

MODELO DE RED NEURONAL PARA LA PREDICCIÓN DEL PRECIO EN BOLSA DE LA ELECTRICIDAD

ADRIANA PATRICIA AGUDELO MONTOYA

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA
MEDELLÍN
2015

MODELO DE RED NEURONAL PARA LA PREDICCIÓN DEL PRECIO EN
BOLSA DE LA ELECTRICIDAD

ADRIANA PATRICIA AGUDELO MONTOYA

Trabajo de investigación para optar al título de Maestría en Ingeniería

Director
ESTEBAN VELILLA HERNANDEZ
Magister en Ingeniería
Universidad de Antioquia (UdeA)

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA
MEDELLÍN
2015

Nota de aceptación:

Firma del presidente del jurado

Firma del jurado

Firma del jurado

Medellín, 31 de marzo de 2016

RESUMEN

El precio en bolsa de la energía eléctrica en el corto plazo es una de las variables fundamentales en el mercado eléctrico, ya que éste ayuda a que los agentes puedan maximizar sus beneficios, ajustar las ofertas y los precios de los contratos y optimizar la operación del sistema. Este presenta una alta volatilidad y exhibe un comportamiento no lineal, reflejo de diferentes factores entre los que se destacan el comportamiento estratégico de los agentes y la alta dependencia de la generación hidráulica en el caso Colombiano.

En este trabajo se implementó un modelo para predicción de precio en bolsa promedio mensual por medio de redes neuronales dinámicas recurrentes con entradas exógenas y retardos en el tiempo. Modelo que permite considerar no solo la no linealidad del precio, sino los comportamientos de los agentes, implícito en los históricos del precio, y de otras variables fundamentales como la probabilidad del fenómeno de El Niño; la relación entre la generación hidráulica y térmica (variables que permiten considerar la hidrología del país); y la demanda eléctrica del sistema debido a su importancia tanto en el mercado eléctrico como en la operación del sistema, adicionalmente, esta variable es fundamental desde el punto de vista económico (oferta/demanda). El modelo se adapta al comportamiento no lineal del precio en bolsa, considerando la historia de las variables involucradas, retrasos en el tiempo y conexiones de realimentación (esto es, entradas exógenas que dependen de condiciones hidrológicas que representarán la dinámica de la variable de interés). Como variable autorregresiva el precio en bolsa promedio mensual. Esto con la finalidad de aprovechar la capacidad de aprendizaje y extrapolación ofrecida por las redes neuronales.

El modelo propuesto se comparó con un modelo estadístico ARIMA, donde se encontró que éste modelo sirve para inicializar el NARX con respecto al número de retardos y de esta forma simplificar el proceso de selección de la estructura de la red neuronal. Para el entrenamiento, validación y pruebas se analizaron datos entre enero de 2003 y marzo de 2014. Los resultados obtenidos presentaron una correlación del 96% con respecto a los datos evaluados. Adicionalmente, la efectividad del modelo fue probada con datos entre abril de 2014 y septiembre de 2015. Observándose, que al incorporar la historia del precio y variables dependientes de condiciones hidrológicas como el Fenómeno del Niño en el modelo, se puede reproducir adecuadamente la dinámica del precio de la energía en Colombia, incluso en meses posteriores al periodo de tiempo considerado.

Palabras clave: redes neuronales artificiales, condiciones hidrológicas, relación entre la generación hidráulica y térmica, la probabilidad del fenómeno de El Niño.

ABSTRACT

The stock price of electricity in the short term is one of the most fundamental variables in the electricity market, since this variable can help agents to maximize their profits, adjust their bids and contract prices; as well as optimizing the system operation as a whole. This shows a high volatility and exhibits a non linear behavior. This occurs due to different factors among which are the strategic behavior of agents and the high dependence on hydroelectric generation.

In this work was implemented a forecasting model for monthly average electricity stock prices through dynamic recurrent neural networks. Such model will allow considering not only the nonlinear behavior of price, but also and the behavior of agents, implicit in historical price data. The model will also consider other variables such as the probability of El Fenómeno del Niño phenomenon, the hydraulic/thermic generation ratio and the demand of electricity. This last variable is of great importance important from the economic point of view (offer/demand). The model reproduced the nonlinear behavior of stock prices considering the historical data of the variables into account, delays in time and feedback connections (that is, exogenous inputs that depend on hydrology conditions and will represent the dynamics to the variable under study). Also, as autoregressive variable the monthly average stock price will be taken into account. This with the aim of taking advantage of the artificial neural network's learning capacity and extrapolation.

The proposed model was compared with an ARIMA statistical model. It was found that NARX model can be initialized with ARIMA model number of delays, and thus simplify the selecting process of NARX structure. Therefore, it was implemented a hybrid NARX-ARIMA. Data from January 2003 to March 2014 were used for training, validation and testing. The results showed a correlation of 96% with respect to the evaluated data. Additionally, the model effectiveness was tested with data between April 2014 and September 2015. Noting that incorporating price history and dependent variables of hydrological conditions as El Niño, the model can adequately reproduce the dynamics of energy prices in Colombia, even months after the time period considered.

Keywords: artificial neural network, hydrology conditions, the hydraulic/thermic generation ratio, probability of El Niño phenomenon.

AGRADECIMIENTOS

A Dios por cada instante de mi vida.

A mi familia por el acompañamiento.

A mi novio por su apoyo.

Al profesor Esteban Velilla Hernández por su asesoría y dedicación.

Al profesor Jesús María López Lezama por su ayuda.

TABLA DE CONTENIDO

1	INTRODUCCIÓN.....	13
2	ESTADO DEL ARTE.....	16
3	ANÁLISIS DE VARIABILIDAD DEL PRECIO DE BOLSA CON RESPECTO A LAS CONDICIONES HIDROLÓGICAS Y ANÁLISIS DE LAS VARIABLES DE ENTRADA PARA EL MODELO	26
3.1	CAMBIOS REGULATORIOS.....	27
3.2	VARIABLES ANALIZADAS DEPENDIENTES DE LAS CONDICIONES HIDROLÓGICAS .	28
3.2.1	<i>Relación entre generación Hidráulica y Térmica</i>	<i>30</i>
3.2.2	<i>Volumen útil diario de energía kWh-mensual.....</i>	<i>31</i>
3.2.3	<i>Caudal promedio mensual.....</i>	<i>32</i>
3.2.4	<i>Aporte de energía kWh-mensual.....</i>	<i>33</i>
3.2.5	<i>Probabilidad del fenómeno de El Niño</i>	<i>34</i>
3.3	ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE LAS VARIABLES CONSIDERADAS	35
3.3.1	<i>Variables Linealmente independientes.....</i>	<i>35</i>
3.3.2	<i>Diagrama de caja</i>	<i>36</i>
3.3.3	<i>Análisis de correlación.....</i>	<i>37</i>
4	MODELOS SELECCIONADOS	39
4.1	MODELO ARIMA O ARMA	39
4.1.1	<i>Análisis de la estacionariedad de la serie.....</i>	<i>40</i>
4.1.2	<i>Composición del modelo ARIMA(p,d,q).....</i>	<i>42</i>
4.2	MODELO DE RED NEURONAL.....	46
4.2.1	<i>Arquitectura de las RNAs</i>	<i>48</i>
4.2.2	<i>Aprendizaje de las RNAs.....</i>	<i>50</i>
4.2.3	<i>Algoritmos de aprendizaje</i>	<i>52</i>
4.2.4	<i>Principales modelos de red neuronal</i>	<i>53</i>
	LAS FUNCIONES DE BASE RADIAL CONSTAN DE TRES CAPAS, UNA DE ENTRADA, UNA CAPA OCULTA Y UNA CAPA DE SALIDA, VER FIGURA 23. EN LA CAPA OCULTA SE ENCUENTRAN LAS FUNCIONES DE BASE RADIAL, DONDE LA SALIDA ES LA DISTANCIA DE LA ENTRADA HASTA UN PUNTO CENTRAL, ESTA DISTANCIA ESTÁ DADA POR (22):	56
4.2.5	<i>Funciones de activación.....</i>	<i>57</i>
4.2.6	<i>Red neuronal no lineal autorregresiva con entradas exógenas (NARX)</i>	<i>58</i>
5	RESULTADOS DE LOS MODELOS ANALIZADOS	63

5.1	RESULTADOS MODELO ARIMA.....	63
5.1.1	<i>Pronóstico de toda la serie</i>	63
5.1.2	<i>Pronóstico del modelo fuera de la muestra</i>	64
5.1.3	<i>Análisis de la serie residual modelo ARIMA</i>	65
5.2	IMPLEMENTACIÓN DEL MODELO DE RED NEURONAL NO LINEAL AUTORREGRESIVO CON ENTRADAS EXÓGENAS (NARX).....	67
5.2.1	<i>Variables de entrada del modelo, número de neuronas y de retardos</i> 68	
5.2.2	<i>Entrenamiento de la red</i>	71
5.3	RESULTADOS MODELO NARX-ARIMA.....	73
5.3.1	<i>Pronóstico modelo ANRX-ARIMA de toda la serie</i>	75
5.3.2	<i>Pronóstico del modelo NARX-ARIMA fuera de la muestra</i>	78
5.3.3	<i>Análisis de la serie residual NARX-ARIMA</i>	79
6	CONCLUSIONES	82
7	REFERENCIAS	84
8	ANEXOS	91

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Precio promedio mensual de la bolsa de energía 1996-2014.....	27
Figura 2. Composición de la generación del SIN en 2013	29
Figura 3. Comportamiento de la generación hidráulica y térmica en Colombia	29
Figura 4. Relación entre Generación Hidráulica/Generación Térmica y precio de bolsa promedio mensual	31
Figura 5. Volumen útil diario de energía y precio de bolsa promedio mensual.....	32
Figura 6. Caudal promedio mensual y precio de bolsa promedio mensual.....	33
Figura 7. Aporte energía y precio de bolsa promedio mensual.....	33
Figura 8. Probabilidad del Fenómeno de El Niño y precio de bolsa promedio mensual	34
Figura 9. Diagrama de caja de las variables analizadas	37
Figura 10. Serie de precios de bolsa promedio mensual desde enero de 2003 hasta marzo de 2014.	41
Figura 11. Función de ACF de la serie de precios	42
Figura 12. Metodología Box-Jenkins.....	45
Figura 13. Neurona biológica	46
Figura 14. Sináptica de una neurona biológica	47
Figura 15. Neurona McCulloch and Pitts	48
Figura 16. a) Red neuronal unidireccional monocapa. b) Red neuronal unidireccional multicapa.....	49
Figura 17. a) Red neuronal recurrente monocapa. b) Red neuronal recurrente multicapa	49
Figura 18. Clasificación taxonómica del proceso de aprendizaje.....	50
Figura 19. Modelo del Perceptrón.....	54
Figura 20. Función de transferencia del perceptrón.....	54
Figura 21. Red Adaline	55
Figura 22. Red Elman	56
Figura 23. Red neuronal de base radial.....	57
Figura 24. Principales funciones de activación	57
Figura 25. Diagrama de bloques del modelo NARX	58
Figura 26. Perceptrón multicapa	59
Figura 27. Modelo NARX con retardos	60
Figura 28. Pronóstico modelo ARIMA de toda la muestra	64
Figura 29. Pronóstico modelo ARIMA con datos fuera del modelo.....	65
Figura 30. Autocorrelación parcial de la serie residual del modelo ARIMA.....	66
Figura 31. Estandarización de la serie residual del modelo ARIMA.....	66

Figura 32. Diagrama de flujo para encontrar el modelo de red neuronal	68
Figura 33. Diagrama de flujo modelo NARX-ARIMA.....	74
Figura 34. Estructura de la red neuronal del modelo propuesto	75
Figura 35. Pronóstico de la red neuronal dentro de la muestra	76
Figura 36. Coeficiente de correlación obtenido con la RNA.....	77
Figura 37. Pronóstico de la red neuronal dentro de la muestra y con datos fuera de la muestra	78
Figura 38. Coeficiente de determinación (R) para los datos completos dentro y fuera de la muestra	79
Figura 39. Autocorrelación muestral y autocorrelación parcial muestral de la serie residual	80

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Revisión bibliográfica de predicción de precios a nivel internacional por medio de series de tiempo	17
Tabla 2. Revisión bibliográfica de predicción de precios a nivel internacional por medio de redes neuronales	19
Tabla 3. Revisión bibliográfica de predicción de precios a nivel nacional	21
Tabla 4. Valores singulares de la matriz de variables analizadas	36
Tabla 5. Correlación entre las variables analizadas y el precio de bolsa promedio mensual	38
Tabla 6. Media y varianza de la serie dividida en diferentes muestras	40
Tabla 7. Analogía entre neurona biológica y neurona artificial	47
Tabla 8. Principales modelo de red neuronal con aprendizaje supervisado	52
Tabla 9. Comparación de resultados con diferentes neuronas y retrasos	70
Tabla 10. Comparación de diferentes modelos con incorporación de las diferentes variables físicas	70
Tabla 11. Rendimiento de los métodos de entrenamiento de las redes neuronales	71
Tabla 12. Parámetros de entrenamiento	73
Tabla 13. Resultados modelo NARX-ARIMA variando las neuronas	75
Tabla 14. RECM y R obtenido para con el modelo de RNA	76
Tabla 15. Pesos para la demanda	91
Tabla 16. Pesos para la relación entre generación hidráulica y térmica	91
Tabla 17. Pesos para la probabilidad de fenómeno de El Niño	92
Tabla 18. Pesos para el volumen útil diario de energía	92
Tabla 19. Pesos para la realimentación	92
Tabla 20. Bias de la capa oculta	93
Tabla 21. Bias de la capa de entrada	93
Tabla 22. Bias capa de salida	94

1 INTRODUCCIÓN

En el sistema eléctrico colombiano la energía eléctrica se puede transar de dos formas: por medio de contratos bilaterales (largo plazo) o en la bolsa de energía (corto plazo). En Colombia el ente encargado de operar y administrar el mercado eléctrico es XM (Expertos en Mercados S.A). Un día antes del despacho los agentes declaran su disponibilidad de energía y precio de la oferta a XM y este se encarga de realizar el despacho teniendo en cuenta la disponibilidad de los agentes, el precio con el que ofertaron y las restricciones de la red (XM, 2014). El precio de la energía eléctrica es una característica fundamental del mercado y debido a la alta volatilidad que éste presenta en la bolsa se hace necesario tener un panorama de los posibles precios (Velásquez, 2008), (Hirshleifer y Hirshleifer, 1998), siendo agentes y operadores del sistema los más beneficiados.

Entre los indicadores del mercado eléctrico colombiano se encuentra el volumen útil diario, los aportes, la demanda de energía, la generación hidráulica, la generación térmica, exportaciones, precio de bolsa promedio aritmético, transacciones en contratos, restricciones sin alivios (XM, 2016). Los anteriores indicadores son representativos para el mercado y tienen incidencia en la formación del precio en bolsa de la energía eléctrica. Debido a que la generación de energía en el sistema eléctrico colombiano es predominantemente hidráulica (67 %) (XM, 2013), los precios dependen en gran medida de las condiciones hidrológicas, condiciones que se ven afectadas cuando se presenta el Fenómeno de El Niño, ya que este incide directamente sobre los aportes hídricos a los embalses. Esto lleva a la disminución de la generación hidráulica y aumento en la generación térmica, también lleva a que se presente alza en los precios de bolsa y en contratos a largo plazo (UPME, 2013). Varios Fenómenos de El Niño ocurridos en Colombia han reflejado el impacto que tiene éste en el mercado por su alta dependencia en la energía hidráulica. También se ha evidenciado que cuando éste fenómeno se anuncia en Colombia el precio de la electricidad tiende a aumentar (CIDET, 2014). Esto se da porque los generadores se deben preparar para enfrentar una época de fuerte sequía y deben tener especial cuidado con los niveles de los embalses para no presentar racionamientos, por lo que el precio de la electricidad puede llegar a ser muy alto, lo cual afecta la economía de los usuarios. Por este motivo es necesario analizar el precio de bolsa teniendo en cuenta la gran dependencia que éste tiene con las condiciones hidrológicas, de esta forma se logra tener un panorama de inversión, de ofertas y de operación del sistema.

La desregulación de los mercados eléctricos ha generado mayor inversión del sector privado y generado una mayor volatilidad en el precio de bolsa de la energía (Li y Flynn (2004)). Conocer el posible precio en bolsa de la energía es importante ya que este es esencial para que los agentes ajusten las ofertas y los precios de los contratos (Hong y Lee., 2005), para que los productores formulen las estrategias de comercialización en el mercado del corto plazo y optimizar su programa de generación (Conejo et al, 2005) (Velásquez 2008). Aunque aproximadamente el 80 % de la energía se transa por contratos bilaterales (SIC, 2016) y sólo el 20 % se oferta en la bolsa, las decisiones operativas y estratégicas son basadas en los pronósticos (Hong y Lee, 2005), por lo que es importante la adecuada predicción del precio en bolsa de la electricidad, pues como se mencionó con anterioridad la energía se puede transar de dos formas y ambas formas se ven soportadas por los pronósticos de precios.

La Comisión de Regulación de Energía y Gas (CREG) es la encargada de regular la prestación de los servicios públicos domiciliarios, entre estos la energía. Estas regulaciones tienen como principio incentivar la competencia, regular los monopolios, entre otros (CREG, 2016). La variable principal del mercado energético que es el precio de bolsa se ve afectada por los cambios regulatorios que se presenten. Una de las resoluciones que mayor impacto ha causado en este es la CREG 026 de 2001, en la que se establece que los generadores ofertarán a un único precio diario y no horario como se venia realizando, lo anterior influencia de gran manera el precio de bolsa, por lo que se optó por analizar la información del precio desde el año 2003, tiempo suficiente para que esta regulación fuera asimilada por los generadores, luego del año 2003 han surgido nuevas regulaciones de la CREG, sin embargo estos cambios regulatorios son tenidos en cuenta a través de los datos históricos del precio en bolsa, el cual reacciona a los cambios regulatorios.

para este trabajo de investigación se abordaron algunos de los indicadores del mercado eléctrico colombiano mencionados con anterioridad, los cuales se consideraron más importantes y que posiblemente afectaran de mayor manera la formación del precio en bolsa, se propuso un modelo para la predicción de precio en bolsa promedio mensual, al cual se le incorporaron variables que dependen de las condiciones hidrológicas y se abordaron algunas de las variables , como: la relación entre generación hidráulica y térmica, variable que indica el tipo de energía generada en mayor cantidad, cuando se presenta mayor generación térmica se dan mayores costos; el volumen útil de energía, variable que refleja la cantidad de energía hidráulica disponible, cuando este volumen disminuye aumenta el precio de la energía; y la probabilidad del fenómeno de El Niño, variable que incide directamente sobre los aportes hídricos a los embalses, conllevando a la

disminución de la generación hidráulica y por ende, al aumento de la generación térmica, incrementando los precios de la energía en bolsa (UPME, 2013). Debido a que el precio resulta ser altamente volátil y exhibe un comportamiento no lineal, se optó por abordar su predicción con redes neuronales que pudieran incorporar no solo el comportamiento no lineal sino también tener en consideración los comportamientos dependientes de la historia de sus variables.

En Colombia se han realizado diferentes modelos de predicción de redes neuronales en el que se incorporan variables hidrológicas, lo cual se aborda en el capítulo 2, en el que se tiene en cuenta la probabilidad del Fenomeno de El Niño, en este trabajo se abodaron estas variables ademas de la relación entre la generación hidráulica y generación térmica, la cual no ha sido incorporada en los modelos revisados en el capítulo 2.

Este trabajo de investigación está compuesto por los siguientes capítulos: capítulo 2 se presenta el estado del arte de los modelos de predicción del precio de bolsa utilizados comunmente. En el capítulo 3 se analiza el comportamiento historico del precio en bolsa promedio mensual, las principales regulaciones que han impactado el precio y la vulnerabilidad de este con respecto a las condiciones hidrológicas. Adicionalmente, se realizaron pruebas estadisticas a las variables analizadas con la finalidad de seleccionar las variables más determinantes en la construcción del precio. En en capítulo 4 se abordan los conceptos teoricos de las redes neuronales y se describen los modelos desarrollados en este trabajo de investigación (NARX y ARIMA). En el capítulo 5 se exponen los resultados obtenidos con los modelos. En el capítulo 6 se concluyen los principales resultados obtenidos en el desarrollo de la investigación.

2 ESTADO DEL ARTE

La búsqueda de mercados eléctricos cada vez más competitivos ha generado que el precio de bolsa presente una alta volatilidad. Teniendo en cuenta la importancia de conocer el posible precio de bolsa de la energía se hace necesario generar modelos que predigan el comportamiento de esta variable. La predicción de precios se ha realizado con modelos explicativos (entender el comportamiento histórico de los precios), modelos predictivos (pronosticar su valor futuro) y mediante análisis económico donde se analiza el sistema con la oferta y la demanda, y en algunas ocasiones con la incorporación de la red, para encontrar un equilibrio del mercado, los modelos que se destacan son: Bertrand, Cournot, Stakelberg, Sweezy (Velásquez (2008)).

Debido al racionamiento que hubo en Colombia en los años 1991-1992 se adoptaron nuevas medidas para el sector energético, como la inversión del sector privado en la generación y comercialización de la energía eléctrica. A principios de la década del 90 eran 30 las empresas encargadas del servicio de la electricidad. Todas estas estaban en manos del Estado y en su mayoría integradas verticalmente desde la generación hasta la comercialización. Todas las empresas eran accionistas de Interconexión Eléctrica S.A (ISA) (Urbiztondo y Rojas, 2005). Las Leyes 142 de 1994 y 143 de 1994 permitieron la inversión privada en el sector eléctrico, luego de la reforma la estructura del mercado queda marcada por un fragmento competitivo, los cuales son comercialización y generación, otro fragmento de monopolios como son el transporte y la distribución y la creación de instituciones regulatorias. Actualmente en el sistema eléctrico se tienen registrados 53 generadores y 94 comercializadores (XM, 2014), lo que ha impulsado la competencia del sector.

El mercado eléctrico colombiano permite que la energía eléctrica sea transada de dos formas: en una los comercializadores y los grandes consumidores pueden tener contratos con los generadores para la compra de energía en grandes bloques y entre estos pactan el precio (largo plazo) (XM, 2014). La otra forma es que los agentes generadores ofertan la disponibilidad de energía y el precio de la oferta a XM (corto plazo).

Adicionalmente, el precio en bolsa resulta muy volátil debido a diversos factores, entre ellos se pueden destacar (UPME, 2013):

- Nivel de los embalses en épocas de hidrología crítica.

- Restricciones en el suministro y transporte de combustibles frente a desabastecimiento.
- Diferentes expectativas de los inversionistas.
- Número pequeño de agentes con un poco más del 80 % de la generación del país, entre otras.

