

Trabajo Fin de Grado

Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales

Estimación de parámetros de motores de inducción
con técnicas analíticas, genéticas y de partículas.

Autor: Joan Tomàs Villalonga Palou

Tutores: Juan Manuel Roldán Fernández

Paula Páramo Balsa

Dpto. de Ingeniería Eléctrica
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2019



Trabajo Fin de Grado
Ingeniería Eléctrica

Estimación de parámetros de motores de inducción con técnicas analíticas, genéticas y de partículas.

Autor:

Joan Tomàs Villalonga Palou

Tutores:

Juan Manuel Roldán Fernández

Paula Páramo Balsa

Dpto. de Ingeniería Eléctrica
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla
Sevilla, 2019

Trabajo Fin de Grado: Estimación de parámetros de motores de inducción con técnicas analíticas, genéticas y de partículas.

Autor: Joan Tomàs Villalonga Palou

Tutores: Juan Mannuel Roldán Fernández
Paula Páramo Balsa

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2019

El Secretario del Tribunal

Agradecimientos

En primer lugar, quisiera agradecer la ayuda de mi tutor Juan Manuel Roldán Fernández, por su trato cercano y por darme la oportunidad de realizar este trabajo y el cual me ha guiado durante todo el desarrollo del mismo, así como a Manuel Burgos Payán por su amabilidad y disposición para echar una mano cuando he necesitado ayuda.

També, voldria agrair a sa meva família i sobretot als meus pares, en Bernat i n'Àgueda i als meus germans, en Bernat i na Maria Magdalena per haver-me fet costat durant tota la vida, i haver-me ensenyat coses que un no aprendren dins ses aules i en conjunt, haver-me fet així com som avui. Un record especial als qui ens han deixat.

Per altra banda, no voldria gens oblidarme del meus amics de Mallorca, amb qui vaig créixer des de sa infància, i malgrat sa distància, sempre hem sabut mantindre un bon contacte. A mis amigos de Sevilla, con quienes he vivido momentos auténticamente gratiosos, compartido intensas semanas de estudio, viajes inolvidables y fines de semana increíbles, y a Marta, por su ayuda y su sonrisa estos últimos años, ya que os habéis convertido en mi familia durante todos estos años y habéis conseguido que me sintiera como en casa pese a vivir tan y tan lejos de ella. Sin duda siempre hareis que en el futuro guarde un recuerdo maravilloso de mi época universitaria y las tierras del sur.

Una mención a todos los profesores que me han impartido su docencia y han hecho posible mi formación.

Gracias, gràcies.

Joan Tomàs Villalonga Palou

Sevilla, 2019

Resumen

El objetivo de este proyecto, se ha centrado en la identificación de los parámetros que representan el modelo de circuito de un motor de inducción. En concreto para este estudio se ha utilizado el modelo de jaula simple con los parámetros rotóricos variables en función del deslizamiento para poder determinar el comportamiento del mismo durante el punto de funcionamiento nominal, así como el arranque. La tarea ha sido automatizada para catálogos enteros de los fabricantes y para la obtención de resultados se han utilizado métodos determinísticos como mínimos cuadrados, así como probabilísticos (GA, PSO), con el objetivo de explorar varias vías de optimización que permitan dar a luz a modelos representativos y confiables de cada una de las series de motores que se exponen con sus respectivas características genéricas englobando la serie y vienen expuestas en las hojas de información de los fabricantes.

Abstract

The aim of this project is the identification of the circuit parameters that represent the model of an inductor motor circuit. In particular, a single cage model with variable rotor parameters has been used in order to determine its behavior in normal conditions, as well as in the start. This procedure has been automatized for manufacturer catalogues, and results have been obtained by using deterministic methods such as least squares, as well as probabilistic ones (GA, PSO) so as to explore different ways of optimization and design reliable models of every series of motors whose characteristics are provided in manufacturer's data sheets.

Agradecimientos	vii
Resumen	ix
Abstract	xi
Índice	xii
Índice de Tablas	xiv
Índice de Figuras	xvii
1 Introducción	1
2 Modelo del motor de inducción	11
2.1. Principio de funcionamiento	11
2.2. Requisitos del modelo	12
2.2.1 Pérdidas fundamentales	13
2.2.2 Pérdidas adicionales	13
2.3. Elección del modelo	14
2.4. Modelo de circuito de jaula simple	16
2.4.1 Análisis para un punto de funcionamiento dado	17
3 Clases de algoritmos para la identificación de parámetros	20
3.1 Tipos de algoritmos	22
4 Estimación a partir de mínimos cuadrados	23
4.1 Métodos descendientes	25
4.1.1 Método de Newton	25
4.1.2 Método de Gauss-Newton	26
4.1.3 Método de Levenberg-Marquardt	26
4.1.4 Método de la Región de Confianza	27
4.2 Determinación de los parámetros del modelo de circuito de la máquina de inducción	30
4.2.1 Información en el catálogo de fabricante	30
4.2.2 Ecuaciones para el modelado del motor de inducción	32
4.2.3 Obtención de resultados	35
4.2.4 Resultados preliminares	37
4.2.5 Ecuación de par máximo revisada	40
4.2.6 Criterio de la intensidad estatórica de arranque	45
4.2.7 Estimación de la resistencia estatórica y las pérdidas rotacionales mediante ajustes de regresión lineal.	49
5 Algoritmos genéticos	64
5.1 Fundamento de los algoritmos genéticos	65
5.1.1 Codificación del problema	66
5.2 Operadores genéticos	67
5.2.1 Selección	67
5.2.2 Cruce	68
5.2.3 Reemplazo aleatorio	70
5.2.4 Copia	70

5.2.5	Mutación	70
5.2.6	Elitismo	70
5.3	<i>Obtención de resultados.</i>	71
5.3.1	Configuración del algoritmo	72
5.3.2	Resultados	73
6	Optimización por enjambre de partículas	79
6.1	<i>Fundamento de la optimización por enjambre de partículas</i>	80
6.1.1	Codificación del problema	82
6.1.2	Resultados	83
7	Conclusión	89
	Referencias	92

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 3-1. Relación de tolerancias admisibles sobre los valores de las magnitudes según UNE-EN 60034-1.	21
Tabla 4-1. Requisitos mínimos características motor inducción.	30
Tabla 4-2. Datos técnicos (fragmento de catálogo [WEG]) de motores de inducción de rotor en jaula de baja tensión, tetrapolares, con grado de protección IP 55, refrigeración IC 411, diseñados con aislamiento de clase F para calentamiento de clase B, y clase de eficiencia IE3 (conforme a IEC 60034-30-1; 2014).	31
Tabla 4-3. Configuración del algoritmo de mínimos cuadrados.	36
Tabla 4-4. Errores rms catálogo WEG de elevadas potencias por criterio de par de arranque. Método original.	37
Tabla 4-5. Errores rms catálogo WEG de potencias reducidas por criterio de par de arranque. Método original	37
Tabla 4-6. Configuración rutina fsolve para hallar deslizamiento máximo.	41
Tabla 4-7 Errores rms catálogo WEG de elevadas potencias por criterio de par de arranque revisado. Método original.	42
Tabla 4-8. Errores rms catálogo WEG de potencias reducidas por criterio de par de arranque revisado. Método original.	42
Tabla 4-9. Comparación entre deslizamiento ofrecido por fabricante y calculado.	42
Tabla 4-10. Errores rms catálogo WEG de elevadas potencias por criterio de intensidad estatística de arranque. Método original.	45
Tabla 4-11. Errores rms catálogo WEG de potencias reducidas por criterio de intensidad estatística de arranque. Método original.	46
Tabla 4-12. Errores rms catálogo WEG de potencias reducidas por criterio de par de arranque con incorporación de técnicas de regresión lineal.	50
Tabla 4-13. Errores rms catálogo WEG de potencias reducidas por criterio de intensidad estatística de arranque con incorporación de técnicas de regresión lineal.	50
Tabla 4-14. Errores rms catálogo WEG de potencias elevadas por criterio de par de arranque con incorporación de técnicas de regresión lineal.	52
Tabla 4-15. Errores rms catálogo WEG de potencias elevadas por criterio de intensidad estatística de arranque con incorporación de técnicas de regresión lineal.	52
Tabla 4-16. Errores rms catálogo WEG de potencias reducidas por criterio de par de arranque. Técnica alternativa.	56
Tabla 4-17. Errores rms catálogo WEG de potencias reducidas por criterio de intensidad estatística de arranque. Técnica alternativa.	56
Tabla 4-18. Errores rms catálogo WEG de potencias reducidas por criterio de par de arranque. Técnica alternativa.	56
Tabla 4-19. Errores rms catálogo WEG de potencias reducidas por criterio de intensidad estatística de arranque. Técnica alternativa.	57
Tabla 4-20. Parámetros y errores de varios motores de inducción determinados mediante criterio de intensidad rotórica de arranque. Técnica alternativa.	59
Tabla 4-21. Errores rms catálogo WEG de potencias reducidas por criterio de par de arranque. Mínimos	

cuadrados con restricciones.	61
Tabla 4-22. Errores rms catálogo WEG de potencias reducidas por criterio de intensidad de arranque estatórica. Mínimos cuadrados con restricciones.	61
Tabla 5-1. Configuración del algoritmo genético	72
Tabla 5-2. Errores rms mediante uso de algoritmos genéticos para motores de potencias reducidas. Criterio de par de arranque.	73
Tabla 5-3. Errores rms mediante uso de algoritmos genéticos para motores de potencias elevadas. Criterio de par de arranque.	73
Tabla 5-4. Errores rms mediante uso de algoritmos genéticos para motores de potencias reducidas. Criterio corriente estatórica de arranque.	76
Tabla 5-5. Errores relativos según convergencia. Criterio corriente estatórica de arranque.	76
Tabla 5-6. Errores rms mediante uso de algoritmos genéticos para motores de potencias elevadas. Criterio corriente estatórica de arranque.	76
Tabla 5-7. Parámetros y errores de varios motores de inducción determinados mediante criterio de par de arranque. AG.	77
Tabla 6-1. Configuración del algoritmo PSO	83
Tabla 6-2. Errores rms mediante uso de algoritmos PSO para motores de potencias reducidas. Criterio de par de arranque.	83
6-3. Errores rms mediante uso de algoritmos PSO para motores de potencias elevadas. Criterio de par de arranque.	83
Tabla 6-4. Errores rms mediante uso de algoritmos PSO para motores de potencias elevadas. Criterio de intensidad estatórica de arranque.	86
Tabla 6-5. Parámetros y errores de varios motores de inducción determinados mediante criterio de par de arranque. PSO.	87

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1-1. Motores de inducción.	1
Figura 2-1. Principio de funcionamiento del motor de inducción	11
Figura 2-2. Modelo de circuito de jaula simple.	12
Figura 2-3. Pérdidas del motor de inducción.	14
Figura 2-4. Modelo de circuito de jaula simple	14
Figura 2-5. Modelo de circuito de doble jaula.	15
Figura 2-6. Variación de los parámetros rotóricos con el deslizamiento.	15
Figura 2-7. Modelo de circuito de jaula simple con parámetros dependientes del deslizamiento.	16
Figura 2-8. Circuito equivalente Thévenin.	18
Figura 4-1. Idea del método de Newton.	25
Figura 4-2. Ejemplo de algoritmo de búsqueda de línea.	27
Figura 4-3. Región de Confianza.	28
Figura 4-4. Método Dogleg.	29
Figura 4-5. Placa de características.	31
Figura 4-6. Modelo de circuito de jaula simple.	32
Figura 4-7.. Valores de X_1 resultantes del planteamiento inicial. Catálogos potencias reducidas y superiores respectivamente.	38
Figura 4-8.. Valores de R_{20} resultantes del planteamiento inicial. Catálogos potencias reducidas y superiores respectivamente.	38
Figura 4-9. Valores de X_{20} resultantes del planteamiento inicial. Catálogos potencias reducidas y superiores respectivamente.	39
Figura 4-10. Valores de X_m resultantes del planteamiento inicial. Catálogos potencias reducidas y superiores respectivamente.	39
Figura 4-11. Curva característica para-deslizamiento para un motor de 185 kW.	40
Figura 4-12. Ejemplo de derivación numérica.	41
Figura 4-13. Comparación entre errores de par máximo obtenidos mediante el planteamiento original y planteamiento revisado para motores de grandes potencias. Izq: original. Der: revisado.	43
Figura 4-14. Valores de X_l resultantes del planteamiento inicial con revisión de par máximo. Catálogos potencias reducidas y superiores respectivamente.	43
Figura 4-15. Valores de R_{20} resultantes del planteamiento inicial con revisión de par máximo. Catálogos potencias reducidas y superiores respectivamente.	43
Figura 4-16. Valores de X_{20} resultantes del planteamiento inicial con revisión de par máximo. Catálogos potencias reducidas y superiores respectivamente.	44
Figura 4-17. Valores de X_m resultantes del planteamiento inicial con revisión de par máximo. Catálogos potencias reducidas y superiores respectivamente.	44
Figura 4-18. Valores de X_l resultantes del planteamiento inicial con criterio de intensidad de arranque estática. Catálogos potencias reducidas y superiores respectivamente.	46

Figura 4-19. Valores de R_{20} resultantes del planteamiento inicial con criterio de intensidad de arranque estatística. Catálogos potencias reducidas y superiores respectivamente.	47
Figura 4-20. Valores de X_{20} resultantes del planteamiento inicial con criterio de intensidad de arranque estatística. Catálogos potencias reducidas y superiores respectivamente.	47
Figura 4-21. Valores de X_m resultantes del planteamiento inicial con criterio de intensidad de arranque estatística. Catálogos potencias reducidas y superiores respectivamente.	47
Figura 4-22. Diagrama de flujo planteamiento original. Mínimos cuadrados	48
Figura 4-23. Valores de X_l obtenidos mediante criterio de par de arranque e intensidad de arranque respectivamente para motores de potencias reducidas.	51
Figura 4-24. Valores de R_{20} obtenidos mediante criterio de par de arranque e intensidad de arranque respectivamente para motores de potencias reducidas.	51
Figura 4-25. Valores de X_{20} obtenidos mediante criterio de par de arranque e intensidad de arranque respectivamente para motores de potencias reducidas.	51
Figura 4-26. Valores de X_m obtenidos mediante criterio de par de arranque e intensidad de arranque respectivamente para motores de potencias reducidas.	52
Figura 4-27. Valores de X_l obtenidos mediante criterio de par de arranque e intensidad de arranque respectivamente para motores de potencias elevadas.	53
Figura 4-28. Valores de R_{20} obtenidos mediante criterio de par de arranque e intensidad de arranque respectivamente para motores de potencias elevadas.	53
Figura 4-29. Valores de X_{20} obtenidos mediante criterio de par de arranque e intensidad de arranque respectivamente para motores de potencias elevadas.	53
Figura 4-30. Valores de X_m obtenidos mediante criterio de par de arranque e intensidad de arranque respectivamente para motores de potencias elevadas.	54
Figura 4-31. Valores de R_l obtenidos mediante relación proporcional con R_{20} y ajuste por regresión lineal respectivamente, para catálogo de potencias elevadas.	54
Figura 4-32. Valores de R_l obtenidos mediante relación proporcional con R_{20} y ajuste por regresión lineal respectivamente, para catálogo de potencias reducidas.	54
Figura 4-33. Valores de P^{const} obtenidos mediante planteamiento original y ajuste por regresión lineal respectivamente, para catálogo de potencias elevadas.	55
Figura 4-34. Valores de P^{const} obtenidos mediante planteamiento original y ajuste por regresión lineal respectivamente, para catálogo de potencias reducidas.	55
Figura 4-35. Valores de X_l obtenidos mediante planteamiento de técnica alternativa a partir del criterio del par de arranque. Catálogos potencias reducidas y elevadas respectivamente.	57
Figura 4-36. Valores de R_{20} obtenidos mediante planteamiento de técnica alternativa a partir del criterio del par de arranque. Catálogos potencias reducidas y elevadas respectivamente.	57
Figura 4-37. Valores de X_{20} obtenidos mediante planteamiento de técnica alternativa a partir del criterio del par de arranque. Catálogos potencias reducidas y elevadas respectivamente.	58
Figura 4-38. Valores de X_m obtenidos mediante planteamiento de técnica alternativa a partir del criterio del par de arranque. Catálogos potencias reducidas y elevadas respectivamente.	58
Figura 4-39. Valores de P^{const} obtenidos mediante planteamiento de técnica alternativa a partir del criterio del par de arranque. Catálogos potencias reducidas y elevadas respectivamente.	58
Figura 4-40. Valores de R_{fe} obtenidos mediante planteamiento de técnica alternativa a partir del criterio del par de arranque. Catálogos potencias reducidas y elevadas respectivamente.	59
Figura 4-41. Comparación de X_l entre mínimos cuadrados sin y con restricciones respectivamente para criterio de intensidad estatística de arranque.	61
Figura 4-42. Comparación de R_{20} entre mínimos cuadrados sin y con restricciones respectivamente para criterio	

de intensidad estatórica de arranque.	62
Figura 4-43. Comparación de X_{20} entre mínimos cuadrados sin y con restricciones respectivamente para criterio de intensidad estatórica de arranque.	62
Figura 4-44. Comparación de X_m entre mínimos cuadrados sin y con restricciones respectivamente para criterio de intensidad estatórica de arranque.	62
Figura 4-45. Diagrama de flujo para mínimos cuadrados con ajustes de regresión lineal.	63
Figura 5-1. Secuencia evolutiva de la especie <i>homo sapiens sapiens</i> .	64
Figura 5-2. Esquema de un algoritmo genético.	65
Figura 5-3. Individuo genético binario.	66
Figura 5-4. Cruce de 1 punto.	69
Figura 5-5. Cruce de 2 puntos.	69
Figura 5-6. Cruce uniforme.	69
Figura 5-7. Valores de X_I mediante uso de algoritmos genéticos para motores de potencias reducidas y elevadas respectivamente. Criterio de par de arranque.	73
Figura 5-8. Valores de R_{20} mediante uso de algoritmos genéticos para motores de potencias reducidas y elevadas respectivamente. Criterio de par de arranque.	74
Figura 5-9. Valores de X_{20} mediante uso de algoritmos genéticos para motores de potencias reducidas y elevadas respectivamente. Criterio de par de arranque.	74
Figura 5-10. Valores de X_m mediante uso de algoritmos genéticos para motores de potencias reducidas y elevadas respectivamente. Criterio de par de arranque.	74
Figura 5-11. Valores de R_I mediante uso de algoritmos genéticos para motores de potencias reducidas y elevadas respectivamente. Criterio de par de arranque.	75
Figura 5-12. Valores de P^{const} mediante uso de algoritmos genéticos para motores de potencias reducidas y elevadas respectivamente. Criterio de par de arranque	75
Figura 5-13. Valores de R_{Fe} mediante uso de algoritmos genéticos para motores de potencias reducidas y elevadas respectivamente. Criterio de par de arranque.	75
Figura 5-14. Diagrama de flujo para obtención de parámetros mediante algoritmo genético.	78
Figura 6-1. Bandada de <i>sturnus vulgaris</i> (estorninos).	79
Figura 6-2. Cardumen de <i>Thunnus thynnus</i> (atunes rojos).	79
Figura 6-3. Factores para la determinación de la posición de un individuo en un algoritmo PSO.	81
Figura 6-4. Movimiento conjunto de los individuos en un algoritmo PSO.	81
Figura 6-5. Valores de X_1 mediante uso de algoritmos PSO para motores de potencias reducidas y elevadas respectivamente. Criterio de par de arranque.	84
Figura 6-6. Valores de R_{20} mediante uso de algoritmos PSO para motores de potencias reducidas y elevadas respectivamente. Criterio de par de arranque	84
Figura 6-7. Valores de X_{20} mediante uso de algoritmos PSO para motores de potencias reducidas y elevadas respectivamente. Criterio de par de arranque.	84
Figura 6-8. Valores de X_m mediante uso de algoritmos PSO para motores de potencias reducidas y elevadas respectivamente. Criterio de par de arranque.	85
Figura 6-9. Valores de R_I mediante uso de algoritmos PSO para motores de potencias reducidas y elevadas respectivamente. Criterio de par de arranque.	85
Figura 6-10. Valores de P^{const} mediante uso de algoritmos PSO para motores de potencias reducidas y elevadas respectivamente. Criterio de par de arranque.	85
Figura 6-11. Valores de R_{Fe} mediante uso de algoritmos PSO para motores de potencias reducidas y elevadas	

respectivamente. Criterio de par de arranque.

86

Figura 6-12. Diagrama de flujo para la obtención de parámetros mediante optimización por enjambre de partículas.

88

1 INTRODUCCIÓN

Los motores de inducción trifásicos son sin duda alguna los accionamientos eléctricos más extendidos en la industria moderna pues representan hasta dos tercios de la electricidad consumida destinada a actividades de carácter industrial. La razón, se halla en la robustez, reducido mantenimiento y precio que presentan. Además, su aplicación resulta ser relativamente sencilla y son capaces de trabajar en ambientes duros de trabajo, confiriéndoles un atractivo sin igual.

El conocimiento de los parámetros que modelan el circuito equivalente de un motor de inducción resulta esencial para simulaciones en el dominio del tiempo donde la interacción dinámica entre la máquina y el sistema eléctrico necesite ser analizada, por ejemplo:

- Arranque y re-aceleración del motor (servicios).
- Estudios de transferencia de datos.
- Cambios en la carga del motor.
- Comportamiento del motor ante cortocircuito.
- Estabilidad dinámica de la tensión.
- Combinación con electrónica de potencia para ampliar rango de funcionamiento

Además, también resulta de gran importancia el conocimiento de los parámetros que modelan el circuito del motor de inducción en la fase de diseño de proyectos para estudios de sistemas eléctricos de potencia con la finalidad de determinar el impacto que estos puedan tener en la instalación.

Estos hechos, implican la necesidad de conocer los parámetros que modelan el motor de inducción tanto en régimen estático como dinámico, mediante un modelo suficientemente fiable para que el sistema de control pueda operar con certeza y precisión y así sea capaz de predecir el comportamiento del accionamiento.

La Figura 1-1 muestra una gama de motores de inducción de diferentes tamaños:



Figura 1-1. Motores de inducción.

Desafortunadamente, la obtención de los parámetros que modelan el circuito equivalente de la máquina de inducción resulta difícil de obtener pues varían según las condiciones de funcionamiento. El calentamiento y los efectos superficiales (skin) incrementan las resistencias y las inductancias tienden a saturarse debido a los elevados flujos.

Habitualmente, los fabricantes de motores no suelen proveer los parámetros que modelan el circuito equivalente de sus máquinas ya que los parámetros son específicos de cada motor y los valores típicos encontrados en la literatura a menudo no son lo suficientemente precisos. Además, los estudios habituales para la estimación de los mismos se realizan normalmente durante la fase de diseño, en banco de prueba mediante ensayos de vacío y rotor bloqueado, algo que deja en evidencia un gran inconveniente: el motor no se prueba en sus condiciones reales de funcionamiento. Así mismo, también puede resultar posible determinar los parámetros del motor in situ, es decir, una vez instalado realizar dichos ensayos en las condiciones reales de operación. Sin embargo, no siempre se puede desconectar la carga del motor, y si resulta posible únicamente podrá conocerse el comportamiento en el régimen permanente de la misma. Además, acostumbra a ser pruebas de larga duración y considerablemente costosas.

Por tanto, es deseable la determinación de los parámetros del circuito equivalente a partir de los datos de catálogo como hojas de datos o folletos técnicos que suministran los propios fabricantes (e.g par máximo, par de arranque, factor de potencia a plena carga, rendimiento a plena carga, etc) mediante herramientas informáticas que permitan alcanzar con suficiente exactitud el desarrollo de un modelo confiable del motor de inducción frente a las técnicas tradicionales explicadas recientemente.

El motivo principal de este proyecto, se centrará en la exploración de diferentes técnicas matemáticas aplicadas a la informática moderna con el objetivo de obtener la determinación de los parámetros equivalentes del motor de inducción. Las técnicas a implementar serán:

- Estimación mediante mínimos cuadrados.
- Algoritmos genéticos.
- Optimización por enjambre de partículas.

Para la obtención de los resultados, se hará uso de las ecuaciones que representan el modelo exacto del motor de inducción para lograr la máxima precisión posible. Una vez realizada la estimación con cada método se procederá a la comparación de los mismos para poder evaluar su bondad respectivamente.

A su vez, se tendrán en cuenta otros factores referentes a la técnica utilizada como pueda ser la velocidad de cálculo frente al tiempo de cálculo, pues hay casos en los que una estimación rápida puede primar sobre un largo tiempo de ejecución.

La información técnica de los motores evaluados será obtenida a través de los catálogos comerciales que se encuentran disponibles en sus propias páginas web.

2 MODELO DEL MOTOR DE INDUCCIÓN

En este capítulo se abordarán las ecuaciones que determinan de la forma más afín los parámetros característicos del motor de inducción, para lograr la obtención de unos resultados que resulten lo más cercanos posible a la realidad, independientemente del estado de carga del mismo.

2.1. Principio de funcionamiento

El motor de inducción se basa en la ley de Faraday sobre la inducción electromagnética. Cuando los devanados del estátor (uniformemente dispuestos 120°) se conectan a una red de alimentación equilibrada, circula por ellos un sistema de corrientes trifásicas que crea un campo magnético giratorio prácticamente senoidal.

Este campo magnético rota a una velocidad conocida como velocidad de sincronismo, que matemáticamente expresada, en términos de frecuencia y número de polos queda:

$$\Omega_s = \frac{2\Pi f}{p}$$

El campo magnético giratorio del estátor corta a los devanados del rotor como se muestra de forma esquemática en la Figura 2-1. e induce una fuerza electromotriz en los conductores estacionarios del mismo. Los devanados rotóricos se hallan cortocircuitados y el movimiento relativo entre el campo magnético rotativo y los conductores estacionarios induce corriente en los devanados rotóricos. A medida que la corriente fluye a través de ellos, se produce una interacción de la misma con el campo magnético giratorio (Ley de Biot y Savart), generando una fuerza sobre las espiras del rotor que termina desencadenando en la presencia de par sobre el rotor y por tanto, haciéndolo girar.

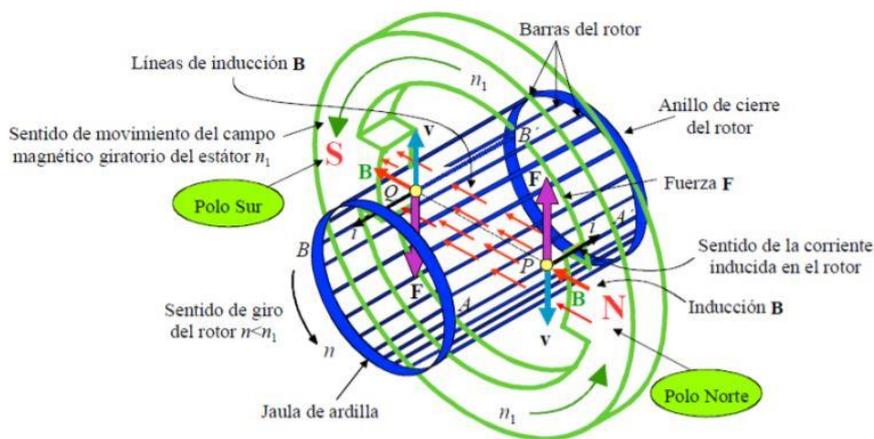


Figura 2-1. Principio de funcionamiento del motor de inducción

2.2. Requisitos del modelo

El circuito equivalente que pretenda simular los procesos reales que ocurren a un motor de inducción durante su funcionamiento debe ser suficientemente sutil para tener en cuenta todos los aspectos prácticos que ocurren durante el uso del mismo frente a un modelo de motor de inducción teórico, donde el rendimiento pueda ser cercano a la perfección.

El modelo, por tanto, de ser capaz de representar la evolución de los fenómenos físicos que ocurren dentro del motor, y esto implica tener en cuenta el conjunto total de pérdidas que pueden darse durante el funcionamiento de la máquina eléctrica para así tener un mayor conocimiento del rendimiento real de trabajo, algo esencial en las labores de eficiencia energética. En la Figura 2-2 se muestra un modelo de circuito de jaula simple con las magnitudes que caracterizan el modelo equivalente de un motor de inducción:

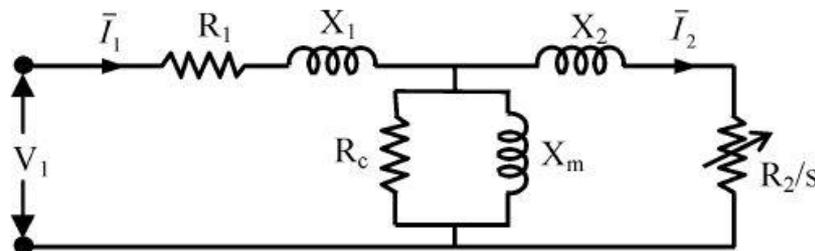


Figura 2-2. Modelo de circuito de jaula simple.

En concreto, el motor de inducción se comporta desde los terminales del estátor como una impedancia que varía con la velocidad. Una vez establecida la velocidad, Ω , a la que quiere desarrollarse el análisis y fijada la velocidad síncrona, Ω_s , se determina el deslizamiento, s :

$$s = 1 - \frac{\Omega}{\Omega_s}$$

Esto permite calcular el valor de la impedancia rotórica efectiva, que es la única impedancia variable que aparece en el circuito equivalente:

$$\mathbf{Z}_2(s) = \frac{R_2}{s} + \mathbf{j} \cdot X_2$$

Así, resulta posible cálculo del valor de la impedancia que presenta la máquina desde los terminales del estátor:

$$\mathbf{Z}(s) = R(s) + \mathbf{j} \cdot X(s) = \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_{e2}(s)$$

donde $\mathbf{Z}_{e2}(s)$ es la impedancia equivalente de la rama de magnetización en paralelo con la impedancia secundaria:

$$\mathbf{Y}_{e2}(s) = \mathbf{Y}_m + \mathbf{Y}_2(s) = G_{Fe} + \mathbf{j} \cdot B_m + \mathbf{Y}_2(s)$$

Una vez establecido el valor de esta impedancia es posible la determinación de las distintas intensidades (intensidad estatórica, I_1 , intensidad rotórica I_2 , intensidad en el hierro I_{fe} , intensidad de la rama de magnetización I_μ) así como tensiones, potencias, pérdidas y pares, correspondientes a esa velocidad de funcionamiento dada.

2.2.1 Pérdidas fundamentales

Son aquellas que se producen como consecuencia de los fenómenos electromagnéticos y mecánicos esenciales que tiene lugar en el motor de inducción. En concreto podemos hallar:

- Pérdidas por efecto Joule. Su origen reside en la circulación de corrientes por el devanado estatórico y rotórico. Su expresión resulta ser:

$$P_{jk}(s) = 3R_k \left| \overline{I_k(s)} \right|^2 \quad k = 1, 2$$

- Pérdidas en el hierro. Corresponden a aquellas pérdidas debidas a la histéresis y corrientes parásitas que aparecen en el núcleo magnético del motor. Pueden evaluarse mediante la expresión:

$$P_{Fe}(s) = 3R_{Fe} \left| \overline{I_{Fe}(s)} \right|^2$$

- Pérdidas mecánicas. Son aquellas pérdidas relacionadas con el rozamiento en los cojinetes, entre los distintos componentes del rotor y el aire que los rodea e incluso las producidas por el ventilador cuando el motor es autoventilado. Se suelen considerar proporcionales a la velocidad, normalmente al cubo:

$$P_{pmec}(s) = k_{pmec} \Omega^n \quad n = 2, 3$$

2.2.2 Pérdidas adicionales

Engloban al resto de pérdidas que se producen a raíz de fenómenos electromagnéticos secundarios que se dan en todos los elementos metálicos de la máquina. Se producen debido a causa muy dispares como puedan ser variaciones locales de inducción, saturación, distribuciones no sinusoidales, presencia de armónicos, efecto *skin*, etc. Su evaluación resulta dificultosa.

En la Figura 2-3 se detalla mediante un esquema las pérdidas correspondientes a una máquina de inducción:

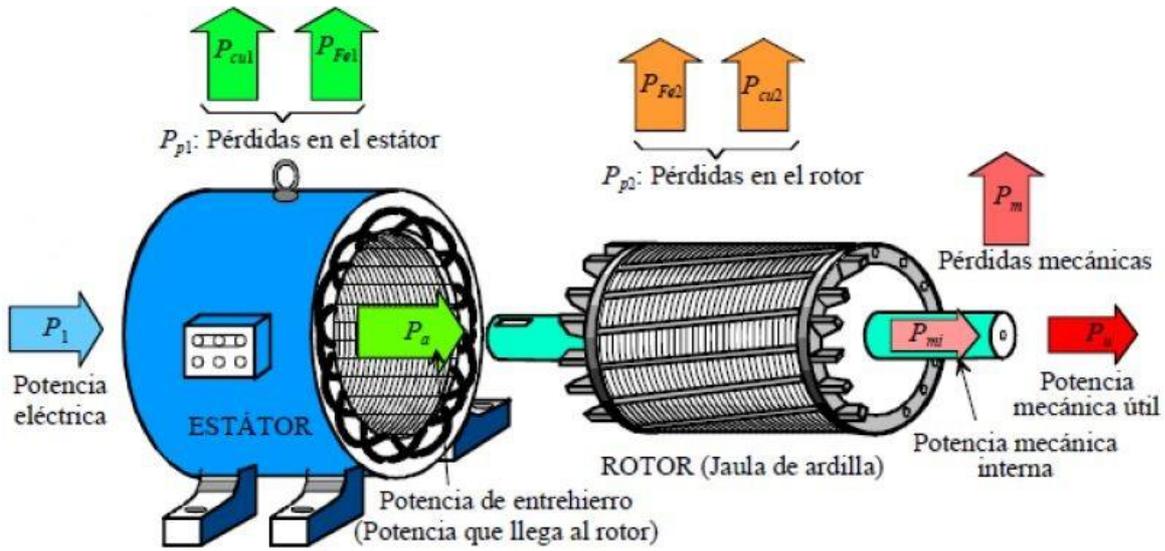


Figura 2-3. Pérdidas del motor de inducción.

2.3. Elección del modelo

El modelo equivalente más común equivalente de un motor de inducción resulta ser el circuito de jaula simple, con parámetros constantes como indica la Figura 2-4. Dicho circuito acostumbra a ser suficiente cuando se pretende monitorizar un punto de funcionamiento cercano a la velocidad nominal para motores de inducción con rotor bobinado. Sin embargo, si se requiere un par de arranque elevado, la máquina debe presentar un deslizamiento nominal elevado, acompañado de un aumento de las pérdidas rotóricas. Esto implica, que dicha elección conlleve cierto grado de error durante el arranque de la máquina.

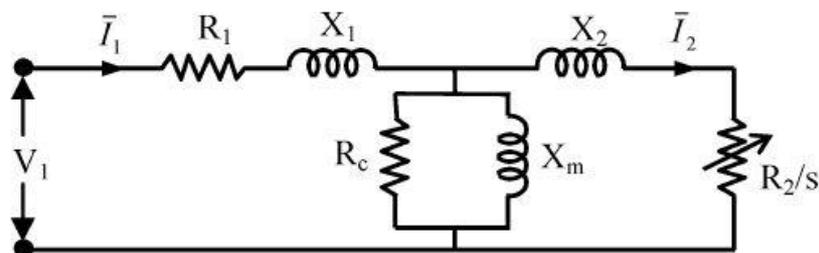


Figura 2-4. Modelo de circuito de jaula simple

En su lugar, para compatibilizar un par de arranque elevado con una operación normal con deslizamientos pequeños, toma interés el uso de un circuito equivalente basado en el modelo de rotor de doble jaula, como muestra la Figura 2-5, o jaula de ardilla profunda, para determinar las características del motor a velocidades considerablemente bajas ya que estos tipos de motores presentan parámetros rotóricos variables. No obstante, al pretender identificar los valores de los parámetros durante el arranque, los errores se producen en el funcionamiento a plena carga.

