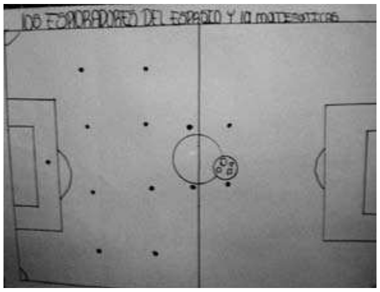


Una estrategia didáctica para las matemáticas escolares desde el enfoque de situaciones problema

John Jairo Múnera Córdoba*

Una estrategia didáctica para las matemáticas escolares desde el enfoque de situaciones problema

En este artículo se presenta una experiencia de aula sustentada desde el enfoque de situaciones problema, a partir de las cuales se ha implementado una organización particular de la clase de matemáticas que viene contribuyendo al mejoramiento de las relaciones entre el docente, el estudiante y el conocimiento matemático. La misma ha puesto de manifiesto que es una alternativa para que el maestro transforme su manera de desempeñarse en el aula, en el alumno desarrolla autonomía para acceder a la construcción de relaciones matemáticas y permite que los conocimientos matemáticos sean reorganizados a través de diferentes representaciones, las cuales dotan de significado los aprendizajes conceptuales y procedimentales de los estudiantes.

Palabras clave: *Matemática escolar, pedagogía activa, situaciones problema, estrategia didáctica en educación matemática.*

A didactic strategy for school mathematics, from the perspective of problem situations

This article presents a classroom experience with the perspective of problem situations, based on which a particular organization of the math classroom has been implemented in order to contribute to the improvement of the relations between teachers, students, and mathematical knowledge. This experience appears as an alternative for teachers to transform their behavior inside the classroom, and for the students to develop autonomy for the construction of mathematic relations; it also allows mathematical knowledge to be rearranged by means of different representations, which make the students' conceptual and applied learning more meaningful.

Key words: *School mathematics, active pedagogy, problem situations, didactic strategy in math education.*

Une stratégie didactique pour les mathématiques scolaires depuis l'approche de situations- problème

Dans cet article une expérience de classe est présentée, soutenue depuis l'approche de situation-problème à partir des quelles une organisation particulière de la classe de mathématiques a été mise en marche et qui contribue à l'amélioration des rapports entre l'enseignant, l'étudiant et la connaissance mathématique. Cela a montré que c'est un choix afin que l'enseignant transforme sa manière d'agir dans la classe, l'étudiant développe l'autonomie pour avoir accès à la construction des rapports mathématiques et elle permet que les connaissances mathématiques soient réorganisées à travers représentations différentes qui dotent de signification les apprentissages conceptuels et procéduraux des étudiants.

Mots clés: *Mathématique scolaire, pédagogie active, situation-problème, stratégie didactique en éducation mathématique.*

* Docente e integrante del Grupo de Investigación Matemática, Educación y Sociedad (MES), de la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia. E-mail: jjmunera@une.net.co, jjmunera@ayura.udea.edu.co

Introducción

Tras una década de implementación de los lineamientos curriculares para las matemáticas del sistema escolar en Colombia, persisten discusiones, en los diferentes colectivos de maestros y comunidades académicas, en torno al mejoramiento del currículo de las matemáticas escolares. Las diversas reflexiones reconocen la necesidad de unos contenidos básicos para ser reorganizados desde contextos significativos que posibiliten a los estudiantes la construcción de aprendizajes matemáticos y el desarrollo de procesos propios de la actividad matemática.[1]

En este sentido, la contribución, desde distintos trabajos de investigación, al currículo de matemáticas se viene caracterizando por el establecimiento, en el aula, de nuevas relaciones entre los conocimientos matemáticos, el estudiante y el profesor, las cuales empiezan a tejerse desde prácticas propias de la *pedagogía activa,* en la medida en que ésta privilegia la actividad matemática del alumno asistida por un experto, el maestro, para ayudarle a estructurar ideas matemáticas mediante diferentes formas de expresión de los conceptos.

Una alternativa para dinamizar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas escolares puede ser el enfoque de *situaciones problema,* ya que los estudiantes, al incursionar en éstas, desarrollan niveles amplios de participación, ponen en juego su saber previo y reorganizan, con ayuda de sus compañeros y el docente, una red dinámica de relaciones conceptuales en función de la nueva información. Es decir, las situaciones problema se vuelven un contexto para la construcción de significados de los conceptos, en el que se recrean las actividades individual y colectiva, se autocontrolan los procesos de pensamiento matemático y se sistematizan los nuevos aprendizajes.

En este texto se presentan algunas reflexiones que el autor ha venido consolidando desde la implementación de situaciones problema en su planeación de clases de matemáticas en la educación básica secundaria. Éstas son el resultado de las interrelaciones entre su propia práctica, los autores consultados y el análisis del trabajo de los estudiantes. Para ello, se establecen inicialmente unos referentes teóricos asociados

1 Parafraseando a Salvador Llinares, la idea de actividad matemática está configurada por procesos matemáticos como construir, buscar regularidades, conjeturar / formular, probar, generalizar, proponer problemas y clasificar / definir.

a las situaciones problema; luego, se enuncia la estrategia didáctica implementada y, por último, se documenta una de las situaciones problema que motivó la sistematización de este trabajo.

Referentes teóricos

Las situaciones problema en las matemáticas escolares

Una *situación problema* es un espacio para la actividad matemática, en donde los estudiantes, al participar con sus acciones exploratorias en la búsqueda de soluciones a las problemáticas planteadas por el docente, interactúan con los conocimientos matemáticos y a partir de ellos exteriorizan diversas ideas asociadas a los conceptos en cuestión.

La construcción de situaciones problema exige, al maestro, tener dominio del saber matemático, para recontextualizarlo de acuerdo con los saberes previos y las condiciones cognitivas de sus estudiantes; y, luego, decidir las actividades que van a orientar la interacción de estos con los conceptos.

