

**Metaheurísticos híbridos y cooperativos para el problema de ruteo de
vehículos con flota propia y subcontratación**

Trabajo de investigación

Para optar al título de Magíster en Ingeniería

Línea Ingeniería Industrial

Presentado por:

ANDRÉS FELIPE CAÑAS URIBE

Asesores:

JUAN GUILLERMO VILLEGAS RAMIREZ

Departamento de Ingeniería Industrial

JORGE E. MENDOSA

Université François-Rabelais de Tours

Facultad de Ingeniería

Departamento de Ingeniería Industrial

Universidad de Antioquia

Abril 2016

Gratitud, cimiento de mi ser, aliado permanente de mi hacer...

Juan Guillermo Villegas, tutor y modelo a seguir, gracias;

Eloisa Uribe y Juan Eugenio Cañas, mis padres, gracias;

*Viviana Carvajal, Antonio Hoyos, Paola Jaramillo, Carolina Castañeda, compañeros y amigos
de maestría, gracias;*

Juan Fernando Lopez, amigo, gracias;

INCAS, COLCIENCIAS, Departamento de ingeniería, gracias;

De nuevo gracias, mil gracias.

Tabla de contenido

| | |
|---|----|
| 1. Introducción | 5 |
| 2. Definición del Problema..... | 6 |
| 3. Revisión de la literatura..... | 9 |
| 4. Método de solución propuesto | 11 |
| 4.1. Heurística constructiva - Arrepentimiento | 12 |
| 4.2. Metaheurística híbrida - GRASP+VND..... | 13 |
| 4.3. Método cooperativo–Heurística de Concentración (<i>GRASP+VND+HC</i>) | 15 |
| 5. Experimentos computacionales y resultados..... | 16 |
| 5.1. Afinación del método | 17 |
| 5.1.1. Selección del heurístico constructivo..... | 17 |
| 5.1.2. Selección del orden de los vecindarios del VND..... | 18 |
| 5.1.3. Calibración de parámetros del <i>GRASP+VND</i> | 19 |
| 5.2. Contribución de cada componente del método..... | 21 |
| 5.3. Comparación con BKS | 22 |
| 6. Conclusiones | 23 |
| 7. Referencias | 24 |
| 8. Apéndices | 26 |
| 8.1. Descriptivo de instancias probadas y la fuente de cada BKS | 27 |
| 8.2. Detalle de los resultados reportados por otros autores | 29 |
| 8.3. Detalle de los resultados del método presentado..... | 32 |

Metaheurísticos híbridos y cooperativos para el problema de ruteo de vehículos con flota propia y subcontratación¹

Andrés Felipe Cañas Uribe²,

Resumen:

El problema de ruteo de vehículos con flota propia y subcontratación, conocido como *Vehicle Routing Problem with Private Fleet and Common Carriers* (VRPPC), ha sido abordado a través de distintos métodos, desde heurísticas simples a metaheurísticas de mayor complejidad; sin embargo, los métodos exactos no han sido ampliamente explorados, y la unión entre ambos, llamados métodos cooperativos o matheurísticos, parece ser un área de investigación interesante y prometedora. En esta investigación se presenta un método que integra heurísticas con los métodos exactos para dar solución al VRPPC. Igualmente, se evalúa el efecto del orden en que se recorren los vecindarios sobre la calidad del método de búsqueda local utilizado. Finalmente se compararán los resultados obtenidos con los reportados en la literatura.

Palabras Clave: problema de ruteo de vehículos, optimización combinatoria, metaheurística, heurísticos híbridos.

Abstract:

The Vehicle Routing Problem with Private Fleet and Common Carriers (VRPPC), has been solved to different methods, from simple heuristics to complex metaheuristics; however, exact methods have not been explored, and the combination between both, called cooperative methods, are an interesting and promising area of research. Here, we propose a solution method for the VRPPC that integrates heuristics with exact methods; we evaluated also the effect of the neighborhoods order in the quality of the solutions obtained in the local search phase. Finally, we compare the results obtained with such a cooperative method against those reported in the literature.

Keywords: vehicle routing problem, combinatorial optimization, metaheuristics, hybrid heuristics.

¹ Tesis de Maestría en Ingeniería. Facultad de Ingeniería. Universidad de Antioquia.

Asesores: Juan Guillermo Villegas, Departamento de Ingeniería Industrial, Universidad de Antioquia. Jorge E. Mendosa, Université François-Rabelais de Tours

² andresfelipecaur@gmail.com

1. Introducción

Dentro de las operaciones de transporte, una de las decisiones operativas más frecuentes es el diseño de rutas para una flota de vehículos de capacidad limitada que debe atender la demanda de un conjunto de clientes (por un bien o un servicio) en determinada zona geográfica. Estudios previos indican que el costo de distribución puede reducirse entre el 7% y el 37% utilizando técnicas de optimización para planear las rutas de los vehículos [1]. La estructura subyacente a estas situaciones se ha descrito formalmente en el problema de rutas de vehículos con restricciones de capacidad o VRP (*Vehicle Routing Problem*) definido como un problema de optimización en el cual se busca un conjunto de rutas de costo total mínimo en el cual cada cliente es visitado una sola vez, todas las rutas empiezan y terminan en la terminal principal, y la demanda de los clientes de una ruta no excede la capacidad del vehículo asignado a dicha ruta. El VRP es considerado NP-duro [2], por lo cual en la literatura es común encontrar heurísticas y metaheurísticas como métodos de solución, además a través del tiempo han surgido numerosas extensiones del VRP debido a la necesidad de estudiar problemas más cercanos a las aplicaciones reales, dentro de las cuales se pueden encontrar diferentes características con respecto a: los clientes (p.e. ventanas de tiempo), los conductores (p.e. horas disponibles), los vehículos (p.e. flota heterogénea), las rutas (p.e. duración máxima) entre otras (p.e. estocasticidad de la demanda, múltiples terminales, etc.).

Hoff et al [3] y Baldacci et al [4] resaltan que el caso más general de optimización y distribución en la práctica es considerar la extensión donde la flota está compuesta por un número de vehículos diferentes conocido (flota heterogénea limitada), que en la literatura se conoce como *Heterogeneous Fixed Fleet Vehicle Routing Problem* (HFFVRP). A su vez, Kopfer et al [5] muestran que únicamente alrededor del 30 % de las empresas atienden la demanda con flota propia, el resto lo hace por medio de terceros, revelando la importancia de su estudio y el impacto positivo que tendría en las empresas. Así, en la intersección de estos dos fenómenos se encuentra el problema de ruteo de vehículos con flota propia y subcontratación (VRPPC- *Vehicle Routing Problem with Private Fleet and Common Carriers*). Por otro lado, el VRPPC ha dado surgimiento a otras vertientes adicionales como el VRPPC con escalas de subcontratación, en donde el costo de subcontratación está dado por el volumen en el que éste se haga [6], y el MVRPPC que incluye varios depósitos de partida/llegada [7]. Toro et al [8] proponen una

formulación para el problema de localización y ruteo con restricciones de capacidad (CLRP) agregándole la posibilidad de subcontratar las rutas cuando se exceda la capacidad de la flota propia (CLRPC), el cual es solucionado a través de un optimizador.

Para la solución del VRPPC la mayoría de los autores abordan este problema diseñando métodos heurísticos con múltiples vecindarios que son recorridos en órdenes preestablecidos, ya sean por su complejidad o de manera aleatoria, pero ninguno ahondó en evaluar diferentes órdenes (incluso en algunos casos se omite la explicación). Además estos se basan en heurísticas que construyen inicialmente la solución sin contemplar integralmente el costo de subcontratación, en su mayoría evalúan únicamente los costos de distancias en esta etapa. También se identificó el poco uso que se le ha dado a los métodos cooperativos, pues no han sido explorados para este problema. Así, este trabajo tiene como objetivos principales:

1. Implementar un método basado en una heurística constructiva que involucre en sus cálculos el costo de subcontratación
2. Analizar la influencia del orden de los vecindarios en el desempeño del método
3. Post-optimizar las soluciones obtenidas por el método mediante la implementación de un modelo de partición de conjuntos, dando lugar a un método cooperativo
4. Entender el aporte en la calidad de la solución de cada uno de los componentes del método y comparar los resultados obtenidos con los de otros autores.

A continuación en la *sección 2* se define el problema a estudiar. Posteriormente, la *sección 3* resume la literatura dedicada al mismo. En la *sección 4* se describe la estrategia de solución desarrollada detallando cada uno de sus componentes. Finalmente en la *sección 5* se presenta la experimentación computacional y resultados obtenidos, para terminar con las conclusiones y posibles trabajos futuros en la *sección 6*.

2. Definición del Problema

El VRPPC pertenece a la familia de VRP con ganancias, en donde se estudian problemas que permiten la no atención de todos los clientes, como es el caso del *Team Orienteering Problem* (TOP, ver [6] [7]) y el *Capacitated Profitable Tour Problem* (CPTP, ver [8] [9]). El TOP se basa en una lógica de deportes, estudiando un grupo de K individuos, llamados

“jugadores”, que deben visitar N puntos o bases, respetando restricciones de tiempo por jugador, de manera que cada punto/base puede ser visitado solo una única vez, y al final pueden quedar algunos puntos/bases sin ser visitados, buscando maximizar un puntaje global del equipo que depende de los puntos visitados por cada jugador. Mientras que el CPTP asigna una demanda y un beneficio a cada cliente, y su finalidad es maximizar la diferencia entre el beneficio global y la distancia total recorrida.

Estos problemas han sido aplicados en problemáticas del área de logística, turismo, entre otras, y presentan una lógica similar a la del VRPPC que se caracteriza por contemplar una flota heterogénea propia con diferentes capacidades y costos de operación, una demanda global que puede exceder la capacidad total de la flota propia, y un costo de un operador externo que cubre la demanda que no se puede atender por la flota propia. Teniendo en cuenta estos elementos en el VRPPC se debe realizar un plan en el que cada vehículo propio realiza un único viaje, atendiendo un subconjunto de clientes cuya demanda no exceda su capacidad; garantizando que todas las rutas parten y terminan de una única terminal; y finalmente, que los clientes que no son atendidos por ningún vehículo de la flota propia son asignados al operador externo a cierto costo fijo determinado por éste para cada cliente, pues en el VRPPC no se realiza el ruteo de los clientes subcontratados.

Formalmente el VRPPC está definido por un grafo $G = (V, A)$ donde $V = \{0, \dots, n\}$ es el conjunto de vértices y $A = \{(i, j): i, j \in V, i \neq j\}$ es el conjunto de arcos. El vértice 0 es un depósito, mientras que los vértices restantes representan clientes. Una flota privada de m vehículos está disponible en el depósito. El costo fijo por utilizar el vehículo k se denota por f_k , su capacidad por Q_k , y la demanda del cliente i se denota por q_i . Se define una matriz de costos de recorrido (c_{ij}) en A , asociado comúnmente con una matriz de distancias entre los nodos. Si los costos de recorrido dependen del vehículo, entonces c_{ij} puede ser reemplazado por c_{ijk} donde $k \in \{1, \dots, m\}$. Cada cliente i puede ser atendido por un vehículo de la flota privada, en cuyo caso se le llama cliente interno, o por un operador externo a un costo igual a e_i , en cuyo caso es llamado cliente externo.

VARIABLES DE DECISIÓN:

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1 & \text{si el vehiculo } k \text{ visita el vértice } j \text{ inmediatamente} \\ & \text{después del vértice } i \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$y_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{si el vehículo } k \text{ visita el vértice } j \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$z_i = \begin{cases} 1 & \text{si el cliente } i \text{ es asignado a un operador} \\ & \text{externo} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

u_{ik} : un límite superior en la carga del vehículo k
después de dejar el cliente i

La formulación del VRPPC como un programa lineal entero mixto es la siguiente:

Minimizar

$$\sum_{k=1}^m f_k y_{0k} + \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \sum_{\substack{k=1 \\ j \neq i}}^m c_{ijk} x_{ijk} + \sum_{i=1}^n e_i z_i \quad (1)$$

Sujeto a

$$\sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^m x_{0jk} = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^m x_{i0k} \leq m \quad (2)$$

$$\sum_{j=0}^n \sum_{j \neq h} x_{hjk} = \sum_{i=0}^n \sum_{j \neq h} x_{ihk} = y_{hk} \quad (h \in \{0, \dots, n\}; k \in \{1, \dots, m\}) \quad (3)$$

$$z_i + \sum_{k=1}^m y_{ik} = 1 \quad (i \in \{1, \dots, m\}) \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^n q_i y_{ik} \leq Q_k \quad (k \in \{1, \dots, m\}) \quad (5)$$

$$u_{ik} - u_{jk} + Q_k x_{ijk} \leq Q_k - q_j \quad (i, j \in \{1, \dots, n\}, i \neq j; k \in \{1, \dots, m\}) \quad (6)$$

$$x_{ijk} \in \{0, 1\} \quad (i, j \in \{0, \dots, n\}, i \neq j; k \in \{1, \dots, m\}) \quad (7)$$

$$y_{ik} \in \{0, 1\} \quad (i \in \{0, \dots, n\}; k \in \{1, \dots, m\}) \quad (8)$$

$$z_i \in \{0, 1\} \quad (i \in \{1, \dots, n\}) \quad (9)$$

$$u_{ik} \geq 0 \quad (i \in \{1, \dots, n\}; k \in \{1, \dots, m\}) \quad (10)$$

La función objetivo (ecuación 1) minimiza la suma de los costos fijos de los vehículos, los costos de ruta y los costos de los operadores externos. Las restricciones (ecuación 2) establecen que como máximo se pueden usar m vehículos de la flota privada, mientras que las restricciones (ecuación 3) señalan que el mismo vehículo k debe visitar y dejar al cliente h . Las restricciones (ecuación 4), por otro lado, asignan cada uno de los clientes ya sea a un vehículo de la flota privada o a uno de los operadores externos. Las restricciones (ecuación 5) garantizan que la capacidad de los vehículos no se exceda y las restricciones (ecuación 6) eliminan los ciclos que no incluyen el depósito. Las demás restricciones (ecuaciones 7, 8, 9, 10) definen la naturaleza de las variables.