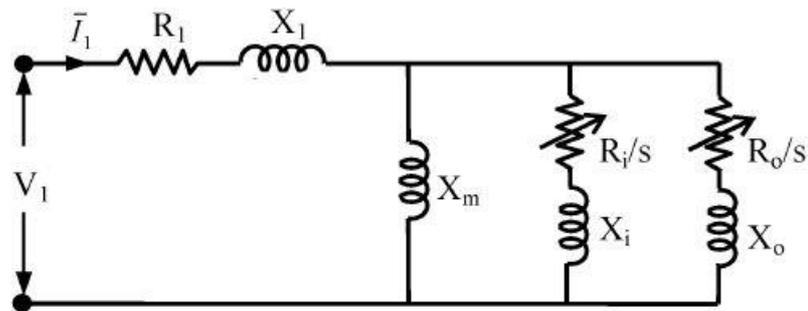


Figura 2-5. Modelo de circuito de doble jaula.

Realmente, todos los motores con rotor en jaula presentan parámetros rotóricos variables con el deslizamiento, concretamente en función de la raíz cuadrada de éste. Por tanto, el eje central de este proyecto residirá en adoptar las siguientes expresiones empíricas que representen la variación de los parámetros del rotor aplicadas a un modelo simple de jaula como muestra la Figura 2-6 expuesta en [1] con el objetivo de determinar los parámetros del motor de inducción a partir de los datos de catálogo sin la necesidad de recurrir a modelos de alto orden con dos o más ramas en el rotor.

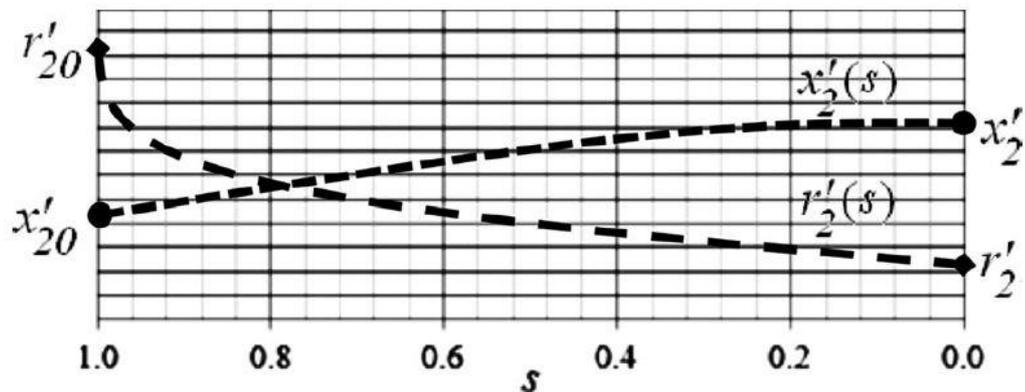


Figura 2-6. Variación de los parámetros rotóricos con el deslizamiento.

2.4. Modelo de circuito de jaula simple

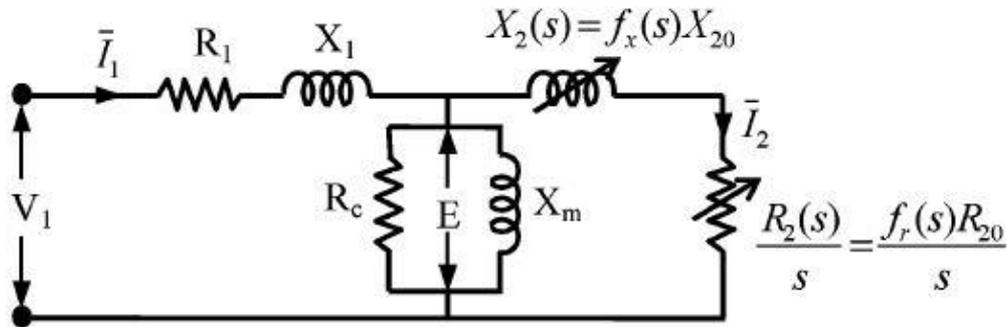


Figura 2-7. Modelo de circuito de jaula simple con parámetros dependientes del deslizamiento.

El circuito equivalente monofásico de un motor de inducción trifásico, con modelo de jaula simple, mostrado en la Figura 2-7, consta de los siguientes seis parámetros independientes referidos al estátor:

- R_1 : Resistencia estatórica
- X_1 : Reactancia estatórica
- R_2 : Resistencia rotórica
- X_2 : Reactancia rotórica
- R_c : Resistencia del hierro
- X_m : Reactancia de magnetización

Como se ha explicado recientemente, este modelo resulta capaz de predecir las características del motor en regiones normales de operación, aunque presenta el inconveniente de presentar errores durante el arranque del mismo.

Afortunadamente, si se ajustan acuradamente los parámetros del modelo de jaula simple con el deslizamiento mediante expresiones empíricas, es posible obtener una relación par – deslizamiento (T - s) similar al modelo de doble jaula y, por tanto, permitiendo la obtención sutil de unos resultados notablemente confiables.

El ajuste empírico usado en este estudio responde a la expresión utilizada en [2]:

Si $s > s_{\max}$

$$R_2(s) = \left(0.5 + 0.5 \sqrt{\frac{s}{s_{\max}}} \right) R_{20} \triangleq f_r(s) R_{20} \quad (2.1)$$

$$X_2(s) = \left(0.4 + 0.6 \sqrt{\frac{s_{\max}}{s}} \right) X_{20} \triangleq f_x(s) X_{20} \quad (2.2)$$

Si $s < s_{\max}$

$$R_2(s) = R_{20} \text{ y } X_2(s) = X_{20} \quad (2.3)$$

Siendo $R_2(s)$ la resistencia y la reactancia $X_2(s)$ rotórica efectiva referidas al estátor mientras que R_{20} , X_{20} , se tratan de la resistencia y reactancia rotórica referida al arranque respectivamente. Por otro lado, s_{\max} representa el deslizamiento máximo de la máquina de inducción.

Por otra parte, se han tenido en cuenta las pérdidas en el hierro pues, resulta clave para una mejor aproximación del rendimiento que pueda tener el motor obtenido a partir de los datos de catálogo de fabricante. Este hecho, resulta esencial para aplicaciones de gestión de energía, algo que suelen obviar la mayoría de métodos relacionados con este aspecto.

En general, las pérdidas en el hierro y las pérdidas mecánicas son consideradas constantes en la zona normal de operación (P^{const}), sin embargo, las pérdidas Joule dependen de la carga. En este estudio, P^{const} será primeramente determinada a plena carga, y consecuentemente será dividida en P_{Fe} y P_{pmec} usando una constante predefinida α_c con $0 < \alpha_c < 1$.

$$P_{Fe} = \alpha_c P_{const} \Rightarrow P_{pmec} = (1 - \alpha_c) P_{const} \quad (2.4)$$

Estableciendo tal relación fija entre P^{const} y las pérdidas en el hierro P_{Fe} , resulta ya factible la obtención de la misma, aunque añade un mayor complejidad a la determinación de los parámetros al añadir una variable más a tener en cuenta.

Por suerte, únicamente nuestro sistema contará con cinco variables independientes, cuatro parámetros del circuito equivalente (X_l, R_{20}, X_{20}, X_m) y P^{const} .

Las características del motor resultan ser menos sensibles a la resistencia del estator R_l , permitiendo establecer la relación:

$$R_l = \alpha_r R_{20} \quad (2.5)$$

Por otro lado, conociendo P_{Fe} , el valor de R_{Fe} puede ser hallado mediante la siguiente expresión:

$$R_{Fe} = \frac{3 \left| E(s_{FL}) \right|^2}{P_{Fe}} \quad (2.6)$$

De esta manera, se obtiene un sistema determinado de cinco ecuaciones con cinco incógnitas tal que:

$$F = (f_1, f_2, f_3, f_4, f_5)^T \text{ con } X = (X_l, R_{20}, X_{20}, X_m, P_{const})^T .$$

2.4.1 Análisis para un punto de funcionamiento dado

Los parámetros de un motor de inducción pueden ser obtenidos mediante su circuito equivalente. Para un punto de operación dado, la impedancia de entrada se puede evaluar mediante la expresión:

$$\overline{Z}_{in}(s) = \overline{Z}_1 + \left(\frac{\overline{Z}_{sh} \overline{Z}_2(s)}{\overline{Z}_{sh} + \overline{Z}_2(s)} \right) \quad (2.7)$$

Donde la impedancia efectiva del rotor viene dada por:

$$\overline{Z}_2(s) = \frac{R_{20}(s)}{s} + jX_{20}(s) \quad (2.8)$$

A su vez, la impedancia de la rama de magnetización se puede expresar como:

$$\bar{Z}_{sh} = \left(\frac{R_c jX_m}{R_c + jX_m} \right) \quad (2.9)$$

Y la estática como:

$$\bar{Z}_1 = R_1 + jX_1 \quad (2.10)$$

Así pues, la intensidad estática y rotórica quedan definida de la siguiente manera:

$$I_1(s) = |\bar{I}_1(s)| = \left| \frac{\bar{V}_1}{\bar{Z}_{in}(s)} \right| \quad (2.11)$$

$$I_2(s) = |\bar{I}_2(s)| = \left| \frac{\bar{Z}_{sh}}{\bar{Z}_{sh} + \bar{Z}_2} \right| |\bar{I}_1(s)| \quad (2.12)$$

Por otra parte, la caída de tensión a través de la rama de magnetización puede expresarse como:

$$E(s) = \left| \bar{V}_1 - \bar{Z}_1 I_1(s) (\cos \varphi(s) - j \sin \varphi(s)) \right| \text{ con } \varphi(s) = \text{ángulo}(\bar{Z}_{in}(s)) \quad (2.13)$$

Así mismo, el equivalente Thevenin del circuito se desarrolla como indica la Figura 2-8:

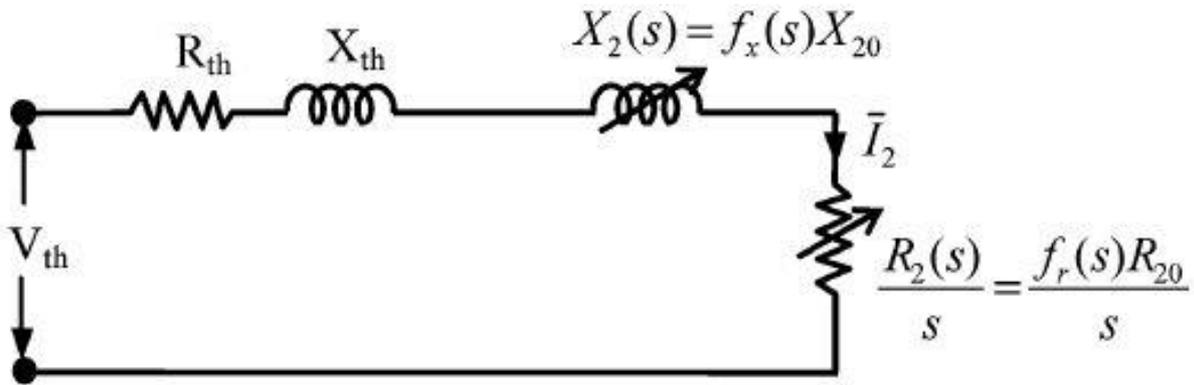


Figura 2-8. Circuito equivalente Thévenin.

Siendo los parámetros característicos del mismo:

$$V_{th} = \left| \frac{\overline{V_1 Z_{sh}}}{\overline{Z_1 + Z_{sh}}} \right| \quad (2.14)$$

$$\overline{Z_{th}} = \frac{\overline{Z_1 Z_{sh}}}{\overline{Z_1 + Z_{sh}}} \triangleq R_{th} + jX_{th} \quad (2.15)$$

Con las recientes expresiones, resulta posible definir el deslizamiento máximo que pueda presentar nuestra máquina eléctrica de la siguiente forma:

$$s_{max} = \frac{R_{20}}{\sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X_{20})^2}} \quad (2.16)$$

3 CLASES DE ALGORITMOS PARA LA IDENTIFICACIÓN DE PARÁMETROS

La identificación de los valores característicos de un modelo de motor de inducción a partir de los datos de catálogo, puede parecer una tarea simple e inocua. No obstante, presenta varias dificultades de notoriedad que deben ser tomadas en cuenta para lograr un ajuste que se amolde a las medidas realizadas y las predicciones del modelo.

En primer lugar, la toma de medidas del sistema físico real introduce errores asociados a la cadena de instrumentación o medida ya sean causados por la obtención experimental de los valores asociados a los transductores, los propios instrumentos e incluso el método de medida.

Por otro lado, la estimación de un modelo mediante catálogos de datos de fabricantes añade las tolerancias admitidas por las normas en cada uno de los valores reflejados en el catálogo (Tabla 3-1), pues se tratan de valores promedios pertenecientes a un conjunto representativo de máquinas y no a una en concreto. Además, todos y cada uno de los circuitos equivalentes de nuestra máquina de inducción son descripciones teóricas y expresiones matemáticas que definen de forma lógica la evolución y comportamiento del sistema físico real, limitando pues al modelo en cuestión a las exigencias a las que deba someterse, según el tipo de estudio a realizar.

El conjunto de todos estos matices, es decir, la combinación de los errores de medida, las tolerancias y la exactitud del modelo hacen que el problema de la estimación de parámetros se convierta en un problema de optimización en lugar de la resolución de un sistema de ecuaciones de carácter lineal o no lineal, haciendo que el objetivo de la estimación sea la obtención de unos resultados que minimicen las desviaciones entre los valores procedentes del modelo y los derivados de las lecturas de medida.

Así pues, la estimación de unos parámetros equivalentes del motor de inducción se expresará de la siguiente manera:

Sea $F(x_1, \dots, x_n)$ hallar (x_1, \dots, x_n) tal que minimicen la función F , siendo F una función de error de ciertas magnitudes del modelo que se trata de optimizar.

Tabla 3-1. Relación de tolerancias admisibles sobre los valores de las magnitudes según UNE-EN 60034-1.

Punto	Magnitud	Tolerancia
1	Rendimiento η Por suma de pérdidas: <ul style="list-style-type: none"> • $P_N \leq 150 \text{ kW}$ o $S_N \leq 150 \text{ kVA}$ • $P_N > 150 \text{ kW}$ o $S_N > 150 \text{ kVA}$ 	-15% de $(1 - \eta)$ -10% de $(1 - \eta)$
2	Pérdidas totales (aplicable a las máquinas de potencia asignada superior a 150 kW (o kVA))	+10% de las pérdidas totales
3	Factor de potencia, $\cos\phi$, para las máquinas de inducción	-1/6(1 - $\cos\phi$) Valor absoluto mínimo 0.02 Valor absoluto máximo 0.07
4	Deslizamiento de los motores de inducción (a plena carga y a la temperatura de funcionamiento) <ul style="list-style-type: none"> • $P_N < 1 \text{ kW}$ • $P_N \geq 1 \text{ kW}$ 	$\pm 30\%$ del deslizamiento garantizado $\pm 20\%$ del deslizamiento garantizado
5	Intensidad con rotor bloqueado de los motores de inducción con rotor de jaula, con cualquier dispositivo de arranque especificado	+ 20% de la intensidad garantizada
6	Par con rotor bloqueado de los motores de inducción de jaula	+25% / -15% del par garantizado
7	Par mínimo durante el arranque de los motores de inducción de jaula	-15% del par garantizado
8	Par máximo de los motores de inducción	-10% del par garantizado, pero con la reserva de que después de aplicar dicha tolerancia, el par debe ser igual o superior a 1.6 ó 1.5 veces el par asignado
9	Momento de inercia	$\pm 20\%$ del valor garantizado

3.1 Tipos de algoritmos

Los algoritmos utilizados para la estimación de los parámetros del motor de inducción se puede dividir en dos grandes clases:

- Métodos descendientes

Se tratan de algoritmos basados en variaciones del método de Newton para lograr la convergencia de la solución, e.g. Newton-Raphson, Levenberg-Marquardt, etc.

- Métodos de optimización natural

Son la clase de algoritmos basados en procesos hallados en la naturaleza donde los ensayos aleatorios sucesivos se filtran para determinar la "aptitud física" en cada iteración, e.g. algoritmo genético, optimización enjambre partícula, etc.

4 ESTIMACIÓN A PARTIR DE MÍNIMOS CUADRADOS

Resolver un problema de mínimos cuadrados, en términos generales, es sustituir un problema en el que hay que resolver un sistema de ecuaciones (que no tiene solución) por el problema de minimizar una suma de cuadrados. De forma general:

$$\min_{x \in \mathbb{R}^n} f(x) = \frac{1}{2} F(x)^T F(x) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m F_i(x)^2 ,$$

siendo $F(x)$ la función residual y $F_i(x)$ la componente i -ésima de la misma.

Consideremos el siguiente problema de optimización: $\min_{x \in S \subset \mathbb{R}^n} f(x)$

Un punto $x^* \in S$ será mínimo global si $f(x) \geq f(x^*)$, $\forall x \in S$, mientras que será local, si $\exists \varepsilon > 0$ tal que $f(x) \geq f(x^*)$, $\forall x \in S$ que verifique $\|x - x^*\| < \varepsilon$.

Se puede garantizar que si f es continua y S es cerrado y acotado, tenemos garantizada la existencia de un mínimo global.

Otra propiedad que garantiza la existencia de un mínimo local sea global es la convexidad, donde se asume que el conjunto $S \subset \mathbb{R}^n$ es no vacío y convexo. Una función es convexa sobre S si:

$$f(\lambda x + (1 - \lambda)y) \leq \lambda f(x) + (1 - \lambda)f(y), \text{ para cada } x, y \in S \text{ y } \lambda \in (0, 1)$$

Analizado desde el punto de vista geométrico, una función de una variable es convexa cuando el segmento de recta que une dos puntos de la gráfica se encuentra por encima de la misma.

Se habla de que una función f es estrictamente convexa cuando:

$$f(\lambda x + (1 - \lambda)y) < \lambda f(x) + (1 - \lambda)f(y), \text{ para cada } x, y \in S, x \neq y \text{ y } \lambda \in (0, 1)$$

en cuyo caso un mínimo local será un mínimo global único. A continuación, se presenta un teorema donde se resumen las condiciones más importantes para garantizar la existencia de un mínimo local.

Teorema:

- Si $f \in C^1$, entonces f es convexa en $S \Leftrightarrow f(y) \geq f(x) + \nabla f(x)(y-x), \forall x, y \in S$
- Si $f \in C^2$, entonces f es convexa en $S \Leftrightarrow$ la matriz hessiana de f :

$$H_f(x) = \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} \text{ es semidefinida positiva } \forall x \in S$$

Suponiendo que S es convexo y abierto

- Si $f \in C^1$ y x^* es un mínimo local, entonces $\nabla f(x^*) = 0$
- Si $f \in C^2$ y x^* es un mínimo, entonces $H_f(x^*)$ es semidefinida positiva

Entonces, si $f \in C^2$ y x^* cumple $\nabla f(x^*) = 0$ y $H_f(x^*)$ es definida positiva, x^* es un mínimo local

Observamos entonces, que la idoneidad para ajustar un problema de optimización se da cuando f es continua, de clase C^2 y estrictamente convexa. Sin embargo, no siempre resulta posible encontrarse en dichas condiciones, pues hay veces que la continuidad de nuestra función no podrá estar garantizada o bien su diferenciabilidad, de manera que, según los requisitos del método (uso del hessiano, el gradiente, etc), no será posible dar con una solución. En estos casos, es cuando toma gran importancia el uso de métodos que no requieran esta información.

La resolución de un problema de mínimos cuadrados puede variar significativamente según el método, aunque de manera generalizada, todos toman como referencia un mismo eje central.

Dada una posición inicial x^0 , los algoritmos numéricos realizan una sucesión de puntos candidatos a ser solución, $\{x^k\}$, tal que $f(x^{k+1}) < f(x^k)$. En cada punto x^k , se elige una dirección $d^k \neq 0$ y se determina el paso t_k de forma que $x^{k+1} = x^k + t_k d^k$ con el objetivo de alcanzar un mínimo de la función. Los diversos métodos se diferencian en la construcción de d^k .

4.1 Métodos descendientes

A continuación, se exponen varios de los métodos de búsqueda en línea más comunes que toman como piedra angular el método de Newton. Entre los más conocidos para la resolución de mínimos cuadrados se encuentran:

4.1.1 Método de Newton

Se trata de uno de los métodos más básicos para la resolución de mínimos cuadrados. En principio, suponemos que nuestra función a minimizar (al menos de clase C^2) podemos sustituirla por su aproximación de segundo orden mediante el desarrollo de Taylor:

$$f(x^k + d) \approx f(x^k) + d^T \nabla f(x^k) + \frac{1}{2} d^T H_f(x^k) d$$

Por consiguiente, obtenemos d_k imponiendo la anulación del gradiente de la aproximación de Taylor tal que:

$$\nabla f(x^k) + H_f(x^k) d = 0$$

Por lo que si la matriz hessiana es invertible en x^k , entonces la dirección de búsqueda resultará ser:

$$d_k = -(H_f(x^k))^{-1} \nabla f(x^k)$$

Obteniendo así el valor de $x^{k+1} = x^k + d_k$.

El gran punto a favor de este método es si f es de clase 3 y su matriz hessiana es invertible cerca del mínimo x^* y x^0 es suficientemente cercano a x^* el método converge cuadráticamente $\|x^{k+1} - x^*\| \leq \beta \|x^k - x^*\|^2$ para algún $\beta > 0$.

Sin embargo, el método no garantiza la condición de descenso $f(x^{k+1}) < f(x^k)$, la convergencia no es global sino que se reduce al ámbito local, pudiendo incluso llegar a no converger si el punto inicial se encuentra muy alejado de la solución final. Además añade la dificultad de calcular el hessiano en cada iteración, lo cual es considerablemente costoso. En la figura 4-1 se expresa la idea básica del método de Newton:

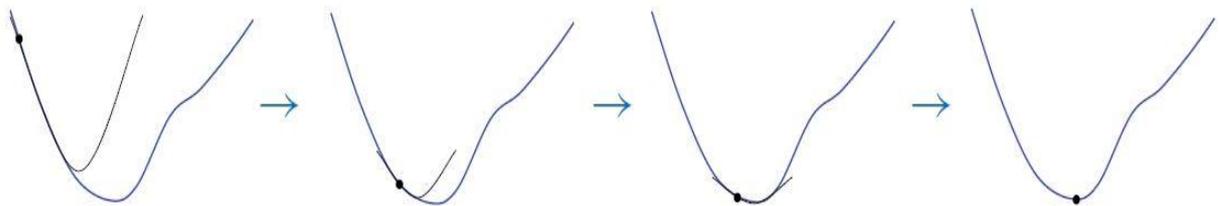


Figura 4-1. Idea del método de Newton.

4.1.2 Método de Gauss-Newton

Aplicando el método de Newton al ámbito de los sistemas de ecuaciones sobredeterminados no lineales, surge el método de Gauss Newton, que pretende hallar la solución del problema minimizando la suma de los cuadrados de los residuos de la forma:

$$f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = \frac{1}{2} (F_1^2(x) + \dots + F_m^2(x)), \text{ expresando } F \text{ como } F(x) = (F_1(x) + \dots + F_m(x))^T$$

$$\text{Entonces: } \frac{\partial f(x)}{\partial x_j} = \sum_{i=1}^m F_i(x) \frac{\partial F_i(x)}{\partial x_j}$$

$$\text{Así, obtenemos: } \nabla f(x) = \sum_{i=1}^m \nabla F_i(x) F_i(x) = J_F(x)^T F(x)$$

$$\text{Derivando de nuevo: } \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_k \partial x_j} = \sum_{i=1}^m \frac{\delta F_i(x)}{\delta x_k} \frac{\delta F_i(x)}{\delta x_j} + \sum_{i=1}^m F_i(x) \frac{\delta^2 F_i(x)}{\delta x_k \delta x_j}$$

$$\text{Lo que matricialmente queda: } H_f(x) = J_F(x)^T J_F(x) + \sum_{i=1}^m F_i(x) H_{F_i}(x)$$

Donde $J_F(x) = \left(\frac{\partial F_i(x)}{\partial x_j} \right)$ representa a la matriz jacobiana de la función F.

En caso de que las funciones $F_i(x)$ resulten ser casi lineales, puede suprimirse el Segundo término del hessiano resultando $H_f(x) \approx G(x) = J_F(x)^T J_F(x)$, simplificando cuantiosamente el proceso de cálculo pues de este caso particular, resulta: $G(x^k) d_k = -J_F(x^k)^T F(x^k)$. Donde d_k es la dirección del método de Gauss-Newton del paso k-ésimo.

Al igual que el método de Gauss-Newton es solución para importantes problemas de mínimos cuadrados, si el problema presenta una no linealidad severa o residuos grandes, el tiempo de convergencia aumenta significativamente, hasta el punto de no llegar a converger. Así mismo, la convergencia no tiene por que ser global, estando fuertemente ligada al punto de partida.

4.1.3 Método de Levenberg-Marquardt

Se trata de otro método popular para resolver problemas de mínimos cuadrados que destaca por evitar el uso de la segunda derivada para lograr la sucesión de puntos candidatos a ser solución.

Las iteraciones se calculan con la siguiente expresión:

$$x^{k+1} = x^k - \left[J_F(x^k)^T J_F(x^k) + \mu \text{diag}(J_F(x^k)^T J_F(x^k)) \right]^{-1} J_F(x^k)^T F(x^k)$$

Existen numerosas versiones del método según el ajuste del parámetro de amortiguamiento μ pues afecta tanto a la dirección como a la magnitud del paso de iteración.

Si bien es cierto que presenta una menor eficacia que el método de Gauss-Newton cuando el residuo es cero en la solución, esta información no siempre está disponible de antemano, por lo que la robustez creciente del método de Levenberg-Marquardt hace que se compensen los casos en los que éste presenta una menor eficacia, por lo que resulta preferible para la mayoría de problemas. En la Figura 4-2 se expone un ejemplo de método de búsqueda de línea:

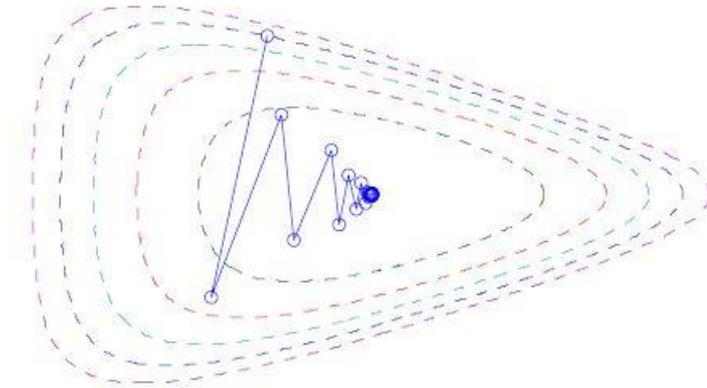


Figura 4-2. Ejemplo de algoritmo de búsqueda de línea.

4.1.4 Método de la Región de Confianza

El método de Región de Confianza define una región alrededor de un punto dado y luego lo ajusta y minimiza a partir de un modelo que representa bien el comportamiento de la función que pretendemos minimizar en el entorno del punto, por ejemplo, el desarrollo en serie de Taylor hasta segundas derivadas o una aproximación.

Los métodos de Región de Confianza eligen simultáneamente la dirección de descenso y el tamaño de paso.

Sea nuestro modelo a minimizar:

$$\min_{p \in \mathbb{R}^n} m_k(d) = f_k + \nabla f_k^T d + \frac{1}{2} d^T B_k d \quad \text{con} \quad \|d\| \leq \Delta_k$$

Siendo Δ_k el radio de la región de confianza, d el paso de la región de confianza y $B_k \approx \nabla^2 f_k$, con B_k una matriz definida positiva.

La calidad del modelo elegido se evalúa mediante la ganancia:

$$\rho_k = \frac{f(x_k) - f(x_k + d_k)}{m_k(0) - m_k(d_k)}$$

Es decir, el numerador es la reducción real y el denominador la reducción esperada (>0) d_k el minimizador de m_k :

- Si ρ_k es negativo o cercano a 0, el paso debe ser rechazado y es necesario reducir el radio de la región.
- Si ρ_k es cercano a 1 existe acuerdo entre el modelo y la función objetivo por lo que puede aumentarse el radio de la región de confianza para una próxima iteración.
- Si $0 < \rho_k < 1$ no altero el radio de la región.
- Si $\rho_k > 1$ acepto el radio de la región, con posibilidad de aumentarlo.

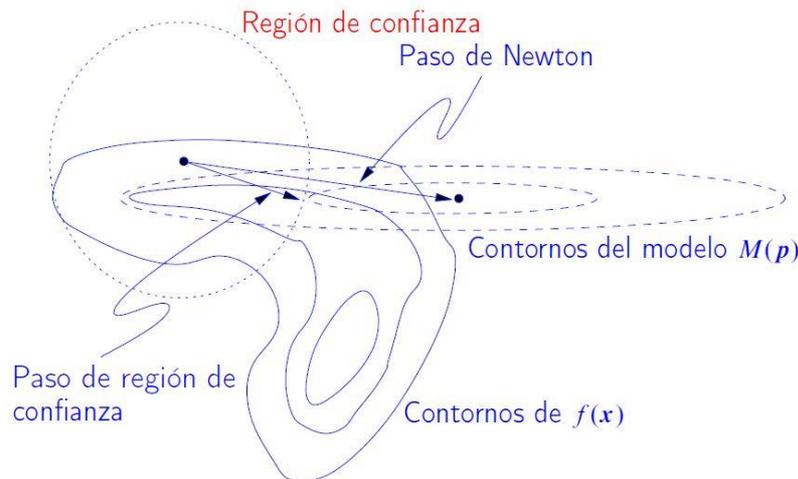


Figura 4-3. Región de Confianza.

La Figura 4-3 muestra la idea de funcionamiento de un algoritmo de búsqueda basado en la Región de Confianza.

4.1.4.1 Método Dogleg

La determinación del subproblema del paso de ensayo puede resultar dificultosa en los casos en los que: $d_k^B = -B_k^{-1}g_k$ con $g_k \triangleq \nabla f$ sea $\|d_k^B\| > \Delta_k$.

Por tanto, debemos hallar una variable $\lambda \geq 0$ que imponga la restricción de nuestra región de confianza, esto es:

- $(B + \lambda I)d = -g$
- $\lambda(\Delta - \|d\|) = 0$
- $(B + \lambda I)$ sea semidefinida positiva, algo que siempre ocurre en problemas de mínimos cuadrados.

Es decir, debemos hallar λ tal que:

$$\|d_k(\lambda)\| = \|(B + \lambda I)^{-1}g_k\| = \Delta_k$$

Lo que resulta una ecuación no lineal no trivial.

Para solucionar dicho problema, el algoritmo de dogleg aproxima la función $d_k(\lambda)$ por un polígono lineal de la siguiente forma:

$$d(\tau) = \begin{cases} \tau d^U & 0 \leq \tau \leq 1, \\ d^U + (\tau - 1)(d^B - d^U) & 1 \leq \tau \leq 2. \end{cases} \quad \text{Siendo } d^U = -\frac{g^T g}{g^T B g} g.$$

Por tanto, consigue reemplazar lo que en principio pudiera ser una trayectoria curvilínea por dos segmentos de recta, el primero hasta el mínimo de $m(d)$ en la dirección de máxima pendiente y el segundo de, así como muestra la Figura 4-4.

La intersección de esta trayectoria con la región de confianza es el punto que se busca, es decir, el que resuelve la ecuación:

$$\|d^U + (\tau - 1)(d^B - d^U)\|^2 = \Delta^2.$$

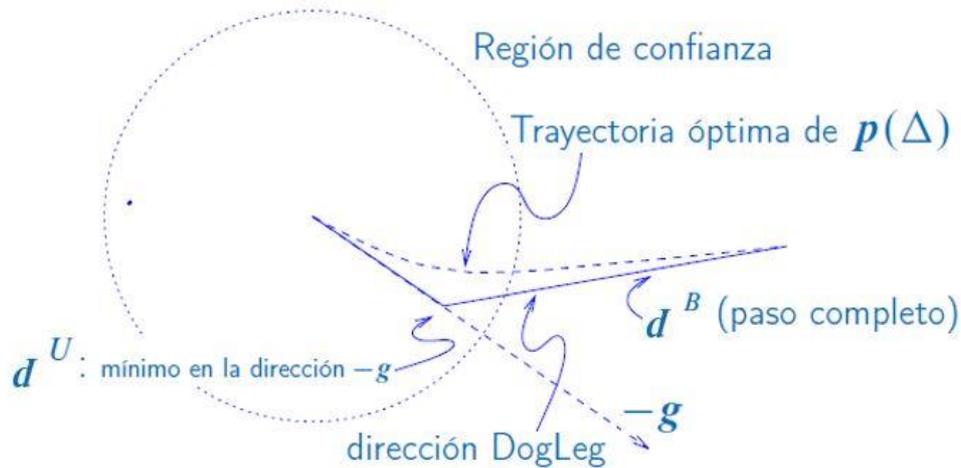


Figura 4-4. Método Dogleg.

El método de Newton, puede toparse con complicaciones cuando el jacobiano resulte ser singular, por lo que el paso no estará ni siquiera definido. También hay ocasiones en las que el paso exacto de Newton resulte dificultoso de calcular. Además, como se ha explicado anteriormente, si el punto de partida está lejos de la solución el método no es capaz de converger.

El uso de algoritmos basados en la Región de Confianza y en concreto el método de dogleg mejoran notablemente la robustez al empezar a iterar lejos de la solución e incluso es capaz de manejar la situación cuando el jacobiano es singular.

4.2 Determinación de los parámetros del modelo de circuito de la máquina de inducción

La estimación de los parámetros del circuito que representa el motor de inducción se llevará a cabo a través de la información que proporciona el fabricante sobre las características del mismo en los puntos más importantes del funcionamiento del motor como son el arranque, el punto de máximo par o el punto de funcionamiento nominal. La razón, como ya se ha comentado, es que no siempre resulta posible la estimación de los mismos mediante bancos de ensayos sobre el motor en cuestión, además de requerir personal cualificado, instrumentos de medida apropiados e incluso interrumpir el funcionamiento de la máquina durante las mediciones. En otras ocasiones, como sucede en una situación de proyecto en la que se trata de estudiar si el comportamiento de una máquina cumple con una serie de requisitos, ni siquiera se dispone de la máquina para ensayarla. Para lograr este propósito, se harán uso de las expresiones que proporciona el motor de inducción para el cálculo de magnitudes y se comparará con las equivalentes proporcionadas por la base de datos del fabricante.

4.2.1 Información en el catálogo de fabricante

La información que brinda el fabricante debe ser suficiente para poder abastecer cada una de las ecuaciones que modelen el circuito equivalente en cuestión. En general, se presenta información relacionada con el funcionamiento nominal (velocidad, par, potencia mecánica absorbida, intensidad absorbida, factor de potencia y rendimiento) estas dos últimas magnitudes son expuestas a plena carga, pero también a media y tres cuartos de carga. Además, se presentan otros valores de la intensidad y la relación del par durante el arranque y el momento de par máximo, que resultan esenciales para la estimación óptima de los parámetros pertinentes. Así mismo, en los datos técnicos también se pueden observar el grado de protección, de refrigeración, la clase de aislamiento y la clase de eficiencia entre otros datos, aunque para este estudio, resultan poco relevantes como muestra la Tabla 4-2.

Por otra parte, los motores de inducción deben estar provistas al menos de una placa de características (Figura 4-5), situadas en zonas visibles, colocadas en posiciones seguras de la carcasa y hechas de materiales duraderos, para lograr su legibilidad durante la vida útil de la máquina.

En concreto, los motores de inducción cuya potencia nominal supere los 3 kVA deben incorporar las características expuestas en la Tabla 4-1:

Tabla 4-1. Requisitos mínimos características motor inducción.

