

## REFLEXIONES HISTÓRICAS Y FILOSÓFICAS SOBRE LA MODELACIÓN MATEMÁTICA. UNA MIRADA A LAS PRÁCTICAS PEDAGÓGICAS

**Yadira Marcela Mesa, Jhony Alexander Villa-Ochoa**

Universidad de Antioquia (Colombia).

yadiramarcela@gmail.com, jhony.villa@udea.edu.co,

**Palabras clave:** modelos, modelación matemática, práctica pedagógica

**Key words:** models, mathematical modeling, pedagogy practice

### RESUMEN

Este artículo discute aspectos de la modelación matemática como una práctica pedagógica; en particular su dialéctica con la concepción de modelo matemático: La concepción de modelo matemático también se somete a una reflexión y análisis de una situación de modelación escolar; se plantean algunas consideraciones sobre el papel del saber pedagógico del profesor o profesora de matemáticas.

### ABSTRACT

This article proposes to conceive of mathematical modeling as a pedagogical practice; especially a dialectic between a models and modelling is focused. The term mathematical models is discussed and an example is provided. Some considerations about pedagogical knowledge role of the math teacher are proposed.

## ■ Introducción

La filosofía de las matemáticas, al abordar la naturaleza de los objetos matemáticos, puede posibilitar la construcción de reflexiones acerca de su enseñanza y aprendizaje; en particular, cuando estos procesos se ven influenciados por consideraciones epistemológicas que los profesores de matemáticas puede tener de tales objetos.

El uso de modelos y de la modelación matemática en las matemáticas escolares ha venido siendo defendida en la literatura internacional (Blum y Borromeo-Ferri, 2009); sin embargo, no en todos los trabajos se defienden con los mismos argumentos, por ejemplo, en la perspectiva sociocrítica (Silva y Kato, 2012), se ponen de relieve la participación, los posicionamientos críticos frente al rol de la matemática en la sociedad, el uso de la modelación y de los modelos para ejercer una ciudadanía responsable; en parte, esto ha hecho que el énfasis en la modelación no necesariamente sea la producción de modelos matemáticos. En otros trabajos (e.g. Villa-Ochoa, 2007, Blum y Borromeo-Ferri, 2009), la relación entre modelación y modelos se hace más fuerte para la enseñanza de las matemáticas.

Cuando se reconoce a los modelos matemáticos como objetos matemáticos y situados en una práctica de enseñanza a partir de la modelación matemática, se hace imperativa la mirada a la dialéctica modelo-modelación, es decir objeto-práctica productora. Esta dialéctica sugiere la necesidad revisar las comprensiones que se tienen de la modelación y los modelos matemáticas (no siempre explícitas) en la investigación sobre la modelación matemática en el ámbito escolar. Este documento reporta algunos resultados de dicha revisión.

## ■ Práctica pedagógica y necesidad de una reflexión sobre la práctica.

La modelación matemática se ha concebido de diversas maneras, a saber: como competencia, recurso didáctico, estrategia de enseñanza, ambiente de aprendizaje, herramienta para la investigación en el aula de clase o como un proceso. En cada una de estas maneras de concebirla llevan consigo una semántica acerca de los propósitos para los cuales es usada. Por ello, hacer referencia a la modelación matemática como una práctica pedagógica, implica un primer acercamiento a la noción de *práctica* para situarla en un campo discursivo que incluye al maestro de matemáticas y su saber pedagógico.

Con base en lo anterior y de acuerdo con Zapata (2003), es posible considerar que “una práctica es la materialidad de un discurso, así como de un saber en una sociedad determinada por un contexto y un tiempo dado” (p. 182). La *práctica* también puede entenderse como *un saber* que se materializa en una sociedad concreta, que toma cuerpo a través de las instituciones, los discursos y los sujetos que hablan y actúan. Al respecto y como es sabido desde la historia de la ciencia -o de la sociedad en general- ha habido una división social del trabajo en la cual, una parte de los individuos teoriza (teoría) para otros que ejecutan (práctica), situándolos en dos lugares discursivos distintos pero complementarios.