Las situaciones problema dinamizan la actividad del estudiante y orientan su manera de pensar respecto a las actividades planteadas y los conceptos implícitos en las mismas. Para Luis Moreno y Guillermina Waldegg:

> La situación problema es el detonador de la actividad cognitiva, para que esto suceda debe tener las siguientes características: Debe involucrar implícitamente los conceptos que se van a aprender. Debe representar un verdadero problema para el estudiante, pero a la vez, debe ser accesible a él. Debe permitir al alumno utilizar conocimientos anteriores [...] (2002: 56).

Por lo tanto, para motivar a los alumnos a las exploración de ideas y la negociación de significados con los demás compañeros, las situaciones no pueden ser demasiado abiertas, dado que son las responsables de establecer las relaciones entre las ideas de los estudiantes y del profesor, teniendo como referente los conocimientos matemáticos que, en definitiva, son los encargados de dinamizar las interacciones (Múnera, 2009).

También es característico de una situación problema contextualizar procesos de razonamiento que permiten particularizar, generalizar, conjeturar, verificar, utilizar algoritmos, formular y validar hipótesis.

Desde esta perspectiva, la mirada tradicional de la matemática como una ciencia formal, presentada de manera axiomática y estructural para que los alumnos la reproduzcan pasivamente, es transformada desde un punto de vista escolar por una nueva visión del conocimiento matemático. Esa visión la compartimos con Guy Brousseau, cuando afirma:

> "Saber matemáticas" no es solamente saber definiciones y teoremas para reconocer la ocasión de utilizarlos y aplicarlos, es "ocuparse de problemas" que, en un sentido amplio, incluye tanto encontrar buenas preguntas como encontrar soluciones. Una buena reproducción, por parte del alumno, de la actividad matemática exige que este intervenga en dicha actividad, lo cual significa que formule enunciados y pruebe proposiciones, que construya modelos, lenguajes, conceptos y teorías, que los ponga a prueba e intercambie con otros, que reconozca los que están conforme a la cultura matemática y que tome los que le son útiles para continuar su actividad (citado en Chamorro et ál., 2003: 36).

Los contenidos matemáticos siempre van a estar presentes en el currículo escolar. Lo que hace el enfoque problémico es abandonar la presentación lineal y acrítica de objetos matemáticos, para darle paso a la construcción de conocimientos matemáticos a través de la creación de sistemas de representación y, por consiguiente, vincularlos en un espacio donde los estudiantes interactúen y construyan significados, de manera compartida, para los conceptos.

La participación de los estudiantes en la construcción de aprendizajes desde un enfoque problematizador les exige desplegar la actividad mental para poder poner en acción los saberes previos a partir de los cuales pueden iniciar procedimientos de exploración y sistematización de ideas matemáticas implícitas en la situación. Es decir, las situaciones problema dinamizan la actividad de los estudiantes, en la medida en que les orienta su modo de pensar en contextos particulares, apareciendo así procesos de razonamiento y de comunicación mediados por diferentes formas de representación de los conceptos.

> Es esencial no confundir jamás los objetos matemáticos, es decir, los números, las funciones, las rectas, etc., con sus representaciones, es decir las escrituras decimales o fraccionarias, los símbolos los gráficos, los trazados de las figuras… pues un mismo objeto matemático puede darse a través de representaciones muy diferentes (Duval, 2004: 14).

En dichas situaciones se generan espacios para el diálogo, la confrontación y la negociación de significados, entre estudiantes y profesor, desde los cuales surgen formas de representación que posibilitan modos de razonar y comunicar relaciones matemáticas. Un enfoque problematizador de las matemáticas escolares involucra, de manera natural, procesos de comunicación mediados por los diferentes sistemas de representación utilizados por los estudiantes, los cuales los dota de nuevas formas expresivas para los objetos, permitiendo paulatinamente extender las redes conceptuales.

> Los alumnos que tiene oportunidades, incentivo y apoyo para hablar, escribir, leer y escuchar en las clases de matemáticas, se benefician doblemente: comunican para aprender matemáticas y aprenden a comunicar matemáticamente (National Council of Teachers of Mathematics 2000: 64).

Las situaciones problema son las encargadas de generar un espacio de interacción, de modo que los estudiantes dinamicen la actividad matemática desde diferentes negociaciones significativas, para comunicarse desde conocimientos matemáticos.

> Los sistemas de representación no cumplen tan solo una función de comunicación sino que también ofrecen un medio para el tratamiento de la información y son fuente de generación de significados (Moreno y Waldegg, 2002: 58).

Es decir, los sistemas de representación del conocimiento matemático se convierten en formas de hablar de él, contribuyendo a que se incremente la fluidez y la capacidad expresiva de los estudiantes para relacionarse con las ideas matemáticas; esto se debe a que se han creado otros medios de representación soportados en esas nuevas formas de razonar y de comunicar relaciones matemáticas.

Cada que se construye una nueva representación para un concepto se amplían las formas de relacionarse con él y el abanico de significados. Así, los conceptos dejan de ser "inertes", para asumir nuevas funciones, mediadas por las redes conceptuales que se generan. De esta manera, las matemáticas escolares se van consolidando con sus modos de representación en contextos sociales particulares.

Las situaciones problema pueden asumirse, entonces, como un instrumento de enseñanza y de aprendizaje que propicia, en los estudiantes, niveles de conceptualización y formas de simbolización de acuerdo con los significados para los conceptos que se van construyendo. Para ello es importante establecer relaciones entre los conceptos, a modo de *redes conceptuales.*

La *red conceptual* es una especie de malla, donde los nudos son el centro de las distintas relaciones existentes entre los conceptos asociados a los conocimientos que la situación permite trabajar. La estructura y el desarrollo de la red dinamizan el currículo de las matemáticas, en tanto eliminan el carácter lineal, absoluto y acabado de las temáticas. Por el contrario, éstas son activadas por los distintos significados entre ellas.