Nombre o marca del fabricante	Número de serie del fabricante, o marca de identificación
Año de fabricación	Tipo de refrigeración
Número de fases	Norma aplicable para las características asignadas
Código IP	Clase térmica y límite de temperatura
Potencia asignada	Tensión estatórica asignada
Frecuencia asignada	Intensidad estatórica asignada
Velocidad asignada	Factor de potencia asignado
Temperatura máxima del aire ambiente si es diferente de 40°	Altitud para la que ha sido diseñado (para alturas mayores de 1000m)
Masa aproximada total de la máquina (para pesos superiores de 30kg)	Diagrama de conexión

Tabla 4-2. Datos técnicos (fragmento de catálogo [WEG]) de motores de inducción de rotor en jaula de baja tensión, tetrapolares, con grado de protección IP 55, refrigeración IC 411, diseñados con aislamiento de clase F para calentamiento de clase B, y clase de eficiencia IE3 (conforme a IEC 60034-30-1; 2014).

Output		Frame	Full load torque (Nm)	Locked rotor current I _L /I _n	Locked rotor torque T _L /T _n	Breakdown torque T _b /T _n	Inertia J (kgm ²)	Allowable locked rotor time (s)		Weight (kg)	Sound dB (A)	400V						Full load current I _n (A)	
								Hot	Cold			% of full load			Power factor				
												Rated speed (rpm)	Efficiency	Power factor	50	75	100		
kW	HP																		
N pole - 1500 rpm - 50 Hz																			
0,12	0,16	63	0,840	4,4	2,1	2,3	0,0004	30	66	5,2	44,0	1370	57,0	63,0	64,8	0,52	0,62	0,73	0,366
0,18	0,25	63	1,26	4,7	2,1	2,4	0,0006	30	66	7,2	44,0	1370	65,0	67,0	69,9	0,53	0,63	0,72	0,516
0,25	0,33	71	1,72	4,8	2,3	2,3	0,0009	30	66	8,0	43,0	1390	69,0	72,0	73,5	0,52	0,65	0,72	0,682
0,37	0,5	71	2,55	4,8	2,8	2,9	0,0008	30	66	9,5	43,0	1385	73,0	75,0	77,3	0,50	0,62	0,70	0,987
0,55	0,75	80	3,70	6,6	2,9	3,2	0,0027	20	44	12,5	44,0	1420	77,0	79,0	80,8	0,61	0,74	0,80	1,23
0,75	1	80	5,05	6,7	3,0	3,3	0,0032	18	40	14,5	44,0	1420	80,0	82,0	82,5	0,59	0,72	0,81	1,62
1,1	1,5	90S	7,22	7,6	2,5	3,3	0,0055	15	33	19,5	49,0	1455	83,0	84,5	84,5	0,59	0,72	0,80	2,35
1,5	2	90L	9,88	7,4	2,6	3,4	0,0066	13	29	23,0	49,0	1450	84,0	86,0	85,5	0,58	0,72	0,80	3,17
2,2	3	100L	14,7	7,4	3,2	3,5	0,0090	18	40	31,5	53,0	1435	86,5	87,0	87,0	0,60	0,73	0,80	4,56
3	4	L100L	19,9	7,8	3,5	3,7	0,0120	15	33	37,5	53,0	1440	87,0	88,0	88,0	0,60	0,73	0,80	6,15
4	5,5	112M	26,4	7,0	2,3	3,1	0,0180	15	33	44,0	56,0	1450	88,7	89,1	88,8	0,62	0,74	0,81	8,03
5,5	7,5	132S	36,0	8,3	2,1	3,3	0,0491	12	26	66,0	56,0	1460	89,0	89,6	89,7	0,69	0,80	0,85	10,4
7,5	10	132M	49,1	8,3	2,4	3,5	0,0563	7	15	74,0	56,0	1460	90,5	90,8	90,6	0,69	0,80	0,86	13,9
9,2	12,5	132M/L	60,0	8,6	2,8	3,5	0,0698	10	22	82,0	56,0	1465	90,3	91,0	91,0	0,64	0,76	0,82	17,4
11	15	160M	71,5	7,5	2,8	3,2	0,1191	11	24	113	61,0	1470	91,1	91,8	91,6	0,65	0,77	0,83	20,9
15	20	160L	97,8	7,2	2,8	3,1	0,1534	8	18	135	61,0	1465	92,2	92,5	92,3	0,67	0,78	0,84	27,9
18,5	25	180M	120	7,4	3,0	3,2	0,1740	13	29	168	61,0	1470	92,2	92,8	92,8	0,64	0,76	0,82	35,1
22	30	180L	143	7,3	3,4	3,4	0,2097	11	24	185	61,0	1470	92,3	93,0	93,2	0,66	0,77	0,83	41,0
30	40	200L	194	7,5	2,8	3,1	0,3202	12	26	228	63,0	1480	92,9	93,6	93,7	0,63	0,75	0,81	57,1
37	50	225S/M	239	7,7	2,8	3,3	0,5177	13	29	365	63,0	1480	93,4	94,0	94,1	0,70	0,80	0,85	66,8
45	60	225S/M	292	7,5	2,8	3,1	0,6733	14	31	400	63,0	1475	93,7	94,1	94,4	0,71	0,81	0,85	80,9
55	75	250S/M	355	7,5	2,8	3,0	1,05	14	31	440	64,0	1480	94,3	94,7	94,7	0,69	0,80	0,85	98,6
75	100	280S/M	483	7,5	2,2	2,9	2,09	30	66	630	69,0	1485	94,5	95,1	95,2	0,72	0,82	0,85	134
90	125	280S/M	579	7,0	2,2	2,7	2,17	30	66	700	69,0	1485	94,9	95,4	95,4	0,75	0,83	0,86	158
110	150	315S/M	705	7,4	2,2	2,6	2,89	33	73	950	71,0	1490	94,7	95,5	95,6	0,74	0,82	0,86	193
132	175	315S/M	846	7,5	2,3	2,7	3,79	30	66	1010	71,0	1490	95,1	95,7	95,8	0,74	0,82	0,86	231
150	200	315S/M	962	7,8	2,7	2,7	3,77	27	59	1030	71,0	1490	95,4	95,8	95,9	0,71	0,81	0,85	266
160	220	315S/M	1026	7,7	2,6	2,7	3,99	28	62	1080	71,0	1490	95,2	95,9	96,0	0,74	0,82	0,86	280
185	250	315S/M	1186	7,8	2,7	2,9	4,42	25	55	1150	71,0	1490	95,5	96,1	96,0	0,71	0,80	0,85	327
200	270	315L	1287	7,1	2,4	2,4	4,75	21	46	1200	73,0	1485	96,0	96,3	96,0	0,78	0,85	0,87	346
220	300	315L	1411	7,9	2,8	2,8	5,30	12	26	1340	73,0	1490	95,8	96,1	96,2	0,72	0,81	0,85	388
250	340	315L	1603	7,9	2,9	2,7	5,75	19	42	1430	73,0	1490	96,0	96,2	96,2	0,73	0,82	0,86	436
260	350	315L	1667	7,9	2,9	2,7	6,41	19	42	1430	73,0	1490	96,0	96,2	96,2	0,73	0,82	0,86	454
280	380	355M/L	1796	7,3	2,4	2,6	9,66	20	44	1600	74,0	1490	95,9	96,0	96,2	0,74	0,83	0,86	488
315	430	355M/L	2020	7,9	2,5	2,6	9,47	17	37	1750	74,0	1490	96,1	96,3	96,3	0,72	0,81	0,85	555
355	480	355M/L (4)	2277	7,2	2,4	2,5	11,6	15	33	1878	74,0	1490	96,5	96,8	96,5	0,74	0,83	0,86	617
400	550	355A/B (4)	2565	7,6	2,6	2,9	13,2	20	44	2089	76,0	1490	95,7	96,1	96,2	0,68	0,79	0,84	714
450	610	355A/B (4)	2886	7,4	2,5	2,8	13,2	20	44	2089	76,0	1490	95,8	96,1	96,2	0,69	0,80	0,84	804
500	680	355A/B (4)	3206	7,3	2,4	2,7	14,6	17	37	2246	76,0	1490	95,9	96,3	96,3	0,72	0,81	0,85	882

XYZ		IE3 CE	
3~ Motor M3AA 225 SMB 4			
No. _____			
		Ins. cl. F	
		IP 55	
V	Hz	kW	r/min
400	Δ 50	45	1482
690	Y 50	45	1482
415	Δ 50	45	1483
460	Δ 60	45	1785
		A	cos φ
		80,2	0,85
		46,5	0,85
		78,3	0,84
		70,5	0,84
		duty S1	
50 Hz: IE3-93.31(80%) - 94.6(75%) - 93.8(50%)			
60 Hz: IE3-99.8(100%) - 94.2(75%) - 93.7(50%)			
3GAA 222 052-ADK			
6313/C3		6212/C3	
		316 kg	
IEC 60034-1			

Figura 4-5. Placa de características.

4.2.2 Ecuaciones para el modelado del motor de inducción

El problema planteado en el capítulo 2, dejó constancia de un sistema de ecuaciones con una fuerte no linealidad, donde imponiendo varias relaciones entre las incógnitas a determinar, conseguía reducir el número de ecuaciones del sistema de 7 hasta 5, haciendo uso de un modelo de circuito de motor de inducción de jaula simple pero con deslizamiento adaptable al punto de funcionamiento del motor (Figura 4-6), para así lograr una buena estimación de los parámetros durante el arranque del mismo, similares a los que se podría obtener haciendo uso de modelos de alto orden como puede ser el de doble jaula.

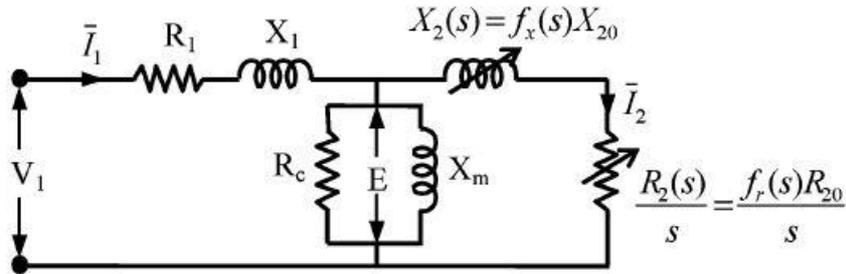


Figura 4-6. Modelo de circuito de jaula simple.

En concreto, el sistema de ecuaciones no lineales puesto a resolver resulta:

$$f_1(x) = P_o^{FL} - P_o(s_{FL}) = 0 \quad (4-1)$$

$$f_2(x) = P_{in}^{FL} - P_{in}(s_{FL}) = 0 \quad (4-2)$$

$$f_3(x) = Q_{in}^{FL} - Q_{in}(s_{FL}) = 0 \quad (4-3)$$

$$f_4(x) = T_{max} - T(s_{max}) = 0 \quad (4-4)$$

$$f_5(x) = T_{st} - T(1) = 0 \quad (4-5)$$

Lo que permite reescribir las ecuaciones anteriores de forma general como:

$$F(x) = 0$$

Donde $F = (f_1, f_2, f_3, f_4, f_5)^T$ y $x = (X_1, R_{20}, X_{20}, X_m, P_{const})^T$.

Nótese que la información perteneciente a P_o^{FL} , T_{\max} y T_{st} viene directamente en el catálogo, mientras que P_{in}^{FL} y Q_{in}^{FL} pueden obtenerse fácilmente mediante relaciones sencillas a partir de otros datos de catálogo como el rendimiento a plena carga (η_{FL}) y el factor de potencia a plena carga ($\cos(\varphi_{FL})$), que se expresan como:

$$P_{in}^{FL} = \frac{P_o^{FL}}{\eta_{FL}} \quad \text{y} \quad Q_{in}^{FL} = P_{in}^{FL} \tan \varphi_{FL} \quad (4.6)$$

$$P_{in}^{FL} = \frac{P_o^{FL}}{\eta_{FL}} \quad \text{y} \quad Q_{in}^{FL} = P_{in}^{FL} \tan \varphi_{FL} \quad (4.7)$$

A plena carga, la intensidad estatórica puede expresarse de la siguiente manera:

$$I_{FL} = \frac{P_o^{FL}}{\sqrt{3}V\eta_{FL} \cos \varphi_{FL}} \quad (4.8)$$

Siendo V el votage nominal de la máquina de inducción.

Por otra parte, las expresiones de $P_o(s_{FL})$, $P_{in}(s_{FL})$, $Q_{in}(s_{FL})$, $T(s_{\max})$, $T(1)$ vienen dadas por:

$$P_o(s_{FL}) = (1 - s_{FL})P_{ag}(s_{FL}) - P_{fw} = 3(1 - s_{FL})I_2^2(s_{FL})\frac{R_{20}}{s_{FL}} - (1 - \alpha_c)P_{const} \quad (4.9)$$

Cuando las perdidas por dispersión son despreciadas, el balacance activo de potencias para el deslizamiento a plena carga resulta:

$$P_{in}(s_{FL}) = P_o(s_{FL}) + 3I_1^2(s_{FL})R_1 + 3I_2^2(s_{FL})R_{20} + P_{const} \quad (4.10)$$

De forma similar, el balance reactivo de potencias a plena carga se puede expresar como:

$$Q_{in}(s_{FL}) = 3I_1^2(s_{FL})X_1 + 3I_2^2(s_{FL})X_{20} + \frac{3E^2(s_{FL})}{X_m} \quad (4.11)$$

Mientras que el par máximo resulta:

$$T(s_{\max}) = \frac{3}{2\omega_s} \frac{V_{th}^2}{R_{th} + \sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X_{20})^2}} \quad (4.12)$$

Y el de arranque puede expresarse como se indica a continuación:

$$T(1) = \frac{P_{ag}(1)}{2\omega_s} = \frac{3I_2^2(1)f_r(1)R_{20}}{\omega_s} \quad (4.13)$$

Siendo $I_2(1)$ la corriente rotórica en el arranque, que viene expresada según la Figura 4-6 como:

$$I_2(1) = \frac{V_{th}}{\sqrt{(R_{th} + f_r(1)R_{20})^2 + (X_{th} + f_x(1)X_{20})^2}} \quad (4.14)$$

Así mismo, se ha tomado $\alpha_c = 0.5$ y $\alpha_r = 1.5$ por ser considerados valores típicos de los motores de inducción [2]. Como ya se vio en el capítulo 2, α_r tiene influencia directa sobre la resistencia del estátor R_1 y por ende, sobre las pérdidas del mismo, mientras que α_c implica distintos valores de potencia reactiva y por tanto, factores de potencia estáticos diferentes.

Cabe añadir, que la selección de valores iniciales para el inicio de las iteraciones de cálculo resulta esencial.

En este estudio, se tomarán como referencia de partida los siguientes valores planteados en [2]:

$$R_{20} = \frac{s_{FL} P_o^{FL}}{3I_{1FL}^2} \quad (4.15)$$

$$X_1 = X_2 = \frac{0.05V_1}{I_{1FL}} \quad (4.16)$$

$$X_m = \frac{V_1}{0.2I_{1FL}} \quad (4.17)$$

$$P_{const} = 0.03P_o^{FL} \quad (4.18)$$

Para la evaluación del método propuesto, se compararán los resultados obtenidos mediante una obtención inversa y los reales, es decir, a partir de los valores característicos del motor de inducción que será, la solución del sistema de ecuaciones, se obtendrán las magnitudes con las que se quiere comparar procedentes de la información de catálogo, considerados exactos. El error en los valores calculados vendrá dado por:

$$error = \frac{valor_{calculado} - valor_{catálogo}}{valor_{catálogo}} \quad (4.19)$$

Aunque en este tipo de estudio, resultará más claro la obtención del error rms, pues se pretende analizar la gama completa del catálogo de motores de inducción del fabricante. Se define error rms para los n casos analizados como:

$$error_{rms} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n error^2}{n}} \quad (4.20)$$

Resulta importante indicar que el fabricante, como se ha dicho con anterioridad acostumbra a ofrecer más información que la mínima indispensable usada para este análisis en cuestión. La formulación del problema debe ser capaz de minimizar distancias entre los valores calculados y los expuestos por el fabricante. Por ello, los datos que no han sido usados en la formulación del problema podrían ser predecidos de manera incorrecta. Por tanto, para la construcción del problema se le ha dado prioridad a la característica par-velocidad ya que resulta ampliamente utilizada para el estudio de nuestro motor de inducción en numerosas situaciones.

4.2.3 Obtención de resultados

El método propuesto de determinación de parámetros del motor de inducción a partir de los datos de catálogo ha sido probado en una gran cantidad de motores. El objetivo de este trabajo ha sido además la notable tarea de automatización del proceso, de manera que se obtengan todos los valores requeridos para cada motor a partir del rango completo que ofrece el fabricante ya que, para un motor, ya se han requerido 15 características obtenidas directamente de la base de datos del fabricante. Si intentamos aplicar el manejo de datos para un abanico de 500 motores, por ejemplificar el caso, da un total de 7500 datos para procesar, de ahí la gran importancia de la automatización.

Los catálogos utilizados para los ensayos computacionales han sido obtenidos a través de las páginas web de los fabricantes [9], y se ha llevado a cabo el estudio mediante motores tipo NEMA, así como IEC. En concreto, el estudio a realizar se llevará a cabo para todo el conjunto de motores que comprendan los catálogos en cuestión, pudiendo encontrar motores de potencias muy reducidas del orden de 100W hasta motores de 1600 kW. En total, se han realizado pruebas con más de 2000 motores.

En el mayor número de casos, los fabricantes ofrecen su catálogo de motores en formato PDF, donde se incluye toda la información necesaria para para presentación final del documento, con detalles sobre la disposición de sus productos que resultan superfluos para este estudio. Por eso, resulta necesario la conversión de estas bases de datos al formato Excel mediante programas de reconocimiento óptico de caracteres. Sin embargo, este procedimiento puede fallar en ciertos casos y resultar fatal para el procesado de datos. Por ello, se ha preferido tomar los catálogos suministrados por WEG ya que incluyen la opción de descargar un Excel con toda la información necesaria para la ejecución del algoritmo. Para simplificar el código, se ha pasado la hoja de Excel de fabricante a formato txt, expresándolo como una matriz, para así agilizar el tiempo de funcionamiento del algoritmo. Cabe decir, que durante la conversión algunos motores presentaron errores de formato y al resultar un número despreciable de ellos frente al total, han sido simplemente eliminados. Esto no significa que estos motores no puedan ser evaluados, sino que simplemente debería transcribirse la información pertinente manualmente.

La ordenación en columnas de los datos que interpreta el código implementado en Matlab [8], resulta de vital importancia para el apropiado desarrollo del algoritmo, ya que Matlab realiza la lectura sistemática de una matriz que ha sido predispuesta con anterioridad, mediante la orden 'load' y estos datos, a su vez son expresados en una matriz sobre la que pivotarán todas las ecuaciones que permitirán la obtención de resultados.

4.2.3.1 Configuración del algoritmo

En primer lugar, el algoritmo utilizado para la resolución de ecuaciones no lineales (4.1)-(4.5) se ha centrado en el uso de la herramienta “*fsolve*” que incluye Matlab en su biblioteca de comandos. Como ya se explicó con anterioridad, su uso puede configurarse mediante varios métodos estrechamente arraigados al método de Newton (apartado). En este estudio, se procederá al uso de una vertiente de éste, el método basado en la Región de Confianza, concretamente el método Dogleg. Este tipo de algoritmos funcionan de manera satisfactoria cuando la solución inicial se encuentra suficientemente cercana al resultado óptimo, pues en caso contrario el método puede llegar a no converger o caer en una falsa solución (óptimo local). Sin embargo, la gran ventaja que presentan los métodos basados en mínimos cuadrados, en herramientas computacionales, es que el sistema es capaz de converger a un punto donde el residuo sea pequeño en caso de que exista ninguna raíz en el sistema de ecuaciones. La expresión del residuo en el punto de convergencia se expresa como:

$$\varepsilon = \sqrt{\sum_i f_i^2} \quad (4.21)$$

Así mismo, ha resultado necesario modificar la configuración por defecto que incluía el comando “*fsolve*” pues en la mayoría de los casos la precisión de los resultados se veía profundamente afectada por el barrido de números o *smearing*. La configuración usada ha sido:

- Algoritmo de la Región de Confianza-Dogleg
- Criterio de parada establecido conforme (Tabla 4-3):

Tabla 4-3. Configuración del algoritmo de mínimos cuadrados.

Tolerancia	1e-17
Número máximo iteraciones	1e4
Número máximo evaluaciones	1e4

4.2.3.2 Ordendor utilizado

Para la obtención de los resultados en cuestión, se ha utilizado un odernador portátil de la marca Lenovo, en concreto el modelo Z50 que dispone de un procesador i7-4510U y 16 GB de RAM.

4.2.4 Resultados preliminares

El método presentado ha sido probado con motores de diferentes características, como puedan ser la potencia o la tensión las más representativas a simple vista mediante el modelo de circuito propuesto. Hilando más fino, se han realizado comprobaciones con motores de tipo NEMA e IEC de todos los tamaños ofertados por el fabricante.

Analizando los resultados, se ha obtenido de manera generalizada que los motores de alta tensión y grandes potencias han ofrecido una mejor actuación que los que podrían considerarse de tamaño relativamente pequeño. En la mayoría de las simulaciones, el algoritmo ha parado las iteraciones debido a que el relativo tamaño del paso de iteración era menor que la tolerancia de paso establecida, que corresponde al valor de $10e-10$, siendo los valores de la función cercanos a un cero. En otros casos, la función ha sido capaz de converger completamente, dando lugar a residuos prácticamente nulos, de órdenes de magnitud próximos a la tolerancia establecida. Sin embargo, no todas las soluciones han resultado ser satisfactorias pues una parte residual de ellas (contempladas en su conjunto en los errores rms) han presentado ciertas divergencias (algún valor negativo) debido generalmente a que el algoritmo no ha sido capaz de converger. En general, este tipo de algoritmos suelen converger durante las primeras decenas de iteraciones, por lo que, si alcanza el número máximo establecido, significa que la solución puede no presentar los valores que le corresponderían correctamente. El motivo de estas divergencias, puede hallarse posiblemente en el hecho de que la información tratada no representa un único motor sino un grupo de la misma categoría sobre el cual se le han aplicado ensayos de medición sujetos a unas ciertas tolerancias, como se explicó en el segundo capítulo. A causa de esta realidad, el algoritmo puede encontrarse con dificultades que imposibiliten encajar adecuadamente ciertos datos con el código representativo. A su vez, según la tabla de tolerancias establecida por UNE-EN 60034-1 (Tabla 3-1) se puede apreciar que los motores de menor tamaño presentan un mayor rango de holgura en cuanto a las mediciones realizadas, esto es, una mayor tolerancia y, por tanto, la determinación de los parámetros de motores de bajas potencias ya incorpora de manera implícita mayores errores que los que presentan un mayor tamaño. Además, también puede darse el caso que la no convergencia del método se haya producido debido a que el punto de partida no era el adecuado, y por tanto el algoritmo no fue capaz de trazar una ruta satisfactoria.

Para la determinación de los errores rms, se han usado varios catálogos de motores de tamaños variados y a partir de los resultados obtenidos, se ha realizado un cálculo inverso para determinar ciertas magnitudes externas para poder ser comparadas con los datos proporcionados por el fabricante. Las siguientes tablas (Tabla 4-4, Tabla 4-5) resumen los errores rms encontrados en T_{st} , T_{max} , P_o^{FL} , η^{FL} , pf^{FL} en varios catálogos de fabricantes.

Tabla 4-4. Errores rms catálogo WEG de elevadas potencias por criterio de par de arranque. Método original.

T_{st}	T_{max}	P_o^{FL}	η^{FL}	pf^{FL}
6,417e-08	1,79409e-09	9,663e-08	7,7534e-08	3,340e-5

Tabla 4-5. Errores rms catálogo WEG de potencias reducidas por criterio de par de arranque. Método original

T_{st}	T_{max}	P_o^{FL}	η^{FL}	pf^{FL}
1,617e-02	1,394e-04	2,418e-05	4,376e-05	1,016e-04

En cuanto a los resultados obtenidos para la Tabla 4-4, se ha realizado la estimación de parámetros de 317 motores de una potencia nominal que oscila entre los 90 kW y los 400 kW, con un amplio rango de tensiones situado entre los 2300V y 6600V, indicativo de que las máquinas de inducción tratadas presentan tamaños relativamente grandes y por tanto, las tolerancias permitidas en la información del fabricante resultan menores, hecho que posibilita la obtención de unos verosímiles con apenas discrepancias como pueda resultar un valor negativo.

Por otro lado, los resultados obtenidos para un catálogo de 538 motores con un rango de potencia nominal de 0,12 kW hasta 355 kW, presentados en la Tabla 4-5, los resultados han resultado ser muy dispares. Por un lado, los motores con potencias relativamente grandes han presentado una buena actuación, sin embargo, los motores de bajas potencias han presentado, prácticamente la mitad, valores inviables a la realidad, debido probablemente, a que la solución hallada pese a ser cercana al óptimo global se ha visto severamente afectada por el amplio margen de tolerancia que puedan presentar este tipo de máquinas de inducción. Aún así, éste será un tema que se abordará con más detenimiento a medida que avancen las simulaciones realizadas. La automatización de este proceso se ha llevado a cabo con un tiempo computacional de 35.989265 segundos, lo que implica que para un único motor se ha tardado 0.06689 segundos.

A continuación, se presenta desde la Figura 4-7 hasta la Figura 4-10 los parámetros establecidos correspondientes a la formulación planteada en líneas anteriores:

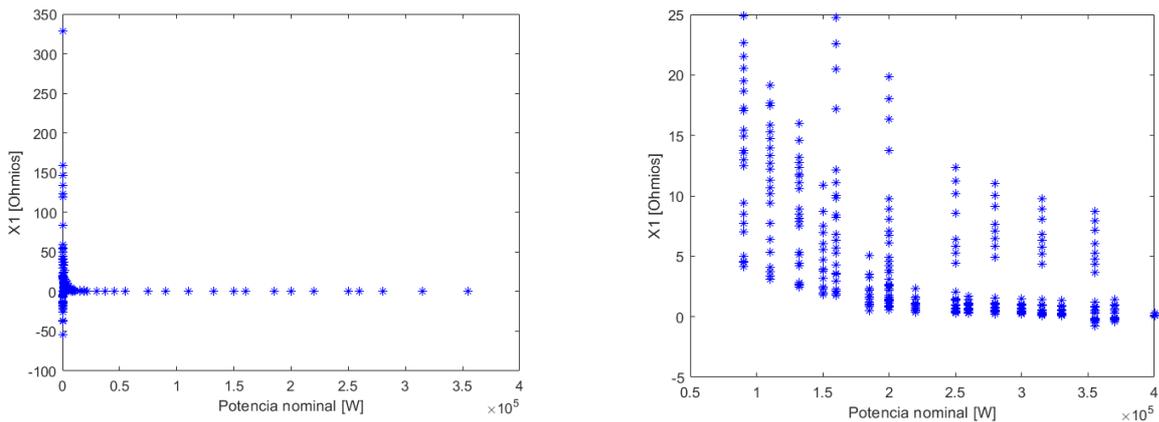


Figura 4-7.. Valores de X_1 resultantes del planteamiento inicial. Catálogos potencias reducidas y superiores respectivamente.

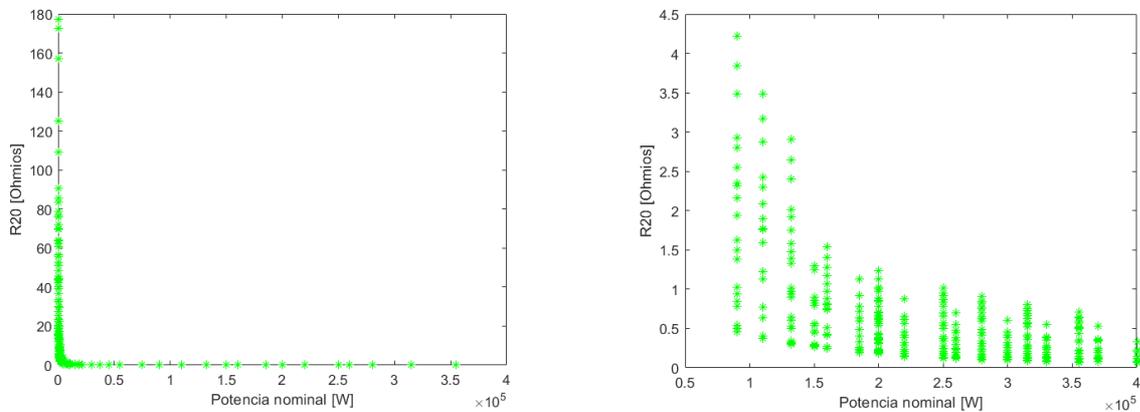


Figura 4-8.. Valores de R_{20} resultantes del planteamiento inicial. Catálogos potencias reducidas y superiores respectivamente.

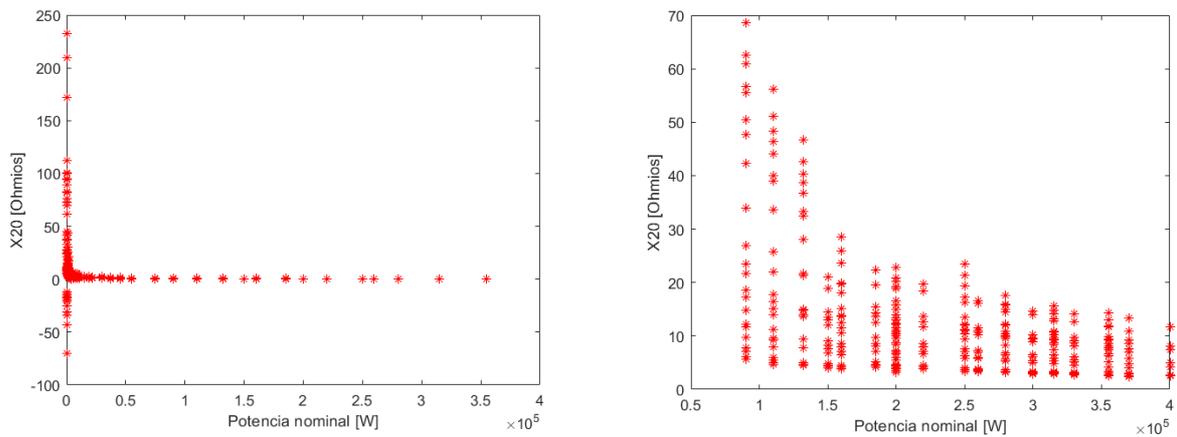


Figura 4-9. Valores de X_{20} resultantes del planteamiento inicial. Catálogos potencias reducidas y superiores respectivamente.

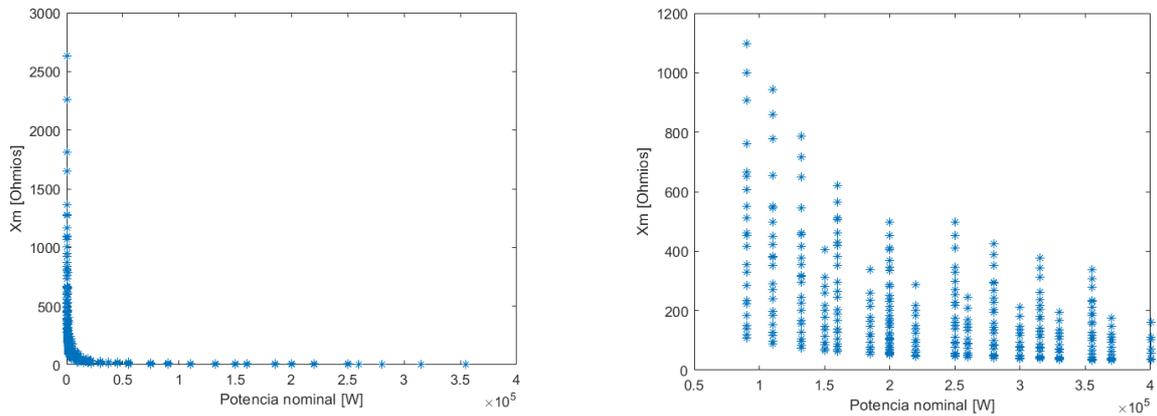


Figura 4-10. Valores de X_m resultantes del planteamiento inicial. Catálogos potencias reducidas y superiores respectivamente.

Según [2], como puede apreciarse en la Figura 4.11 el comportamiento del par para pequeños deslizamientos se comporta de manera idéntica cuando se mantienen los parámetros fijos o variables con el deslizamiento (2.1-2.3), esto es $s \leq s_{max}$. Sin embargo, la situación en la que se alcanza el deslizamiento máximo para ambas opciones resulta ligeramente diferente. En caso de mantener los parámetros constantes, el par máximo resulta apreciablemente menor con respecto a la utilización de un modelo con parámetros variables, o, dicho de otra forma, el valor en el que se anula la derivada de dT/ds no es coincidente. Para el caso de los datos especificados por el fabricante, el par máximo viene dado a partir de la consideración de parámetros constantes y no dependientes del deslizamiento como sí toma nuestro modelo, véase la Figura 4-11, lo que implica que la ecuación del par máximo (4.12) necesita ser revisada para representar el punto de par máximo correctamente.

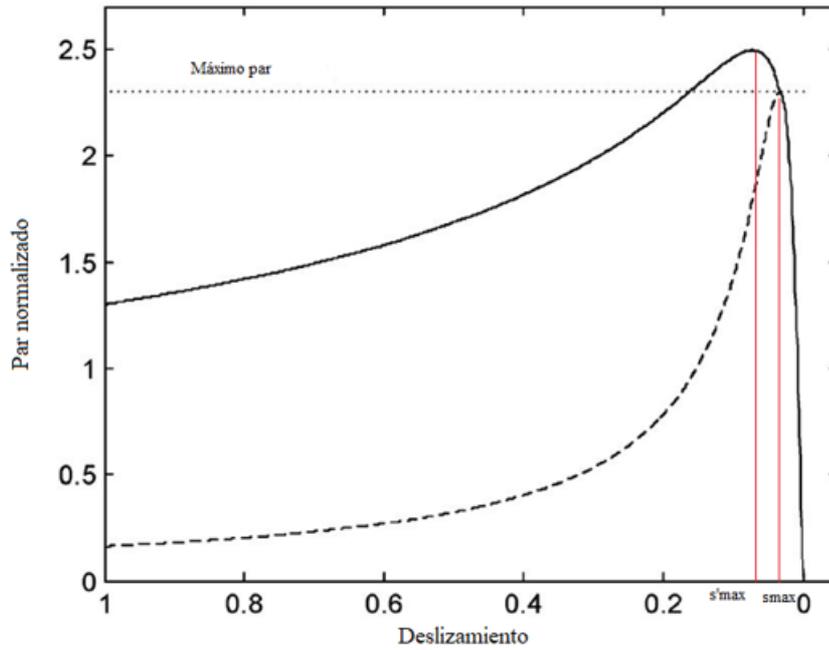


Figura 4-11. Curva característica para-deslizamiento para un motor de 185 kW.

4.2.5 Ecuación de par máximo revisada

Con el objetivo de conseguir el valor del par máximo más ajustado, la ecuación revisada (4.22) puede ser expresada como:

$$T(s'_{\max}) = \frac{P_{ag}(s'_{\max})}{\omega_s} = \frac{3I_2^2(s'_{\max})f_r(s'_{\max})R_{20}}{\omega_s s'_{\max}} \quad (4.22)$$

Siendo expresada la intensidad rotórica de la siguiente manera:

$$I_2^2(s'_{\max}) = \frac{V_{th}^2}{(R_{th} + f_r(s'_{\max})R_{20}/s'_{\max})^2 + (X_{th} + f_x(s'_{\max})X_{20}/s'_{\max})^2} \quad (4.23)$$

Donde s'_{\max} representa el valor del deslizamiento en el que se alcanza el par máximo mediante un modelo de parámetros variables en función del deslizamiento, esto es, (s'_{\max}, T_{\max}) .

Entonces, la ecuación de balance de máximo par resulta:

$$f_6(x) = T_{\max} - T(s'_{\max}) = 0 \quad (4.24)$$

Esta expresión, se incorporará en el sistema de ecuaciones sustituyendo a la ecuación original (4.12).

