

Trabajo Fin de Máster
Máster Universitario en Ingeniería Industrial

Control Eficiente de la Energía en Vehículos
Eléctricos

Autor: Alfonso Martínez Cano

Tutor: Francisco Rodríguez Rubio

Dpto. Ingeniería de Sistemas y Automática
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2019



Trabajo de Fin de Máster
Máster Universitario en Ingeniería Industrial

Control Eficiente de la Energía en Vehículos Eléctricos

Autor:

Alfonso Martínez Cano

Tutor:

Francisco Rodríguez Rubio

Catedrático de Universidad

Dpto. Ingeniería de Sistemas y Automática

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Universidad de Sevilla

Sevilla, 2019

Trabajo de Fin de Máster: Control Eficiente de la Energía en Vehículos Eléctricos

Autor: Alfonso Martínez Cano

Tutor: Francisco Rodríguez Rubio

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2019

El Secretario del Tribunal

A mi familia

A mis amigos

A mis maestros

Resumen

En la actualidad, los vehículos convencionales de combustión son el principal modo de transporte particular. Debido a sus grandes inconvenientes tales como el agotamiento de los combustibles fósiles y a la contaminación que producen, el vehículo eléctrico surge como el principal candidato para el desarrollo futuro del transporte. El principal inconveniente del vehículo eléctrico es su poca autonomía por lo que es importante que estos sean lo más eficientes posibles.

En este proyecto, en primer lugar, veremos una breve introducción de los vehículos eléctricos dónde se hará un breve repaso desde sus orígenes hasta la actualidad y, también veremos las principales configuraciones que tiene.

Con el fin de lograr un método de control de la velocidad lo más eficiente posible desde el punto de vista energético, nuestro primer paso será realizar un modelo matemático del movimiento del vehículo. A continuación, desarrollaremos un control de nivel alto por modos deslizantes (SMC) para seguir la velocidad deseada y veremos controladores de nivel bajo, los cuales son los encargados de repartir la señal de control al actuador (par de cada rueda).

Finalmente, implementaremos los controladores vistos en Matlab, comparando resultados, para ver cuál ofrece una mayor fiabilidad en el control de velocidad y una mayor eficiencia energética.

Abstract

Nowadays, electric vehicles are the main candidates to replace conventional combustion vehicles. This paper presents a control method for tracking electric vehicle planar motions. A high-level sliding mode controller (SMC) and a low-level energy-efficient CA algorithm are the hierarchical control strategy. Results obtained from this method will be compared with other control systems.

Índice

Agradecimientos	vi
Resumen	ixx
Abstract	xi
Índice	xiii
Índice de Tablas	xv
Índice de Figuras	xvii
Notación	xix
1 Introducción	1
1.1. Contexto histórico	2
1.2. Configuración del coche eléctrico	3
1.3. Motivación	5
1.4. Objetivo	7
2 Modelo matemático del vehículo	9
2.1. Introducción	10
2.2. Descripción de las fuerzas que intervienen	12
2.3. Modelo del Vehículo	15
2.4. Modelo de Neumáticos	17
2.4.1 Modelo de Dugoff	20
2.4.2 Modelo Magic Formula	22
3 Control por modos deslizantes para sistemas no lineales	29
3.1. Teoría Lyapunov	29
3.2. Control en modo deslizante	31
3.2.1. Reducción del <i>chattering</i>	34
3.2.2. Sistema SISO	35
3.3. Diseño del controlador de alto nivel para nuestro sistema	37
4 Control de nivel bajo	41
4.1. Control distribuido	43
4.2. Asignación de control de eficiencia energética	45
5 Simulación y resultados	51
5.1. Introducción	51
5.2. Modelo del vehículo en Matlab/Simulink	52
5.2.1. Definición de parámetros	53
5.2.2. Ensayos bucle abierto	54
5.3. Caso práctico	60
5.4. Control PI	61

5.4.1. Implementación	61
5.4.2. Resultados	62
5.5. Control Distribuido	65
5.5.1. Implementación	65
5.5.2. Resultados	66
5.6. Asignación de control energéticamente eficiente	69
5.6.1. Implementación	69
5.6.2. Resultados	70
6 Conclusiones	73
6.1. Líneas de Estudios Futuros	74
Referencias	75
Glosario	77

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2.1. Cálculo de deslizamiento longitudinal	13
Tabla 2.2. Coeficientes para el cálculo de Fuerzas por el efecto de Fz con Magic Formula	23
Tabla 2.3. Coeficientes para el cálculo de Fuerzas por el ángulo de camber	23
Tabla 4.1. Parámetros rendimiento de conducción	49
Tabla 4.2. Parámetros rendimiento de frenado regenerativo	50
Tabla 5.1. Entradas y salidas del modelo	52
Tabla 5.2. Parámetros definidos en el modelo	53

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1. Thomas Edison con su primer coche eléctrico.	2
Figura 1.2. Diagrama de los subsistemas en un VE	3
Figura 1.3. Configuraciones de un vehículo eléctrico debido a variaciones en la propulsión eléctrica	4
Figura 1.4. Estructura de la generación eléctrica del año 2018	5
Figura 1.5. Curva de demanda típica de energía eléctrica	6
Figura 2.1. Lazo de control estándar de un vehículo	10
Figura 2.2. Dinámica del movimiento plano de un vehículo	11
Figura 2.3. Dinámica del vehículo en pendiente	13
Figura 2.4. Dinámica de un movimiento plano de un vehículo	15
Figura 2.5. Fuerzas que actúan en el neumático durante un cambio de dirección en movimiento	17
Figura 2.6. Relación entre deslizamiento y fuerza longitudinal	19
Figura 2.7. Relación entre ángulo de deslizamiento y fuerza lateral	20
Figura 2.8. Fuerza longitudinal calculada con el Modelo de Dugoff	22
Figura 2.9. Relación entre ángulo de deslizamiento y Fuerza lateral, Magic Formula $F_z = 2 \text{ kN}$	25
Figura 2.10. Relación entre ángulo de deslizamiento y Momento de un neumático. Magic Formula. $F_z = 2 \text{ kN}$.	26
Figura 2.11. Relación entre ángulo de deslizamiento y Fuerza longitudinal de un neumático. Magic Formula. $F_z = 2 \text{ kN}$.	27
Figura 2.12. Efecto del rozamiento en la fuerza longitudinal	28
Figura 2.13. Efecto del rozamiento en la fuerza lateral	29
Figura 3.1. Fase de alcance y Fase de deslizamiento	34
Figura 3.2. Dinámica de un movimiento plano de un vehículo de tierra	39
Figura 4.1. Estructura general del control de la dinámica del movimiento plano de un vehículo de tierra	41
Figura 4.2. Curva de la eficiencia en conducción basada en datos experimentales	49
Figura 4.3. Curva de la eficiencia de frenado regenerativo basada en datos experimentales	50
Figura 5.1. Modelo de un vehículo eléctrico en Matlab-Simulink	54
Figura 5.2. Pares aplicados a las ruedas. Ensayo a bucle abierto	56
Figura 5.3. Velocidades y Aceleraciones del vehículo. Ensayo a bucle abierto	56

Figura 5.4. Deslizamiento de los neumáticos. Ensayo a bucle abierto	57
Figura 5.5. Fuerza longitudinal de los neumáticos. Ensayo bucle abierto	57
Figura 5.6. Distribución de la señal de giro utilizando la condición de Ackerman	58
Figura 5.7. Aceleraciones del vehículo. Ensayo a bucle abierto	59
Figura 5.8. Velocidades del vehículo. Ensayo bucle abierto	59
Figura 5.9. Ángulo de deslizamiento de cada rueda. Ensayo bucle abierto	60
Figura 5.10. Fuerza lateral en cada rueda. Ensayo bucle abierto	60
Figura 5.11. Velocidad longitudinal de las ruedas. Ensayo bucle abierto	61
Figura 5.12. Velocidad angular de las ruedas. Ensayo bucle abierto	61
Figura 5.13. Movimiento del vehículo durante la simulación.	62
Figura 5.14. Estructura de control PI	63
Figura 5.15. Comparación de las velocidades deseadas con las obtenidas y control virtual para sistema controlado por PI	64
Figura 5.16. Par distribuido para sistema controlado por PI	65
Figura 5.17. Deslizamientos, Fuerza longitudinal, Ángulo de deslizamiento y fuerza lateral en cada rueda	66
Figura 5.18. Movimiento realizado por el vehículo durante el ensayo	66
Figura 5.19. Estructura de control de modos deslizante con distribución de control y estimador de fricción	67
Figura 5.20. Comparación de las velocidades deseadas con las obtenidas para sistema controlado por SMC y CD	68
Figura 5.21. Deslizamientos, Fuerza longitudinal, Ángulo de deslizamiento y fuerza lateral en cada rueda	69
Figura 5.22. Par distribuido para sistema controlado por SMC y CD	69
Figura 5.23. Comparación de la potencia consumida entre controlador PI y control SMC + CD	70
Figura 5.24. Estructura de control de modos deslizante y asignación de control energéticamente eficiente	71
Figura 5.25. Comparación de las velocidades deseadas con las obtenidas para sistema controlado por SMC y asignación de control eficiente energéticamente	73
Figura 5.26. Deslizamientos, Fuerza longitudinal, Ángulo de deslizamiento y fuerza lateral en cada rueda	73
Figura 5.27. Par distribuido para sistema controlado por SMC y asignación de control eficiente energéticamente	69
Figura 5.28. Comparación de la potencia consumida entre controlador PI y control SMC + CD, control SMC + asignación de control energéticamente eficiente	70

Notación

Re	Parte real
Im	Parte imaginaria
sen	Función seno
tg	Función tangente
arctg	Función arco tangente
sen	Función seno
$\sin^x y$	Función seno de x elevado a y
$\cos^x y$	Función coseno de x elevado a y
sgn	Función signo
:	Tal que
$<$	Menor o igual
$>$	Mayor o igual
\backslash	Backslash
\Leftrightarrow	Si y sólo si
\min	Función mínimo

1 INTRODUCCIÓN

Un vehículo eléctrico es un vehículo propulsado por uno o más motores eléctricos. La tracción puede ser proporcionada por las ruedas o hélices impulsadas por motores rotativos, o en otros casos otro tipo de motores no rotativos, como los motores lineales, inerciales o magnetismo, como es el caso de los trenes de levitación magnética

- Definición de vehículo eléctrico. Wikipedia-

En los últimos años, teniendo en cuenta la protección del medio ambiente y el ahorro de energía, se han realizado investigaciones para que los vehículos eléctricos sean una apuesta de futuro ante ciertos inconvenientes. Con la explosión de tecnologías relacionadas, como las baterías de alta densidad y potencia, las máquinas eléctricas de alto rendimiento y las mejoras en los sistemas de gestión de energía, el vehículo eléctrico ha entrado en una etapa de rápido desarrollo.

Entre los muchos beneficios que el coche eléctrico puede introducir en nuestra sociedad podemos destacar los siguientes:

- Su uso reduce la dependencia energética, y por lo tanto económica, de combustibles fósiles, disminuyendo las emisiones de dióxido de carbono (CO_2) y de otros gases de efecto invernadero.
- Podría ayudar al sistema eléctrico a operar de forma más eficiente y facilitar la integración de energías renovables. Estos vehículos, normalmente, disponen de sistemas de recarga inteligente que pueden realizar la recarga de manera flexible, por ejemplo, se suele dar que algunas fuentes de generación de energía renovable dejen de producir por la noche, al no haber la suficiente demanda, el vehículo eléctrico podría ayudar a no desperdiciar esa energía.
- Gracias a su configuración, se puede realizar una conducción más sencilla y eficiente, el motor eléctrico es más eficiente que el convencional. Además, permiten un mejor control aumentando la seguridad de los pasajeros y del propio vehículo.
- Con el fin de ayudar a su integración, el vehículo eléctrico goza de ciertos privilegios como el estacionamiento gratis en zonas reguladas, ventajas fiscales, acceso a zonas restringidas como el carril-bus y centro de determinadas ciudades y suelen incentivar sus compras con ayudas económicas.
- Requieren de un menor mantenimiento y, por lo tanto, más barato. El coche eléctrico tiene menor número de componentes que uno de combustión. Al haber menor número de componentes se reduce el número de averías.

En este capítulo, haremos una breve introducción histórica desde los orígenes del coche eléctrico hasta la actualidad, después, se mostrarán las configuraciones típicas y/o más usadas por éstos. En el último apartado veremos las motivaciones que nos han llevado a realizar este proyecto, así como, los objetivos de este.

1.1 Contexto histórico

El primer vehículo eléctrico se inventó en 1834. A mitad del siglo XIX, se desarrollaron en masa baterías recargables suficientemente buenas para la fabricación comercial de los VE. Durante la última década aumentó el número de compañías que producían VE en América, Gran Bretaña y Francia. En la Figura 1.1 se puede ver a T.A. Edison con su primer coche eléctrico sobre el año 1901. A finales de siglo, los autos eléctricos eran preferidos frente a los de combustión interna o los de vapor por su mejor rendimiento y al ser más limpios y silenciosos.



Figura 1.1 Thomas Edison con su primer coche eléctrico. Foto National Museum of American History

Para la década de 1920, se habían producido varios cientos de miles de VE para su uso como automóviles privados, furgonetas, taxis, vehículos de reparto y autobuses. Sin embargo, a pesar de la proyección de los VE en esos años, la bajada de precio del petróleo junto a las limitaciones asociadas a las baterías, menor peso específico y menor autonomía, y el rápido avance del motor de combustión, el VE fue desapareciendo gradualmente sobre la década de 1930. Su uso quedó relegado a otros servicios como en campos de golf y en almacenes debido a su menor ruido.

Sobre la década de 1970, debido a la crisis energética, algunos países renovaron su interés en el VE. En 1976, en USA empezaron investigaciones, demostraciones y el desarrollo de vehículos tanto eléctricos como híbridos con el objetivo de que éstos pudieran adaptarse a las necesidades de la sociedad moderna. Pero sus límites comparándolos con vehículos convencionales, como su menor capacidad de autonomía, causaron que se perdiera de nuevo el interés en ellos.

En estos primeros años del siglo XXI, hemos podido ver el desarrollo de vehículos tanto eléctricos como híbridos. Probablemente las nuevas baterías de litio fabricadas, con una energía específica razonable y un menor tiempo de recarga con respecto a sus antecesoras, hayan sido clave en este resurgir. En la actualidad, podemos ver coches eléctricos e híbridos circulando por nuestras carreteras. Grandes marcas han creado varios vehículos comerciales como pueden ser Tesla con Tesla Sport, Nissan con Nissan Leaf o Toyota con una gama de coches híbridos entre muchos otros que apuestan por este tipo de vehículos. Aunque su número es bastante inferior con respecto a su principal competidor, el vehículo de combustión, el VE se erige como una de las grandes apuesta de futuro [1].

1.2 Configuración del coche eléctrico

Comparado con los vehículos de combustión, la configuración de un vehículo eléctrico es más flexible además de más sencilla al contar con menos elementos. En primer lugar, el flujo de energía en un VE es, principalmente, eléctrica a través de cables flexibles en lugar de uniones mecánicas rígidas. Eso nos permite dividir el VE en subsistemas. En segundo lugar, como el sistema de propulsión es diferente, significa una configuración diferente también. Tercero, la Fuente de energía al ser diferente (como las baterías) involucre distintas características y distintos sistemas de repostaje.

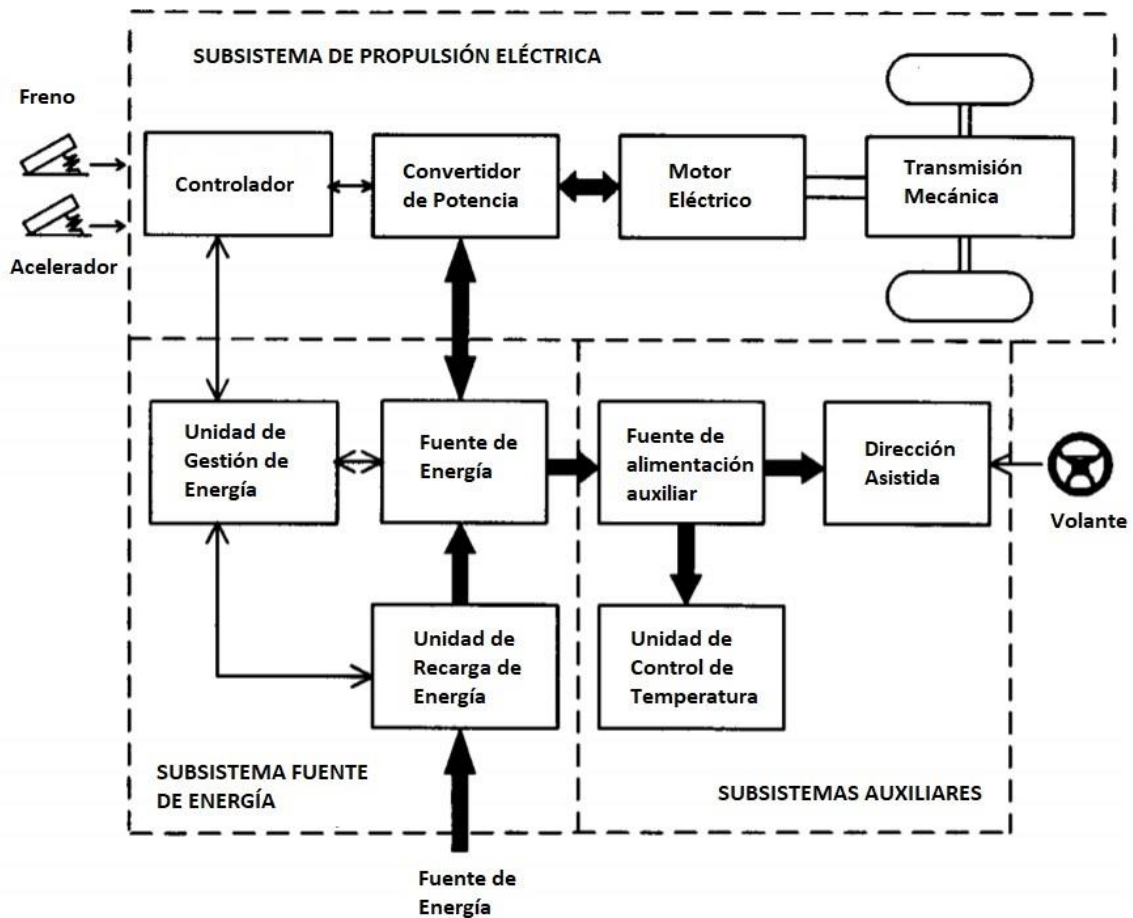


Figura 1.2 Diagrama subsistemas en un VE

El diagrama de la Figura 1.2 nos muestra la composición de un vehículo eléctrico dividido en tres subsistemas: propulsión eléctrica, fuente de energía y sistemas auxiliares [2]. Dentro del subsistema propulsión eléctrica podemos encontrar el controlador electrónico, el convertidor de potencia, el motor/es eléctrico, transmisión mecánica y los neumáticos. En el subsistema fuente de energía lo ocupan la fuente de energía, la unidad de gestión de energía y la unidad de recarga de energía. En los subsistemas auxiliares lo involucran la dirección asistida, la unidad de control de temperatura y la fuente de alimentación auxiliar. En la figura la unión mecánica es representada por una doble línea, las conexiones eléctricas por una línea gruesa y las líneas de control por una línea fina. Las flechas muestran la dirección del flujo de potencia o las señales de control/información. Se pueden apreciar las entradas al sistema, como son freno o acelerador de los pedales, señal de giro del volante y la alimentación.