En este sentido, Orlando Mesa plantea que:

> Una red conceptual requiere de innovaciones y contactos inesperados. Se construye momentáneamente para buscar significados nuevos. No es deductiva sino constructiva; es decir pueden aparecer relaciones no establecidas por el saber aceptado y organizado por la cultura formal [...]. Para iniciar una red conceptual es necesario conocer sobre el saber específico. ¿Cuáles son los conceptos fundamentales que lo definen? ¿Qué relaciones significativas se imponen desde la información aceptada por la cultura? ¿Qué otras relaciones podrían establecerse? (1997: 22).

La red conceptual es la encargada de que el proceso de exploración genere, cada vez más, relaciones entre los conceptos, y que los procesos de actividad matemática no se agoten inmediatamente. Es decir, la red puede extenderse desde los distintos nudos (conceptos) a otras nuevas relaciones de conocimientos matemáticos, posibilitando la motivación hacia nuevas representaciones para los objetos involucrados (Múnera, 2001: 29).

> La red de relaciones entre conceptos y estructuras matemáticas es prácticamente inagotable, permite generar continuamente nuevos procedimientos y algoritmos; no es posible pues dar por terminado el dominio de ningún concepto en un breve período de tiempo, ni pretender que se logre automáticamente una conexión significativa entre un conocimiento nuevo y aquellos conocimientos previamente establecidos (Ministerio de Educación Nacional, 1998: 31).

Cada actividad o pregunta puede abrir nuevas relaciones, bien sea entre los mismos conceptos u otros, dando lugar a nuevas representaciones. Las actividades y las preguntas deben orientar la movilización de los saberes previos que poseen los estudiantes para construir relaciones conceptuales, es decir, las problemáticas planteadas se vuelven la ruta dinamizadora de los procesos de enseñanza, vinculando la actividad cognitiva del estudiante, fundamental para su propio aprendizaje. Esto es posible si se promueve, en el desarrollo de la situación, la búsqueda de diferentes estrategias, respuestas, relaciones, maneras de explicación y representación, y formulación de conjeturas.

> La actividad de problematizar el aprendizaje es un aspecto esencial para que los estudiantes pongan en juego sus recursos matemáticos y puedan valorar las cualidades de las diversas estrategias o formas de resolver un problema (Santos, 2002: 164).

Caracterización de las relaciones didácticas en el aula de clases

La situación problema se vuelve el medio para que se tejan nuevas relaciones —fundamentales en el proceso de construcción de conceptos— entre la tríada: estudiante, profesor y conocimiento matemático. Es decir, cada uno de los elementos de la tríada asume un determinado rol en las actividades orientadoras de la construcción de aprendizajes.

El *estudiante* orienta sus acciones, desde sus saberes previos, hacia la construcción de estrategias para resolver las situaciones planteadas. Aquí sus modos de pensar se dinamizan para iniciar la construcción de significados para las ideas conceptuales implícitas y la negociación de los mismos con sus compañeros, lo que los pone en situación de debate y confrontación como pares. Es decir, en estos procesos, el estudiante necesita usar niveles de representación y diferentes argumentos para comunicar sus resultados. Además, tiene la oportunidad de replantear sus ideas a través de procesos de autoevaluación y heteroevaluación. Aquí el logro a esperar es que el alumno alcance una nueva capacidad expresiva para sistematizar, con ayuda del docente, los nuevos conocimientos.

El *docente* cambia su rol protagónico respecto a la idea de ser el poseedor único del saber. El hecho de que una situación oriente la forma de pensar del estudiante, en cuanto a una serie de conceptos involucrados en las actividades, hace que el profesor deba transformar las relaciones con los conocimientos y los alumnos, en la medida en que debe acercarse al conocimiento de las condiciones cognitivas, sociales y culturales de sus estudiantes para poder diseñar situaciones problematizadoras de los conceptos y las relaciones matemáticos. Es decir, el docente se hace par del alumno, tejiendo una relación de corte dialógico, dado que las nuevas formulaciones y preguntas de los aprendices conllevan a una reconfiguración de los conocimientos que posee y a asumir otra actitud en el aula, de tal manera que oriente los procesos en función del aprendizaje, y no sólo a través de procesos de enseñanza.

El *conocimiento matemático* ya no entra al aula desde una organización jerárquica y formal propia del saber científico, sino que ingresa de manera contextualizada, a través de diferentes formas de representación y de conexiones entre las mismas, que lo hace construible con significados particulares de acuerdo con los contextos y las situaciones que lo generan. Es decir, el conocimiento matemático, desde las matemáticas escolares, podemos interpretarlo como una construcción social, consecuencia de procesos de actividad matemática en contextos sociales particulares. En este sentido, el conocimiento matemático, como sus formas de representación, no es externo a los sujetos que aprenden; por tanto, es una construcción social que también depende de los espacios que lo producen. Al respecto, Luis Rico expresa:

> Las representaciones matemáticas son construcciones sociales. La construcción social ubica al conocimiento, la cognición y las representaciones en los campos sociales de su producción, distribución y utilización. El conocimiento científico es constitutivamente social debido a que la ciencia está socialmente orientada y los objetivos de la ciencia están sostenidos socialmente. El conocimiento matemático como todas las formas de conocimiento, representa las experiencias materiales de personas que interactúan en entornos particulares, culturas y periodos históricos (citado por Chamorro et ál., 2003: 17).

La estrategia didáctica en el aula

En adelante se presenta la estrategia seguida para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas escolares desde el enfoque de situaciones problema, que el autor viene implementando en la educación básica secundaria en la última década. Esta estrategia se realiza en dos fases: una es la planeación de la clase y la otra está relacionada con la interacción en el aula como tal.