3. Revisión de la literatura

El VRPPC fue introducido por primera vez en el 2005 por Chu [10], quien desarrolló un método heurístico para solucionar el problema. Éste método consta de tres pasos básicos: (i) seleccionar los clientes que van a ser subcontratados a partir del menor costo de subcontratación, (ii) construir una solución inicial a partir del método de ahorros introducido originalmente por *Clarke and Wright* (C&W) [11] haciendo una modificación al cálculo de la función de ahorro, (iii) mejorar la solución obtenida, aplicando una búsqueda local basada en intercambios dentro de las rutas y entre pares de rutas. Bolduc et al [12] plantean el heurístico SRI (*Selection, Routing and Improvement*) que no se aleja mucho de la idea inicialmente planteada por Chu, haciendo la variación de que los clientes a subcontratar se asignan a partir de la razón entre el costo de subcontratar sobre la cantidad subcontratada, emulando un criterio de eficiencia; estos además le adicionan una estrategia de mejora a las soluciones basada en *4Opt*. Posteriormente, Bolduc et al [13], presentan el heurístico RIP (*Randomized construction – Improvement - Perturbation*) en donde conservan la estructura del SRI, con la variación de que le agregan un parámetro de perturbación al cálculo del ahorro del método C&W, le adicionan una estrategia llamada *2add drop* (donde dos clientes de una ruta se trasladan a otra), e intercambios perturbados (selección de nodos de manera aleatoria).

En 2008 Côté & Potvin [14], desarrollaron una búsqueda tabú con una estrategia de penalización en la función objetivo por infactibilidad y atributos visitados con una alta frecuencia durante el

proceso de búsqueda. Estos autores emplearon heurísticas de mejora basadas en *4-Opt* y vecindarios construidos a partir de intercambios e inserciones entre/dentro de las rutas, mientras que la memoria tabú guardaba los nodos que fueron modificados en las últimas soluciones. Luego Potvin & Naud [15] le hacen una modificación a la búsqueda tabú anterior, agregándole un heurístico de mejora (denominado *convex hull insertion*), y cuando la búsqueda se estancaba en un óptimo local, se aplicaba un heurístico de cadenas de eyección en donde se hacían inserciones en cadena entre más de dos rutas. A la vez, Euchi & Chabchoub [16] introdujeron un metaheurístico basado en el método población IDEA [17], el cual emplea una función de probabilidad para premiar las buenas soluciones. Dichos autores hibridan IDEA con el heurístico de mejora *2-Opt*, el cual es utilizado como criterio de construcción de vecindarios para realizar una búsqueda local.

Por otro lado, Kratica [18] propone un algoritmo genético basado en una estrategia de sobrevivencia elitista, que genera la población inicial aleatoriamente, con una estrategia de cruce en dos puntos. En este trabajo se consideró una probabilidad de mutación que disminuye a medida que aumenta el número de poblaciones generadas. Stenger & Vigo [19] propusieron un heurístico basado en *Adaptive Variable Neighborhood Search* (AVNS) que se compone de tres pasos: construir una solución inicial por medio del algoritmo de ahorros de *Clarke and Wright*, una estrategia de cadenas de eyección donde la ruta y cliente inicial pueden ser generados con base en 4 estrategias que se hacen más probables según el éxito que tengan (siguiendo el principio de *Adaptive Large Neighborhood Search* (ALNS) [20]), y una búsqueda local basada en vecindarios de intercambios e inserciones, *2-Opt*, *3-Opt* y *Or-Opt*. Además introdujeron una probabilidad de aceptación de soluciones tomada del recocido simulado.

Por último Vidal et al [21] introducen dos metaheurísticas; la primera se trata de una búsqueda local iterada que opera iterativamente sobre un nuevo vecindario que proponen basado en selección implícita de los clientes en un método *route-first cluster-second* [22]; la segunda resulta de hibridar la búsqueda local con un algoritmo genético. Así, se puede concluir que aún no se han implementado métodos cooperativos y que de manera general todos los métodos desarrollados para dar solución al VRPPC, son constructivos de dos fases, en donde primero se seleccionan los clientes a ser subcontratados, y después se hace ruteo con los demás clientes. Debido a que esto se hace de manera aislada, implementar un método que lo haga de manera integrada podría ser mejor, ya que éstas son decisiones que tienen una interdependencia alta, y

decidir los clientes a subcontratar en el camino podría ser más lógico que hacerlo desde el inicio y no volver a preguntarse por ellos.

A su vez, estos métodos en su mayoría incluyen más de un vecindario para explorar el espacio de solución, siendo implementados los vecindarios sin preguntarse qué influencia tenía el orden en que son recorridos en el desempeño del método, ni cuál debería ser su orden. En la mayoría de los métodos que involucran múltiples vecindarios es usual que los vecindarios sean recorridos en un orden determinado de manera aleatoria (p.e. siguiendo una ruleta) como es el caso de [25], según el orden de complejidad o tamaño de los vecindarios como se muestra en [26], o que incluso como se muestra en [27] no se especifique el por qué del orden utilizado. Sin embargo algunos autores como Talarico & Maya (para el problema de programación de personal) [28] y Mjirda et Al. (para el TSP) [29] han mostrado evidencia de que la combinación elegida del orden en que se recorren los vecindarios influye en la eficiencia del método implementado; mostrando indicios puntuales para el TSP de que recorrer de primero el vecindario de *20pt* es más eficiente frente a vecindarios de intercambio. Es por esto que en parte este trabajo busca determinar sí con el VRP también ocurre lo mismo, tomando para el estudio la extensión VRPPC.

4. Método de solución propuesto

El método de solución está integrado por tres componentes claves; el primero, un heurístico constructivo basado en un concepto de arrepentimiento, bajo el cual se buscó evaluar en cada paso de la construcción de la solución el costo que podría acarrear la decisión de incluir o no a un cliente dentro de una ruta de la flota propia con respecto al costo de haberlo subcontratado; el segundo, se trata de la aleatorización de la heurística constructiva para luego hibridarla con un VND y conseguir así un GRASP+VND; finalmente las rutas de las soluciones encontradas en cada iteración del GRASP+VND son guardadas para hacer una post-optimización con un tercer componente, una concentración heurística (HC) que resuelve un problema de partición de conjuntos sobre el conjunto de rutas de las mejores soluciones encontradas. A continuación se describe detalladamente cada uno de estos tres componentes. Es importante tener presente que el término “ruta” se asocia a la flota propia y el término “cliente subcontratado” se asocia a un agente externo.

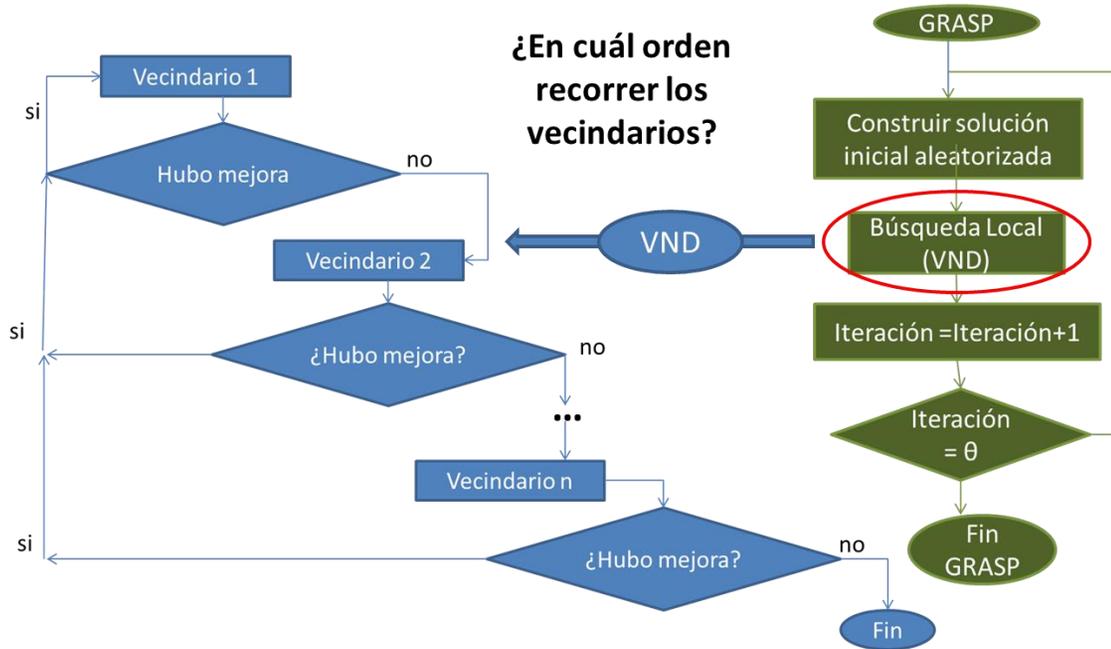


Figura 1 Flujograma del Metaheurístico híbrido

4.1. Heurística constructiva - Arrepentimiento

Como se indicó anteriormente, los métodos desarrollados por otros autores para dar solución al VRPPC contemplan heurísticos constructivos de dos fases, en donde primero se seleccionan los clientes a ser subcontratados, y después se enrutan los demás clientes. Los métodos propuestos en este trabajo se basan en una estrategia distinta en la que primero se seleccionan los clientes que se van a atender con flota propia y por último los clientes asignados a un operador externo, buscando minimizar un costo de arrepentimiento que estima la diferencia entre el costo de atender un cliente por subcontratación y el costo de atenderlo con la flota propia (asociado a la distancia recorrida). Con esta estrategia primero se realiza la construcción de las rutas de la flota propia, y al final los clientes no ruteados se asignan a la subcontratación.

Sea C el conjunto total de clientes, $p \in C$, W el conjunto de clientes no ruteados, $i \in W$, R el conjunto de todas las rutas, $r \in R$ tal que $r = \{0, r_1, \dots, r_i, \dots, 0\}$ es la secuencia en que se atienden los clientes, λ_r es la carga asignada a la ruta $r \in R$, B es el conjunto de vehículos de la flota propia, v_r es el vehículo asignado a la ruta r tal que $v_r \in B$, y CE es el conjunto de clientes externos. El costo de arrepentimiento de cada cliente $i \in W$ con la ruta $r \in R$ sería $\alpha_i = \min\{e_i - (c_{si} + c_{ij})\} \forall s \in r, j \in r$; luego el cliente p elegido para

ser insertado a la ruta r entre el cliente s y el cliente j , resulta de tomar el cliente i con el mayor arrepentimiento, así $p = \operatorname{argmax}_{i \in W} \{\alpha_i\}$. Sin embargo se debe tener en cuenta que para poder calcular el costo de arrepentimiento, la ruta debe contar con al menos un cliente que puede ser insertado a través de diferentes estrategias: el más lejano, el más cercano o de manera aleatoria. A su vez, el orden en que se asignan los vehículos restantes puede estar determinado por su mayor capacidad, menor capacidad o aleatoriamente.