Por otro lado, para determinar s'_{\max} se ha optado por el uso de una técnica de derivación numérica en lugar de los métodos tradicionales debido a la complejidad que supondría el cálculo de la derivada de la ecuación en cuestión. En concreto, se ha utilizado el método de la derivada central.

La derivada central, es sólo una de tantas que pueden desarrollarse a partir de la serie de Taylor para la aproximación de derivadas numéricas. La más conocida viene dada por:

$$\frac{dT(s)}{ds} = \frac{T(s+h) - T(s-h)}{2h} + O(h^2) \quad (4.25)$$

Donde x representaría el valor donde se quiere evaluar la derivada y h correspondería al tamaño del paso utilizado para lograr la aproximación de la pendiente al valor real. Sin embargo, esta expresión sólo cuenta con dos decimales de precisión (derivada numérica de orden 2) y por tanto no puede garantizar la precisión de los decimales que sigan lo que la convierte en insuficiente para hallar el deslizamiento máximo. Por ello, se ha decidido utilizar otra expresión que permita lograr exactitud en el resultado hasta el cuarto decimal incluido, es decir, utilizar una derivación numérica de cuarto orden. La expresión viene dada por:

$$\frac{dT(s)}{ds} = \frac{T(s-2h) - 8T(s-h) + 8T(s+h) - T(s+2h)}{12h} + O(h^4) \quad (4.26)$$

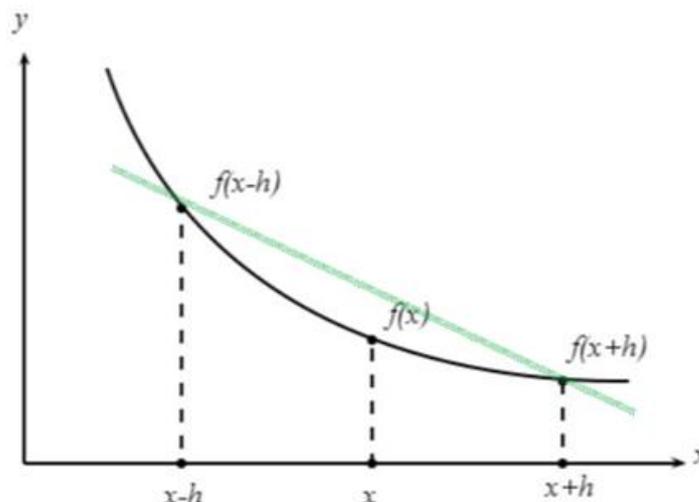


Figura 4-12. Ejemplo de derivación numérica.

La Figura 4-12, muestra un ejemplo gráfico del fundamento de la derivación numérica.

Para este estudio, se ha tomado el valor de h igual a $10e-17$ debido a que tamaños de paso mayores enmascaraban los resultados dando lugar a deslizamientos máximos cuyos valores resultaban ser a veces anómalos, pues la aproximación numérica de la derivada no era capaz de operar con suficiente precisión para las ecuaciones planteadas (4.22-4.24). Para hallar el valor exacto de s'_{\max} , se ha procedido a resolver la dT/ds mediante la herramienta “fsolve”, usando como punto de partida s_{\max} calculado durante la obtención de los resultados preliminares. De nuevo, se han modificado las opciones por defecto que incluye este comando por las indicadas en la Tabla 4-6, con el objetivo de alcanzar un mayor grado de rigurosidad.

Tabla 4-6. Configuración rutina fsolve para hallar deslizamiento máximo.

Tolerancia	1e-17
Número máximo iteraciones	1e4
Número máximo evaluaciones	1e4

A continuación, se presenta la Tabla 4-7 y la Tabla 4-8 con las magnitudes externas actualizadas determinadas a partir de la resolución del sistema no lineal propuesto con la la revisión de la ecuación del par máximo aplicada, sustituyendo (4.4) por (4.12).

Tabla 4-7 Errores rms catálogo WEG de elevadas potencias por criterio de par de arranque revisado. Método original.

T_{st}	T_{max}	P_o^{FL}	η^{FL}	pf^{FL}
5,394e-08	1,756e-09	9,519e-08	7,671e-08	3,297e-05

Tabla 4-8. Errores rms catálogo WEG de potencias reducidas por criterio de par de arranque revisado. Método original.

T_{st}	T_{max}	P_o^{FL}	η^{FL}	pf^{FL}
2,014e-02	1,823e-04	9,773e-06	1,853e-05	1,012e-04

En vista de los resultados, se puede observar como los motores de tamaño superiores apenas han notado cambio en los errores rms, sin embargo, los errores rms para motores de tamaños más reducidos han presentado altos y bajos, pues tanto el par de arranque como el par máximo han visto ligeramente empeorados sus resultados, mientras que el resto de magnitudes han presentado unos valores superiores con respecto al año anterior. Este hecho, puede deberse a que cuando se planteó esta problemática en [2], nos hallábamos en 2008, y hasta el momento han pasado ya 11 años, lo que quiere decir que es probable que los fabricantes hayan actualizado la información de sus productos y, por ende, los catálogos actuales como los usados para este estudio, presenten una relación de par determinada mediante parámetros variables en lugar de constantes. En nuestro caso, la determinación de s'_{max} mediante métodos numéricos simplemente hace que se obtengan valores del deslizamiento máximo prácticamente iguales al principio de la parte fraccionaria pero cambiante a medida que transcurren los decimales y sea este hecho, el que determine la diferencia de errores rms mostrados en este apartado con respecto del apartado anterior (Tabla 4-9), hecho que puede apreciarse en la Figura 4-13.

Tabla 4-9. Comparación entre deslizamiento ofrecido por fabricante y calculado.

Motor tipo NEMA 550kW	
s_{max}	0.027090365687684
s'_{max}	0.0270903669682525

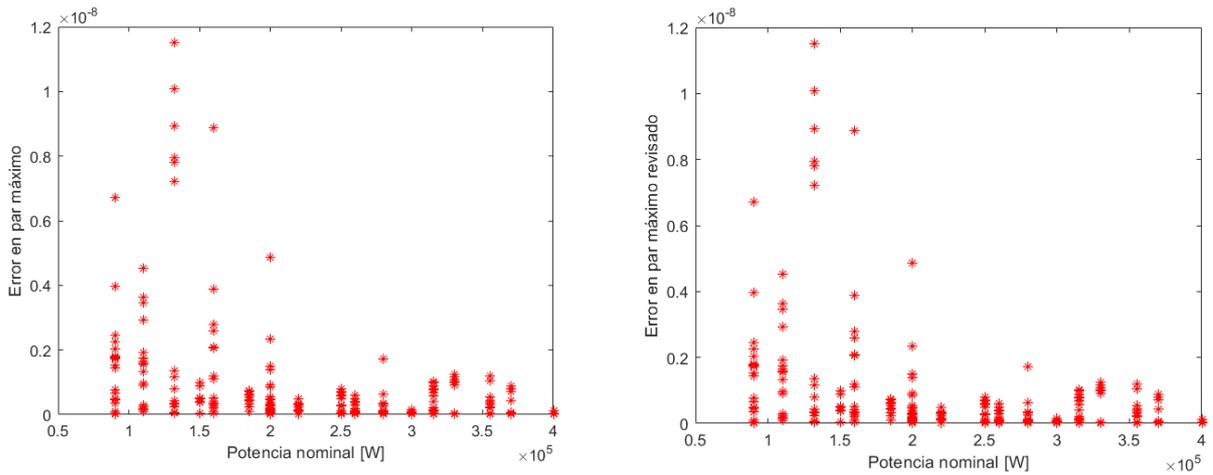


Figura 4-13. Comparación entre errores de par máximo obtenidos mediante el planteamiento original y planteamiento revisado para motores de grandes potencias. Izq: original. Der: revisado.

A continuación, se presenta desde la Figura 4-14 hasta la Figura 4-17 los parámetros identificados correspondientes a la formulación planteada en líneas anteriores:

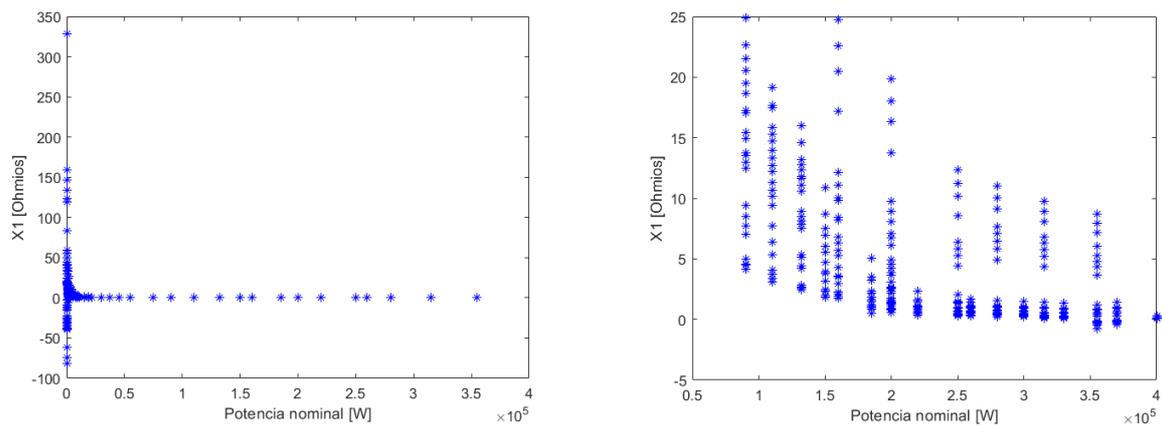


Figura 4-14. Valores de X_1 resultantes del planteamiento inicial con revisión de par máximo. Catálogos potencias reducidas y superiores respectivamente.

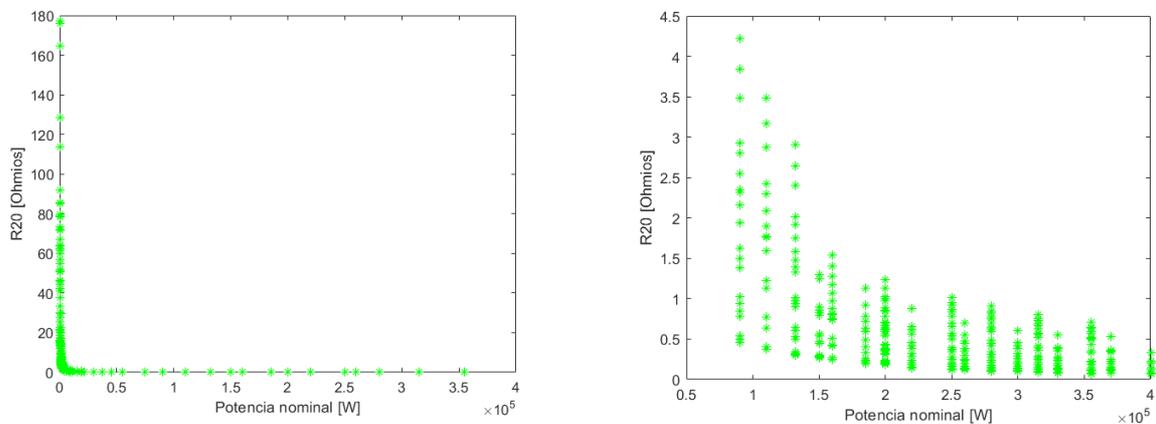


Figura 4-15. Valores de R_{20} resultantes del planteamiento inicial con revisión de par máximo. Catálogos potencias reducidas y superiores respectivamente.

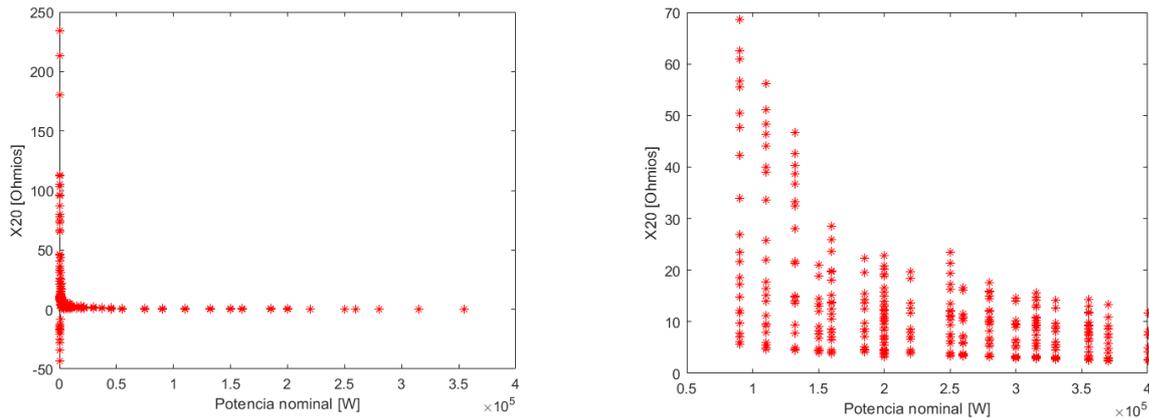


Figura 4-16. Valores de X_{20} resultantes del planteamiento inicial con revisión de par máximo. Catálogos potencias reducidas y superiores respectivamente.

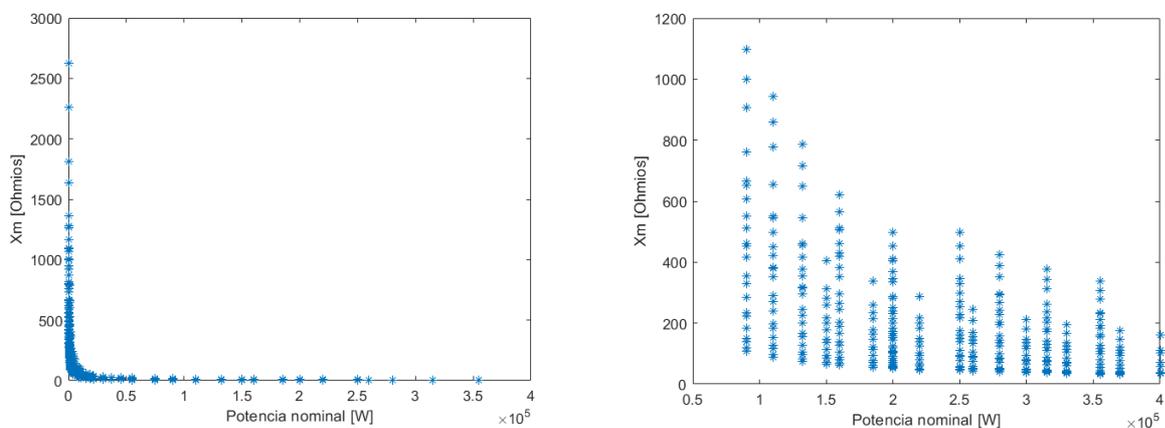


Figura 4-17. Valores de X_m resultantes del planteamiento inicial con revisión de par máximo. Catálogos potencias reducidas y superiores respectivamente.

4.2.6 Criterio de la intensidad estatórica de arranque

Com ya se indicó, la selección de las magnitudes representativas que constituyan la resolución del sistema de ecuaciones dependerá del objetivo de estudio. Hasta el momento, se pretendió la obtención del par de arranque del motor para dicha correspondiente zona de operación. En este estudio, se pretende a su vez, la obtención de otras magnitudes relacionadas con el arranque de la máquina de inducción, como pueda ser la estimación de la intensidad para el inicio de funcionamiento. Esto implica, la necesidad de incluir en la formulación del problema un criterio que tenga en cuenta la intensidad durante el arranque. En este caso, procederemos a la resutitución de la ecuación (4.24) por la ecuación (4.25) para la reevaluación de los parámetros de nuestro modelo de circuito planteado. El criterio de la corriente de arranque puede expresarse de la siguiente manera:

$$f_7(x) = I_{1st} - I_1(1) \quad (4.25)$$

Siendo I_{1st} el dato del fabricante, mientras que $I_1(1)$ puede deducirse de la siguiente manera. Si nos fijamos en la Figura 2.7 la corriente estatórica resulta la misma que en la Figura 2.6, de manera que la corriente estatórica puede ser expresada como:

$$I_1(1) = kI_2(1) \quad (4.26)$$

Donde k representa:

$$k = \left| 1 + \frac{f_r(1)R_{20} + jf_x(1)X_{20}}{Z_{sh}} \right| \quad (4.27)$$

Mediante el uso de (4.26) la ecuación del par de arranque (4.13) puede reescribirse como:

$$T(1) = \left[\frac{3f_r(1)R_{20}}{k^2\omega_s} \right] I_1^2(1) \quad (4.28)$$

Lo que finalmente permite obtener:

$$I_1(1) = k \sqrt{\frac{\omega_s}{3f_r(1)R_{20}} T(1)} \quad (4.29)$$

Como se puede apreciar, se toma la intensidad estatórica durante el arranque al ser una magnitud que siempre viene dada en la hoja de especificaciones del catálogo del fabricante. Mediante la resolución del nuevo sistema de ecuaciones, los errores rms obtenidos han resultado ser (Tabla 4-10, Tabla 4-11):

Tabla 4-10. Errores rms catálogo WEG de elevadas potencias por criterio de intensidad estatórica de arranque. Método original.

I_{st}	T_{max}	P_o^{FL}	η^{FL}	pf^{FL}
1,905e-10	2,851e-12	3,090e-10	2,564e-10	1,708e-07

Tabla 4-11. Errores rms catálogo WEG de potencias reducidas por criterio de intensidad estatórica de arranque. Método original.

I_{st}	T_{max}	P_o^{FL}	η^{FL}	pf^{FL}
6,549e-11	1,911e-12	1,096e-10	9,579e-11	9,997e-08

En ambas tablas (Tabla 4-10, Tabla 4-11) puede observarse como los errores rms han disminuido cuantiosamente utilizando la intensidad de arranque en vez del par. Este hecho puede deberse a que la ecuación del par introduzca un problema peor condicionado que el planteado por el criterio de la intensidad de arranque, de manera que durante la prueba de sensibilidad realizada, pese a que nuestro problema este bien planteado (las funciones no presenten discontinuidades), este se halle mal condicionado, es decir, que presente una salida muy sensible a perturbaciones en las que un error $|x - x^*|$ pueda provocar un gran intervalo de $|f(x) - f(x^*)|$ o bien, que simplemente el ajuste realizado ha resultado ser mejor para el criterio dado.

Por otro lado, el tiempo de cálculo para ambos catálogos ha resultado ser 387193 segundos y 2.992122 segundos respectivamente, lo que permite intuir que para cada motor se ha requerido un tiempo muy inferior a 1 segundo. Un dato que llama la atención, es que el catálogo formado por motores de tamaños mucho más pequeños haya dado mejores resultados en los errores rms. Sin embargo, no significa que los resultados en general hayan sido mejores para el catálogo de potencias reducidas, pues la solución brindada por Matlab pese a ser más próximo al óptimo desde el punto de vista matemático, en varios casos no despreciables ha trascendido la realidad, es decir, ha dado lugar a valores inadmisibles para ser tomados como parámetros de un motor de inducción, esto es, valores negativos. Como se comentaba con anterioridad, este fenómeno resulta mucho más frecuente en motores de tamaños reducidos debido a una mayor permisividad del rango de tolerancias que estos presentan frente a los de potencias superiores. Tómese de ejemplo las siguientes figuras (Figura 4-18 hasta Figura 4-21) donde se ve con claridad el fenómeno descrito:

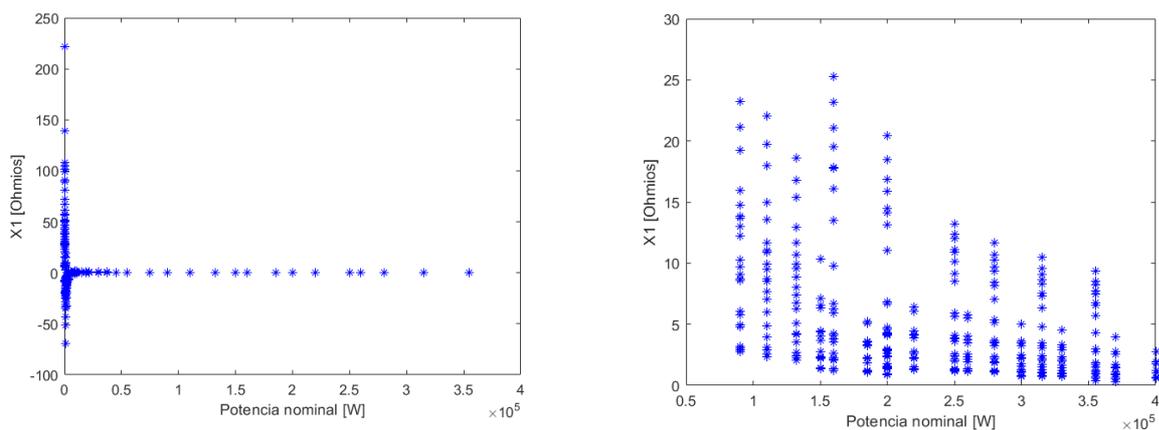


Figura 4-18. Valores de X_1 resultantes del planteamiento inicial con criterio de intensidad de arranque estatórica. Catálogos potencias reducidas y superiores respectivamente.

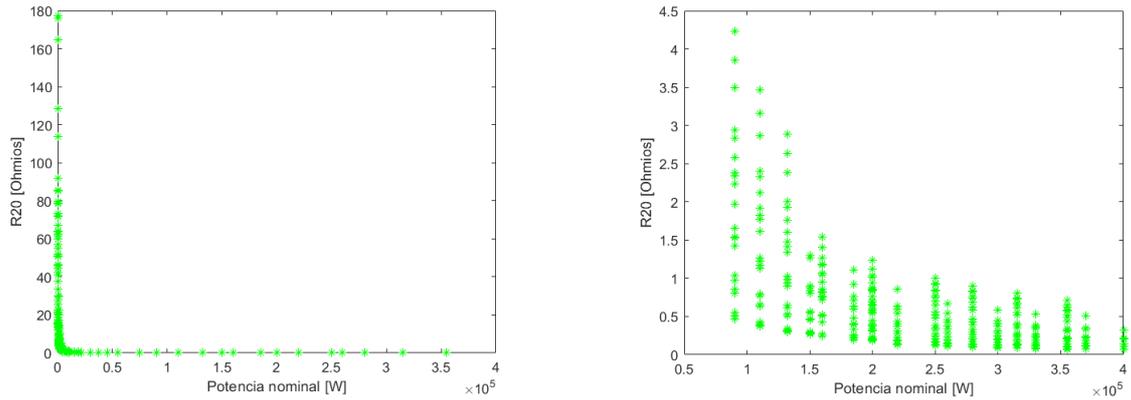


Figura 4-19. Valores de R_{20} resultantes del planteamiento inicial con criterio de intensidad de arranque estadística. Catálogos potencias reducidas y superiores respectivamente.

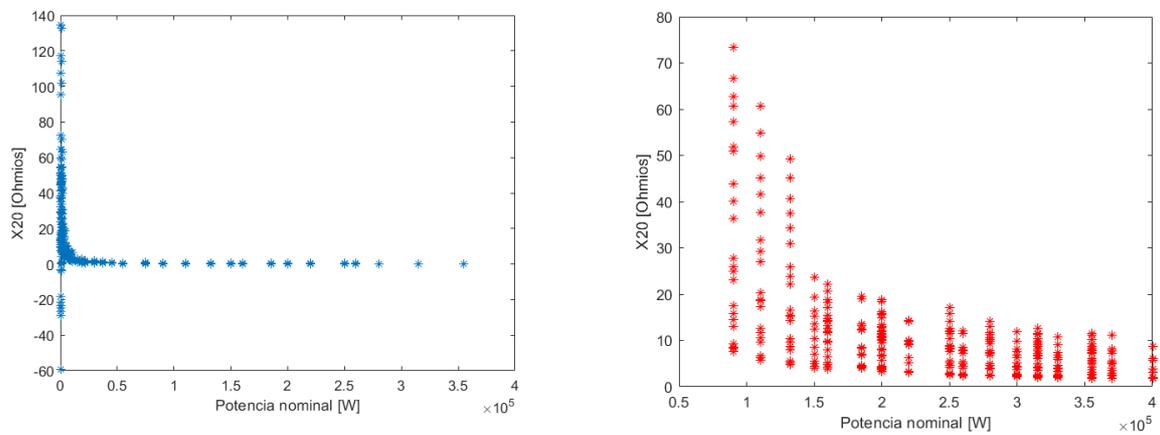


Figura 4-20. Valores de X_{20} resultantes del planteamiento inicial con criterio de intensidad de arranque estadística. Catálogos potencias reducidas y superiores respectivamente.

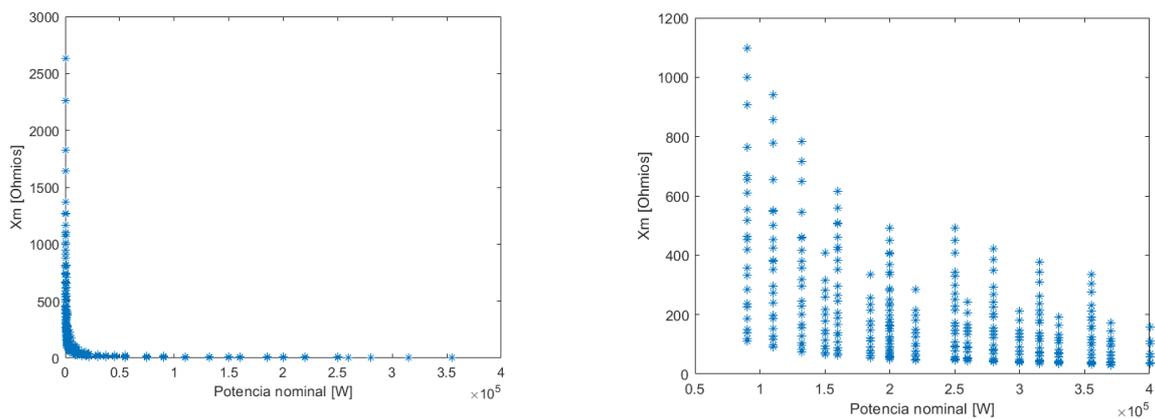


Figura 4-21. Valores de X_m resultantes del planteamiento inicial con criterio de intensidad de arranque estadística. Catálogos potencias reducidas y superiores respectivamente.

A continuación, se presenta la Figura 4-22, donde se muestra en forma de diagrama de flujo los pasos a seguir del algoritmo en cuestión:

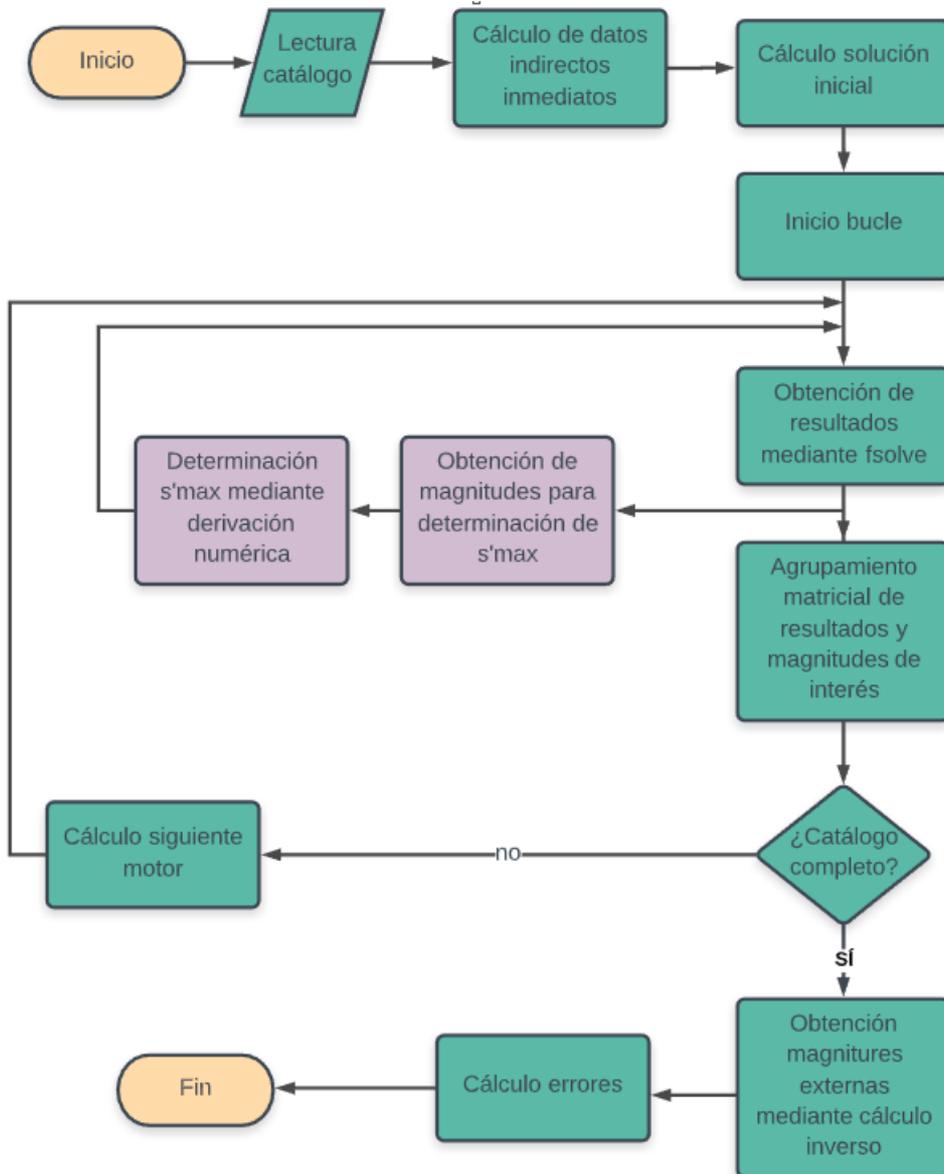


Figura 4-22. Diagrama de flujo planteamiento original. Mínimos cuadrados

4.2.7 Estimación de la resistencia estática y las pérdidas rotacionales mediante ajustes de regresión lineal.

Un planteamiento alternativo para sortear la estimación de la resistencia estática realizada hasta el momento mediante una relación proporcional con la resistencia rotórica en el arranque como se muestra en (referencia ecuación), pretender ser la determinación de la resistencia estática, así como la estimación de las pérdidas rotacionales (P_{const}) a través de técnicas de regresión lineal.

Sea el balance de potencia en un punto de funcionamiento cualquiera:

$$P_1(s) = P_{J_1}(s) + P_{Fe}(s) + P_{J_2}(s) + P_{pmec}(s) + P(s) = \frac{P(s)}{\eta(s)}$$

O lo que es lo mismo:

$$P_1(s) = 3 \cdot R_1 \cdot |I_1(s)|^2 + P_{Fe}(s) + 3 \cdot R_2(s) \cdot |I_2(s)|^2 + P_{pmec}(s) + P(s) = \frac{P(s)}{\eta(s)}$$

Al mismo tiempo, la potencia en el aire puede formularse como la potencia disipada en la resistencia rotórica efectiva, $R_2(s)/s$ así como el sumatorio de las pérdidas por efecto Joule rotóricas, $P_{J_2}(s)$, las pérdidas mecánicas, $P_{pmec}(s)$, y la potencia mecánica útil, $P(s)$:

$$P_a(s) = 3 \cdot \frac{R_2(s)}{s} \cdot |I_2(s)|^2 = P_{J_2}(s) + P_{pmec}(s) + P(s) = 3 \cdot R_2(s) \cdot |I_2(s)|^2 + P_{pmec}(s) + P(s)$$

De esta manera, el balance de potencia se puede expresar como:

$$P_1(s) = 3 \cdot R_1 \cdot |I_1(s)|^2 + P_{Fe}(s) + P_a(s)$$

Por otra parte, sabemos que la potencia mecánica interna, $P_{mi}(s)$, resulta ser la diferencia entre la potencia en el aire, $P_a(s)$ y las pérdidas por efecto Joule rotórica, $P_{J_2}(s)$, así como también la suma de la potencia mecánica útil y las pérdidas mecánicas como describen las siguientes expresiones respectivamente:

$$P_{mi}(s) = P_a(s) - P_{J_2}(s) = P_a(s) - s \cdot P_a(s) = (1-s) \cdot P_a(s)$$

$$P_{mi}(s) = (1-s) \cdot P_a(s) = P_{pmec}(s) + P(s)$$

En conjunto, hacen posible que la potencia en el aire $P_a(s)$ pueda escribirse como:

$$P_a(s) = \frac{P_{mi}(s)}{1-s} = \frac{P(s) + P_{pmec}(s)}{1-s}$$

Y, por ende, el balance de potencia resulte ser:

$$\begin{aligned} P_1(s) &= \frac{P(s)}{\eta(s)} = 3 \cdot R_1 \cdot |I_1(s)|^2 + P_{Fe}(s) + P_a(s) = 3 \cdot R_1 \cdot |I_1(s)|^2 + P_{Fe}(s) + \frac{P_{mi}(s)}{1-s} \\ &= 3 \cdot R_1 \cdot |I_1(s)|^2 + P_{Fe}(s) + \frac{P(s) + P_{pmec}(s)}{1-s} \end{aligned}$$

Reordenando, y tomando en cuenta que la suma de las pérdidas en el hierro y las pérdidas mecánicas puede tomarse como constante, P_{const} , obtenemos:

$$3 \cdot R_1 \cdot |I_1(s)|^2 + P_{Fe}(s) + \frac{P_{pmec}(s)}{1-s} = 3 \cdot R_1 \cdot |I_1(s)|^2 + P_{const} = \frac{P(s)}{\eta(s)} - \frac{P(s)}{1-s}$$

De esta forma, consigue expresarse el balance de potencia como la ecuación de una recta de la siguiente manera:

$$3 \cdot R_1 \cdot |I_1(s)|^2 + P_{const} = R_1 \cdot x(s) + n = \frac{P(s)}{\eta(s)} - \frac{P(s)}{1-s} = y(x(s)) \quad (4.30)$$

Donde $x(s) = 3 \cdot I_1(s)^2$ representa la variable independiente mientras que es $y(x(s)) = P(s)/\eta(s) - P(s)/(1-s)$ se trata de la variable dependiente. Como se aprecia, el valor de la resistencia estática corresponderá a la pendiente de la recta mientras que las pérdidas rotacionales P_{const} , responderán al valor de la ordenada en el origen. Para la obtención de dichos valores, se tomarán los puntos de funcionamiento equivalentes a media carga, tres cuartos y plena carga suministrados por el catálogo de datos. A su vez, el deslizamiento para cada nivel de carga se calculará mediante la expresión aproximada:

$$s(P_{pu}) \simeq \frac{1}{2} - \sqrt{\frac{1}{4} - s_N \cdot (1 - s_N) \cdot P_{pu}} \quad (4.31)$$

Mientras que los correspondientes valores de la intensidad estática absorbida para cada nivel de carga se calcularán como:

$$I_1(P_{pu}) = \frac{P_{pu} \cdot P_N}{\sqrt{3} \cdot U \cdot FP(P_{pu}) \cdot \eta(P_{pu})} \quad (4.32)$$

La determinación de las pérdidas rotacionales mediante esta técnica, como ya se ha indicado con anterioridad, supone la supresión de una de las ecuaciones de nuestro sistema planteado en (4.1-4.5) por lo que se ha optado por la eliminación de la ecuación (4.1) con el fin de obtener un sistema no lineal con cuatro ecuaciones y cuatro incógnitas.

A continuación, se presentan los respectivos errores rms de las magnitudes externas utilizadas para la resolución del circuito, así como la comparación de resultados mediante el procedimiento formulado por [2] y esta nueva variante del método para determinar su efectividad:

Tabla 4-12. Errores rms catálogo WEG de potencias reducidas por criterio de par de arranque con incorporación de técnicas de regresión lineal.

T_{st}	T_{max}	P_o^{FL}	η^{FL}	pf^{FL}
1,78e-02	1,406e-04	1,311e-03	1,311e-03	1,677e-04

Tabla 4-13. Errores rms catálogo WEG de potencias reducidas por criterio de intensidad estática de arranque con incorporación de técnicas de regresión lineal.