Fase de planeación

Para su elaboración se atiende la estructura curricular propuesta en los *Lineamientos cu-*

rriculares, (Ministerio de Educación Nacional, 1998), donde se integran contenidos básicos, procesos propios de la actividad matemática y los contextos. Los *contenidos básicos* —lo numérico, geométrico, métrico, variacional y aleatorio— se consideran como la fuente para seleccionar la red de conceptos y las relaciones matemáticas que se han de trabajar. Los *procesos* permiten ver características del aprendizaje logrado, expresado en las formas de razonar, comunicar y de resolver las situaciones. Los *contextos* tienen que ver con los ambientes propiciados para la actividad matemática; en este orden de ideas, son las situaciones problema las que van a permitir, en los estudiantes, la construcción conceptual, la aplicación de procedimientos y sus desempeños con lo que aprenden.

También forma parte de esta etapa la consideración del saber previo de los estudiantes, pero no se indaga, como suele hacerse normalmente, a través de un taller de ejercicios y problemas sin ninguna conexión, para luego "calificar" y emitir juicios. Se trata es de diseñar las situaciones de modo que los alumnos, en los intentos de generar una estrategia de solución a las problemáticas planteadas, puedan exteriorizar ese bagaje de ideas, preconceptos, procedimientos y habilidades —que son bien diferentes en cada estudiante— para entrar en contacto con los nuevos conocimientos matemáticos.

Esta fase finaliza con la sistematización de la guía que contiene las situaciones para la construcción conceptual, las actividades para la ampliación o aplicación de las comprensiones obtenidas y aquellas que permitirán identificar los desempeños de los estudiantes con los aprendizajes construidos.

Fase de interacción en el aula

Esta fase está mediada por los siguientes momentos:

1. Trabajo grupal. Los estudiantes se organizan en equipos y generan un espacio de discusión con base en una primera guía, denominada *taller introductorio.* Es el momento donde los estudiantes, de manera colectiva, ponen en interacción el saber previo con el nuevo. Aquí el diálogo les permite entrar en procesos de confrontación, argumentación y de negociación de significados. También se ven obligados a tomar decisiones, en cuanto a las formas de comunicar sus elaboraciones, las cuales, desde el enfoque problémico, tiene que ver con habilidades para razonar y argumentar los porqués de los procesos y redactar las conclusiones más pertinentes.

   El profesor asume el papel de facilitador, pasa por los diferentes equipos observando las formas de proceder de los alumnos, confrontando las producciones con nuevas preguntas y creando condiciones para que ellos mismos se interroguen e indaguen sus soluciones (no respuestas).

   De una u otra manera, en este momento se inicia un proceso evaluativo, en el sentido en que se observa y se valoran las elaboraciones, desde la diferencia de los grupos, para contribuir en procesos de mejoramiento. Así, las formas de evaluar entran en consonancia con las formas de enseñar y de aprender.

2. Socialización colectiva. Después de un tiempo adecuado de trabajo en equipo —una o dos sesiones de clase (ello depende de las particularidades de las situaciones)— se realiza una plenaria, orientada por el profesor, en la que los distintos aportes de los estudiantes permiten comparar los variados procedimientos llevados a cabo. En este espacio se organizan sistemáticamente las relaciones matemáticas y los conceptos implícitos en la situación.

   Este momento es conocido en el campo de la didáctica como la *institucionalización del saber.* Aquí el maestro interactúa significativamente, ya que le compete organizar, sistematizar, dar cuerpo y estructura a los conceptos y las relaciones que estaban implícitos en las actividades y que son objeto de aprendizaje.

> Esta etapa se constituye quizás en un elemento fundamental del trabajo, ya que en la institucionalización del saber el profesor organiza, sistematiza, da cuerpo y estructura a los objetos matemáticos que se quería fueran objeto de aprendizaje en los alumnos a través de las situaciones problema. En este momento, el maestro retoma la responsabilidad del trabajo, pues debe organizar de manera clara los objetos de conocimiento matemático presentes en la situación y así, ayudar a los estudiantes a organizar los esquemas generales de pensamiento a través de los cuales estructura su conocimiento (Múnera y Obando, 2003: 197).

3. Espacio de ejercitación. Tras la socialización, los alumnos abordan, en equipo, otras actividades (conocido por los estudiantes como un *taller de aplicación*), con el fin de que puedan revisar el grado de comprensión de los conceptos y las relaciones construidas desde el taller introductorio y su respectiva plenaria. El énfasis aquí es fortalecer, desde otras actividades, la fluidez conceptual y procedimental, más que plantear, como ocurre convencionalmente, ejercicios para aplicar de manera mecánica.

   Se trata de poner en contexto el desarrollo de habilidades de tipo numérico, métrico, geométrico, algebraico (variacional) interpretativo y analítico, en vínculo con las ideas ya sistematizadas.

   Este taller también es discutido colectivamente, con el propósito de compartir diferentes estrategias, aclarar dificultades y retomar elementos conceptuales que permitan mejorar formas de representación, simbolización y de comunicación de sus construcciones.

4. Indagación de resultados. Desde los mismos trabajos generados en los talleres introductorios y de ejercitación, la evaluación está implícita. A través de la asesoría a los grupos, se observan los avances en las conceptualizaciones de los alumnos. Las plenarias colectivas se vuelven espacios tanto para valorar las ideas presentadas oralmente por los estudiantes, como para interpretar sus distintas formas de comunicarlas. Desde el comienzo de la intervención se recogen elementos sobre los modos de apropiación del conocimiento y a partir de estos se deciden las nuevas orientaciones que permitan la cualificación de los procesos.

   Con el propósito de que los estudiantes tomen mayor conciencia de sus avances, y de tener un mejor acercamiento a las características de los aprendizajes de cada alumno, se les aplica, de manera individual, un tercer taller, denominado *taller de indagación.* Desde éste, el estudiante tiene la oportunidad de autoevaluarse respecto a sus logros y de comprender la necesidad de realizar otras actividades que le permitan mejorar aspectos conceptuales y procedimentales.

