL:

Dividirse el rostro en dos mitades, trazándose una línea vertical.

MANIPULACIÓN:

Utilizando figuras simétricas divididas en dos partes, pediremos al niño que halle las dos mitades correspondientes, y forme tantas figuras como le sean posibles.

EXPRESIÓN GRÁFICA:

Con las fichas de trabajo, el niño, ayudado con el espejo, debe descubrir qué mitades son simétricas y cuáles no. El espejo debe colocarse formando ángulo recto con la mitad dibujada, de tal manera que la complemente.

EVALUACIÓN:

Podrías explicar porqué algunos objetos poseen mitades idénticas?. Porqué otros no?.



ROTACIONES (GIROS):

OBJETIVO: Favorecer a través del movimiento corporal y de los objetos, la construcción de los conceptos: un cuarto de vuelta, media vuelta, un giro.

MATERIALES: Salón de clase amplio y vacío, tizas, pliegos de papel con diferentes colores (mínimo cuatro pliegos), figuras geométricas planas, triángulo, cuadrado, rombo, fichas de trabajo *

REALIZACIÓN:

VIVENCIA CORPORAL:

En el salón trazamos círculos en el piso, los cuales deben estar divididos en cuartos. Cada niño se ubica dentro de un círculo y deben quedar mirando a su instructor. En cada una de las paredes del salón, pegaremos un pliego de papel con color distinto (no deben pasar de cuatro paredes).

A los niños se les darán las siguientes instrucciones:

- Gira hacia el color azul*
- Sin devolverte a la posición inicial gira hacia el color rojo*.
- Desde ahí gira hacia el color verde*.
- Y por último gira hacia el color amarillo* nuevamente.

* Los colores citados no son obligatorios, dependen de los recursos disponibles en el aula.

MANIPULACIÓN:

Utilizando las figuras planas indicaremos a los niños la manera de girarlas hacia la derecha o hacia la izquierda, una determinada porción de vuelta. El niño deberá registrar en un dibujo, las variaciones que encuentra al realizar cada giro.

EXPRESION GRAFICA:

* FICHA DE TRABAJO: Ésta debe ser elaborada previamente de acuerdo a la cantidad de niños, de la siguiente manera:

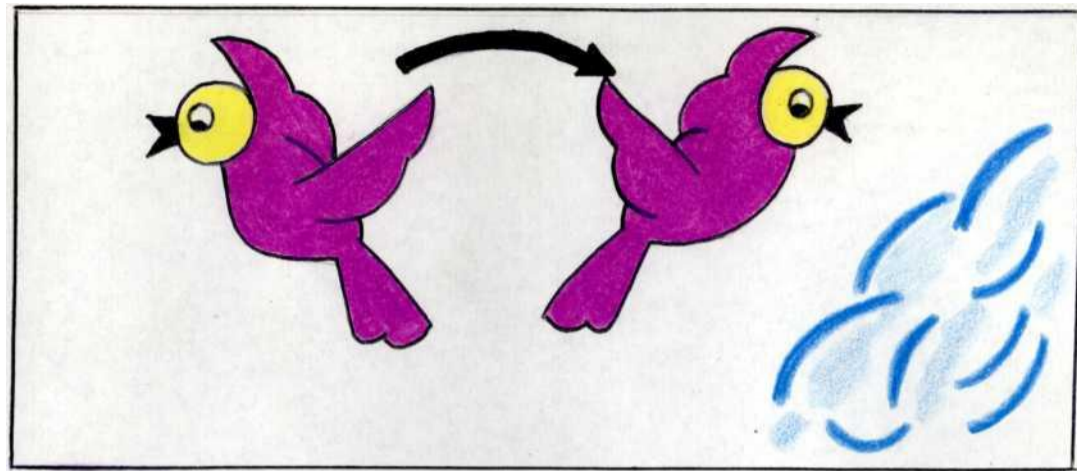
En un extremo de la hoja, se hace un dibujo que sea familiar para el niño (un carro, casa, barco, etc.). Al lado de éste dibujo deberán hacerse otros, que indiquen diferentes giros del mismo dibujo. El niño deberá pintar de un color diferente cada tipo de giro. Por ejemplo de amarillo el que indica un cuarto de giro, de azul el que indica medio giro y así sucesivamente.

EVALUACIÓN:

Se les aclarará que cada giro que hacen, hacia un color determinado es un cuarto de vuelta hasta que completan la vuelta entera.

El niño deberá explicar lo que entiende por giro.

Debe observarse la expresión verbal frente a las experiencias vividas en las actividades de giros y la capacidad para trasladar una experiencia corporal a una acción de expresión gráfica y de percepción visual en un mismo fenómeno.



TRASLACIONES

OBJETIVOS: Transformar objetos a través de sus desplazamientos, conservando la forma y el tamaño.