I_{st}	T_{max}	P_o^{FL}	η^{FL}	pf^{FL}
1,224e-04	5,000e-06	1,227e-04	8,506e-05	4,717e-05

En las tablas mostradas (Tabla 4-12, Tabla 4-13), se presentan los errores rms obtenidos mediante el criterio inicial de par e intensidad de arranque respectivamente para el catálogo de 538 motores que incluye en su mayoría tamaños relativamente reducidos. En general, los errores han presentado peores valores frente al planteamiento originalmente establecido, además pese a que los errores rms sean menores para el segundo criterio, las divergencias que han aparecido en éste mismo también han resultado mayores, como muestran las siguientes figuras comparativas (Figura 4-23 hasta Figura 4-26):

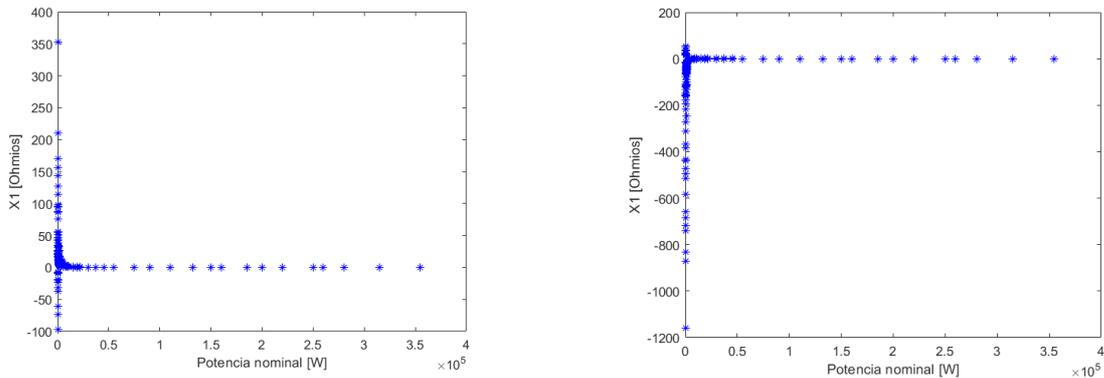


Figura 4-23. Valores de X_1 obtenidos mediante criterio de par de arranque e intensidad de arranque respectivamente para motores de potencias reducidas.

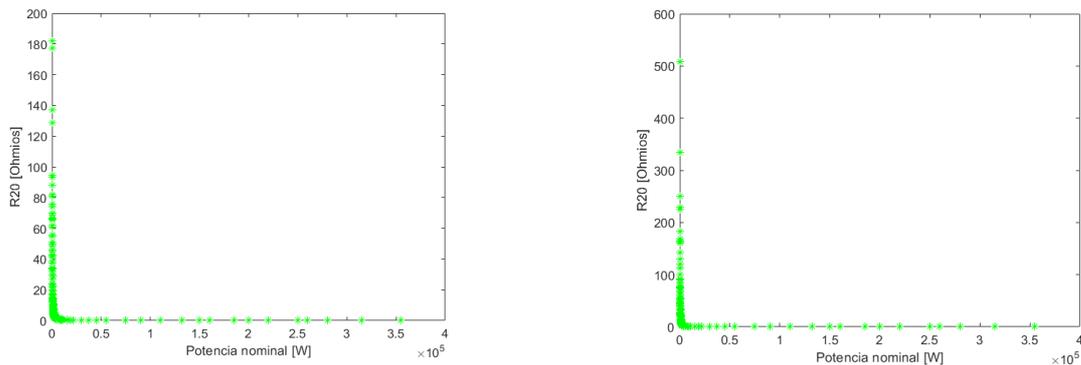


Figura 4-24. Valores de R_{20} obtenidos mediante criterio de par de arranque e intensidad de arranque respectivamente para motores de potencias reducidas.

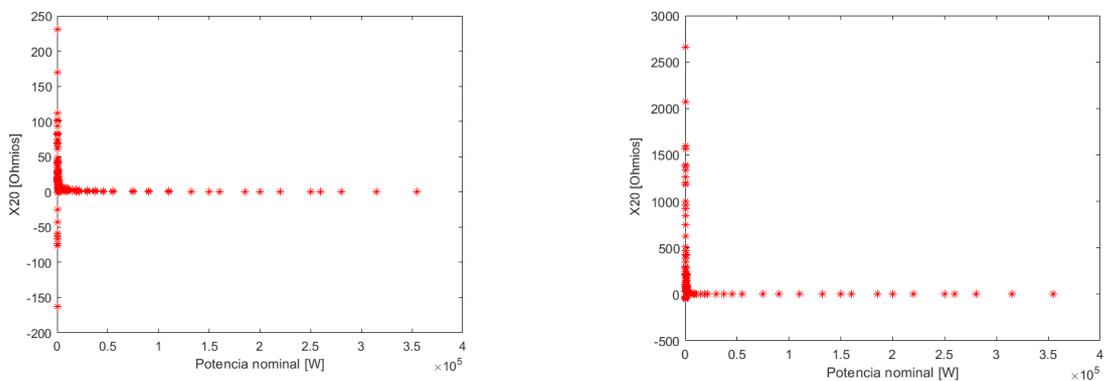


Figura 4-25. Valores de X_{20} obtenidos mediante criterio de par de arranque e intensidad de arranque respectivamente para motores de potencias reducidas.

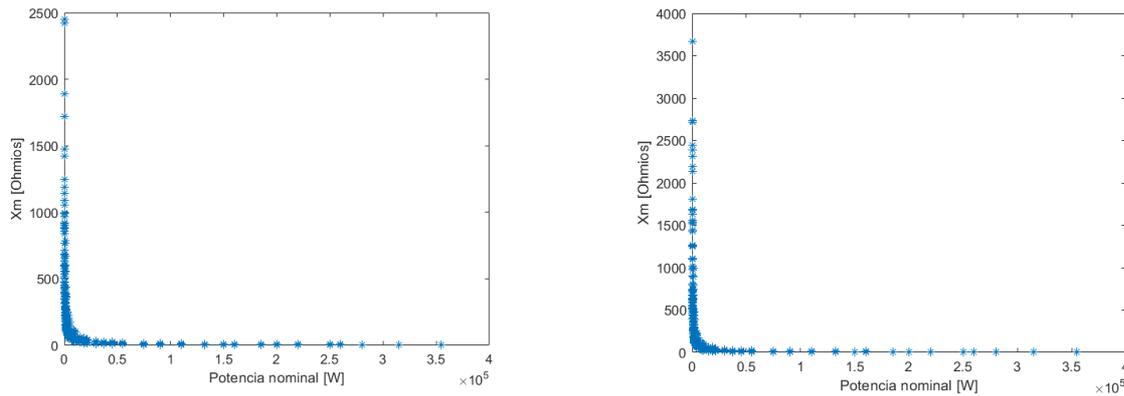


Figura 4-26. Valores de X_m obtenidos mediante criterio de par de arranque e intensidad de arranque respectivamente para motores de potencias reducidas.

El tiempo de cálculo de ambos métodos ha crecido notablemente al tener que realizar al principio ajustes de regresión lineal para posteriormente resolver el sistema en cuestión. Por otra parte, el catálogo anteriormente presentado de 317 motores de tamaños superiores, los errores rms han presentado valores muy superiores en cuanto a orden de magnitud, así como la admisibilidad de los parámetros. A su vez, el criterio del par de arranque ha presentado una mejor actuación como muestra la Tabla 4-14 frente a la Tabla 4-15:

Tabla 4-14. Errores rms catálogo WEG de potencias elevadas por criterio de par de arranque con incorporación de técnicas de regresión lineal.

T_{st}	T_{max}	P_o^{FL}	η^{FL}	pf^{FL}
9,2622e-08	2,573e-09	1,025e-04	1,025e-05	4,104e-05

Tabla 4-15. Errores rms catálogo WEG de potencias elevadas por criterio de intensidad estática de arranque con incorporación de técnicas de regresión lineal.

I_{st}	T_{max}	P_o^{FL}	η^{FL}	pf^{FL}
9,082e-04	1,9249e-05	9,101e-04	6,136e-04	1,264e-04

A continuación, se presenta desde la Figura 4-27 hasta la Figura 4-30 los parámetros establecidos correspondientes a la formulación planteada en líneas anteriores:

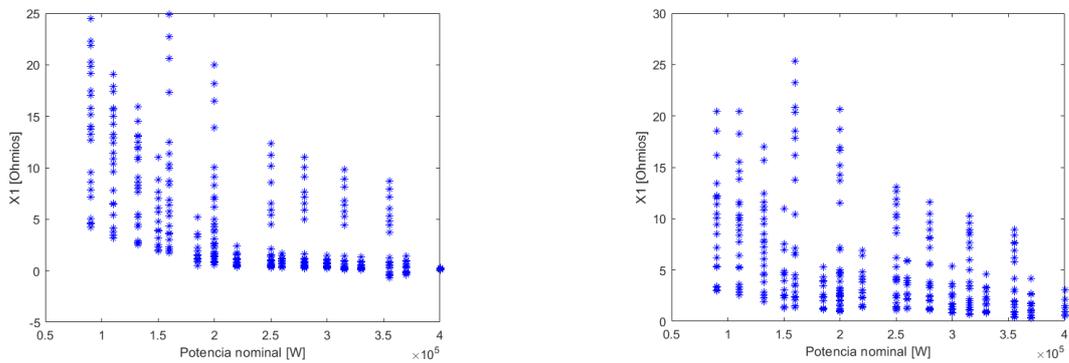


Figura 4-27. Valores de X_1 obtenidos mediante criterio de par de arranque e intensidad de arranque respectivamente para motores de potencias elevadas.

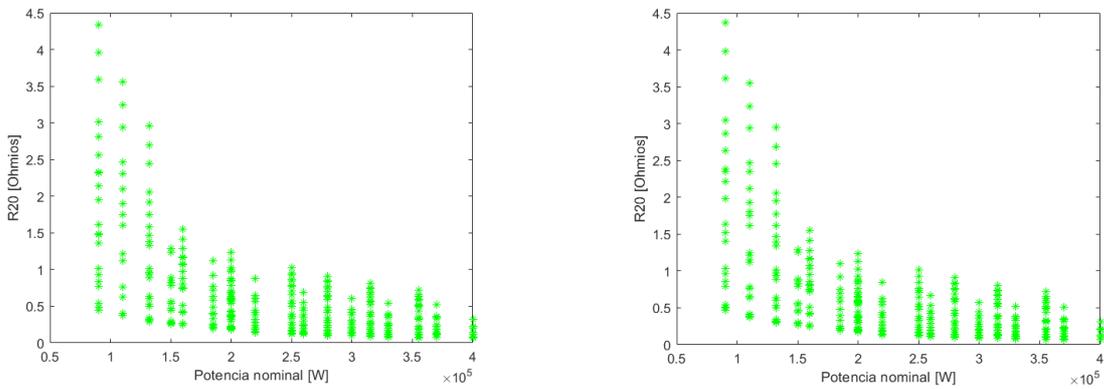


Figura 4-28. Valores de R_{20} obtenidos mediante criterio de par de arranque e intensidad de arranque respectivamente para motores de potencias elevadas.

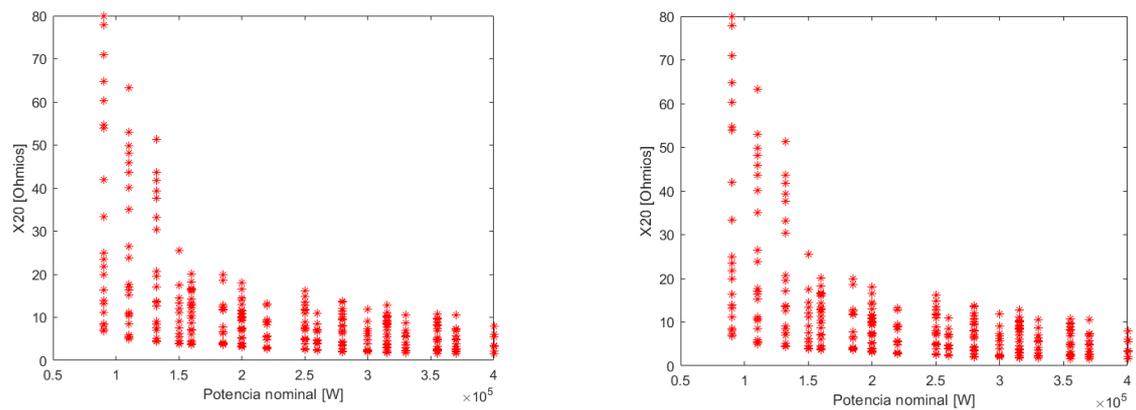


Figura 4-29. Valores de X_{20} obtenidos mediante criterio de par de arranque e intensidad de arranque respectivamente para motores de potencias elevadas.

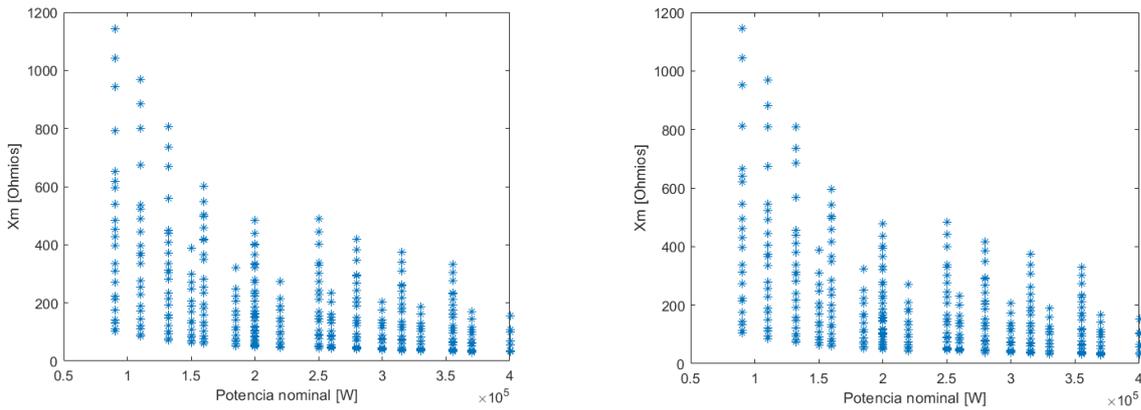


Figura 4-30. Valores de X_m obtenidos mediante criterio de par de arranque e intensidad de arranque respectivamente para motores de potencias elevadas.

A su vez, se presenta en la Figura 4-31 y Figura 4-32 los valores de la resistencia estática y en la Figura 4-33 y Figura 4-34 los valores de P^{const} hallados mediante el método original, así como los obtenidos a través de la aplicación de técnicas de regresión lineal:

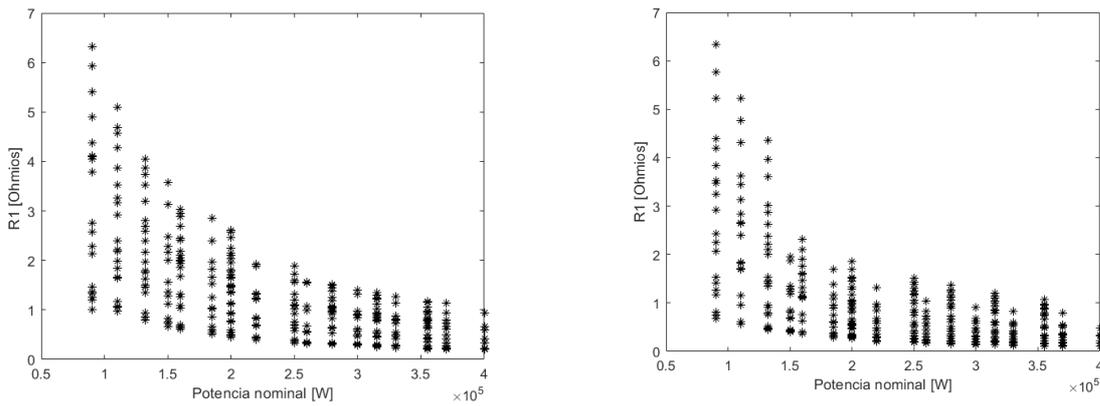


Figura 4-31. Valores de R_1 obtenidos mediante relación proporcional con R_2 y ajuste por regresión lineal respectivamente, para catálogo de potencias elevadas.

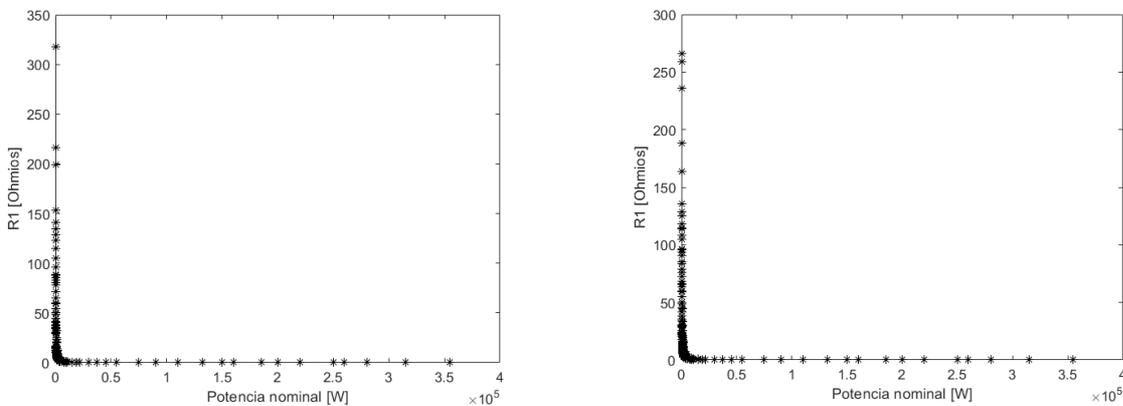


Figura 4-32. Valores de R_1 obtenidos mediante relación proporcional con R_2 y ajuste por regresión lineal respectivamente, para catálogo de potencias reducidas.

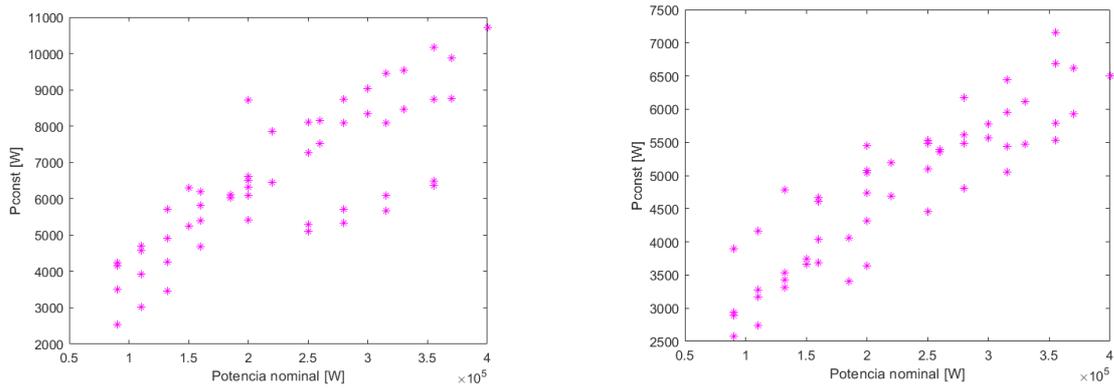


Figura 4-33. Valores de P^{const} obtenidos mediante planteamiento original y ajuste por regresión lineal respectivamente, para catálogo de potencias elevadas.

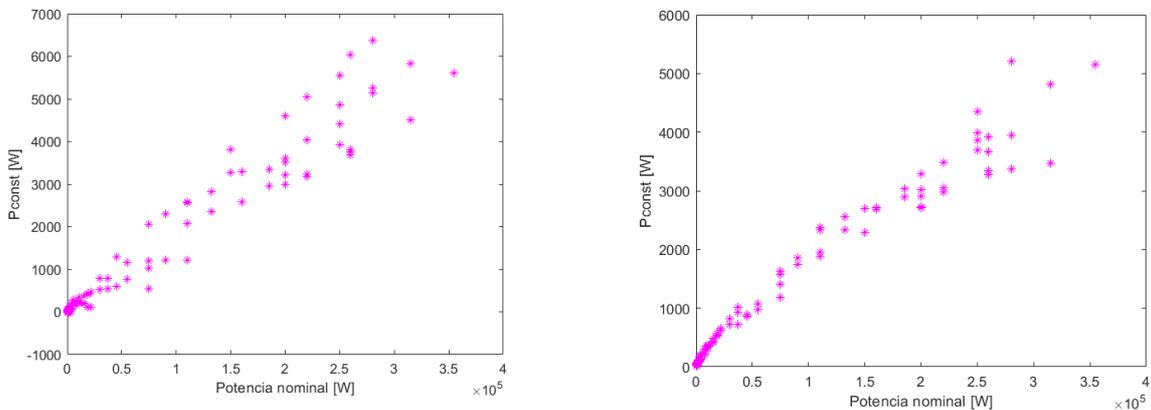


Figura 4-34. Valores de P^{const} obtenidos mediante planteamiento original y ajuste por regresión lineal respectivamente, para catálogo de potencias reducidas.

En general, los valores de $R1$ obtenidos mediante ambos procedimientos han mostrado resultados muy similares, tanto para motores de elevadas potencias como reducidas. Por otro lado, la obtención de las pérdidas rotacionales si ha mostrado ciertas discrepancias. Mientras que para motores de tamaños relativamente pequeños los valores han resultado similares, aunque siempre más pequeños que los obtenidos mediante el planteamiento inicial, para los tamaños más grandes estas diferencias se han visto acusadas, y en su conjunto, pudiendo ser estas las causantes de un peor ajuste del conjunto de parámetros.

Aún así, se realizarán algunos ensayos más con el objetivo de explorar otras modificaciones que puedan traer consigo mismas la obtención de mejores soluciones, intentado apaciguar los resultados erróneos que puedan presentarse en determinadas situaciones.

4.2.7.1 Técnica alternativa con planteamiento original

Como se indica en el nombre de este apartado, se procederá a la resolución del algoritmo inicialmente planteado, pero se realizarán algunas modificaciones con el objetivo de lograr una estimación más satisfactoria que hasta el momento. Para ello, se procederá a la determinación de R_1 mediante técnicas de regresión lineal mientras que las pérdidas rotacionales obtenidas durante el mismo proceso, serán usadas como valores iniciales de P_{const} .

Al mismo tiempo, se sustituirá de los valores iniciales de R_{20} (4.15) por los calculados mediante la siguiente expresión, derivada de considerar que toda la potencia en el aire se disipa en pérdidas por efecto Joule en el rotor de la siguiente manera:

$$R_{20} = \frac{T_{stpu} \cdot T_{iN} \cdot \omega_1}{3 \cdot I_2^2 (s=1)} = \frac{T_{stpu}}{3 \cdot (I_{stpu}^2 \cdot I_{2N}^2)} \frac{P_N + P_{pmech}}{1 - s_N} \quad (4.33)$$

Donde la intensidad rotórica nominal se puede calcular como:

$$I_{2N} = I_2(s_N) = I_{1N} \cdot FP_N \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{s_N}{s_{max}} \right)^2} \quad (4.34)$$

Siendo el deslizamiento de par máximo calculado mediante:

$$s_{max} = s(T_{max}) = s_N \cdot \left(T_{stpu} + \sqrt{T_{stpu}^2 - 1} \right) \quad (4.35)$$

A partir de los cambios realizados, la actuación del método ha resultado ser la siguiente (Tabla 4-16, Tabla 4-17, Tabla 4-18, Tabla 4-19):

Tabla 4-16. Errores rms catálogo WEG de potencias reducidas por criterio de par de arranque. Técnica alternativa.

T_{st}	T_{max}	P_o^{FL}	η^{FL}	pf^{FL}
1,748e-02	1,400e-03	1,275e-06	1,251e-06	9,435e-05

Tabla 4-17. Errores rms catálogo WEG de potencias reducidas por criterio de intensidad estática de arranque. Técnica alternativa.

I_{st}	T_{max}	P_o^{FL}	η^{FL}	pf^{FL}
1,396e-08	4,334e-10	2,682e-08	2,461e-08	2,542e-05

Tabla 4-18. Errores rms catálogo WEG de potencias reducidas por criterio de par de arranque. Técnica alternativa.

T_{st}	T_{max}	P_o^{FL}	η^{FL}	pf^{FL}
5,417e-08	1,831e-09	1,140e-07	1,021e-07	3,901e-05

Tabla 4-19. Errores rms catálogo WEG de potencias reducidas por criterio de intensidad estatórica de arranque. Técnica alternativa.

I_{st}	T_{max}	P_o^{FL}	η^{FL}	pf^{FL}
1,305e-08	3,667e-10	5,171e-08	4,942e-08	2,770e-05

Como puede observarse, en general se han obtenido unos errores rms mejores que en los casos anteriores, indicativo de que la precisión lograda se ha visto beneficiada por los cambios llevados a cabo en este apartado. El tiempo de cálculo, ha resultado ser 75.357931 segundos para los motores de bajas potencias mientras que para los de potencias superiores ha sido de 4.411933 segundos lo que da lugar a que para cada motor se ha precisado menos de un segundo de tiempo de cálculo. De nuevo, los motores de grandes tamaños han presentado una buena actuación, mientras que aquellos que presentan menores potencias nominales, de nuevo, ha presentado parámetros que incorporan divergencias como muestran las figuras desde la Figura 4-35 hasta la Figura 4-40.

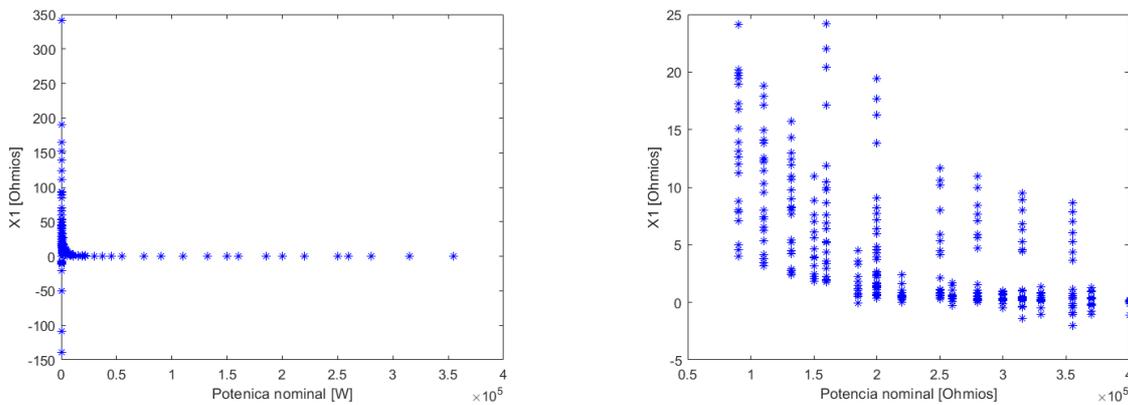


Figura 4-35. Valores de X_1 obtenidos mediante planteamiento de técnica alternativa a partir del criterio del par de arranque. Catálogos potencias reducidas y elevadas respectivamente.

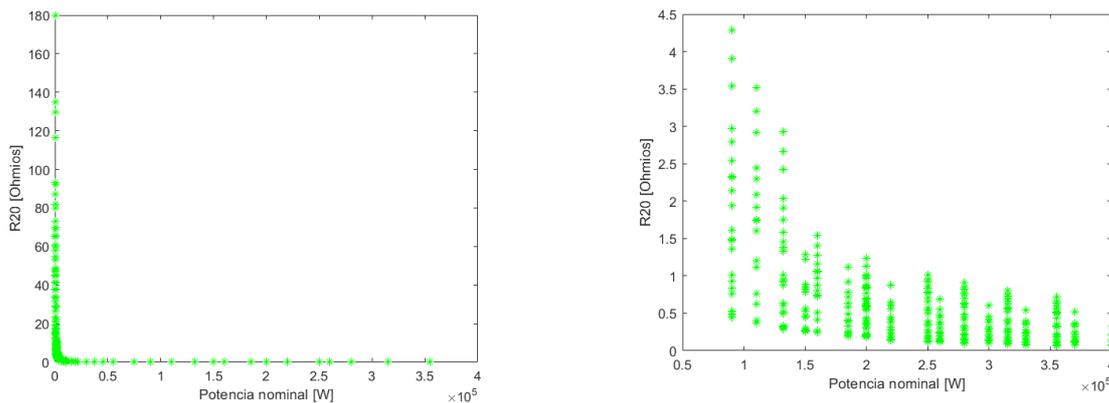


Figura 4-36. Valores de R_{20} obtenidos mediante planteamiento de técnica alternativa a partir del criterio del par de arranque. Catálogos potencias reducidas y elevadas respectivamente.

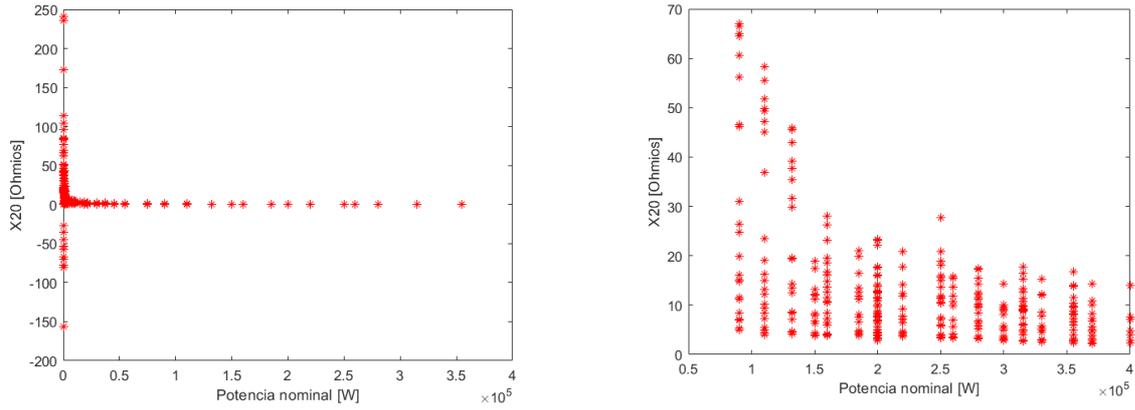


Figura 4-37. Valores de X_{20} obtenidos mediante planteamiento de técnica alternativa a partir del criterio del par de arranque. Catálogos potencias reducidas y elevadas respectivamente.

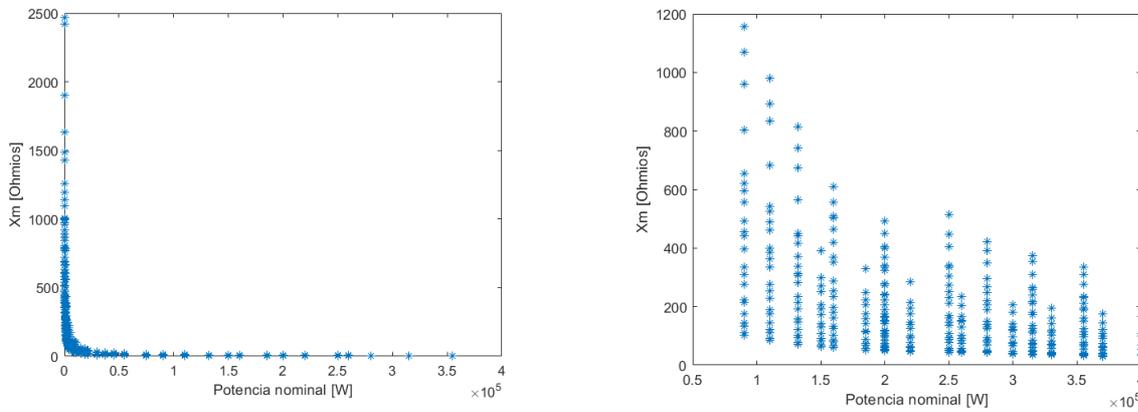


Figura 4-38. Valores de X_m obtenidos mediante planteamiento de técnica alternativa a partir del criterio del par de arranque. Catálogos potencias reducidas y elevadas respectivamente.

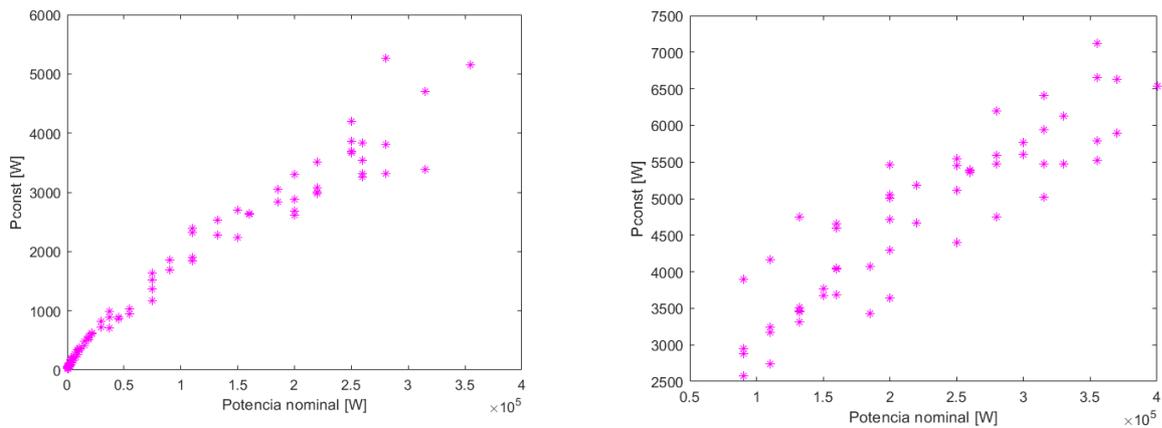


Figura 4-39. Valores de P^{const} obtenidos mediante planteamiento de técnica alternativa a partir del criterio del par de arranque. Catálogos potencias reducidas y elevadas respectivamente.

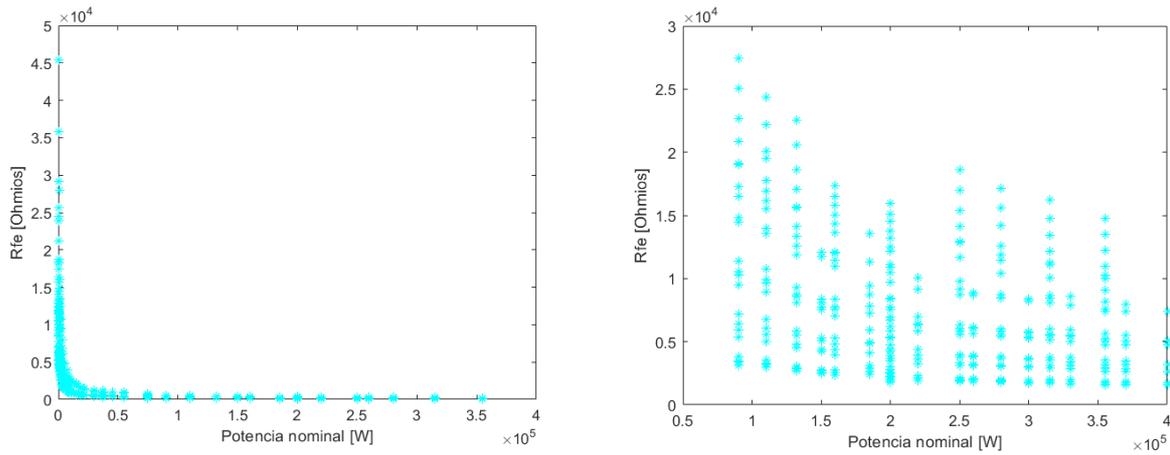


Figura 4-40. Valores de R_{fe} obtenidos mediante planteamiento de técnica alternativa a partir del criterio del par de arranque. Catálogos potencias reducidas y elevadas respectivamente.

A continuación, se presenta la Tabla 4-20 donde detalladamente se exponen los parámetros hallados para motores de tamaños diversos:

Tabla 4-20. Parámetros y errores de varios motores de inducción determinados mediante criterio de intensidad rotórica de arranque. Técnica alternativa.