En la actualidad, hay varias configuraciones posibles de VE dependiendo del lugar de los sistemas de propulsión y la fuente de energía. El interés por la estructura de los VE ha ido creciendo tanto en entornos industriales como en la comunidad académica al buscar mejores características controlando su flexibilidad y la conversión de la energía. En la Figura 1.3 podemos ver dos de las configuraciones más usadas para los VE. La configuración (a) es más parecida a la de un coche convencional, mientras que la configuración (b) tiene tracción intendente en las cuatro ruedas.

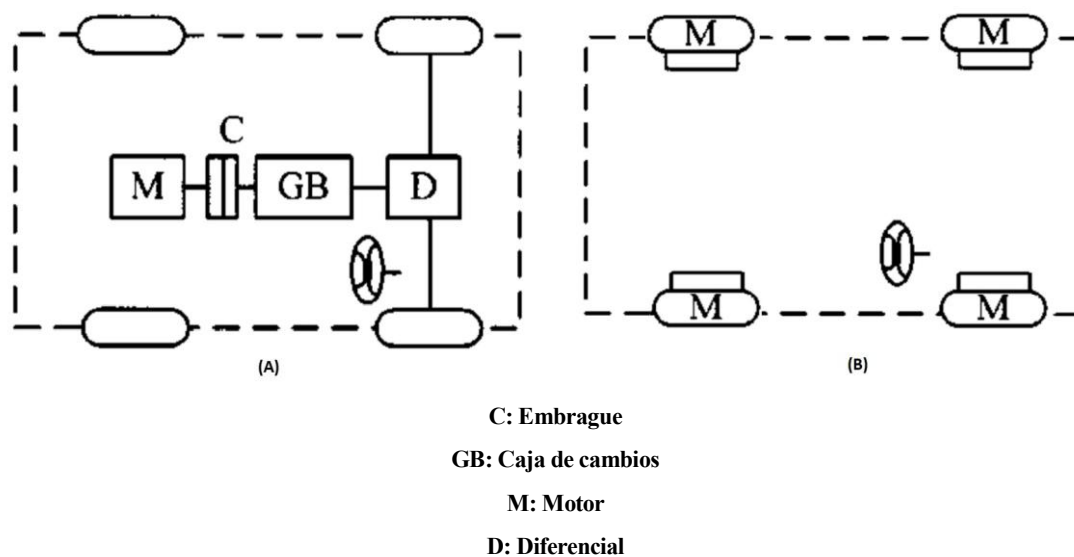


Figura 1.3 Configuraciones de un vehículo eléctrico debido a variaciones en la propulsión eléctrica

La Figura 1.3 (a) muestra la primera alternativa que es calcada a los vehículos de combustión convencionales. Consiste en un único motor eléctrico, un embrague, una caja de cambio y un diferencial. La incorporación de la caja de cambio y el embrague permite al conductor cambiar de marcha (relación de transmisión) y por lo tanto el par que se induce en las ruedas. El diferencial es un dispositivo mecánico que permite el reparto de par entre las ruedas, en este caso las delanteras, que son traccionadas y que puedan girar a diferentes velocidades como puede suceder en un giro. Esta configuración ha sido una de las más utilizadas por la gran utilización de los componentes que la componen.

También se puede abandonar totalmente cualquier tipo de engranaje mecánico, la tracción de la rueda se puede realizar instalando un motor eléctrico con rotor externo de baja velocidad dentro de la rueda. En la Figura 1.3 (b), se muestra esa disposición sin engranajes en la cual el rotor externo está montado

directamente en la llanta de la rueda. Por lo tanto, el control de velocidad del motor eléctrico es equivalente al control de la velocidad de la rueda y, por lo tanto, de la velocidad del vehículo.

La selección de las configuraciones anteriores depende principalmente del tamaño y la aplicación de VE, los principales criterios de selección suelen ser la compactidad, el rendimiento, el peso y el coste. El avance de la tecnología del motor en la rueda permite un control de par rápido y preciso para cada una de las ruedas. En comparación con las arquitecturas de transmisión de vehículos convencionales donde se acoplan las acciones de conducción y frenado de todas las ruedas, los vehículos eléctricos con motores en las ruedas accionados independientemente permiten una mayor flexibilidad a la hora de controlar éstas.

Para este Proyecto elegimos la configuración de un motor por cada rueda accionado de forma independiente que, nos permite tener una mayor flexibilidad en el control que queremos implementar al tener mayor número de actuadores sobre el vehículo.

1.3 Motivación

Los retos energéticos y ambientales a los que se enfrenta actualmente nuestra sociedad han puesto de manifiesto la importancia de desarrollar la movilidad eléctrica como nueva forma de transporte, ya que representa una excelente oportunidad para que nuestro país reduzca su dependencia energética del petróleo y las emisiones de CO_2 a la atmósfera, además de contribuir a mejorar la calidad del aire y aprovechar las energías de origen renovable. De esta manera, la movilidad eléctrica supone una herramienta interesante para contribuir al cumplimiento de los objetivos de la Unión Europea para el 2020 en materia energética.

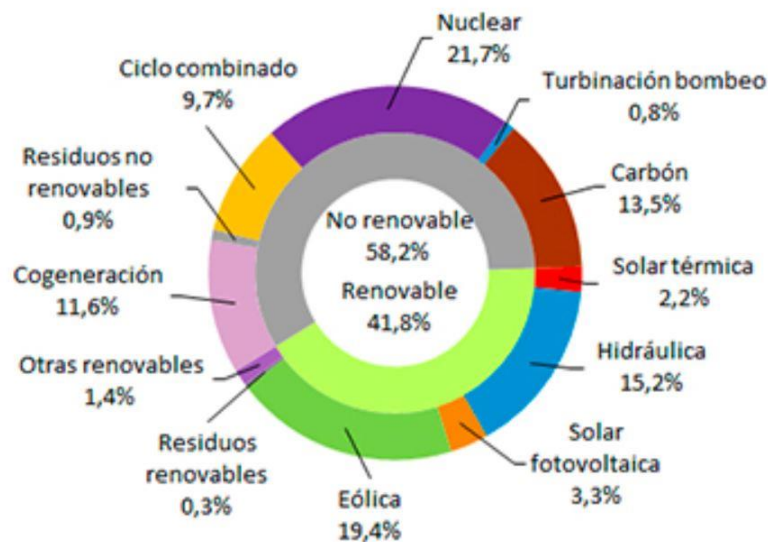


Figura 1.4 Estructura de la generación eléctrica del año 2018. Fuente REE

En la figura anterior, podemos ver la estructura de la generación eléctrica del pasado año. Como se puede apreciar, gran cantidad de esa energía es de origen renovable, el 41.8 %, sin embargo, también existe otra cantidad que es de origen no renovable. Es decir, aunque utilicemos un 100 % de vehículos eléctricos no reduciremos del todo la emisión de dióxido de carbono a la atmósfera, pero dicha emisión será en grandes plantas donde se podrá medir mejor la cantidad emitida, además de contar con procesos de calidad más estrictos.

El vehículo eléctrico será un gran consumidor de energía que, además, se podría convertir en un aliado para operar de forma más eficiente el sistema eléctrico.



Figura 1.5 Curva de demanda típica de energía eléctrica. Fuente REE

En la Figura 1.5, podemos ver la curva de demanda de energía eléctrica durante un día normal. La línea verde representa la demanda real mientras que la línea azul la demanda prevista. Como podemos apreciar en la imagen, la curva de demanda presenta un perfil típico a lo largo del día, con un rango de menor consumo en las horas nocturnas entre las 00:00 y las 08:00 y dos momentos donde se consumen más energía que serían a mediodía debido a la actividad industrial y sobre las 21:00 debido a la alta actividad en los hogares además de la ausencia de luz solar.

El vehículo eléctrico, para operar mejor el sistema eléctrico, podría aprovechar, con la recarga inteligente, las horas de menor demanda para la recarga de éstos y, además, los usuarios de estos coches se beneficiarían de un precio de la electricidad más reducido durante esas horas.

Además, los vehículos eléctricos ofrecen una gran oportunidad para la integración de las energías renovables que son difíciles de gestionar y su generación es variable. Por ejemplo, cuando la oferta de energía eólica es muy alta y la demanda muy baja, situación que se produce especialmente por la noche, se puede dar el caso de tener que interrumpir la producción de energía eólica al no estar equilibrada la oferta y la demanda. Por ello, la recarga de vehículos eléctricos durante las horas nocturnas podría minimizar la desconexión de parques eólicos en casos que su producción exceda los límites de seguridad.

1.4 Objetivo

Como hemos podido ver, el vehículo eléctrico tendrá cada vez más protagonismo en nuestra sociedad. Éste se presenta como una alternativa fiable ante los problemas ambientales y energéticos que presentan los vehículos de combustión (actualmente los más utilizados).

También, hemos podido ver que, aunque el vehículo eléctrico obtenga la energía de la red eléctrica no quiere decir que esa energía no libere dióxido de carbono a la atmósfera.

Por ello, es importante que los futuros vehículos eléctricos sean más eficientes energéticamente, obteniendo una mayor autonomía y una atmósfera más limpia.

El objetivo de este Proyecto es diseñar un sistema de control de la velocidad del vehículo que sea fiable y además nos ayude a ahorrar la energía consumida. Para ello, en primer lugar, veremos las ecuaciones matemáticas del movimiento plano de un vehículo para el desarrollo del modelo. A continuación, siguiendo una jerarquía de control con un nivel alto y otro bajo encargado de repartir la acción de control a los actuadores, veremos la teoría del control por modos deslizantes aplicada a nuestro sistema. Después veremos las distintas estrategias de reparto de par aplicadas. Finalmente, realizaremos su simulación en Matlab/Simulink de las que sacaremos las conclusiones de este estudio.

2 MODELO MATEMÁTICO DEL VEHÍCULO

Un modelo matemático de un sistema dinámico se define como un conjunto de ecuaciones que representan la dinámica del sistema con precisión o, al menos, bastante bien. Un modelo matemático no es único para un sistema determinado. Un sistema puede representarse en muchas formas diferentes, por lo que puede tener muchos modelos matemáticos, dependiendo de cada perspectiva.

- Katsuhiko Ogata -

En este capítulo se muestra un modelo que usaremos en capítulos posteriores para el control del movimiento plano del vehículo eléctrico. Para ello, veremos de forma breve la teoría de la dinámica del vehículo y obtendremos las ecuaciones matemáticas necesarias para la realización del modelo. En primer lugar, estudiaremos el cuerpo del vehículo, considerándolo como un cuerpo rígido con tres grados de libertad. A continuación, veremos las fuerzas y momentos resultantes en los neumáticos y también, modelos de neumáticos muy utilizados en investigación científica. Compararemos los modelos estudiados y elegiremos el que mejor se adapte a las necesidades del proyecto y presente una respuesta más precisa del comportamiento de las ruedas. Finalmente reuniremos todas las ecuaciones para obtener el comportamiento dinámico del vehículo durante un movimiento plano.

En el modelado, ajustamos un sistema real a un modelo matemático que implementaremos en un programa de cálculo que nos permitirá conocer la respuesta de nuestro sistema al estímulo dado. Hasta la fecha, se han concentrado en reproducir modelos del comportamiento de cada componente lo más exacto posible. Las simulaciones de estos modelos pueden ser caras, complejas computacionalmente y requieren de mucho tiempo. Debido a esto, existe una gran diferencia entre modelos, en términos de estructura, cinemática y dinámica, siendo específicos dependiendo del tipo de comportamiento que se vaya a estudiar.

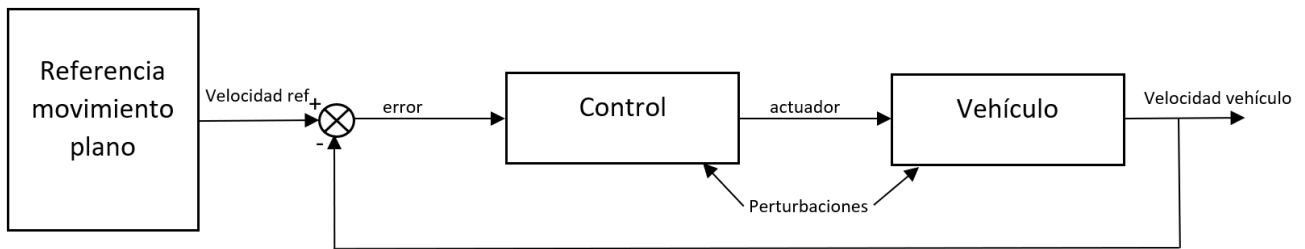


Figura 2.1 Lazo de control estándar de un vehículo

Los objetivos del modelado mostrado en este capítulo son los siguientes:

- Reducir la complejidad del modelo para la dinámica del vehículo.
- Mostrar las fuerzas implicadas en un movimiento plano.
- Interacción entre distintos submodelos, neumáticos, vehículo.
- Poder implementar dicho modelo en MATLAB/Simulink para su posterior investigación y control.
- Realizar el modelo con la mayor precisión posible, que permita un tiempo en las pruebas lo menor posible.

A continuación, se muestra detalladamente las fuerzas que están implicadas en el movimiento plano de un vehículo. Las estudiaremos individualmente para después integrarlas todas en el mismo modelo para obtener los objetivos anteriormente descritos.

2.1 Introducción

En este Proyecto estudiaremos un vehículo de tierra puede ser modelado simplemente como un sólido rígido con tres grados de libertad [11]. En la Figura 2.2 se muestra la dinámica del vehículo en un movimiento plano, observándose los grados de libertad del sistema: longitudinal, lateral y giro.

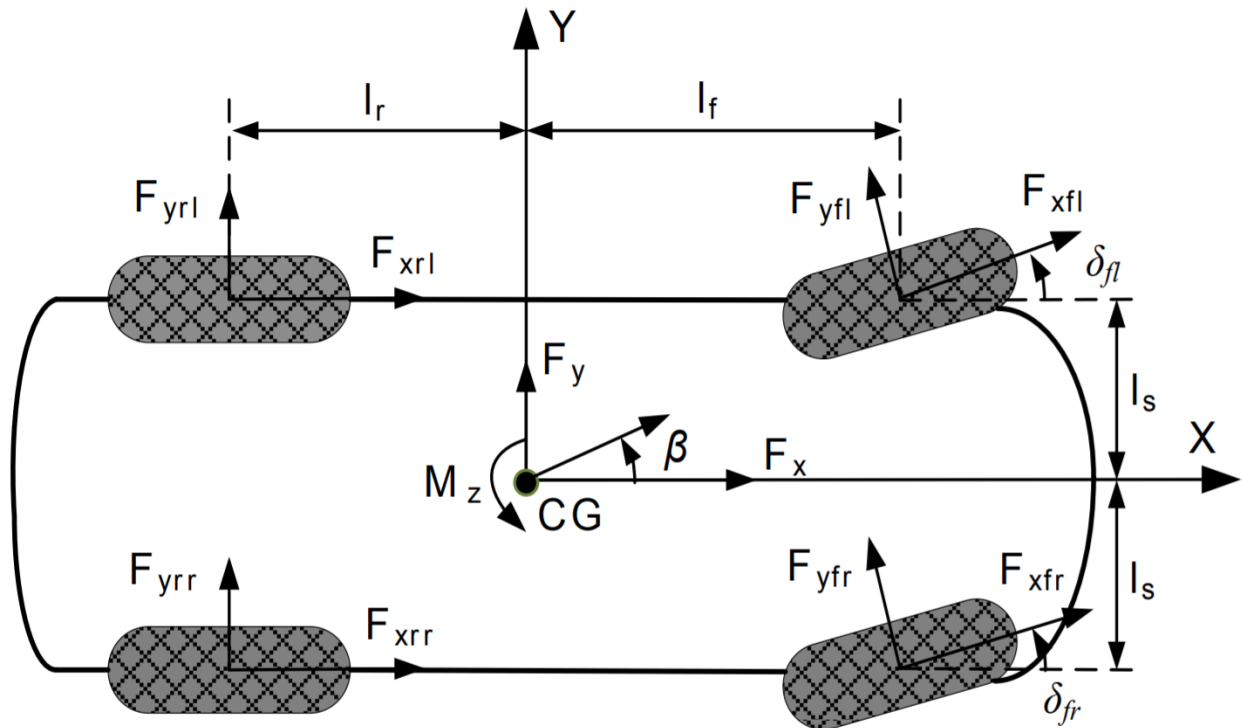


Figura 2.2 Dinámica del movimiento plano de un vehículo.

El sistema de referencia está situado en el centro de gravedad del vehículo. En él, se encuentran los ejes X e Y, orientados según la dirección longitudinal y lateral. En cuanto a la geometría, les representa la distancia entre las ruedas y el eje X, mientras que l_f y l_r es la distancia entre, respectivamente, las ruedas delanteras y traseras y el eje Y.

Las fuerzas representadas en las ruedas del vehículo muestran los esfuerzos longitudinales y laterales solidarios a cada neumático. Los subíndices fl, fr, rl y rr, los usamos para saber a qué neumático nos estamos refiriendo delantera izquierda (Front left), delantera derecha (Front right), trasera izquierda (Rear left) y trasera derecha (Rear right).

Condición de Ackerman

La dirección es necesaria para guiar un vehículo en la trayectoria deseada. Cuando un vehículo gira, las ruedas cercanas al eje de rotación se denominan las internas, por el contrario, las más alejadas se llaman externas. Para una velocidad lenta del vehículo existe una relación cinemática entre las ruedas internas y externas, llamada "Ackerman condition". En nuestro caso, suponiendo un giro hacia la izquierda como muestra la figura 2.2 la expresión sería:

$$\cot \delta_{fr} - \cot \delta_{fl} = \frac{2l_s}{l_r + l_f};$$

Siendo:

- δ_i = Ángulo de giro de la rueda.
- l_s = Distancia de la rueda al eje X.
- l_f = Distancia de las ruedas delanteras al eje Y.

- l_r = Distancia de las ruedas traseras al eje Y.
- $i \in \{fl, fr, rl, rr\}$.

Además, la relación entre el ángulo de dirección del vehículo δ y el ángulo de giro de las ruedas viene dado por la siguiente ecuación:

$$\cot \delta = \frac{\cot \delta_{fr} + \cot \delta_{fl}}{2};$$

La condición de Ackerman es necesaria cuando la velocidad del vehículo es muy pequeña y los ángulos de deslizamiento son cero. Por lo tanto, no hay fuerza lateral ni centrífuga [11].

2.2 Descripción de las fuerzas que intervienen

Una vez visto el modelo en el que nos vamos a basar para la realización de nuestro Proyecto, el siguiente paso será ver las fuerzas que actúan en él. Para ello, en este capítulo veremos, individualmente, las fuerzas a las que un vehículo en movimiento puede estar sometido. Vistas todas las fuerzas, se planteará el balance dinámico del sistema, realizándose los cálculos pertinentes para la realización del modelo matemático [3]-[4].

Fuerza aerodinámica

Las fuerzas aerodinámicas son considerables cuando el vehículo circula a una velocidad alta y/o las ráfagas de viento son fuertes. La fuerza aerodinámica, generalmente, es contraria a la dirección del vehículo y puede ser expresada como:

$$F_{aero} = \frac{1}{2} \rho C_d A_F (V_x + V_{wind})^2;$$

Siendo:

- ρ = Densidad del aire (kg/m³).
- C_d = Coeficiente de Resistencia aerodinámica.
- A_F = Superficie frontal del vehículo (en la dirección del movimiento). (m²).
- V_x = Velocidad longitudinal del vehículo (m/s).
- V_{wind} = Velocidad del viento (m/s).