En el *algoritmo 1* se presenta el pseudocódigo secuencial, donde en la línea 2 se abre un ciclo que se ejecuta mientras haya clientes no ruteados y vehículos sin ser asignados a alguna ruta; de la línea 3 a la línea 9 se inicializa la ruta y se inserta el primer cliente a ésta; en la línea 10 se abre un segundo ciclo en el que se insertan clientes a la ruta actual mientras la capacidad del vehículo no exceda su carga; de la línea 11 a la línea 14 se selecciona y se inserta el cliente según la estrategia de arrepentimiento; en la línea 16 se agrega la ruta ya terminada a la solución; de la línea 18 a la línea 23 se asignan los clientes no ruteados a la subcontratación, después de agotar la capacidad de todos los vehículos.

```

1.  Mientras ( $|W| > 0$  and  $|B| > 0$ ) haga
2.      Nueva  $r$ 
3.       $v_r \leftarrow$  Seleccionar vehículo
4.       $B = B - \{v_r\}$ 
5.       $h \leftarrow$  Seleccionar primer cliente  $\in W$ 
6.       $r = r \cup \{h\}$ 
7.       $\lambda = \lambda + q_h$ 
8.       $W = W - \{h\}$ 
9.      Mientras ( $\lambda < Q_r$ ) haga
10.          $c \leftarrow \operatorname{Argmax}_{ai \in W} \{\alpha_i \forall i \in W\}$ 
11.          $r = r \cup \{c\}$ 
12.          $\lambda = \lambda + q_c$ 
13.          $W = W - \{c\}$ 
14.      Fin Mientras
15.       $R = R \cup \{r\}$ 
16.  Fin Mientras
17.  Si  $|W| > 0$  entonces
18.      Para  $i \in W$  hacer
19.          $CE = CE \cup \{i\}$ 
20.          $W = W - \{i\}$ 
21.      Fin Para
22.  Fin Si
23.  Retornar Sol

```

Algoritmo 1 Construcción secuencial basada en arrepentimiento

4.2. Metaheurística híbrida - GRASP+VND

GRASP es una metaheurística multi arranque sin memoria en la que se aplica una búsqueda local para soluciones iniciales obtenidas a partir de una heurística aleatorizada. Esta metaheurística no ha sido aún probada para el VRPPC pero si ha dado buenos resultados para otras extensiones del VRP. Con la finalidad de obtener una búsqueda más agresiva, se utilizará como componente de búsqueda local del GRASP un VND (*variable neighborhood descend* [27]), el cual explora seis vecindarios tradicionales en el VRP.

El GRASP está basado en una versión aleatorizada del heurístico constructivo presentado con antelación, mediante el cual se obtiene una solución inicial aleatoria por cada vez que se itere el GRASP, siendo θ (número de iteraciones) un parámetro a calibrar de este método. Para lograr una versión estocástica se deben seleccionar los β clientes con mayor arrepentimiento, entre los cuales se escoge uno de manera aleatoria, por lo cual β se convierte en un segundo parámetro que debe ser calibrado del GRASP. Luego de obtener la solución inicial aleatoria con este heurístico se realiza una búsqueda local por medio de un VND por cada iteración, que se encarga de recorrer secuencialmente varios vecindarios (seis en este caso) uno por uno, su funcionamiento se puede entender observando de la línea 4 a la línea 16 del algoritmo 2. Se puede notar que en este método, como en la mayoría, se debe definir el orden en que se recorren los vecindarios, sin embargo no es habitual realizar este análisis, por lo cual en la sección siguiente se discutirá y analizará esta variable. Finalmente se debe tener en cuenta que el VND finaliza sólo cuando se han recorrido la totalidad de los vecindarios y no se encontró mejora en ninguno. A continuación se muestran los seis vecindarios usados, dichos vecindarios prueban todas las combinaciones posibles según la estrategia de búsqueda *best-improvement* (para una descripción detallada de estos ver [31]):

1. Inserción de un cliente. Se selecciona y se elimina un cliente de una ruta, luego se inserta de nuevo en otra posición ya sea en la misma ruta o en otra diferente.
2. Intercambio de un cliente entre dos rutas. Se seleccionan dos clientes, cada uno de dos rutas diferentes y se intercambian.
3. Intercambio de un cliente subcontratado con un cliente de una ruta. Se seleccionan dos clientes, uno de una ruta y uno externo y se intercambian.

4. Intercambio de dos clientes dentro de una ruta. Se seleccionan dos clientes dentro de la misma ruta y se intercambian.
5. 2-Opt dentro de una ruta. Se eliminan dos arcos de una misma ruta, y se reconectan de manera opuesta a como inicialmente estaban conectados.
6. 2-Opt entre dos rutas. Se eliminan dos arcos, cada uno de una ruta diferente, y se reconectan de manera opuesta a como inicialmente estaban conectados. Tener en cuenta que con este vecindario se generan a la vez dos soluciones distintas.

```

1.  Input  $\beta, \theta$ 
2.  Para  $i = 1$  hasta  $\theta$ 
3.      Solución  $\leftarrow$  Construcción_Aleatorizada( $\beta$ )
4.      Procedimiento VND
5.          Input vecindarios:       $N_1, N_2, N_3, N_4, N_5, N_6$ 
6.           $\tau = 1$ 
7.          Mientras ( $\tau < 6$ ) haga
8.               $S' \leftarrow N_\tau(\text{Solución})$ 
9.              Si  $f(S') < f(\text{Solución})$  haga
10.                 Solución  $\leftarrow S'$ 
11.                  $\tau = 1$ 
12.             si no
13.                  $\tau = \tau + 1$ 
14.             Fin Si
15.         Fin Mientras
16.     Fin VND
17. Fin Para
18. Retornar Solución

```

Algoritmo 2 GRASP+VND

4.3. Método cooperativo–Heurística de Concentración (GRASP+VND+HC)

En este caso, en cada iteración de GRASP+VND se guardan todas las rutas del óptimo local. Luego con el conjunto de rutas resultante Ω se soluciona un problema de partición de conjuntos que busca seleccionar el subconjunto de rutas de menor costo (ecuación 11), asegurando que todos los clientes son atendidos ya sea por medio de la flota propia o por medio de la subcontratación (ecuación 12), y que no se excede el número de vehículos disponibles (ecuación 13). Así, sean CR_r el costo de la ruta r , e_j el costo de subcontratar el cliente j , $B_{rj} = 1$ si la ruta r atiende el cliente j , 0 en caso contrario, finalmente $l_{rk} = 1$ si la ruta r se atiende con el vehículo k y 0 en caso contrario. Utilizando esta notación, el problema de partición de conjuntos de la fase de concentración heurística es el siguiente.

Variables de decisión:

$$T_r = \begin{cases} 1 & \text{si la ruta } r \text{ se incluye en la solución} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$Z_j = \begin{cases} 1 & \text{si el cliente } j \text{ es subcontratado en la solución} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

La formulación del problema se plantea como:

$$\text{minimizar } \sum_{r=1}^{|\Omega|} CR_r T_r + \sum_{j=1}^n e_j Z_j \quad (11)$$

Sujeto a:

$$\sum_{r=1}^{|\Omega|} B_{rj} T_r + \sum_{j=1}^n e_j Z_j = 1 \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (12)$$

$$\sum_{r=1}^{|\Omega|} l_{rk} T_r \leq 1 \quad \forall k = 1, \dots, m \quad (13)$$

$$Z_i \in \{0, 1\} \quad (i \in \{1, \dots, n\}) \quad (14)$$

$$T_r \in \{0, 1\} \quad (r \in \{1, \dots, |\Omega|\}) \quad (15)$$

5. Experimentos computacionales y resultados

Los métodos heurísticos desarrollados fueron implementados en JAVA. Adicionalmente, los métodos aleatorizados se ejecutaron 10 veces para la afinación de parámetros y 5 veces para el diseño factorial posterior. El problema de optimización de la fase de concentración heurística fue resuelto usando Gurobi 6.5.1 a través de la API de Java. La experimentación se realizó en un computador con un procesador *Intel core i7 – 3.4 GHz* y memoria RAM de 8GB. Las pruebas estadísticas se realizaron en el software R.

El desempeño de los métodos desarrollados se midió a través del cálculo de la desviación de las soluciones encontradas por cada método con respecto a las mejores soluciones reportadas en la literatura (*BKS, Best Known Solution*) por medio del $GAP = \frac{\text{Solución del método} - BKS}{BKS}$. Se utilizaron instancias que otros autores han propuesto para el estudio del VRPPC, las cuales se agrupan en dos, homogéneas y heterogéneas; las homogéneas (Homo) en total comprenden 34 instancias para el VRP que Bolduc et al [13] adaptaron para el VRPPC, de las cuales 14 fueron planteadas originalmente por Christofides and Eilon [32], y las 20 restantes por Golden et al [33]. Las instancias heterogéneas se dividen en 10 instancias pequeñas diseñadas para el VRPPC (HetPeq), de las cuales 5 fueron planteadas por Chu [10] y las otras 5 por Bolduc et al [12],

además de 34 instancias de mayor tamaño diseñadas para el VRP con flota Heterogénea (HetGran) que fueron adaptadas para el VRPPC por Bolduc et al [12], de las cuales 14 fueron planteadas originalmente por Christofides and Eilon [32], y las 20 restantes por Golden et al [33] Las instancias de prueba están disponibles en: <http://www.mcbolduc.com/VRPPC/tests.ht12>.

5.1. Afinación del método

Antes de ejecutar los experimentos definitivos es necesario seleccionar los valores de los parámetros que controlan los diferentes componentes del método. Así mismo, es importante elegir algunos atributos de los diferentes componentes.

5.1.1. Selección del heurístico constructivo

Inicialmente, se seleccionó el heurístico constructivo para obtener la solución inicial de entrada para el VND. En este experimento inicial se probaron todas las posibles combinaciones para la elección del primer cliente de cada ruta y para la elección del siguiente vehículo en la construcción descrita en el *Algoritmo 1*. En la tabla 1 se puede observar que el heurístico ARRELQ es el que presenta un mejor desempeño con respecto a las BKS (GAP del 21.02%). El heurístico ARRELQ realiza la asignación de vehículos según el orden decreciente con respecto a la capacidad, mientras que la estrategia de selección del primer cliente a cada ruta está dada por el cliente no ruteado más lejano del depósito y el resto de los clientes se seleccionan bajo la estrategia de arrepentimiento.

| Nombre Heurístico Constructivo | Estrategia | | GAP (%) | | | |
|--------------------------------|------------------------------|------------------------|---------------|---------------|---------------|------------------|
| | Selección del primer Cliente | Selección del Vehículo | HetPeq | HetGran | Homo | Promedio General |
| ARRELQ | Más Lejano | Mayor Capacidad | 18,93% | 21,09% | 21,55% | 21,02% |
| ARRELU | Más Lejano | Menor costo Unitario | 17,69% | 22,01% | 21,55% | 21,26% |
| ARRECU | Más Cercano | Menor costo Unitario | 15,38% | 29,55% | 27,40% | 26,80% |
| ARREAU | Aleatorio | Menor costo Unitario | 15,36% | 29,66% | 27,42% | 26,85% |
| ARREAA | Aleatorio | Aleatorio | 14,67% | 30,13% | 27,91% | 27,18% |
| ARREAQ | Aleatorio | Mayor Capacidad | 9,40% | 39,70% | 38,30% | 35,21% |
| ARRELA | Más Lejano | Aleatorio | 14,52% | 48,53% | 51,30% | 45,38% |
| ARRECA | Más Cercano | Aleatorio | 16,54% | 54,50% | 51,30% | 48,23% |
| ARRECQ | Más Cercano | Mayor Capacidad | 15,73% | 57,69% | 51,30% | 49,52% |

Tabla 1. Resultados de heurísticos constructivos

5.1.2. Selección del orden de los vecindarios del VND

Al momento de realizar la implementación del VND, aparecen las siguientes preguntas, ¿Con cuál vecindario se debe empezar la búsqueda? ¿Con cuál vecindario se debe terminar la búsqueda? ¿Existe una manera de ordenar los vecindarios con la que se consigue un mejor desempeño para el método? En caso de que sí exista, ¿cuál debería de ser este orden?

Para responder estas preguntas se realizó un análisis de varianza (ANOVA) bajo un diseño unifactorial, con el fin de determinar si el orden en que se recorren los vecindarios en el VND tiene influencia sobre el GAP. Para esto se probaron todas las permutaciones obtenidas de combinar los 6 vecindarios en todos los órdenes posibles, en total 720 posibilidades (6!), sin embargo el diseño experimental fue corrido sólo para 24 instancias seleccionadas de manera aleatoria, debido al tiempo computacional que se requiere. Se observó del ANOVA que como el $Valor_p = 2e - 16$ es menor a 0.05, existe evidencia significativa para rechazar la igualdad entre las distintas permutaciones, por consiguiente se concluye que el orden seleccionado sí influye en la calidad de las soluciones encontradas, es decir en el GAP. En la figura 2 se puede observar que entre las permutaciones 600 y 700 se obtienen GAPs menores que las demás, en los cuales se recorren primero los vecindarios *2Opt*.