Motor	IEC	IEC	IEC	NEMA	IEC	NEMA
Potencia nominal [kW]	4.00	90.00	355.00	550.00	4000.00	10000.00
Tensión[V]	415	440	480	400	5000	13800
Frecuencia [Hz]	50	50	50	60	50	60
Pares de polos	1	2	2	2	1	2
$R_l [\Omega]$	0,979888	0,021641	0,006695	0,003318	0,945094	0,224217
$X_l [\Omega]$	0,138486	0,096491	0,027849	0,013050	2,287745	1,843539
$R_{fe} [\Omega]$	1860,694	212,5736	83,67887	46,99695	7076,454	2573,099
$X_m [\Omega]$	77,30326	4,7303721	1,526897	0,637889	159,44621	70,78389
$R_{20} [\Omega]$	1,264737	0,019224	0,003868	0,001440	0,314533	0,055076
$X_{20} [\Omega]$	4,694018	0,2490632	0,090319	0,039462	9,599660	2,173626
$P^{const} [W]$	174.6721	1693.9881	5158.216	6392.483	6531.060	131429.29

Error I_{st}	1,177e-06	6,140e-07	7,796e-07	1,088e-06	2,324e-07	1,496e-07
Error T_{max}	2,473e-08	1,924e-08	2,641e-08	4,051e-08	6,529e-09	1,526e-08
Error P_o^{FL}	2,433e-06	9,592e-07	1,549e-06	2,876e-06	9,206e-07	9,734e-07
Error η^{FL}	2,467e-06	8,373e-07	1,373e-06	2,559e-06	8,798e-07	5,687e-07
Error pf^{FL}	4,817e-04	7,219e-04	1,431e-03	3,311e-03	4,932e-04	2,933e-04

4.2.7.2 Mínimos cuadrados con restricciones.

Con el objetivo de intentar obtener unos parámetros que pudieran ajustarse más a la realidad para motores de tamaño reducido, se pretenderá hacer uso de la herramienta que incorpora Matlab en su biblioteca llamada “*lsqnonlin*”. Esta función, permite la resolución de problemas centrados en mínimos cuadrados incorporando restricciones. En nuestro caso, se tomarán los valores iniciales del ajuste multiplicados por ciertos valores con el fin de delimitar los parámetros obtenidos a valores puramente positivos, para que puedan ajustarse a la realidad. En concreto, se tomarán como límites inferiores los valores iniciales multiplicados por 0.05 mientras que los superiores por 15, ya que nuestra solución se encontrará potencialmente dentro de dicho rango de posibilidades. Aún así, cabe recordar que limitar el espacio de búsqueda a potenciales soluciones únicamente positivas elimina buenas soluciones que pudieran proceder de algún parámetro negativo obtenido durante el proceso de cálculo iterativo.

Tabla 4-21. Errores rms catálogo WEG de potencias reducidas por criterio de par de arranque. Mínimos cuadrados con restricciones.

T_{st}	T_{max}	P_o^{FL}	η^{FL}	pf^{FL}
2,857e-01	9,856e-01	5,497e-01	2,603e-02	1,582e-01

Tabla 4-22. Errores rms catálogo WEG de potencias reducidas por criterio de intensidad de arranque estática. Mínimos cuadrados con restricciones.

I_{st}	T_{max}	P_o^{FL}	η^{FL}	pf^{FL}
0.074702	0.00034134	0.00014424	0.00014134	0.0047806

Si bien se puede observar (Tabla 4-21, Tabla 4-22), la actuación por el criterio del par de arranque resulta pobre, aunque cabe decir que los valores obtenidos mediante el anterior procedimiento si resultaban ser aceptables, pese a algunas divergencias. Por el contrario, el método de la intensidad de arranque tomando como punto de partida los parámetros obtenidos a partir del método original con la ecuación del par revisada, si han resultado ser más satisfactorios como puede observarse en los resultados mostrados, pues permiten la obtención aproximada de los parámetros de todos los motores que conforman el catálogo, que, aunque no sea la mejor, sí da un indicativo de la magnitud real de cada uno de ellos. A continuación, se presenta una comparación gráfica (des la Figura 4-41 hasta la Figura 4-44) aplicando mínimos cuadrados sin y con restricciones para observar las notables diferencias:

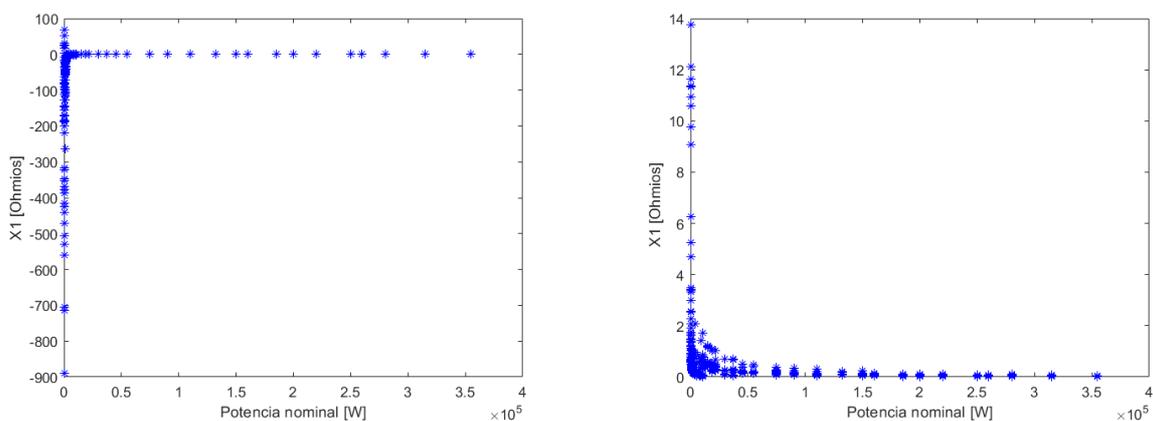


Figura 4-41. Comparación de X_l entre mínimos cuadrados sin y con restricciones respectivamente para criterio

de intensidad estatórica de arranque.

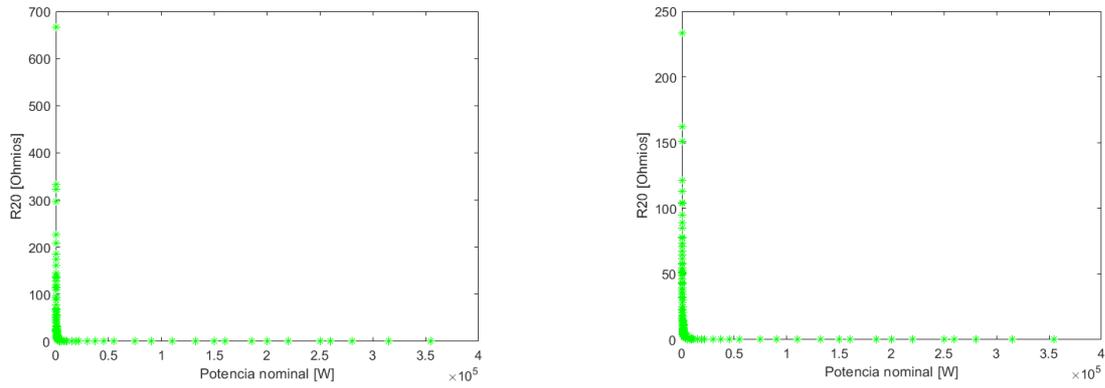


Figura 4-42. Comparación de R_{20} entre mínimos cuadrados sin y con restricciones respectivamente para criterio de intensidad estatórica de arranque.

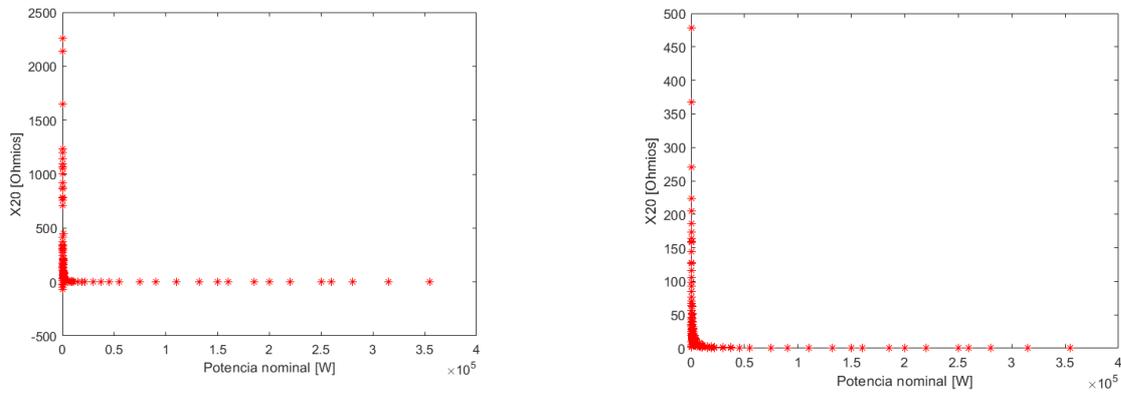


Figura 4-43. Comparación de X_{20} entre mínimos cuadrados sin y con restricciones respectivamente para criterio de intensidad estatórica de arranque.

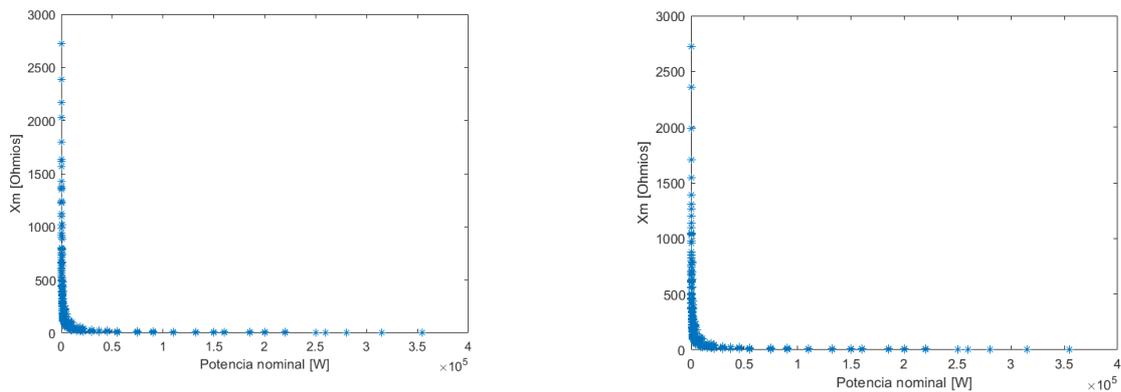


Figura 4-44. Comparación de X_m entre mínimos cuadrados sin y con restricciones respectivamente para criterio de intensidad estatórica de arranque.

De nuevo, también se presentará un diagrama de flujo mediante la Figura 4-45 para facilitar de manera complementaria la comprensión de las anteriores explicaciones y así mostrar mejor el funcionamiento del código correspondiente:

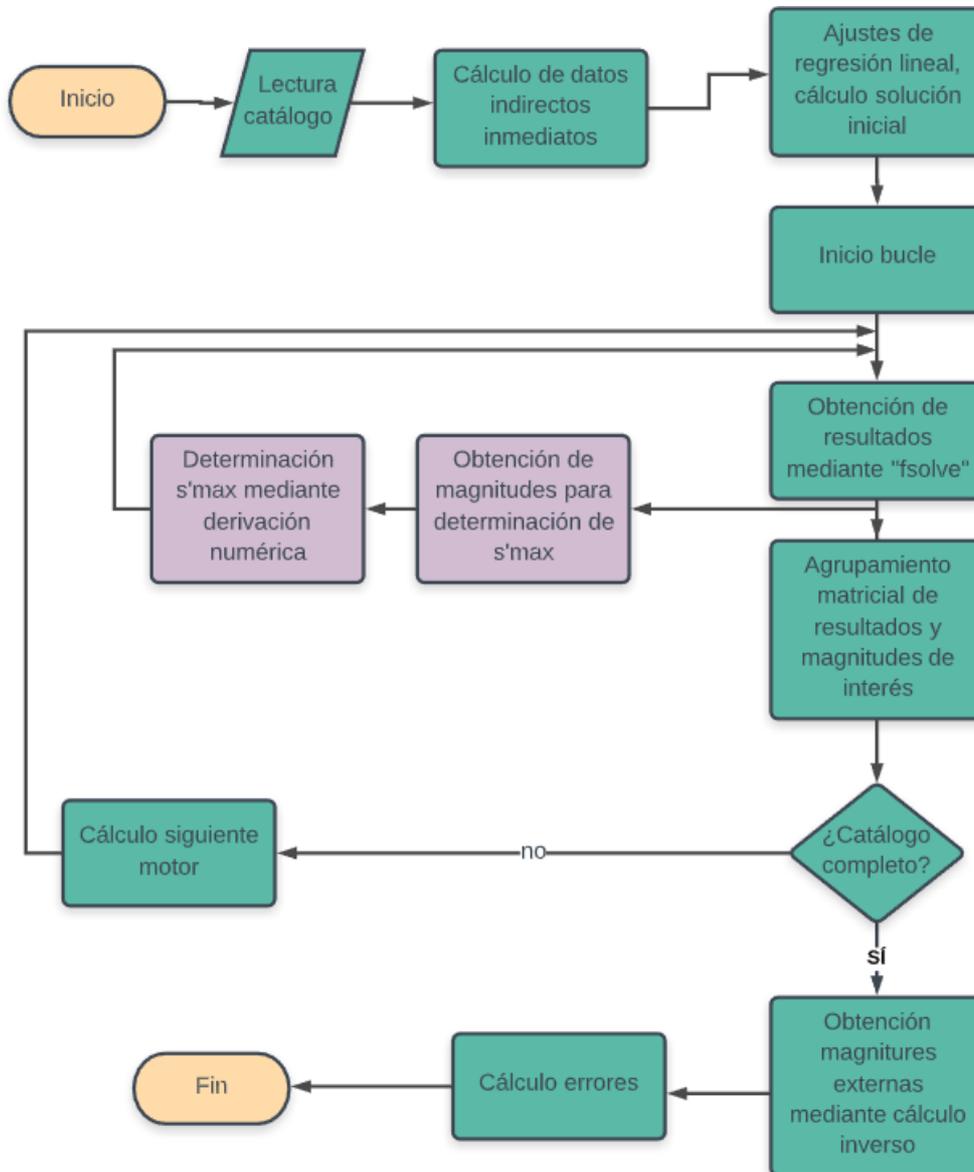


Figura 4-45. Diagrama de flujo para mínimos cuadrados con ajustes de regresión lineal.

5 ALGORÍTMOS GENÉTICOS

It is not the strongest of the species that survives, nor the most intelligent that survives. It is the one that is the most adaptable to change

Charles Darwin, 1859

Los principios de los algoritmos genéticos se hallan a finales de los 50 y principios de los 60, implementados en ordenadores de la época por biólogos evolutivos que buscaban dar forma a los modelos planteados por Charles Darwin sobre la evolución natural de los organismos vivos. Sin embargo, no dejaban de ser técnicas que resignaban del importante uso del cruzamiento y nunca llegaron a tener un fuerte impacto en el campo de la programación evolutiva. No fue hasta 1975 con la publicación de los trabajos y ensayos de John Holland en “*Adaptación en Sistemas Naturales y Artificiales*”, que tomaban en cuenta el cruzamiento y otros operadores de recombinación cuando se catapultó la notoriedad de esta técnica para resolver problemas que no solo se concebían únicamente a la adaptación de las especies, sino también a aquellos de carácter artificial.

En un primer momento, las aplicaciones de esta herramienta eran meramente teóricas, utilizadas por matemáticos para la resolución de problemas generalmente abstractos, pero la proliferación de la investigación en el determinado campo propició a que los algoritmos genéricos migraran hacia el sector comercial, cobrando relevante importancia con el crecimiento exponencial de la computación e Internet. En la actualidad, la programación evolutiva es un sector de la misma en auge, pues resulta capaz de resolver problemas relacionados con la cotidianidad tan variados como predicción en la bolsa y planificación en la cartera de valores, diseño de microchips, diseño de horarios de aeropuertos y líneas de montaje e incluso cuestiones relacionadas con la ingeniería aeronáutica y del espacio, así como ser la solución de asuntos pertenecientes a la bioquímica y la biología molecular.

La Figura 5-1 muestra en detalle la evolución de la homínido *homo sapiens sapiens* hasta nuestros días.

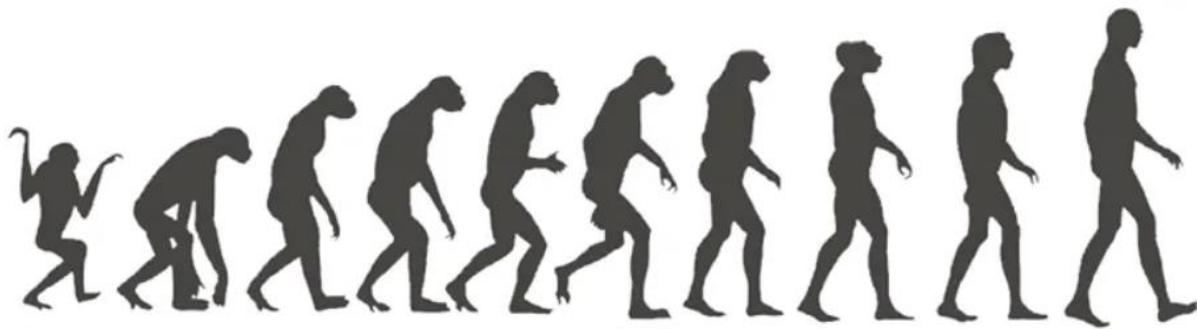


Figura 5-1. Secuencia evolutiva de la especie *homo sapiens sapiens*.

5.1 Fundamento de los algoritmos genéticos

Como ya se ha indicado, un algoritmo genético (AG) es una estrategia de resolución de problemas basada en la evolución biológica de los organismos a lo largo de generaciones, donde las poblaciones evolucionan en la naturaleza acorde con los principios de selección natural y supervivencia del más apto.

En un problema particular a resolver, la entrada de nuestro algoritmo genético será un conjunto de soluciones potenciales para ese problema codificadas de algún modo y serán evaluadas cuantitativamente por una métrica que llamaremos función de aptitud o fitness. Las primeras candidatas generadas aleatoriamente, mediante puro azar, resultarán inviables para la resolución del problema. No obstante, algunas pocas presentarán características prometedoras, aunque en un principio se vean imperfectas y pobres para tener capacidad de resolución del problema.

Las susodichas, se conservan y les es permitido reproducirse. Así, se realizan copias de ellas que no son perfectas, sino que se les introducen ciertos cambios espontáneos durante el proceso de copia, modo de lo que se denomina mutación. Entonces, la descendencia digital procede con los siguientes descendientes de la población formando un nuevo conjunto de soluciones candidatas. Estas pueden haber mejorado o bien empeorado su código. Según la disyuntiva establecida, estas serán conservadas para, de nuevo, recibir aleatoriamente variaciones que serán introducidas en la población para así ser mejores soluciones para el problema o bien serán desechadas respectivamente. El proceso, sirva de ejemplo la Figura 5-2, se repetirá las iteraciones necesarias hasta lograr una solución lo suficientemente completa y eficiente que cumpla con los requisitos óptimos de nuestro propósito.

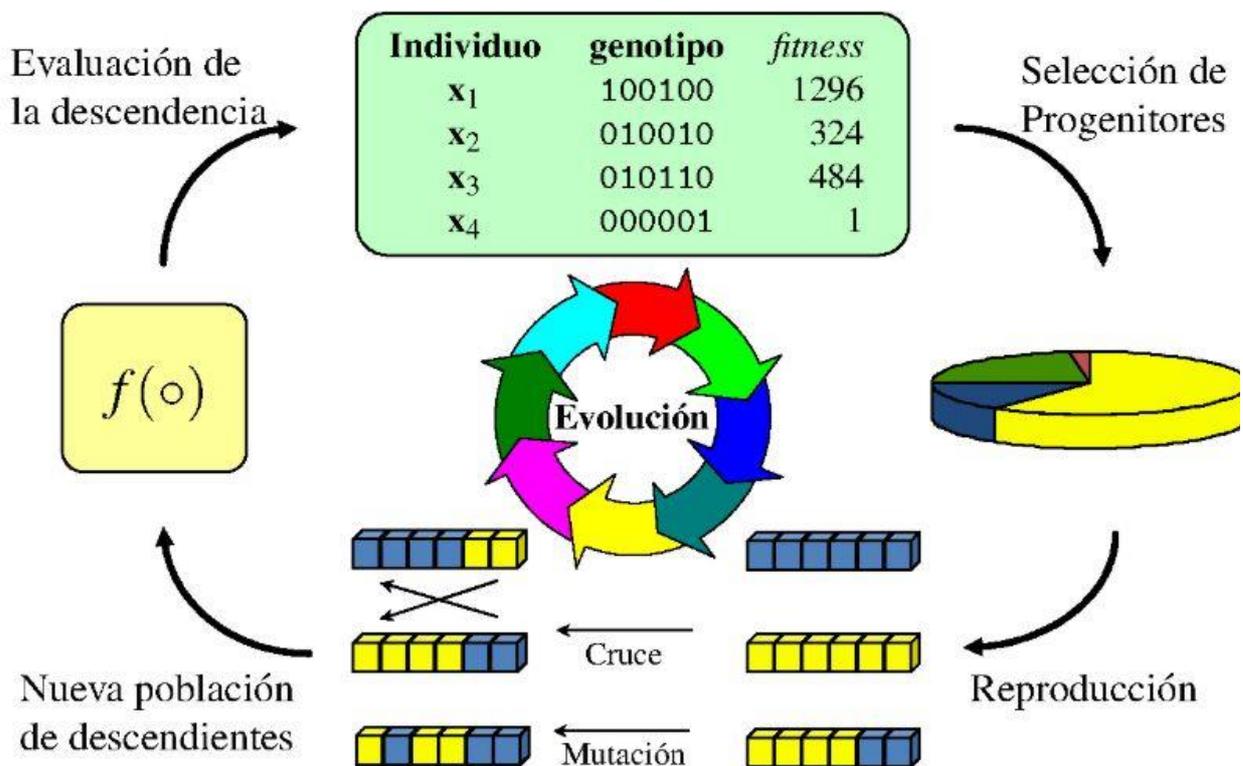


Figura 5-2. Esquema de un algoritmo genético.

5.1.1 Codificación del problema

Para poner a trabajar con un algoritmo genético, se necesita primero un método que permita codificar las soluciones potenciales para que el propio algoritmo sea capaz de procesarlas, aplicando por ende operaciones que permitan la evolución de las mismas.

Un enfoque habitual, resulta la codificación de soluciones como cadenas binarias como muestra la Figura 5-3, donde cada parámetro representa un 1 o un 0 y cada posición de la secuencia representa el valor de algún aspecto de la solución. En particular, cuando hablamos de un conjunto de parámetros nos estamos refiriendo a un gen y cuando nos referimos a una cadena de estos nos referimos a un cromosoma. Cada número binario o bit se denomina alelo. En concreto, al realizar la codificación se asigna un específico número de alelos a cada gen (según el grado de ajuste que se pretenda alcanzar) y se lleva a cabo una discretización de la variable representada por cada gen.

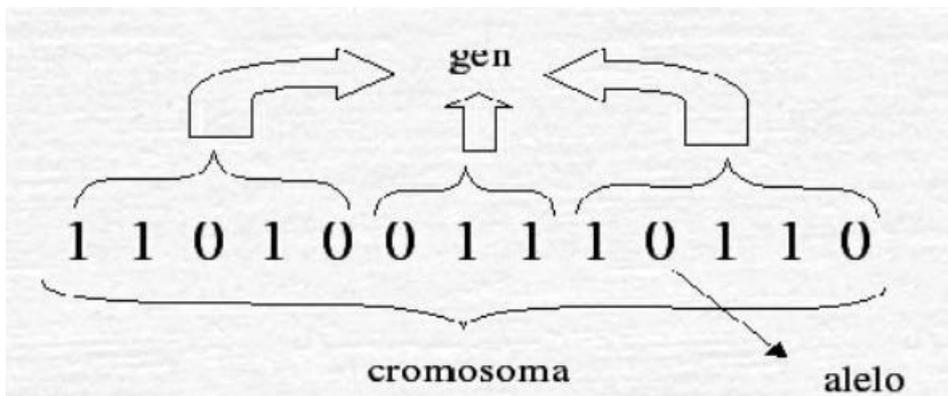


Figura 5-3. Individuo genético binario.

Cabe decir, que esta forma no tiene por que ser la única forma de plantear el problema, pues existen otras formas como la codificación de cadenas de enteros o números decimales donde cada posición represente algún aspecto particular de la solución o bien presentando las estructuras en ramificación a forma de árboles donde los cambios aleatorios pueden darse a partir del cambio del operador, alterando el valor de cierto nodo del árbol e incluso substituyendo una rama por la de otro árbol.

Así pues, con el objetivo de hallar una solución candidata al óptimo deseado procedente de la descendencia de una población de individuos, se iniciará el proceso creando una población inicial de individuos y se calculará el grado de ajuste de la función fitness (solución del problema). Se escogerá a dos miembros de esa población basándose en su aptitud para convertirlos en progenitores. Acto seguido se usará un operador de reproducción, ya sea un cruce o una copia, para generar un nuevo descendiente. Así mismo, se usará un operador de mutación sobre una pequeña parte de la población, con el objetivo de preservar la diversidad genética existente. Por consiguiente, se calculará la aptitud del nuevo descendiente y se sustituirán los peores individuos adaptados de la población. Y así se volvería al segundo paso hasta haber producido una cantidad suficiente de nuevos descendientes. El algoritmo concluirá la iteración cuando los mejores individuos supongan que la solución engendrada resulta suficientemente buena, cuando gran parte de la población representa el mismo valor, es decir, cuando la media de la bondad de la población se asemeja a la bondad de mismo individuo, o bien, por criterio de parada especificados como puedan ser número máximo de iteraciones alcanzadas.

Como se puede observar, el planteamiento de un AG difiere bastante de los métodos tradicionales centrado en la optimización como puedan ser las variantes del método de Newton. En concreto:

- Un AG trabaja con codificaciones de los puntos del espacio de búsqueda en vez de con los puntos en sí.
- La búsqueda se lleva a cabo a partir de una población de individuos en lugar de un solo punto.
- No se requiere el uso de derivadas ni otras propiedades que puedan implicar a la función objetivo, sino simplemente la misma.
- Se rigen mediante reglas de transición propabilísticas en vez de determinísticas.

Los métodos tradicionales, operan de forma secuencial, para desplazarse de un punto al siguiente. Por ejemplo, los métodos basados en el denominado punto-pendiente avanzan a la siguiente iteración de la forma $x_{n+1} = x_n + \Delta x$, siendo Δx la derivada (o gradiente según el espacio en el que se encuentre la función). Esto conlleva la posibilidad que la convergencia del método se pueda ver afectada por óptimos locales (falsas soluciones). Además, los métodos convencionales suelen requerir de un punto cercano a la solución, al que a veces no resulta claro. En cambio, los algoritmos basados en las leyes de la evolución no requieren dicha información auxiliar, trabajan de forma simultánea con varias soluciones y únicamente requieren la definición de la función objetivo pues, centrados en el uso de reglas de transición probabilística son capaces de guiar la solución hacia regiones donde se encuentra el óptimo global de la solución.

Este hecho, hace que resulte atractivo el uso de AG para la determinación de los parámetros del modelo de circuito de un motor de inducción, pues sus ecuaciones resultan ser fuertemente no lineales, además no siempre resulta posible la obtención de unos valores típicos del motor en cuestión para empezar a iterar, por lo que dicho algoritmo resulta factible para la obtención de una solución robusta y confiable en este tipo de situaciones.

5.2 Operadores genéticos

Como se ha comentado, el paso de una generación a otra se lleva a cabo mediante una serie de factores aplicados a la población de progenitores para su reproducción, estos son los llamados operadores genéticos. Los más frecuentes usados en este tipo de técnicas son los expuestos en las siguientes explicaciones.

5.2.1 Selección

La selección tiene como papel fundamental la elección de los individuos que deben reproducirse hacia la siguiente generación. Siguiendo la ley de la naturaleza, los individuos más aptos gozarán de mayores oportunidades para generar descendencia, aunque tampoco deben excluirse estrictamente otros individuos menos aptos, puesto que, en caso contrario, la población perdería diversidad en pocas generaciones, volviéndose homogénea y, por tanto, resultaría una falsa solución a nuestro problema. Los procedimientos más habituales resultan ser:

- Selección proporcional a la aptitud: el individuo más apto tiene más probabilidad de ser seleccionado, pero no la certeza.
- Selección elitista: garantiza la selección de los individuos más aptos de cada generación.
- Selección por ruleta: la probabilidad de que el individuo sea seleccionado resulta ser proporcional a la diferencia existente entre su aptitud y la del resto de competidores.
- Selección escalada: se trata de un método útil cuando los individuos presentan una aptitud realmente alta. Al aumentar de la aptitud media de la población, también lo hace la exigencia de la presión selectiva, volviéndose cada vez más discriminadora, de manera que los individuos serán seleccionados en base a pequeñas diferencias existentes entre ellos.

- Selección por torneo: se definen subgrupos de miembros de la población, y a su vez, los mismos individuos de cada subgrupo compiten entre ellos, mediante comparaciones directas e indirectas. El individuo electo de cada subgrupo será el más apto y, por tanto, el que tendrá permitida la reproducción.
- Selección por ranking: la selección se basa en la asignación de un rango numérico a cada individuo de la población en función de su aptitud, que corresponde a su vez a las probabilidades de que este sea elegido, de manera que resulta posible que individuos menos aptos puedan prevalecer durante el ciclo generacional y así poder conservar la diversidad genética existente de la población, ya que sinó se podría dar el caso que se alcanzara una convergencia prematura.
- Selección generacional: la descendencia de los individuos seleccionados en cada generación se convierte en toda la siguiente generación. No se conservan individuos entre generaciones.
- Selección jerárquica: los individuos son sometidos a múltiples rondas de selección en cada generación. Las evaluaciones iniciales resultan más rápidas a la vez que permisivas, mientras que a medida que van sobreviviendo los individuos más prometedores en cada generación, las pruebas resultan cada vez más rigurosas y costosas computacionalmente. Se trata pues, de un método que reduce significativamente el tiempo de cálculo por las razones expuestas recientemente.

5.2.2 Cruce

Consiste en la selección de dos individuos, generalmente con buena aptitud, para que intercambien segmentos de código genético cuyo resultado es una descendencia artificial en la que los nuevos individuos son combinaciones de sus progenitores, simulando así la recombinación que se da en los cromosomas durante la reproducción sexual.

El principio básico del cruce se centra en que, durante el salto generacional, existe la posibilidad de que los genes heredados por la descendencia sean los causantes de la bondad de ajuste de sus progenitores. Sin embargo, no hay motivos para que siempre los genes incorporen una bondad en aumento, sino que esta puede disminuir entre generaciones, lo que nos lleva, a que los cruces, independientemente de su forma de actuar, se planteen la situación de dos formas posibles.

Por un lado, existe el cruce que opta por una estrategia destructiva, será en los posteriores cruces cuando los genes dispersos entre la población de los progenitores causantes de la mejor bondad hasta el momento, vuelvan a recuperarse. Este planteamiento, puede ser capaz de introducir mayor diversidad en la población. Por otro lado, si se opta por una estrategia no destructiva, solo pasarás a la siguiente generación aquellos individuos cuya bondad resulte ser superior que la de sus progenitores por separado.

Existen varias formas de cruzamiento, entre las más comunes destacan:

- Cruzamiento de un punto: consiste en establecer un punto de intercambio en un lugar aleatorio de los cromosomas de los dos individuos, para generar dos segmentos diferenciados en cada uno de ellos: la cabeza y la cola. Se intercambian las colas respectivamente, generando nuevos descendientes que hereden la información de ambos progenitores. Véase la Figura 5-4.

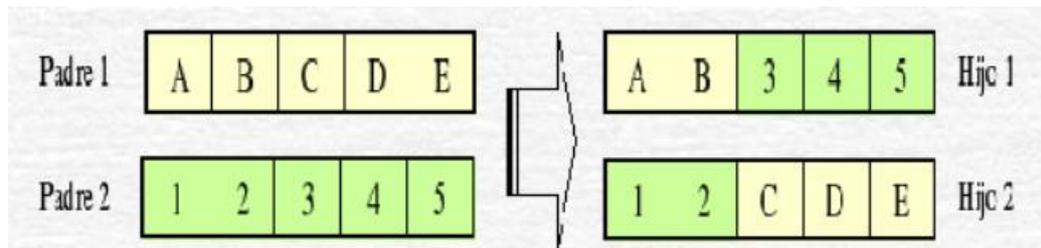


Figura 5-4. Cruce de 1 punto.

- Cruzamiento en dos puntos: se intercambian los genes que aparecen en el intervalo de genes delimitados por dos puntos no situados en los extremos, garantizando así la división del cromosoma en tres partes diferenciadas. La descendencia se generará tomando el segmento central de uno de los padres y los segmentos laterales del otro. Véase la Figura 5-5. Aunque resulte posible añadir más puntos de corte al cromosoma para generar más variedad, no siempre resulta aconsejable pues al dividir al cromosoma en demasiadas partes, se puede incurrir a la pérdida de características que poseían los genes conjuntamente.

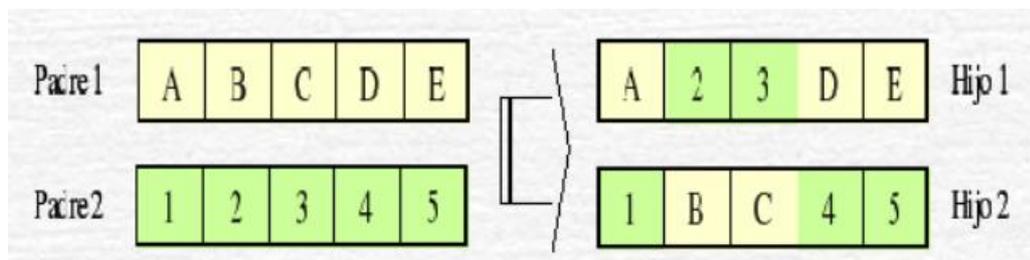


Figura 5-5. Cruce de 2 puntos.

- Cruzamiento uniforme: el valor de una de las posiciones donde se halle el punto de corte, elegido por un patrón aleatoriamente (máscara), en el cromosoma de la descendencia, corresponde al valor en esa posición del cromosoma de uno de sus dos progenitores, elegido con un 50 de probabilidad. El número efectivo de puntos de cruce suele ser fijo, aunque normalmente suele hacerse por termino medio, es decir, si L representa la longitud del cromosoma, la cantidad de cortes resultará ser $L/2$. Véase la Figura 5-6.

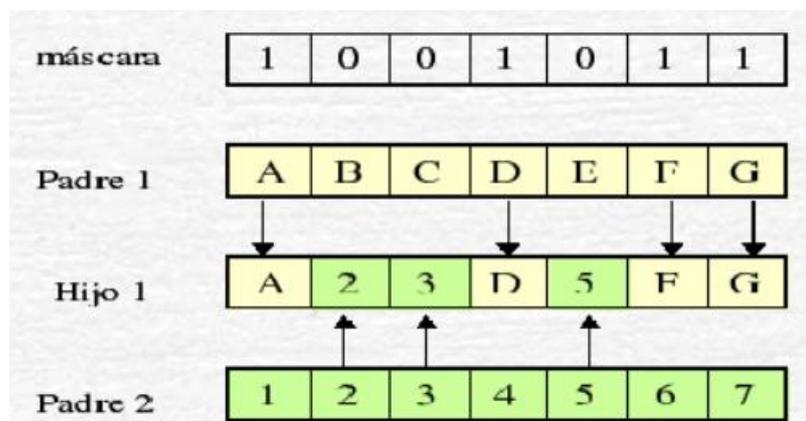


Figura 5-6. Cruce uniforme.