Para simplificar nuestro modelo, consideraremos solo la velocidad del vehículo. La expresión nos queda:

$$F_{aero} = C_a V_x^2 ;$$

Siendo:

$$C_a = \frac{1}{2} \rho C_d A_F ;$$

Fuerza gravitatoria

Es originada por la gravedad y puede ser tanto a favor como en contra del movimiento, dependiendo de la inclinación de la carretera. Su valor depende de la carga que se esté transportando, peso del vehículo entero incluyendo el de sus pasajeros y otros lastres que puedan acarrear, y de la pendiente de la calzada.

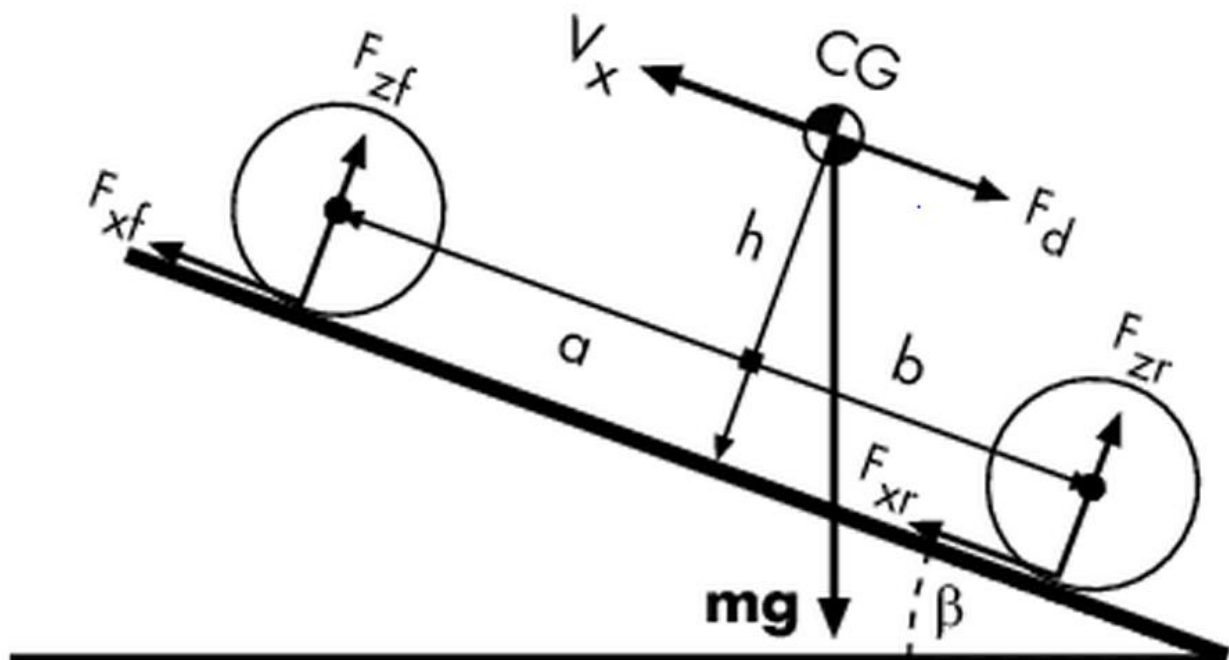


Figura 2.3 Dinámica del vehículo en pendiente.

Se puede expresar la fuerza gravitatoria de un vehículo como:

$$F_g = m_v g \sin \beta ;$$

Siendo:

- m_v = masa en kilogramos que está trasladando el vehículo.
- g = aceleración gravitacional (9.81 m/s^2).
- β = pendiente de la calzada en grados ($^\circ$) o radianes (rad).

Hipótesis simplificadoras. Un vehículo puede ser sometidos a diferentes pendientes que pueden ser longitudinales, laterales o superficies amorfas. Para este Proyecto, solo tenemos en cuenta una pendiente en la dirección longitudinal del vehículo, es decir, que la fuerza será solidaria con respecto a la dirección longitudinal del vehículo.

Resistencia a la rodadura

Cuando el vehículo está en movimiento, el neumático gira conforme avanza por la carretera. La carretera es, por supuesto, mucho más rígida que el neumático que puede deformarse un poco. La resistencia a la rodadura se debe, principalmente, a la histéresis en los materiales de los neumáticos producida por la desviación y se ve afectada por varios factores como la forma y los materiales de los neumáticos, la fuerza normal en los neumáticos, las condiciones de la superficie de la carretera, la velocidad de giro, la temperatura de los neumáticos, etc.

La resistencia a la rodadura se puede escribir usando la siguiente ecuación:

$$F_{ri} = F_{zi} f_r ;$$

Siendo:

- F_{ri} = Resistencia a la rodadura por cada rueda (N).
- F_{zi} = Fuerza normal en cada rueda (N).
- f_r = Coeficiente de resistencia a la rodadura del neumático.

La resistencia a la rodadura de los neumáticos en ocasiones puede despreciarse porque, durante maniobras, su magnitud es pequeña en comparación con las fuerzas de tracción o frenado ejercidas por los neumáticos desde el suelo.

Dinámica Rotacional de las Ruedas

La siguiente ecuación representa la dinámica rotacional de cada rueda:

$$J\dot{\omega}_i = T_i - F_{xi}R_{eff} ;$$

Siendo:

- J = Inercia rotacional
- $\dot{\omega}_i$ = Aceleración angular (m/s²).
- T_i = Par de cada rueda (N*m).
- R_{eff} = Radio de cada rueda (m).
- $i \in [fl, fr, rl, rr]$.

Hay que tener en cuenta que el par motor (T_i) inducido a cada rueda será, respectivamente, positivo durante la aceleración y negativo cuando se esté frenando.

2.3 Modelo del Vehículo

Un vehículo de tierra puede ser modelado simplemente como un cuerpo rígido con tres grados de libertad. La siguiente figura nos muestra los tres grados de libertad durante el movimiento (longitudinal, lateral y giro) [11].

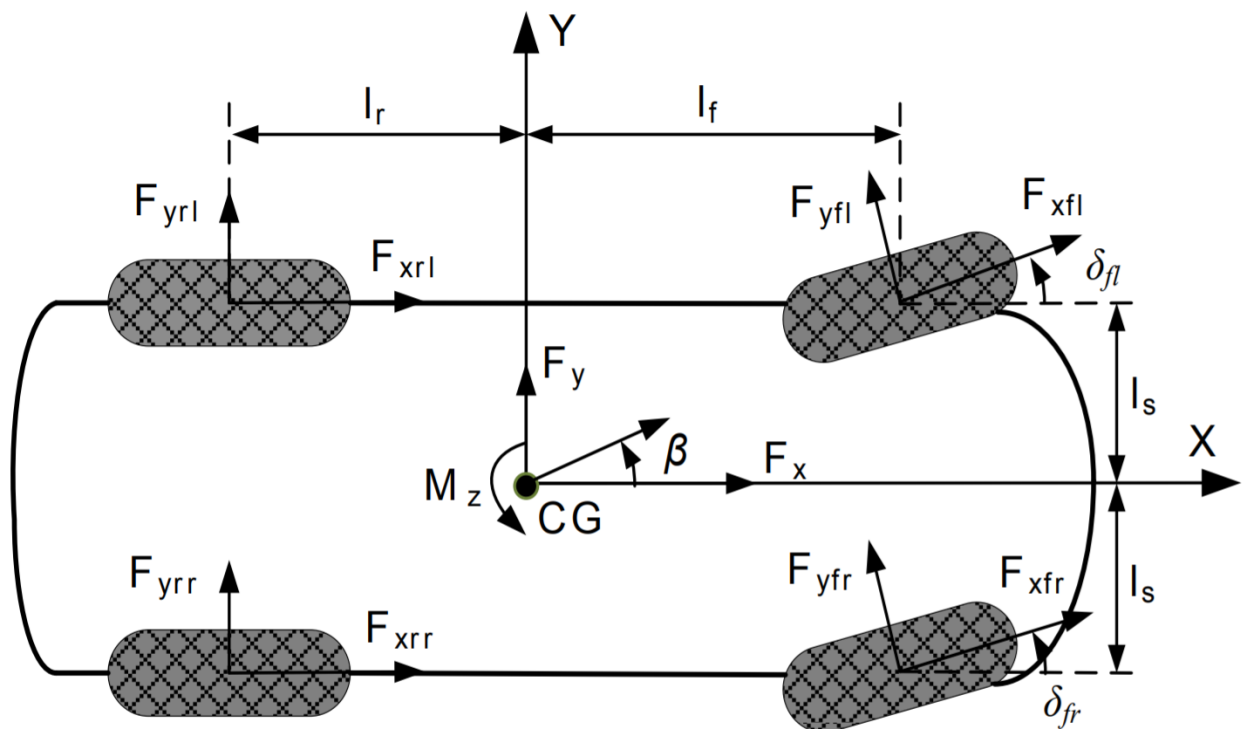


Figura 2.4 Dinámica de un movimiento plano de un vehículo.

En este primer análisis, vamos a suponer que el vehículo se mueve por una superficie plana y vamos a considerar insignificantes las fuerzas de rodaduras en cada rueda. Las ecuaciones simplificadas de la dinámica del movimiento del vehículo se pueden escribir como:

$$m_v(\dot{V}_x - rV_y) = F_x - C_a V_x^2 ;$$

$$m_v(\dot{V}_y + rV_x) = F_y ;$$

$$I_z \dot{r} = M_z ;$$

Siendo:

- m_v = Masa del vehículo (kg).
- V_x = Velocidad en el eje X (m/s).

- V_y = Velocidad en el eje Y (m/s).
- $r = \dot{\beta}$ Velocidad de guiñada.
- I_z = Momento de inercia del vehículo en el eje Z.
- F_x = Fuerzas externas que actúan en el vehículo en la dirección del eje X.
- F_y = Fuerzas externas que actúan en el vehículo en la dirección del eje Y.
- M_z = Momento externo sobre el eje Z.
- C_a = Coeficiente de resistencia aerodinámica.

Entre otras consideraciones cabe destacar que el eje Z es perpendicular al plano X-Y, las coordenadas X, Y, Z están fijadas al centro de gravedad del vehículo y que el coeficiente de resistencia aerodinámica solo es considerado en la dirección longitudinal.

En un vehículo eléctrico con tracción en cada una de las cuatro ruedas, éstas pueden, independientemente de las otras, acelerar o frenar. La suma de las/los fuerzas/momentos de esas ruedas pueden ser expresados como se muestra a continuación:

$$\begin{aligned} F_x &= F_{xfl} \cos \delta_{fl} - F_{yfl} \sin \delta_{fl} + F_{xfr} \cos \delta_{fr} - F_{yfr} \sin \delta_{fr} + F_{xrl} + F_{xrr} ; \\ F_y &= F_{xfl} \sin \delta_{fl} + F_{yfl} \cos \delta_{fl} + F_{xfr} \sin \delta_{fr} + F_{yfr} \cos \delta_{fr} + F_{yrl} + F_{yrr} ; \\ M_z &= l_s (-F_{xfl} \cos \delta_{fl} + F_{yfl} \sin \delta_{fl} - F_{xrl} + F_{xfr} \cos \delta_{fr} - F_{yfr} \sin \delta_{fr} + F_{xrr}) \\ &\quad + l_f (F_{xfl} \sin \delta_{fl} + F_{yfl} \cos \delta_{fl} + F_{xfr} \sin \delta_{fr} + F_{yfr} \cos \delta_{fr}) \\ &\quad + l_r (-F_{yrl} - F_{yrr}) ; \end{aligned}$$

En las expresiones anteriores, el ángulo de giro de las ruedas δ_{fl} (la rueda interior) y δ_{fr} (la rueda exterior), cumplen la condición de Ackerman vista anteriormente.

Teniendo en cuenta la ecuación de la dinámica rotacional de cada rueda y llamando $x_1 = V_x$, $x_2 = V_y$ y $x_3 = r$, obtenemos el siguiente modelo no-lineal de control orientado para el movimiento plano de un vehículo eléctrico:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 x_3 - \frac{C_a}{m_v} x_1^2 + \frac{1}{m_v} \left(\frac{-J}{R_{eff}} \Delta_{1x} \dot{\omega} + \Delta_{1y} F_y \right) + v_1 ; \\ \dot{x}_2 &= -x_1 x_3 + \frac{1}{m_v} \left(\frac{-J}{R_{eff}} \Delta_{2x} \dot{\omega} + \Delta_{2y} F_y \right) + v_2 ; \\ \dot{x}_3 &= \frac{1}{I_z} \left(\frac{-J}{R_{eff}} \Delta_{1x} \dot{\omega} + \Delta_{1y} F_y \right) + v_3 ; \end{aligned}$$

Siendo:

- $F_y = [F_{yfl} \ F_{yfr} \ F_{yrl} \ F_{yrr}]^T$;
- $\dot{\omega} = [\dot{\omega}_{fl} \ \dot{\omega}_{fr} \ \dot{\omega}_{rl} \ \dot{\omega}_{rr}]^T$;
- $\Delta_{1x} = [\cos \delta_{fl} \ \cos \delta_{fr} \ 1 \ 1]$;

- $\Delta_{1y} = [-\sin \delta_{fl} \quad -\sin \delta_{fr} \quad 0 \quad 0];$
- $\Delta_{2x} = [\sin \delta_{fl} \quad \sin \delta_{fr} \quad 0 \quad 0];$
- $\Delta_{2y} = [\cos \delta_{fl} \quad \cos \delta_{fr} \quad 1 \quad 1];$
- $\Delta_{3x} = [l_f \sin \delta_{fl} - l_s \cos \delta_{fl} \quad l_f \sin \delta_{fl} + l_s \cos \delta_{fl} \quad -l_s \quad l_s];$
- $\Delta_{3y} = [l_s \sin \delta_{fl} + l_f \cos \delta_{fl} \quad -l_s \sin \delta_{fl} + l_f \cos \delta_{fl} \quad -l_r \quad -l_r];$

Además, el control virtual $v_d = [v_1 \quad v_2 \quad v_3]^T$ viene de la siguiente relación:

$$v_d = Bu ;$$

Siendo:

- $B = \left[\frac{1}{m_v R_{eff}} \Delta_{1x}^T \quad \frac{1}{m_v R_{eff}} \Delta_{2x}^T \quad \frac{1}{l_z R_{eff}} \Delta_{3x}^T \right]^T ;$
- $u = [T_{fl} \quad T_{fr} \quad T_{rl} \quad T_{rr}]^T ;$

La ecuación anterior nos permite tener una relación directa entre nuestro actuador u , que representa el par ejercido independientemente en cada rueda, y nuestro sistema.

2.4 Modelo de Neumáticos

Los neumáticos son uno de los componentes más importantes del vehículo y, a su vez, uno de los más difíciles de modelar. Además de soportar el peso del vehículo y amortiguar las irregularidades del terreno, proporcionan las fuerzas longitudinales y laterales necesaria para poder cambiar la velocidad y dirección del vehículo. Estas fuerzas se producen debido a la deformación de la llanta en su contacto con la carretera durante la aceleración, frenado y giro.

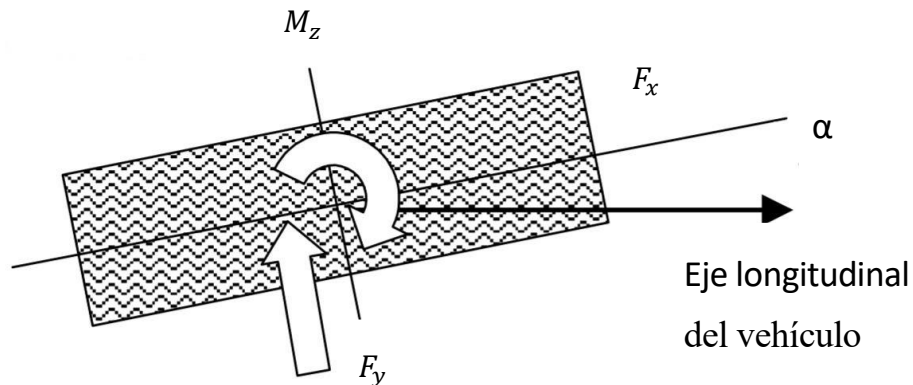


Figura 2.5 Fuerzas que actúan en el neumático durante un cambio de dirección en movimiento.

Cuando no existen fuerzas laterales la rueda se desplaza en línea recta según el plano largo del neumático (Figura 2.5). Sin embargo, cuando el vehículo realiza una maniobra, los neumáticos deslizan lateralmente mientras ruedan de tal manera que su movimiento y no es en dirección del

plano de la rueda. El ángulo entre la dirección del movimiento y el plano de la rueda se denomina como ángulo de deslizamiento α . Este deslizamiento lateral genera una fuerza lateral F_y , en la interfaz entre el neumático y la carretera. El momento M_z tiende a realinear la rueda en la dirección de giro. La fuerza F_x representa la fuerza en la dirección longitudinal de la rueda.

En una maniobra normal, por ejemplo, cuando un coche circula por una curva de la carretera, los ángulos de deslizamientos son pequeños, al igual que la fuerza lateral y el deslizamiento del neumático.

Cuando se está acelerando o frenando, la velocidad del centro del neumático no es igual a su velocidad angular. Esta diferencia produce el deslizamiento longitudinal del neumático, que se puede definir del siguiente modo [3]:

$s_i = \frac{\omega_i R_{eff} - V_i}{V_i}$	Frenando
$s_i = \frac{\omega_i R_{eff} - V_i}{\omega_i R_{eff}}$	Acelerando

Tabla 2.1 Cálculo de deslizamiento longitudinal

Siendo:

- s_i deslizamiento longitudinal de la rueda.
- V_i velocidad longitudinal del neumático.
- ω_i velocidad angular del neumático.

Cuando se está acelerando, la velocidad longitudinal del neumático es menor que la velocidad angular por lo tanto $s_i > 0$, y la fuerza resultante es positiva. Cuando el vehículo frena, ocurre lo contrario, que la velocidad angular es menor a la longitudinal, por lo que $s_i < 0$ y la fuerza resultante es negativa oponiéndose al movimiento del vehículo.

La velocidad de los neumáticos en su dirección longitudinal puede expresarse del siguiente modo:

$$V_{fl} = (V_x - rl_s) \cos \delta_{fl} + (V_y + rl_f) \sin \delta_{fl}$$

$$V_{fr} = (V_x + rl_s) \cos \delta_{fr} + (V_y + rl_f) \sin \delta_{fr}$$

$$V_{rl} = V_x - rl_s$$

$$V_{rr} = V_x + rl_s$$

La fuerza longitudinal se puede calcular en función del deslizamiento. La Figura 2.6 muestra una curva de relación típica entre la fuerza y el deslizamiento. Para este ensayo se ha tomado una fuerza normal de 2000 N y un coeficiente de fricción de 1. Se puede observar cómo para ángulos pequeños la relación entre deslizamiento y fuerza es lineal, cuanto mayor sea el ángulo mayor es la fuerza, sin embargo, a partir de cierto valor de deslizamiento la fuerza tiende a estabilizarse y no aumentar más de valor.