Debido al efecto de las variables mencionadas anteriormente y a las normas o regulaciones propias de cada país que afectan la formación del precio en bolsa de la electricidad, no es fácil encontrar un modelo único o generalizado para predecir dicho precio. Diferentes metodologías y modelos han sido desarrollados e implementados para tal fin. De la Tabla 1 a la Tabla 3 se presentan algunos modelos desarrollados.

En la Tabla 1 se exponen algunos de los modelos reportados en la literatura técnica para la predicción de precios en diversos mercados por medio de series de tiempo.

Tabla 1. Revisión bibliográfica de predicción de precios a nivel internacional por medio de series de tiempo

Autor	Tema	Tiempo	Año	Mercado
* HepingLiu * JingShi	Metodología para la predicción precio de la electricidad en el corto plazo con el modelo ARMA-GARCH (Liu y Shi (2013))	Hora de antelación	2013	Mercado eléctrico de ISO Nueva Inglaterra
* M. Zhou * Z. Yan * Y.X. Ni * G. Li and *Y. Nie	Modelo de predicción ARIMA que incluye la corrección de errores para mejor precisión (Zhou et al. (2006)).	Hora-Hora	2006	California
*Reinaldo C. García *Javier Contreras *Marco van Akkeren *João Batista C. García	Modelo GARCH para la predicción del precio en el corto plazo (García et al. (2005))	Día de antelación	2005	España y California

Autor	Tema	Tiempo	Año	Mercado
*Rafal Weron *Adam Misiorek	Predicción del precio con series de tiempo, tomando como entrada exógena la carga del sistema (Weron y Misiorek (2005)).	Día de antelación	2005	California
*Antonio J. Conejo *Miguel A. Plazas *Rosa Espínola *Ana B. Molina	Predicción del precio en el corto plazo con la transformada de Wavelet y el modelo ARIMA (Conejo et al. (2005)).	Día de antelación	2005	España peninsular
*Jesús Crespo Cuaresma *JaroslavaHlouskova *Stephan Kossmeier *Michael Obersteiner	Presenta modelos lineales de series de tiempo univariadas para la predicción del precio de electricidad (Crespo et al. (2004)).	1-7 días de antelación	2004	La bolsa de energía de Leipzig (LPX)-Alemania
*Ming Zhou *ZhengYan, Yixin Ni *Gengyin Li	Predicción del precio de la electricidad con un modelo ARIMA con exactitud por errores (Zhou et al. (2004)).	Día de antelación	2004	Mercado de California
*HaitengXu *TakNiimura	Presentan la predicción del precio de la electricidad en el corto plazo con modelo de Wavelet y series de tiempo multivariada (Xu y Niimura (2004))	Día de antelación	2004	Pennsylvania-New Jersey-Maryland (PJM)
*Chang-il Kim *In-Keun Yu *Y.H. Song	Predicción del precio marginal del sistema usando análisis de transformada de wavelet (Kim et al. (2002)).	Día de antelación	2002	Reino Unido
*Francisco J. Nogales *Javier Contreras *Antonio J. Conejo *Rosario Espínola	Predicción del precio del día siguiente por series de tiempo (Nogales et al. (2002)).	Día de antelación	2002	Mercados de la electricidad de la España peninsular y Se presentan California.
*Javier Contreras *Rosario Espínola *Nogales *Antonio Conejo	Modelo ARIMA para la predicción del precio. con modelo ARIMA (Contreras et al. (2003)).	Día de antelación	2003	Mercados de España y California

En la Tabla 2 se presentan algunos de los modelos reportados en la literatura técnica para la predicción de precios en diversos mercados por medio redes neuronales o modelos híbridos de series de tiempo y redes neuronales.

Tabla 2. Revisión bibliográfica de predicción de precios a nivel internacional por medio de redes neuronales

Autor	Tema	Tiempo	Año	Merca do
*NitinAnand*Sh rivastava *BijayaKetan*P anigrahi	Predicción del precio en el corto plazo utilizado un modelo híbrido Wavelet-ELM (Shrivastava y Panigrahi (2014)).	Día de antelación	2014	Ontario, PJM, Nueva York , Italiano
*G.J. Osório *J.C.O. Matias *J.P.S. Catalão	Predicción del precio en el corto plazo usando un modelo de transformada de Wavelet, sistema de inferencias neuro difusas y optimización por enjambre de partículas (Osório et al. (2014)).	24-168 horas de antelación	2014	España PJM
*S. Anbazhagan *N. Kumarappan	Presenta la predicción del precio en el corto plazo con el modelo red neuronal recurrente de Elman (Anbazhagan y Kumarappan (2013)).	Día de antelación	2013	España, New York
*J.P.S. Catalão *H.M.I. Pousinho *V.M.F. Mendes	Predicción del precio en el corto plazo por medio de la Transformada de Wavelet, un híbrido de redes neuronales y lógica difusa (Catalão et al. (2011)).	Precios semana siguiente	2011	España península r
*Deepak Singhal *K.S. Swarup	Predicción de precios usando redes neuronales (Singhal y Swarup (2011)).	Día de antelación	2011	Mercado Nueva Inglaterra
*M. Shafie-khah *M. Parsa *Moghaddam *M.K. Sheikh-El-Eslami	Predicción del precio de la electricidad en el corto plazo por medio del modelo híbrido usando la transformada de Wavelet, modelo ARIMA, redes neuronales de base radial (RBFN) (Shafie-khah et al. (2011)).	Día de antelación	2011	España península r
Phatchakorn Areekul *TomonobuSen jyu *Hirofumi Toyama *AtsushiYona	Predicción de precios de la electricidad en el corto plazo por medio de un modelo que combina el modelo ARIMA y modelo de redes neuronales artificiales (ANN) (Areekul et al. (2010)).	Corto plazo	2010	Australia, Nueva Gales del sur
*Javier Muñoz Corral	Predicción del precio de la electricidad mediante redes neuronales (NARX) variables: Valor de la demanda en la determinación del precio de la Electricidad (Muñoz (2010)).	horizonte de 24 horas	2010	Madrid

Autor	Tema	Tiempo	Año	Merca do
*Jinxing Che*Jianzhou Wang	Presentan la predicción precios de la electricidad en el corto plazo basados en la regresión de vectores soporte y modelo ARIMA (Che y Wang (2010)).	Semana de antelación	2010	California
*Z. Hu *L. Yang *Z. Wang *D. Gan *W. Sun *K. Wang	Predicción del precio de la electricidad en el corto plazo, por medio de redes neuronales (Hu et al. (2008)).	Corto plazo	2008	Zhejiang, China
*Juan D. Velásquez *Isaac Dyner *Reinaldo C. Souza	Modelado del precio spot de la electricidad en Brasil usando una red neuronal autorregresiva (Velásquez et al. (2008)).	Mensual	2008	Brasil
*Alvaro I. Arciniegas *Ismael E. Arciniegas Rueda	Pronóstico del precio en el corto plazo en el mercado de Ontario con sistema de inferencia basada en lógica difusa (Arciniegas y Arciniegas (2008)).	Día de antelación	2008	Ontario
*Raquel Gareta *Luis M. Romeo *Antonia Gil	Predicción del precio en el corto plazo por medio de redes neuronales (Gareta et al. (2006)).	1-3 días de antelación	2006	----
*Paras Mandal *TomonobuSen jyu *Toshihisa*Fun abashi	Predicción de precios de la electricidad y las cargas mediante redes neuronales (Mandal et al (2006)).	Hora de antelación de 1-6	2006	Mercado Victoria
*Amjady, Nima	Predicción del precio en el corto plazo por medio de la Combinación de lógica difusa y un algoritmo de aprendizaje eficiente (Amjady (2006)).	Día de antelación	2006	Mercado español
*Alicia Mateo González *Antonio Muñoz San Roque *Javier García- González	Predicción del precio en el corto plazo por medio del modelo oculto de Markov (Mateo et al. (2005)).	Hora de antelación	2005	España
*Ying-Yi Hong *Chuan-Fang Lee	Previsión de precios método que combina razonamiento difuso y redes neuronales recurrentes para mercados desregulados (Hong y Lee (2005)).	Corto plazo	2005	Mercado PJM
*Antonio J. Conejo *Javier Contreras *Rosa Espínola *Miguel A. Plazas	Predicción del precio en el corto plazo por medio de series de tiempo (ARIMA, regresión dinámica, función de transferencia), redes neuronales y Wavelet (Conejo et al. (2005)).	Día de antelación	2005	Mercado PJM

Autor	Tema	Tiempo	Año	Merca do
*Claudia P. Rodríguez *George J. Anders	Predicción del precio en el corto plazo mediante redes neuronales, lógica difusa y una combinación de los dos (Rodríguez y Anders (2004)).	Hora de antelación	2004	Ontario
*H.Y. Yamin S.M. *Shahidehpour S. *Z. Li	Predicción del precio en el corto plazo mediante redes neuronales (factores de reserva, de carga, precio histórico de tiempo (Yamin et al. (2004)).	Horas de antelación	2004	California

En la Tabla 3 se presentan algunos de los modelos reportados en la literatura técnica para la predicción de precios en el mercado eléctrico colombiano.

Tabla 3.Revisión bibliográfica de predicción de precios a nivel nacional

Autor	Tema	Variables de entrada	tiempo	Año	Mercado
* Hurtado Moreno, Laura *Quintero Montoya, Olga Lucía *García Rendón, John Jairo	Estimación del precio de oferta de la energía eléctrica en Colombia mediante inteligencia artificial. Presenta una metodología para la estimación de los precios diarios a los que ofertan la energía que producen los principales recursos hídricos y térmicos en Colombia, usan dos modelos: la Lógica Difusa y las Redes Neuronales (Moreno et al (2014)).	* Variables propias del agente *Variables climáticas *Técnicas *Precio de bolsa Rezagado n periodos de tiempo	Estimación de los precios diarios	2014	Colombia
*Rodrigo Alfonso Hidalgo Anfossi	Determinación de precios vía equilibrio de Cournot en el mercado eléctrico spot colombiano: se obtuvo un modelo económico para estimar el precio de bolsa de la energía eléctrica en el corto plazo por medio del equilibrio de Nash-Cournot. Los autores determinaron el precio de la energía en un punto de equilibrio hallado con el modelo de Nash-Cournot. No se consideraron las restricciones técnicas de las líneas, ni los contratos bilaterales y se trabajó con una función objetivo lineal (Hidalgo (2013)).	*Restricción de la capacidad instalada por cada planta de cada uno de los 6 agentes que según reportó XM producen casi el 90 % de la electricidad generada en el país	Precio diario	2013	Colombia

Autor	Tema	Variables de entrada	tiempo	Año	Mercado
*UPME	Estudio para determinar la vulnerabilidad y las opciones de adaptación del sector energético colombiano frente al cambio climático: encuentran el precio de bolsa de la energía por medio del equilibrio de Nash-Cournot, analizando el modelo con embalses agregados y teniendo en cuenta el impacto que genera el fenómeno del niño en los precios de la electricidad (UPME (2013))	*Embalses agregados *Topología *Vertimientos *Unidades de generación hidráulicas y térmicas *Tipo y costo de combustible de las térmicas *Diferentes escenarios de demanda entre otras variables	Promedio mensual	2013	Colombia
* María del Carmen Quintero * Felipe Isaza Cuervo	Modelo econométrico de regresión lineal uniecuacional múltiple, incorporan los caudales, disponibilidad del Sistema Interconectado Nacional (SIN), los precios de los contratos y el índice de red (Quintero y Isaza (2013))	*Caudal promedio de los principales ríos del SIN *Disponibilidad total promedio del SIN *Precios de los contratos *Índice de red (IRED) *Promedio mensual del precio spot de la energía en bolsa (variable dependiente)	Corto y mediano plazo	2013	Colombia
*Jorge Barrientos *Edwin Rodas *Esteban Velilla *Mauricio Lopera *Fernando Villada	Modelo para el pronóstico del precio de la energía eléctrica en Colombia (técnicas de vectores de corrección de errores y el enfoque de redes neuronales) (Barrientos et al. (2012)).	*Demanda *Nivel de los embalses *Oferta de energía	Largo plazo	2012	Colombia
*Fernando Villada *Edwin García *Juan D. Molina	Modelo de redes neurodifusas- entrada serie de precios diarios y la segunda la serie de precios diarios y el nivel medio de los embalses (Villada et al. (2011))	Primer modelo: *Serie de precios diarios Segundo modelo: *Serie de precios *Nivel medio de los embalses	Corto plazo	2011	Colombia
*Juan David *Carlos Jaime Franco *Yris Olaya Velásquez	Predicción de los precios promedios mensuales de contratos despachados en el mercado mayorista de electricidad en Colombia usando máquinas de vectores de soporte (Velásquez et al. (2010)).	*Serie de precios mensuales promedio de los contratos despachados en bolsa	Promedio mensual de contratos despachados	2010	Colombia

Autor	Tema	Variables de entrada	tiempo	Año	Mercado
*Adriana Pulgarín P *Ricardo Smith Q *German Poveda	Predicción del precio de la energía eléctrica con un modelo de redes neuronales (Pulgarín et al. (2010)).	*Embalse ofertable agregado *Aportes agregados al sistema * Anomalías de temperatura superficial del mar en la región Niño 3-4 del Océano Pacífico	Corto plazo	2010	Colombia
*Jorge Sierra *Elkin Castaño	Estimación de un modelo de parámetros cambiantes para el precio mensual de la electricidad en Colombia (Sierra y Castaño (2010)).	*Demanda *Aportes hídricos	Precio mensual	2010	Colombia
* Juan David Velásquez Henao * Carlos Jaime Franco Cardona	Predicción de los precios de contratos de electricidad usando una red neuronal con arquitectura dinámica conocida como DAN2 (Velásquez y Franco (2010))	*Serie de precios	Precios mensual de los contratos	2010	Colombia
*Fernán Alonso Villa Garzón	Modelado y predicción del precio de la electricidad en mercados de corto plazo liberalizados usando redes cascada correlación (Villa (2010))	*Serie de precios mensuales promedio de los contratos despachados en la bolsa	Precio promedio mensual de los contratos despachados en la bolsa de energía de Colombia	2010	Colombia
*Jury Catalina Arias Gutiérrez *Sandra Milena Ribon Quiroz	Pronóstico del precio de contratos de la energía en el largo plazo a través del método ANFIS (Arias y Ribon (2009)).	* Precio medio despachado *Nivel de embalse *Disponibilidad de generación *Generación hidráulica *Temperatura superficial del mar	Largo plazo	2009	Colombia
*Duván Grajales Bedoya	Modelación del precio de la energía en Colombia usando un modelo de interferencia neurodifusas (ANFIS) (Grajales (2009)).	*Aporte de los ríos ((asociado al comportamiento hidrológico agregado de los ríos que alimentan las centrales generadoras)) *Embalse ofertable	-----	2009	Colombia
*F. Lira *C. Muñoz *F. Núñez *A. Cipriano	Modelos Takagi-Sugeno-Kang y ARMAX (Lira et al. (2009))	*Nivel de los embalses del sistema	Día de antelación	2009	Colombia

Autor	Tema	Variables de entrada	tiempo	Año	Mercado
*Fernando Villada *Diego Raúl Cadavid *Juan David Molina	Pronóstico de redes neuronales usando redes neuronales artificiales (Villada et al. (2008)).	Primero modelo: *Serie de precios diarios Segundo modelo: *Serie de precios *Nivel medio de los embalses	Mensual	2008	Colombia
*Sergio Botero *Jovan Alfonso Cano	Modelos de series de tiempo precios en bolsa (Botero y Cano (2008)).	* Serie histórica de precios de bolsa de energía	Mensual	2008	Colombia
*Sandra M. Londoño *Carlos A. Lozano *Gladys Caicedo	Pronóstico del precio en el mercado de electricidad Colombiano empleando redes neuronales. Se diseñó una red neuronal para cada uno de los agentes que más influencia tienen en el mercado, entrenadas con valor de precio oferta y precio en bolsa (Londoño et al. (2003))	Periodos de tiempo diarios, mensuales y horarios: *Demanda comercial *Generación ideal *Precio en bolsa Aportes de tiempo diarios y mensuales: *Aportes de ríos medios históricos *aportes de ríos (volumen) Periodo de tiempo horario: *Disponibilidad comercial *Precio de oferta	Pronóstico diario	2003	Colombia

De la revisión del estado del arte se evidencia que algunas metodologías para el pronóstico de precio de la electricidad son frecuentemente utilizadas, entre las que se destacan el modelo ARMA o ARIMA. Las redes neuronales e híbridos con series también son modelos de frecuente uso tanto a nivel nacional como internacional para la predicción en mercados liberalizados, como es el caso colombiano, donde el precio de la electricidad presenta una alta volatilidad.

De la revisión bibliográfica de los modelos de predicción en Colombia se exponen algunas variables utilizadas:

- Nivel de los embalses.
- Demanda del sistema.
- Aporte de los ríos.
- Variables climáticas.
- Caudal promedio.

- Serie de precio.
- Vertimientos.
- Unidades de generación hidráulica y térmica.
- Precios de los contratos.
- Oferta de energía, entre otras.

Para este trabajo se analizaron algunas de estas variables, en especial las que dependen de las condiciones hidrológicas y que han sido estudiadas con mayor frecuencia como son: nivel de los embalses o volumen útil, demanda del sistema, aporte de los ríos, caudal promedio, variables climáticas (probabilidad del Fenómeno de El Niño).

3 ANÁLISIS DE VARIABILIDAD DEL PRECIO DE BOLSA CON RESPECTO A LAS CONDICIONES HIDROLÓGICAS Y ANÁLISIS DE LAS VARIABLES DE ENTRADA PARA EL MODELO

De la revisión bibliográfica se pueden apreciar cuales han sido las variables exógenas frecuentemente utilizadas en los modelos de predicción de precios, destacándose: la carga del sistema o la demanda, embalse ofertable, niveles de los embalses y la probabilidad del Fenómeno de El Niño. Partiendo de esta revisión bibliográfica estas serán algunas de las variables analizadas.

También se analizará el impacto del precio de bolsa frente a las condiciones hidrológicas, esto con el fin de evidenciar cuál de las variables analizadas, que dependen de las condiciones hidrológicas, afectan más el precio en bolsa y seleccionar estas variables como entrada del modelo.

Para analizar la variabilidad del precio en bolsa con respecto a las condiciones hidrológicas, se estudió el comportamiento histórico del precio en bolsa desde su creación en julio de 1995. Se analizó una serie de precios desde 1996 hasta 2014, ver Figura 1.

Desde julio de 1995 hasta el 2001 las ofertas de los generadores se realizaban horarias, *“durante sus primeros años se dio un proceso de maduración y ajuste de los agentes donde se introdujeron importantes reformas estructurales, tales como el cargo por capacidad y los niveles mínimos de operación de los embalses”* (Velásquez (2008)).

Luego en el 2001, la CREG modificó la forma de presentar ofertas a la bolsa de energía, los agentes generadores deben informar una única oferta de precio para las veinticuatro (24) horas y no una oferta horaria como se venía haciendo. El anterior cambio se ve reflejado en la Figura 1, donde se aprecia que antes de esta resolución los precios tenían una pronunciada pendiente de crecimiento (Velásquez (2008)).

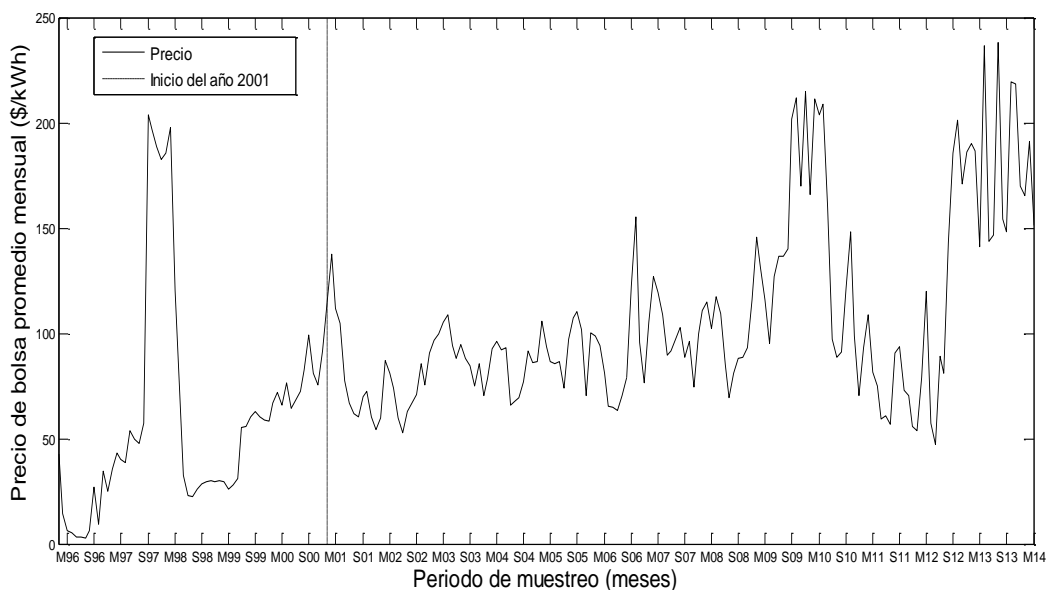


Figura 1. Precio promedio mensual de la bolsa de energía 1996-2014

Nota: M significa marzo, S septiembre y el número a continuación es el año, los datos están desde 1996 hasta 2014. La línea punteada indica el cambio de la resolución CREG 026 del 2001.

Desde del año 2001 se aprecia un comportamiento volátil, pero sin una marcada pendiente de crecimiento del precio, igualmente se presentan periodos pico en los que el precio ha alcanzado valores altos, debido a fenómenos de El Niño, el cual impacta el recurso hídrico por lo que ha presentado menor volumen útil y menor caudal.

Debido a que el cambio regulatorio del 2001 fue de alto impacto en el mercado, se consideró pertinente trabajar con los datos históricos de las variables analizadas a partir del año 2003, debido al cambio regulatorio del año 2001 analizar la información dos años después es un tiempo prudente para que los agentes de acoplaran al nuevo esquema de ofertas, Por otro lado la información sobre la probabilidad del Fenómeno de El Niño se encuentra disponible en IRI (International Research Institute for Climate and Society) desde el año 2002.

3.1 Cambios regulatorios

Para el análisis del precio de bolsa se analizan los principales cambios regulatorios del mercado eléctrico colombiano que han producido impacto en este.

- **Promulgación de las leyes 142 y 143 de 1994:** en las cuales se establece el régimen de los servicios públicos domiciliarios.