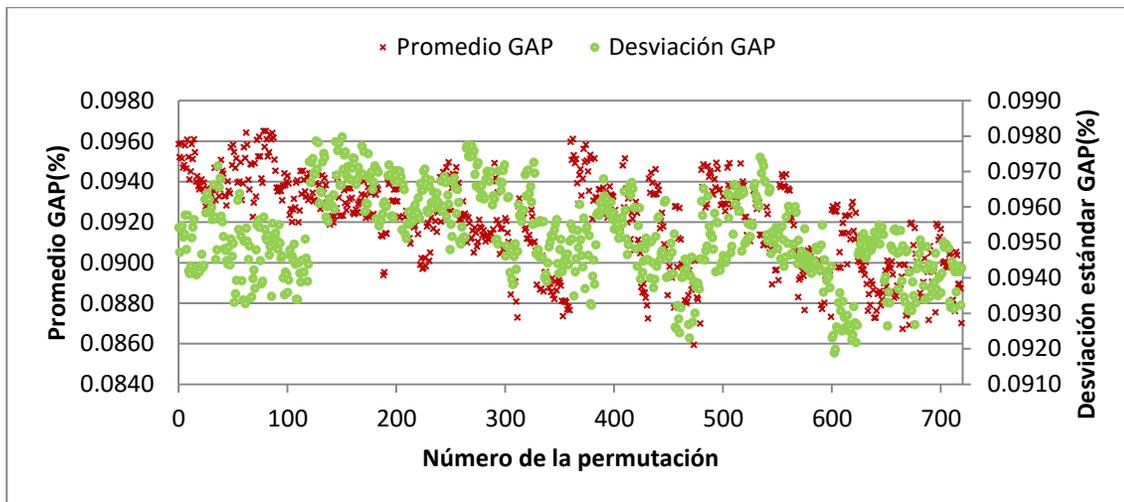


Figura 2 Promedio y desviación estándar del GAP según el orden

Luego se realizó una prueba de diferencia de medias entre las seis mejores soluciones de las zonas con mejor desempeño según la figura 2, con la finalidad de determinar si existe diferencia estadística entre éstas. En el figura 3 se pueden observar los *boxplots* de los seis mejores órdenes con respecto al GAP, identificando que no hay diferencia entre las medias,

pero si se ve una alta variabilidad en cuanto a la desviación de los resultados obtenidos para cada orden en cada corrida. Además después de realizar un ranking de manera creciente del GAP para las 720 combinaciones, se logró identificar que las permutaciones de mejor desempeño son las que involucran un vecindario de *2-Opt* como alguno de los tres primeros explorados y el vecindario de inserción entre los últimos vecindarios recorridos. Por el contrario, cuando el vecindario de inserción de un cliente es explorado al comienzo y los vecindarios *2-Opt* al final, los órdenes se sitúan en los de desempeño más bajo obtenido. La permutación del orden en que se evalúan los vecindarios elegida para la calibración del método y resultados finales fue “634521”.

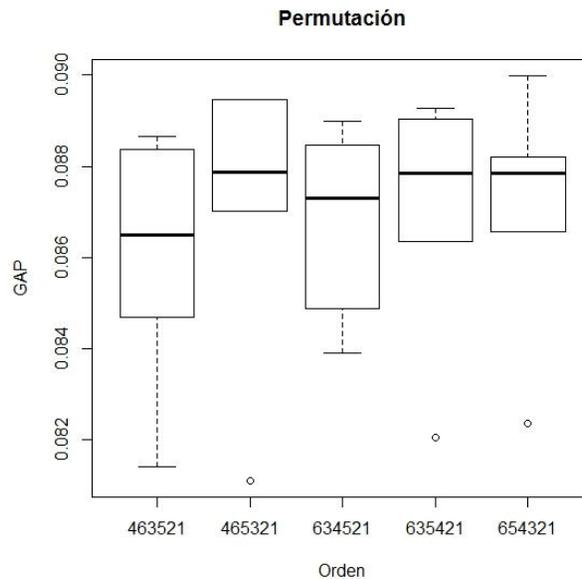


Figura 3 Boxplot de las mejores 6 permutaciones

5.1.3. Calibración de parámetros del *GRASP+VND*

Luego, para proceder con la implementación del GRASP, se utilizaron nuevamente 24 instancias seleccionadas aleatoriamente. El primer parámetro que se calibró fue β , el cual determina el número de clientes de mayor arrepentimiento entre los que se realiza la selección del cliente a insertar. Para esto se hizo un análisis del comportamiento del GAP con respecto al incremento de este parámetro, notando que a medida que aumentaba β el GAP disminuía, pero el tiempo de cómputo promedio requerido por instancia aumentaba considerablemente, por ejemplo $\beta = 7$ requiere el doble de tiempo que $\beta = 2$ (ver figura 4). Para seleccionar el valor de $\beta = 4$, se

realizó una prueba de medianas de Wilcoxon (*Signed Rank Test* [34]) que evidenció que no existe diferencia estadísticamente significativa entre $\beta = 4$ y $\beta = 5$, sin embargo $\beta = 4$ presenta un tiempo de cómputo bastante inferior a $\beta = 5$ (incremento del tiempo de 246s). El segundo parámetro que se calibró fue θ , que determina el número de iteraciones que se ejecuta GRASP, para esto se realizaron pruebas incrementado el valor de θ con el valor fijo elegido. En el figura 5 se puede notar que a partir de $\theta = 200$ la mejora del GAP es poca con respecto al gran incremento del tiempo computacional (por ejemplo, $\theta=500$ consume más del doble del tiempo de $\theta=200$), por lo cual $\theta=200$ fue elegido para los experimentos subsecuentes.

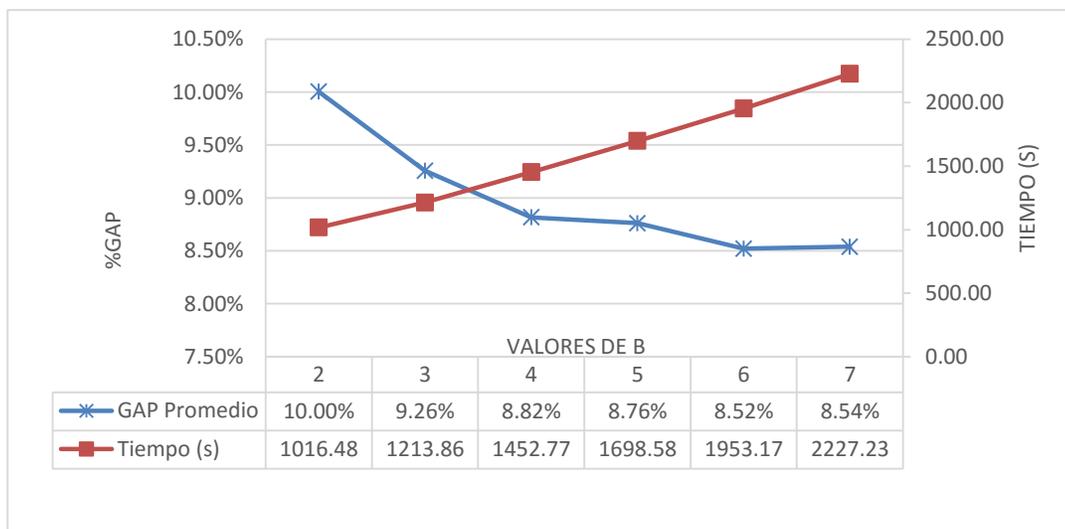


Figura 4 Calibración parámetro β

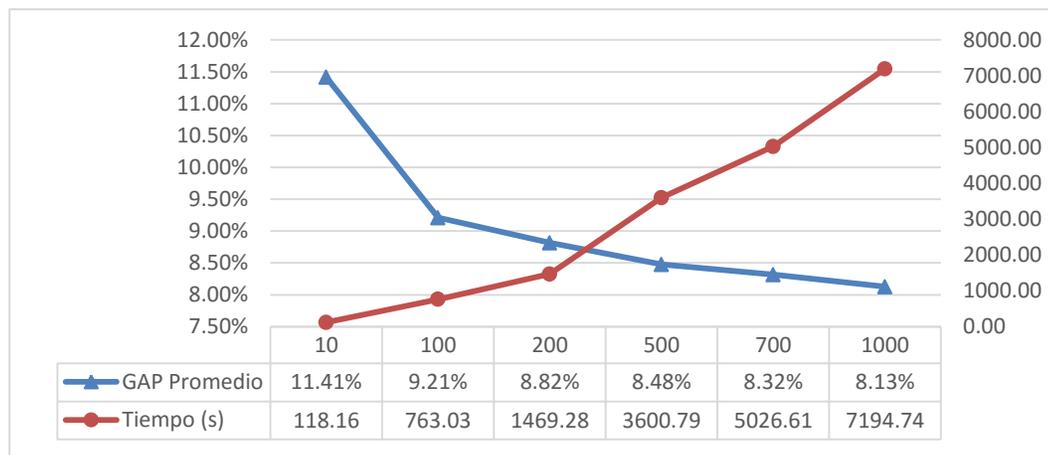


Figura 5 Calibración parámetro θ

5.2. Contribución de cada componente del método

En la tabla 2 se puede observar que la metaheurística híbrida GRAS+VNP logra mejorar considerablemente las soluciones encontradas por la heurística constructiva ARRELQ, pues alcanza una disminución promedio del 12,24% y en algunos casos hasta del 66,67%. Sin embargo la concentración heurística GRASP+VND+HC no logra tener impacto en el desempeño del método, ya que logra mejorar la calidad de las soluciones en apenas un 0,16%.

| Instancia | Resultados ARRELQ | Resultados GRASP+VND | Mejora del GRASP+VND | Resultados GRASP+VND+HC | Mejora del HC |
|-------------------------------------|-------------------|----------------------|----------------------|-------------------------|---------------|
| B-H-01 | 423,50 | 423,50 | 0,00% | 423,50 | 0,00% |
| B-H-02 | 520,00 | 476,50 | 9,13% | 476,50 | 0,00% |
| B-H-03 | 840,00 | 777,90 | 7,98% | 777,90 | 0,00% |
| B-H-04 | 2645,00 | 1587,00 | 66,67% | 1587,00 | 0,00% |
| B-H-05 | 2010,50 | 1612,80 | 24,66% | 1602,45 | 0,65% |
| CE-01 | 1248,00 | 1144,50 | 9,04% | 1139,70 | 0,42% |
| CE-02 | 2040,00 | 1862,00 | 9,56% | 1860,90 | 0,06% |
| CE-03 | 2277,00 | 2061,40 | 10,46% | 2057,30 | 0,20% |
| CE-04 | 3003,00 | 2777,10 | 8,13% | 2775,70 | 0,05% |
| CE-05 | 3809,00 | 3443,60 | 10,61% | 3443,60 | 0,00% |
| CE-06 | 1292,00 | 1235,60 | 4,56% | 1233,20 | 0,19% |
| CE-07 | 2231,00 | 2059,30 | 8,34% | 2059,30 | 0,00% |
| CE-08 | 2408,00 | 2206,20 | 9,15% | 2201,40 | 0,22% |
| CE-09 | 2925,00 | 2601,60 | 12,43% | 2601,60 | 0,00% |
| CE-10 | 4064,00 | 3757,80 | 8,15% | 3757,80 | 0,00% |
| CE-11 | 2725,00 | 2455,20 | 10,99% | 2454,70 | 0,02% |
| CE-12 | 2329,00 | 2086,10 | 11,64% | 2058,50 | 1,34% |
| CE-13 | 3275,00 | 2987,00 | 9,64% | 2979,40 | 0,26% |
| CE-14 | 2659,00 | 2394,30 | 11,06% | 2372,90 | 0,90% |
| CE-H-01 | 1335,00 | 1201,80 | 11,08% | 1200,60 | 0,10% |
| CE-H-02 | 1950,00 | 1832,40 | 6,42% | 1829,10 | 0,18% |
| CE-H-03 | 2289,00 | 2059,50 | 11,14% | 2055,60 | 0,19% |
| CE-H-04 | 2944,00 | 2701,10 | 8,99% | 2700,10 | 0,04% |
| CE-H-05 | 3619,00 | 3437,10 | 5,29% | 3437,10 | 0,00% |
| CE-H-06 | 1299,00 | 1236,80 | 5,03% | 1235,10 | 0,14% |
| CE-H-07 | 2220,00 | 2081,00 | 6,68% | 2081,00 | 0,00% |
| CE-H-08 | 2250,00 | 2068,70 | 8,76% | 2063,60 | 0,25% |
| CE-H-09 | 2784,00 | 2614,30 | 6,49% | 2614,30 | 0,00% |
| CE-H-10 | 3845,00 | 3502,70 | 9,77% | 3502,10 | 0,02% |
| CE-H-11 | 2531,00 | 2386,90 | 6,04% | 2386,90 | 0,00% |
| CE-H-12 | 2220,00 | 2018,00 | 10,01% | 2007,10 | 0,54% |
| CE-H-13 | 3324,00 | 2954,80 | 12,49% | 2954,80 | 0,00% |
| CE-H-14 | 2344,00 | 2099,90 | 11,62% | 2086,60 | 0,64% |
| Chu-H-01 | 387,50 | 387,50 | 0,00% | 387,50 | 0,00% |
| Chu-H-02 | 706,00 | 586,00 | 20,48% | 586,00 | 0,00% |
| Chu-H-03 | 990,00 | 824,10 | 20,13% | 824,10 | 0,00% |
| Chu-H-04 | 1437,00 | 1417,80 | 1,35% | 1417,80 | 0,00% |
| Chu-H-05 | 1861,50 | 1451,40 | 28,26% | 1451,40 | 0,00% |
| G-01 | 21564,00 | 16243,00 | 32,76% | 16243,00 | 0,00% |
| G-02 | 26236,00 | 21327,50 | 23,01% | 21327,50 | 0,00% |
| G-03 | 32793,00 | 27061,40 | 21,18% | 27061,40 | 0,00% |
| Promedio de mejoramiento del | | | 12,42% | | 0,16% |