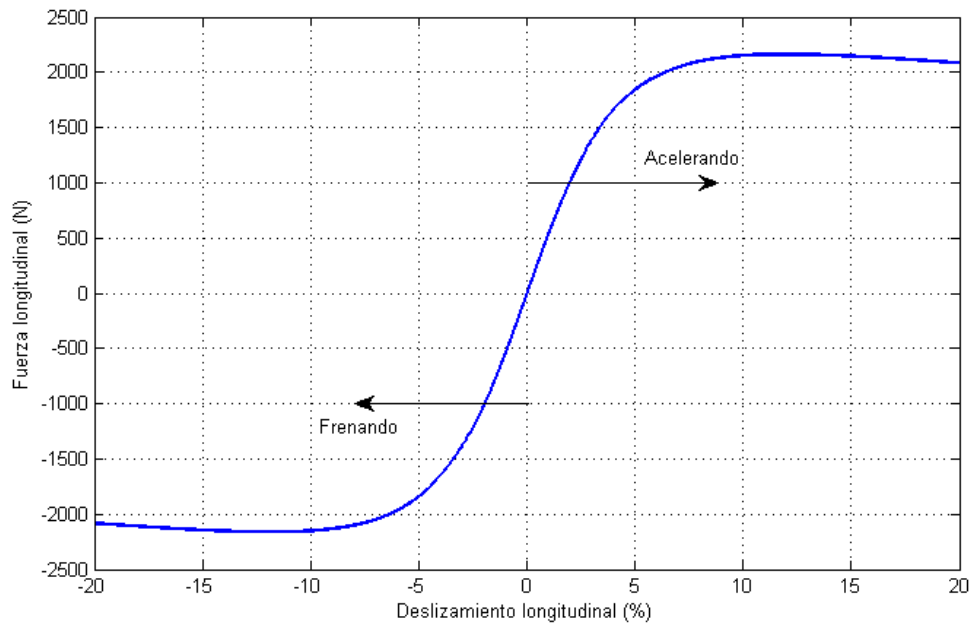


Figura 2.6 Relación entre deslizamiento y fuerza longitudinal

La fuerza longitudinal está también influida por la fuerza normal ejercida sobre la rueda, el coeficiente de fricción entre neumático-carretera y la fuerza lateral.

Cuando el plano longitudinal de la rueda no coincide con la referencia longitudinal del vehículo, una fuerza lateral actúa en el contacto entre neumático y carretera. La fuerza lateral puede calcularse en función del ángulo de deslizamiento. El ángulo de deslizamiento de cada rueda es representado por las siguientes ecuaciones.

$$\alpha_{fl} = \delta_{fl} - \tan^{-1} \left(\frac{V_y + \dot{r}l_f}{V_x - \dot{r}l_s} \right)$$

$$\alpha_{fr} = \delta_{fr} - \tan^{-1} \left(\frac{V_y + \dot{r}l_f}{V_x + \dot{r}l_s} \right)$$

$$\alpha_{rl} = -\tan^{-1} \left(\frac{V_y - \dot{r}l_r}{V_x - \dot{r}l_s} \right)$$

$$\alpha_{rr} = -\tan^{-1} \left(\frac{V_y - \dot{r}l_r}{V_x + \dot{r}l_s} \right)$$

Siendo:

- α_i ángulo de deslizamiento del neumático.
- δ_i ángulo de giro de las ruedas.
- V_x velocidad longitudinal del vehículo.
- V_y velocidad lateral del vehículo.

- \dot{r} velocidad angular del vehículo.

La Figura 2.7 muestra una curva de relación típica entre la fuerza y el ángulo de deslizamiento. Para este ensayo se ha tomado una fuerza normal de 2000 N y un coeficiente de fricción de 1. Se puede observar cómo para ángulos pequeños la relación entre el ángulo de deslizamiento y fuerza es lineal, cuanto mayor sea el ángulo mayor es la fuerza, sin embargo, a partir de cierto valor del ángulo de deslizamiento la fuerza tiende a estabilizarse y no aumentar más de valor.

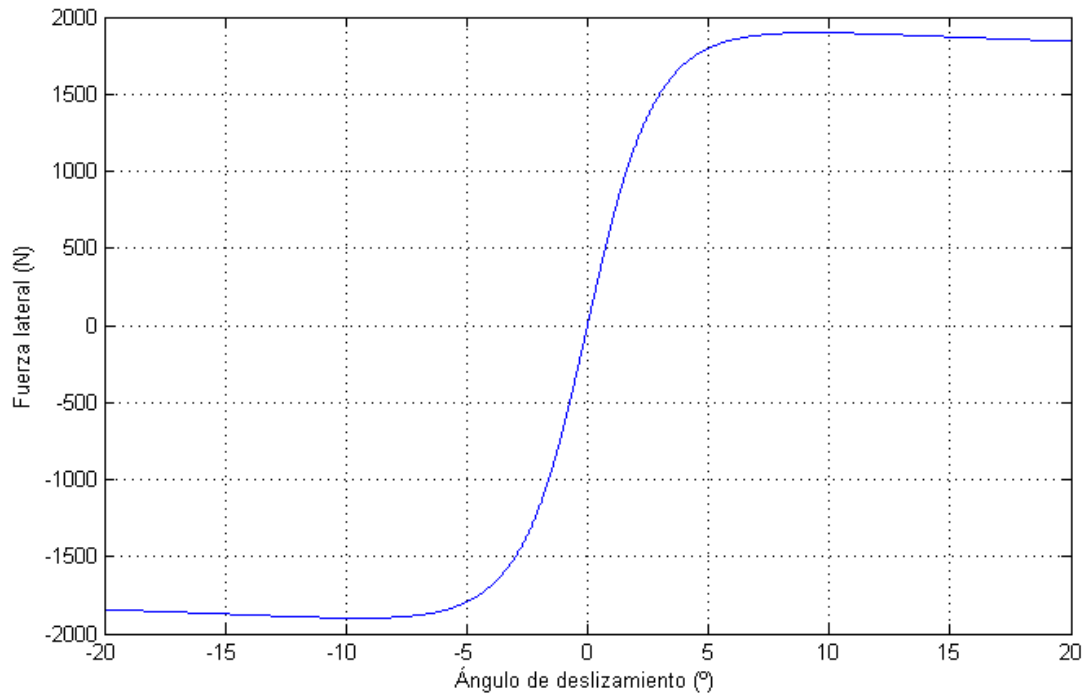


Figura 2.7 Relación entre ángulo de deslizamiento y fuerza lateral

Dado que las fuerzas de los neumáticos son fundamentales para estudiar y entender la dinámica del vehículo, es muy importante tener algunos modelos matemáticos que nos permitan estimar el comportamiento de las ruedas tanto para la simulación como en el diseño del control. Existen numerosos modelos diferentes de neumáticos basadas en datos experimentales. Cada uno tiene sus complejidades, deficiencias y precisión. En este proyecto veremos dos modelos: Dugoff y Magic Formula.

2.4.1 Modelo de Dugoff

El modelo matemático de Dugoff fue desarrollado sobre el año 1970 [7]. Fue bastante usado en sistemas de control de vehículos gracias a su simple formulación y su gran capacidad de describir las fuerzas longitudinal y lateral. Las ecuaciones del modelo son las siguientes;

$$F_{xi} = f_i C_{xi} s_i$$

$$F_{yi} = f_i C_{yi} \alpha_i$$

$$f_i = \begin{cases} 1 & , F_{Ri} \leq \frac{\mu_{Hi} F_{zi}}{2} \\ \left(2 - \frac{\mu_{Hi} F_{zi}}{2}\right) \frac{\mu_{Hi} F_{zi}}{2} & , F_{Ri} > \frac{\mu_{Hi} F_{zi}}{2} \end{cases}$$

Con:

$$F_{Ri} = \sqrt{(C_{xi} s_i)^2 + (C_{yi} \alpha)^2}$$

Siendo:

- C_{xi} Rigidez longitudinal.
- C_{yi} Rigidez lateral.
- F_{zi} Fuerza normal aplicada al neumático.
- μ_{Hi} Máximo coeficiente de fricción.

Se puede ver que cuando la fuerza resultante de combinar las fuerzas longitudinal y lateral es pequeña, menor que la mitad de la fuerza máxima que se puede aplicar, las fuerzas resultantes son lineales al ser un producto entre el coeficiente de rigidez y el deslizamiento/ángulo de deslizamiento. Sin embargo, cuando F_{Ri} es mayor a la mitad de la fuerza total que puede ser aplicada, f_i decrementa su valor, atenuándose el valor de las fuerzas longitudinal y lateral.

El modelo de Dugoff sólo tiene dos parámetros de calibración, C_{xi} y C_{yi} . El modelo funciona bien para valores pequeños de deslizamiento/ángulo de deslizamiento, pero podría perder precisión cuando actúe en condiciones no normales de funcionamiento.

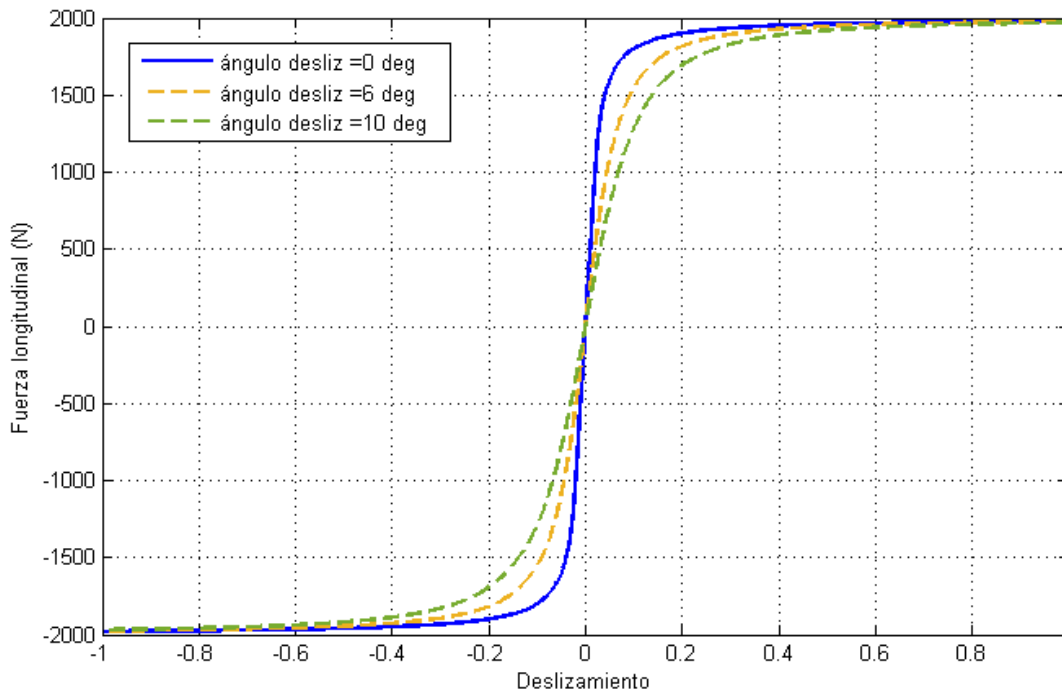


Figura 2.8 Fuerza longitudinal calculada con el Modelo de Dugoff

Se puede observar que el acoplamiento entre fuerza longitudinal y lateral del neumático no está bien modelado cuando se trata de ángulos de deslizamiento/deslizamientos grandes. Esto se puede observar en la Figura 2.8.

Las características importantes, que no están incluidas en un modelo simple como el de Dugoff, pueden ser la rigidez desigual en las direcciones x e y, distribución de presión no simétrica y no constante, además de que el coeficiente de fricción no es constante. Estos factores podrían incluirse en el modelo dinámico del vehículo, pero incrementaría la complejidad del mismo.

Tras estas comprobaciones, elegimos un modelo de neumático más preciso, Magic Formula, para el diseño del control en este proyecto. Este modelo se presenta en la siguiente sección.

2.4.2 Modelo Magic Formula

Uno de los más conocidos modelos matemáticos de neumáticos es el Magic Formula de Pacejka. Éste, nos permite caracterizar el comportamiento de la rueda, y los resultados obtenidos se ajustan, bastante bien a los datos obtenidos de forma experimental. Es muy común encontrarnos el uso de este modelo para la simulación y análisis de la dinámica de vehículos [3].

El modelo emplea una fórmula general para describir las fuerzas longitudinales lateral y momento de alineación. Las ecuaciones básicas son las siguientes.

$$y(x) = D \sin\{C \tan^{-1}[Bx - E(Bx - \tan^{-1}(Bx))]\}$$

$$Y(X) = y(x) + S_v$$

$$x = X - S_h$$

Donde:

Y es la salida que puede ser: la fuerza longitudinal F_x , la fuerza lateral F_y o el momento M_z .

X es la entrada que puede ser: deslizamiento longitudinal (s) o ángulo de deslizamiento (α).

Los parámetros B, C, D, E, S_v y S_h , tienen la siguiente nomenclatura:

- B Factor de rigidez.
- C Factor de forma.
- D Factor de pico.
- E Factor de curvatura.
- S_v Desplazamiento vertical.
- S_h Desplazamiento horizontal.

Sin los desplazamientos vertical y horizontal el modelo produce una curva típica que pasa por el origen ($x=y=0$), alcanza un máximo y posteriormente, tiende a una asíntota horizontal. Para entender mejor las ecuaciones de este modelo, podemos nombrar algunas características:

- 1) El coeficiente D representa el valor máximo de la fuerza del neumático.
- 2) El producto BCD corresponde a la pendiente en el origen ($x=y=0$).
- 3) El factor de forma C controla los límites del rango de la función seno y por lo tanto determina la forma de la curva resultante.
- 4) El factor B se utiliza para determinar la pendiente en el origen y es llamado factor de rigidez.
- 5) Los desplazamientos S_v y S_h , tienen en cuenta posibles efectos de la resistencia a la rodadura de los neumáticos al no pasar la curva por el origen.
- 6) El factor E puede utilizarse para cambiar la forma de la curvatura cerca del pico.

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8
F_y	-22.1	1011	1078	1.82	0.208	0.000	-0.354	0.707
M_z	-2.72	-2.28	-1.86	-2.73	0.110	-0.070	0.643	-4.04
F_x	-21.3	1144	49.6	226	0.069	-0.006	0.056	0.486

Tabla 2.2 Coeficientes para el cálculo de Fuerzas por el efecto de F_z con Magic Formula

	a_9	a_{10}	a_{11}	a_{12}	a_{13}
F_y	0.028	0.000	14.8	0.022	0.000
M_z	0.015	-0.066	0.945	0.030	0.070

Tabla 2.3 Coeficientes para el cálculo de Fuerzas por el del ángulo de camber

Los coeficientes de las tablas anteriores serán los utilizados para modelar el comportamiento de las fuerzas en el neumático. A continuación, puesto que existen diferencias en cuanto a las ecuaciones utilizadas según la fuerza que vayamos a calcular, vemos en detalle el cálculo de cada fuerza.

Fuerza lateral (F_y)

Para la fuerza lateral, los factores de rigidez, pico y curvatura son calculados del siguiente modo:

$$C = 1.30$$

$$D = a_1 F_z^2 + a_2 F_z$$

$$BCD = a_3 \sin(a_4 \tan^{-1}(a_5 F_z))$$

$$B = \frac{BCD}{CD}$$

$$E = a_6 F_z^2 + a_7 F_z + a_8$$

Los factores afectados por el ángulo de camber Y , en grados, se calculan:

$$S_h = a_9 Y$$

$$S_v = (a_{10} F_z^2 + a_{11} F_z) Y$$

$$\Delta B = -a_{12} |Y| B$$

Finalmente, la fuerza lateral es calculada en función del factor de forma y del ángulo de deslizamiento α .

$$\phi = (1 - E)(\alpha + S_h) + \frac{E}{B} \tan^{-1}(B(\alpha + S_h))$$

$$F_y = D \sin(C \tan^{-1}(B\phi)) + S_v$$

Teniendo en cuenta que el valor F_z se introduce en KN y el valor del ángulo de deslizamiento en grados ya podemos calcular la curva típica de la fuerza lateral de un neumático.

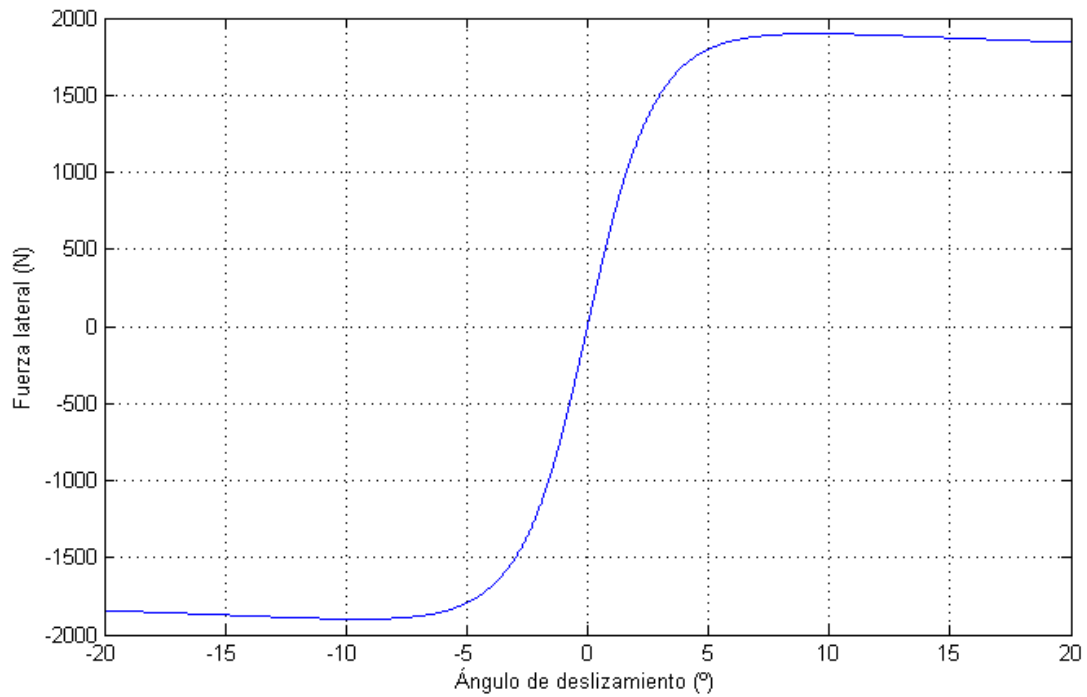


Figura 2.9 Relación entre ángulo de deslizamiento y Fuerza lateral. Magic Formula. $F_z = 2 \text{ KN}$

Momento de alineación (M_z)

Para el momento de alineación, los factores de rigidez, pico y curvatura son calculados del siguiente modo:

$$C = 2.40$$

$$D = a_1 F_z^2 + a_2 F_z$$

$$BCD = \frac{a_3 F_z^2 + a_4 F_z}{e^{a_5 F_z}}$$

$$B = \frac{BCD}{CD}$$

$$E = a_6 F_z^2 + a_7 F_z + a_8$$

Los factores afectados por el ángulo de camber Υ , en grados, se calculan:

$$S_h = a_9 \Upsilon$$

$$S_v = (a_{10} F_z^2 + a_{11} F_z) \Upsilon$$

$$\Delta B = -a_{12} |\Upsilon| B$$

$$\Delta E = \frac{E}{1 - a_{13} |\Upsilon|} - E$$

Finalmente, el momento de alineación es calculado en función del factor de forma y del ángulo de deslizamiento α .

$$\phi = (1 - E)(\alpha + S_h) + \frac{E}{B} \tan^{-1}(B(\alpha + S_h))$$

$$F_y = D \sin(C \tan^{-1}(B\phi)) + S_v$$

Teniendo en cuenta que el valor F_z se introduce en KN y el valor del ángulo de deslizamiento en grados ya podemos calcular la curva típica del momento de alineación de un neumático.