5.2.3 Reemplazo aleatorio

Se basa principalmente en la sustitución de individuos cuya aptitud resulte poco provechosa para determinar una solución cercana al óptimo. Destacan:

- Reemplazo aleatorio: se inserta un nuevo individuo en un lugar cualquiera de la población.
- Reemplazo de progenitores: como indica su nombre, se procede al reemplazo de un individuo padre con el objetivo de preservar la diversidad y evitar restringir el espacio de búsqueda, pues como se ha explicado, la descendencia suele conservar la bondad genética de los progenitores.
- Reemplazo de similares: una vez lograda una nueva generación de descendientes, se seleccionan un conjunto de individuos de la población con características similares y se reemplazan de manera aleatoria.
- Reemplazo de los peores: se eliminan los peores individuos de la población para dejar espacio para la descendencia.

5.2.4 Copia

Se trata de otro método existente para la obtención de una nueva generación de individuos. La idea principal de la copia se centra en la reproducción asexual, en este caso, consiste en la copia de un individuo en la nueva generación. Sin embargo, el número de copias presentes debe ser controlado y escaso, pues en caso contrario estaríamos conduciendo la solución del algoritmo hacia una convergencia prematura. Generalmente, una copia se suele introducir cuando un cruce resulta fallido, insertando así los individuos seleccionados.

5.2.5 Mutación

El propósito de la mutación reside en causar pequeñas alteraciones en puntos concretos de la codificación de los individuos para introducir diversidad en la población. Se trata de una operación que se produce de forma paralela junto al cruce. En caso de que el cruce resulte exitoso, cabe la posibilidad de que uno de los descendientes o ambos muten con cierta probabilidad. Resulta notable indicar que la tasa de mutación debe situarse entorno al 1% pues los individuos en la mayoría de casos presentan una menor aptitud después de ser mutados. Por tanto, el uso de las mutaciones resulta clave para un algoritmo pues se encargan de garantizar que ningún punto del espacio de búsqueda tenga una nula probabilidad de ser comprobado. Un algoritmo genético, deberá por tanto hallar el equilibrio entre dos factores enfrentados entre sí: la obtención de individuos potenciales a ser candidatos de solución y la exploración más amplia posible de la región de búsqueda.

5.2.6 Elitismo

Como indica su nombre, el elitismo tiene el papel de seleccionar los individuos que cuenten con mayor aptitud de una población y los transfiere automáticamente a la siguiente generación, con el objetivo de preservar los individuos con mejor fitness que pudieran verse alterados por otros tipos de operadores genéticos. Su elección se escogerá de manera que se garantice un equilibrio entre los progenitores que intercambian material genético y aquellos que se mantienen inalterados con el fin de conservar la diversidad y no ceder ante posibles óptimos locales.

5.3 Obtención de resultados.

El catálogo de motores empleado en este estudio ha sido el mismo que se ha utilizado para la determinación de los parámetros mediante las técnicas de mínimos cuadrados.

Como ya se indicó, un algoritmo genético encuentra mediante probabilidad el mejor individuo entre una población. Sin embargo, puede resultar que los valores numéricos presentados se alejen de la realidad, es decir, que para la determinación de parámetros se obtuvieran soluciones fuera de lo común, como valores exageradamente grandes o incluso negativos. Por ello, se ha decidido modificar el sistema planteado en (referencia apartado haque) por un problema de optimización con restricciones creando una función de ajuste que incorpora la potencial solución a minimizar, así como unos límites preestablecidos para cada una de las incógnitas a determinar. En concreto, se han determinado los límites inferiores y superiores de cada incógnita a multiplicando por 0.05 y por 15 los valores calculados para inicializar el bucle durante el procedimiento de los mínimos cuadrados (4.15-4.18).

Para detallar aún más nuestra función fitness, se ha pretendido que el cuadrado del error realtivo de las magnitudes externas utilizadas para el ajuste sea el objetivo a minimizar del problema. Se hace uso del error al cuadrado ya que se pretende que las subfunciones en componen el problema traten de encontrar valores cercanos al error nulo, por lo que, si se diera el caso que uno de los errores resultara negativo, es decir, la magnitud calculada es mayor que la de hoja de catálogo, estos se restarían entre ellos, enturbiando la solución deseada.

La función a optimizar se expresa como:

$$f = \sqrt{\left(\frac{P_o^{FL} - P_o(s_{FL})}{P_o^{FL}}\right)^2 + \left(\frac{P_{in}^{FL} - P_{in}(s_{FL})}{P_{in}^{FL}}\right)^2 + \left(\frac{Q_{in}^{FL} - Q_{in}(s_{FL})}{Q_{in}^{FL}}\right)^2 + \left(\frac{T_{max} - T(s_{max})}{T_{max}}\right)^2 + \left(\frac{T_{st} - T(1)}{T_{st}}\right)^2} \quad (5.1)$$

Mientras que las restricciones no lineales de la función se han tomado como:

$$C = \left[\left(\frac{P_o^{FL} - P_o(s_{FL})}{P_o^{FL}}\right), \left(\frac{P_{in}^{FL} - P_{in}(s_{FL})}{P_{in}^{FL}}\right), \left(\frac{Q_{in}^{FL} - Q_{in}(s_{FL})}{Q_{in}^{FL}}\right), \left(\frac{T_{max} - T(s_{max})}{T_{max}}\right), \left(\frac{T_{st} - T(1)}{T_{st}}\right) \right] \quad (5.2)$$

Dichas restricciones, a simple vista pueden dar la impresión que la resolución del problema se vuelve redundante y que, debido a su similitud con la función de ajuste, vayan simplemente a entorpecer el tiempo de cálculo. Sin embargo, no resulta así ya que en caso de que no se tomaran este tipo de restricciones, encontraríamos un abismo de soluciones erróneas que poco tendrían que ver con los resultados que realmente deseamos obtener. Supone pues, de vital importancia el uso de las indicadas restricciones para traer los parámetros hallados a buen puerto, es decir, al óptimo global.

Aunque no resulte necesario el uso de un punto de partida inicial para la convergencia del algoritmo, se tomarán los mismos valores que durante el estudio mediante mínimos cuadrados para agilizar el tiempo de cálculo requerido, limitando así el espacio de búsqueda. Así, se penalizan los individuos que inicialmente se encuentren muy alejados del óptimo y la población inicial presenta valores situados en la órbita del valor óptimo y, por tanto, de la convergencia.

En concreto, el problema se ha resuelto utilizando la función “ga” que incorpora Matlab entre sus diversas herramientas. Este comando, permite la configuración de las variables que influirán directamente sobre el desenlace del algoritmo, viéndose repercutido el tiempo computacional, así como la exactitud de los resultados.

Para este caso, se ha decidido hacer uso de una población suficientemente grande, con el objetivo de que la diversidad de individuos permita converger al óptimo global en detrimento del tiempo computacional ya que una población muy pequeña pese a reducir tiempo de cálculo, resultaría poco variada y la solución probablemente sería mejorable. Por el contrario, una población excesivamente grande determinaría con muy alta probabilidad el óptimo global del problema, aunque, sin embargo, el tiempo de espera de los resultados aumentaría cuantiosamente. Por otra parte, para mejorar el tiempo de cálculo se ha escogido una tasa de cruce que intentara hallar el equilibrio entre éste y parte de la conservación de la diversidad de la población tras varias generaciones con el objetivo además de que no se callera en una falsa solución, es decir un óptimo local. Así mismo, como ya se comentó, se ha tomado en cuenta el aporte de la mutación para la convergencia del algoritmo, pues su papel reside en la introducción de individuos con nuevas características que permiten dotar a la población de mayor diversidad, con el objetivo de escapar de falsas soluciones. Aunque como ya se comentó, los individuos mutados suelen presentar ajustes poco confiables, por lo que una elevada tasa de mutación conduciría a resultados no deseados.

5.3.1 Configuración del algoritmo

Después de varias pruebas realizadas con diversas configuraciones, se ha optado por las siguientes opciones de configuración de la función “ga” integrada en Matlab mediante la metodología de ensayo-error hasta dar con los mejores resultados posibles (Tabla 5-1):

Tabla 5-1. Configuración del algoritmo genético

Población	100 individuos
Población inicial	x_0
Operador de selección	Selección del restante
Elistimo	2 individuos por generación
Operador de cruce	Heurístico
Tasa de cruce	0.8
Operador de mutación	Adaptación factible
Tasa de mutación	0.01
Función de hibridación	Patrón de búsqueda (patternsearch)
Criterios de parada	Generaciones=100 Tolerancia=10e-16 Generaciones con misma estela=15

Se ha optado por el uso de la función de minimización “patternsearch” que se ejecuta tras la finalización del algoritmo genético con el objetivo de lograr una mayor precisión de los resultados obtenidos. Por otra parte, se ha utilizado un operador de selección denominado selección del restante, que, se caracteriza por elegir a los padres de manera determinante eligiendo su parte real mediante una selección por escalada mientras que la parte fraccionaria restante se elige mediante selección por ruleta.

5.3.2 Resultados

A continuación, se presentan los errores rms obtenidos (Tabla 5-2, Tabla 5-3) mediante el uso de las ecuaciones (4.1-4-5), (5.1-5.2).

Tabla 5-2. Errores rms mediante uso de algoritmos genéticos para motores de potencias reducidas. Criterio de par de arranque.

T_{st}	T_{max}	P_o^{FL}	η^{FL}	pf^{FL}
8,202e-03	1,216e-02	6,666e-02	1,104e-02	1,836e-02

Tabla 5-3. Errores rms mediante uso de algoritmos genéticos para motores de potencias elevadas. Criterio de par de arranque.

T_{st}	T_{max}	P_o^{FL}	η^{FL}	pf^{FL}
5,8871e-05	1,2628e-05	1,648e-02	2,092e-03	0,01,092e-02

Como puede observarse, los errores rms no son relativamente pequeños en comparación con los obtenidos mediante la técnica de los mínimos cuadrados. Por un lado, la actuación para motores de mayor potencia ha dado mejores resultados, como puede comprobarse, y en concreto, para una prueba de 317 motores de ha tardado 17218.348994 segundos, es decir, algo más de 4 horas y 46 minutos, lo que implica que para cada motor se ha requerido aproximadamente 54 segundos, mientras que el tiempo de cálculo requerido para el catálogo de 538 motores (la mayoría d ellos de poca potencia nominal) ha resultado ser de 19137.908094 segundos, es decir, 5 horas y 32 minutos aproximadamente, resultando, por tanto, muy ineficiente desde el punto de vista del tiempo computacional. Este hecho, podría deberse a que, durante los saltos generacionales, la información únicamente se conserva de padres a hijos y ya el siguiente salto generacional no cuenta con dicha información, por lo que pueden darse retrocesos en la búsqueda del óptimo pese a que tras varias generaciones pueda volverse a obtener los parámetros obtenidos previos al retroceso. Sin embargo, todos los parámetros obtenidos han resultado ser positivos y de valores verosímiles para motores de bajas potencias, lo que indica, que, si bien no es el mejor método desde el punto de vista computacional, sí se muestra como un método polivalente para hallar soluciones en problemas donde no está muy claro como proceder para determinar una solución. Sin embargo, un método que encaje a la perfección con el problema en cuestión, siempre será más eficiente que las técnicas basadas en algoritmos genéticos.

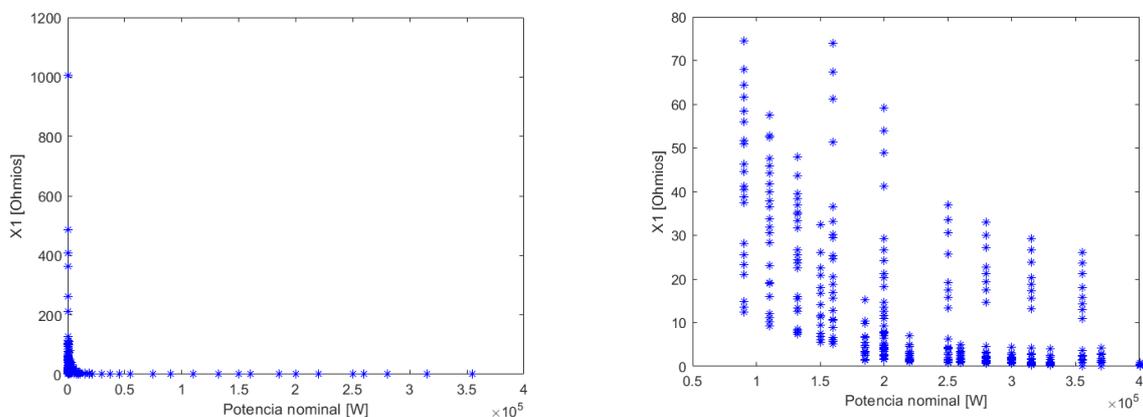


Figura 5-7. Valores de X_l mediante uso de algoritmos genéticos para motores de potencias reducidas y elevadas respectivamente. Criterio de par de arranque.

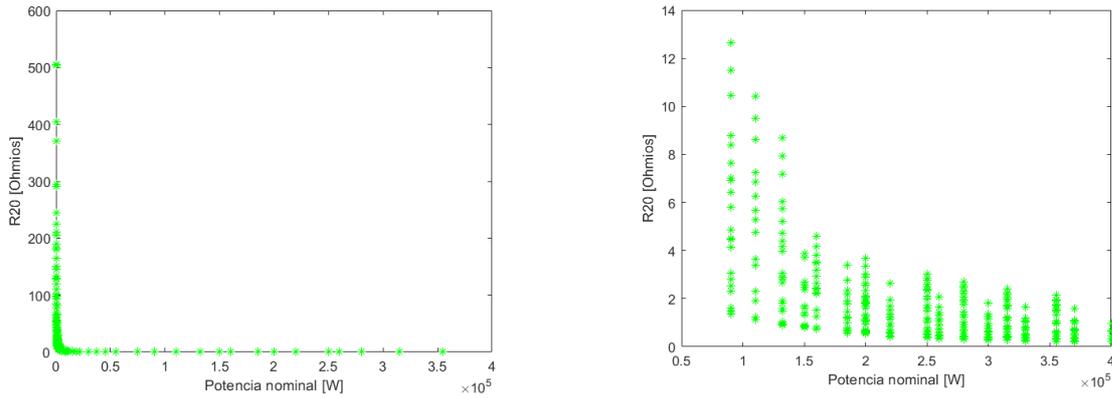


Figura 5-8. Valores de R_{20} mediante uso de algoritmos genéticos para motores de potencias reducidas y elevadas respectivamente. Criterio de par de arranque.

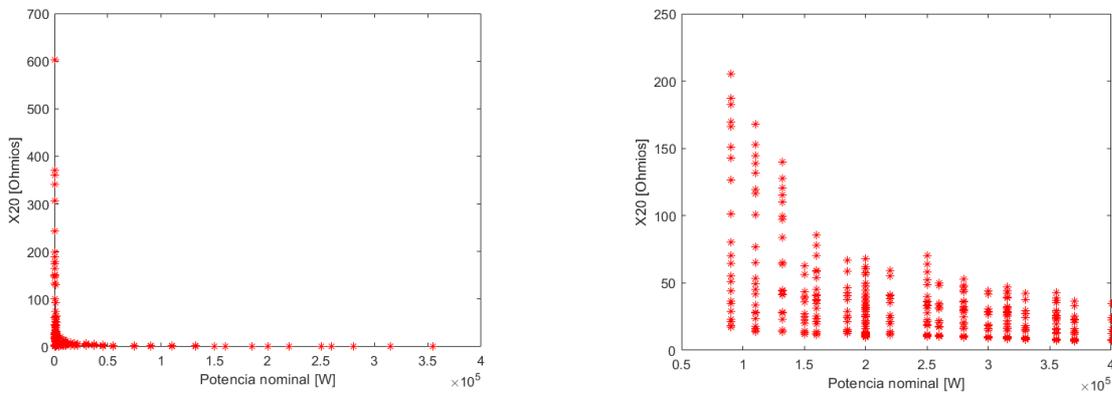


Figura 5-9. Valores de X_{20} mediante uso de algoritmos genéticos para motores de potencias reducidas y elevadas respectivamente. Criterio de par de arranque.

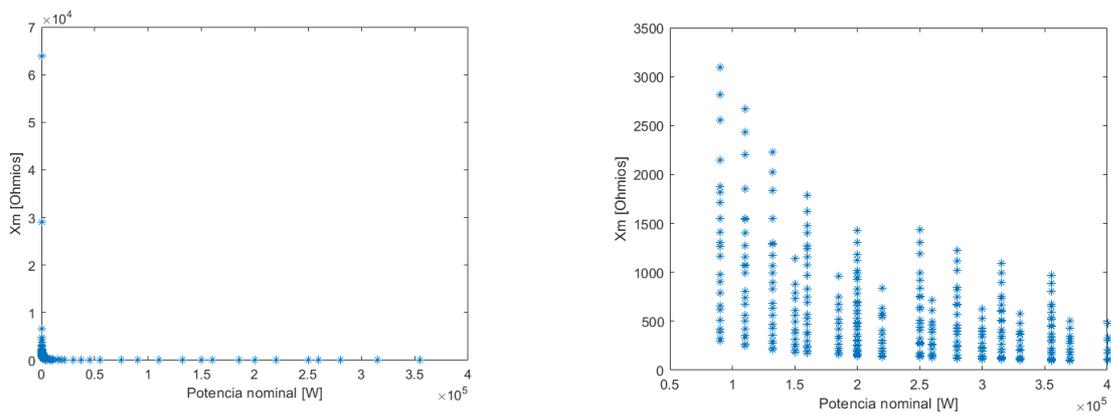


Figura 5-10. Valores de X_m mediante uso de algoritmos genéticos para motores de potencias reducidas y elevadas respectivamente. Criterio de par de arranque.

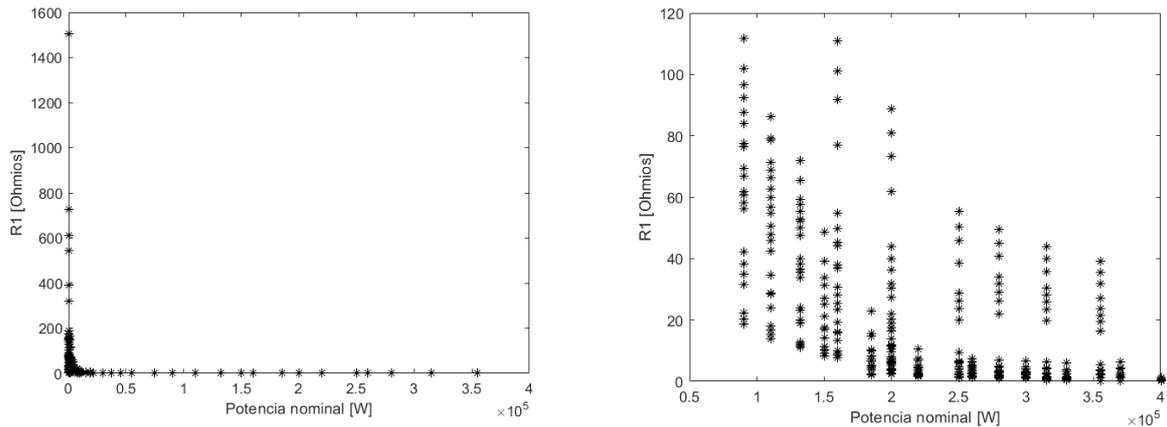


Figura 5-11. Valores de R_l mediante uso de algoritmos genéticos para motores de potencias reducidas y elevadas respectivamente. Criterio de par de arranque.

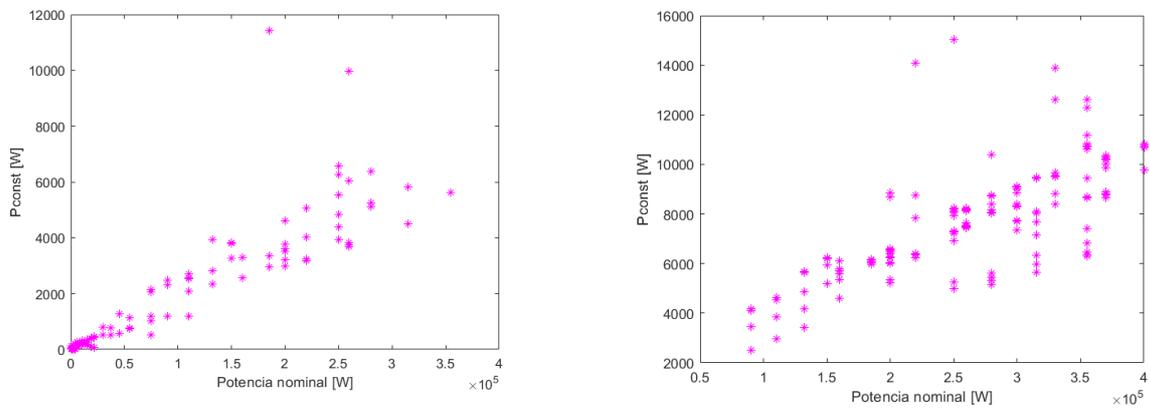


Figura 5-12. Valores de P^{const} mediante uso de algoritmos genéticos para motores de potencias reducidas y elevadas respectivamente. Criterio de par de arranque

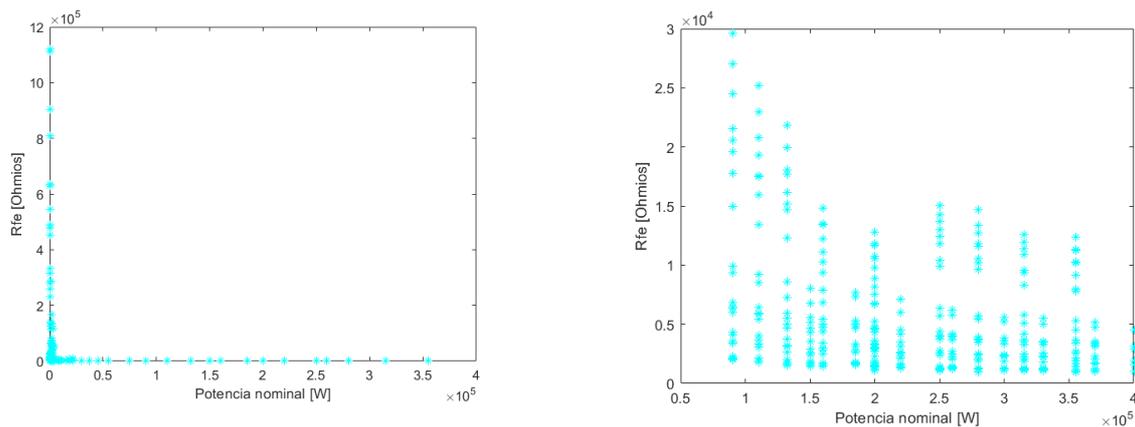


Figura 5-13. Valores de R_{Fe} mediante uso de algoritmos genéticos para motores de potencias reducidas y elevadas respectivamente. Criterio de par de arranque.

Las figuras correspondientes, des de la Figura 5-7 hasta la Figura 5-13 muestran el comportamiento de los parámetros específicos en función de la potencia nominal del motor.

Por otra parte, también se ha llevado a cabo el mismo estudio aplicando el criterio de la intensidad estática de arranque (Tabla 5-4), sin embargo, los resultados no han sido en su conjunto demasiado satisfactorios para motores de potencias reducidas, pues alrededor de la mitad de las soluciones correspondientes a los motores probados no han logrado converger (Tabla 5-5), por lo que se requeriría la revisión de las opciones de configuración del algoritmo.

Tabla 5-4. Errores rms mediante uso de algoritmos genéticos para motores de potencias reducidas. Criterio corriente estática de arranque.

I_{st}	T_{max}	P_o^{FL}	η^{FL}	pf^{FL}
6,814840059e-06	0,006290486145	0,06262510411	0,06476628698	0,01612614370

Tabla 5-5. Errores relativos según convergencia. Criterio corriente estática de arranque.

Convergencia	T_{st}	T_{max}	P_o^{FL}	η^{FL}	pf^{FL}
Sí	2,29615e-06	0,00714007	0,0291881	0,01213033	0,00060864
No	2,37393e-06	0,00089569	0,0031176	0,00018131	0,85674857

Por otro lado, aplicando el mismo algoritmo a motores de tamaños superiores, sí se han logrado obtener unos resultados más positivos (Tabla 5-6), aunque cabe destacar la tardanza del métodos, pues para un total de 317 motores se ha requerido un tiempo total de 30255.684466 segundos, es decir, el tiempo medio de cálculo para un motor es aproximadamente algo más de un minuto medio de cálculo, por lo que se hace evidente una de las principales desventajas que padece esta técnica.

Tabla 5-6. Errores rms mediante uso de algoritmos genéticos para motores de potencias elevadas. Criterio corriente estática de arranque.

I_{st}	T_{max}	P_o^{FL}	η^{FL}	pf^{FL}
6,814840059e-06	0,006290486145	0,06262510411	0,06476628698	0,01612614370

En la Tabla 5-7 se exponen detalladamente varios motores con sus respectivos parámetros obtenidos mediante el uso de la computación evolutiva planteada por los algoritmos genéticos.

Tabla 5-7. Parámetros y errores de varios motores de inducción determinados mediante criterio de par de arranque. AG.

Motor	IEC	IEC	IEC	NEMA	IEC	NEMA
Potencia nominal [kW]	4.00	90.00	355.00	550.00	4000.00	10000.00
Tensión[V]	415	440	480	400	5000	13800
Frecuencia [Hz]	50	50	50	60	50	60
Pares de polos	1	2	2	2	1	2
R₁[Ω]	5.113218	0.08860825	0.01826339	0.0068630	1.470725	0.2468171
X₁[Ω]	8,612989	0,08766247	0,00134654	0,0005977	0,802556	6,7913147
R_{fe}[Ω]	15909,44	903,56633	237,955422	100,96097	13521,12	4175,333
X_m[Ω]	179,6122	13,652407	4,26518801	1,7879117	475,1521	205,09890
R₂₀[Ω]	3,408812	0,0590721	0,01217559	0,0045753	0,980483	0,1645447
X₂₀[Ω]	2,246665	0,9472627	0,31323035	0,1356887	34,85213	5,3064048
P_{const} [kW]	47,03109	1185,9476	5607,75581	9228,8773	10685,73	228182,99
Error T_{st}	5,2165e-05	5,2320e-06	1,3526e-05	1,2688e-05	3,1217e-06	5,809e-04
Error T_{max}	8,0324e-07	1,08494e-07	0,0025501	0,0027997	2,64705e-08	6,43668e-07
Error P_o^{FL}	7,7155e-05	6,5280e-06	7,1943e-05	6,6232e-05	3,4364e-06	7,109e-04
Error η^{FL}	7,4184e-05	6,55721e-06	3,4316e-06	2,83108e-06	3,47301e-06	5,8070e-05
Error pf^{FL}	2,853e-02	6,403e-03	3,139e-03	3,017e-03	2,500e-03	5,547e-03

En la siguiente Figura 5-14, se presenta el diagrama de flujo seguido para la implementación del código en Matlab correspondiente:

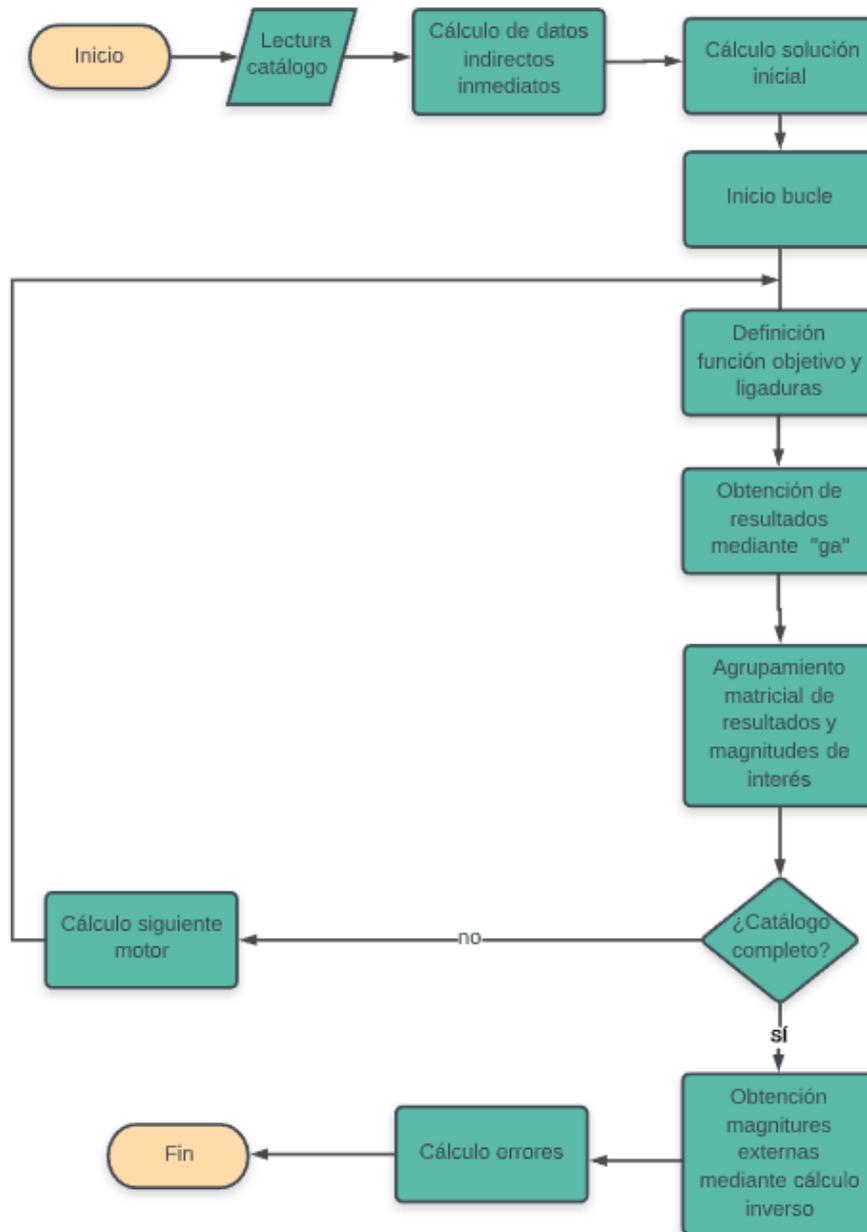


Figura 5-14. Diagrama de flujo para obtención de parámetros mediante algoritmo genético.

6 OPTIMIZACIÓN POR ENJAMBRE DE PARTÍCULAS

La optimización por enjambre de partículas, generalmente más conocida por sus siglas PSO en inglés *particle swarm optimization*, es una nueva técnica de optimización asociada a espacios de búsqueda de N dimensiones. Este método fue descrito por James Kennedy y Russell C. Eberhart alrededor de 1995 y se inspira en los procesos del comportamiento sociológico que presentan aquellos animales que viven en colonias, tales como los bancos de peces o las bandadas de aves. Véase la

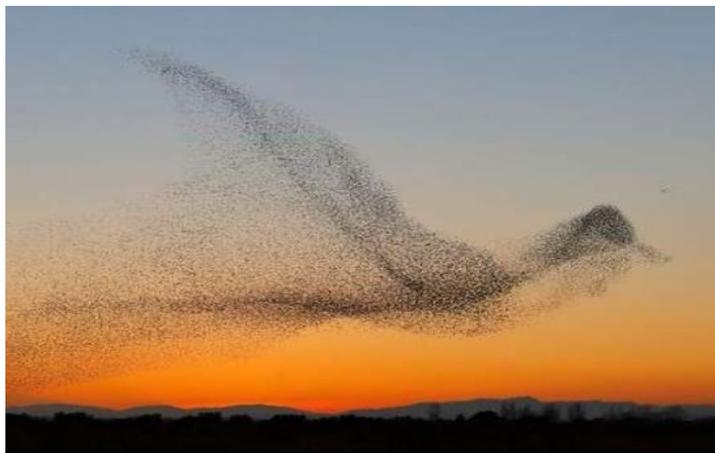


Figura 6-1. Bandada de *sturnus vulgaris* (estorninos).



Figura 6-2. Cardumen de *Thunnus thynnus* (atunes rojos).

Para poner un ejemplo concreto, podemos recurrir a insectos como las abejas, que a la hora de hayar polen en un paraje de una región buscarán el espacio donde abunden más las flores pues la probabilidad de existencia de polen en las mismas será mayor. Esta misma idea, fue la que Kenedy y Eberhart trasladaron al ámbito computacional en forma de algoritmo, y se ha consolidado como una de las técnicas fundamentales en lo que concierne al campo de la optimización natural, así como la optimización mediante algoritmos genéticos.

6.1 Fundamento de la optimización por enjambre de partículas

El método PSO como se ha indicado, se centra en el comportamiento de ciertos animales cuando migran o desplazan en búsqueda de alimento, de manera que, si un individuo de la colonia detecta un camino deseable para el desplazamiento, el resto del enjambre lo seguirá inmediatamente. Aplicando este concepto a la técnica de optimización en cuestión, esto se traduce en partículas con una posición y velocidad asignada en una región de búsqueda donde la población recibe el nombre de enjambre y los individuos el nombre de partícula.

La población inicial se genera de manera aleatoria, y a partir de aquí, cada partícula trata de hallar el óptimo global localizable en alguna posición del espacio de búsqueda pertinente. Durante la migración de las partículas, cada una de ellas ajusta su posición de acuerdo a su propia experiencia y la experiencia de las partículas circundantes a la misma, recordando la mejor posición que han encontrado. Cada una de las partículas presentes entabla comunicación con las demás para transmitir las buenas posiciones halladas y dinámicamente adaptan su posición y velocidad hacia la dirección que apunte a la mejor posición. La velocidad a su vez, también se ajusta al comportamiento histórico de las propias partículas del enjambre. Este procedimiento de búsqueda puede expresarse como:

$$V_i^{k+1} = W^k \times V_i^k + C_1 \times rand_1 \times (Pbest_i^k - X_i^k) + C_2 \times rand_2 \times (Gbest^k - X_i^k) \quad (6.1)$$

$$X_i^{k+1} = X_i^k + V_i^{k+1} \quad (6.2)$$

Siendo V y X los vectores que denotan la velocidad y posición de las partículas respectivamente.

En el proceso de actualización de la velocidad, $Pbest_i^k$ representa la mejor posición previa de una partícula y $Gbest^k$ la posición de la mejor partícula entre todas las presentes; C_1 y C_2 llamadas coeficientes de aceleración son constantes positivas y pretenden empujar las partículas hacia $Pbest_i^k$ y $Gbest_k$ o dicho de otro modo, controlan la influencia relativa hacia $Pbest_i^k$ y $Gbest_k$. En concreto, C_1 se denomina atracción al mejor personal y C_2 atracción al mejor global. Además, según su ajuste, si estos coeficientes resultan próximos a cero, el algoritmo llevará a cabo una búsqueda fina en una región, mientras que si són cercanos a uno la partícula podrá ser capaz de sobrepasar $Pbest_i^k$ y $Gbest_k$, dando lugar a una búsqueda más amplia. Así mismo $rand_1$ y $rand_2$ son números aleatorios situados en el rango $[0,1]$ y W representa el factor de inercia, es decir, mantiene las partículas en la dirección que se movían. Una elección idónea del factor de inercia puede proveer balance entre la exploración global y la local, esto es, resultados en un menor número de iteraciones para hallar la solución óptima. En general, para mejorar las características de convergencia, el factor de inercia suele formularse para que decrezca linealmente, descendiendo desde W_{max} a W_{min} como se indica en la siguiente expresión:

$$W_k = W_{max} - \frac{W_{max} - W_{min}}{Iter_{max}} Iter \quad (6.3)$$

De esta manera, cada partícula es atraída hacia la mejor localización que personalmente ha encontrado en su historia y a su vez cada partícula es atraída hacia la mejor localización que ha sido encontrada por el conjunto de partículas en el espacio de búsqueda, convenservando durante todo el movimiento el término de la inercia. Véase la Figura 6-3.