En los últimos tiempos, a partir de una concepción materialista del mundo, la dialéctica emerge como la aparición de dos contrarios (Badiou, 1975) los cuales posibilitan saber y conocimiento. Si hablamos de los contrarios como la pareja existente entre teoría y práctica, es necesario hacer referencia a la idea de *saber pedagógico*, el cual es concebido como un discurso en el cual se localiza la enseñanza como

macro-objeto y lugar de aplicación de las nociones de las cuales se vale la práctica pedagógica (Zapata, 2003).

Situar la práctica pedagógica como una actividad principalmente del profesor (en este caso de matemáticas) implica hacer un reconocimiento al saber pedagógico que posee. Dicho saber no se reduce al conocimiento metodológico al *trasponer* un objeto matemático para ser enseñado o aprendido, implica también una toma de conciencia sobre las elecciones que hace el sujeto de dicha práctica para llevarla a cabo. La práctica, es entonces esa acción explícita dirigida por un motivo y por algunas elecciones que hace el profesor permeadas por la historia del mismo con el objeto matemático. Por tanto, se resalta la importancia de una toma de conciencia de los discursos que atraviesan a los profesores e investigadores en el campo de la Modelación en Educación Matemática.

### ■ Panorama de la modelación en Educación Matemática

Una revisión de la literatura en relación con la Modelación en Educación Matemática ha dado cuenta de la existencia de una diversidad de perspectivas (Kaiser & Sriraman, 2006, Kaiser, Sriraman, Blomhøj & García, 2007; Trigueros, 2009). Mesa (2013) abordó parte de estas perspectivas y reconoció en ellas una diversidad de enfoques y comprensiones del modelo como objeto matemático en función de la práctica pedagógica denominada modelación matemática. A continuación se presentan los objetivos de algunas de las perspectivas reportadas en la literatura:

- **Modelación Realística:** Tiene como objetivo solucionar problemas del mundo real con el fin de generar una comprensión del mismo.
- **Modelación Contextual:** Se preocupa por dar sentido a los objetos matemáticos a partir de la comprensión que el estudiante puede tener con el problema presentado.
- **Modelación Educativa:** Busca promover acciones que contribuyan al logro de objetivos relacionados, de manera directa, con el aprendizaje de las matemáticas.
- **Modelación Socio-crítica:** Se enfoca en promover una comprensión crítica de los procesos de modelación y los modelos, relacionada con la incidencia a nivel cultural de los objetos desarrollados con la modelación.
- **Modelación Epistemológica:** Está orientada en promover conexiones entre actividades de modelación y actividades matemáticas, de tal manera que posibiliten una re-conceptualización de las matemáticas o reorganización de las matemáticas escolares.
- **Modelación Cognitiva:** Se centra en la promoción de procesos propios de pensamiento matemático a partir de la modelación como proceso mental o cognitivo.

Del estudio presentado por Kaiser & Sriraman (2006), se destacan cuatro grandes perspectivas de la Educación Matemática, las cuales sintetizan las finalidades que podría tener un proceso de modelación matemática escolar, dichas perspectiva son:

1. **Perspectiva pragmática:** está relacionada con la capacidad de los estudiantes para aplicar las matemáticas en la resolución de problemas prácticos, los cuales pueden hacer parte de la vida real.
2. **Perspectiva científico-humanista:** se orienta hacia el logro de los ideales humanísticos de la educación y que permita a los estudiantes establecer relaciones entre las matemáticas y la realidad.

3. **Perspectiva emancipadora o crítica:** se centra en la formación de los sujetos para el ejercicio de una ciudadanía. Esta perspectiva hace énfasis en el papel de las matemáticas en la sociedad.
4. **Perspectiva integradora:** no se restringe a una sola de las tres anteriores, sino que busca atender a diversos intereses que se podrían materializar en una práctica modeladora, ya sea porque al resolver un problema de carácter práctico se esté generando espacio para dar sentido a las matemáticas en el mundo que rodea al estudiante y en ese sentido, dicho reconocimiento le demande al modelador un ejercicio responsable de su ciudadanía.

Reconocer la modelación como práctica pedagógica devela una intencionalidad del profesor que sitúa la reflexión en la respuesta a la pregunta ¿cuál es la relación que tiene el profesor con el objeto que desea modelar? y de modo general, ¿cuál es la comprensión de modelo matemático que cabe en una práctica modeladora en contextos escolares?