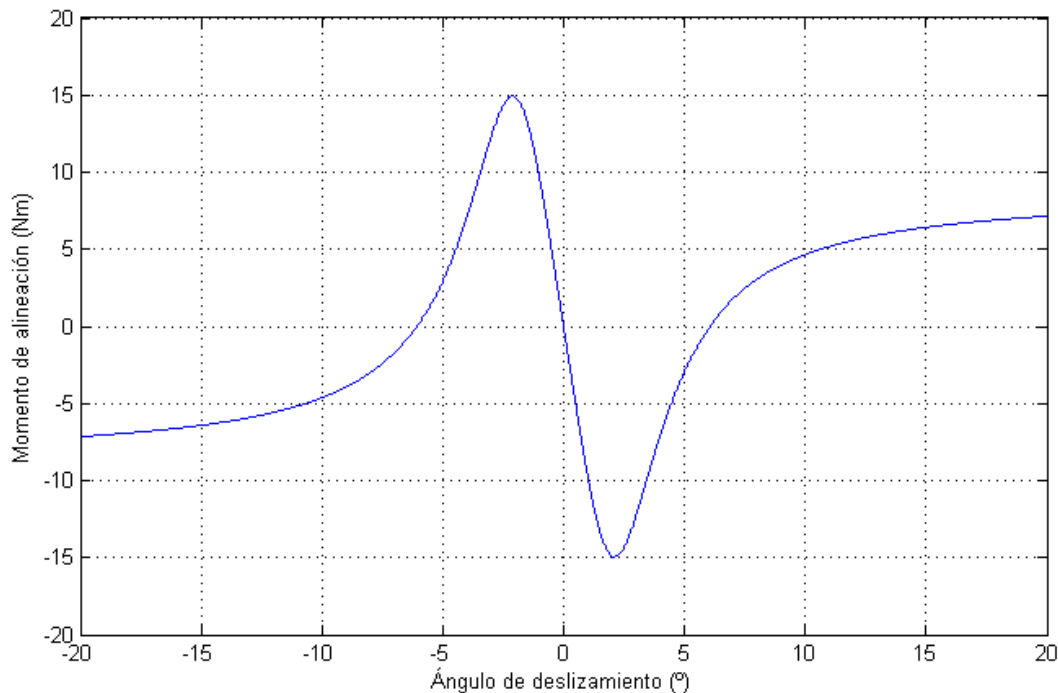


Figura 2.10 Relación entre ángulo de deslizamiento y Momento de un neumático. Magic Formula. $F_z = 2 \text{ KN}$

Fuerza longitudinal (F_x)

Para la fuerza longitudinal, los factores de rigidez, pico y curvatura son calculados del siguiente modo:

$$C = 1.65$$

$$D = a_1 F_z^2 + a_2 F_z$$

$$BCD = \frac{a_3 F_z^2 + a_4 F_z}{e^{a_5 F_z}}$$

$$B = \frac{BCD}{CD}$$

$$E = a_6 F_z^2 + a_7 F_z + a_8$$

En este caso el ángulo de camber Υ no tiene ningún efecto.

Finalmente, la fuerza longitudinal es calculado en función del factor de forma y el deslizamiento.

$$\phi = (1 - E)(s + S_h) + \frac{E}{B} \tan^{-1}(Bs)$$

$$F_x = D \sin(C \tan^{-1}(B\phi))$$

Teniendo en cuenta que el valor F_z se introduce en KN y el valor del deslizamiento en porcentaje ya podemos calcular la curva típica de la fuerza longitudinal de un neumático.

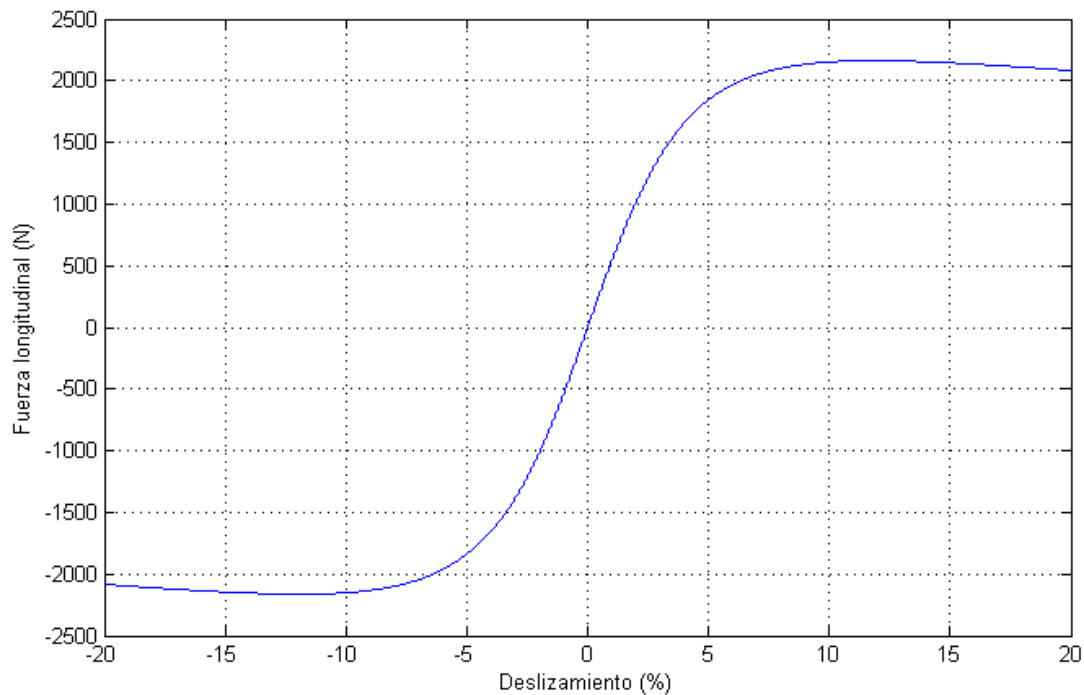


Figura 2.11 Relación entre ángulo de deslizamiento y Fuerza longitudinal de un neumático. Magic Formula. $F_z = 2 \text{ KN}$

En la formulación anterior se puede apreciar que el ángulo de deslizamiento no afecta a la fuerza longitudinal lo mismo que el deslizamiento longitudinal a la fuerza lateral. Se podría incluir este efecto aumentando la complejidad de las ecuaciones anteriores, quedando del siguiente modo:

$$F_x = D_x \cos(C_x \tan^{-1}(B_x \alpha)) \sin(C_x \tan^{-1}(B_x \phi_x))$$

$$F_y = D_y \cos(C_y \tan^{-1}(B_y s)) \sin(C_y \tan^{-1}(B_y \phi_y))$$

Si queremos modelar el efecto de un rozamiento variable entre el neumático y la carretera, se puede realizar como muestran las siguientes figuras. Los valores usuales de rozamiento son de $\mu = 0.8 \sim 0.9$ para asfalto seco, $\mu = 0.5 \sim 0.7$ con la superficie mojada, $\mu = 0.3 \sim 0.5$ para una superficie de nieve dura y $\mu = 0.1 \sim 0.3$ para una superficie helada.

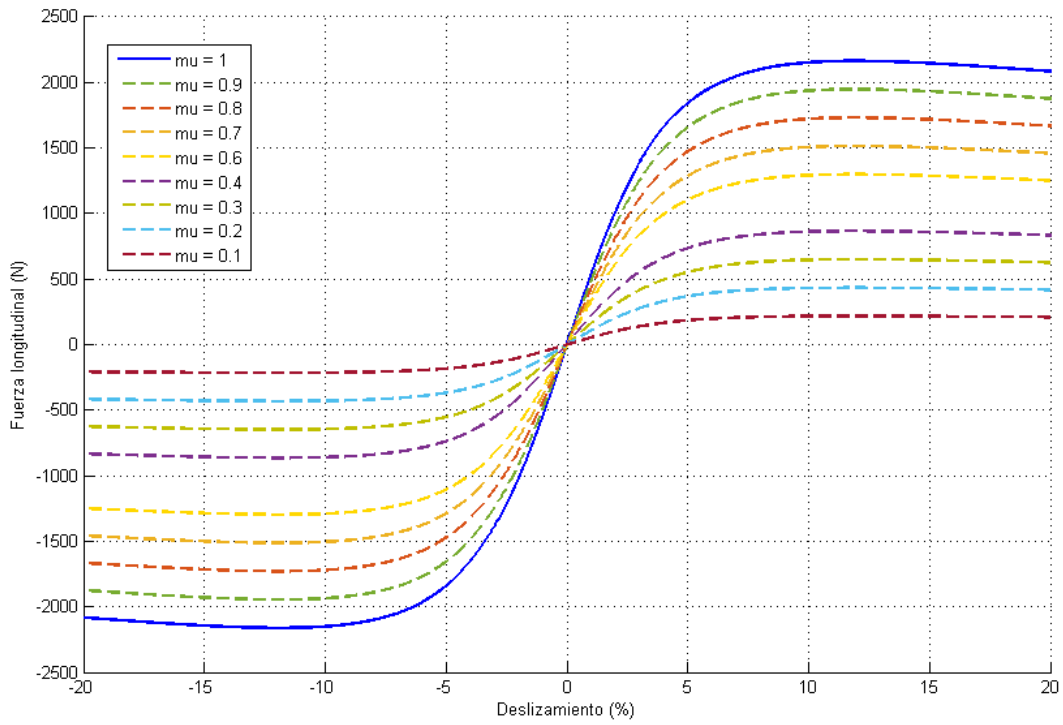


Figura 2.12 Efecto del rozamiento en la fuerza longitudinal

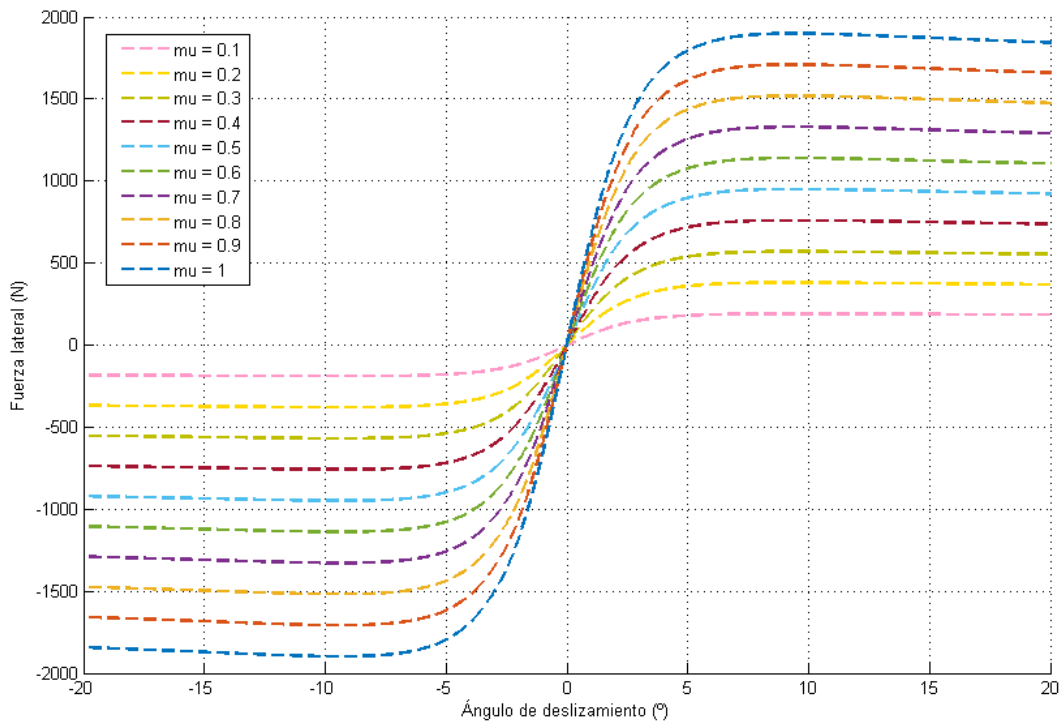


Figura 2.13 Efecto del rozamiento en la fuerza lateral

3 CONTROL DE SEGUIMIENTO PARA SISTEMAS NO LINEALES

En este capítulo, analizamos el problema del control de seguimiento para sistemas dinámicos no lineales. El control de las salidas de un sistema dado que tiene que rastrear una referencia variable en el tiempo es uno de los problemas más comunes e importantes tanto para la investigación de la teoría de control como para la práctica de ingeniería [5]-[9].

Los métodos de diseño de control no lineal se basan, la gran mayoría, en la teoría de Lyapunov. Para el control de seguimiento, el objetivo es construir una ley de control que pueda llevar los estados del sistema a valores deseados que varíen en el tiempo o que tengan un error mínimo, es decir que los valores se equilibren con el sistema en lazo cerrado.

3.1 Teoría Lyapunov

A continuación, veremos brevemente las definiciones y herramientas para probar la estabilidad del sistema según Lyapunov.

Considerando el siguiente sistema:

$$\dot{x} = f(x, t),$$

$$x(t_0) = x_0$$

Donde:

- $x \in \mathbb{R}^n$, para $t \geq 0$

Definimos un punto de equilibrio del sistema, tal que cuando $x = x_e$, la función $f(x_e) = 0$. Las propiedades de la estabilidad del sistema están caracterizadas en las siguientes definiciones:

Definición 1. (Estabilidad de Lyapunov)

El punto de equilibrio es estable $x = x_e$ en el sentido de Lyapunov, si $\forall \varepsilon > 0$, existe dentro $\delta(t_0, \varepsilon) > 0$, tal que:

$$\|x(t_0) - x_e\| < \delta \rightarrow \|x(t) - x_e\| < \varepsilon, \quad \forall t \geq t_0$$

El sistema es inestable cuando no es estable.

Definición 2. (Estabilidad Uniforme)

El punto de equilibrio x_e , es denominado punto de equilibrio uniformemente estable si δ es independiente de t_0 .

Se puede intuir que el requisito de estabilidad solo garantiza que los estados del sistema no se alejarán del punto de equilibrio con el tiempo. Sin embargo, no se puede garantizar que los sistemas tengan tendencia al punto de equilibrio cuando se inicien lo suficientemente cerca.

Definición 3. (Estabilidad asintótica)

El punto de equilibrio x_e , es un punto asintóticamente estable si:

- a) x_e es un punto de equilibrio estable en el sentido de Lyapunov.
- b) $\forall t_0 \geq 0$, existente dentro $\delta(t_0)$, tal que $\|x_0 - x_e\| < \delta \rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = x_e$.

Si x_e es asintóticamente estable y $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = x_e$ para todo $x_0 \in \mathbb{R}^n$, éste es llamado punto de equilibrio global asintóticamente estable.

La velocidad de convergencia no está cuantificada en la definición.

Definición 4. (Estabilidad exponencial)

El punto de equilibrio x_e , es denominado exponencialmente estable si existe $\alpha > 0$ y $\forall \varepsilon > 0, \exists \delta(\varepsilon)$, tal que la solución del sistema satisface:

$$\|x(t) - x_e\| \leq \varepsilon e^{-\alpha(t-t_0)} \|x_0 - x_e\|, \text{ siempre que } \|x_0 - x_e\| \leq \delta$$

Para control de sistemas no lineales, a veces es difícil diseñar una ley de control para lograr estabilidad exponencial.

En las definiciones anteriores $x(t)$ es la solución del sistema que empieza en x_0 y t_0 . En general es difícil encontrar la solución analíticamente. Afortunadamente, existen algunas formas alternativas para comprobar la estabilidad. Lyapunov introdujo la idea de condensar el vector de estado del sistema $x(t)$ en una función escalar $V(t)$ para medir cuán lejos están los estados del punto de equilibrio. Si la función $V(t)$ disminuye con el tiempo, el sistema debe moverse hacia el equilibrio. Este método se usa a menudo para probar la estabilidad de los sistemas no lineales a controlar.

Definición 5. (Función definida localmente positiva)

Una función continua $V(t)$, es una función localmente positiva si, para algunos $\delta > 0$, y $\alpha(\cdot) \in \mathbb{K}$ (Donde $\alpha(\cdot)$ es una función dentro de \mathbb{K} , por ejemplo, si $\alpha(\cdot)$ fuera continua y creciera estrictamente con $\alpha(0) = 0$), tal que:

$$V(0) = 0 \quad \text{y} \quad V(x) \geq \alpha(|x|) \quad \text{para todo} \quad \|x_0 - x_e\| < \delta$$

La función se denomina función definida positiva si se mantiene para $x \in \mathbb{R}^n$. $V(x)$ se dice que es una función definida negativa si $-V(x)$ es definida positiva.

Definición 6. (Funciones Radialmente Ilimitadas)

Una función $V(x)$ con $V(0) = 0$, se dice que es radialmente ilimitada si existe una función $\phi(\cdot) \in KR$ (por ejemplo, si $\phi(\cdot) \in K$ y $\lim_{r \rightarrow \infty} \phi(r) = \infty$), tal que:

$$V(x) \geq \phi(\|x\|) \quad \text{para todo } x \in \mathbb{R}^n$$

Después de estas definiciones, vamos a ver el teorema básico de Lyapunov para la estabilidad asintótica global.

Teorema 1. (Teorema de Lyapunov)

Considerando el sistema anterior y con $f(0) = 0$. Siendo $V(x)$ una función definida positiva, ilimitada radialmente y escalar continuamente diferenciable. Si:

$$\dot{V}(x) = \frac{dV(x)}{dx} f(x) < 0, \quad \text{para } x \neq 0$$

Entonces $x = 0$ es un punto de equilibrio global asintóticamente estable (GAS).

Si $V(x)$ una función definida positiva, cuya derivada sea $\dot{V}(x) \leq 0$ se dice que es una función de Lyapunov de dicho sistema. El requisito de que sea ilimitada radialmente es necesario para garantizar que la propiedad GAS se mantiene globalmente. Si $V(x)$ es definida positiva localmente, el sistema será también localmente estable asintóticamente.

3.2 Control en modo deslizante

El control en modo deslizante es uno de los métodos de diseño de control para sistemas no lineales más conocidos. Básicamente, este controlador, empuja el sistema para que los valores de estado estén dentro de la superficie de deslizamiento predefinida en un tiempo finito y se mantenga dentro o cerca de ésta. En el momento que la trayectoria está por encima de la superficie deslizante predefinida, un controlador de realimentación utiliza una ganancia para acercarlo a la superficie deslizante. Por el contrario, cuando la trayectoria del estado está debajo de la superficie, entonces otra ganancia actúa para llevarlo hacia la superficie deslizante. Una vez que el sistema alcanza la superficie deslizante, la entrada de control se mantiene y el controlador se asegura de que la trayectoria se quede dentro de la superficie deslizante [9].