- **Resolución CREG 024 de 1995:** en la que se reglamentan los aspectos comerciales del mercado Mayorista de Energía en el Sistema Interconectado Nacional, que hacen parte del Reglamento de Operación.
- **Resolución CREG 025 de 1995 (Código de redes):** Reglamento de Operación del Sistema Interconectado Nacional (SIN) para realizar el planeamiento y la coordinación de la Operación del SIN.
- **20 de julio de 1995:** inicio del mercado de Energía Mayorista y la Bolsa De Energía.
- **Resolución CREG 053 de 1995:** con estas resoluciones se interviene el precio de los embalses. El precio de oferta de los generadores que tengan los niveles de embalses igual o inferior al Mínimo Operativo Superior (MOS).
- **Resolución CREG 215 de 1997 y 018 de 1998:** con estas resoluciones se intervienen los precios de oferta de los embales, donde se estipula el mecanismo del precio de oferta de los generadores, cuyos embalses se encuentren por debajo del nivel Mínimo Operativo Superior.
- **Resolución CREG 026 de 2001:** se modifica la forma en la que los agentes presentan su oferta y disponibilidad, ya no sería horaria sino diaria.
- **Resolución CREG 001, 022, 080,087, 098, 116 de 1996, 214 de 1997, 107 y 112 de 1998 y 059 de 1999, 072, 077, 081, 082 y 111 de 2000 y 039 de 2001:** en las cuales se precisa el método de cálculo de Cargo por Capacidad en el Mercado Mayorista de Electricidad. Donde la remuneración por capacidad de US \$5.25 kW-mes a partir del 1º de diciembre de 1996 (UPME (2004)).
- **Resolución CREG 071 de 2006 (se integraron todas las resoluciones sobre el cargo por Confiabilidad):** en la que se adopta la metodología y otras disposiciones para la remuneración del cargo por Confiabilidad en el Mercado Mayorista de Energía.

3.2 Variables analizadas dependientes de las condiciones hidrológicas

El mercado de energía eléctrica en Colombia es altamente dependiente de la generación hidráulica, aproximadamente el 67 % (XM, 2013), como se aprecia en la Figura 2, en la Figura 3 se aprecia el comportamiento de la generación hidráulica y térmica desde enero de 2003 hasta marzo de 2014, como se observa la generación es predominantemente hidráulica, por lo que es importante estudiar las variables que dependan de las condiciones hidrológicas.

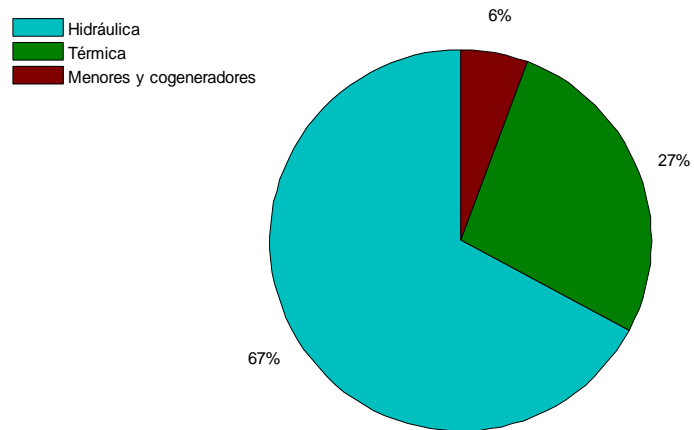


Figura 2. Composición de la generación del SIN en 2013

Fuente: adaptado de XM (2013)

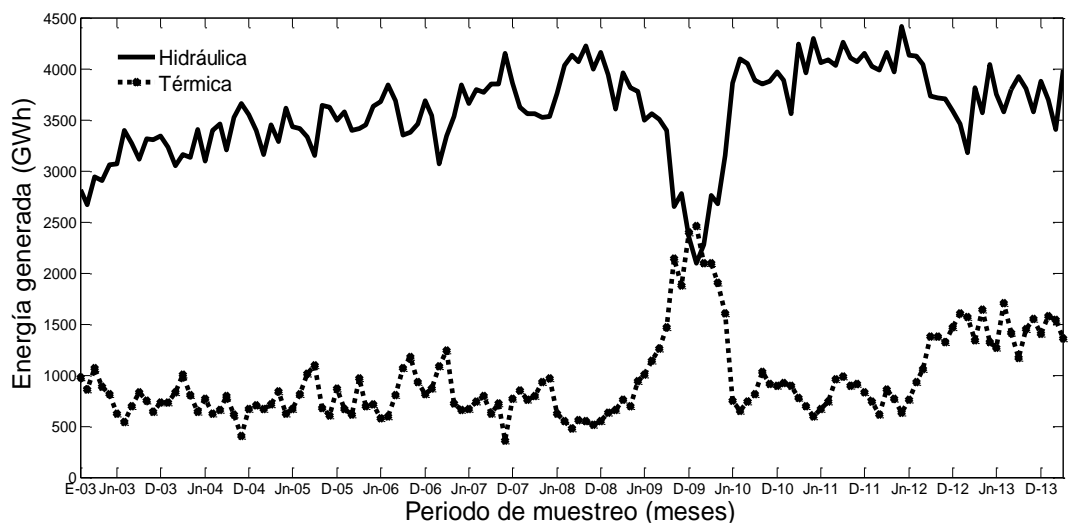


Figura 3. Comportamiento de la generación hidráulica y térmica en Colombia

Para todas las gráficas que involucren el periodo de muestreo, E significa enero, Jn junio, D diciembre y el número a continuación es el año.

Se analizaron las variables: relación entre generación hidráulica y térmica, volumen útil diario de energía kWh-mensual, aporte de energía kWh-mensual y probabilidad del fenómeno de El Niño, las cuales se ven afectadas por las condiciones hidrológicas y reflejan las condiciones físicas del mercado. Toda la información con excepción de la probabilidad del fenómeno del Niño se obtuvo de XM (Expertos en Mercados S.A). El precio en bolsa de energía es promedio mensual y se llevó al valor presente neto de marzo de 2014 (con el IPP Base 2006):

3.2.1 Relación entre generación Hidráulica y Térmica

Esta variable muestra la proporción de generación hidráulica con respecto a la generación térmica, cuando esta relación es mayor que uno, indica que se generó mayor la energía hidráulica que térmica. De los periodos analizados se obtuvo que en Colombia en promedio se produjo 4.38 veces más generación hidráulica que térmica. Cuando las condiciones hidrológicas son desfavorables para la generación de energía hidráulica se presentó una relación de 0.85, es decir se generó 1.17 veces más generación térmica que hidráulica. Cuando las condiciones hidrológicas son favorables para la generación hidráulica se generó 11.68 veces más generación hidráulica que térmica. Estas proporciones varían entre 0.85 y 11.68 con una desviación estándar de 1.73.

Lo anterior muestra que en el mercado energético colombiano generalmente se presenta una mayor generación hidráulica que térmica, como se aprecia en la Figura 4 ante esta situación el precio de bolsa es estable, cuando esta relación disminuye, es decir que se genera mayor energía de forma térmica que hidráulica, el precio de bolsa aumenta.

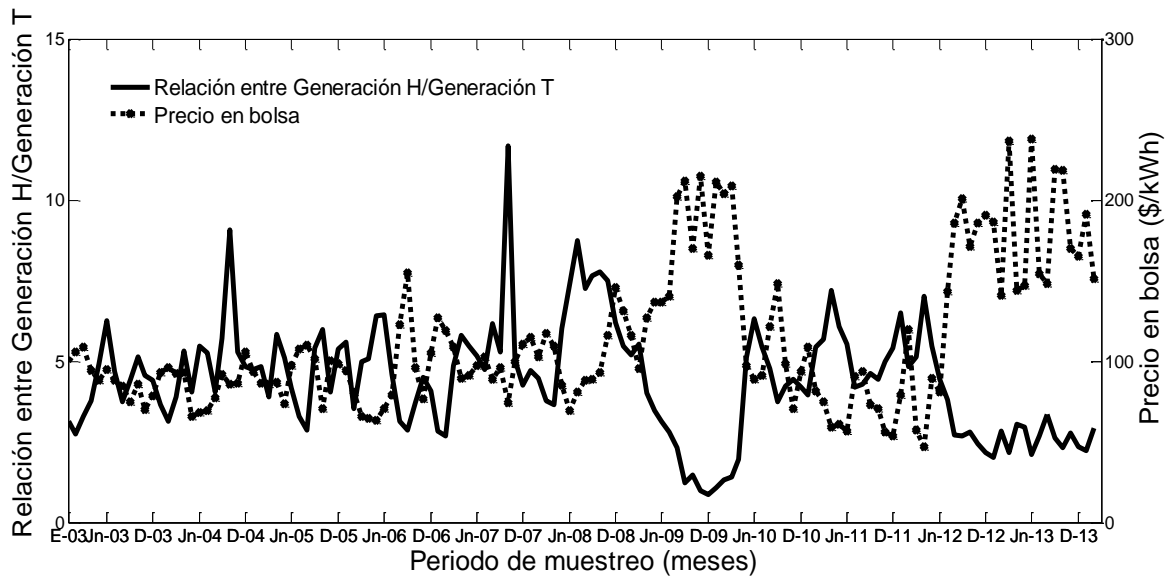


Figura 4. Relación entre Generación Hidráulica/Generación Térmica y precio de bolsa promedio mensual

3.2.2 Volumen útil diario de energía kWh-mensual

Esta variable indica el nivel de volumen útil de los embalses, la cual se define como el volumen almacenado a nivel mínimo técnico y el nivel máximo físico (XM, 2016). Está es una variable fundamental debido a que la generación en el sistema eléctrico colombiano es predominantemente hidráulica y esta variable indica las reservas de agua que se pueden utilizar para la generación.

Cuando hay mayor volumen el precio de bolsa tiende a disminuir y viceversa, como se ilustra en la Figura 5.

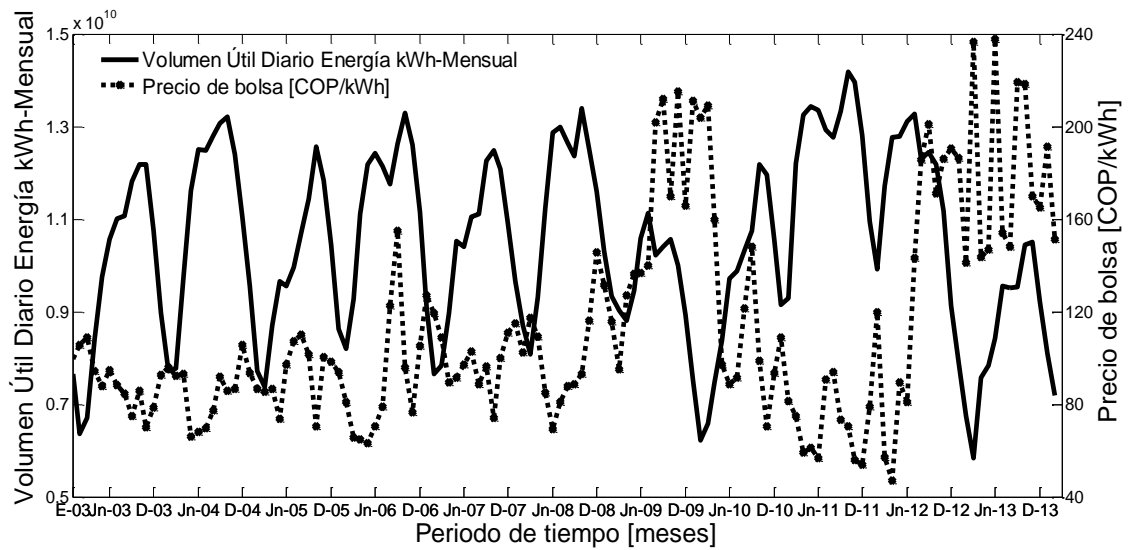


Figura 5. Volumen útil diario de energía y precio de bolsa promedio mensual Caudal

3.2.3 Caudal promedio mensual

El nivel de los caudales refleja cómo se encuentran los ríos que aportan a los embalses, cuando se presentan épocas de sequía el aporte de los ríos a los embalses disminuye lo cual también afecta el volumen útil, esta variable será analizada ya que se considera de gran importancia, en especial será correlacionada con el volumen útil por dar un indicador similar.

Como se aprecia en la Figura 6 cuando el caudal promedio mensual disminuye el precio tiende a aumentar.

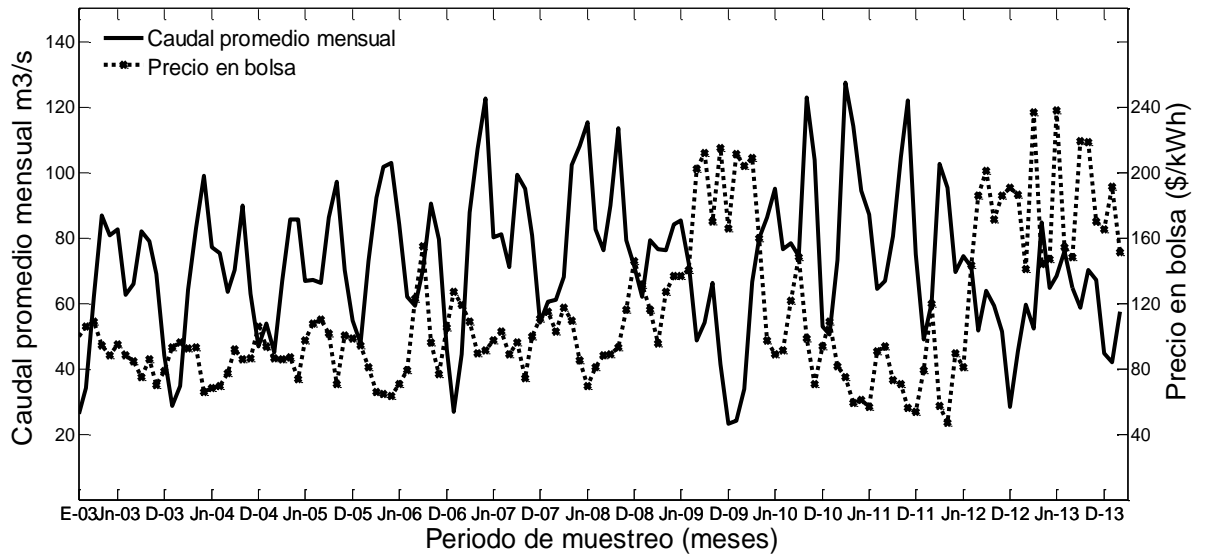


Figura 6. Caudal promedio mensual y precio de bolsa promedio mensual

3.2.4 Aporte de energía kWh-mensual

Al igual que el caudal los aportes de energía indica la condición en la que se encuentran los ríos que aportan a los embalses, un bajo nivel significa época de sequía.

Como se aprecia en la Figura 7 cuando los aportes de energía disminuyen el precio tiende a aumentar.

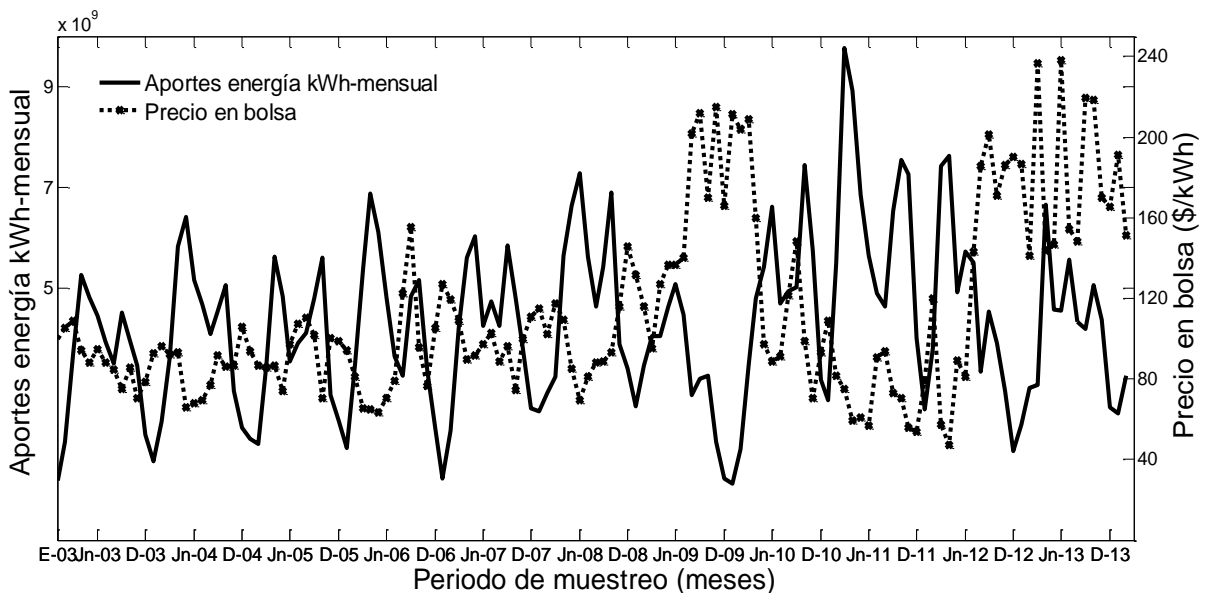


Figura 7. Aporte energía y precio de bolsa promedio mensual

3.2.5 Probabilidad del fenómeno de El Niño

El fenómeno de El niño se presenta cuando la temperatura superficial del Pacífico ecuatorial aumente unos cinco o más grados. “*Existe una interrelación entre la ocurrencia del Fenómeno de El Niño y la alteración de los centros de presiones sobre los océanos, manifestándose en anomalías en la circulación general de la atmosfera con efectos muy variados a nivel global (exceso de lluvias y extremas sequías)*” (IICA Y Comunidad Andina (1998)). El Fenómeno de El Niño en Colombia implica épocas de sequía, por lo que el recurso hídrico para la generación de energía eléctrica se ve fuertemente afectado. La información se obtuvo de IRI (International Research Institute for Climate and Society).

En la Figura 8 se presenta el precio de bolsa promedio mensual y la probabilidad de ocurrencia del Fenómeno de El Niño, en esta se observa que cuando la probabilidad de que se presente el Fenómeno de El Niño es alta, el precio tiende a subir y cuando la probabilidad es baja, el precio tiende a estabilizarse.

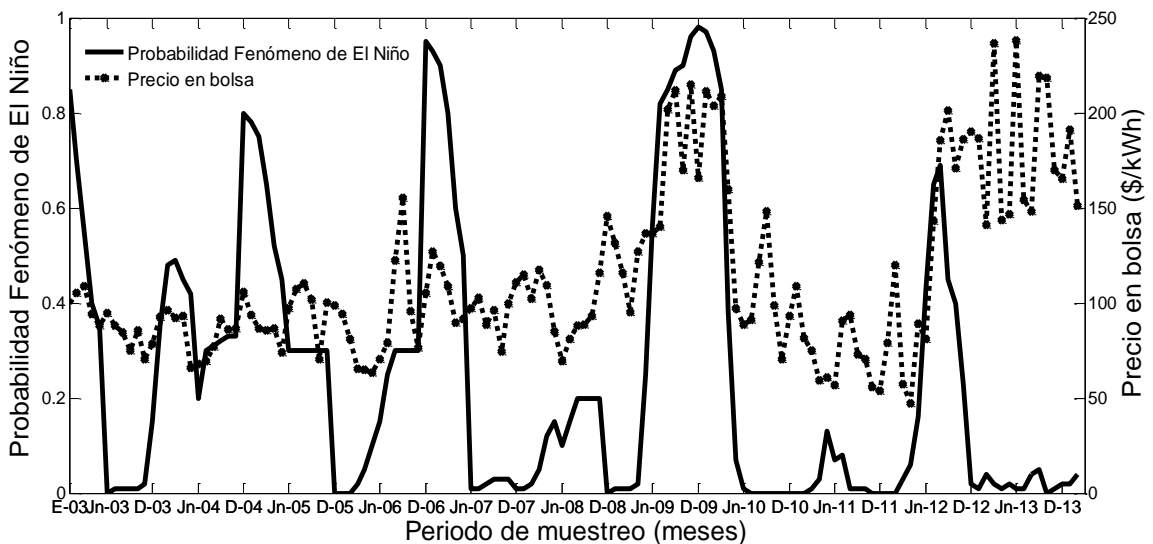


Figura 8. Probabilidad del Fenómeno de El Niño y precio de bolsa promedio mensual

Como se observó de la Figura 4 a la Figura 8, el precio reacciona ante los cambios de estas variables que dependen de las condiciones hidrológicas, por lo que se realizó un análisis estadístico de estas variables y de esta forma seleccionar las que más se relacionan con el precio de la energía y las que mejor aporte le generen al modelo.

3.3 Análisis estadístico de las variables consideradas

A las variables consideradas para el modelo se le realizaron diferentes análisis estadísticos para encontrar aquellas que mejor se puedan adaptar y que mejor representen la alta dependencia del precio de la electricidad en Colombia con las condiciones hidrológicas, además de analizar la demanda, la cual es variable fundamental del sistema. Las siguientes son las variables que fueron analizadas:

- Probabilidad del Fenómeno de El Niño
- Relación entre generación hidráulica y generación térmica
- Demanda
- Volumen útil
- Caudal promedio mensual
- Aportes de energía

3.3.1 Variables Linealmente independientes

Por medio de este análisis se determinó si las variables analizadas son linealmente independientes (LI), es decir si una variable se puede obtener como combinación lineal de la otra se debe descartar una de las dos, ya que esto solo le incorporaría ruido al modelo. El análisis de la linealidad se realizó por medio de la descomposición en valores singulares (svd).

Siendo A la matriz de las variables $A \in \mathbb{C}^{m \times n}$ (Mora (2011)), la SVD esta dada por (1):

$$A = USV^* \quad (1)$$

Donde,

$U \in \mathbb{C}^{m \times n}$, es unitaria ($UU^* = I_m$)

$S \in \mathbb{R}^{m \times n}$, es diagonal, con diagonal no negativa y no creciente

$V \in \mathbb{C}^{n \times n}$, es unitaria

Para realizar en análisis de SVD los valores de las variables se normalizaron, se obtienen los resultados de la Tabla 4, donde se aprecia que todas las variables son LI, ya que ninguno de los valores singulares es cero. Por lo que para el modelo se continuará el análisis con todas las variables.

Tabla 4. Valores singulares de la matriz de variables analizadas

Variable	Valor singular
Relación entre generación hidráulica y térmica	16.45
Probabilidad fenómeno de El Niño	3.92
Volumen útil	1.90
Demanda	1.51
Caudal promedio mensual	1.03
Aportes de energía	0.56

3.3.2 Diagrama de caja

Con el diagrama de caja se busca representar en una misma grafica las 6 variables analizadas por medio de los valores extremos, los cuartiles de 25 %, 50 % y 75 % y de esta manera analizar si existen comportamientos similares. La formulación está dada por las ecuaciones de (2) a (4).

Para los cuartiles se tienen las siguientes reglas (Levine et al (2006)):

- **Regla 1:** Si el valor obtenido es un número entero, el cuartil está dado por el valor encontrado.
- **Regla 2:** Si el valor obtenido no es un número entero y es una fracción de mitad, el cuartil es el promedio de los valores.
- **Regla 3:** Si el valor obtenido no es un número entero, ni la fracción de mitad, el cuartil queda dado por el valor más cercano.