| | | |
|--------|--|--|
| método | | |
|--------|--|--|

Tabla 2. Contribución de cada componente en el rendimiento del método

5.3.Comparación con BKS

En las tablas 3 a 5 se identifica que el método propuesto en este trabajo no es competitivo con respecto a los demás presentados en la literatura. Si se analiza cada tipo de instancia independiente, puede notarse que para instancias heterogéneas pequeñas (al igual que los demás métodos) presenta un rendimiento bueno, pues se aleja en promedio de las *BKS* tan sólo un 0,7%. Sin embargo al hacer el análisis para instancias de mayor tamaño su desempeño no es satisfactorio, pues para las instancias heterogéneas se aleja un 9,9% de las *BKS* mientras que el *IDEA* desarrollado por Euchí alcanza un *GAP* del 0,6% (ver tabla 4). Por otro lado, para las instancias homogéneas los resultados obtenidos se alejan considerablemente de las *BKS* alcanzando un *GAP* promedio del 8,56% frente a un *GAP* del 0,22% obtenido también por Euchí con el método *IDEA* (ver tabla 5). Los apéndices 8.2. y 8.3. presentan cada una de las soluciones encontradas.

| | Heterogéneas Pequeñas | | | | | |
|---|---|---|---|---|------------------------------------|---|
| | Chu [10] | SRI [12] | RIP [13] | GA [18] | IDEA [17] | GRASP +VND+HC |
| Promedio General GAP | 13,36% | 0,69% | 0,36% | 0,42% | 0,32% | 0,70% |
| Máximo GAP | 32,99% | 3,47% | 2,86% | 1,58% | 2,86% | 4,30% |
| Mínimo GAP | 0,00% | 0,00% | 0,00% | 0,00% | 0,00% | 0,00% |
| Tiempo de computación (s) | 0,09 | 0,05 | 6,09 | 2,20 | 2,94 | 5,50 |
| N° Corridas | 1 | 1 | No reportado | 20 | No reportado | 10 |
| N° de veces que se encontró la mejor solución conocida | 2 | 6 | 6 | 7 | 8 | 4 |
| Especificaciones de computo | PC con Procesador 2000 MHz (Lenguaje FORTRAN) | Xeon 3.6 GHz 1.00Gb of RAM under Windows XP | Xeon 3.6 GHz 1.00Gb of RAM under Windows XP | Intel 1.4 GHz memoria de 256 MB (en código C) | PC Pentium 4,3.2 GHz 512MB of RAM. | PC procesador intel core 2 Quad- 2.67 GHz y memoria RAM 4GB |

Tabla 3. Resultados instancias heterogéneas pequeñas

| Heterogéneas Grandes | | | | | | | | |
|---|--|--|---|---|---|---|---|---|
| | SRI [12] | RIP [13] | Tabu [14] | Tabu+ [15] | GA [18] | IDEA [17] | UHGS [22] | GRASP+ VND+HC |
| <i>Promedio General GAP</i> | 6,6% | 3,7% | 3,6% | 2,9% | 8,2% | 0,6% | 4,0% | 9,9% |
| <i>Máximo GAP</i> | 57,7% | 55,1% | 52,6% | 52,6% | 60,9% | 9,2% | 50,3% | 66,8% |
| <i>Mínimo GAP</i> | 1,2% | 0,0% | 0,0% | 0,0% | 0,6% | 0,0% | 0,0% | 0,0% |
| <i>Tiempo de computación (s)</i> | 7,21 | 1024,82 | 8770,94 | 24333,21 | 4991,24 | 540,90 | 6611,39 | 3012,40 |
| <i>N° Corridas</i> | 1 | No reportado | 10 | 10 | 20 | No reportado | 10 | 10 |
| <i>N° de veces que se encontró la mejor solución conocida</i> | 0 | 2 | 1 | 5 | 0 | 23 | 5 | 1 |
| <i>Especificaciones de computo</i> | Xeon 3.6 GHz 1.00Gb of RAM under Windows XP | Xeon 3.6 GHz 1.00Gb of RAM under Windows XP | 2,2 GHz DualCoreOpteron AMD Processor 275 (similar 3,6GHz Xeon) | 2,2 GHz DualCoreOpteron AMD Processor 275 (similar 3,6GHz Xeon) | Intel 1.4 GHz con memoria de 256 MB (en codigo C) | PC Pentium 4,3.2 GHz with 512MB of RAM. | PC Pentium 4,3.2 GHz with 512MB of RAM. | PC procesador intel core 2 Quad- 2.67 GHz y memoria RAM 4GB |

Tabla 4. Resultados instancias heterogéneas grandes

| | SRI [12] | RIP [13] | Tabu [14] | Tabu+ [15] | GA [18] | AVNS [19] | IDEA [17] | GRASP+ VND+HC |
|---|--|--|---|---|---|---|--|---|
| <i>Promedio General GAP</i> | 5,19% | 2,05% | 1,40% | 0,69% | 5,93% | 0,89% | 0,22% | 8,56% |
| <i>Máximo GAP</i> | 10,74% | 4,79% | 5,10% | 2,47% | 16,37% | 3,14% | 1,45% | 24,90% |
| <i>Mínimo GAP</i> | 0,35% | 0,12% | 0,00% | 0,00% | 2,33% | 0,00% | 0,00% | 0,00% |
| <i>Tiempo de computación (s)</i> | 7,03 | 1047,10 | 852,60 | 1797,40 | 4636,03 | 716,60 | 438,28 | 2608,50 |
| <i>N° Corridas</i> | 1 | | 10 | 10 | 20 | 10 | 25 | 10 |
| <i>N° de veces que se encontró la mejor solución conocida</i> | 0 | 0 | 2 | 2 | 0 | 1 | 17 | 2 |
| <i>Especificaciones de computo</i> | Xeon 3.6 GHz 1.00Gb of RAM under Windows XP | Xeon 3.6 GHz 1.00Gb of RAM under Windows XP | 2,2 GHz DualCoreOpteron AMD Processor 275 (similar 3,6GHz Xeon) | 2,2 GHz DualCoreOpteron AMD Processor 275 (similar 3,6GHz Xeon) | Intel 1.4 GHz memoria de 256 MB (en codigo C) | Intel Core i5, 2.67 GHz processor 4 GB RAM and running Windows ® 7 Professional. | PC Pentium 4,3.2 GHz 512MB of RAM. | PC procesador intel core 2 Quad- 2.67 GHz y memoria RAM 4GB |

Tabla 5. Resultados instancias homogéneas.

6. Conclusiones

El método desarrollado en este trabajo inicia con una heurística constructiva denominada ARRELQ que contempla una novedosa estrategia basada en el costo de arrepentimiento de subcontratar o no a un cliente, en donde el primer cliente insertado en cada ruta obedece a una lógica de cliente más lejano y los vehículos se utilizan en orden decreciente con respecto a su capacidad; luego, esta heurística es aleatorizada e hibridada con un VND compuesto por 6 vecindarios clásicos, y así se obtiene un GRASP+VND. Finalmente, se adiciona una heurística de concentración que busca por medio de una pos-optimización, aprovechar los métodos exactos para mejorar la eficiencia del método dando surgimiento al GRASP+VND+HC.

Luego, al realizar el estudio computacional se puede concluir que el orden elegido para explorar los múltiples vecindarios influye en el rendimiento del método desarrollado, y que sólo hacer la calibración de los parámetros no es suficiente, pues se pueden obtener mejoras en el desempeño considerando la manera en cómo se recorren los mismos. Además que para el estudio realizado explorar de primero vecindarios de *2-Opt* y de último vecindarios de inserción de clientes, parece ser la mejor estrategia. Resulta interesante explorar si estos resultados son similares en otras variantes del VRP, otros metaheurísticos y otros vecindarios

Finalmente, el método desarrollado no presenta resultados competitivos para el problema estudiado en comparación con los métodos reportados en la literatura, pues a pesar de que el heurístico constructivo es novedoso, y el GRASP+VND logra mejorar significativamente la eficiencia del método, la pos-optimización no tuvo impacto en la calidad de las soluciones. Al ahondar en la explicación de la poca contribución de este componente exacto, se halló que el conjunto de columnas generadas después del GRASP+VND no era muy grande, por lo cual se perdió la diversidad que requieren este tipo de herramientas para encontrar mejoras significativas. Es por esto que se plantea como alternativa diversificar en mayor medida las soluciones aleatorias en el proceso de construcción, además de ampliar el uso de métodos cooperativos probando otras heurísticas y métodos exactos adicionales en otros componentes del método que quizás permitan encontrar mejores sinergias.

A su vez, como trabajos futuros adicionales se propone explorar nuevas variaciones del VRPPC que podrían aproximarse más a la dinámica actual. Por ejemplo, sería posible incluir la posibilidad de que la subcontratación no esté dada por un costo fijo sino que dependan según una dinámica de oferta entre varios agentes de transporte externos, y la restricción de sólo poder subcontratar la capacidad completa de vehículos de varios tipos.

7. Referencias

- [1] G. Kant, M. Jacks y C. Aantjes, «Coca-Cola Enterprises Optimizes Vehicle Routes for Efficient Product Delivery» *Interfaces*, pp. vol. 38, pp. 40-50, 2008.
- [2] J. K. Lenstra y . A. H. G. R. Kan, «Complexity of vehicle routing and scheduling problems» *Networks*, pp. vol. 11, pp. 221-227, 1981.
- [3] A. Hoff, H. Andersson, M. Christiansen y G. Hasle, «Industrial aspects and literature survey: Fleet composition and routing» *Computers & Operations Research*, pp. vol. 37, pp. 2041-2061, 2010.

- [4] R. Baldacci, M. Battarra y D. Vigo, «Routing a heterogeneous fleet of vehicles» *In the vehicle routing problem: latest advances and new challenges*, p. pp. 3–27, 2008.
- [5] H. Kopfer y M. Krajewska, «Approaches for modelling and solving the integrated transportation and forwarding problem» de *Corsten, H., Missbauer, H. (Eds.), Produktions- und Logistikmanagement*, Springer, Berlin, Heidelberg, (INAPCE). Bremer Innovationsagentur, Internal Report, Bremen., 2007, pp. pp. 439- 458).
- [6] I.-M. Chao, B. L. Golden y E. Wasil, «The team orienteering problem» *European Journal of Operational Research*, pp. 88(3), pp. 464–474, 1996.
- [7] P. Vansteenwegen, W. Souffriau y D. Oudheusden, «The orienteering problem: A survey» *European Journal of Operational Research*, pp. 209(1), pp. 1–10, 2011.
- [8] M. Jepsen, B. Petersen y S. Spoorend, «A branch-and-cut algorithm for the capacitated profitable tour problem» *Discrete Optimization*, vol. 14, pp. 78-96, 2014.
- [9] C. Archetti, N. Bianchessi y M. Speranza, «Optimal solutions for routing problems with profits» *Discrete Applied Mathematics*, vol. 161, pp. 547-557, 2013.
- [10] C.-W. Chu, «A Heuristic Algorithm for the Truckload and Less-than-truckload Problem» *European Journal of Operational Research*, pp. 165, pp. 657–667, 2005.
- [11] G. Clarke y J. W. Wright, «Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points» *Operational Research*, pp. 12, pp. 568–581, 1964.
- [12] M. Bolduc, J. Renaud y F. Boctor, «A Heuristic for the Routing and Carrier Selection Problem» *European Journal of Operational Research*, pp. 183, pp. 926–932, 2007.
- [13] M.-C. Bolduc, J. Renaud, F. Boctor y G. Laporte, «A Perturbation Metaheuristic for the Vehicle Routing Problem with Private Fleet and Common Carriers» *Journal of the Operational Research Society*, pp. 59, pp.776–787, 2007.
- [14] J.-F. Côté y J.-Y. Potvin, «A Tabu Search Heuristic for the Vehicle Routing Problem with Private Fleet and Common Carrier» *European Journal of Operational Research*, pp. 198, pp. 464–469, 2009.
- [15] J.-Y. Potvin y M. Naud, «Tabu Search with Ejection Chains for the Vehicle Routing Problem with Private Fleet and Common Carrier» *Journal of the Operational Research Society*, pp. 62, pp. 326–33, 2010.
- [16] J. Euchi y H. Chabchoub, «Iterated Density Estimation with 2-opt Local Search for the Vehicle Routing Problem with Private Fleet and Common Carrier» *International Conference on Computers & Industrial Engineering*, p. pp.1058–1063, 2009.
- [17] P. Larrañaga, «A review on estimation of distribution algorithms» de *Estimation of Distribution Algorithms*, editors, 2002, pp. pp. 80-90.
- [18] J. Kratica, K. Tijana y T. Dusan, «A Genetic Algorithm for the Routing and Carrier Selection Problem» *Computer Science and Information Systems*, pp. 9, pp. 49–62, 2012.
- [19] A. Stenger, D. Vigo, S. Enz y M. Schwind, «An Adaptive Variable Neighborhood Search Algorithm for a Vehicle Routing Problem Arising in Small Package Shipping» *Journal Transportation Science*, pp. pp. 64-80, 2013.
- [20] S. Ropke y D. Pisinger, «An adaptive large neighborhood search heuristic for the pickup and delivery problem with time windows» *Transportation Science*, p. 2006, 40, pp. 455–472.
- [21] T. Vidal, T. G. Crainic, M. Gendreau y C. Prins, «Heuristics for multi-attribute vehicle routing problems: A survey and synthesis» *European Journal of Operational Research*, vol.