MATERIALES: Salón amplio con baldosas del mismo tamaño, pliegos de papel de distinto color, geoplano, varias siluetas de un mismo dibujo, una cuadrícula elaborada en papel, cuyos cuadros sean de 15 por 10 cm . aproximadamente.

REALIZACION:
VIVENCIA CORPORAL:

Utilizando las baldosas del salón indicaremos a los niños que se desplacen determinado número de baldosas, hacia la derecha, hacia la izquierda, hacia arriba, hacia abajo.

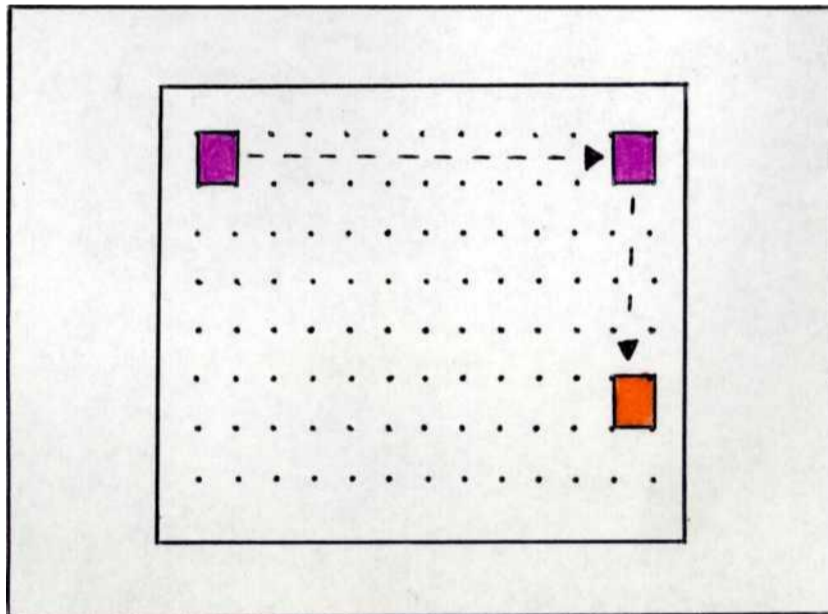
Con la misma organización que se hizo en la actividad anterior (sobre las rotaciones, en la parte de vivencia corporal), indicaremos a los niños que se desplacen determinados números de pasos hacia un color en particular.

MANIPULACION:

En esta parte podemos utilizar el geoplano, para hacer la traslación de figuras contando los clavos como espacios.

EXPRESIÓN GRÁFICA:

Utilizaremos varios recortes de un mismo dibujo, también necesitamos una cuadrícula elaborada en papel. El niño pegará inicialmente uno de los recortes y empezará a contar los cuadrados que quiera desplazarlo, por ejemplo; Si lo desplazó tres (3) cuadros a la derecha, deberá pegar un recorte en el cuadro correspondiente. Así sucesivamente.



SEMEJANZAS:

OBJETIVO: Reconocer semejanzas en las figuras.

MATERIALES: (2) dos espejos de 25 por 25, figuras geométricas planas, palos de Igual longitud, tizas, papel.

REALIZACIÓN: MANIPULACIÓN:

Necesitamos dos espejos rectangulares iguales en dimensiones. Se ubican formando un ángulo recto. El espejo del eje "X", se va levantando lentamente y el espejo del eje "Y", permanece quieto, debemos observar la aparición de los espejos reflejados en el espejo del eje "Y".

*En esta actividad necesitamos una figura geométrica plana (triángulo ó cuadrado) y palos de igual longitud, que puedan sostenerse en una superficie y que sean resistentes.

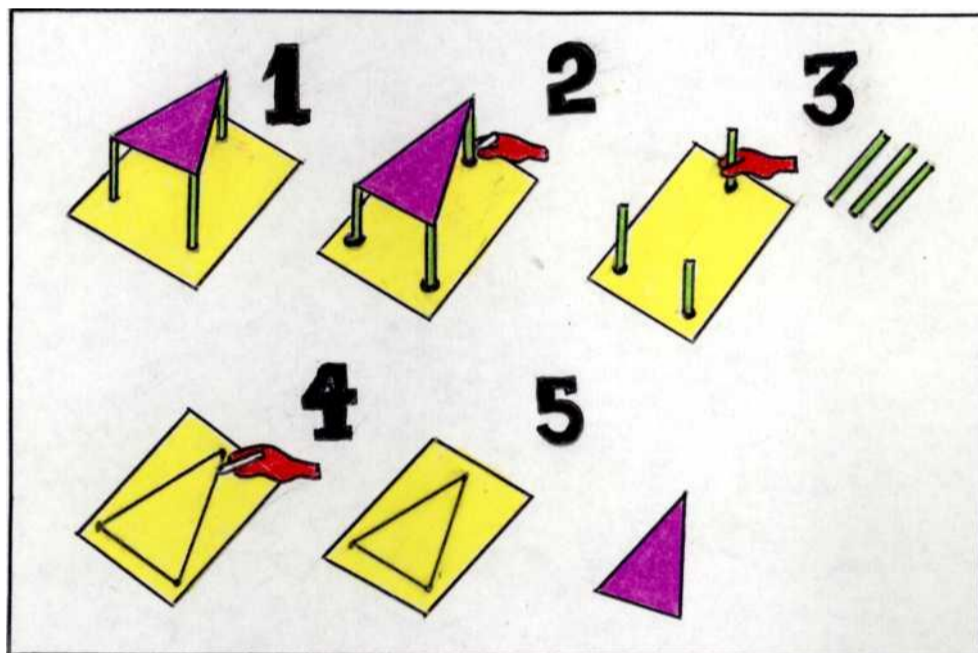
Colocaremos la figura sostenida en sus vértices por un palo. Por ejemplo si es un cuadrado, utilizaremos un papel y marcaremos en él los sitios ocupados por cada palo.