El primer cuartil está dado por (2):

$$Q_1 = \frac{n + 1}{4} \quad (2)$$

El segundo cuartil está dado por (3):

$$Q_2 = \frac{n + 1}{2} \quad (3)$$

El tercer cuartil está dado por (4):

$$Q_3 = \frac{3(n + 1)}{4} \quad (4)$$

Para todas las variables analizadas se realizó el procedimiento anterior, obteniéndose los resultados de la Figura 9, donde se aprecia que los valores de la

probabilidad del Fenómeno de El Niño es de asimetría positiva, es decir los valores se encuentran concentrados en los valores inferiores a la media, lo que indica que generalmente no existe mucha probabilidad sobre la ocurrencia de este fenómeno, ya que el valor de la media es bajo; la relación entre generación hidráulica y generación térmica es de asimetría negativa, es decir que los valores de esta variable están mayormente concentrados sobre la media, sin embargo para esta variable se presentan datos que se salen de los cuartiles o son atípicos; las otras variables (volumen útil, demanda, caudal promedio mensual y aportes de energía) presentan un comportamiento más simétrico, sin serlo totalmente, sin embargo el caudal promedio mensual y los aportes de energía presentan datos atípicos.

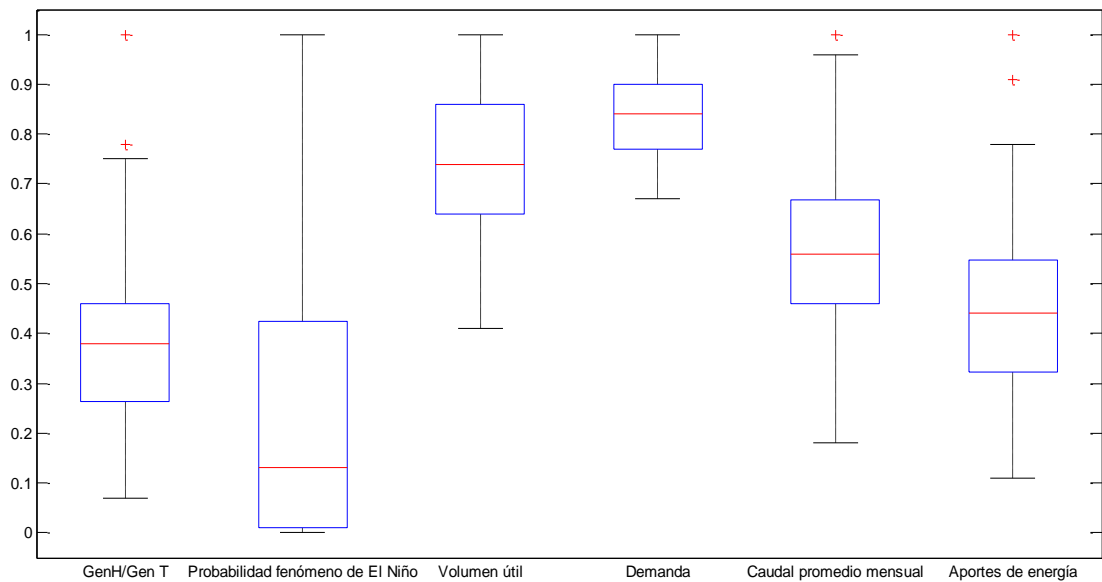


Figura 9. Diagrama de caja de las variables analizadas

3.3.3 Análisis de correlación

Se analizó la correlación entre cada una de las variables analizadas vs el precio en bolsa promedio mensual, en la Tabla 5 se aprecian que la mayor correlación encontrada ocurre entre la relación de generación hidráulica y térmica y el precio. La correlación está dada por (5):

$$Correlación = \frac{n \sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{n \sum X^2 - (\sum X)^2} * \sqrt{n \sum Y^2 - (\sum Y)^2}} \quad (5)$$

Donde,

X, es el vector de la variable 1

Y, es el vector de la variable 2

n, es el número de valores de las variables

Tabla 5. Correlación entre las variables analizadas y el precio de bolsa promedio mensual

Variable		Factor de correlación (Rezago 0)
Precio vs	Relación entre generación hidráulica y térmica	-0.7
	Probabilidad fenómeno de El Niño	0.6
	Demanda	0.5
	Caudal promedio mensual	-0.5
	Volumen útil	-0.4
	Aportes de energía	-0.4

La correlación entre el precio de bolsa promedio mensual y la probabilidad del Fenómeno de El Niño se analizó hasta el periodo 119, ya que como se observa en la Figura 8 el comportamiento de esta serie cambia, esto se puede explicar porque el volumen útil es bajo, ver Figura 5, lo que implica que el Fenómeno de El Niño no solo puede afectar el precio de bolsa en el momento que se presenta sino también después debido a que hay poco volumen útil, lo que implica mayor generación térmica y mayores precios.

Con los anteriores análisis estadísticos de las variables se llega a la conclusión de utilizar las variables relación entre generación hidráulica y generación térmica, demanda y probabilidad del fenómeno de El Niño. Las otras variables (caudal promedio mensual, volumen útil y aportes de energía) las cuales reflejan las condiciones físicas se analizarán más adelante y solo se escogerá una de estas para el modelo.

4 MODELOS SELECCIONADOS

La predicción de los precios de la electricidad ha sido abordada desde diferentes modelos, como se evidenció en el capítulo 2, los modelos frecuentemente utilizados para la predicción de precio en bolsa son las series de tiempo con modelos ARIMA y las RNAs. Los primeros con la bondad de incluir la historia de la variable analizada y los segundos por permitir no solo incluir la historia de las variables sino la linealidad de las variables consideradas en los distintos modelos. Por esta razón, en este trabajo se optó por abordar el problema de predicción de precios considerando ambos modelos, para las RNAs se eligió una red neuronal autorregresiva no lineal con entradas exógenas (NARX).

4.1 Modelo ARIMA o ARMA

La selección entre el modelo ARMA y ARIMA se dio de acuerdo a la estacionariedad de la serie de precios. Para la implementación del modelo ARMA es necesario que la serie de precios sea estacionaria, de lo contrario la serie debe pasar por un proceso denominado diferenciación, el cual convierte una serie no estacionaria en estacionaria, al realizar la diferenciación el modelo se convierte en ARIMA ya que tiene involucrado el parámetro d.

Para el desarrollo del modelo se utilizó la serie de precios promedios mensuales en bolsa de la energía eléctrica desde enero de 2003 hasta marzo de 2014 (135 datos), todos los precios de la serie fueron llevados al valor presente neto de marzo de 2014 (con el IPP). Para el análisis de la serie se utilizaron diferentes formulaciones como son:

- La media, la cual está dada por (6):

$$\bar{X} = \frac{\sum_{t=1}^n X_t}{n} \quad (6)$$

Donde,

X_t , es el valor de la serie en el tiempo t

n, es el número de valores de la serie

- La varianza la cual está dada en (7):

$$V(x) = \frac{\sum X_t - \bar{X}}{n} \quad (7)$$

Donde,

X_t , es el valor de la serie en el tiempo t

n, es el número de valores de la serie

\bar{X} , es la media

- Raíz del error cuadrático medio (RECM) dado en (8):

$$RECM = \sqrt{\frac{\sum(X_t - X_t^*)^2}{n}} \quad (8)$$

Donde,

n, es el número de valores de la serie

X_t , es el valor de la serie en el tiempo t

X_t^* , valores de la serie de precios pronosticada en el tiempo t

4.1.1 Análisis de la estacionariedad de la serie

Con el análisis de estacionariedad se buscó si era necesaria la diferenciación de la serie de precios, en la Figura 10 se puede observar que esta no tiene una media constante por lo que inicialmente se puede pensar que es una serie no estacionaria. Se considera que una serie es estacionaria cuando la media y la varianza son aproximadamente constantes en el tiempo, para verificar lo anterior se dividió la serie en 7 periodos a los cuales se les obtuvo la media y la varianza, encontrándose los resultados expuestos de la Tabla 6, donde se aprecia que en los siete periodos analizadas la media y la varianza no son aproximadamente iguales por lo que la serie no es estacionaria en media ni en varianza.

Tabla 6. Media y varianza de la serie dividida en diferentes muestras

Periodo	Media	Varianza
1	87.41	156.62
2	90.00	153.57
3	96.39	524.72
4	110.25	480.74
5	141.15	2,893.60
6	98.79	2,556.57
7	180.05	1,186.46

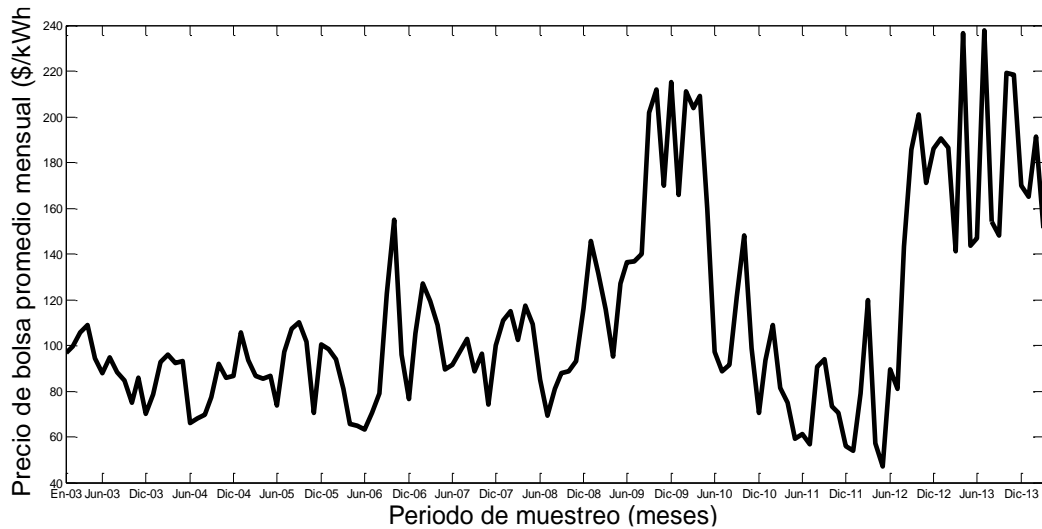


Figura 10. Serie de precios de bolsa promedio mensual desde enero de 2003 hasta marzo de 2014.

4.1.1.1 Análisis de función de autocorrelación a la serie de precios

Por medio del análisis de correlación muestral se analizó la estacionariedad de la serie de precios, cuando una serie es estacionaria la ACF (función de autocorrelación muestral) disminuye sensiblemente a medida que aumentan los rezagos (Pérez, 2006), por lo que se buscó este comportamiento en la función de autocorrelación, partiendo de la recomendación sobre el número de rezagos o desfase temporal k , sea $k \leq T/4 = 135/4 \approx 34$, para este análisis se escogieron 24 rezagos. La autocorrelación estaba dada por (9):

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^T (X_t - \bar{X})(X_{t-k} - \bar{X})}{\sum_{t=1}^T (X_t - \bar{X})^2} \quad k = 1,2,3 \dots 24 \quad (9)$$

Donde r_k es el correlograma muestral

X_t , es la serie de tiempo

\bar{X} , es la media de la serie

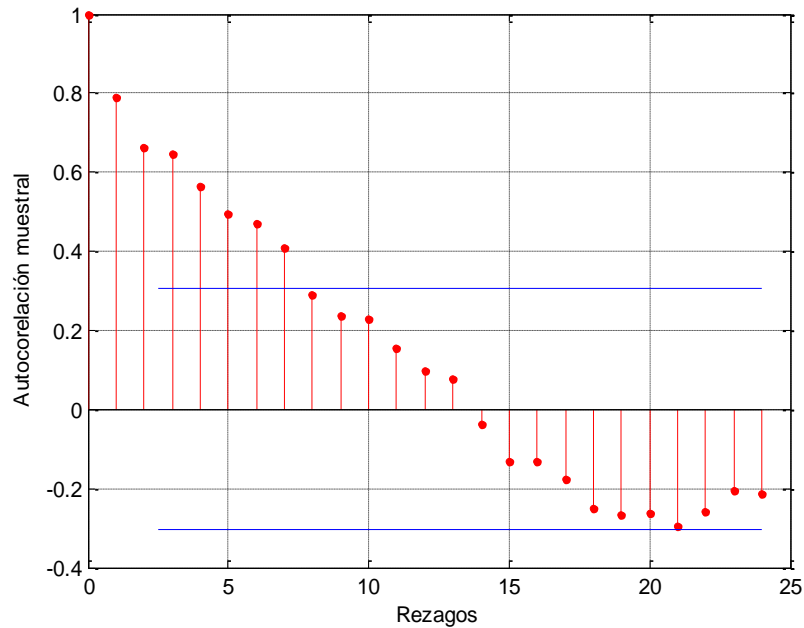


Figura 11. Función de ACF de la serie de precios

Como se aprecia en la Figura 11 la función de autocorrelación se extingue lentamente en forma sinusoidal por lo que no es muy sensible a cambios en los rezagos, lo anterior corrobora que la serie no es estacionaria.

Con base en el análisis de estacionariedad realizado se concluye que el modelo a implementar es ARIMA debido a la no estacionariedad de la serie, lo que implica que el modelo tendrá involucrado el parámetro de diferenciación d.

4.1.2 Composición del modelo ARIMA(p,d,q)

El modelo ARIMA está compuesto por un modelo Autorregresivo (AR(p)), uno de Integración (I(d)) y uno de medias móviles (MA(q)). Los modelos ARIMA son modelos lineales de series de tiempo en los que estas series pueden ser o no estacionarias (Hanke et al. (2006)).

La formulación de la serie de un modelo ARIMA(p,d,q) está dado por (10):

$$y_t = c + \phi_1 y_{t-1} + \dots + \phi_p y_{t-p} + e_t + \theta_1 e_{t-1} + \dots + \theta_q e_{t-q} \quad (10)$$

Donde,
 ϕ , coeficientes del modelo AR

θ , coeficientes modelo MA
p, orden del modelo AR
q, orden del modelo MA
 e_t , es el error aleatorio
c, constante del modelo

- **Modelo Autorregresivo (AR(p))**

El modelo autorregresivo es aquel en el que una variable en un tiempo t puede ser calculada mediante observaciones de esta variable en periodos anteriores (Escriche, 2011). El modelo autorregresivo está dado por (11):

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + a_t \quad (11)$$

Donde,
p es el orden del modelo AR
 a_t , es el error aleatorio
 ϕ , coeficientes a encontrar

- **Modelo de Medias Móviles (MA(q))**

El modelo de media móvil es aquel en el que una variable en un tiempo t puede ser calculada en función de un término independiente y una sucesión de errores (Escriche, 2011). El modelo de media móvil está dado por (12):

$$X_t = a_t + \theta_1 a_{t-1} + \theta_2 a_{t-2} + \dots + \theta_q a_{t-q} \quad (12)$$

Donde,
q, es el orden del modelo MA
 θ , coeficientes a encontrar
 a_t , es el error en el tiempo t

- **Modelo Integrado (I(d))**

Cuando la serie no es estacionaria se debe realizar un proceso de diferenciación dado por (13):

$$\Delta y_t = y_t - y_{t-1} \quad (13)$$

Donde,

y_t , es la serie original evaluada en el tiempo t
 y_{t-1} , es la serie original evaluada en el tiempo t-1
 Δy_t , es la nueva serie diferenciada

La serie en el t=1 no se modifica, por lo que la nueva serie quedó con un dato menos que la serie original.

4.1.2.1 Metodología Box-Jenkins

Para encontrar el modelo ARIMA se trabajó con la metodología de Box-Jenkins, en el que se siguieron los siguientes pasos:

- Identificación del modelo parámetros p, d y q a través de un proceso iterativo a partir de modelos de tipo general.
- Verificación de que el modelo comparado con los datos de la serie describa la serie con precisión.
- Se analiza la serie residual, de manera que si estos se distribuyen de forma aleatoria, son pequeños y no contienen información que aún puede ser utilizada en el modelo, quiere decir que el modelo se ajustó adecuadamente.
- Si el modelo no satisface las condiciones requeridas, se repiten los procesos anteriormente descrito hasta encontrar un modelo satisfactorio.

En la Figura 12 se aprecia la metodología Box-Jenkins.

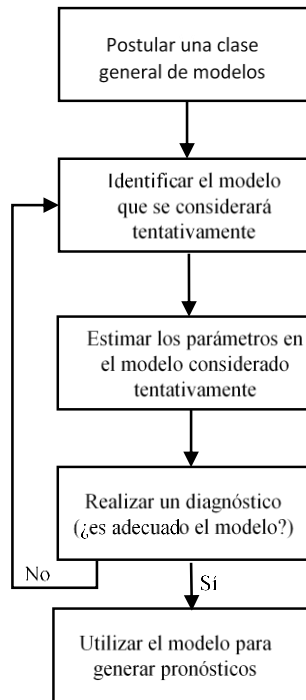


Figura 12. Metodología Box-Jenkins.
Fuente: adaptado de Box et al (1994)

4.2 Modelo de red neuronal

En este aparte se abordan algunos conceptos teóricos sobre redes neuronales artificiales y sobre el modelo NARX, también se abordará la implementación del modelo propuesto ente trabajo de investigación.

Las RNAs a partir de un conjunto de datos tratan de emular el comportamiento del cerebro humano, el cual se caracteriza por el aprendizaje a través de la experiencia y la extracción del conocimiento genérico (Flórez y Fernández (2008)).

La componente principal de las redes neuronales son las neuronas, estas son elementos que al recibir un estímulo dan una respuesta, este estímulo puede ser desde el exterior, lo que sería neuronas de entrada, estímulos recibidos desde el interior de la red neuronal, estas son neuronas de salida u ocultas. Las neuronas artificiales asemejan su comportamiento a las neuronas biológicas, en la Figura 13 se aprecia una descripción de la neurona biológica, la cual está compuesta por:

Dendritas: reciben los estímulos de entrada ya sea de otra célula o desde el exterior.

Cuerpo celular: procesa la información de entrada.

Axón: es el canal por el cual fluye la información procesada por el cuerpo celular.

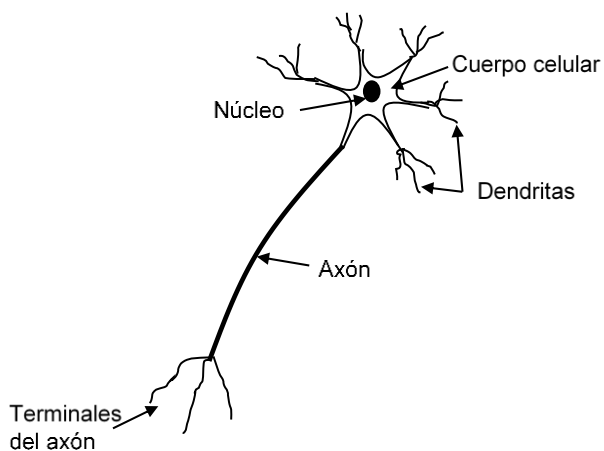


Figura 13. Neurona biológica
Elaboración propia

La sinapsis en la neurona biológica se da por la conexión entre el axón de una neurona con las dendritas de otra, en la Figura 14 se aprecia la conexión.

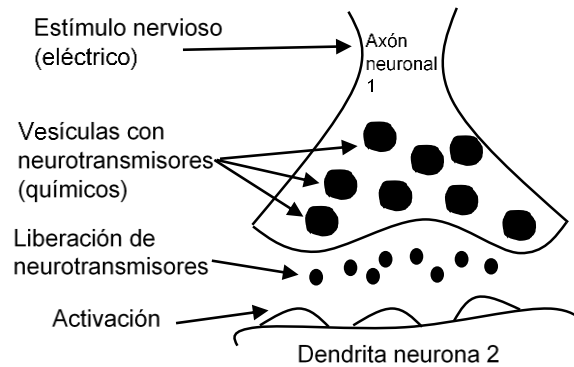


Figura 14. Sináptica de una neurona biológica

Fuente: adaptada de IIBCS (citada por Flórez y Fernández (2008))

En la Tabla 7 se aprecia una analogía entre las neuronas biológicas y las neuronas artificiales (Flórez y Fernández (2008)).

Tabla 7. Analogía entre neurona biológica y neurona artificial

Fuente: Adaptado de Flórez y Fernández (2008)

Neurona biológica		Neurona artificial
Señales que llegan a la sinapsis	→	Entradas a la neurona
Carácter excitador o inhibitor de las sinapsis de entrada	→	Pesos de entrada
Estímulo total de la neurona	→	$Red_j = \sum_{i=0}^n w_{ij}(t) * x_i(t)$
Activación o no de la neurona	→	Función de activación
Respuesta de la neurona	→	Función de salida

En el año 1943 McCulloch and Pitts proponen el primer modelo de red neuronal, ver Figura 15, este modelo consiste en un número n de entradas y cada una de ellas tiene asociada un peso, el producto vectorial de cada entrada con su respectivo peso se suma y el resultado de la sumatoria pasa por una función de transferencia y de aquí se obtiene la salida de la red. En la neurona de McCulloch and Pitts la salida es binaria, es una red lineal. La salida es dada por (14):

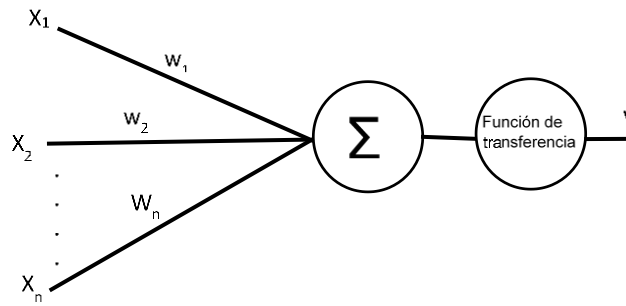


Figura 15. Neurona McCulloch and Pitts

$$y = f \left(\sum_{i=1}^n w_i * x_i \right) \quad (14)$$

Donde

w_i , son los pesos

x_i , las entradas

f , es la función de transferencia

4.2.1 Arquitectura de las RNAs

Las RNAs tienen una arquitectura que depende del sentido del flujo de la información, el número de capas de la red y la forma en la que asocia la información de entrada con la información de salida.

- **Red unidireccional (feedforward):** En las redes unidireccionales la información se transmite en la red solo en un sentido, de estas existen las redes unidireccionales monocapa y multicapa, ver Figura 16. Las monocapa son redes que están formadas por una sola capa, estas tienen la entrada y una capa de salida. Las redes multicapa poseen diferentes capas en la entrada, intermedias y a la salida.