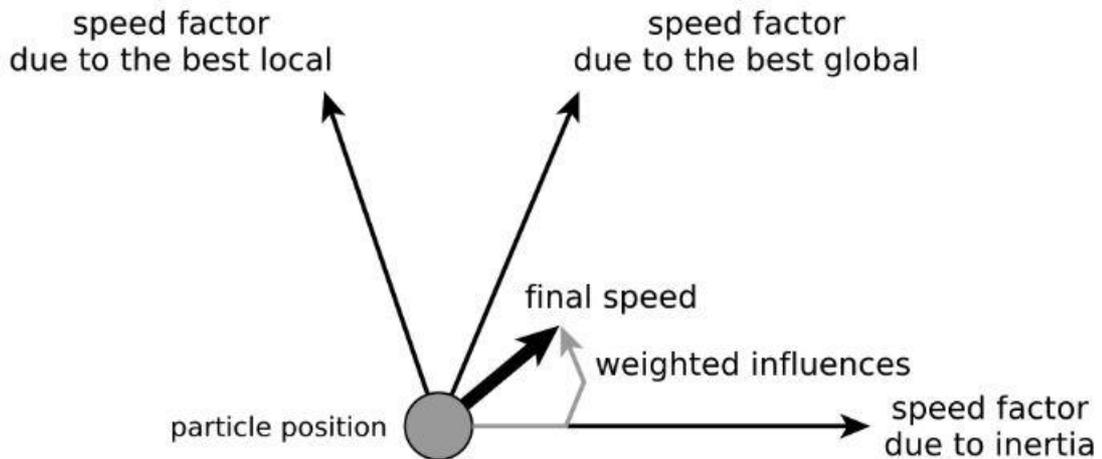


Figura 6-3. Factores para la determinación de la posición de un individuo en un algoritmo PSO.

Dicho esto, puede visualizarse que la fuerza con la que son empujadas las partículas a cada una de estas direcciones depende esencialmente de tres parámetros, y estos son, la inercia, la memoria y la cooperación que en conjunto, harán que las partículas que pretenden alejarse más de las mejores localizaciones sufran una mayor fuerza de atracción como muestra la Figura 6-4, donde además se escenifica el mecanismo de búsqueda del algoritmo PSO, actualizando la posición y la velocidad basándose en las ecuaciones (6.1),(6.2):

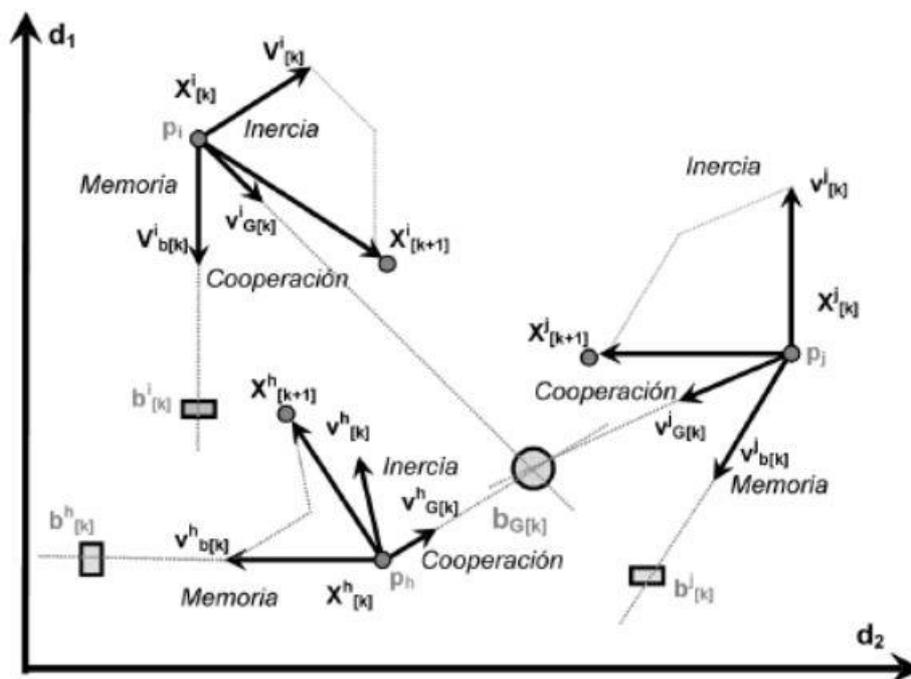


Figura 6-4. Movimiento conjunto de los individuos en un algoritmo PSO.

En general, la implementación de un algoritmo PSO consta de las siguientes partes:

- Inicialización: se determinan los límites de la posición de las partículas y la velocidad, la población inicial, los respectivos valores de $Pbest_i$, la posición y la velocidad de las partículas correspondientes a las ecuaciones (6.1), (6.2) y la condición de parada del algoritmo
- Evaluación de la población inicial: se evalúa la actuación de todas las partículas con la función objetivo y se selecciona la mejor partícula global, $Gbest$.
- Actualización de posición y velocidad: se actualizan los valores de la posición y velocidad de acuerdo con las ecuaciones (6.1), (6.2). En caso de que dichos valores estén fuera de los límites correspondientes, estos se ajustan a los valores establecidos.
- Evaluación de la población actualizada: de nuevo, se realiza el estudio de la correspondiente población y la $Pbest_i$, y $Gbest$ son actualizadas si fuera necesario.
- Verificación del criterio de parada: en caso de no haber alcanzado ninguno de las condiciones de parada establecidas, el algoritmo volverá al tercer punto para seguir minimizando los valores de la función objetivo.
- Resultados: la mejor solución obtenida durante la búsqueda del óptimo, $Gbest$, es presentada.

6.1.1 Codificación del problema

Los algoritmos del tipo PSO, al igual que los algoritmos genéticos (AG) se engloban dentro del grupo de algoritmos centrados en la minimización de funciones mediante métodos probabilísticos. Al igual que los AG, los algoritmos PSO destacan por operar varios caminos de forma intrínsecamente paralela, sin hacer uso de derivadas u otros operadores que puedan llegar a comprometer la solución buscada, como pueda ser el caso de los algoritmos de búsqueda en línea, por ejemplo, el algoritmo de Newton. Además, puede resultar prescindible la creación de una población inicial, aunque siempre se mejorará el tiempo de actuación si pueden ser facilitados unos valores iniciales que se crea que son cercanos al óptimo. Por tanto, así como ocurre con los AG, son procedimientos que no requieren un conocimiento detallado del comportamiento y estructura del sistema y mediante cambios aleatorios en las soluciones potencialmente candidatas y el ajuste de una función multivariable son capaces de discernir si los resultados hallados resultan ser cercano al óptimo o no y obrar en consecuencia.

Dicho esto, han tomado como valores iniciales los mismos tomados para la resolución del problema de mínimos cuadrados y se han establecidos como límites un valor proporcional de los mismos, en concreto, se ha tomado para el límite inferior los valores iniciales multiplicados por 0.05 mientras que para los superiores se ha multiplicado por 15. Por otro lado, la función fitness a optimizar se presenta mediante la siguiente expresión:

$$f = \sqrt{\left(\frac{P_o^{FL} - P_o(s_{FL})}{P_o^{FL}}\right)^2 + \left(\frac{P_{in}^{FL} - P_{in}(s_{FL})}{P_{in}^{FL}}\right)^2 + \left(\frac{Q_{in}^{FL} - Q_{in}(s_{FL})}{Q_{in}^{FL}}\right)^2 + \left(\frac{T_{max} - T(s_{max})}{T_{max}}\right)^2 + \left(\frac{T_{st} - T(1)}{T_{st}}\right)^2} \quad (6.4)$$

De nuevo, al igual que para el AG, se ha tomado el cuadrado de los errores relativos para evitar que posibles errores negativos se pudieran restar entre ellos.

Para la resolución del algoritmo, se ha hecho uso de la función “particleswarm” que incluye Matlab en su biblioteca de comandos. Esta herramienta, permite a su vez la configuración de ciertas opciones del algoritmo que influirán sobre la precisión obtenida durante los resultados, así como el tiempo de cálculo necesario para llevar a cabo el procedimiento. Tras varias pruebas realizadas, se ha determinado que las opciones que dan un mejor ajuste del problema resultan ser:

Tabla 6-1. Configuración del algoritmo PSO

Tamaño del enjambe	10e15
Enjambre inicial	x_0
Función de hibridaje	Búsqueda por patrón
Criterios de parada	Iteraciones=10e5 Tolerancia=10e-15 Iteraciones con misma estela=25

6.1.2 Resultados

En la Tabla 6-2 y Tabla 6-3, se muestran los resultados obtenidos mediante el uso de las ecuaciones planteadas en (4.1)-(4.5) tras realizar el ajuste con la ecuación (6.4):

Tabla 6-2. Errores rms mediante uso de algoritmos PSO para motores de potencias reducidas. Criterio de par de arranque.

T_{st}	T_{max}	P_o^{FL}	η^{FL}	pf^{FL}
3,848e-02	6,420e-04	7,570e-03	1,049e-02	9,658e-03

6-3. Errores rms mediante uso de algoritmos PSO para motores de potencias elevadas. Criterio de par de arranque.

T_{st}	T_{max}	P_o^{FL}	η^{FL}	pf^{FL}
7,211e-03	7,278e-05	1,275e-03	3,564e-05	1,1302e-03

De nuevo, se presentan los resultados obtenidos mediante el criterio del par de arranque, siendo más favorables los correspondientes a motores de potencias superiores. En concreto, se ha tardado un tiempo de 28.950953 segundos para el catálogo de 317 motores, lo que implica que la resolución de cada motor se ha llevado a cabo mediante un tiempo de aproximadamente 9 centésimas de segundo. Por otro lado, los valores hallados mediante esta técnica han resultado ser todos positivos, aunque este hecho se trate de una tautología, pues se han establecido límites que restringen el problema a un rango específico de valores. Aún así, la combinación de los resultados con el muy reducido tiempo de cálculo para cada máquina de inducción lo convierten en un método potencialmente útil en ocasiones cuando se precise rapidez con una precisión aproximada. A continuación, se presentan las figuras correspondientes que abarcan desde la Figura 6-5 hasta la Figura 6-11 y muestran la disposición de los parámetros estimados en función de la potencia, así como algunos valores concretos de motores de varios catálogos:

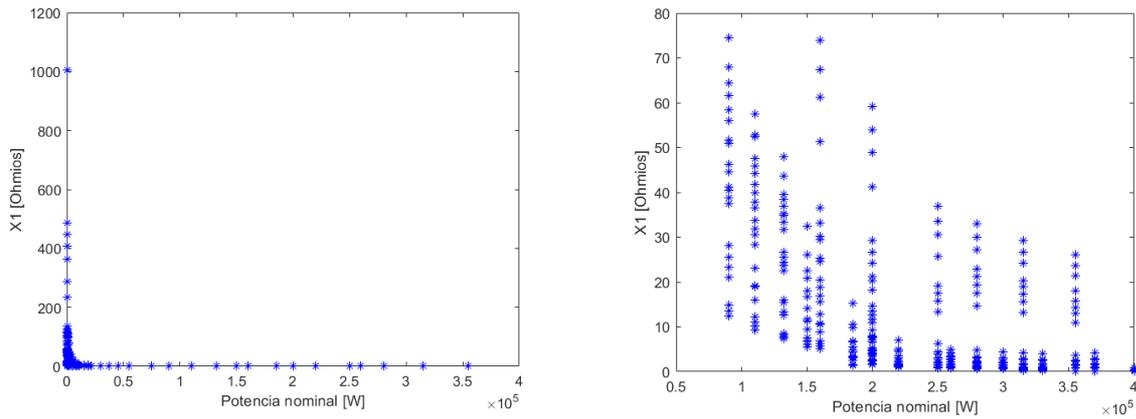


Figura 6-5. Valores de X_1 mediante uso de algoritmos PSO para motores de potencias reducidas y elevadas respectivamente. Criterio de par de arranque.

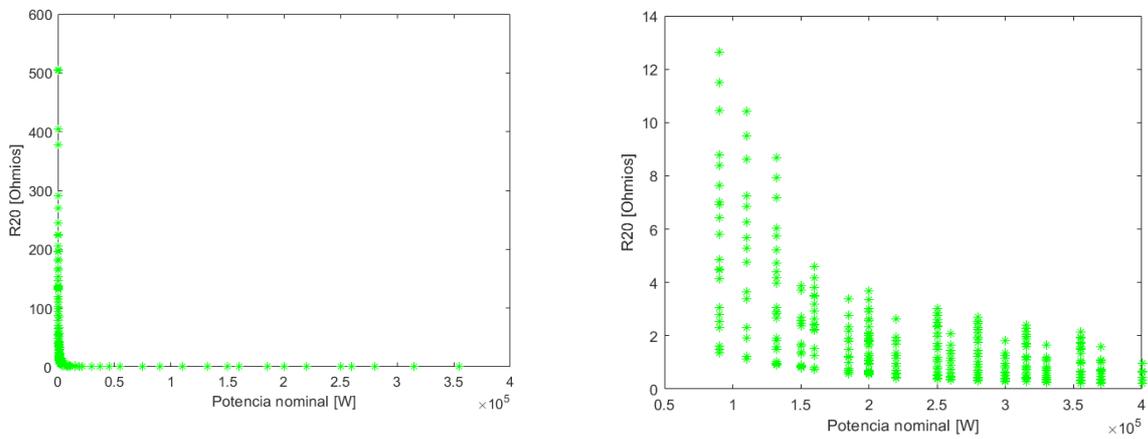


Figura 6-6. Valores de R_{20} mediante uso de algoritmos PSO para motores de potencias reducidas y elevadas respectivamente. Criterio de par de arranque

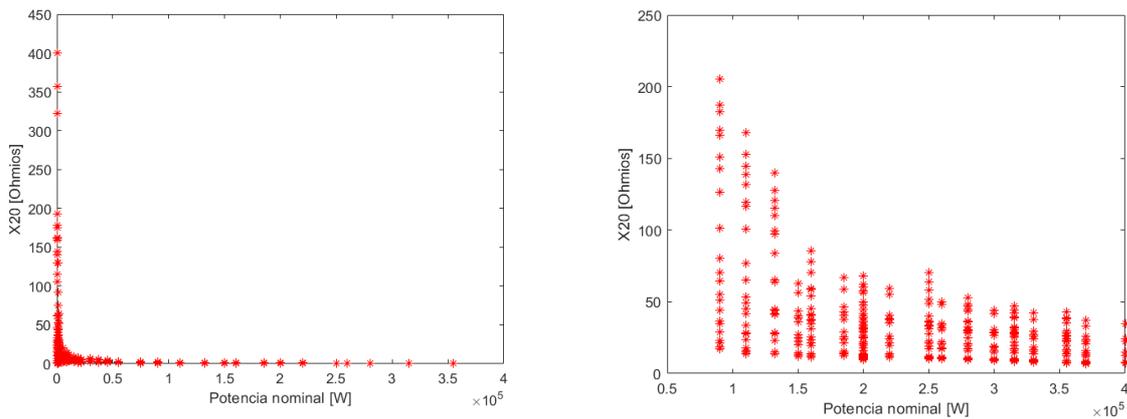


Figura 6-7. Valores de X_{20} mediante uso de algoritmos PSO para motores de potencias reducidas y elevadas respectivamente. Criterio de par de arranque.

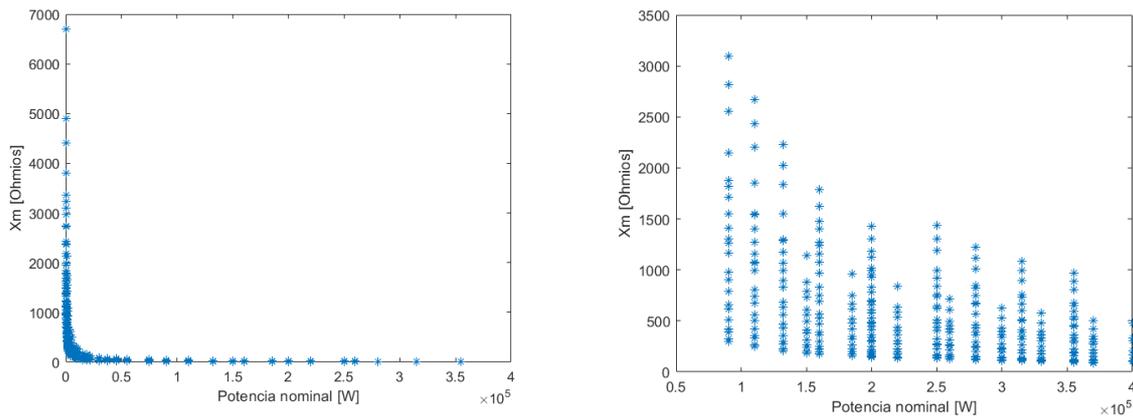


Figura 6-8. Valores de X_m mediante uso de algoritmos PSO para motores de potencias reducidas y elevadas respectivamente. Criterio de par de arranque.

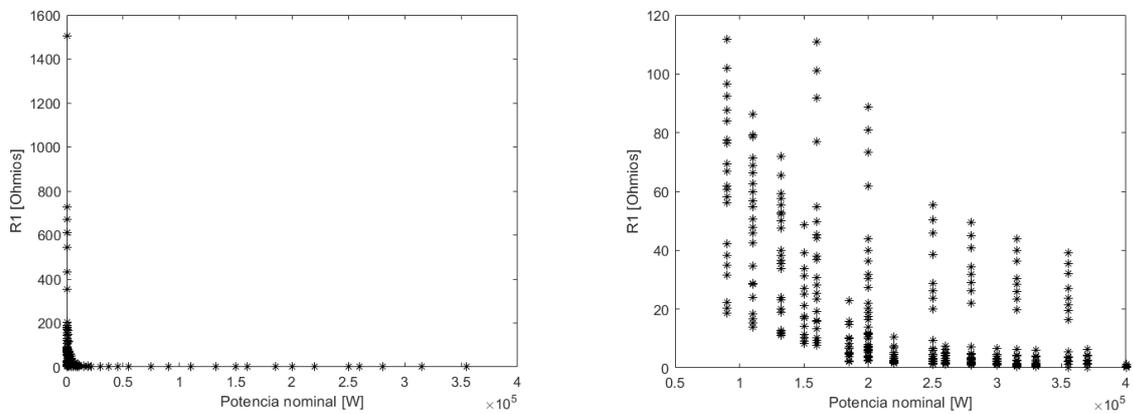


Figura 6-9. Valores de R_l mediante uso de algoritmos PSO para motores de potencias reducidas y elevadas respectivamente. Criterio de par de arranque.

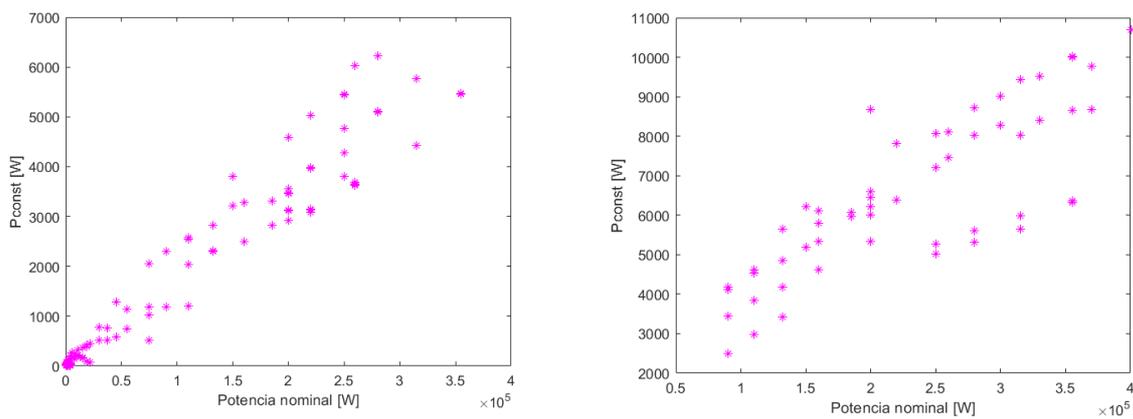


Figura 6-10. Valores de P^{const} mediante uso de algoritmos PSO para motores de potencias reducidas y elevadas respectivamente. Criterio de par de arranque.

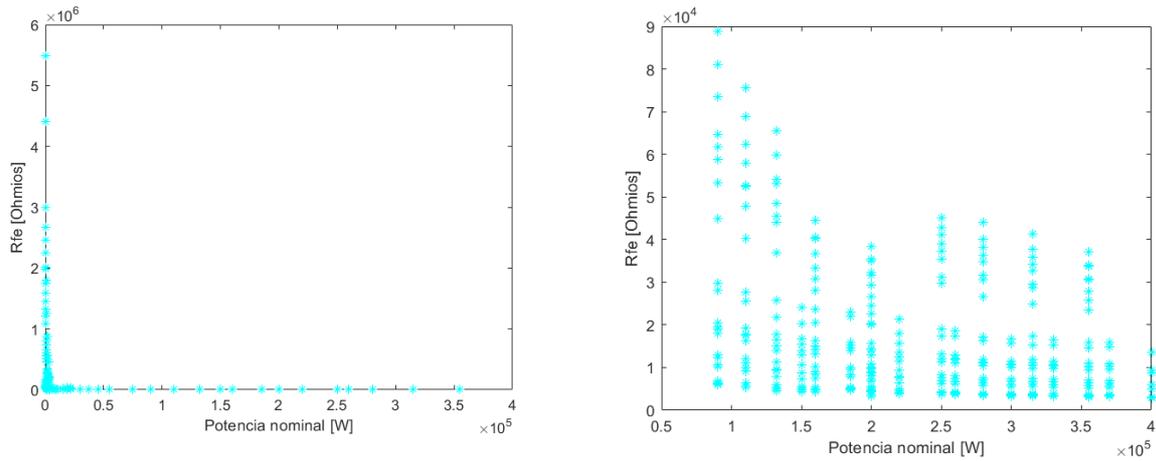


Figura 6-11. Valores de R_{Fe} mediante uso de algoritmos PSO para motores de potencias reducidas y elevadas respectivamente. Criterio de par de arranque.

Por otro lado, también se han obtenido los resultados de aplicar el criterio de arranque mediante esta técnica algorítmica, sustituyendo en la ecuación (6.4) los valores relacionados con el par de arranque por la intensidad en el mismo punto de funcionamiento. Sin embargo, los parámetros obtenidos mediante este criterio no han resultado satisfactorios, pues el margen de error cometido excede con creces los valores deseados:

Tabla 6-4. Errores rms mediante uso de algoritmos PSO para motores de potencias elevadas. Criterio de intensidad estática de arranque.

I_{st}	T_{max}	P_o^{FL}	η^{FL}	pf^{FL}
0.2139	0.0016	0.0061	0.0055	0.0008

En la Tabla 6-5, se detallan para ciertos motores los parámetros obtenidos mediante la técnica de enjambre de partículas:

Tabla 6-5. Parámetros y errores de varios motores de inducción determinados mediante criterio de par de arranque. PSO.

Motor	IEC	IEC	IEC	NEMA	IEC	NEMA
Potencia nominal [kW]	4.00	90.00	355.00	550.00	4000.00	10000.00
Tensión[V]	415	440	480	400	5000	13800
Frecuencia [Hz]	50	50	50	60	50	60
Pares de polos	1	2	2	2	1	2
R₁[Ω]	5.1132169	0.0886082	0.01826339	0.0068630	0.00686302	0.2468171
X₁[Ω]	8,612936	0,0876625	0,00134654	0,0005977	0,8025565	6,799258
R_{fe}[Ω]	15909,72	903,5716	244,1313	104,5859	13521,10	4168,343
X_m[Ω]	179,6122	13,65240	4,354080	1,831435	475,1522	204,8495
R₂₀[Ω]	3,408811	0,0590721	0,0122792	0,0046295	0,9804834	0,1646407
X₂₀[Ω]	2,246632	0,9472622	0,3350782	0,1483005	34,85214	5,297207
P_{const} [W]	47,03022	1185,940	5464,307	8905,9969	10685,752	228532,96
Error T_{st}	5.2166e-05	5.2323e-06	1.3526e-05	1.2688e-05	3.1217e-06	0.00058095
Error T_{max}	8.0325e-07	1.0849e-07	0.0025501	0.0027998	2.6471e-08	6.4367e-07
Error P_o^{FL}	7.7156e-05	6.528e-06	7.1944e-05	6.6233e-05	3.4364e-06	0.00071099
Error η^{FL}	7.4184e-05	6.5572e-06	3.4316e-06	2.8311e-06	3.473e-06	5.8071e-05
Error pf^{FL}	0.028532	0.0064031	0.0031393	0.0030179	0.0025008	0.0055478

Para finalizar, se presentará mediante la Figura 6-12 un diagrama de flujo orientativo sobre los pasos seguidos para la implementación del código en cuestión:

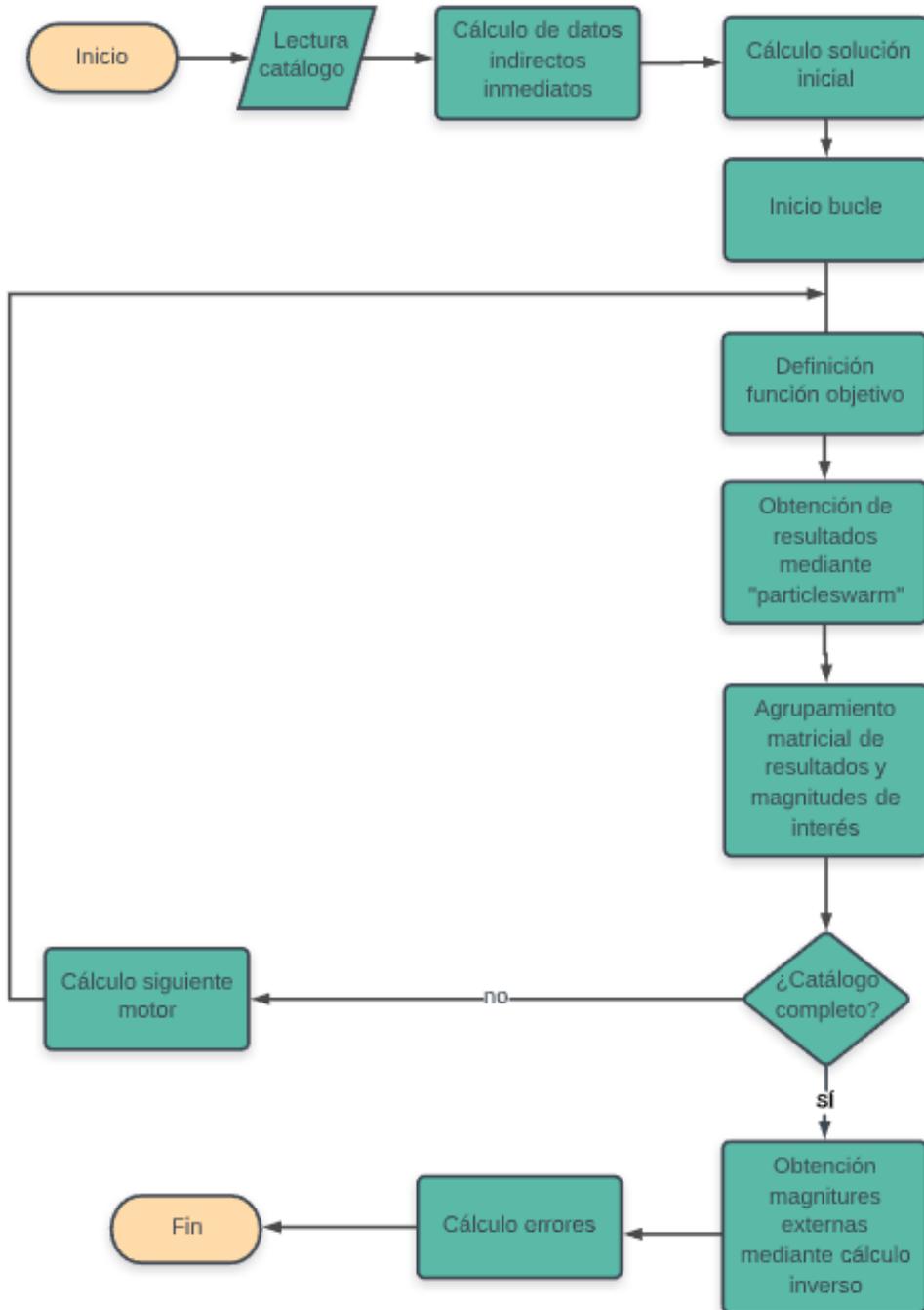


Figura 6-12. Diagrama de flujo para la obtención de parámetros mediante optimización por enjambre de partículas.

7 CONCLUSIÓN

El objetivo de este trabajo ha sido el desarrollo de una herramienta que permita resolver el problema de la identificación de parámetros de los modelos de circuito del motor de inducción a partir de los catálogos proporcionados por los mismos fabricantes. En concreto, esta técnica ha pretendido sortear la determinación tradicional de los parámetros basada en la toma de mediciones a partir de bancos de ensayo, que requiere instrumentación específica, así como personal cualificado, si resulta posible la realización de la misma, pues no siempre es posible debido a que no se puede interrumpir el funcionamiento de la máquina en cuestión o bien su configuración no lo permite, además del sobrecoste que conlleva para la empresa dicho proceso. A su vez, durante la fase de diseño de una instalación pueden resultar necesarios los parámetros del motor o los motores implicados en la misma para evaluar el impacto que estos puedan llegar a tener. En estas situaciones, la única información disponible resulta ser el catálogo del fabricante.

En estos casos, se procederá a la identificación de los parámetros del motor de inducción a partir de modelos que intenten acotar parte de la realidad sobre el papel, esto es, ser capaces de predecir del comportamiento que nuestra máquina pueda desempeñar a lo largo de su funcionamiento, y según el objeto de estudio (precisión deseada, punto de funcionamiento), serán utilizados modelos más sencillos como pueda resultar un modelo de jaula simple simplificado, a modelos de alto orden como un modelo de doble jaula, por ejemplo. Sin embargo, existirán diferencias entre los valores que se puedan obtener a partir de mediciones realizadas in situ y las obtenidas a través de un modelo equivalente. En primer lugar, los aparatos de medida utilizados incorporarán errores asociados a la cadena de instrumentación y los resultados obtenidos serán exclusivos del motor específico tratado, mientras que por otro lado, los parámetros obtenidos mediante técnicas computacionales a partir de los datos ofrecidos por el fabricante, representarán un conjunto de motores de características muy similares pero no idénticas, que además, presentarán ciertos rangos de tolerancia que variará de acuerdo con el tamaño del grupo de motores en cuestión según los criterios establecidos por normativa. Y, en consecuencia, este hecho implicará que para la determinación de parámetros del modelo de circuito deban usarse técnicas de optimización que intenten reducir al máximo los errores producidos entre la información ofrecida por el fabricante y las predicciones que resulten del modelo estudiado, a fin de lograr unos valores que resulten representativos del conjunto de motores de una misma serie, a la vez que confiables, un hecho que no sería posible mediante técnicas más básicas al no ser posible igualar la predicciones de magnitudes realizadas con la información procedente del catálogo de fabricante.

En concreto, para este trabajo se ha utilizado un modelo de circuito de jaula simple exacto cuyos parámetros rotóricos han sido ajustados en función del deslizamiento con la finalidad de poder prescindir de modelos de alto orden para la determinación de magnitudes tanto en el arranque, como en la zona normal de operación. Para la creación de la aplicación informática, se ha hecho uso de Matlab y se ha probado sobre más de 2000 motores procedentes del fabricante WEG debido a la gran ventaja que presenta con respecto a la mayoría de fabricantes de facilitar los catálogos mediante formato Excel.

En primer lugar, se ha llevado a cabo la estimación de los parámetros del modelo de circuito mediante técnicas basadas en mínimos cuadrados y posteriormente, se le han añadido ciertas mejoras centradas en técnicas de ajustes de regresión lineal. En su conjunto, ha resultado ser un método muy eficiente, aunque, sin embargo, precise de unos valores iniciales próximos a la solución, pues en caso contrario, el método puede llegar a no converger, dando lugar a divergencias, así como caídas en óptimos locales, hecho que se ha visto acusado en los motores de potencias reducidas donde las tolerancias permitidas por la norma son mayores que las que puedan presentar motores de potencias superiores.

En segundo lugar, se ha implementado una metodología basada en algoritmos genéticos, y mediante una correcta selección de restricciones, se han logrado unos buenos resultados. El punto fuerte para este algoritmo ha sido sin duda que, sin la necesidad de un punto de partida suficientemente próximo al óptimo, ha logrado converger, aunque cabe decir, que la eficiencia no es un punto a destacar para este tipo de algoritmos.

En tercer lugar, se ha procedido a la implementación de algoritmos basados en enjambres de partículas que, mediante unas ligaduras apropiadas y una solución inicial aproximada, ha logrado obtener unos resultados aceptables con una muy buena eficiencia computacional.

Para los correspondientes métodos, se ha documentado la disposición de cada uno de los parámetros obtenidos tras la resolución de forma gráfica. A su vez se han realizados pruebas de sensibilidad para determinar el error producido entre las magnitudes calculadas y las de catálogo con el fin de determinar la bondad del método y en definitiva el ajuste de los parámetros. Por último, también se ha expuesto información calculada a partir de varios motores de tipo IEC y NEMA para observar el contraste de magnitudes en función de la potencia de las máquinas.

Como método de mejora, podría resultar beneficioso la creación de un método híbrido que permita mejorar la precisión de cálculo, así como esquivar posibles divergencias. Un camino posible, podría resultar realizar un ajuste mediante mínimos cuadrados o por enjambre de partículas y servir como punto inicial para la búsqueda mediante algoritmos genéticos. Por otra parte, también podría resultar fructuoso la ensamblación de un método híbrido que centrara cada una de sus partes, en el cálculo específico de cada uno de los parámetros que componen el motor de inducción, no obstante, estas pruebas no han sido probadas en este estudio y se dejan para posibles ensayos futuros.

REFERENCIAS

- [1] J. & J. J. & E. H. A. & B. E. Marcondes Correa Guimaraes, «Parameter Determination of Asynchronous Machines From Manufacturer Data Sheet.» *Energy Conversion, IEEE Transactions on*. 29. 689-697. 10.1109/TEC.2014.2317525., vol. 2, nº 13, 2014.
- [2] M. Haque, «Determination of NEMA Design Induction Motor Parameters From Manufacturer Data.» *Energy Conversion, IEEE Transactions on*. 23. 997 - 1004. 10.1109/TEC.2008.2001451., 2009.
- [3] C. & A. E. R. & B. N. & S. N. & K.-P. P. & C. L. S. & A. d. S. J. P. & Y. B. A. A. C. Wengerkievicz, « Estimation of Three-Phase Induction Motor Equivalent Circuit Parameters from Manufacturer Catalog Data.» *Journal of Microwaves, Optoelectronics and Electromagnetic Applications*. 16. 90-107. 10.1590/2179-10742017v16i1873. , 2017.
- [4] J. M. R. F. Manuel Burgos Payán, «Análisis del funcionamiento de un motor asíncrono o de inducción y determinación de los parámetros de su modelo de circuito a partir de los datos de catálogo». *Universidad de Sevilla*.
- [5] I. a. B. P. M. Morera Alonso, «Estimación de parámetros de modelos de motores de inducción para la gestión de la energía Trabajo Fin de Máster.» *Universidad de Sevilla*, 2014.
- [6] V. & S. S. Sakthivel, «On-site efficiency evaluation of three-phase induction motor based on particle.» *Fuel and Energy Abstracts*. 36. 1713-1720. 10.1016/j.energy.2010.12.057. , 2011.
- [7] J. & I. S. Susanto, «Improved Parameter Estimation Techniques for Induction Motors using Hybrid Algorithms.» 2017.
- [8] M. 2018a, «The MathWorks, Inc., Natick, Massachusetts, United States.».
- [9] WEG., « Technical Catalog of Three-phase Motors.» *[Online]*. Available: http://ecatalog.weg.net/tec_cat/tech_motor_sel_web.asp#