   En una posición pedagógica orientada en los fundamentos de las situaciones problema, la evaluación empieza a tomar cuerpo dentro de las mismas situaciones diseñadas, de manera tal, que el término "evaluación" empiece a hacerse "invisible", en la medida que no perdamos de vista que las aproximaciones a las soluciones (no respuestas) acertadas o con errores son canalizadoras del aprendizaje y, a la vez, para que den luz verde a los procesos de matematización siguientes. La evaluación puntual, casi siempre al final de un bloque de contenidos, empieza a reorganizarse para privilegiar una evaluación más integral, caracterizada por procesos en los que se tienen en cuenta aspectos conceptuales, procedimentales y actitudinales.

Las situaciones planteadas en el aula y resultados obtenidos

A un grupo de estudiantes de grado 7.° de la Institución Educativa Pedro Luis Álvarez Correa se le planteó la siguiente situación: en una fiesta se encontraron un total de 36 niños y todos se saludaron mutuamente, estrechándose la mano. ¿Cuántos saludos (apretones de mano) hubo en total?

Algunas de las *preguntas orientadoras* fueron:

— Si el encuentro fuera de 2 niños, ¿cuántos saludos (apretones de mano) surgirían? Represente gráficamente la situación.

— Para el caso de 3 niños, ¿cuántos saludos surgen? Realice una representación de la situación.

— Analice el total de saludos para un encuentro de 4 y 5 niños respectivamente. Represente la situación en cada caso.

— Organice los datos en una tabla y encuentre todas las posibles conclusiones, de modo que pueda utilizarlas para calcular el total de saludos entre los 36 niños.

La actividad fue motivada por el propósito de construir relaciones numéricas desde la observación de regularidades, por parte de los estudiantes, a partir de representaciones geométricas y tablas de datos, construidas desde sus exploraciones. A nivel de contenidos curriculares, el énfasis se orientaba hacia la red de relaciones conceptuales asociadas al saber escolar en el campo de lo numérico, variacional y geométrico.

Lo primero que hicieron los estudiantes fue simular los saludos para pequeñas cantidades de alumnos; esto se observaba cuando se estrechaban las manos controlando que no se repitieran saludos. Como se encontraban en equipos de tres estudiantes, se unían con otros de ellos, para hacer la simulación con una cantidad superior a tres niños. Esta primera acción de corte lúdico les orientó, de manera natural, unas primeras representaciones; todas apuntaban a figuras en forma de polígonos; sólo variaban en sutilezas propias del mundo icónico de los niños: lo que era un vértice para unos, era una carita para otros (véase figura 1).

Cuando se entró en la etapa de socialización, uno de los alumnos explicó al resto del grupo las elaboraciones de su equipo. Aquí fue muy importante acompañarlo y retomar su trabajo, para contribuir a la comprensión por los otros estudiantes.

Es de aclarar que la relación que aparece en la figura como una conclusión, entre el número de niños y el total de saludos, fue común en todos los grupos, pues sólo variaba en la manera de expresarla. Lo que allí aparece significativo es: el resultado de sumar la cantidad de personas con el total de saludos entre ellas, corresponde a la cantidad de saludos que surgen entre la cantidad siguiente de personas. Con una mirada detenida a los datos se puede reconocer que efectivamente es así. Por ejemplo: al saludarse 4 personas entre sí, surgen 6 saludos; luego, 4 + 6 = 10, y 10 es el total de saludos que se generan al saludarse 5 personas.

Un integrante de otro equipo procedió a exponer la manera de hacerlo para una cantidad impar de personas y lo ilustró claramente para varias cantidades impares de niños (véase figura 2). Además, reconoció que tenían un error (9 x 4= 32), pero eso no invalidaba la magnífica relación que habían descubierto. Era latente lo que aquí pasaba: ordenaron los números impares de la tabla a partir del tres, es decir, le asignaron la posición 1 al número 3, la posición 2 al 5, la 3 al 7, etc., y al multiplicar la posición por el número, les coincidía con el total de saludos correspondientes a cada cantidad impar de personas.

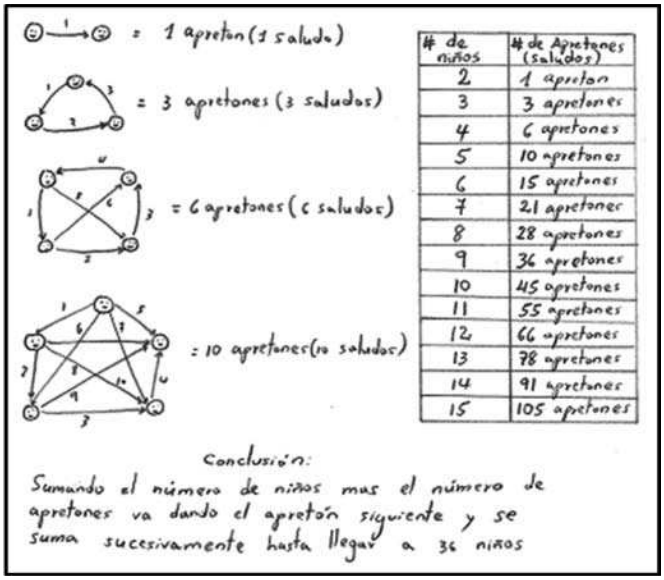


Figura 1 Representación de saludos para pequeñas cantidades de niños y organización tabular de aquellas por uno de los equipos[2]

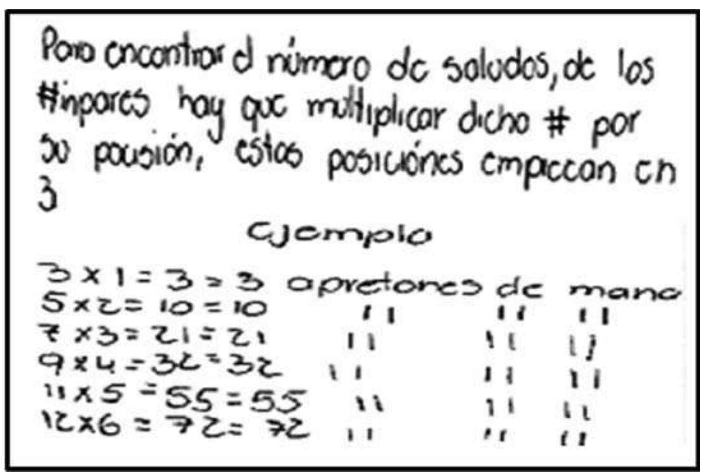


Figura 2 Relación obtenida por los estudiantes para calcular el total de saludos para un número impar de personas[3]