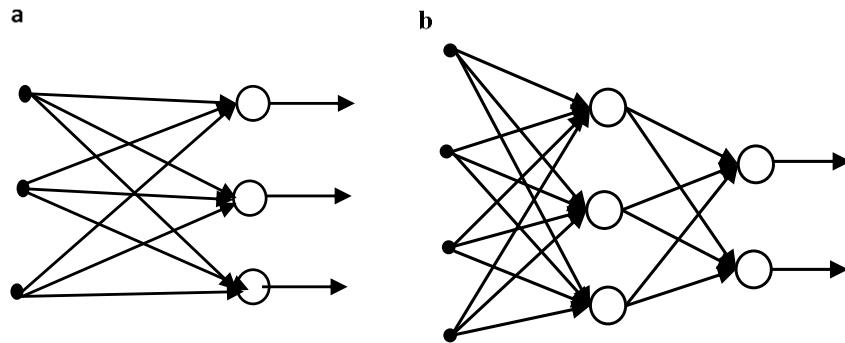


Figura 16. a) Red neuronal unidireccional monocapa. b) Red neuronal unidireccional multicapa

- **Redes recurrentes o retroalimentadas (feedback):** En este tipo de red la información no fluye en un mismo sentido sino que se presentan retroalimentaciones ya sea desde la salida a la entrada, desde el mismo nivel de las neuronas o entre diferentes capas, ver Figura 17. Al igual que las redes unidireccionales estas pueden ser monocapa y multicapa.

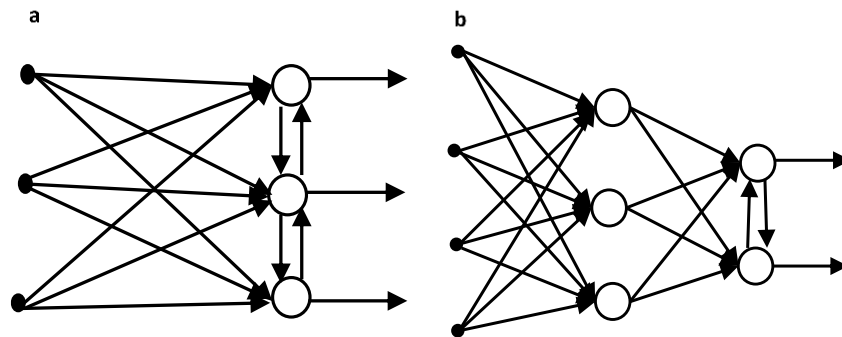


Figura 17. a) Red neuronal recurrente monocapa. b) Red neuronal recurrente multicapa

- **Redes neuronales heteroasociativa:** En este tipo de RNAs la red tiene asociada unas entradas con unas salidas, ante una entrada la red proporciona una nueva salida. Esta red debe tener por lo menos dos capas.
- **Redes neuronales asociativas:** Las RNAs de este tipo asocian algún valor de entrada con el valor más cercano que se encuentra en la red. Para esta red solo es necesario una capa.

4.2.2 Aprendizaje de las RNAs

En el aprendizaje de una RNAs se modifican los pesos y el umbral de la red de forma que se encuentren los mejores valores. El aprendizaje de la red neuronal se tienen varios conceptos fundamentales los cuales son los paradigmas y los algoritmos. ver Figura 8.

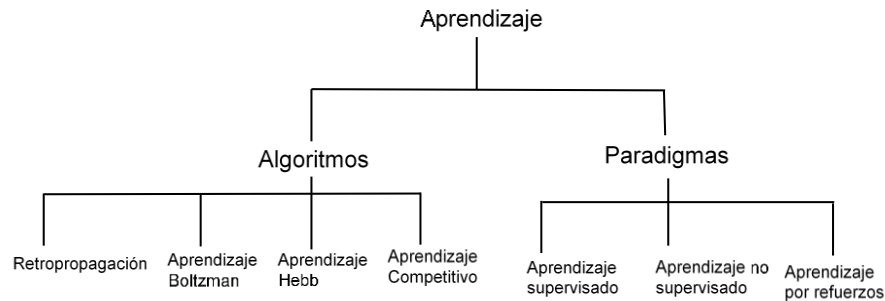


Figura 18. Clasificación taxonómica del proceso de aprendizaje

Fuente: Adaptada de De la Fuente y Alonge (1999)

4.2.2.1 Paradigmas de aprendizaje

4.2.2.1.1 Aprendizaje supervisado

Para que la red neuronal tenga este tipo de aprendizaje se le debe proporcionar información de entrada y de salida del modelo, de esta forma la red podrá con los datos de entrenamiento inferir una función. Los siguientes son los tipos de aprendizaje supervisado:

- **Algoritmo de corrección de error o regla delta:** Con este algoritmo la red está comparando constantemente los resultados encontrados con los de referencia y de esta manera va adaptando los pesos de la red hasta encontrar el menor error. Este tipo de aprendizaje no considera el error total de toda la red sino de cada neurona por separado, debido a esto este método presenta limitaciones. La forma en la que se calcula las variaciones del peso está dado por (15):

$$\Delta w_{ji} = \alpha x_i (r_j - y_j) \quad (15)$$

Donde,

Δw_{ji} , es la variación del peso entre las neuronas i y j.
 α , es un factor que regula la velocidad del aprendizaje.
 x_i , es la entrada i de la neurona
 r_j , es la salida de referencia de la neurona j.
 y_j , es la salida obtenida con la neurona j.

- **Algoritmo de aprendizaje regla del error mínimo cuadrático (Least-Mean-Squared Error) o regla delta:** A diferencia del algoritmo de corrección de error con este se evalúa el error total de la red. Para encontrar el error global se emplea (16):

$$Error_{Global} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^p \sum_{j=1}^n (y_j^{(k)} - r_j^{(k)})^2 \quad (16)$$

Donde,

n, es el número de neuronas de salida

r, los valores de referencia dados a la red

p, número de patrones que debe aprender la red

Para ajustar la variación de los pesos de la red, se aplica (17):

$$\Delta w_{ji} = -\alpha \frac{\partial Error_{Global}}{\partial w_{ji}} \quad (17)$$

- **Aprendizaje por refuerzo:** Este tipo de aprendizaje solo designa las entradas de la red, por lo que no se indican los valores de salida. Esto hace que sea un algoritmo más lento que el anterior. Con este método de aprendizaje existe una señal de refuerzo que es la que indica que tan bueno o malo fue el resultado obtenido con la red (éxito:+1, fracaso:-1) y con base en esto ajusta los pesos.
- **Aprendizaje estocástico:** Con este método los pesos de la red se modifican de forma aleatoria. El comportamiento se evalúa teniendo la salida de referencia y una distribución de probabilidad.

En la Tabla 8 se aprecia un resumen de los tipos de aprendizaje supervisado y los principales modelos que lo utilizan.

Tabla 8. Principales modelo de red neuronal con aprendizaje supervisado
Fuente: Adaptado de Hilera y Martínez (1995)

Tipo de aprendizaje supervisado	Modelo de red neuronal
Por corrección de error	Perceptrón
	Adaline/Madaline
	Backpropagation
	Brain-State-In-a-Box
Por refuerzo	Linear Reward Penalty
	Adaptive Reward Penalty
	Adaptive Heuristic Critic
Estocástico	Máquina de Boltzman
	Máquina de Cauchy

4.2.2.1.2 Aprendizaje no supervisado

Con este tipo de aprendizaje a la red no se le suministra los valores de referencia de la salida. Por medio del algoritmo de aprendizaje de la red genera patrones, donde el sistema extrae los rasgos o agrupa los patrones con base en la información de entrada reconociendo las correlaciones o categorías presentes (Flórez y Fernández (2008)).

4.2.3 Algoritmos de aprendizaje

Existen diferentes algoritmos con lo que se puede entrenar una red neuronal, este entrenamiento es un proceso de aprendizaje de las RNAs, a continuación se mencionan algunos de los algoritmos de entrenamiento más destacados:

- **Algoritmo de retro-propagación:** Este algoritmo modifica los pesos de la red con el fin de minimizar el error, este error se propaga desde la capa de salida hasta la capa de entrada.
- **Aprendizaje Boltzman:** Este algoritmo es estocástico. Este algoritmo escoge una neurona para ser modificada de forma aleatoria y este modifica su estado de s_j a $-s_j$ (De la Fuente Aparicio y Alonge (1999)).

- **Aprendizaje regla de Hebb:** Esta regla esta basada en el principio de neurofisiológico propuesto por Donal Hebb en 1949. “*si dos neuronas entre las cuales existe una conexión sináptica son excitadas de forma síncrona y reiterada, el valor de esta conexión deber ser aumentado. Por el contrario, si ambas neuronas no están correlacionadas su conexión puede ser disminuida o incluso eliminada*” (De la Fuente Aparicio y Alonge (1999)).

La regla de Hebb está dada por (18):

$$\Delta w_{ij} = f(x_i(t), y_j(t)) - \beta x_i(t)y_j(t) \quad (18)$$

Donde,

Δw_{ij} , modificación del peso

x_i , es la entrada

y_j , es la salida

β , es la tasa o velocidad de aprendizaje

- **Aprendizaje competitivo:** En este tipo de aprendizaje ante una señal de entrada las neuronas ubicadas en la capa de salida compiten para para ser la única salida de la red, la neurona que gana es la que mayor activación presentó en respuesta a una entrada X. En (19) se aprecia el cambio del peso.

$$\Delta w_{ji} = \begin{cases} \beta(x_i - w_{ji}) & \text{si la neurona } j \text{ gana} \\ 0 & \text{si la nuerona } j \text{ pierde} \end{cases} \quad (19)$$

4.2.4 Principales modelos de red neuronal

En esta sección se abordará alguna de las principales redes neuronales.

4.2.4.1 Perceptrón simple

En 1958 Frank Rosenblatt desarrolló el modelo de red neurona artificial Perceptrón, Ver Figura 19. Esta es una red que posee n entradas, cada entrada tiene asociada

un peso que se ajusta, la red tiene asociado un umbral. Esta red tiene las siguientes características:

- Propagación hacia adelante.
- Aprendizaje supervisado por corrección de error.
- Función de transferencia es escalón.
- Dos capas.

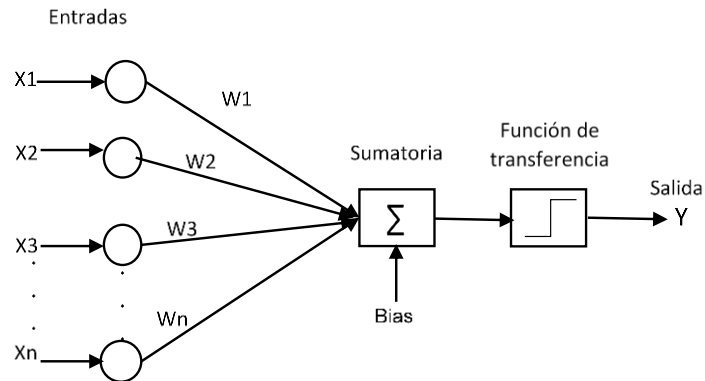


Figura 19. Modelo del Perceptrón

La función de transferencia está dada por el escalón que se indica en la Figura 20.

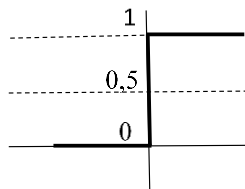


Figura 20. Función de transferencia del perceptrón

La salida del perceptrón está dada por (20):

$$f(x) = \begin{cases} 1, & x \cdot w - \text{umbral} > 0 \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (20)$$

El algoritmo de entrenamiento del perceptrón sigue el modelo de aprendizaje de corrección de error.

4.2.4.2 Red neuronal Adaline (Adaptive Linear Neuron)

En 1960 Widrow y Hoff desarrollan la red Adaline (Adaptive linear neuron) y la regla de aprendizaje LMS (least mean square) o regla de Widrow-Hoff. La red Adaline es semejante al perceptrón con la diferencia que la función de transferencia es lineal, ver Figura 21, y la salida está dada por (21):

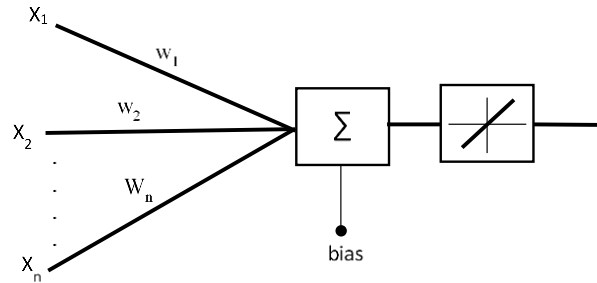


Figura 21. Red Adaline

$$F = \sum_{i=1}^n w_i * x_i + bias \quad (21)$$

4.2.4.3 Red de Elman:

Esta red tiene asociada dos capas una de salida y una capa oculta, la capa oculta es retroalimentada. La realimentación permite a la red aprender a reconocer y generar patrones temporales o variantes en el tiempo (Al-Haidithi et al, 2006), (Elman, 1990), ver Figura 22.

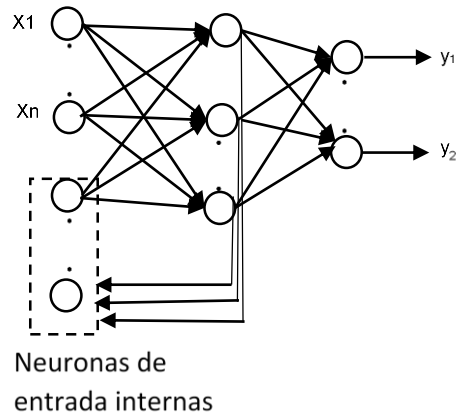


Figura 22. Red Elman

4.2.4.4 Red de Hopfield

Esta red fue desarrollada por John Hopfield en 1982, esta es una red monocapa, no lineal, recurrentes y autoasociativa, es decir que con lo memorizado durante el entrenamiento reconstruye los patrones de entrada.

4.2.4.5 Redes de neuronas de base radial (RBF)

Las funciones de base radial constan de tres capas, una de entrada, una capa oculta y una capa de salida, ver Figura 23. En la capa oculta se encuentran las funciones de base radial, donde la salida es la distancia de la entrada hasta un punto central, esta distancia está dada por (22):

$$Distancia = (x_i - c_i)^2 \quad (22)$$

La función de base radial que le corresponde a cada neurona está dado por (23):

$$y = \sum_{j=1}^n w_j \phi \left(\sum_i (x_i - c_i)^2 \right) + \theta \quad (23)$$

Donde,

ϕ , es la función radial

w_j , es el peso

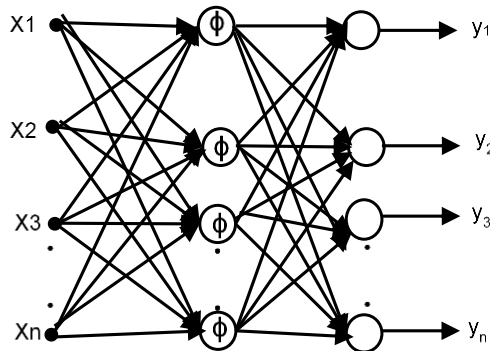


Figura 23. Red neuronal de base radial

4.2.5 Funciones de activación

La información de entrada de la red neuronal pasa a través de una función de activación, esta función “controla el flujo de salida de ese nodo para conectar con todos los nodos de la capa siguiente. Esta función de transferencia sirve para normalizar la salida” (Pérez y Santín (2007)).

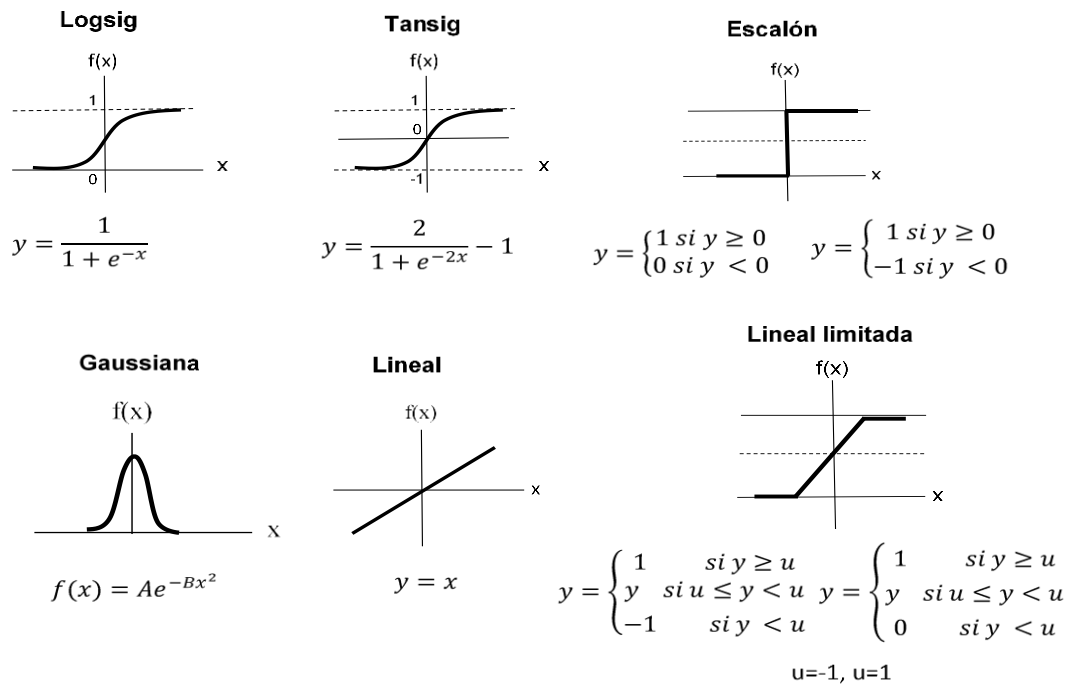


Figura 24. Principales funciones de activación

4.2.6 Red neuronal no lineal autorregresiva con entradas exógenas (NARX)

Este tipo de red se caracteriza por la no linealidad que conserva en el proceso, por ser una red dinámica recurrente. Al ser una red autorregresiva el valor actual de una serie $y(t)$ puede explicarse en función de valores pasados de la misma serie. Este modelo se caracteriza por tener la formulación expresada en (24):

$$y(t)=f(x(t-1),\dots,x(t-d),y(t-1),\dots,y(t-d)) \quad (24)$$

Donde,

$y(t)$, es la salida del modelo en el tiempo t .

d , es el número de retardos.

$x(t)$ es la entrada del modelo en el tiempo t .

f , es la función no lineal.

Cuando la función f se aproxima con un perceptrón multicapa (MLP) el sistema es llamado NARX.

La estructura de la red neuronal NARX posee 2 capas, la capa oculta que tiene contacto con las entradas de la red y la capa de salida está relacionada con la salida del modelo. Ambas capas están conformadas por neuronas, las cuales se caracterizan por la función de activación o función de transferencia encargada de mapear los datos de entrada de la neurona con la finalidad de dar el estímulo de ésta o salida de la red, en la Figura 25 se aprecia el diagrama de bloques del modelo NARX.

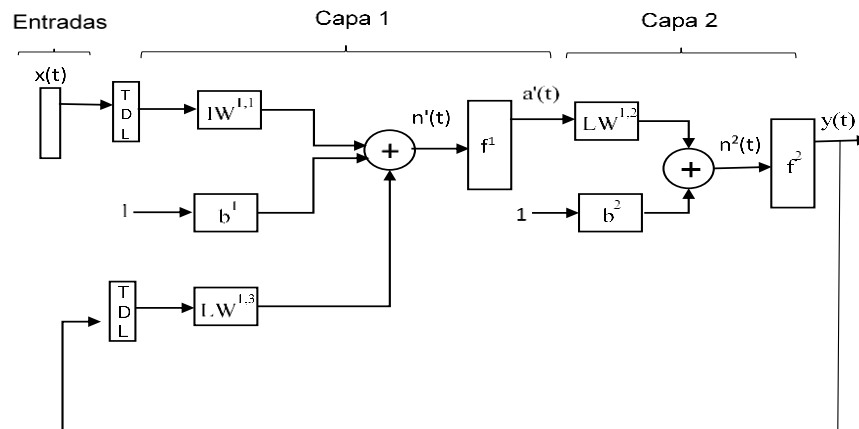


Figura 25. Diagrama de bloques del modelo NARX
Fuente: Adaptado de MathWorks (2015)

$x(t)$ es el vector de entradas
 TDL es el bloque de retardos
 IW , Son los pesos
 $n'(t)$,
 f^1 , es la función de activación de la capa 1.
 f^2 , es la función de activación de la capa 2.

El modelo NARX está integrado por el perceptrón multicapa el cual está compuesto por perceptrones simples. Tiene capa de entrada, capas ocultas y capas de salida, como se aprecia en la Figura 26.

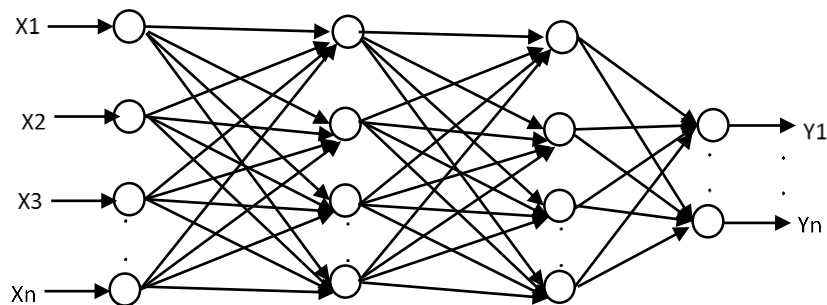


Figura 26. Perceptrón multicapa

Siendo,
 x_i , entradas
 y_i , salidas

El modelo NARX es una red dinámica recurrente, donde la salida del sistema alimenta la entrada. Esta realimentación tiene gran impacto sobre la capacidad de aprendizaje y el rendimiento de la red (De la Fuente y Alonge, (1999)).

En la red neuronal NARX el valor actual de la serie depende de valores pasados, por lo que este es un sistema dinámico, con memoria interna. Se ha demostrado que NARX es un sistema muy adecuado para modelos que dependan de la historia de las variables. Las NARX han presentado una convergencia en un menor tiempo y han permitido generalizar relaciones entrada salida que otras RNAs, adicionalmente se ha observado un mejor aprendizaje con el algoritmo de gradiente descendente que otro tipo de neuronas (Lin et al, 1996), (Gao y Joo, 2005).

En la Figura 27 se aprecia un modelo NARX donde la salida realimenta la entrada, con varios retardos de tiempo.

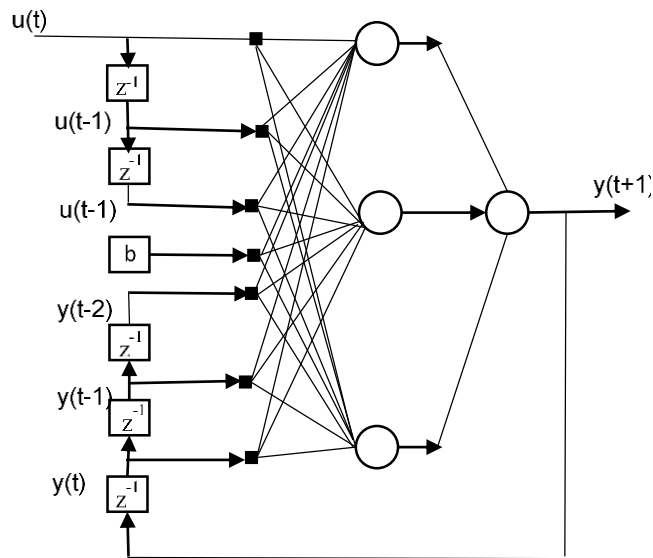


Figura 27. Modelo NARX con retardos
Fuente: adaptado de Diaconescu (2008)

Donde,
 $u(t)$, es la variable de entrada.
 $y(t)$, es la variable de salida.