- 231, pp. 1-21, 2013.
- [22] J. E. Beasley, «Route first-Cluster Second Methods for Vehicle Routing» vol. vol. 11, n° pp. 403-408, 1983.
- [23] T. Vidal, N. Maculan, L. S. Ochi y P. Penna, «Large neighborhoods with implicit customer selection for vehicle routing problems with profits» *Transportation Science*, vol. 50, n° 2, 2015.
- [24] K. Sörense, M. Sevaux y P. Schittekat, «“Multiple Neighbourhood” Search in Commercial VRP Packages: Evolving Towards Self-Adaptive Methods» *Springer-Verlag Berlin Heidelberg*, vol. 136, p. 239–253, 2008.
- [25] G. M. Ribeiro y G. Laporte, «An adaptive large neighborhood search heuristic for the cumulative capacitated vehicle routing problem» *Computers & Operations Research*, vol. 39, p. 728–735, 2012.
- [26] Y. Marinakis, «Multiple Phase Neighborhood Search-GRASP for the Capacitated Vehicle Routing Problem» *Expert Systems with Applications*, vol. 39, p. 6807–6815, 2012.
- [27] J. Villegas, C. Prins, C. Prodhon, A. Medaglia y N. Velasco, «GRASP/VND and multi-start evolutionary local search for the single truck and trailer routing problem with satellite depots» *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, vol. 23, p. 780–794, 2010.
- [28] L. Talarico y P. A. Maya, «An optimization algorithm for the workforce management in a retail chain» *Computers & Industrial Engineering*, vol. 82, pp. 65-77, 2015.
- [29] A. Mjirda, R. Todosijević, S. Hanafi, P. Hansen y N. Mladenović, «Sequential variable neighborhood descent variants: an empirical study on the traveling salesman problem» n° 1-19, 2016.
- [30] Stenger, Andreas, M. Schneider y G. Dominik, «The Prize-collecting Vehicle Routing Problem with Single and Multiple Depots and Non-linear Cost» *EURO Journal on Transportation and Logistics*, pp. 2, pp. 57–87, 2013.
- [31] G. Kindervater y M. Savelsbergh, «Vehicle Routing: Handling Edge Exchanges» *Local Search in Combinatorial Optimization*, pp. 337-360, 1997.
- [32] N. Christofides y S. Eilon, «An algorithm for the vehicle- dispatching problem» *Journal of the Operational Research Society*, vol. 20, p. 309–318, 1969..
- [33] B. Golden, E. Wasil, J. Kelly y I.-M. Chao, «The impact of metaheuristics on solving the vehicle routing problem: Algorithms, problem sets, and computational results» de *Crainic TG and Laporte G (eds). Fleet Management and Logistics.*, Norwell, Kluwer, 1998, p. 33–56.
- [34] P. Sprent y N. Smeeton, *Applied Nonparametric Statistical Methods*, New York: Chapman & Hall/CRC, 2007.

8. Apéndices

8.1. Descriptivo de instancias probadas y la fuente de cada BKS

| Instancia | Mejor solución encontrada | 1° vez Método | 1° vez Fuente | Tipo | N: número de clientes |
|-----------|---------------------------|--|-----------------------|--------------|-----------------------|
| B-H-01 | 423,5 | SRI | Bolduc et Al.(2007) | Heterogéneas | 5 |
| B-H-02 | 476,5 | Chu | Chu(2005) | Heterogéneas | 10 |
| B-H-03 | 777 | GA | Kratika et Al. (2012) | Heterogéneas | 15 |
| B-H-04 | 1521 | Valor óptimo que no ha sido encontrado por ningún método | Bolduc et Al.(2007) | Heterogéneas | 22 |
| B-H-05 | 1609,5 | SRI | Bolduc et Al.(2007) | Heterogéneas | 29 |
| Chu-H-01 | 387,5 | Chu | Chu(2005) | Heterogéneas | 5 |
| Chu-H-02 | 586 | SRI | Bolduc et Al.(2007) | Heterogéneas | 10 |
| Chu-H-03 | 823,5 | GA | Kratika et Al. (2012) | Heterogéneas | 15 |
| Chu-H-04 | 1389 | SRI | Bolduc et Al.(2007) | heterogéneas | 22 |
| Chu-H-05 | 1441,5 | IDEA | Euchi&Chabchoub(2009) | heterogéneas | 29 |
| CE-H-01 | 1183,91 | IDEA | Euchi&Chabchoub(2009) | heterogéneas | 50 |
| CE-H-02 | 1781,59 | IDEA | Euchi&Chabchoub(2009) | heterogéneas | 75 |
| CE-H-03 | 1917,96 | TS/TS+ | Potvin et Al.(2012) | heterogéneas | 100 |
| CE-H-04 | 2428,22 | IDEA | Euchi&Chabchoub(2009) | heterogéneas | 150 |
| CE-H-05 | 2059,86 | IDEA | Euchi&Chabchoub(2009) | heterogéneas | 199 |
| CE-H-06 | 1202,99 | IDEA | Euchi&Chabchoub(2009) | heterogéneas | 50 |
| CE-H-07 | 2014,65 | IDEA | Euchi&Chabchoub(2009) | heterogéneas | 75 |
| CE-H-08 | 1981,17 | IDEA | Euchi&Chabchoub(2009) | heterogéneas | 100 |
| CE-H-09 | 2409,46 | IDEA | Euchi&Chabchoub(2009) | heterogéneas | 150 |
| CE-H-10 | 3207,2 | IDEA | Euchi&Chabchoub(2009) | heterogéneas | 199 |
| CE-H-11 | 2246,87 | IDEA | Euchi&Chabchoub(2009) | heterogéneas | 120 |
| CE-H-12 | 1902,05 | IDEA | Euchi&Chabchoub(2009) | heterogéneas | 100 |
| CE-H-13 | 2814,1 | IDEA | Euchi&Chabchoub(2009) | heterogéneas | 120 |
| CE-H-14 | 1903,01 | IDEA | Euchi&Chabchoub(2009) | heterogéneas | 100 |
| G-H-01 | 14174,27 | TS | Côté&Potvin(2009) | heterogéneas | 240 |
| G-H-02 | 18506,39 | RIP | Bolduc et Al.(2008) | heterogéneas | 320 |
| G-H-03 | 25177,92 | TS/TS+ | Potvin et Al.(2012) | heterogéneas | 400 |
| G-H-04 | 34473,26 | IDEA | Euchi&Chabchoub(2009) | heterogéneas | 480 |
| G-H-05 | 15411,82 | TS/TS+ | Potvin et Al.(2012) | heterogéneas | 200 |
| G-H-06 | 19859,3 | TS/TS+ | Potvin et Al.(2012) | heterogéneas | 280 |
| G-H-07 | 23410,63 | RIP | Bolduc et Al.(2008) | heterogéneas | 360 |

| | | | | | |
|--------|----------|--------|-----------------------|--------------|-----|
| G-H-08 | 27334,84 | TS/TS+ | Potvin et Al.(2012) | heterogéneas | 440 |
| G-H-09 | 1304,09 | IDEA | Euchi&Chabchoub(2009) | heterogéneas | 255 |
| G-H-10 | 1540,66 | IDEA | Euchi&Chabchoub(2009) | heterogéneas | 323 |
| G-H-11 | 2179,2 | IDEA | Euchi&Chabchoub(2009) | heterogéneas | 399 |
| G-H-12 | 2420,02 | IDEA | Euchi&Chabchoub(2009) | heterogéneas | 483 |
| G-H-13 | 2209,29 | IDEA | Euchi&Chabchoub(2009) | heterogéneas | 252 |
| G-H-14 | 2602,33 | IDEA | Euchi&Chabchoub(2009) | heterogéneas | 320 |
| G-H-15 | 3101,9 | IDEA | Euchi&Chabchoub(2009) | heterogéneas | 396 |
| G-H-16 | 3621,85 | TS/TS+ | Potvin et Al.(2012) | heterogéneas | 480 |
| G-H-17 | 1661,96 | IDEA | Euchi&Chabchoub(2009) | heterogéneas | 240 |
| G-H-18 | 2708,73 | TS/TS+ | Potvin et Al.(2012) | heterogéneas | 300 |
| G-H-19 | 3408,6 | IDEA | Euchi&Chabchoub(2009) | heterogéneas | 360 |
| G-H-20 | 4306,53 | TS | Côté&Potvin(2009) | heterogéneas | 420 |
| CE-01 | 1119,47 | TS | Côté&Potvin(2009) | Homogéneas | 50 |
| CE-02 | 1814,52 | TS | Côté&Potvin(2009) | Homogéneas | 75 |
| CE-03 | 1919,05 | UHGS | Vidal et Al.(2015) | Homogéneas | 100 |
| CE-04 | 2505,39 | UHGS | Vidal et Al.(2015) | Homogéneas | 150 |
| CE-05 | 3081,59 | UHGS | Vidal et Al.(2015) | Homogéneas | 199 |
| CE-06 | 1204,96 | IDEA | Euchi&Chabchoub(2009) | Homogéneas | 50 |
| CE-07 | 2004,02 | IDEA | Euchi&Chabchoub(2009) | Homogéneas | 75 |
| CE-08 | 2045,63 | IDEA | Euchi&Chabchoub(2009) | Homogéneas | 100 |
| CE-09 | 2422,74 | AVNS | Stenger&Vigo(2013) | Homogéneas | 150 |
| CE-10 | 3381,67 | UHGS | Vidal et Al.(2015) | Homogéneas | 199 |
| CE-11 | 2329,01 | IDEA | Euchi&Chabchoub(2009) | Homogéneas | 100 |
| CE-12 | 1950,64 | IDEA | Euchi&Chabchoub(2009) | Homogéneas | 120 |
| CE-13 | 2857,03 | IDEA | Euchi&Chabchoub(2009) | Homogéneas | 100 |
| CE-14 | 2213,02 | UHGS | Vidal et Al.(2015) | Homogéneas | 120 |
| G-01 | 14123,38 | AVNS | Stenger&Vigo(2013) | Homogéneas | 240 |
| G-02 | 19142,75 | MS-ILS | Vidal et Al.(2015) | Homogéneas | 320 |
| G-03 | 24409,02 | UHGS | Vidal et Al.(2015) | Homogéneas | 400 |
| G-04 | 34275,11 | AVNS | Stenger&Vigo(2013) | Homogéneas | 480 |
| G-05 | 14223,63 | UHGS | Vidal et Al.(2015) | Homogéneas | 200 |
| G-06 | 21382,16 | UHGS | Vidal et Al.(2015) | Homogéneas | 280 |
| G-07 | 23373,38 | UHGS | Vidal et Al.(2015) | Homogéneas | 360 |
| G-08 | 29712,97 | AVNS | Stenger&Vigo(2013) | Homogéneas | 440 |
| G-09 | 1316,53 | IDEA | Euchi&Chabchoub(2009) | Homogéneas | 255 |
| G-10 | 1583,1 | IDEA | Euchi&Chabchoub(2009) | Homogéneas | 323 |
| G-11 | 2123,98 | IDEA | Euchi&Chabchoub(2009) | Homogéneas | 399 |
| G-12 | 2530,29 | AVNS | Stenger&Vigo(2013) | Homogéneas | 483 |

| | | | | | |
|------|---------|------|-----------------------|------------|-----|
| G-13 | 2266,21 | IDEA | Euchi&Chabchoub(2009) | Homogéneas | 252 |
| G-14 | 2683,73 | UHGS | Vidal et Al.(2015) | Homogéneas | 320 |
| G-15 | 3104,68 | IDEA | Euchi&Chabchoub(2009) | Homogéneas | 396 |
| G-16 | 3595,22 | IDEA | Euchi&Chabchoub(2009) | Homogéneas | 480 |
| G-17 | 1631,29 | IDEA | Euchi&Chabchoub(2009) | Homogéneas | 240 |
| G-18 | 2686,54 | IDEA | Euchi&Chabchoub(2009) | Homogéneas | 300 |
| G-19 | 3413,56 | IDEA | Euchi&Chabchoub(2009) | Homogéneas | 360 |
| G-20 | 4312,45 | IDEA | Stenger&Vigo(2013) | Homogéneas | 420 |