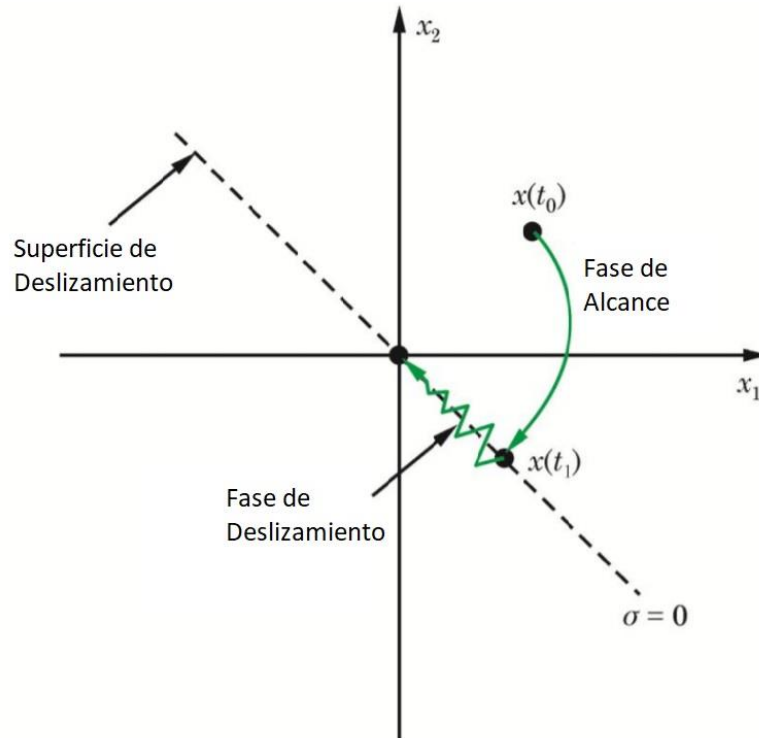


Figura 3.1 Fase de alcance y Fase de deslizamiento

En la Figura 3.1 se puede ver una representación gráfica de los dos estados:

- Fase de alcance
- Fase de deslizamiento

En la fase de alcance, las dinámicas del sistema se dirigen hacia la superficie de deslizamiento en un tiempo finito. Matemáticamente, la condición para que se alcance la superficie se puede expresar como:

$$\begin{cases} \dot{\sigma} < 0 \text{ cuando } \sigma > 0 \\ \dot{\sigma} > 0 \text{ cuando } \sigma < 0 \end{cases}$$

También se puede simplificar la expresión anterior en una sola ecuación:

$$\dot{\sigma} \sigma < 0$$

La condición anterior asegura el alcance y la estabilidad, pero no proporciona información de cómo alcanza la superficie de deslizamiento. La manera de alcanzar la superficie deslizante es importante porque determina las características finales del comportamiento transitorio del sistema. Los tres enfoques más comunes para alcanzar la superficie deslizante son:

1. Ley de acercamiento constante.

Esta ley viene dada por:

$$\dot{\sigma} = -\rho \operatorname{sgn}(\sigma); \quad \rho > 0$$

Según esta ley la función se acercará a cero con una velocidad constante.

2. Ley de aproximación proporcional.

Esta ley viene dada por:

$$\dot{\sigma} = -\rho \operatorname{sgn}(\sigma) - \kappa \sigma; \quad \rho > 0, \kappa > 0$$

Según esta ley, la función se acercará a cero con una velocidad igual a la suma de una constante y una cantidad que es proporcional a la distancia del estado de la trayectoria desde el punto de vista de la superficie deslizante.

3. Ley de aproximación exponencial.

Esta ley viene dada por:

$$\dot{\sigma} = -\kappa |\sigma|^m \operatorname{sgn}(\sigma); \quad \kappa > 0, \quad 1 > m > 0$$

Según esta ley, la función de conmutación se aproximará a cero con la velocidad de una función exponencial de la distancia del estado de la trayectoria desde el punto de vista de la superficie de deslizamiento.

Cuando se alcanza la superficie de deslizamiento acaba la fase de alcance y el sistema comienza a deslizarse por la superficie entrando en la fase de deslizamiento. La principal ventaja que tiene utilizar SMC que el sistema es insensible a las incertidumbres de modelado y a las perturbaciones desconocidas mientras se encuentra en la fase deslizante. Pero, por el contrario, no se puede asegurar lo mismo para la fase de alcance. Por lo tanto, para aumentar la robustez del sistema se debe intentar reducir la fase de alcance.

Una vez alcanzada la superficie deslizante ($\sigma = 0$), debido a los efectos de muestreo, la conmutación y los retrasos del sistema se produce un efecto de *chattering*. Este efecto es un inconveniente para las aplicaciones mecánicas del SMC.

Mirando la Figura 3.1, suponemos que ya hemos entrado en la fase de deslizamiento y que, inicialmente, partimos de la parte donde $\sigma > 0$ y el controlador está llevando la trayectoria a la superficie de deslizamiento, es decir a $\sigma = 0$. Idealmente, después de alcanzar la superficie, la trayectoria debería comenzar a deslizarse por la superficie, pero en la vida real el controlador funciona según un tiempo de muestreo y, por lo tanto, no existe control para el tiempo entre los tiempos de muestreo. La trayectoria se desplaza a la otra región de la superficie de deslizamiento $\sigma < 0$. Cuando el siguiente tiempo de muestreo vuelve a activarse el controlador intenta llevar la trayectoria a $\sigma = 0$, repitiéndose el mismo fenómeno produciéndose el *chattering*.

Este efecto provoca controles inexactos, desgaste en las piezas mecánicas y reducción de la vida útil de los actuadores, llegando a provocar inestabilidad en el sistema.

3.2.1 Reducción del *chattering*

Como hemos visto antes, la principal característica del SMC, y que hace que sea un método muy usado, es la robustez frente a variaciones de parámetros y perturbaciones. Sin embargo, el principal inconveniente del control deslizante es el fenómeno de *chattering*.

Existen muchos métodos diferentes para reducir el efecto de *chattering*. Éstos pueden ser divididos según afecten, modificando el hardware o la estructura de control. Los sistemas que cambian la estructura de control también pueden clasificarse, también, en algoritmos de modificación de ganancia y métodos estructurales. Algunos métodos se enfocan en la compensación entre el efecto de *chattering* y garantizar la robustez del sistema, mientras que otros son bastantes efectivos, pero difíciles de implementar.

Modificaciones de Hardware.

El problema es causado por frecuencias de conmutación limitadas y se puede resolver mediante la implementación del SMC en tiempo discreto. También, puede eliminarse realizando una aproximación lineal del control de conmutación y la implementación a través de señales moduladas por ancho de pulso.

Algoritmos para modificar la ganancia.

Estos algoritmos reducen las vibraciones provocadas por este fenómeno modificando la ganancia de la función de control u .

Solución capa límite. Se reduce el efecto si modificamos la ganancia de control en función de su proximidad. Suponiendo una capa límite definida según $B(\varepsilon) = \{x \mid |\sigma(x)| < \varepsilon\}$ con $B \in \mathbb{R}e^n$. Por ejemplo, en el siguiente caso:

$$u = -\text{sign}(s)$$

puede aproximarse por una función lineal:

$$u = -M \text{sat}\left(\frac{s}{\varepsilon}\right) \quad M, \varepsilon \in \mathbb{R}e^n$$

o por una aproximación continua no lineal:

$$u = -M \frac{s}{|s| + \varepsilon} \quad M, \varepsilon \in \mathbb{R}e^n$$

Métodos estructurales.

Los algoritmos estructurales modifican, no solo la ganancia como el anterior, sino toda la estructura del sistema de control. El objetivo es ir más allá de los límites de los algoritmos anteriores y tratar de suprimir las fuentes de *chattering* al tiempo que mejora el comportamiento de convergencia. Las principales desventajas de estos métodos son su mayor

complejidad y la difícil implementación de éstos.

3.2.2 Sistema SISO

El principal objetivo es encontrar la entrada de control que haga que el sistema tienda hacia la superficie deslizante y luego se mantenga a pesar de las perturbaciones e incertidumbre que pueda tener [8].

Un sistema mecánico no lineal de una sola entrada y una sola salida (SISO por sus siglas en inglés *Single Input-Single Output*) se define:

$$\begin{aligned}\dot{z}_i &= z_{i+1} \\ \dot{z}_n &= f(z) + b(z)u + d(t)\end{aligned}$$

Siendo:

- $i = 1, \dots, n - 1$.
- $z^T = [z_1, \dots, z_n]$ es un vector de estado del sistema.
- $u =$ entrada escalar.
- $f(z) =$ término asociado a la conducción no lineal del vector sistema – estado.
- $b(z) =$ término asociado al control de la ganancia.
- $d(t) =$ término asociado a las perturbaciones.

A continuación, el objetivo es determinar la señal de control “u” que controla el movimiento de los estados del sistema “z” hacia la capa de deslizamiento predefinida $\sigma(z, t) = 0$, independientemente si existen perturbaciones.

$$u = \begin{cases} u^+, & \sigma(z, t) > 0 \\ u^-, & \sigma(z, t) < 0 \end{cases}$$

La señal de control “u” positiva y negativa se seleccionan de modo que la derivada de la función de Lyapunov candidata sea negativo-definido como vimos en el punto 3.1.

Para solucionar los problemas de discontinuidades dados en un SMC, se necesita un estado adicional al sistema. Entonces:

$$\begin{aligned}\dot{z}_i &= z_{i+1} \\ z_{n+1} &= g(z, u) + b(z)\dot{u} + \dot{d}(t)\end{aligned}$$

Siendo:

- $g(z, u) = \dot{f}(z) + \dot{b}(z)u$.
- $i = 1, \dots, n$.

La condición para que el sistema tienda a la superficie deslizante, se denomina condición de alcance. La solución dada por $\sigma = 0$ tendrá, al menos, estabilidad asintótica si el control satisface la condición de que la derivada de la función de Lyapunov, sea definida negativa. Considerando la función de Lyapunov candidata:

$$V(\sigma) = \sigma^2/2$$

La distancia cuadrada a la superficie disminuye a lo largo de la trayectoria. Por lo tanto, las trayectorias se dirigirán hacia la superficie deslizante. Una vez el sistema llega a la superficie, las trayectorias del sistema estarán sobre superficie.

La condición de alcance puede comprobarse cuando la condición $\sigma\dot{\sigma} < 0$, se cumpla. Se puede utilizar una ganancia $\dot{\sigma} = -D\sigma$, con $D > 0$, para aumentar la robustez del sistema siendo D coeficiente de amortiguamiento para lograr la robustez deseada en un sistema de lazo cerrado. Idealmente el valor de D sería lo más grande posible, pero en la práctica, esto no es posible. El valor de D queda limitado por varios factores:

- Dinámica no modelada del par electromagnético.
- Niveles de ruido.
- Implementación del algoritmo de control discreto.

Si derivamos la función de Lyapunov nos queda:

$$\dot{V}(\sigma) = -D\sigma^2$$

Con la condición $\dot{V} = \sigma\dot{\sigma} = -D\sigma^2$ y con u_{eq} , la cual no es la acción de control aplicada a la planta. Podemos derivar:

$$\dot{u} = \dot{u}_{eq} + D\sigma$$

Siendo el control equivalente u_{eq} la solución de $\dot{\sigma}|_{\sigma=0} = 0$.

El control “u” puede obtenerse integrando:

$$u = \int_0^t \dot{u} dt$$

Este control asegura el movimiento invariante del sistema en modo deslizante con un valor normal de perturbación. El control se logra cuando la función de Lyapunov sea negativa, es decir:

$$\dot{V} = \sigma\dot{\sigma} = -D\sigma^2 < 0$$

3.3 Diseño del controlador de alto nivel para nuestro sistema

En este capítulo, diseñaremos un control SMC para nuestro sistema. Como vimos en el capítulo 2, el movimiento plano de un vehículo de tierra puede ser modelado como un cuerpo rígido con tres grados de libertad [8].

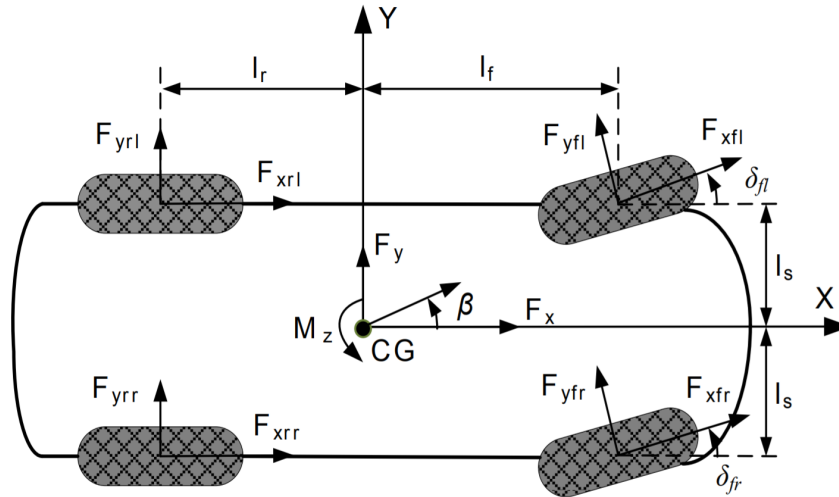


Figura 3.2 Dinámica de un movimiento plano de un vehículo de tierra

Las ecuaciones que gobiernan este sistema fueron obtenidas en el capítulo 2, quedando:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 x_3 - \frac{C_a}{m_v} x_1^2 + \frac{1}{m_v} \left(\frac{-J}{R_{eff}} \Delta_{1x} \dot{\omega} + \Delta_{1y} F_y \right) + v_1 ; \\ \dot{x}_2 &= -x_1 x_3 + \frac{1}{m_v} \left(\frac{-J}{R_{eff}} \Delta_{2x} \dot{\omega} + \Delta_{2y} F_y \right) + v_2 ; \\ \dot{x}_3 &= \frac{1}{I_z} \left(\frac{-J}{R_{eff}} \Delta_{1x} \dot{\omega} + \Delta_{1y} F_y \right) + v_3 ;\end{aligned}$$

Donde:

- $x_1 = V_x$
- $x_2 = V_y$
- $x_3 = r$

Se diseña un SMC para el control de seguimiento del vehículo se adapte a las incertidumbres y perturbaciones dadas en la dinámica de un vehículo. Para el modelo orientado al control, el diseño de SMC se divide en tres *single-input single-output* (SISO).

Realizando un diseño de SMC estándar, empezamos por definir:

$$s_1 = \lambda_1(x_1 - x_{1d})$$

$$s_2 = \lambda_2(x_2 - x_{2d})$$

$$s_3 = \lambda_3(x_3 - x_{3d})$$

Siendo:

- $\lambda_i > 0$, con $i = 1,2,3$.

Las ecuaciones de atracción son:

$$\begin{aligned} \dot{s}_1 &= \lambda_1 \dot{x}_1 - \lambda_1 \dot{x}_{1r} = \lambda_1 \left(x_2 x_3 - \frac{C_a}{m_v} x_1^2 + \frac{1}{m_v} \left(\frac{-J}{R_{eff}} \Delta_{1x} \dot{\omega} + \Delta_{1y} F_y \right) + v_1 \right) - \lambda_1 \dot{x}_{1r} \\ &= -\eta_1 \operatorname{sgn}(s_1) \end{aligned}$$

$$\dot{s}_2 = \lambda_2 \dot{x}_2 - \lambda_2 \dot{x}_{2r} = \lambda_2 \left(-x_1 x_3 + \frac{1}{m_v} \left(\frac{-J}{R_{eff}} \Delta_{2x} \dot{\omega} + \Delta_{2y} F_y \right) + v_2 \right) - \lambda_2 \dot{x}_{2r} = -\eta_2 \operatorname{sgn}(s_2)$$

$$\dot{s}_3 = \lambda_3 \dot{x}_2 - \lambda_3 \dot{x}_{3r} = \lambda_3 \left(\frac{1}{I_z} \left(\frac{-J}{R_{eff}} \Delta_{1x} \dot{\omega} + \Delta_{1y} F_y \right) + v_3 \right) - \lambda_3 \dot{x}_{3r} = -\eta_3 \operatorname{sgn}(s_3)$$

Siendo:

- $\eta_i > 0$, con $i = 1,2,3$.

La función candidata de Lyapunov es:

$$V_i = \frac{1}{2} s_i^2$$

Eligiendo $\eta_{1,2,3}$ lo suficientemente grande para garantizar la inecuación y el acercamiento a la superficie deslizante:

$$\dot{V}_i = s_i \dot{s}_i = s_i \eta_i \operatorname{sgn}(s_i) \leq K_i |s_i|$$

Siendo:

- $K_i > 0$
- $i = 1,2,3$

Llamando $k_i = \frac{\eta_i}{\lambda_i}$, despejamos la ecuación anterior. La ley de control queda:

$$\begin{aligned} v_1 &= -x_2x_3 + \frac{C_a}{m_v}x_1^2 - \frac{1}{m_v} \left(\frac{-J}{R_{eff}} \Delta_{1x}\dot{\omega} + \Delta_{1y}\hat{F}_y \right) + \dot{x}_{1r} - k_1 \text{sign}(s_1) \\ v_2 &= x_1x_3 - \frac{1}{m_v} \left(\frac{-J}{R_{eff}} \Delta_{2x}\dot{\omega} + \Delta_{2y}\hat{F}_y \right) + \dot{x}_{2r} - k_2 \text{sign}(s_2) \\ v_3 &= -\frac{1}{I_z} \left(\frac{-J}{R_{eff}} \Delta_{1x}\dot{\omega} + \Delta_{1y}\hat{F}_y \right) + \dot{x}_{3r} - k_3 \text{sign}(s_3) \end{aligned}$$

Donde:

- La ganancia de control es positiva. $k_{1,2,3} > 0$
- \dot{x}_{jr} representa la referencia de la velocidad longitudinal, lateral y el giro del vehículo.
- \hat{F}_y es la fuerza lateral de los neumáticos calculada por el modelo “Magic Formula”
- $\dot{\omega}$ es la aceleración angular que puede aproximarse como la media de las velocidades angulares medidas

Uno de los errores que pueden darse en esta ley de control es que el error de velocidad de guiñada causado por la vibración del diseño SMC podría acumularse en un desplazamiento del ángulo de giro y, producir una desviación de la trayectoria del vehículo. Podemos añadir un nuevo control del ángulo de desvío. Siendo $x_4 = \beta$, rediseñamos el control virtual v_3 .

$$\begin{aligned} \dot{x}_3 &= \frac{1}{I_z} \left(\frac{-J}{R_{eff}} \Delta_{1x}\dot{\omega} + \Delta_{1y}F_y \right) + v_3 \\ \dot{x}_4 &= x_3 \end{aligned}$$

Si definimos:

$$s_3 = x_3 - x_{3r} + \lambda_4(x_4 - x_{4r})$$

Siendo:

- x_{4r} ángulo deseado obtenido al integrar x_{3r}
- $\lambda_4 > 0$

Siguiendo un procedimiento similar al anterior SMC para obtener la ley de control, nos queda:

$$v_3 = -\frac{1}{I_z} \left(\frac{-J}{R_{eff}} \Delta_{1x} \dot{\omega} + \Delta_{1y} \hat{F}_y \right) + \dot{x}_{3r} - k_3 \text{sign}(s_3) - \lambda_4 (x_3 - x_{3r})$$

En la práctica, como hemos visto anteriormente, para evitar los efectos causados por frecuente cambio alrededor de la superficie deslizante, se utiliza una aproximación continua de grosor ϕ_i , además de sustituir la función “sign” por una función de saturación. Nos queda:

$$\text{sign}(s_i) \approx \text{sat} \left(\frac{s_i}{\phi_i} \right) = \begin{cases} \frac{s_i}{\phi_i} & \text{si } |s_i| < \phi_i \\ \text{sign} \left(\frac{s_i}{\phi_i} \right) & \text{si } |s_i| \geq \phi_i \end{cases}$$

En la selección del grosor de la capa límite ϕ_i alrededor de la superficie de deslizamiento habrá que compensar entre reducir el efecto de *chattering* y aumentar el error residual.