En este sentido, al situar a la modelación como una práctica pedagógica, no se queda solo en el campo discursivo de la enseñanza, sino que trasciende a la toma de conciencia de los postulados o apuestas que tiene el profesor de matemáticas y permea su práctica de enseñanza. También en las diversas perspectivas se encuentra una relación entre las matemáticas y la naturaleza de los problemas que van a ser modelados, sugiriendo modos de comprender las matemáticas y la naturaleza de las mismas en la medida en que se conecta o relaciona con el “mundo real” que se quiere estudiar, analizar, predecir, describir, etc.

### ■ Modelación en Educación Matemática y el modelo matemático: una práctica productora de saber

Históricamente, la modelación matemática como “proceso” es implementado en la Educación Matemática inspirada, generalmente, en las “prácticas” derivadas de las ciencias aplicadas; entre ellas de la ingeniería, medicina, ciencias económicas; entre otras; ciencias o disciplinas que han mostrado en sus ejercicios investigativos estar interesadas en resolver problemas que expliquen, describan o generalicen los fenómenos propios de sus objetos de estudio. Muchas veces, esta práctica de modelación se lleva a efecto por medio de la construcción de modelos matemáticos, de tal manera que sean verificables y aplicables a la “realidad” de la cual emergen. Esta correspondencia entre realidad y matemáticas puede identificarse un modo platonista de concebir a las matemáticas.

Sin embargo, la modelación matemática en las prácticas científicas ha estado presente desde inicios del siglo XX. De manera particular, las matemáticas aplicadas se han dirigido a áreas como la ingeniería y la economía, en los cuales busca solucionar o explicar un fenómeno desde un punto de vista matemático, materializándolo en un objeto denominado modelo. Al respecto, Biembengut (2009) afirma que:

El debate sobre modelación y las aplicaciones en la Educación Matemática en el escenario internacional ocurre, en especial, en la década de 1960, con un movimiento llamado “utilitarista”, definido como aplicación práctica de los conocimientos matemáticos para la ciencia y la sociedad (p. 8).

La investigadora, también menciona que de esta manera se promovieron trabajos de investigación sobre el tema y sus aportes al aprendizaje de las matemáticas, y hoy este campo es conocido por *Modelación matemática y Aplicaciones en la Educación Matemática*. Adicionalmente, pensar que en este campo se generan espacios para la modelación con miras a propiciar aprendizajes de objetos matemáticos también demanda reconocer los procesos propios que permiten re-constituir tales objetos en un aula de clase, y que tiene que ver con eso que varios autores, entre ellos Blum & Borromeo-Ferri (2009) denominan proceso o ciclo de modelación, que involucran la matematización y su validación en el fenómeno, que son a su vez susceptibles de ser modelos de una realidad dada.

Se considera que esta circunstancia histórica de los modelos en las ciencias aplicadas y de sus vínculos con la Educación Matemática, ha traído consigo una mirada pragmática, y, aunque se han reconocido otras perspectivas, parece también que la naturaleza del problema a modelar y el objeto que da cuenta pertenecen a dos instancias distintas, a saber: por un lado el mundo real y por el otro el conocimiento matemático que permite explicar tal realidad.

### ■ Práctica de modelación y actividad científica

Aunque históricamente la modelación matemática no ha sido una práctica exclusiva en la Educación Matemática, esta ha sido reconocida en la historia de la ciencia como una práctica que permite y posibilita la producción de saber o conocimiento sobre distintos fenómenos y problemas de los entornos y contextos en los que se encuentran los modeladores. Se evidencia un origen de dicha práctica de más vieja data que en el campo de la educación.

Una lectura a la historia de las ciencias (Koyré, 1984), permite identificar procesos que han constituido las prácticas científicas y de las mismas puede identificarse elementos en común con una práctica pedagógica, que está orientada a la formación en matemáticas.