El estado espacial de las redes neuronales está dado por **(25)** (Diaconescu (2008)):

$$z_i(t + 1) = \begin{cases} \Psi(u(t), z_i(t)) & i = 1 \\ z_i(t) & i = 2 \dots N \end{cases} \quad (25)$$

Donde,
 N , es el estado de las variables o en número de retardos
 Ψ , es el mapeo realizado por el perceptrón multicapa (MLP).

Y la salida está dada por **(26)**:

$$y(t) = z_i(t) \quad (26)$$

La fórmula para calcular la predicción está dada por **(27)** (Diaconescu (2008)):

$$y(t+1) = \Psi_0 \left[w_{bo} + \sum_{h=1}^N w_{ho} \Psi_h \left(w_{ho} + \sum_{i=0}^{d_u} w_{ih} u(t-i) + \sum_{j=0}^{d_y} w_{jh} y(t-j) \right) \right] \quad (27)$$

Donde,

d_u , es el número de retardos en la entrada.

d_y , es el número de retardos a la salida.

El Jacobiano del mapa espacio de estados está dado por **(28)** (Lin et al(1996)):

$$J_x(t+1,1) = \nabla_{x(t)} x(t+1)$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{\partial \Psi(t)}{\partial x_1(t)} & \frac{\partial \Psi(t)}{\partial x_2(t)} & \dots & \frac{\partial \Psi(t)}{\partial x_{D-1}(t)} & \frac{\partial \Psi(t)}{\partial x_D(t)} \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (28)$$

Para este trabajo de investigación, el algoritmo para entrenar la red fue el de retropropagación (Backpropagation), en el cual la función error está dada por **(29)** (Información Tecnológica (1997)) :

$$E(W) = \sum_{j=1}^{N_e} \sum_{i=1}^{N_s} (y_{ij} - d_{ij})^2 \quad (29)$$

Donde,

N_e , es el número de entradas.

N_s , el número de salidas.

d , es el valor deseado.

y , el valor de salida de la red.

La dirección del desplazamiento está dado por el sentido inverso del gradiente del error **(30)**:

$$\rho_k = -E'(W) = -\frac{\partial E}{\partial W} \quad (30)$$

El peso siguiente está dado por **(31)**:

$$W_{k+1} = W_k + \alpha \rho_k = W_k - \alpha \frac{\partial E}{\partial W} \quad (31)$$

Donde,

α , es la constante de razón de aprendizaje

A la ecuación (34) se le agrega otro término del momento de inercia (**32**):

$$W_{k+1} = W_k + \alpha \rho_k + \beta(W_k - W_{k-1}) \quad (32)$$

Donde,

β , es la constante de inercia entre 0 y 1.

5 RESULTADOS DE LOS MODELOS ANALIZADOS

En este capítulo se expondrán los resultados obtenidos con el modelo propuesto NARX y con el modelo ARIMA, el cual servirá de comparación.

5.1 Resultados modelo ARIMA

Para identificar los parámetros p , d y q del modelo se realizó un algoritmo iterativo en MATLAB en el cual se combinaban los valores de p , d y q de 1 hasta 5, en algunos valores se presentaron problemas porque MA no es invertible. Entre los resultados que no presentaban problemas se escogieron los parámetros p , d y q que menor error presentaran al compararse con la serie original. Con estos parámetros escogidos se obtuvieron los coeficientes del modelo.

El modelo seleccionado finalmente fue el que menor error presentó, el cual está dado por (33) con los valores de $p=4$, $d=1$ y $q=5$.

$$\begin{aligned} y_t = & 1.5328 + 0.2554y_{t-1} - 1.2354y_{t-2} + 0.3666y_{t-3} - 0.8298y_{t-4} \\ & - 0.5293e_{t-1} + 1.1866e_{t-2} - 0.6507e_{t-3} + 0.7057e_{t-4} \\ & - 0.1062e_{t-5} + e_t \end{aligned} \quad (33)$$

5.1.1 Pronóstico de toda la serie

En la Figura 28 se aprecia la serie que se obtiene con el modelo de predicción de enero de 2003 hasta marzo de 2014, con los precios llevados a marzo de 2014 con IPP base de 2006, a con el que se obtuvo un RECM=24.29.

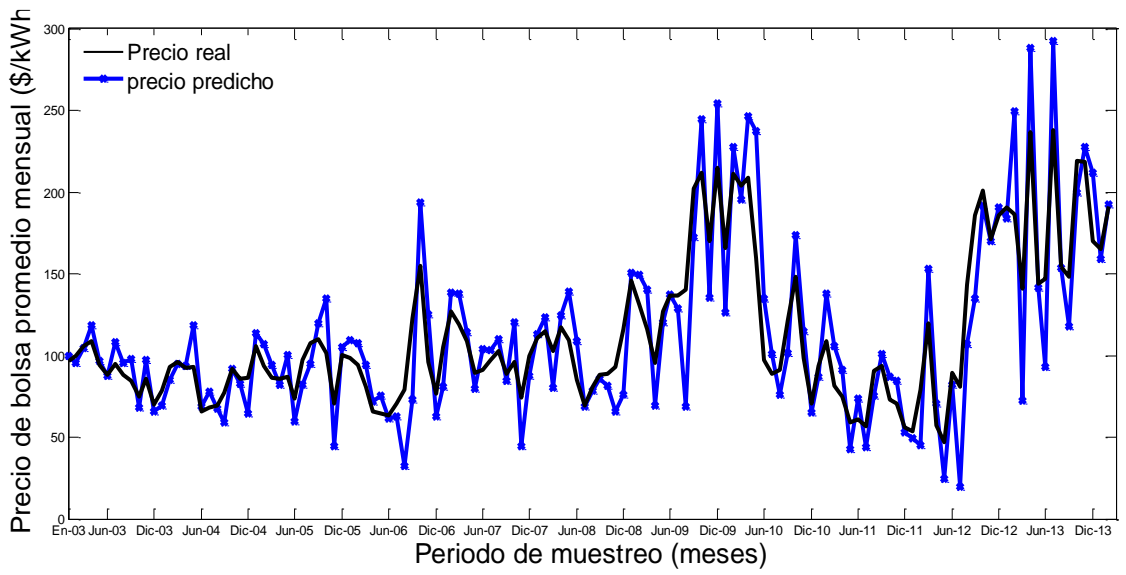


Figura 28. Pronóstico modelo ARIMA de toda la muestra

5.1.2 Pronóstico del modelo fuera de la muestra

Se analizó una muestra de 153 datos (enero de 2014 hasta septiembre de 2015, todos los precios referenciados a marzo de 2014 con IPP de 2014) de los cuales 18 son valores fuera de la muestra del modelo, obteniéndose el resultado de la Figura 29, con los datos completos dentro y fuera de la muestra con la que se obtuvo el modelo se encontró un RECM=66.67.

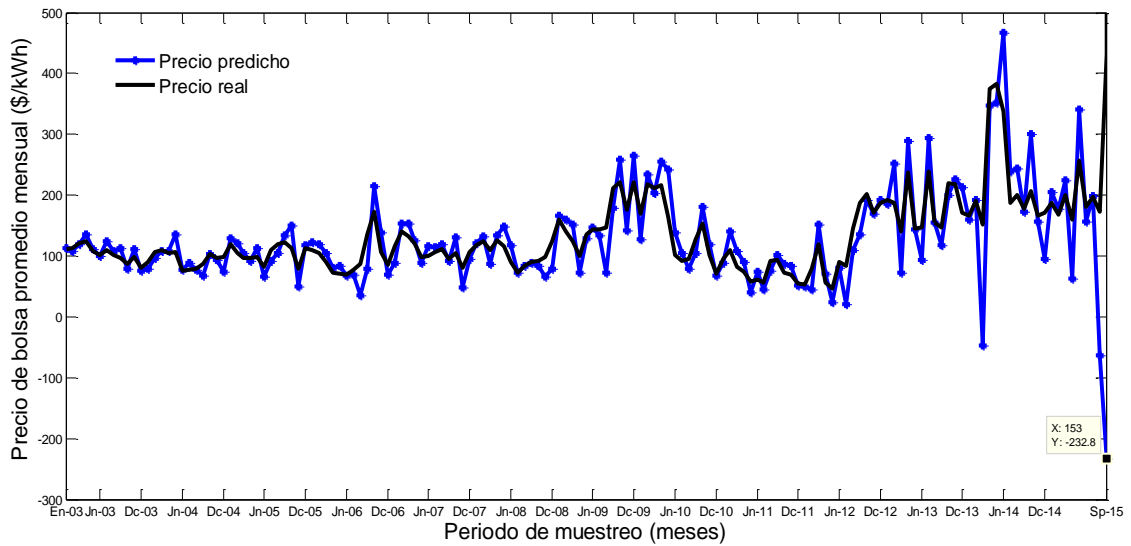


Figura 29. Pronóstico modelo ARIMA con datos fuera del modelo

5.1.3 Análisis de la serie residual modelo ARIMA

Para conocer la precisión del modelo es necesario conocer la autocorrelación muestral de la serie de error, la cual está dada por (34):

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (a_t - \bar{a})(a_{t+k} - \bar{a})}{\sum_{t=1}^n (a_t - \bar{a})^2} \quad (34)$$

Donde, a_t es el residuo en el tiempo t

\bar{a} , es la media de los residuos

n, número total de residuos

a_{t+k} , es el residuo en el tiempo con k retrasos

Como se aprecia en Figura 30 la serie residual obtenida del modelo es ruido blanco, por lo que el modelo se ajustó a los datos.

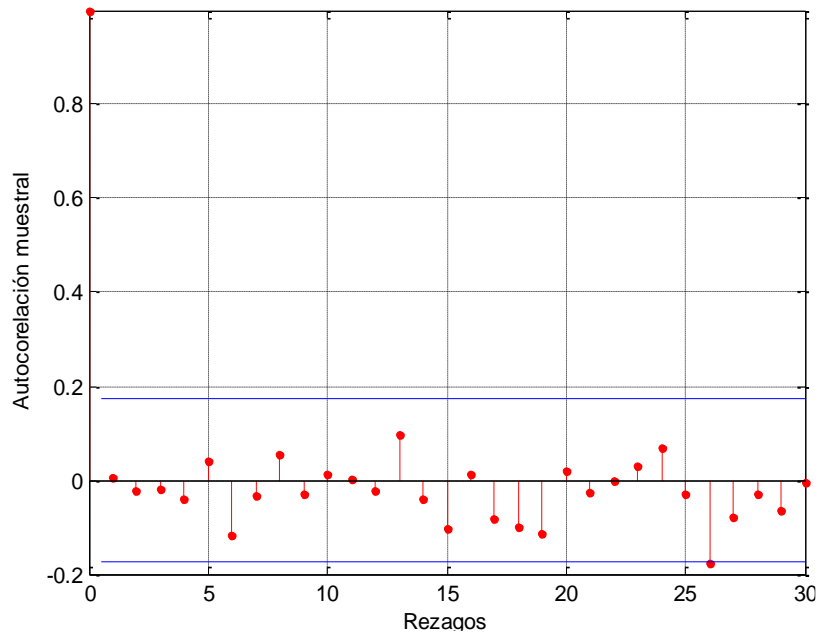


Figura 30. Autocorrelación parcial de la serie residual del modelo ARIMA

Como se aprecia en la Figura 30 la autocorrelación del error se distribuye de forma aleatoria, los valores son pequeños y no contienen información que aún puede ser utilizada en el modelo, en la Figura 31 se aprecia que la serie residual sigue una distribución normal, con media de aproximadamente cero. Por lo anterior se concluye que el modelo ARIMA se adaptó a la serie de datos.

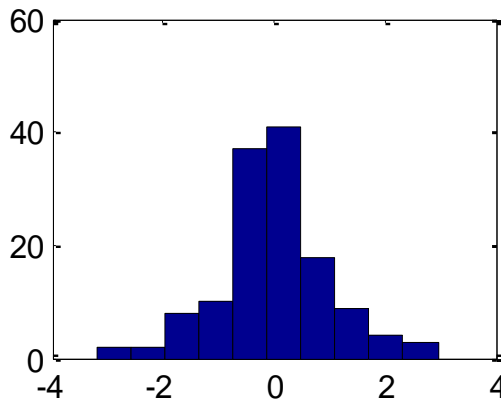


Figura 31. Estandarización de la serie residual del modelo ARIMA

5.2 Implementación del modelo de red neuronal no lineal autorregresivo con entradas exógenas (NARX)

El modelo desarrollado para realizar el pronóstico del precio en bolsa promedio mensual fue por medio de una red neuronal autorregresiva con entradas exógenas (NARX).

Para la implementación del modelo de red neuronal se siguieron los siguientes pasos:

- Recolección de datos desde enero de 2003 hasta marzo de 2014 para la implementación del modelo y desde abril de 2014 hasta septiembre de 2015 para la validación del modelo.
- Seleccionar el número de datos que se utilizaron para el entrenamiento, la validación y la prueba.
- Variar el número de neuronas y retardos de la red.
- Entrenamiento de la red, este entrenamiento se realizó cambiando los tipos de algoritmos de aprendizaje.
- Análisis de coeficiente de determinación (R) y raíz del error cuadrático medio (RECM).
- Si el modelo no es aceptable en los parámetros anteriores se realiza de nuevo estos procedimientos desde la selección del número de neuronas y retardos.

En la Figura 32 se indica el diagrama de flujo del proceso descrito con anterioridad.

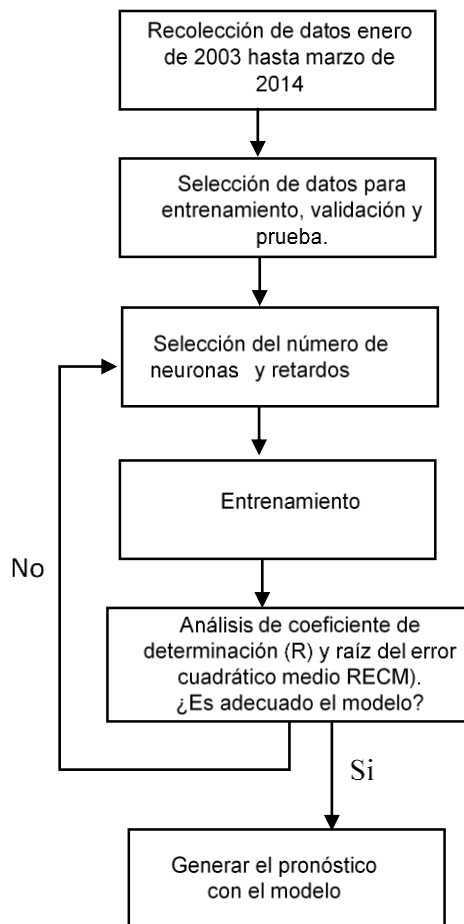


Figura 32. Diagrama de flujo para encontrar el modelo de red neuronal

Como se mencionó en la metodología empleada el modelo se implementó con información obtenida desde enero de 2003 hasta marzo de 2014 (135 datos), todos los valores son mensuales. El modelo NARX se desarrolló con el Software de Matlab ToolBox ntstool.

5.2.1 Variables de entrada del modelo, número de neuronas y de retardos

En el capítulo 3 se abordaron las diferentes variables de entradas a analizar para el modelo, en ese capítulo se definieron como entradas la probabilidad del Fenómeno de El Niño, la relación entre generación hidráulica y generación térmica, la demanda y una variable que reflejara las condiciones físicas hidrológicas, entre estas variables están: el caudal promedio, el volumen útil y los aportes de energía.

Se realizaron diferentes modelos con la variable volumen útil, con el fin de encontrar el número de retardos y neuronas con los que se obtuviera el mejor resultado, se encontró que con 12 neuronas y 4 retardos se obtenía el mejor desempeño de la red, ver Tabla 9. De los 135 datos el 70 % de los datos se utilizó para el entrenamiento, el 15 % para la validación y 15 % para la prueba. Para la selección del número de neuronas y retardos se tuvo en cuenta el mejor desempeño de la red dado por la raíz del error cuadrático medio (RECM), ver (36) y el coeficiente de determinación R dado en (37), el cual determina la calidad del modelo y la variación que se obtiene frente a los resultados esperados.

Luego con el número de retardos y neuronas encontrados se analizaron cada una de las variables que reflejara las condiciones físicas hidrológicas (el caudal promedio, el volumen útil y los aportes de energía), con cada una de las variables mencionadas se realizó un modelo para comparar con cuál de estas se obtenía el mejor resultado. Se comparó el resultado de la raíz del error cuadrático medio (RECM), como se expresa en (36) en la Tabla 10 se consignan los resultados obtenidos. El mejor resultado se logró al incorporar al modelo la variable de volumen útil. Por lo anterior, esta fue la variable ingresada al modelo.

La estructura de la red neuronal NARX seleccionada posee 2 capas: la capa oculta que tiene contacto con las entradas de la red y la capa de salida está relacionada con la salida del modelo. Las funciones de activación de la primera capa fue *Tansig*, y su expresión asociada es la está dada por (35), en la cual n es el valor numérico de la entrada de la neurona.

$$a = \frac{2}{1 + e^{-2n}} - 1 \quad (35)$$

La función de activación de la capa de salida es la *Purelin* o lineal ($a=n$), donde la entrada es igual a la salida, esta función de activación permite que la salida de la red pueda tomar cualquier valor.

Tabla 9. Comparación de resultados con diferentes neuronas y retrasos

Número de neuronas	Número de retardos	Entrenamiento		Validación		Prueba	
		RECM	R	RECM	R	RECM	R
7	2	16.97	0.93	17.16	0.92	19.88	0.87
7	3	17.21	0.92	20.07	0.91	27.63	0.80
8	2	15.85	0.93	18.29	0.92	26.14	0.89
8	3	13.60	0.96	15.17	0.93	21.98	0.82
9	3	7.00	0.99	20.42	0.92	27.22	0.80
8	5	16.46	0.93	24.26	0.85	20.29	0.92
11	4	16.72	0.94	24.47	0.87	21.90	0.87
12	4	9.22	0.98	18.62	0.90	19.03	0.87
13	3	16.36	0.93	22.76	0.92	26.71	0.86

Tabla 10. Comparación de diferentes modelos con incorporación de las diferentes variables físicas

Variable	RECM
Volumen Útil Diario Energía kWh-mensual	27.20
Caudal promedio mensual m ³ /s	33.76
Aportes Energía kWh- mensual	39.33

$$RECM = \sqrt{\frac{\sum (y_i - y_i^*)^2}{n}} \quad (36)$$

Donde,

y_i , es el valor del precio de bolsa conocido.

y_i^* el precio predicho por la red.

n , el tamaño de la muestra analizada.

$$R = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - y_i^*)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - y_m)^2} \quad (37)$$

Donde,

y_m , es el promedio de los datos de entrada del precio de bolsa promedio mensual.

Al analizar la raíz del error cuadrático medio (RECM) y la regresión (R) de los modelos analizados, se obtiene que el mejor desempeño se obtuvo con 12 neuronas y 4 retardos. El modelo desarrollado tiene la formulación (38), donde los retardos son 4, $x(t)$ son las entradas del modelo y $y(t)$ es el precio en bolsa promedio mensual en el tiempo t .

$$y(t)=f(x(t-1),x(t-2),x(t-3),x(t-4),y(t-1),y(t-2),y(t-3),y(t-4)) \quad (38)$$

5.2.2 Entrenamiento de la red

Como se mencionó en el capítulo 4, las redes neuronales tienen diferentes métodos de entrenamiento, para este trabajo de investigación se compararon diferentes tipo de entrenamiento con el algoritmo de retropropagación con diferentes modificaciones.

En la Tabla 11 se presenta un análisis de sensibilidad de algunos de los métodos de entrenamiento disponible en Matlab con el ToolBox nntool.

Tabla 11. Rendimiento de los métodos de entrenamiento de las redes neuronales

Algoritmo	Tiempo	Rendimiento	Rendimiento del entrenamiento	Rendimiento de la validación	Rendimiento de la prueba
Cuasi Newton BFGS	0:02:23	367.57	247.74	483.97	796.34
<i>Levenberg-Maquardt</i>	0:00:00	167.29	84.96	346.85	362.31
Gradiente conjugado Fletcher-Powell	0:00:02	682.93	581.44	834.05	993.61
Gradiente conjugado Powell-Beale	0:00:08	310.69	155.13	403.12	926.05
Gradiente conjugado Polak-Ribiere	0:00:10	291.40	78.32	421.69	1,130.70
Secante de un solo paso	0:00:03	694.40	424.01	2,110.40	508.63
Retropropagación resiliente	0:00:00	643.10	480.53	1,026.70	999.23

Algoritmo	Tiempo	Rendimiento	Rendimiento del entrenamiento	Rendimiento de la validación	Rendimiento de la prueba
Gradiente conjugado escalonado	0:00:00	302.45	208.13	474.69	559.35

Como se aprecia en la **Tabla 11** el mejor rendimiento se obtuvo con el algoritmo Levenberg-Marquardt el cual es una combinación del método de retropropagación y el método de Newton, con este algoritmo se tiene uno de los mejores tiempos de respuesta. Por lo anterior este algoritmo de entrenamiento fue el seleccionado para el modelo implementado. Este algoritmo es un método basado en mínimos cuadrados iterativos y es una modificación del método de Newton. La matriz Hessiana está dada por (39):

Como se aprecia en la Tabla 11 el mejor rendimiento se obtuvo con el algoritmo Levenberg-Marquardt, además de tener uno de los mejores tiempo de respuesta, por lo anterior este algoritmo de entrenamiento fue el seleccionado para el modelo implementado. Este algoritmo es un método basado en mínimos cuadrados iterativos y es una modificación del método de Newton. La matriz Hessiana está dada por (39):

$$H = J^T J \quad (39)$$

El gradiente está dado por (40):

$$g = J^T e \quad (40)$$

Donde,

J, es la matriz jacobiana

e, error de la red

El método iterativo está dado por (41):

$$x_{k+1} = x_k - [J^T J + \mu I]^{-1} J^T e \quad (41)$$

En la Tabla 12 se aprecian los parámetros de entrenamiento del algoritmo Levenberg-Maquardt.