2 Nota: debido a la dificultad de tener una mejor resolución en la figura, se opta por transcribir algunas partes de las figuras, como en ésta, para que el procedimiento propuesto por los estudiantes no se pierda.
"1 apretón (1 saludo)
3 apretones (3 saludos)
6 apretones (6 saludos)
10 apretones (10 saludos)

Número de niños	Número de apretones (saludos)

Conclusión: sumando el número de niños más el número de apretones va dando el apretón siguiente y se suma sucesivamente hasta llegar a 36 niños".

3 "Para encontrar el número de saludos de los números impares hay que multiplicar dicho número por su posición; estas posiciones empiezan en 3. Ejemplo:".

A continuación se le planteó al grupo el reto de calcular el total de saludos para los 36 niños, utilizando las relaciones antes obtenidas. En adelante, el estudiante que expuso la relación para una cantidad impar de personas dio los siguientes razonamientos:

> [...] del "1" al "36" hay 18 números impares, y desde nuestro problema, el 35 está en la posición 17; dado que excluimos el número 1 al hacer los ordenamientos, luego, 17 x 35 = 595, y este número es el total de saludos entre 35 personas. Así que, 35 + 595 = 630, es decir, que entre las 36 personas hay un total de 630 saludos.

Aprovechando ese momento lleno de atención y motivación por parte del grupo, se les propuso una de las actividades que se tenía para la guía siguiente, la de ampliación o aplicación, la cual decía: "Observen detenidamente la tabla de datos que han construido y traten de encontrar un procedimiento para calcular el total de saludos para una cantidad par de personas". Entonces, sonó el timbre, para ir al descanso o recreo, como muchos lo llaman.

Los alumnos salieron muy inquietos; a la mayoría se le notaba que no quería ingresar a la clase siguiente sin resolver la tarea. Es más, varios equipos de inmediato solicitaron asesoría.

Al otro día, entre las diferentes formas que encontraron, un alumno, uno de los *nerdos,* según sus compañeros, no dudó en presentar la estrategia que encontró con su equipo (véase figura 3).

Aquí el hallazgo fue también muy interesante: observaron que la diferencia de restarle uno a la cantidad (par) de personas, multiplicada

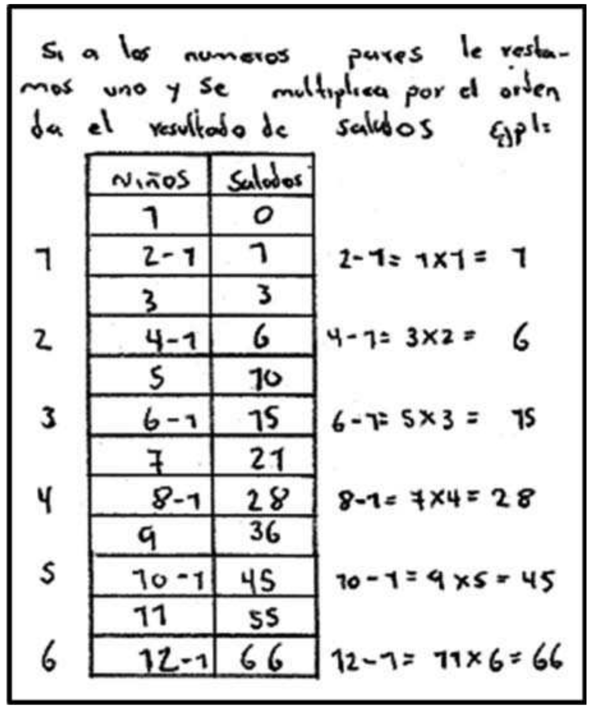


Figura 3 Relación presentada por otro equipo que calcula el total de saludos para un número par de personas[4]

por la posición que ocupaba el número par en la tabla, les da el total de saludos. Veámoslo para 36 personas: del "1" al "36" hay 18 números pares, siendo el 36 el de la posición 18; por lo tanto: (36 – 1) x 18 = 630, que efectivamente coincide con lo que se esperaba.

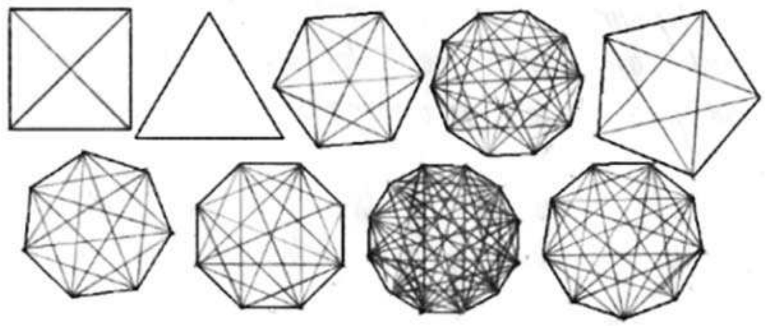
Los estudiantes también reconocieron, en sus representaciones iniciales, que el total de saludos para tres o más personas, puede obtenerse sumando el total de diagonales del polígono y el número de lados del mismo. Por lo tanto, se aprovechó este hecho para plantearles una nueva situación, cuyas actividades eran mediadas por una serie de polígonos regulares, para que trazaran sus diagonales, completaran una tabla y observaran regulari-

4 "Si a los números pares le restamos uno y se multiplica por el orden, da el resultado de saludos. Ejemplo:

Niños	Saludos

dades en los datos. Así, el propósito de éstas era construir una relación matemática que facilitara el cálculo del total de diagonales de un polígono cualquiera. En la figura 4 aparece el trabajo de uno de los equipos.