8.2. Detalle de los resultados reportados por otros autores

| Instancia | Heterogéneas pequeñas | | | | |
|-----------|-----------------------|--------|--------|--------|--------|
| | Chu | SRI | RIP | GA | IDEA |
| Chu-H-01 | 387,5 | 387,5 | 387,5 | 387,5 | 387,5 |
| Chu-H-02 | 631 | 586 | 586 | 586 | 586 |
| Chu-H-03 | 900 | 826,5 | 826,5 | 823,5 | 826,5 |
| Chu-H-04 | 1681,5 | 1389 | 1389 | 1407 | 1389 |
| Chu-H-05 | 1917 | 1444,5 | 1444,5 | 1461 | 1441,5 |
| B-H-01 | 503 | 423,5 | 423,5 | 423,5 | 423,5 |
| B-H-02 | 476,5 | 476,5 | 476,5 | 476,5 | 476,5 |
| B-H-03 | 884 | 804 | 778,5 | 777 | 777 |
| B-H-04 | 1737 | 1564,5 | 1564,5 | 1545 | 1564,5 |
| B-H-05 | 1864,5 | 1609,5 | 1609,5 | 1609,5 | 1609,5 |

| Instancia | Heterogéneas grandes | | | | | | |
|-----------|----------------------|---------|--------|---------|--------|---------|---------|
| | SRI | RIP | Tabu | Tabu+ | GA | IDEA | UHGS |
| CE-H-01 | 1220,72 | 1192,72 | 1191,7 | 1191,7 | 1203,3 | 1183,91 | 1119,66 |
| CE-H-02 | 1858,24 | 1798,26 | 1795,5 | 1791,21 | 1860,8 | 1781,59 | 1815,63 |
| CE-H-03 | 1999,91 | 1934,85 | 1926,3 | 1917,96 | 1988,7 | 1918,29 | 1922,88 |
| CE-H-04 | 2615,95 | 2493,93 | 2481,6 | 2481,68 | 2622,2 | 2428,22 | 2509,82 |
| CE-H-05 | 3248,26 | 3195,66 | 3143,9 | 3143,01 | 3314,2 | 2059,86 | 3095,58 |
| CE-H-06 | 1264,72 | 1210,23 | 1206,8 | 1206,82 | 1210,8 | 1202,99 | 1207,47 |
| CE-H-07 | 2093,48 | 2042,79 | 2035,9 | 2031,85 | 2108,2 | 2014,65 | 2012,33 |
| CE-H-08 | 2058,81 | 2015,72 | 1991,2 | 1986,51 | 2057,8 | 1981,17 | 2057,57 |
| CE-H-09 | 2570,57 | 2445,88 | 2445,5 | 2447,58 | 2602 | 2409,46 | 2428,19 |
| CE-H-10 | 3391,25 | 3304,69 | 3271,7 | 3272,37 | 3415,4 | 3207,2 | 3387,12 |
| CE-H-11 | 2334,41 | 2308,76 | 2325,7 | 2336,51 | 2381,5 | 2246,87 | 2331,13 |
| CE-H-12 | 1924,92 | 1908,74 | 1912,5 | 1915,05 | 1954,8 | 1902,05 | 1953,13 |
| CE-H-13 | 2925,27 | 2842,18 | 2872,1 | 2868,13 | 2883,7 | 2814,1 | 2859,07 |

| | | | | | | | |
|---------|---------|----------|--------|---------|--------|----------|---------|
| CE-H-14 | 1957,63 | 1920,36 | 1925,5 | 1907,75 | 1988,8 | 1903,01 | 2213,02 |
| G-H-01 | 14599,2 | 14408,31 | 14174 | 14194,1 | 14812 | 14345,09 | 14151,5 |
| G-H-02 | 18945,8 | 18506,39 | 19057 | 18537,7 | 19395 | 18506,39 | 19190,8 |
| G-H-03 | 26151,2 | 25309,61 | 25300 | 25177,9 | 26523 | 25309,61 | 24588,3 |
| G-H-04 | 36519,4 | 35495,66 | 35388 | 34991,2 | 36262 | 34473,26 | 34517,5 |
| G-H-05 | 17173,2 | 15609,3 | 15896 | 15411,8 | 16254 | 15609,3 | 14296,1 |
| G-H-06 | 21083,4 | 19960,21 | 20381 | 19859,3 | 20718 | 19960,21 | 21488,3 |
| G-H-07 | 24855 | 23410,63 | 23916 | 23481,3 | 24727 | 23410,63 | 23463,1 |
| G-H-08 | 28413 | 27410,59 | 27521 | 27334,8 | 28605 | 27410,63 | 29918,1 |
| G-H-09 | 1371,98 | 1346,03 | 1331,1 | 1329,27 | 1386 | 1304,09 | 1332,63 |
| G-H-10 | 1599,77 | 1575,82 | 1555 | 1555,59 | 1622,1 | 1540,66 | 1603,82 |
| G-H-11 | 2249,11 | 2218,91 | 2191,2 | 2195,83 | 2266 | 2179,2 | 2192,68 |
| G-H-12 | 2573,81 | 2510,07 | 2535 | 2482,92 | 2580,3 | 2420,02 | 2529,84 |
| G-H-13 | 2325,09 | 2253,45 | 2231,9 | 2237,38 | 2330,8 | 2209,29 | 2261,5 |
| G-H-14 | 2783,74 | 2711,81 | 2685,5 | 2684,7 | 2809,9 | 2602,33 | 2687,5 |
| G-H-15 | 3224,5 | 3156,93 | 3123,6 | 3127,33 | 3285,7 | 3101,9 | 3152 |
| G-H-16 | 3740,85 | 3649,09 | 3853,2 | 3621,85 | 3780,4 | 3623,12 | 3632,04 |
| G-H-17 | 1741,66 | 1705,48 | 1674,9 | 1664,08 | 1932,2 | 1661,96 | 1671,72 |
| G-H-18 | 2787,1 | 2759,99 | 2722,3 | 2708,73 | 3062,1 | 2718,41 | 2733,12 |
| G-H-19 | 3518,5 | 3517,48 | 3445,9 | 3443,59 | 3893 | 3408,6 | 3504,26 |
| G-H-20 | 4362,31 | 4413,82 | 4306,5 | 4314,16 | 4865,3 | 4322,97 | 4319,37 |

| | Homogéneas | | | | | | |
|-----------|------------|----------|--------|---------|--------|----------|--------|
| Instancia | SRI | RIP | Tabu | Tabu+ | GA | AVNS | IDEA |
| CE-01 | 1199,99 | 1132,91 | 1119,5 | 1119,47 | 1159 | 1123,95 | 1119,5 |
| CE-02 | 1890,33 | 1835,76 | 1814,5 | 1814,52 | 1893,7 | 1814,52 | 1814,5 |
| CE-03 | 2050,33 | 1959,65 | 1921,1 | 1930,66 | 1987,8 | 1920,86 | 1920,4 |
| CE-04 | 2694,72 | 2545,72 | 2525,2 | 2525,17 | 2668,9 | 2512,05 | 2511,6 |
| CE-05 | 3228,67 | 3172,22 | 3113,6 | 3117,1 | 3279,6 | 3099,77 | 3088 |
| CE-06 | 1282,94 | 1208,33 | 1207,5 | 1207,47 | 1233,2 | 1207,81 | 1204,6 |
| CE-07 | 2092,32 | 2006,52 | 2006,5 | 2006,52 | 2086,2 | 2013,93 | 2004 |
| CE-08 | 2163,32 | 2082,75 | 2060,2 | 2056,59 | 2130,8 | 2052,05 | 2045,6 |
| CE-09 | 2526,82 | 2443,94 | 2438,4 | 2435,97 | 2558,7 | 2432,51 | 2428 |
| CE-10 | 3511,02 | 3464,9 | 3406,8 | 3401,83 | 3598,4 | 3391,35 | 3391,2 |
| CE-11 | 2375,71 | 2333,03 | 2353,4 | 2332,36 | 2383,3 | 2332,21 | 2329 |
| CE-12 | 2037,54 | 1953,55 | 1952,9 | 1952,86 | 2042,8 | 1953,55 | 1950,6 |
| CE-13 | 2916,21 | 2864,21 | 2882,7 | 2860,89 | 2929 | 2858,94 | 2857 |
| CE-14 | 2220,77 | 2224,63 | 2217 | 2216,97 | 2338,2 | 2215,38 | 2214,1 |
| G-01 | 14675,3 | 14388,58 | 14219 | 14190 | 14911 | 14157,08 | 14207 |

| | | | | | | | |
|-------|---------|----------|--------|---------|--------|----------|--------|
| G-02 | 20108,8 | 19505 | 19730 | 19208,5 | 20259 | 19204,36 | 19170 |
| G-03 | 26046,8 | 24978,17 | 25654 | 24592,2 | 25941 | 24602,61 | 24763 |
| G-04 | 36234,5 | 34957,98 | 36023 | 34802,1 | 36084 | 34415,82 | 34602 |
| G-05 | 15751,3 | 14683,03 | 14674 | 14261,3 | 14875 | 14272,32 | 14250 |
| G-06 | 23255,7 | 22260,19 | 22279 | 21498 | 22440 | 21440,79 | 21550 |
| G-07 | 25298,5 | 23963,36 | 24191 | 23513,1 | 24621 | 23375,6 | 23525 |
| G-08 | 30899,7 | 30496,18 | 30628 | 30073,6 | 31326 | 29797,62 | 30025 |
| G-09 | 1378,67 | 1341,17 | 1328,1 | 1325,62 | 1368,5 | 1335,45 | 1316,5 |
| G-10 | 1646,91 | 1612,09 | 1590,8 | 1590,82 | 1646,2 | 1604,5 | 1583,1 |
| G-11 | 2238,57 | 2198,45 | 2172,3 | 2173,8 | 2235,2 | 2189,02 | 2124 |
| G-12 | 2597,14 | 2521,79 | 2492,8 | 2495,02 | 2578,1 | 2520,29 | 2485 |
| G-13 | 2339,93 | 2286,91 | 2279 | 2274,12 | 2347,5 | 2291,83 | 2266,2 |
| G-14 | 2825,76 | 2750,75 | 2705 | 2703,31 | 2796,7 | 2708,22 | 2688,3 |
| G-15 | 3269,96 | 3216,99 | 3158,9 | 3161,26 | 3283,1 | 3194,82 | 3104,7 |
| G-16 | 3784,63 | 3693,62 | 3639,1 | 3638,39 | 3804 | 3671,34 | 3595,2 |
| G-17 | 1732,7 | 1701,58 | 1636,1 | 1633,35 | 1898,4 | 1682,49 | 1631,3 |
| G-18 | 2821,82 | 2765,92 | 2705,9 | 2710,21 | 3079 | 2741,8 | 2686,5 |
| G-19 | 3614,59 | 3576,92 | 3497,5 | 3497,72 | 3940,7 | 3507,94 | 3413,6 |
| G-20 | 4439,45 | 4378,13 | 4311,2 | 4306,89 | 4823,8 | 4332,44 | 4268,1 |
| CE-01 | 1199,99 | 1132,91 | 1119,5 | 1119,47 | 1159 | 1123,95 | 1119,5 |
| CE-02 | 1890,33 | 1835,76 | 1814,5 | 1814,52 | 1893,7 | 1814,52 | 1814,5 |
| CE-03 | 2050,33 | 1959,65 | 1921,1 | 1930,66 | 1987,8 | 1920,86 | 1920,4 |
| CE-04 | 2694,72 | 2545,72 | 2525,2 | 2525,17 | 2668,9 | 2512,05 | 2511,6 |
| CE-05 | 3228,67 | 3172,22 | 3113,6 | 3117,1 | 3279,6 | 3099,77 | 3088 |
| CE-06 | 1282,94 | 1208,33 | 1207,5 | 1207,47 | 1233,2 | 1207,81 | 1204,6 |
| CE-07 | 2092,32 | 2006,52 | 2006,5 | 2006,52 | 2086,2 | 2013,93 | 2004 |
| CE-08 | 2163,32 | 2082,75 | 2060,2 | 2056,59 | 2130,8 | 2052,05 | 2045,6 |
| CE-09 | 2526,82 | 2443,94 | 2438,4 | 2435,97 | 2558,7 | 2432,51 | 2428 |
| CE-10 | 3511,02 | 3464,9 | 3406,8 | 3401,83 | 3598,4 | 3391,35 | 3391,2 |
| CE-11 | 2375,71 | 2333,03 | 2353,4 | 2332,36 | 2383,3 | 2332,21 | 2329 |
| CE-12 | 2037,54 | 1953,55 | 1952,9 | 1952,86 | 2042,8 | 1953,55 | 1950,6 |
| CE-13 | 2916,21 | 2864,21 | 2882,7 | 2860,89 | 2929 | 2858,94 | 2857 |
| CE-14 | 2220,77 | 2224,63 | 2217 | 2216,97 | 2338,2 | 2215,38 | 2214,1 |
| G-01 | 14675,3 | 14388,58 | 14219 | 14190 | 14911 | 14157,08 | 14207 |
| G-02 | 20108,8 | 19505 | 19730 | 19208,5 | 20259 | 19204,36 | 19170 |
| G-03 | 26046,8 | 24978,17 | 25654 | 24592,2 | 25941 | 24602,61 | 24763 |
| G-04 | 36234,5 | 34957,98 | 36023 | 34802,1 | 36084 | 34415,82 | 34602 |
| G-05 | 15751,3 | 14683,03 | 14674 | 14261,3 | 14875 | 14272,32 | 14250 |
| G-06 | 23255,7 | 22260,19 | 22279 | 21498 | 22440 | 21440,79 | 21550 |