Luego quitaremos los palos y la figura.

Debemos unir con líneas los puntos marcados en el papel, para luego comparar la figura resultante con la inicial.

EVALUACIÓN:

Debe observarse en las actividades que se realizan la manera como el niño manifiesta la comprensión de las semejanzas entre figuras que transforma.



ACLARACIÓN:

Es importante incluir el **tiempo** en las actividades realizadas por los niños, de esta manera ellos comprenderán que las nociones de tiempo y espacio no se pueden desligar. Por ejemplo: Se puede medir el tiempo que emplean en dar un cuarto de vuelta y una vuelta completa.

Otra experiencia en la cual podemos tener en cuenta el tiempo es, en el juego del pañuelito, en el cual se compararán los tiempos empleados por los equipos para recorrer el espacio y coger el pañuelo.

Estos son solo ejemplos de las formas como se puede valorar el tiempo en las actividades propuestas; lo importante es relacionar cada actividad con el empleo del tiempo en la misma.

8. CONCLUSIONES.

Aunque el presente trabajo no pudo socializarse completamente debido a factores tales como: Insuficientes venidas de los niños al Centro de Servicios Pedagógicos, necesidad de trabajar el esquema aditivo y multiplicativo de una manera netamente aritmética, - implicando más inversión de tiempo- se pudo encontrar lo siguiente;

- Diversos objetos conforman nuestro mundo geométrico y nos ofrecen bastantes posibilidades para relacionarlos con nuestro cuerpo, con el espacio y con el tiempo. Estudiar Geometría es más que reconocer figuras sólidas y planas, es adquirir una idea más integral sobre los objetos, las superficies, las líneas y los puntos; de tal manera que podamos comprender sus propiedades y las relaciones que establecen entre sí.

- Cuando no se plantean actividades significativas y adecuadas al nivel cognitivo de los niños, éstos se forman conceptos errados sobre el espacio y los cuerpos.

BIBLIOGRAFÍA.

- Piaget, Jean e Inhelder, B.** Psicología del niño. ediciones Morata edición 12. 1984. pag 97.
- Piaget, Jean.** Seis estudios de Psicología.
- Introducción a Piaget.** Fondo educativo interamericano. editorial Labinowiez.
- Laurendeav, Monique Y Pinard, Adrien.** Las primeras nociones espaciales en el niño. Examen de las hipótesis de Jean Piaget. volumen 1. editorial Glem S.A. Buenos Aires, 1976.
- Dickson, Linda y Otros.** El aprendizaje de las matemáticas. Editorial Labor, S.A. 1991.
- Dines Z. P, Golding E.W.** Topología, geometría proyectiva y afín. Editorial Teide. Barcelona, 1969.
- Kamin, Contance y Vries de, Rheta.** La educación preescolar en la teoría piagetiana.
- Holloway, G.E.T.** Concepción del espacio en el niño según Piaget. Editorial Paidós. Buenos Aires.
- Baldor.** Geometría plana y del espacio.
- Carretero, Mario.** Constructivismo y Educación. Madrid, 1993.
- Piaget, Jean e Inhelder.** Concepción del espacio en el niño. París, 1956.
- Piaget, Jean, Inhelder y A. Szeminska:** La concepción de la geometría en los niños. Londres, 1960.

Sarassa, Patricia y Valencia Gabriel : Estado y movilización de esquemas de conceptualización geométrica en educación primaria.

Tesis, Universidad de Antioquia, 1995.

Piaget, Jean: El desarrollo de la noción de tiempo en el niño. Editorial

fondo de cultura económica, México primera edición, 1978.

Ley general de educación: ley 115 de 1992.

Programas curriculares. Ministerio de Educación Nacional. Colombia.

El Desarrollo del pensamiento Lógico-matemático en el grado cero.

Ministerio de Educación Nacional. Colombia. Secretaria de Educación Departamental. Antioquia.