1. En cada uno de los polígonos trace todas las diagonales.



2. Con base en las figuras anteriores y sus diagonales, complete la siguiente información:

Nombre del polígono	Número de lados	Número de diagonales que salen de cada vértice	Total de diagonales que salen de todos los vértices	Total de diagonales en el polígono
cuadrado	4	1	4	2
triangulo	3	0	0	0
exagono	6	3	18	9
decagono	10	7	70	35
pentagono	5	2	10	5
heptagono	7	4	28	14
octogono	8	5	40	20
dodecagono	12	9	108	54
nonagono	9	6	54	27
poli. de 36 l.	36	33	1.188	594

3. Observe detenidamente los datos de la tabla y encuentre todas las posibles relaciones (conclusiones). Además, obtenga desde las conclusiones una manera de calcular las diagonales de cualquier polígono.
4. Utilice las conclusiones obtenidas en el punto 3 para que calcule el total de diagonales de un polígono de 36 lados y registre sus datos en la última fila de la tabla anterior.

Figura 4 Trabajo realizado por uno de los equipos para hallar las diagonales de un polígono. La tabla es tomada, con modificaciones, de Londoño (1996).

Se puede observar que los datos de la tabla se vuelven contexto de actividad matemática para la deducción de una serie de relaciones que conducen a concluir la forma de calcular el total de diagonales para el polígono de n lados (n-ágono).

Inicialmente los estudiantes expresan relaciones a nivel del lenguaje natural (véase la conclusión 1, figura 5, correspondiente a los estudiantes del trabajo de la figura 4). Sin embargo, también surgen formas de comunicación de resultados a través de expresiones simbólicas (véase la conclusión 2, figura 5) que se convierten en aportes valiosos para ir mejorando la comunicación de los distintos niveles de expresión.

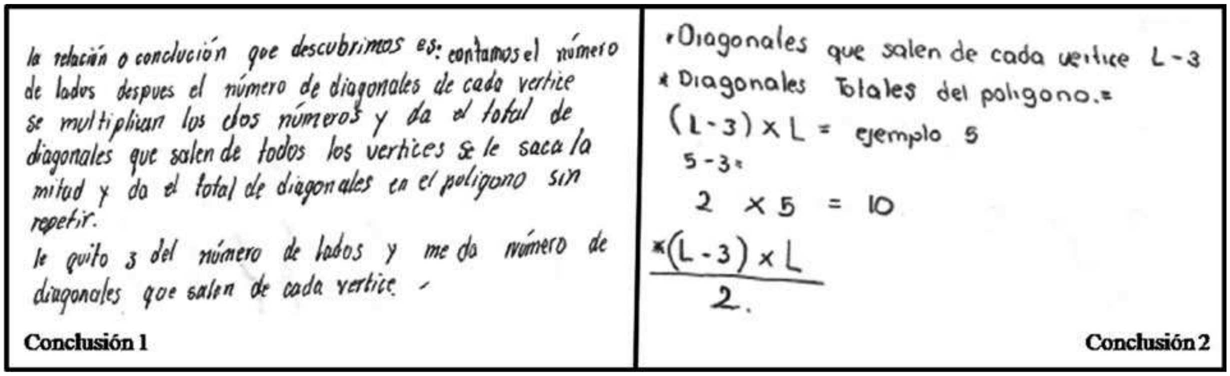


Figura 5 Conclusiones relacionadas con el cálculo de diagonales hecho por equipos de estudiantes[5]

En este espacio de socialización colectiva, el docente orienta la plenaria, donde se comparten estrategias de solución, exponen sus interpretaciones y formas de simbolización, e incluso, sus posibles errores. Además, tiene la responsabilidad de ir sistematizando las ideas y los procedimientos conceptuales que van surgiendo y que estaban implícitos en la situación, de tal manera que les sirva de apoyo a los estudiantes para reorganizar sus elaboraciones y reescribirlas si es el caso.

Así que las conclusiones de los dos equipos, exhibidas en la figura 5, entran en consonancia, aunque con niveles de expresión muy propios de los alumnos, con los aportes que el maestro puede ir haciendo en los siguientes términos:

- El número de lados del polígono, restándole 3, nos genera el total de diagonales que se pueden trazar desde un vértice.
- El producto entre el número de lados y el total de diagonales trazado desde un vértice genera el total de diagonales que salen de todos los vértices.
- El total de diagonales trazadas desde todos los vértices, dividido 2, da cuenta del número de diagonales (sin repetir) del polígono.

Por lo tanto, el total de diagonales para un polígono de 36 lados es

$$D_{36} = \frac{36 \text{ x } (36 - 3)}{2} = 594.$$

Ahora, el total de apretones de mano entre los 36 niños, es la suma del total de diagonales del polígono de 36 lados, con 36, que es el número de lados (personas).

$$TS_{36} = D_{36} + 36 = 594 + 36 = 630 \text{ saludos.}$$

5 Conclusión 1: "La relación o conclusión que descubrimos es: contamos el número de lados; después, el número de diagonales de cada vértice. Se multiplican los dos números y da el total de diagonales que salen de todos los vértices. Se le saca la mitad y da el total de diagonales en el polígono, sin repetir.
Le quito 3 del número de lados y me da el número de diagonales que salen de cada vértice.".
Conclusión 2: "*Diagonales que salen de cada vértice L - 3
* Diagonales totales del polígono = (L – 3) x L …]".

También se puede avanzar a un nivel de relaciones algebraicas, por ejemplo, para grados 8.° y 9.°, así:

D_n: diagonales del polígono de n lados:

$$D_n = \frac{n\,(n-3)}{2}$$

n : número de lados.