| | | | | | | | |
|------|---------|----------|--------|---------|--------|----------|--------|
| G-07 | 25298,5 | 23963,36 | 24191 | 23513,1 | 24621 | 23375,6 | 23525 |
| G-08 | 30899,7 | 30496,18 | 30628 | 30073,6 | 31326 | 29797,62 | 30025 |
| G-09 | 1378,67 | 1341,17 | 1328,1 | 1325,62 | 1368,5 | 1335,45 | 1316,5 |
| G-10 | 1646,91 | 1612,09 | 1590,8 | 1590,82 | 1646,2 | 1604,5 | 1583,1 |
| G-11 | 2238,57 | 2198,45 | 2172,3 | 2173,8 | 2235,2 | 2189,02 | 2124 |
| G-12 | 2597,14 | 2521,79 | 2492,8 | 2495,02 | 2578,1 | 2520,29 | 2485 |
| G-13 | 2339,93 | 2286,91 | 2279 | 2274,12 | 2347,5 | 2291,83 | 2266,2 |
| G-14 | 2825,76 | 2750,75 | 2705 | 2703,31 | 2796,7 | 2708,22 | 2688,3 |
| G-15 | 3269,96 | 3216,99 | 3158,9 | 3161,26 | 3283,1 | 3194,82 | 3104,7 |
| G-16 | 3784,63 | 3693,62 | 3639,1 | 3638,39 | 3804 | 3671,34 | 3595,2 |
| G-17 | 1732,7 | 1701,58 | 1636,1 | 1633,35 | 1898,4 | 1682,49 | 1631,3 |
| G-18 | 2821,82 | 2765,92 | 2705,9 | 2710,21 | 3079 | 2741,8 | 2686,5 |
| G-19 | 3614,59 | 3576,92 | 3497,5 | 3497,72 | 3940,7 | 3507,94 | 3413,6 |
| G-20 | 4439,45 | 4378,13 | 4311,2 | 4306,89 | 4823,8 | 4332,44 | 4268,1 |

8.3. Detalle de los resultados del método presentado

| Método | ARRELQ | ARRELQ | GRASP+VND | GRASP+VND | GRASP+VND+HC | GRASP+VND+HC |
|-----------|------------------|-------------------|------------------|-------------------|------------------|-------------------|
| Instancia | Promedio de %GAP | Suma de Tiempo(s) | Promedio de %GAP | Suma de Tiempo(s) | Promedio de %GAP | Suma de Tiempo(s) |
| B-H-01 | 0,0% | 34,00 | 0,0% | 0,07 | 0,0% | 0,31 |
| B-H-02 | 9,1% | 37,00 | 0,0% | 0,08 | 0,0% | 0,20 |
| B-H-03 | 8,1% | 38,00 | 0,1% | 0,47 | 0,1% | 0,79 |
| B-H-04 | 73,9% | 40,00 | 4,3% | 2,04 | 4,3% | 2,36 |
| B-H-05 | 24,9% | 44,00 | 0,2% | 0,50 | -0,4% | 0,65 |
| CE-01 | 11,5% | 177,00 | 2,2% | 0,66 | 1,8% | 0,85 |
| CE-02 | 12,4% | 201,00 | 2,6% | 3,63 | 2,6% | 4,14 |
| CE-03 | 18,7% | 89,00 | 7,4% | 3,83 | 7,2% | 4,32 |
| CE-04 | 19,9% | 139,00 | 10,8% | 8,99 | 10,8% | 9,53 |
| CE-05 | 23,6% | 168,00 | 11,7% | 20,22 | 11,7% | 20,83 |
| CE-06 | 7,2% | 224,00 | 2,5% | 1,31 | 2,3% | 1,83 |
| CE-07 | 11,3% | 111,00 | 2,8% | 3,07 | 2,8% | 3,60 |
| CE-08 | 17,7% | 125,00 | 7,8% | 3,85 | 7,6% | 4,33 |
| CE-09 | 20,7% | 152,00 | 7,4% | 10,33 | 7,4% | 10,59 |
| CE-10 | 20,2% | 193,00 | 11,1% | 19,81 | 11,1% | 20,38 |
| CE-11 | 17,0% | 132,00 | 5,4% | 7,63 | 5,4% | 8,16 |
| CE-12 | 19,4% | 135,00 | 6,9% | 4,74 | 5,5% | 5,26 |
| CE-13 | 14,6% | 152,00 | 4,5% | 6,55 | 4,3% | 6,73 |
| CE-14 | 20,2% | 157,00 | 8,2% | 2,77 | 7,2% | 2,96 |
| CE-H-01 | 12,8% | 58,00 | 1,5% | 0,82 | 1,4% | 0,98 |

| | | | | | | |
|----------|-------|--------|-------|--------|-------|--------|
| CE-H-02 | 9,5% | 70,00 | 2,9% | 2,57 | 2,7% | 2,76 |
| CE-H-03 | 19,3% | 69,00 | 7,4% | 4,98 | 7,2% | 5,37 |
| CE-H-04 | 21,2% | 85,00 | 11,2% | 10,10 | 11,2% | 10,54 |
| CE-H-05 | 75,7% | 92,00 | 66,9% | 19,82 | 66,9% | 20,43 |
| CE-H-06 | 8,0% | 79,00 | 2,8% | 1,75 | 2,7% | 2,15 |
| CE-H-07 | 10,2% | 77,00 | 3,3% | 2,14 | 3,3% | 2,35 |
| CE-H-08 | 13,6% | 89,00 | 4,4% | 8,22 | 4,2% | 8,62 |
| CE-H-09 | 15,5% | 83,00 | 8,5% | 11,68 | 8,5% | 12,16 |
| CE-H-10 | 19,9% | 75,00 | 9,2% | 21,80 | 9,2% | 22,03 |
| CE-H-11 | 12,6% | 71,00 | 6,2% | 7,70 | 6,2% | 8,11 |
| CE-H-12 | 16,7% | 79,00 | 6,1% | 5,46 | 5,5% | 5,91 |
| CE-H-13 | 18,1% | 87,00 | 5,0% | 8,08 | 5,0% | 8,51 |
| CE-H-14 | 23,2% | 122,00 | 10,3% | 5,77 | 9,6% | 6,19 |
| Chu-H-01 | 0,0% | 55,00 | 0,0% | 0,02 | 0,0% | 0,14 |
| Chu-H-02 | 20,5% | 64,00 | 0,0% | 0,21 | 0,0% | 0,57 |
| Chu-H-03 | 20,2% | 68,00 | 0,1% | 0,50 | 0,1% | 0,89 |
| Chu-H-04 | 3,5% | 83,00 | 2,1% | 0,72 | 2,1% | 1,06 |
| Chu-H-05 | 29,1% | 102,00 | 0,7% | 0,49 | 0,7% | 0,65 |
| G-01 | 52,7% | 119,00 | 15,0% | 47,57 | 15,0% | 47,85 |
| G-02 | 37,1% | 148,00 | 11,4% | 140,46 | 11,4% | 140,90 |
| G-03 | 34,3% | 187,00 | 10,9% | 296,17 | 10,9% | 297,43 |
| G-05 | 22,6% | 107,00 | 9,8% | 34,52 | 9,8% | 35,07 |
| G-06 | 40,9% | 140,00 | 14,3% | 75,49 | 14,3% | 76,06 |
| G-07 | 55,7% | 162,00 | 12,5% | 179,39 | 12,5% | 180,02 |
| G-08 | 34,6% | 213,00 | 15,2% | 284,10 | 15,2% | 285,25 |
| G-09 | 13,9% | 119,00 | -0,1% | 44,08 | -0,2% | 44,68 |
| G-10 | 3,0% | 146,00 | -0,7% | 80,87 | -0,7% | 81,79 |
| G-11 | 4,0% | 178,00 | 2,2% | 140,20 | 2,2% | 141,11 |
| G-12 | 0,5% | 230,00 | -1,3% | 474,15 | -1,3% | 476,62 |
| G-13 | 6,6% | 108,00 | 3,2% | 34,86 | 3,1% | 35,52 |
| G-14 | 7,8% | 126,00 | 4,1% | 57,50 | 4,0% | 58,70 |
| G-15 | 9,1% | 152,00 | 5,2% | 106,25 | 5,2% | 107,50 |
| G-16 | 7,9% | 185,00 | 5,0% | 183,28 | 4,9% | 184,58 |
| G-17 | 32,2% | 112,00 | 22,7% | 29,43 | 21,5% | 30,46 |
| G-18 | 31,3% | 119,00 | 23,7% | 49,68 | 23,1% | 50,35 |
| G-19 | 35,6% | 131,00 | 25,1% | 85,21 | 24,9% | 87,75 |
| G-20 | 28,8% | 146,00 | 18,9% | 140,28 | 18,8% | 143,07 |
| G-H-01 | 45,5% | 63,00 | 13,1% | 47,54 | 13,1% | 48,07 |
| G-H-02 | 30,1% | 68,00 | 8,9% | 162,45 | 8,9% | 163,38 |
| G-H-03 | 31,8% | 78,00 | 9,7% | 271,00 | 9,7% | 271,83 |
| G-H-04 | 44,1% | 91,00 | 15,0% | 385,29 | 15,0% | 386,21 |

| | | | | | | |
|--------|-------|--------|-------|--------|-------|--------|
| G-H-05 | 29,8% | 115,00 | 14,0% | 30,57 | 14,0% | 31,09 |
| G-H-06 | 26,2% | 113,00 | 8,9% | 99,31 | 8,9% | 99,56 |
| G-H-07 | 47,9% | 76,00 | 11,4% | 188,36 | 11,4% | 189,21 |
| G-H-08 | 32,3% | 85,00 | 8,5% | 396,82 | 8,5% | 397,74 |
| G-H-09 | 4,4% | 69,00 | 0,1% | 49,09 | 0,1% | 49,67 |
| G-H-10 | 0,7% | 43,00 | -0,1% | 89,41 | -0,1% | 90,35 |
| G-H-11 | 1,3% | 37,00 | -0,1% | 145,44 | -0,1% | 146,52 |
| G-H-12 | 3,1% | 37,00 | 2,0% | 253,31 | 2,0% | 254,38 |
| G-H-13 | 6,0% | 41,00 | 3,9% | 35,77 | 3,6% | 36,66 |
| G-H-14 | 10,0% | 46,00 | 6,4% | 67,45 | 5,3% | 68,32 |
| G-H-15 | 7,7% | 113,00 | 3,6% | 118,63 | 3,5% | 119,88 |
| G-H-16 | 5,1% | 149,00 | 3,0% | 194,88 | 2,8% | 196,26 |
| G-H-17 | 32,9% | 182,00 | 23,8% | 25,00 | 23,1% | 25,40 |
| G-H-18 | 29,9% | 234,00 | 23,1% | 54,08 | 22,7% | 55,48 |
| G-H-19 | 28,9% | 106,00 | 22,9% | 95,01 | 22,9% | 97,15 |
| G-H-20 | 23,1% | 136,00 | 18,3% | 165,47 | 18,2% | 169,94 |