Tabla 12. Parámetros de entrenamiento

Parámetro de entrenamiento	Valor
Número máximo de ciclos de entrenamiento	1000
Mínimo gradiente del error	1e-7
μ	0.001
Relación de aumento μ	0.1
Relación de disminución μ	10
Máximo μ	1*10 ¹⁰

5.3 Resultados modelo NARX-ARIMA

Con base en el análisis realizado para el modelo NARX en el capítulo 4, donde se definió el algoritmo de entrenamiento, las funciones de activación, variables de entrada del modelo y se encontró que con 4 retardos la red presentaba el mejor comportamiento y con los resultados del modelo ARIMA expuesto en la sección anterior, se evidencia que el mismo número de retardos obtenidos con el modelo ARIMA fue el mismo que se halló para el modelo NARX. Por lo anterior como parámetro de entrada para el modelo NARX será el resultado de los retardos en el tiempo obtenidos en el modelo ARIMA, por lo que el modelo será un híbrido NARX-ARIMA, donde para la implementación de la red neuronal se parta del modelo ARIMA y solo se varíe el número de neuronas.

La selección del modelo NARX-ARIMA se hará con base en los mejores valores de RECM y R obtenidos. Para la implementación del modelo NARX-ARIMA se siguieron los siguientes pasos:

- Recolección de datos desde enero de 2003 hasta marzo de 2014 para la implementación del modelo y desde abril de 2014 hasta septiembre de 2015 para la validación del modelo.
- Seleccionar el número de datos que se utilizaron para el entrenamiento, la validación y la prueba.
- Se toman el número de retardos dados en el modelo ARIMA y se varía el número de neuronas.

- Entrenamiento de la red, este entrenamiento con el algoritmo de Levenberg-Marquardt.
- Análisis de coeficiente de determinación (R) y raíz del error cuadrático medio (RECM).
- Si el modelo no es aceptable en los parámetros anteriores se realiza de nuevo estos procedimientos desde la selección del número de neuronas.

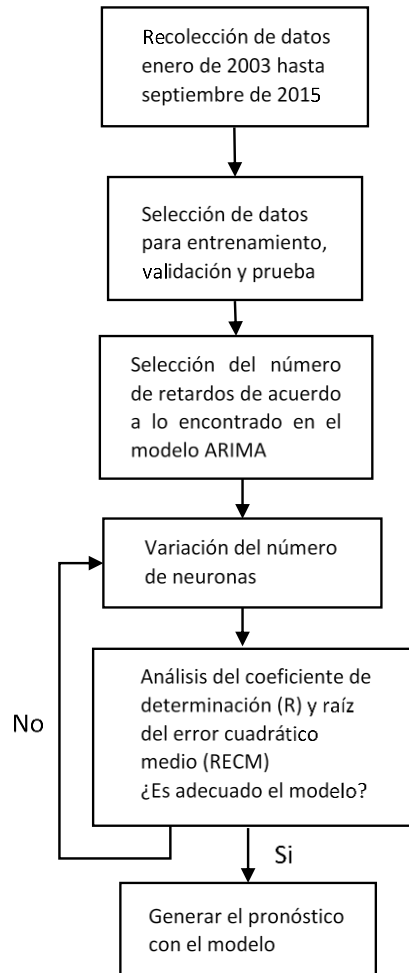


Figura 33. Diagrama de flujo modelo NARX-ARIMA

En la Tabla 13 se presentan los resultados obtenidos con el modelo NARX, manteniendo constante el número de retardos encontrado con ARIMA. Se encontraron 3 modelos con los mejores resultados, los cuales son con 12, 13 y 14 neuronas.

La menor RECM para el entrenamiento, la validación y la prueba se obtuvo con 12 neuronas, el mejor ajuste R para el entrenamiento, validación y prueba se logró con 14 neuronas. Sin embargo el modelo de 12 neuronas tuvo un ajuste similar al de la 14 y con menor error, por lo anterior el modelo seleccionado para esta propuesta de investigación es el de 12 neuronas y 4 retardos.

Tabla 13. Resultados modelo NARX-ARIMA variando las neuronas

Número neuronas	Entrenamiento		Validación		Prueba	
	RECM	R	RECM	R	RECM	R
8	15.74	0.94	19.46	0.91	26.69	0.84
9	14.29	0.94	17.17	0.93	30.33	0.80
10	15.39	0.92	21.20	0.90	29.85	0.82
11	16.72	0.94	24.47	0.87	21.90	0.87
12	9.22	0.98	18.62	0.90	19.03	0.87
13	17.08	0.92	16.79	0.94	23.29	0.90
14	9.79	0.98	22.38	0.92	26.09	0.88
15	14.32	0.95	22.52	0.93	24.00	0.82

La estructura de la red obtenida del modelo se presenta en la Figura 34, donde X_1, X_2, X_3 y X_4 son las entradas de la red, w son los pesos y b el umbral, los cuales se determinaron a través del entrenamiento de la red.

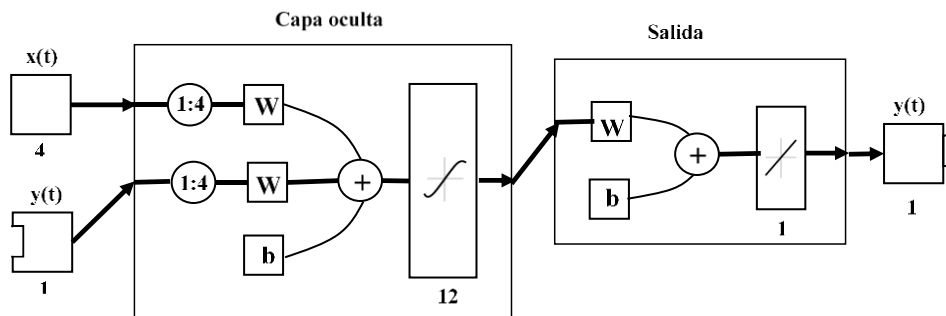


Figura 34. Estructura de la red neuronal del modelo propuesto

5.3.1 Pronóstico modelo ANRX-ARIMA de toda la serie

Con el modelo implementado se obtuvo el pronóstico ilustrado en la Figura 35. En la Figura 36 se presenta el análisis de correlación encontrado para los 4 conjuntos de datos utilizados por la RNA (entrenamiento, validación, prueba y todos los datos) y en la Tabla 14 se aprecia en RECM y R obtenidos con el modelo.

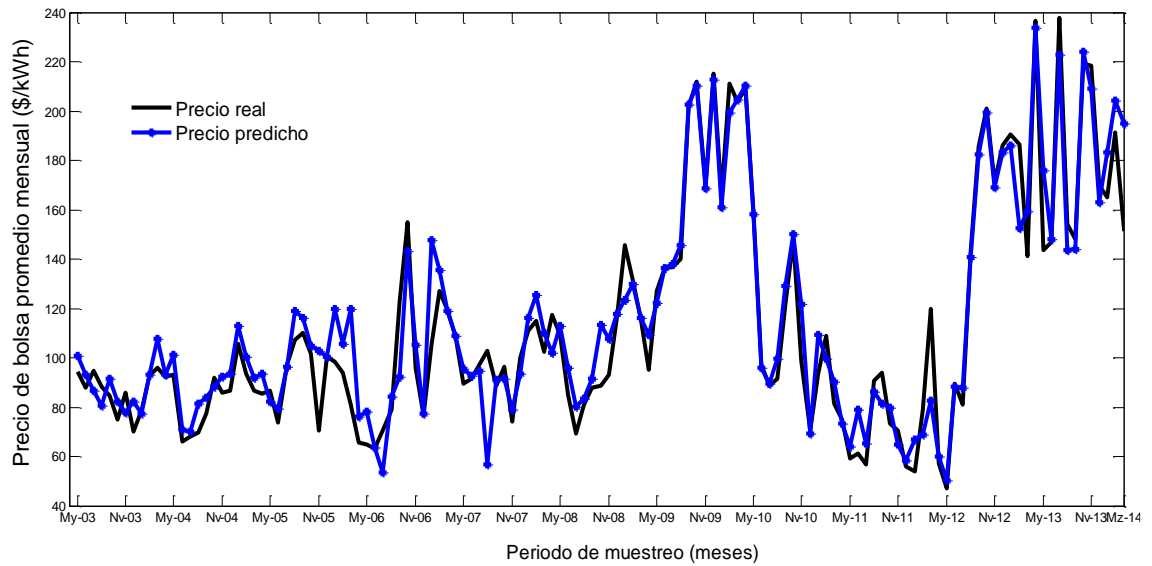


Figura 35. Pronóstico de la red neuronal dentro de la muestra

Tabla 14. RECM y R obtenido para con el modelo de RNA

	Entrenamiento	Validación	Prueba	Todos
R	0.98	0.90	0.87	0.96
RECM	9.22	18.62	19.03	12,93

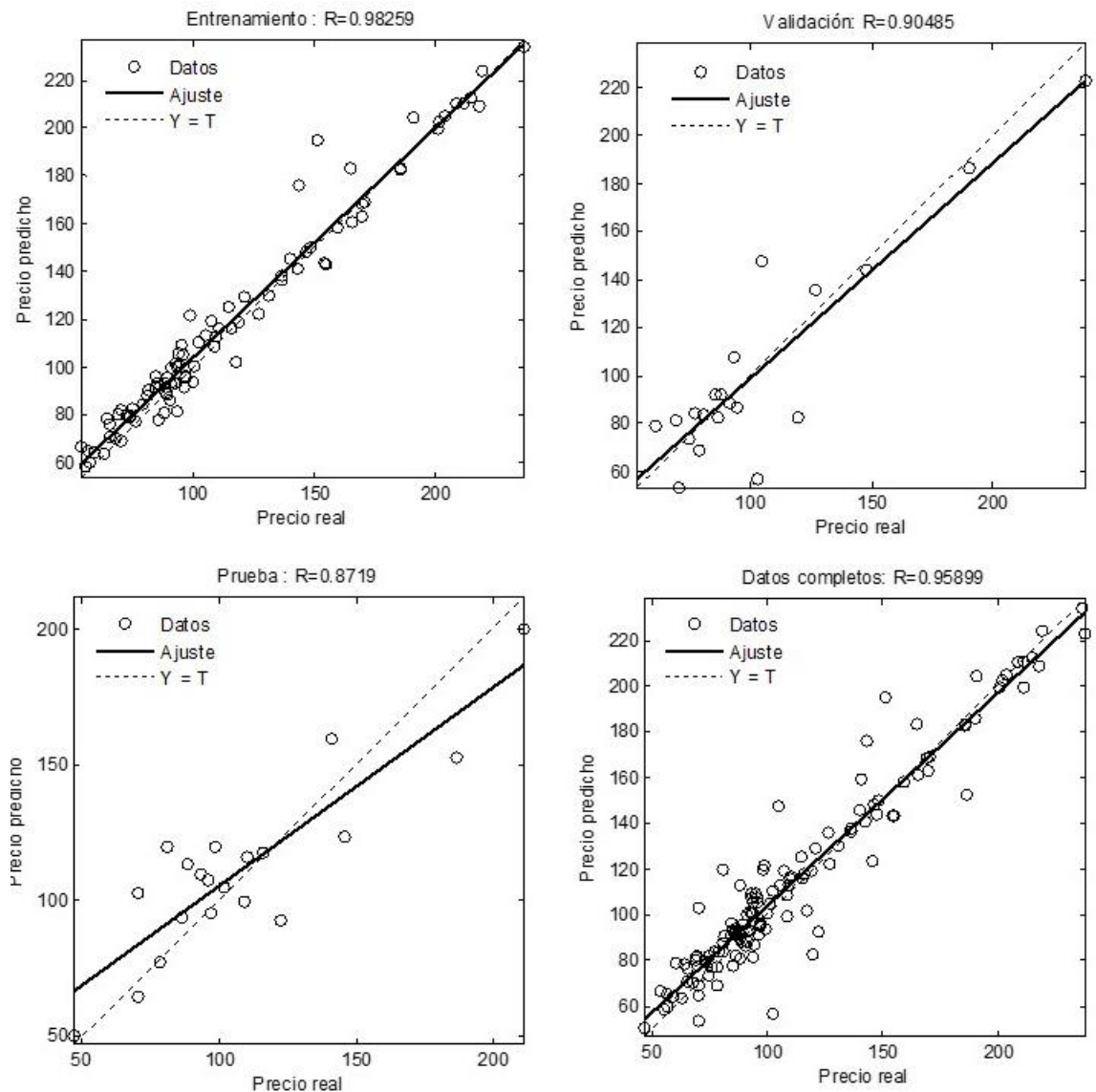


Figura 36. Coeficiente de correlación obtenido con la RNA

Como se aprecia en la Figura 35, la red neuronal es una buena aproximación a la serie de precios real, con un RECM de 12.93, como se aprecia en la Tabla 14. El análisis de coeficientes de determinación indican que del total de datos el 95.9 % se explican con el modelo, por lo que se puede concluir que el modelo tiene una buena capacidad predictiva.

5.3.2 Pronóstico del modelo NARX-ARIMA fuera de la muestra

El pronóstico con datos dentro y fuera de la muestra se aprecia en la Figura 37 y la regresión para estos datos en la Figura 38. Con los datos de la muestra y fuera de la muestra se obtuvo un RECM de 39.79 y el análisis de coeficientes de determinación indicó que el 77.6 % de los datos se explican con el modelo. El IPP con el que se calculó es de base 2014.

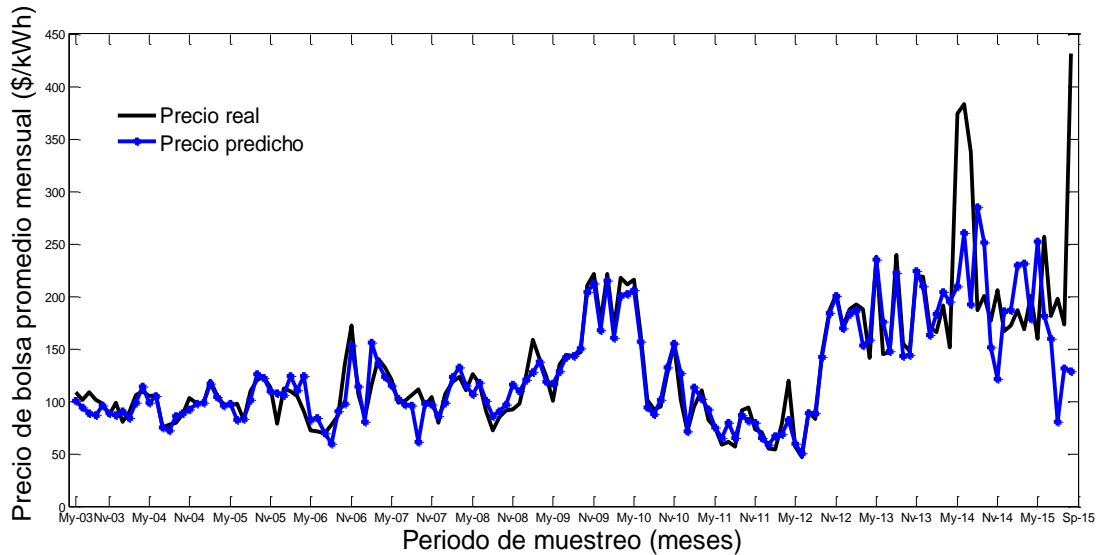


Figura 37. Pronóstico de la red neuronal dentro de la muestra y con datos fuera de la muestra

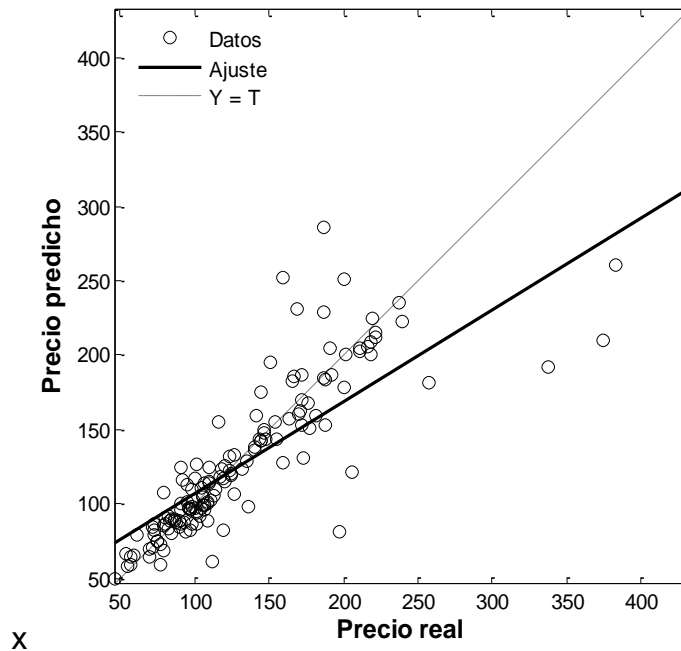


Figura 38. Coeficiente de determinación (R) para los datos completos dentro y fuera de la muestra

5.3.3 Análisis de la serie residual NARX-ARIMA

Con el fin de evaluar el modelo se realizaron pruebas sobre la serie residual para verificar que el error encontrado entre los datos pronosticados con el modelo y los valores reales de la serie sean ruido blanco. Las bandas de confianza son de 95 % y están dadas por (42):

$$\left[-\frac{1.96}{\sqrt{T}}, \frac{1.96}{\sqrt{T}} \right] \quad (42)$$

Donde T es el número de datos de la muestra (131), y por tanto la banda de confianza estará entre $[-0.17, 0.17]$. La serie residual está dada por (43):

$$y_r = y_{\text{real}} - y_{\text{modelo}} \quad (43)$$

Donde,

y_{real} , es el precio de bolsa promedio mensual real.

y_{modelo} , es el precio promedio mensual predicho por el modelo.

El análisis de correlación muestral (ACF) y autocorrelación muestral parcial (PACF) indica que la serie residual es ruido blanco, ya que las autocorrelaciones se encuentran dentro de las bandas de confianza del 95 %, ver Figura 39.

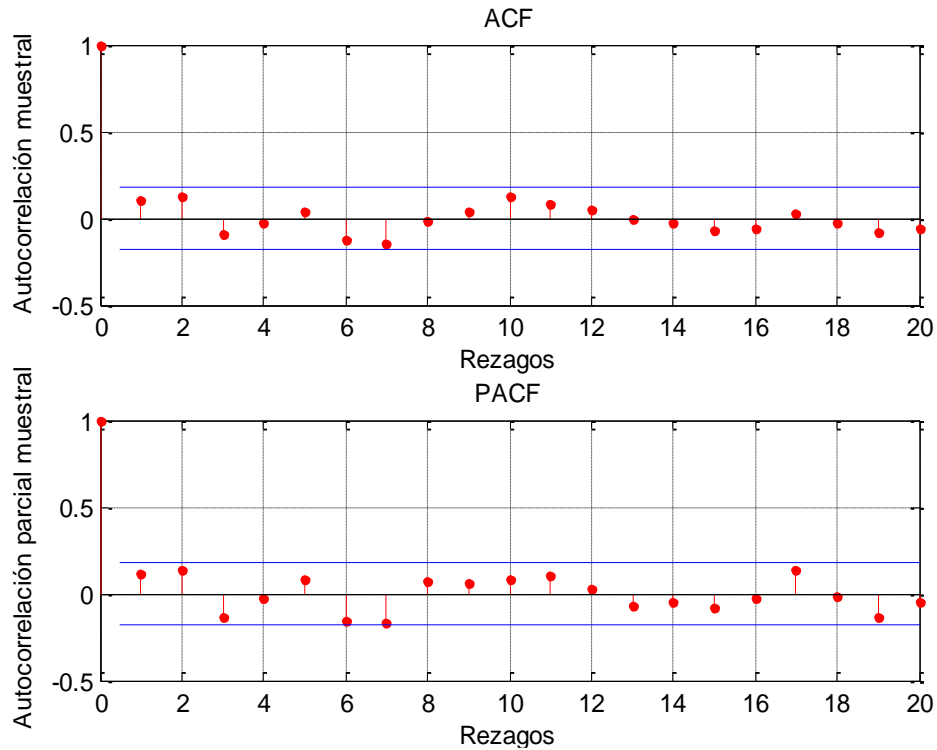


Figura 39. Autocorrelación muestral y autocorrelación parcial muestral de la serie residual

También se realizó la prueba de Ljung-Box, con la cual se comprueba si los valores de la serie residual son independientes, es decir no están autocorrelacionados. La prueba estadística determinada por (44):

$$Q = T(T + 2) \sum_{h=1}^m \frac{\rho(k)^2}{T - r} \quad (44)$$

Donde,

$\rho(k)$, autocorrelación de los residuos en el retardo k.

T, tamaño de la muestra.

m, número de rezagos de la autocorrelación.

La hipótesis nula es que no hay autocorrelación. Para 10 rezagos se obtuvo un p-value de 0.2 y para 20 rezagos un p-value de 0.61, por lo que se acepta la hipótesis de que no hay correlación y los residuos son ruido blanco.

Por las anteriores pruebas a la serie residual se puede concluir que el modelo capturó bien la información.

6 CONCLUSIONES

En este trabajo se exploró el problema de predicción de precios en bolsa de la energía eléctrica en corto plazo para el sistema eléctrico colombiano. Debido a que este precio es volátil y depende considerablemente las condiciones hidrológicas, se realizó un estudio de valores singulares y correlación de las variables que reflejaran esta condición como fueron la relación entre la generación hidráulica y térmica, la probabilidad del fenómeno de El Niño, el volumen útil diario, el caudal promedio mensual y los aportes de energía. Encontrándose variables linealmente independientes: 3 que dependen de las condiciones hidrológicas (la relación entre la generación hidráulica –térmica, probabilidad del fenómeno de El Niño y volumen útil diario de energía). La variable que presento mayor correlación con el precio de bolsa fue la relación entre la generación hidráulica y generación térmica, variable que no había sido incorporada en otros modelos de predicción del precio en bolsa en el corto plazo. Adicionalmente, se consideró la demanda de la energía eléctrica, variable fundamental en modelos económicos.

Una vez seleccionadas las variables a considerar en el modelo, se propuso una metodología para determinar el modelo de red neuronal NARX que permitiera predecir el precio de la energía, considerando los datos históricos desde enero de 2003 hasta marzo de 2014, para ello se estableció con el modelo ARIMA el número de retardos a considerar en el precio, siendo este de 4, y con un análisis de sensibilidad en el error de la predicción se seleccionó el número de neuronas a considerar en la capa oculta del modelo. Simplificándose de esta manera el proceso de selección de la estructura del modelo NARX, ya que un modelo de RNA en general no sólo depende de las neuronas en las diferentes capas, bias, funciones de activación, sino también de métodos de inicialización y aprendizaje, por lo que tener definido el método de aprendizaje y el número de retardos (obtenidos con ARIMA) simplifica considerablemente la definición de la estructura, de esta manera, el problema se centrará solo en obtener el número de neuronas en la capa de entrada. De esta manera el híbrido NARX- ARIMA resulta ser un proceso adecuado para el pronóstico de precios en bolsa de la energía eléctrica.