La historia de la ciencia ha mostrado que las actividades científicas en distintos campos y con distintos objetos, han acudido al estatus de científicidad del positivismo lógico al plasmar sus producciones en modelos matemáticos que representaban los fenómenos a estudiar (Badiou, 1972), incluso muchos objetos matemáticos históricamente legitimados y propios de la geometría y el cálculo fueron producidos a partir de una práctica científica derivada del conocimiento y estudio del entorno.

### ■ Concepción de Modelo Matemático una mirada filosófica

Uno de los postulados iniciales sobre los que se consolidó este escrito reconoce que la filosofía de las matemáticas puede contribuir a una práctica pedagógica en matemáticas; en coherencia con ello, es necesario hacer referencia al objeto denominado *Modelo Matemático* situado en una práctica de modelación matemática. Se retoma, para este apartado, los aportes de Mesa (2013) acerca del modelo matemático como noción-concepto y categoría y sus vínculos con la práctica.

Badiou (1972) ha propuesto dar una mirada al término modelo desde dos instancias epistemológicas a saber: la primera el *Modelo como noción*, que exterioriza el objeto a partir de una representación asignada por una sintaxis establecida y que plantea los modos de realizar las escrituras matemáticas; y la otra instancia plantea el *modelo como concepto*, que da cuenta de la actividad científica que permite la

constitución de los nuevos objetos del saber, el cual requiere de la exteriorización que le posibilita la *noción* de modelo y en este sentido, aparece la *categoría-filosófica* de Modelo como aquella que explica los usos que hacen las prácticas científicas (conceptualización) de las nociones (representaciones).

Como caso particular, se propone un análisis de estas instancias a partir de una situación de modelación acerca de la función cuadrática y que está reportada en Mesa (2008):

*Situación de modelación:* Fenómeno de caída libre

*Objeto Matemático:* Función Cuadrática

*Proceso de Modelación:* Pasa por la experimentación, toma de datos, identificación de un patrón, generalización-matematización, verificación y conceptualización.

El modelo cuadrático, como noción se quedaría solo en lo descriptivo o representacional de la situación que se desea modelar, la ecuación o la gráfica son tipos de representación que no es el concepto *per se*, pero le da visibilidad. Así  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , con  $a \neq 0$  no es el concepto de función cuadrática pero tiene todo que ver con él. Por esta razón, cuando damos respuesta al por qué es *esa* escritura y no otra, la respuesta tiene que ver con una conceptualización que se teje alrededor del significado de la potencia, la variable, la notación de la constante, las operaciones entre otros elementos que intervienen en la cristalización del concepto que emerge cuando surge un acontecimiento, es decir, una ruptura con un esquema pre-establecido y se genera saber, pero un saber que no puede quedarse en la retórica, debe acudir a un conjunto de símbolos.

De manera general, Mesa (2013) encontró que una comprensión con la que parecería haber consenso en la comunidad de educadores matemáticos concibe al modelo como un conjunto de expresiones numéricas, algebraicas, tabulares, gráficas, esquemáticas, informáticas que dan cuenta de una realidad dada pero de manera simplificada. Sin embargo, esta mirada del modelo implica reconocimientos sobre la naturaleza de las matemáticas y su relación con la realidad, tales reconocimientos no se desarrollan en este documento, pero sí se plantea que, cuando los profesores se relacionan con estos objetos matemáticos deberían estar presente ciertas lecturas del por qué *esas* representaciones y no otras son las que gobiernan nuestros modos de representar el mundo.

Como se presenta en el ejemplo, la noción de modelo matemático está asociada a la naturaleza de la representación matemática, como puede observarse en Villa-Ochoa (2008), cuando este tipo de consideraciones están de relieve, las prácticas pedagógicas parecen enfocarse en fines educativos como: (a) dar significados a la función cuadrática a partir del estudio de un fenómeno; (b) el desarrollo de habilidades para la construcción de tales representaciones; (c) reconocimiento y valoración de aspectos conceptuales de la función cuadrática, entre otros. Sin embargo, otros aspectos relacionados con las limitaciones que tiene el modelo frente al fenómeno que está siendo modelado, y la trascendencia a otro tipo de fenómenos con iguales características no parecen estar presente en este tipo de prácticas. Frente a ello es posible cuestionarse, ¿habrá otra comprensión coherente con dicho fenómeno? ¿por qué *esa* u otra es la representación hegemónica?, pero más allá es la respuesta sobre ¿por qué en una

práctica modeladora, se encuentran los estudiantes con la misma noción de modelo? Son preguntas con las que se pretende convocar a un reconocimiento de la modelación como práctica que posibilita saber, demanda un saber pedagógico por parte del maestro que tiene que ver con la naturaleza de los objetos con los que se relaciona y desea plantear la relación.