TS_n : total de saludos entre n personas:

$$TS_n = D_n + n = \frac{n\,(n-3)}{2} + n = \frac{n\,(n-1)}{2}.$$

Por ejemplo: para las 36 personas,

$$TS_{36} = \frac{36 \times (36-1)}{2} = 630.$$

En adelante, encontrar el total de saludos para cualquier número n de personas, es cuestión de calcular un valor numérico para la expresión

$$TS_n = \frac{n\,(n-1)}{2}.$$

Lo interesante del desarrollo de la situación es que ofrece distintos niveles de complejidad, lo que caracteriza su flexibilidad para hacer tratamientos didácticos en diferentes grados. También es importante ver cómo lo desarrollado respecto a la situación hasta el presente ha vinculado aspectos conceptuales y procedimentales correspondientes a diferentes conocimientos matemáticos, en este caso asociados a lo numérico, geométrico y variacional.

Aquí puede verse una de las fortalezas de las situaciones problema: se vuelven un contexto propicio para desarrollar procesos matemáticos mediante la relación de contenidos y significados para los conceptos, además de formas particulares para las simbolizaciones. Iniciar una vía de corte geométrico como se ha hecho, en un primer momento podría aprovecharse para construir conceptos como: *diagonal, segmento de recta, polígono,* etc. Es decir, podría pensarse en una red conceptual que posibilitara una exploración de las relaciones geométricas presentes.

A manera de conclusiones

Los estudiantes tienen formas particulares de hacer matemáticas, las cuales les permite desarrollar niveles de conceptualización, aunque de entrada no coincidan con el saber matemático científico. Lo interesante aquí es aceptar que la simbolización matemática en los estudiantes surge como una manera de expresar lo que ya comprenden, y no es un punto de partida, como tradicionalmente se creía.

La construcción de aprendizajes, desde la perspectiva de la pedagogía activa, permite que el maestro valore el saber previo de los alumnos, a partir del cual utilizan sus vivencias, capacidades, preconceptos y procedimientos para justificar y explicar nuevas ideas. Estos asuntos son propios de los procesos de razonamiento, en los que el error va a estar presente, pero ya no como sinónimo de "no saber", sino, más bien, como la manifestación de formas privadas de acercamiento a un conocimiento que sólo después de ponerlo al escrutinio público es transformado, con la ayuda de otros, en legados de saber.

De manera paralela a los procesos de razonamiento están los de comunicación, expresados por los alumnos mediante representaciones físicas, símbolos, gráficos, dibujos, frases verbalizadas y escritas, imágenes mentales, etc.

Una alternativa metodológica fundamentada en la problematización del currículo contribuye a que los estudiantes participen en la construcción de los conocimientos matemáticos de manera significativa, en la medida en que van tejiendo diversas relaciones, a partir de diferentes formas de representación, en las que van apareciendo los contenidos y que se van consolidando, cada vez más, en una red conceptual que los dota de fluidez para comunicar ideas matemáticas.

Referencias bibliográficas

Chamorro et ál., 2003, *Didáctica de las matemáticas,* Madrid, Pearson Educación.

Duval, Raymond, 2004, *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales,* 2.ª ed., Cali, Peter Lang, Universidad del Valle.

Londoño, Nevardo, 1996, "Diseño de un modelo de situación problema en la enseñanza de las matemáticas", tesis de Maestría en Psicopedagogía, Facultad de Educación, Departamento de Educación Avanzada, Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia.

Mesa, Orlando, 1997, *Criterios y estrategias para la enseñanza de las matemáticas,* Bogotá, Ministerio de Educación Nacional.

Ministerio de Educación Nacional, 1998, *Lineamientos curriculares. Matemáticas,* Bogotá, Magisterio.

Moreno, Luis y Guillermina Waldegg, 2002, "Fundamentación cognitiva del currículo de matemáticas", en: *Memorias. Primer Seminario Nacional de Formación de Docentes en el Uso de Nuevas Tecnologías en el Aula de Matemáticas,* Ministerio de Educación Nacional, Bogotá, Enlace, pp. 40-66.

Múnera, John, 2001, "Las situaciones problema como fuente de matematización", *Cuadernos Pedagógicos*, Universidad de Antioquia, Facultad de Educación, núm. 16, pp. 25-34.

_, 2009, "Diseño de situaciones problema dinamizadoras de pensamiento matemático escolar", en: *Memorias Décimo Encuentro colombiano de matemática educativa,* octubre, San Juan de Pasto, Colombia.

Múnera Córdoba, John Jairo y Gilberto Obando Zapata, 2003, "Las situaciones problema como estrategia para la conceptualización matemática", *Revista Educación y Pedagogía,* Medellín, Universidad de Antioquia, Facultad de Educación, vol. XV, núm. 35, enero-abril, pp. 185-199.

National Council of Teachers of Mathematics, 2000, *Principios y estándares para la educación matemática,* traducido por Manuel Fernández, Sevilla, Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.

Llinares, Salvador, 2005, "Relación entre teorías sobre el aprendizaje del profesor de matemáticas y diseño de entornos de aprendizaje", *Repositorio Institucional de la Universidad de Alicante (RUA),* [en línea], disponible en: http://rua.ua.es/dspace/bitstream/10045/854/1/llinares-cibem-05.pdf, consulta: 7 de septiembre de 2009.

Santos Trigo, Luz Manuel, 2002, "Problematizar el estudio de las matemáticas: un aspecto esencial en la organización del currículum y el aprendizaje de los estudiantes", en: *Memorias. Primer Seminario Nacional de Formación de Docentes en el Uso de Nuevas Tecnologías en el Aula de Matemáticas,* Ministerio de Educación Nacional, Bogotá, Enlace, pp. 151-165.

Referencia

Múnera Córdoba, John Jairo, "Una estrategia didáctica para las matemáticas escolares desde el enfoque de situaciones problema", *Revista Educación y Pedagogía,* Medellín, Universidad de Antioquia, Facultad de Educación, vol. 23, núm. 59, enero-abril, 2011, pp. 179-193.

Original recibido: octubre 2009
Aceptado: febrero 2010