Al comparar la RECM (raíz del error cuadrático medio) del modelo NARX frente al modelo ARIMA, se encontró que existe un mejor comportamiento del modelo NARX con un RECM=12.93, mientras que para el modelo ARIMA se obtuvo un RECM=24.19. Por esta razón y porque el modelo NARX incorpora variables dependientes de las condiciones hidrológicas, las cuales impactan el precio de la electricidad, se considera que el modelo NARX permite representar mejor el caso colombiano, el cual es afectado significativamente por las condiciones hídricas y que con el modelo ARIMA se puede establecer el número de retardos a considerar en el precio, por lo que se analizó el modelo NARX-ARIMA.

Los resultados obtenidos con el modelo NARX-ARIMA seleccionado son consistentes con la serie de precios real, lo cual se evidencia a través del alto coeficiente de determinación del 96% entre los datos reales y los simulados con el modelo, y de una correlación muestral (ACF) y autocorrelación muestral parcial (PACF) del error que se encontró dentro de las bandas de confianza del 95%. Por esta razón, el modelo NARX-ARIMA, resulta ser una herramienta apropiada para realizar pronósticos de los precios de la electricidad, ya que con la combinación redes neuronales y series de tiempo, se puede llevar en cuenta la dinámica del precio (no lineal y volátil), encontrar patrones entre las variables de entrada, y tener presente la historia de la variable de interés, condiciones que se adaptan muy bien al paradigma desarrollado en las redes neuronales.

De esta manera el modelo propuesto puede proporcionar una buena aproximación en el corto plazo, debido a la incorporación de variables que dependen de las condiciones hidrológicas, incluyendo el Fenómeno de El Niño que podría ser considerado como una variable especulativa, y de la consideración de la historia del precio.

El precio en bolsa de la electricidad presenta una alta volatilidad, de ahí la importancia de analizar las diferentes variables del mercado energético y el estudio estadístico de las variables que se consideren más importantes de esta forma se pueden lograr pronósticos más acertados, sin embargo siempre quedarán las brechas debido a todos los factores que influyen en la formación del precio.

El precio de la electricidad en Colombia es altamente dependiente de las condiciones hidrológicas como se pudo evidenciar en el capítulo 3, por lo anterior es importante que los modelos de predicción tengan en cuenta este tipo de variables.

El Fenómeno de El Niño tiene gran incidencia en la formación del precio de la electricidad e igualmente incide sobre las variables analizadas en este trabajo de investigación, por lo que este fenómeno debe ser tenido en cuenta en los modelos de predicción del precio de bolsa.

Trabajos futuros:

Como trabajo futuro se propone implementar otras metodologías para comparación, como la transformada de Wavelet o procesos vectoriales.

Este trabajo de investigación se realizó para un tiempo de predicción de un mes, para trabajos futuros se propone realizar un modelo de predicción teniendo en cuenta las variables dependientes de las condiciones hidrológicas analizadas en este trabajo, pero en un mayor horizonte de tiempo.

Analizar cómo afecta el porcentaje de energía transada en contratos bilaterales el precio en bolsa tanto en el corto plazo, como en el mediano plazo, con el fin de determinar si esta variable debería incluirse en el modelo propuesto en este trabajo.

7 REFERENCIAS

Al-Hadithi, B. M., Rueda, M. R., y Muro, J. S., *Interfaz visual para el prototipado rápido de clasificadores de gajos de mandarina basados en redes neuronales*, *Tecnología y desarrollo*, IV, (2006).

Amjady, N., *Day-Ahead Price Forecasting of Electricity Markets by a New Fuzzy Neural Network*, *IEEE Transactions On Power Systems*, 21(2), 887-896, (2006)

Arciniegas, A. I., y Arciniegas, I. E., *Forecasting short-term power prices in the Ontario Electricity*, *Utilities Policy*, 16, 39-48, (2008).

Areekul, P., Senjyu, T., Toyama, H., y Yona, A., *A Hybrid ARIMA and Neural Network Model for Short-Term Price Forecasting in Deregulated Market*, *IEEE Transactions On Power Systems*, 25(1), 524-530, (2010).

Arias, J. C., & Ribon, S. M., *Pronóstico del precio de contratos de la energía en el largo plazo a través del método ANFIS*, Universidad Nacional de Colombia, Medellín, (2009).

Anbzhagan, S., y Kumarappan, N., *Day-Ahead Deregulated Electricity Market Price Forecasting Using Recurrent Neural Network*, *IEEE Systems Journal*, 7(4), 866-872, (2013).

Barrientos, J., Rodas, E., Velilla, E., Lopera, M., y Villada, F., *Modelo para el pronóstico del precio de la energía eléctrica en Colombia*, *Lecturas de Economía*(77), 129-161, (2012).

Botero, S., y Cano, J. A., *Análisis de series de tiempo para la predicción de los precios de la energía en la bolsa de Colombia*. *Cuadernos de Economía*, XXVII(48), 173-208, (2008).

Box, G. E. P., Jenkins G.M., Reinsel, G.C., *Time Series Analysis- Forecasting and Control*, tercera edición, Editorial Prentice Hall, Nueva Jersey, (1994), pag 17

Catalão, J., Pousinho, H., y Mendes, V., *Short-term electricity prices forecasting in a competitive market by a hybrid intelligent approach*, Energy Conversion and Management, 52, 1061–1065, (2011).

CIDET, Fenómeno del Niño no subirá precios de la energía, 10 de marzo de 2015, <http://www.cidet.org.co/fenomeno-del-nino-no-subira-precios-de-la-energia>, Colombia (2014).

Conejo, A. J., Plazas, M. A., Espínola, R., y Molina, A. B., *Day-Ahead Electricity Price Forecasting Using the Wavelet Transform and ARIMA Models*, IEEE Transactions On Power Systems, 20(2), 1035-1042, (2005).

Conejo, A. J., Contreras, J., Espínola, R., y Plazas, M. A., *Forecasting electricity prices for a day-ahead pool-based electric energy market*, International Journal of Forecasting, 21, 435-462, (2005).

Contreras, J., Espínola, R., Nogales, F. J., y Conejo, A. J., *ARIMA Models to Predict Next-Day Electricity Prices*, IEEE Transactions On Power Systems, 18(3), 1014-1020, (2003).

Che, J., y Wang, J., *Short-term electricity prices forecasting based on support vector regression and Auto-regressive integrated moving average modeling*, Energy Conversion and Management, 51, 1911–1917, (2010).

Crespo, J., Hlouskova, J., Stephan, K., y Obersteiner, M., *Forecasting electricity spot-prices using linear univariate time-series models*, Applied Energy, 77, 87-106, (2004).

CREG, Misión y Visión, <http://www.creg.gov.co/index.php/es/creg/quienes-somos/mision-vision>, 10 de marzo de 2016.

De la Fuente Aparicio, M. J., y Alonge Cano, T., *Aplicaciones de las redes de neuronas en supervisión, diagnóstico y control de procesos*, Editorial Equinoccio, Baruta, (1999).

Dianescu, E., *The use of NARX Neural Networks to predict Chaotic Time Series*, Wseas Transactions on Computer Research, 3, 182-191, (2008).

Elma, J. L., *Finding Structure in Time*, Cognitive Science, 14, 179-211, (1990).

Escríche, S., *Predicción de tráfico en redes IP*, Universitat Politècnica de Catalunya, (2011).

- Flórez Lopez, R., Y Fernández, J. M., *Las redes neuronales artificiales- Fundamentos teóricos y aplicaciones prácticas*. Editorial Netbiblo, S.L., La Coruña, (2008).
- Garcia, R. C., Contreras, J., van Akkeren, M., y Garcia, J. B., *GARCH Forecasting Model to Predict Day-Ahead Electricity Prices*, IEEE TransactionS On Power Systems, 20(2), 867-874, (2005).
- Gareta, R., Romeo, L. M., y Gil, A., *Forecasting of electricity prices with neural networks*, Energy Conversion and Management, 47, 1770-1778, (2006).
- Grajales, D., *Modelación del precio de la energía en Colombia usando un modelo de inferencia neurodifuso (ANFIS)*, Revista Soluciones de Postgrado EIA, 25-38, (2009).
- Hanke, J. E., y Wichern, D. W., *Prónosticos en los negocios*,381-428, Editorial Pearson Educación, México, (2006).
- Hidalgo, R. A., *Determinación de precios vía equilibrio de Cournot en el mercado eléctrico spot colombiano*, Univesidad EAFIT, Medellín, (2013).
- Hirshleifer, J., y Hirshleifer, D., *Price theory and applications*, 15. Editorial PrenticeHall Inc, New Jersey, EUA, (1998).
- Hong, Y.-Y., y Lee, C.-F., *A neuro-fuzzy price forecasting approach in deregulated electriciry markets*, Electric Power Systems Research (73), 151-157, (2005).
- Hu, Z., Yang, L., Wang, Z., Gan, D., Sun, W., y Wang, K., *A game-theoretic model for electricity markets with tight capacity constraints*, Electrical Power and Energy Systems, 30, 207–215, (2008).
- IICA, y Comunidad Andina., *Fenómeno climático de El Niño. Experiencias para la prevención de daños y la reconstrucción de zonas afectadas en la agricultura*, Bogotá D.C., (1998).
- Información Tecnológica, Vol 8, N°5, (1997).
- Kim, C.-i., Yu, I.-K., y Song, Y., *Prediction of system marginal price of electricity using wavelet transform analysis*, Energy Conversion and Management, 43, 1839-1851, (2002).
- Levine, D. M., Berenson, M. L., y Thimothy, C., *Estadística para administración*, Pearson Eduación, (2006).

Li, Y., y Flynn, P. C., *Deregulated power prices: comparison of volatility*, Energy Policy, 32(14), 1591-1601, (2004).

Lin, T., Horne, B. G., Tino, P., Giles, L., Learning Long-Term Dependencies in NARX Recurrent Neural Networks, IEEE Transactions on Neural Networks, 7(6), 1329-1338, (1996).

Lira, F., Muñoz, C., Núñez, F., Y Cipriano, A., *Short-term forecasting of electricity prices in the Colombian electricity market*, IET Generation, Transmission & Distribution, 3, 980-986, (2009).

Liu, H., y Shi, J., *Applying ARMA–GARCH approaches to forecasting short-term electricity prices*, Energy Economics, 37, 152-166, (2013).

Londoño, S. M., Caicedo, G., y Lozano, C. A., *Pronóstico de Precio en el Mercado de Electricidad Colombiano usando Redes Neuronales*, Universidad del Valle, Cali, (2003).

Mandal, P., Senjyu, S., y Funabashi, T., *Neural networks approach to forecast several hour ahead electricity prices and loads in deregulated market*, Energy Conversion and Management, 47, 2128-2142, (2006).

Mateo, A., Muñoz, A., & García-González, J., *Modeling and Forecasting Electricity Prices with Input/Output Hidden Markov Models*, IEEE Transactions On Power Systems, 20(1), 13-2, (2005).

Mora Escobar, H. M., *SVD: descomposición en valores singulares: resultados, aplicaciones, cálculo*, Bogotá. (2011).

MathWorks, *Design Time Series NARX Feedback Neural Networks*, <http://www.mathworks.com/help/nnet/ug/design-time-series-narx-feedback-neural-networks.html>, 21 de septiembre de 2015,

Moreno, L., y Quintero, O. L., y García, J. J., *Estimación del precio de oferta de la energía eléctrica en Colombia mediante inteligencia artificial*. Revista de Métodos Cuantitativos para la Economía y la Empresa, 18, 54-87, (2014).

Muñiz, J., *Predicción del precio de la electricidad mediante redes neuronales*, Universidad Pontificia Comillas, Madrid, (2010)

Nogales, F. J., Contreras, J., Conejo, A. J., y Espínola, R., *Forecasting Next-Day Electricity Prices by Time Series Models*, IEEE Transactions On Power Systems, 17(2), 342-348, (2002).

Osório, G., Matias, J., y Catalão, J., *Electricity prices forecasting by a hybrid evolutionary-adaptive methodology*, Energy Conversion and Management, 80, 363–373, (2014).

Pérez López, C., y Santín, D., *Minería de datos: Técnicas y herramientas*, Editorial Paraninfo, S.A. , Madrid, (2007).

Pérez López, C. (2006). *Problemas resueltos de econometría*, 169-232, Editorial Paraninfo, (2006).

Pulgarín, A., Smith, R., y Poveda, G., *Predicción del precio de la energía eléctrica con un modelo de redes neuronales y usando variables macroclimáticas*, Seminario Nacional de Hidráulica e Hidrología, XIV (2010).

Quintero, M. d., y Isaza, F., *Dependencia hidrológica y regulatoria en la formación de precio de la energía en un sistema hidrodominado: caso sistema eléctrico colombiano*, Revista Ingenierías Universidad de Medellín, 12(22), (2013).

Rodriguez, C. P., & Anders, G. J., *Energy Price Forecasting in the Ontario Competitive Power System Market*, IEEE Transactions On Power Systems, 19(1), 366-374, (2004).

Shafie-khah, M., Parsa, M., y Sheikh-El-Eslami, M., *Price forecasting of day-ahead electricity markets using a hybrid forecast method*, Energy Conversion and Management, 52, 2165–2169, (2011).

Shrivastava, N. A., y Panigrahi, B. K., *A hybrid wavelet-ELM based short term price forecasting for electricity markets*, Electrical Power and Energy Systems, 55, 41-50, (2014).

Sierra, J., & Castaño, E., *Pronóstico del Precio Spot del Mercado Eléctrico Colombiano con Modelos de Parámetros Variantes en el Tiempo y Variables Fundamentales (en desarrollo)*, Didáctica de la Estadística y Métodos Estadísticos en Problemas Socioeconómicos, Medellín, (2010).

Singhal, D., y Swarup, K., *Electricity price forecasting using artificial neural networks*, Electrical Power and Energy Systems, 33, 550–555, (2011).

SIC, *Análisis del mercado relevante y concentración del mercado en el sector de energía eléctrica*
<http://www.sic.gov.co/drupal/masive/datos/estudios%20economicos/Documentos%20%20elaborados%20por%20la%20Delegatura%20de%20Protecci%C3%B3n%20de%20la%20Competencia/2012/E3.pdf>. 28 de marzo de 2016.

UPME, *Estudio para determinar la vulnerabilidad y las opciones de adaptación del sector energético*, http://www1.upme.gov.co/sites/default/files/vulnerabilidad_opciones_adaptacion_sector_energetico_colombiano_frente_cambio_climatico.pdf, 20 de enero de 2015, Bogotá, D.C. (2013).

UPME, *Una visión del mercado eléctrico colombiano*, http://www.upme.gov.co/Docs/Vision_Mercado_Electrico_Colombiano.pdf, 11 de abril de 2015, Bogotá, D. C. (2004)

Urbiztondo, S., y Rojas, J. M., *La Reforma del Sector Eléctrico en Colombia: Breve Análisis y Crítica Constructiva*, Fundación de Investigaciones Económicas Latinoamericanas, Buenos Aires-Argentina, (2005).

Velásquez, J. D., Dyner, I., y Souza, R. C., *Modelado del precio spot de la electricidad en Brasil usando una red neuronal autorregresiva*. Ingeniare, Revista chilena de ingeniería, 16(3), 394-403, (2008).

Velásquez, J. D., Franco, C. J., y Olaya, Y., *Predicción de los precios promedios mensuales de contratos despachados en el mercado mayorista de electricidad en Colombia usando máquinas de vectores de soporte*, Cuad. Adm. Bogotá, 23(40), 321-337, (2010).

Velásquez, J. D., y Franco, C. J., *Predicción de los precios de contratos de electricidad usando una red neuronal con arquitectura dinámica*, Innovar, 20(36), (2010).

Velásquez, J. D., *Construcción de Escenarios de Pronóstico del Precio de Electricidad en Mercados de Corto Plazo*, Universidad Nacional de Colombia, Medellín, Colombia (2008)

Villa, F. A., *Modelado y predicción del precio de la electricidad en mercados de corto plazo liberalizados usando redes cascada correlación*, Universidad Nacional de Colombia, Medellín, (2010).

Villada, F., Cadavid, D. R., y Molina, J. D, *Pronóstico del precio de la energía eléctrica usando redes neuronales artificiales*, Fac. Ing. Univ. Antioquia, (44), 111-118 , (2008).

Villada, F., García, E., y Molina, J. D., *Pronóstico del Precio de la Energía Eléctrica usando Redes Neuro-Difusas*, Información Tecnológica, 22(6), 111-120, (2011).

Weron, R., & Misiorek, A., *Forecasting spot electricity prices with time series models*, The European Electricity Market EEM-05. Lodz, Poland, (2005).

XM, *Descripción del sistema eléctrico colombiano*, 24 de marzo de 2014. <http://www.xm.com.co/Pages/DescripciondelSistemaElectricoColombiano.aspx>, Colombia (2014).

XM, *Información Inteligente*, 8 de marzo de 2016. <http://informacioninteligente10.xm.com.co/Pages/default.aspx>.

XM, Informe de Operación del SIN y Administración del Mercado, Colombia (2013)

Xu, H., y Niimura, T., *Short-Term Electricity Price Modeling and Forecasting Using Wavelets and Multivariate Time Series*, IEEE Power Systems Conference and Exposition, 1, 208-212, (2004).

Yamin, H., Shahidehpour, S., y Li, Z., *Adaptive short-term electricity price forecasting using artificial neural networks in the restructured power markets*, Electrical Power and Energy Systems, 26, 571-581, (2004).

Zhou, M., Yan, Z., Ni, Y., Li, G., y Nie, Y., *Electricity price forecasting with confidence-interval estimation through an extended ARIMA approach*, IEE Proc.-Gener. Transm. Distrib, 153(2), 187-195, (2006).

Zhou, M., Yan, Z., Ni, Y., y Li, G., *An ARIMA Approach to Forecasting Electricity Price with Accuracy Improvement by Predicted Errors*, IEEE Power Engineering Society General Meeting, 1, 233-238, (2004).

8 ANEXOS

A. Pesos capa de entrada

Tabla 15. Pesos para la demanda

Pesos para la variable de entrada demanda				
Neurona	Retardo 1	Retardo 2	Retardo 3	Retardo 4
1	0,0747	0,3944	0,6210	0,0639
2	-0,3939	-0,4424	1,0343	-0,6083
3	-0,3788	-0,0903	0,5270	-0,5730
4	-0,3326	-0,5185	-0,5216	0,9890
5	-0,6791	-0,3106	0,1808	-0,2795
6	0,1808	-0,1804	-0,9513	-0,2141
7	-0,2561	0,8047	-0,6542	-0,5643
8	-0,2750	0,3007	-0,1821	0,4002
9	0,4965	0,5076	-0,0164	0,0914
10	0,5060	-0,1027	-0,9524	-0,2472
11	-0,0660	-0,2738	-0,0890	0,0312
12	0,5306	0,7081	0,0459	-0,4385

Tabla 16. Pesos para la relación entre generación hidráulica y térmica

Pesos para la variable de entrada relación entre generación hidráulica y generación térmica				
Neurona	Retardo 1	Retardo 2	Retardo 3	Retardo 4
1	-0,4327	-0,1355	0,1374	0,2768
2	-0,4339	0,3033	-0,4844	-0,1664
3	-0,0156	0,2806	-0,0383	-0,1328
4	0,4669	-0,0074	-0,1022	-0,8618
5	-0,7035	-0,2898	-0,6111	0,1187
6	-0,3742	0,0645	-0,6827	0,4560
7	-0,9589	-0,3119	-0,1708	0,3794
8	-0,1107	0,3015	0,4475	-0,1839
9	-1,0390	-0,6118	-0,1812	0,4161
10	0,4670	-0,0670	-0,5507	0,2817
11	0,3706	-0,2983	0,2950	0,8173
12	0,6982	-0,2811	0,5757	-0,2433

Tabla 17. Pesos para la probabilidad de fenómeno de El Niño

Pesos para la variable de entrada probabilidad del fenómeno de El Niño				
Neurona	Retardo 1	Retardo 2	Retardo 3	Retardo 4
1	0,1822	-0,0389	-0,0286	0,4247
2	-0,0033	0,2974	-0,2858	-0,5515
3	0,2700	0,5619	-0,1719	0,6801
4	-0,0815	0,7509	0,2264	0,3699
5	-0,3996	-0,0393	-0,8670	-0,2909
6	0,0914	0,4090	-0,0250	0,9648
7	-0,8547	-0,8184	-0,3170	0,6036
8	0,5170	0,4333	-0,0799	0,2570
9	0,3868	-0,6619	-0,2934	0,0542
10	0,0462	-0,0558	-0,5322	0,0175
11	-0,3845	-0,4042	0,7395	0,2551
12	0,4988	-0,1374	0,5923	-0,0589

Tabla 18. Pesos para el volumen útil diario de energía

Pesos para la variable de entrada volumen útil				
Neurona	Retardo 1	Retardo 2	Retardo 3	Retardo 4
1	-0,0684	-0,5746	-0,4536	0,5674
2	-0,5535	-0,6668	0,4933	-0,1266
3	0,0366	-0,2574	0,6892	0,7515
4	-0,3338	0,0970	-0,0578	-0,1244
5	-0,1564	-0,5962	-0,6197	0,9902
6	0,4597	-0,5053	0,0968	0,5287
7	-0,1056	0,1156	-0,3201	0,7251
8	-0,7535	0,7398	-0,9607	-0,0594
9	0,4347	-0,4222	0,4656	0,6044
10	-0,0473	-0,3331	0,5872	-0,0699
11	0,0388	-0,1683	0,3824	0,4923
12	-0,4117	0,2578	-0,1039	-0,1340

B. Pesos para la realimentación

Tabla 19. Pesos para la realimentación

Pesos para la realimentación				
Neurona	Retardo 1	Retardo 2	Retardo 3	Retardo 4
1	-1,0736	-0,6399	-0,1782	0,1353
2	0,1709	-0,3275	0,7102	0,1262
3	0,1222	-0,0479	-0,329	-0,0095

4	0,4135	-0,1417	-0,4966	0,091
5	0,1128	0,4477	0,4832	-0,512
6	-0,0152	-0,1374	0,626	-0,3103
7	-0,7423	-0,2089	0,716	-0,0712
8	0,4955	-0,138	-0,3491	0,2752
9	-0,7779	0,0579	0,2447	0,4753
10	-0,1825	0,4712	-0,3852	-0,1783
11	-0,2043	0,0434	0,5708	0,4871
12	0,1302	-0,4001	-0,1072	0,5402

C. Pesos capa oculta

Tabla 20. Bias de la capa oculta

Neurona	Peso
1	0.6177
2	0.3561
3	0.0006
4	-1.0352
5	0.7194
6	0.3275
7	-0.6989
8	0.4375
9	-0.9647
10	0.5973
11	0.4127
12	0.3757

D. Bias Para la capa de entrada

Tabla 21. Bias de la capa de entrada

Neurona	Bias
1	1,6430
2	1,2459
3	1,0147
4	0,9275
5	0,6614
6	-0,4477
7	0,2520
8	-0,8555
9	0,9197
10	0,8421

11	1,3589
12	1,6482

E. Bias capa de salida

Tabla 22. Bias capa de salida

Salida	Bias
1	-0.2723