En coherencia con el ejemplo anteriormente mencionado y con las prácticas posteriormente ejemplificada, conviene citar a Badiou (1972, p. 64) cuando afirma que un “*Modelo* designa la red entrecruzada de las retracciones y anticipaciones que tejen esta historia, o sea, lo que se ha designado, en cuanto a la anticipación, como corte, y como refundición en cuanto a retroacción” y en este sentido, puede decirse que los modelos matemáticos que hoy reconocemos como tales dan cuenta de la historia que los hicieron posibles, y que trasponerlos en una práctica pedagógica puede ser una manera de reproducirlos.

### ■ Consideraciones finales

Una construcción filosófica y epistemológica sobre los modelos matemáticos sugiere una mirada a dichos modelos como *noción*, *concepto* y *categoría* (Badiou, 1972). Como Mesa (2013) ha argumentado, estos tres aspectos posibilitan una postura distinta de la modelación matemática como *proceso productor de saber matemático* al interior del aula de clase, y no solo como una manera de enseñar un contenido matemático. En ese proceso de producción se recupera al sujeto (profesor y estudiantes) como protagonista de su historia y su saber, produce modelos que materializan las relaciones con su entorno o realidad. Por ello, la reflexión sobre la naturaleza del modelo y de la modelación como práctica pedagógica permite encontrar relaciones posibles en sus procesos de producción, de tal manera que la modelación matemática no resulte muy ajena a una “realidad cotidiana” en la cual los sujetos producen saber matemático.

### ■ Referencias bibliográficas

- Badiou, A (1972). *El concepto de modelo. Bases para una epistemología materialista de las matemáticas*. México: Siglo XXI.
- Badiou, A. (1975). *Teoría sobre la contradicción*. Medellín: Ediciones Paragrama
- Biembengut, M. (2009). 30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. *Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, 2 (2) 7-32
- Blum, W., & Borromeo-Ferri, R. (2009). Mathematical Modelling: Can It Be Taught And Learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1 (1), 45-58.
- Kaiser, G., Sriraman, B., Blomhøj, M., & Garcia, F. J. (2007). *Report from the working group modelling and applications-Differentiating perspectives and delineating commonalities*. Paper presented at the Proceedings of the fifth congress of the European Society for Research in Mathematics Education.
- Kaiser, G., & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *ZDM Mathematics Education*, 38(3), 302-310.
- Koyre, A. (1984). *Estudios de historia del pensamiento científico*. México: Siglo XXI.
- Mesa, Y. M. (2013). *El modelo matemático como noción, concepto y categoría: reflexión desde la filosofía al campo de la modelación en educación matemática*. Tesis de maestría no publicada. Medellín: Universidad de Antioquia.

- Mesa, Y. M. (2008). *El Concepto de Función Cuadrática: Análisis histórico, epistemológico y didáctico*. Monografía no publicada. Medellín: Universidad de Antioquia.
- Silva, C., y Kato, L. (2012). Quais elementos caracterizam uma atividade de modelagem matemática na perspectiva sociocrítica?. *Boletim de Educação Matemática*, 26(43), 817-838.
- Trigueros, M. (2009). El uso de la modelación en la enseñanza de las matemáticas. **Innovación Educativa**, 9(46), 75-87.
- Villa-Ochoa, J. A. (2007). La modelación como proceso en el aula de matemáticas. Un marco de referencia y un ejemplo. *Tecno Lógicas*, 19, 63-85.
- Villa-Ochoa, J. A. (2008). El concepto de función: Una mirada desde las matemáticas escolares. En Leston, Patricia (Ed), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 21,245-254. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Zapata, V. (2003). La evolución del concepto de saber pedagógico: Su ruta de transformación. *Revista Educación y Pedagogía*, XV (37), 177-184.