Teniendo en cuenta todo lo anterior, la ley de control para el seguimiento del movimiento plano de un vehículo de tierra queda finalmente:

$$\begin{aligned} v_1 &= -x_2 x_3 + \frac{C_a}{m_v} x_1^2 - \frac{1}{m_v} \left(\frac{-J}{R_{eff}} \Delta_{1x} \dot{\omega} + \Delta_{1y} \hat{F}_y \right) + \dot{x}_{1r} - k_1 \text{sat} \left(\frac{s_1}{\phi_1} \right) \\ v_2 &= x_1 x_3 - \frac{1}{m_v} \left(\frac{-J}{R_{eff}} \Delta_{2x} \dot{\omega} + \Delta_{2y} \hat{F}_y \right) + \dot{x}_{2r} - k_2 \text{sat} \left(\frac{s_2}{\phi_2} \right) \\ v_3 &= -\frac{1}{I_z} \left(\frac{-J}{R_{eff}} \Delta_{1x} \dot{\omega} + \Delta_{1y} \hat{F}_y \right) + \dot{x}_{3r} - k_3 \text{sat} \left(\frac{s_3}{\phi_3} \right) - \lambda_4 (x_3 - x_{3r}) \end{aligned}$$

4 CONTROL DE NIVEL BAJO

Como vimos anteriormente, una de las principales características de los vehículos con tracción independiente de cada rueda es que se tratan de un sistema redundante. Para seguir el movimiento deseado, la jerarquía de la estrategia de control consiste en un controlador de modo deslizante de alto nivel (SMC) y un controlador de bajo nivel que distribuya la actuación a cada una de las ruedas.

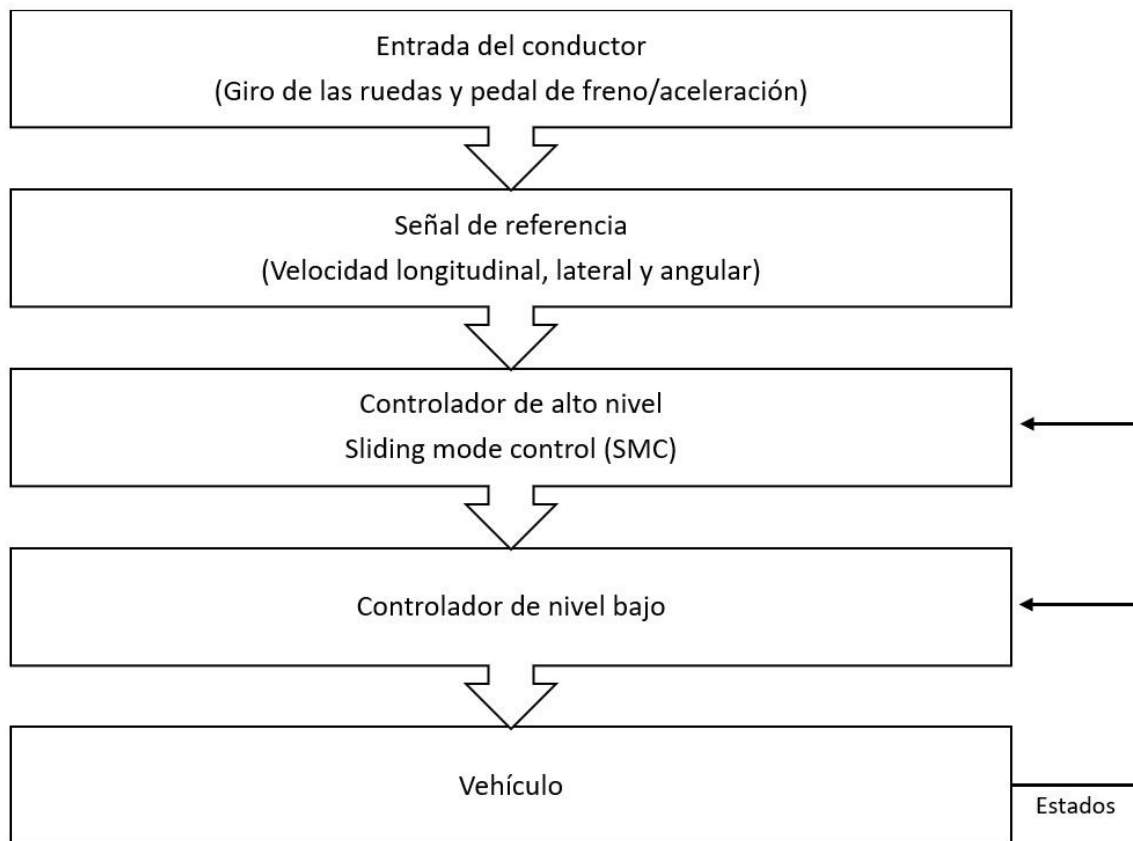


Figura 4.1 Estructura general del control de la dinámica del movimiento plano de un vehículo de tierra

La Figura 4.1 muestra la jerarquía de control utilizada para rastrear el movimiento plano deseado. El SMC ofrece las fuerzas y momentos generales requeridos para rastrear el movimiento deseado. El controlador de bajo nivel distribuye la actuación a cada rueda.

En este capítulo, discutimos la asignación del control de nivel bajo, el cual es muy importante para resolver la redundancia de actuación bajo restricciones. El uso de un sistema de accionamiento redundante se ha vuelto cada vez más común al ser una prioridad obtener un mayor rendimiento del sistema. Es usado en gran variedad de sistemas de ingeniería, como aviones, automóviles y sistemas robóticos. La investigación sobre cómo utilizar de manera óptima la redundancia de actuación disponible, cumpliendo las restricciones, para mejorar los criterios de rendimiento especificados sigue siendo un caso de estudio nuevo y activo.

El control a nivel bajo proporciona un enfoque para coordinar los actuadores redundantes y garantizar que estén trabajando para lograr los mismos objetivos. A menudo, la asignación de control se utiliza junto con las leyes de control de retroalimentación, que especifican los esfuerzos de control virtual, para cumplir las tareas de control general de manera óptima.

Considerando un sistema dinámico con sobreactuación:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x, v) \\ v &= g(x, U) \\ y &= h(x)\end{aligned}$$

Donde:

- $x \in \text{IRe}^n$, es el vector variable de estado del sistema.
- $y \in \text{IRe}^m$, es el vector de la salida del sistema.
- $v \in \text{IRe}^m$, es el vector del control virtual.
- $U \in \text{IRe}^p$, es el vector de reparto de la actuación.

En los sistemas con sobreactuación, $p > m$, esto implica que no hay una única solución general para “U”. Nuestro control de nivel bajo soluciona el problema de los sistemas con redundancia en la actuación pasando de $\text{IRe}^p \rightarrow \text{IRe}^m$.

En este proyecto, para el desarrollo del control de nivel bajo, asumimos que existe una relación lineal, o puede realizarse una aproximación, entre el control virtual, “ v_d ”, y los valores de la matriz de efectividad de cada actuador “U”.

$$v_d = Bu$$

Donde:

- $B \in \text{IRe}^{m \times p}$, es la matriz de efectividad.

A continuación, veremos los dos métodos de control que vamos a implementar. Compararemos las ventajas e inconvenientes de cada método y posteriormente, en el siguiente capítulo, realizaremos unas simulaciones en Matlab/Simulink para comprobar su efectividad.

4.1 Control Distribuido

Para los sistemas con redundancia en la actuación no hay una única solución [7]. El grado extra de libertad suele ser utilizado para aplicaciones de seguridad u otros objetivos secundarios. El problema de control distribuido de un sistema redundante puede ser formulado:

$$v_d = Bu$$

Donde:

- $v_d \in \mathbb{R}^m$, es el esfuerzo de control deseado.
- $u \in \mathbb{R}^m$, es el vector del esfuerzo de cada actuador.
- B es la matriz de efectividad de cada actuador.

En este caso, cuando $n > m$, la matriz “B” no es cuadrada, por lo tanto “u” no puede obtenerse resolviendo esa ecuación. La distribución del control es necesaria para utilizar esa redundancia para mejorar el rendimiento. Hay que considerar las limitaciones y eficacia de cada actuador en la asignación de control para que se pueda garantizar que se cumplan los objetivos de control de alto nivel.

El primer control de nivel bajo a implementar consiste en un método de asignación de control inverso para distribuir las fuerzas/momentos a cada neumático en forma de deslizamiento y ángulo de deslizamiento.

Considerando el siguiente problema de optimización con restricciones:

$$\begin{aligned} \text{minimizar:} \quad & L(u) = \frac{1}{2} u^T W^{-1} u \\ \text{s. a:} \quad & Bu - u_d = 0 \end{aligned}$$

Donde:

- W es una matriz de peso.

Pues siendo λ el multiplicador de Lagrange y definiendo el lagrangiano:

$$L(u, \lambda) = \frac{1}{2} u^T W^{-1} u + \lambda (Bu - u_d)$$

Derivando parcialmente respecto u y λ , e igualando a cero obtenemos:

$$\begin{aligned}\nabla_u L &= u^T W^{-1} + \lambda B = 0 \\ \nabla_\lambda L &= Bu - u_d = 0\end{aligned}$$

De la primera ecuación obtenemos:

$$u = -W^T B^T \lambda \quad \text{A}$$

Sustituyendo en la segunda, nos queda:

$$\lambda = -(BW^T B^T)^{-1} u_d$$

Que sustituyendo en la ecuación A, obtenemos la matriz inversa:

$$u = W^T B^T (BW^T B^T)^{-1} u_d = B^+ u_d$$

Ya podemos distribuir cada esfuerzo de control u_d por cada actuador u . El valor de la matriz B ya lo vimos en el capítulo 2 (Véase subcapítulo 2.3 Modelo de vehículo). Para nuestro caso vamos a considerar una matriz de peso W que refleje el rozamiento con la calzada de cada neumático.

$$W = \text{diag}[\mu_{fl}, \mu_{fl}, \mu_{fr}, \mu_{fr}, \mu_{rl}, \mu_{rl}, \mu_{rr}, \mu_{rr}]$$

La ventaja de este método con respecto a otros que minimizan la energía total utilizando métodos de optimización iterativos, es que éstos últimos requieren un gran esfuerzo computacional y no son muy fiables para aplicaciones de seguridad crítica en tiempo real.

4.2 Asignación de control de eficiencia energética

Algunos actuadores físicos, como motores eléctricos e híbridos eléctricos, pueden tener dos formas diferentes de funcionamiento: motor (cuando tracciona) y generador (aprovechando el frenado). Cada motor de los neumáticos puede ser utilizado en cualquiera de los modos, pero no ambos simultáneamente. Hay que tener en cuenta a la hora de realizar el control que magnitudes como, restricciones de par o velocidad, eficiencia, consume de energía o las ganancias pueden variar dependiendo del modo de funcionamiento [8]-[11].

Entonces, para lograr una asignación de control eficiente en el consumo de energía, el modo de actuación debe integrarse al esquema de control. Ese requisito, normalmente, no es cumplido por los esquemas de control estándar.

Para sistemas físicos con actuadores de modo dual, la expresión de los sistemas dinámicos sobreactuados vista anteriormente queda:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x) + g(x)v \\ v &= B_a[u, u']^T \\ y &= h(x)\end{aligned}$$

El problema de optimización dual de la asignación de control de eficiencia energética puede ser representado como:

$$\begin{aligned} \min J &= \left\| W_v \left(B_a [u^T, u'^T]^T - v_d \right) \right\| + \lambda P_c \\ \text{s. a } &\begin{cases} u_{\min} \leq u \leq u_{\max} \\ u'_{\min} \leq u' \leq u'_{\max} \\ u_i u'_i = 0 \quad i \in \{fl, fr, rl, rr\} \end{cases} \end{aligned}$$

Donde:

- $u' = [T'_{fl}, T'_{fr}, T'_{rl}, T'_{rr}]^T$, representa el par (de frenado) en modo generador.
- $B_a = [B, B]$, es la matriz de efectividad.
- W_v , representa la matriz de pesos.
- λ es el factor de escala de la optimización.

El consumo total de potencia de las cuatro ruedas puede ser formulado como:

$$P_c = \sum_i \frac{P_{oi}(u_i)}{\eta_{oi}(u_i)} - \sum_i P_{ii}(u'_i) \eta_{ii}(u'_i)$$

En la expresión anterior, P_{oi} muestra la potencia consumida cuando los motores están en modo consumo y P_{ii} es la energía recargada cuando se encuentra en modo generador. La eficiencia de los actuadores cuando estos se encuentran en modo consumo y generador es representada por η_{oi} y η_{ii} , respectivamente.

Como vimos en el capítulo 2, la ecuación de la dinámica de los neumáticos puede ser expresada como:

$$J\dot{\omega}_i = T_i - F_i R_{eff}$$

La dinámica del vehículo es mucho más lenta que la dinámica de las ruedas, por lo que la relación estática entre par motor y la fuerza de fricción puede obtenerse ignorando la dinámica del neumático:

$$T_i = F_i R_{eff}$$

Además, si consideramos lineal la relación entre la fuerza de fricción y el deslizamiento, como ocurre en los valores de deslizamiento cercano a cero, tenemos:

$$F_i = K s_i = K \frac{\omega_i R_{eff} - V_i}{V_i}$$

Donde:

- K es la rigidez longitudinal de la rueda.
- s_i es el deslizamiento.
- V_i es la velocidad del neumático en su dirección longitudinal.

Junto con la expresión anterior obtenemos la velocidad angular en función del par motor:

$$\omega_i(T_i) = \frac{T_i V_i + K R_{eff} V_i}{K R_{eff}^2}$$

Para un vehículo con tracción independiente de las cuatro ruedas el consumo de potencia puede ser formulado como:

$$P_{oi}(T_i) = T_i \omega_i(T_i) = \frac{T_i^2 + K R_{eff} T_i}{K R_{eff}^2} V_i$$

El valor de la potencia en modo generador P_{ii} puede calcularse del mismo modo.

El valor de la eficiencia del motor en modo conducción de cada uno de los neumáticos está basado en datos experimentales.

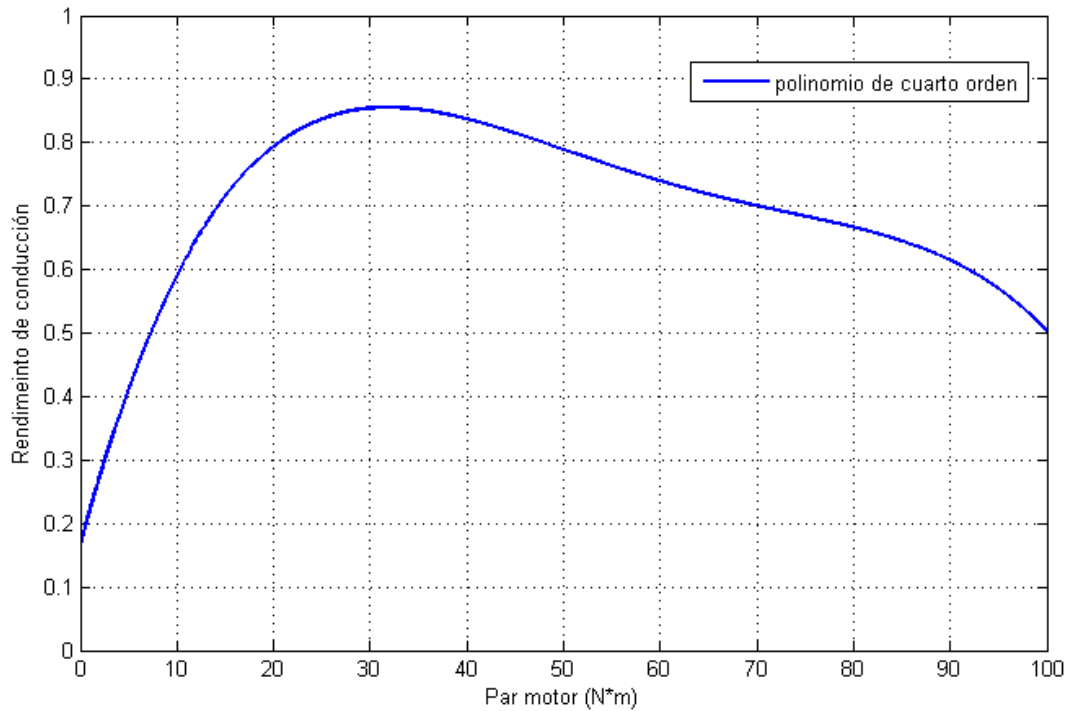


Figura 4.2 Curva de la eficiencia en conducción basada en datos experimentales

La eficiencia de conducción de un motor la expresemos aproximando datos experimentales obtenidos de un motor BLDC con una velocidad de giro constante. En la figura 4.2 hemos aproximado los datos experimentales con un polinomio de cuarto orden:

$$\eta_{oi}(T) = p_1 T^4 + p_2 T^3 + p_3 T^2 + p_4 T + p_5$$

El valor de los parámetros los podemos ver en la siguiente tabla:

<i>Símbolo</i>	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5
<i>Valor</i>	-7.2888e-5	1.8023e-5	-0.0016099	0.057038	0.16446

Tabla 4.1 Parámetros rendimiento de conducción

El valor de la eficiencia del motor en modo frenado regenerativo de cada uno de los neumáticos está basado en datos experimentales.

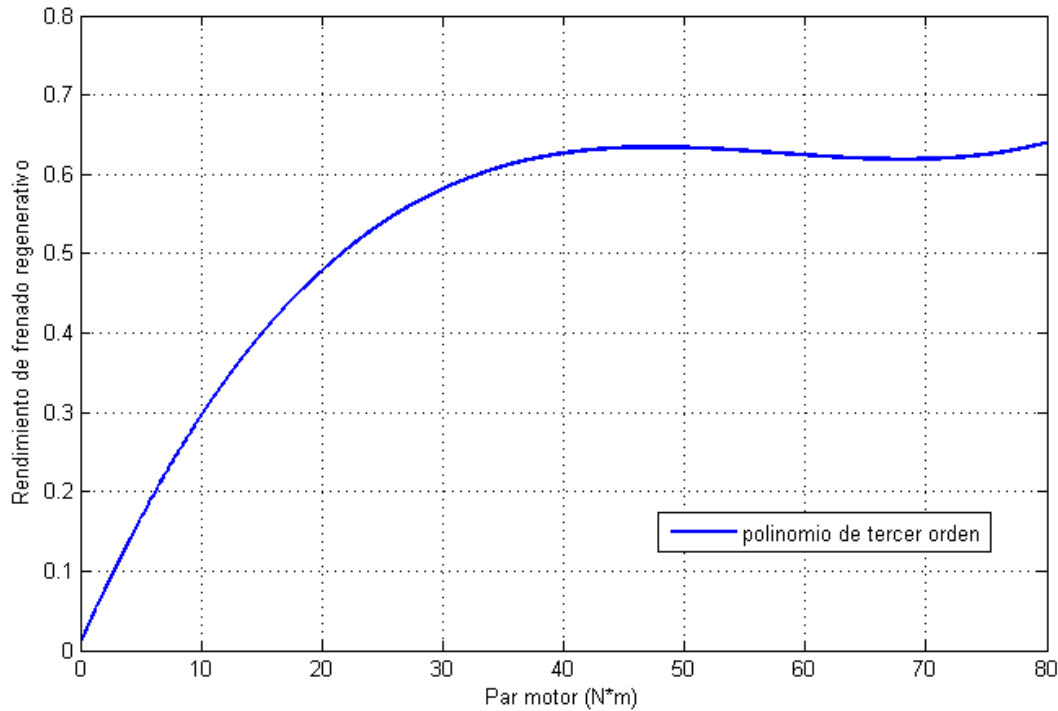


Figura 4.3 Curva de la eficiencia de frenado regenerativo basada en datos experimentales

La eficiencia de recarga durante frenado de un motor la expresamos aproximando datos experimentales obtenidos de un motor BLDC con una velocidad de giro constante. En la figura 4.3 hemos aproximado los datos experimentales con un polinomio de tercer orden:

$$\eta_{ii}(T') = p'_1 T'^3 + p'_2 T'^2 + p'_3 T' + p'_4$$

El valor de los parámetros los podemos ver en la siguiente tabla:

<i>Símbolo</i>	p'_1	p'_2	p'_3	p'_4
<i>Valor</i>	3.5227e-6	-0.00061109	0.034213	0.010455

Tabla 4.2 Parámetros rendimiento de frenado regenerativo

Las principales características de este tipo de control son:

- En un sistema de control real, los actuadores suelen tener restricciones como saturaciones de amplitudes y límites de velocidad. Estas restricciones de los actuadores se pueden implementar en este tipo de control.
- Control reconfigurable. Una de las principales motivaciones de usar sistemas de actuación redundantes es que se puede mejorar la fiabilidad en sistemas prácticos de control. Este tipo de control permite una fácil y efectiva reconfiguración del sistema de control en el caso que los actuadores fallen o no den el resultado deseado. Se puede realizar la reconfiguración sin cambiar la estructura de control.
- Priorización de tareas. Se pueden priorizar tareas usando el control alocado en el caso de que no pueden llevarse a cabo simultáneamente. En nuestro caso, control de un vehículo de tierra, el movimiento longitudinal, lateral o giro pueden tener diferentes prioridades según las situaciones que se den en la conducción, y el sistema de control deberá analizar y organizar la actuación de los motores para dar la mejor respuesta posible.
- En un sistema con varios actuadores, es muy común que tengan diferentes características. Este tipo de control permite un uso diferente de los actuadores ajustándose a sus características.

5 SIMULACIÓN Y RESULTADOS

En este capítulo veremos los resultados obtenidos al utilizar el control descrito anteriormente. Para ello utilizaremos Matlab/Simulink donde podemos implementar el control y ver los resultados. Las principales ventajas de realizar una simulación virtual antes que implementarlo en un modelo real pueden ser:

- Ahorro económico. Al ejecutar un nuevo sistema de control por primera vez, siempre se está sujeto a algún fallo que puede causar desperfectos en el modelo físico.
- Este tipo de programas nos permiten encontrar los errores, ahorrando tiempo y avisándonos de otros que podemos pasar por alto.
- Suelen ser intuitivos y con una gran ayuda tanto interna como externa teniendo una curva de aprendizaje bastante rápida.
- Permiten poder modificarlo cuántas veces se desee, lo cual es muy importante en tareas de investigación y búsqueda de mejoras.

5.1 Introducción

En los capítulos anteriores, hemos visto la teoría de la dinámica del movimiento plano de un vehículo y también, los tipos de control que vamos a implementar. En este capítulo, en primer lugar, veremos el modelo de vehículo que vamos a utilizar en Matlab y estudiaremos su respuesta para asegurarnos que se ajusta a la realidad y conocer sus limitaciones.

También, veremos la adaptación de las ecuaciones vistas en código Matlab y el ajuste de los parámetros del modelo de forma que tenga un comportamiento parecido al que experimenta un vehículo real.

Después, veremos la respuesta del sistema a cada tipo de control, lo que nos permitirá obtener información y sacar las conclusiones de este estudio.

Hay que destacar que controlaremos la velocidad del vehículo, es decir, nosotros le daremos las referencias de velocidad longitudinal, lateral y de giro que queremos que nuestro vehículo siga y los diferentes métodos de control son los encargados de seguir dicha velocidad de una manera eficaz y eficiente.

5.2 Modelo del vehículo en Matlab/Simulink

En este apartado, comentaremos las características de la implementación del modelo en Matlab/Simulink y estudiaremos su comportamiento ante diferentes entradas.

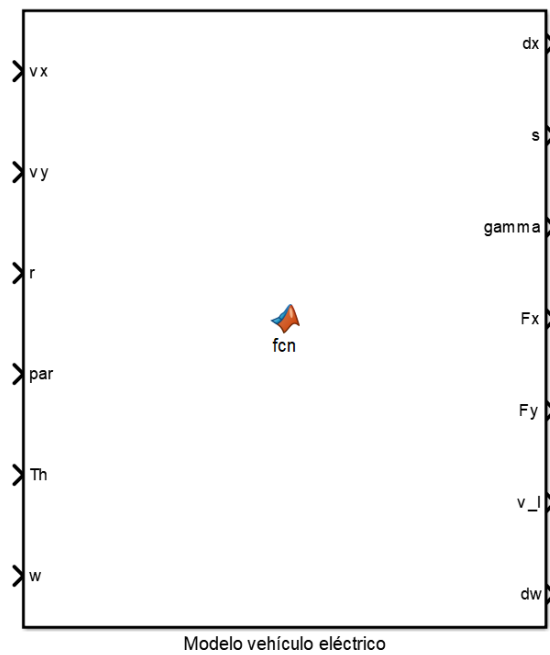


Figura 5.1 Modelo de un vehículo eléctrico en Matlab/Simulink

Salidas	Descripción	Entradas	Descripción
dx	Vector de estados con aceleraciones longitudinal, lateral (m/s ²) y angular (rad/s ²)	vx	Velocidad longitudinal del vehículo (m/s)
s	Deslizamiento de cada rueda. Vector 4x1	vy	Velocidad lateral del vehículo (m/s)
gamma	Deslizamiento angular de cada rueda. Vector 4x1	r	Velocidad de giro del vehículo (rad/s)
Fx	Fuerza longitudinal de cada neumático. Vector 4x1	par	Par motor aplicado en ese instante en las cuatro ruedas vector 4x1 (N*m)
Fy	Fuerza lateral de cada neumático. Vector 4x1	Th	Señal del volante giro de los neumáticos (rad)
v_l	Velocidad en la dirección longitudinal de cada neumático. (m/s)	w	Velocidad de giro de las ruedas (rad/s)
dw	Aceleración angular de cada rueda (rad/s ²)		

Tabla 5.1 Entradas y salidas del modelo

Como se puede apreciar en la Figura 5.1 hemos utilizado el bloque *MATLAB function* que nos permite poder integrar código Matlab en la herramienta de simulación Simulink. En la tabla 5.1 vemos las entradas y salidas del modelo. Hay que indicar que el par de cada rueda y el giro del vehículo son señales externas al modelo, mientras que las distintas velocidades (“vx”, “vy” y “r”) y la velocidad angular (“w”) se obtienen integrando el vector de estado “dx” que contiene las aceleraciones (longitudinal, lateral y angular) y la aceleración angular (“dw”) respectivamente.

5.2.1 Definición de parámetros

En el capítulo 2, durante la formulación del modelo, hemos podido ver la gran cantidad de parámetros que influyen, en mayor o menor medida, en el comportamiento del sistema. Algunos parámetros son geométricos y pueden ser medidos o calculados, sin embargo, hay otros cuyo cálculo es más complicado pudiendo variar según las condiciones del entorno.

La información que se da en este apartado es su nombre, descripción, valor y unidad de medida. Por simplicidad, consideramos constantes todos los parámetros mostrados en la siguiente tabla.

Parámetros del modelo		
Símbolo	Descripción	Valor
m	Masa del vehículo (kg)	800
R_{eff}	Radio de las ruedas (m)	0.312
Ca	Coefficiente de resistencia aerodinámica longitudinal	0.37
J	Inercia de las ruedas en torno al eje perpendicular al plano que las contiene y con origen en su centro (kg*m ²)	1.4
l_s	Distancia de las ruedas al eje Y del vehículo (m)	0.7
l_f	Distancia de las ruedas delanteras al eje X del vehículo (m)	0.85
l_r	Distancia de las ruedas traseras al eje X del vehículo (m)	1.04
I_z	Inercia del vehículo en torno a su eje Z (kg*m ²)	729
g	Gravedad (m/s ²)	9.81

Tabla 5.2 Parámetros definidos en el modelo

5.2.2 Ensayos bucle abierto

En primer lugar, vamos a ver su respuesta cuando ejercemos un par constante positivo sobre las cuatro ruedas y, posteriormente, pasará a ser negativo. El vehículo debería acelerar en primer lugar y frenar con el par negativo.

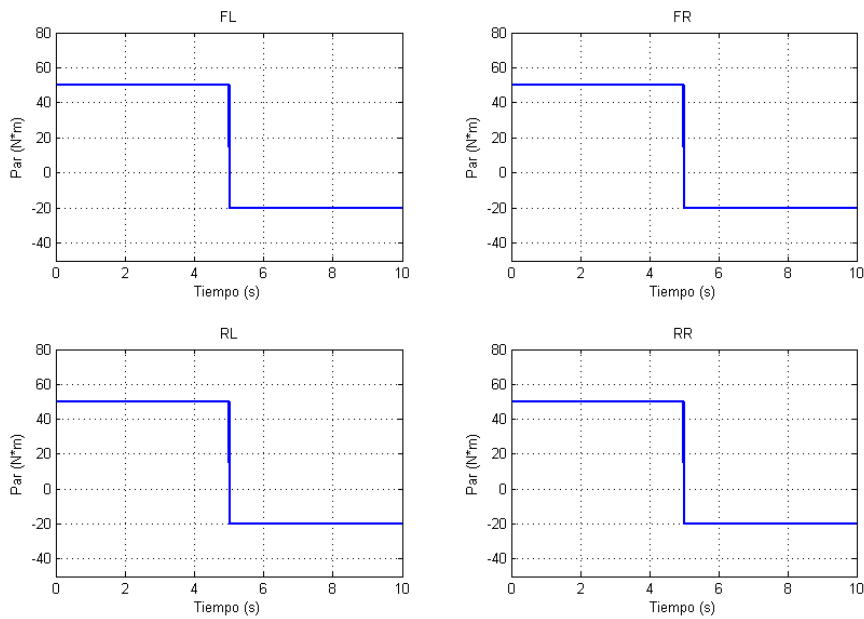


Figura 5.2 Pares aplicados a las ruedas. Ensayo a bucle abierto.

En la figura 5.2 podemos ver los pares aplicados a las ruedas. Hay que recordar que el título de cada gráfica corresponde con la posición de cada neumático. FL, FR, RL y RR por sus iniciales en inglés, respectivamente, *Front Left*, *Front Right*, *Rear Left* y *Rear Right*.

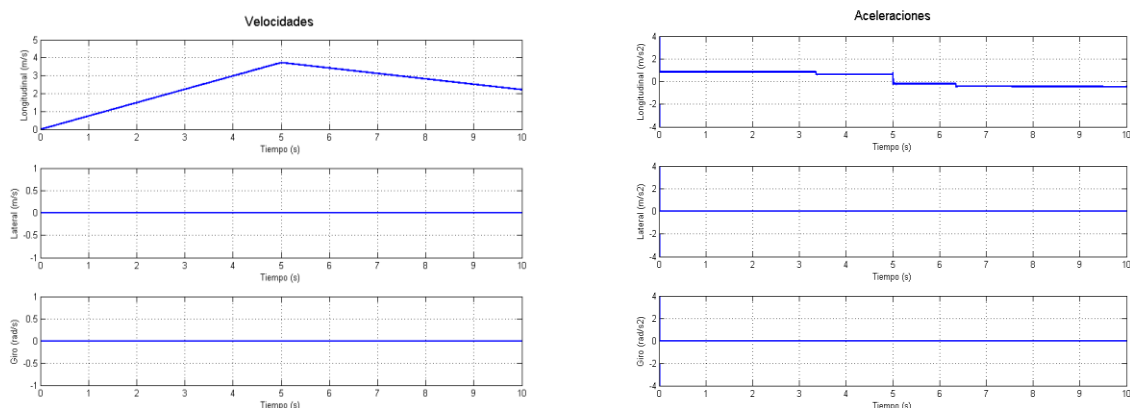


Figura 5.3 Velocidades y Aceleraciones del vehículo. Ensayo a bucle abierto.

En la figura 5.3 podemos ver como el vehículo, partiendo de la posición de reposo, empieza a acelerar y a incrementar su velocidad. Cuando los pares de las ruedas pasan a tener valor negativo (en $t = 5$ s) la velocidad del vehículo empieza a decrecer y su aceleración pasa a ser negativa. La velocidad y aceleración corresponden únicamente a la dirección longitudinal del vehículo puesto que no existe giro

en el volante y los pares aplicados en las ruedas son iguales.

El modelo de neumáticos utilizados es el visto en el subcapítulo 2.4.2 “Magic Formula”. En la siguiente figura podemos ver como calculamos la fuerza longitudinal de los neumáticos en función de su deslizamiento.

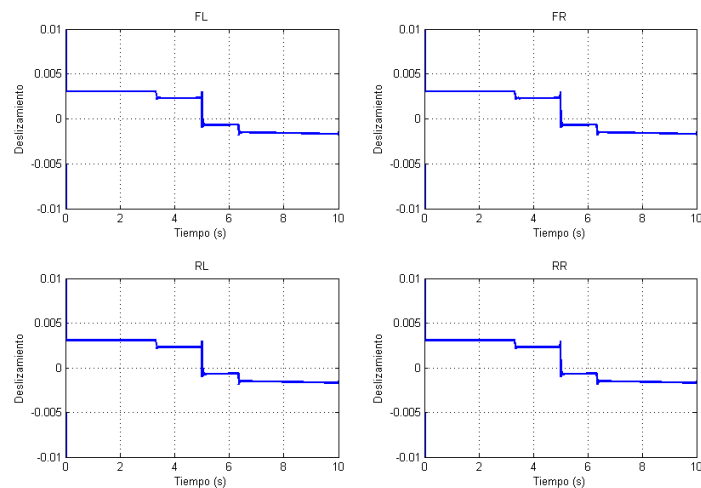


Figura 5.4 Deslizamiento de los neumáticos. Ensayo bucle abierto.

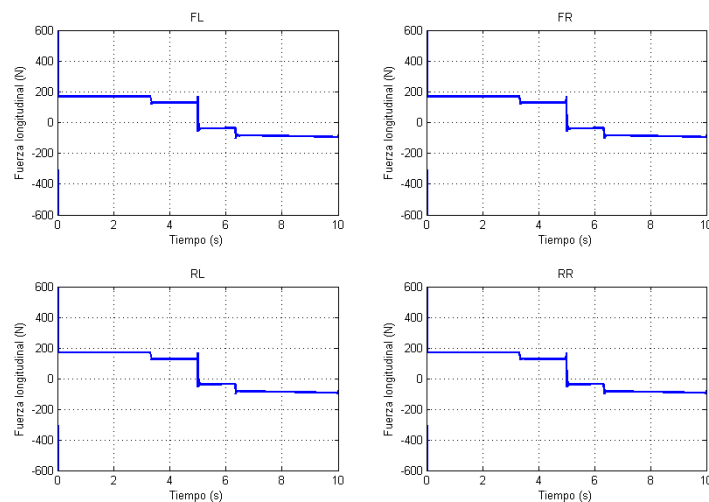


Figura 5.5 Fuerza longitudinal de los neumáticos. Ensayo bucle abierto.

En primer lugar, podemos apreciar que la relación entre la fuerza y el deslizamiento longitudinal es lineal, al ser el deslizamiento menor al 5 %, siguiendo el comportamiento que explicamos en el capítulo 2. Segundo, cuando el par pasa a ser negativo, el deslizamiento también se vuelve negativo y por lo tanto la fuerza. Esto es debido a que cuando se está frenando la velocidad de giro de las ruedas multiplicada por el radio es menor a la velocidad longitudinal de las ruedas.

En esta primera situación, no tiene sentido ver el ángulo de deslizamiento ni la fuerza lateral puesto que no existe giro y ya hemos podido comprobar en la figura 5.3 que la velocidad lateral y de giro son, prácticamente, nulas.

A continuación, vamos a ver otro caso en el que exista giro. El coche estará acelerando con un par constante y en un determinado momento giraremos de forma continua hacia la izquierda y posteriormente hacia la derecha.

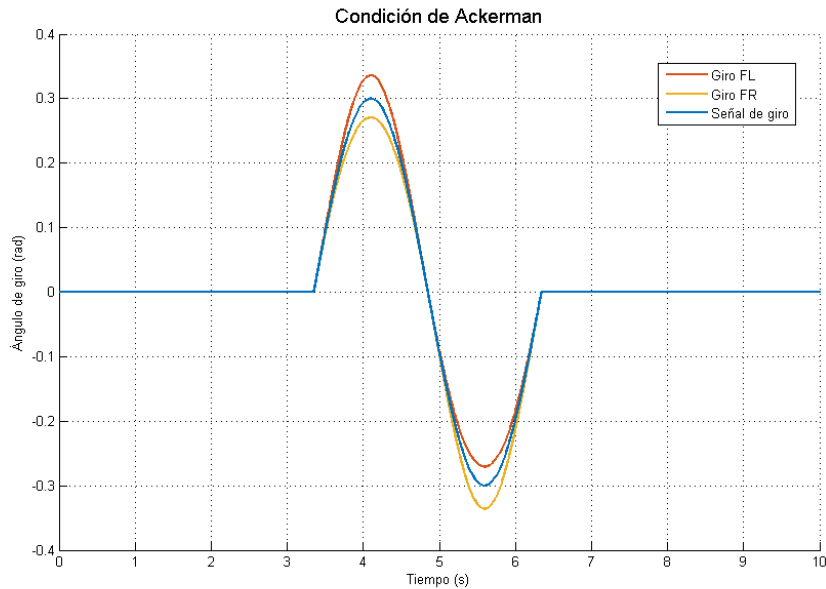


Figura 5.6 Distribución de la señal de giro utilizando la condición de Ackerman

La figura 5.6 nos muestra cómo se distribuye la señal de giro entre las dos ruedas delanteras utilizando la condición de Ackerman vista en el capítulo 2. La línea azul representa la entrada, que nosotros hemos dado, a nuestro sistema.

A la hora de programar hay que tener cuidado cuando no se está girando porque la cotangente de cero es infinita y puede causar problemas a la hora de simular. Se puede solucionar fácilmente utilizando una condición que permita el reparto cuando la señal de giro de entrada sea distinta a cero. Quedando de la siguiente manera:

```
% ACKERMAN CONDITION
if Th ~= 0
    alfaFR = acot(1s/(1r+1f)+cot(Th));
    alfaFL = acot(2*cot(Th)-cot(alfaFR));
else
    alfaFR = 0;
    alfaFL = 0;
end
%-----
```

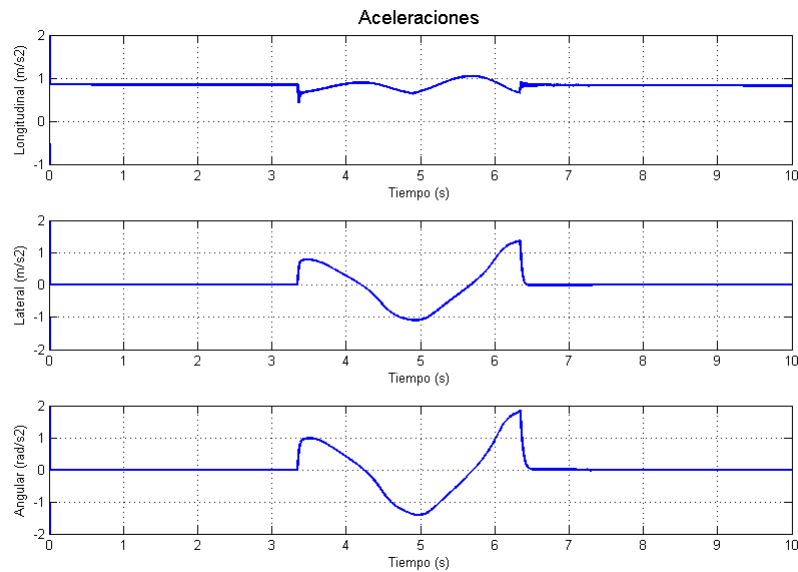


Figura 5.7 Aceleraciones del vehículo. Ensayo bucle abierto.

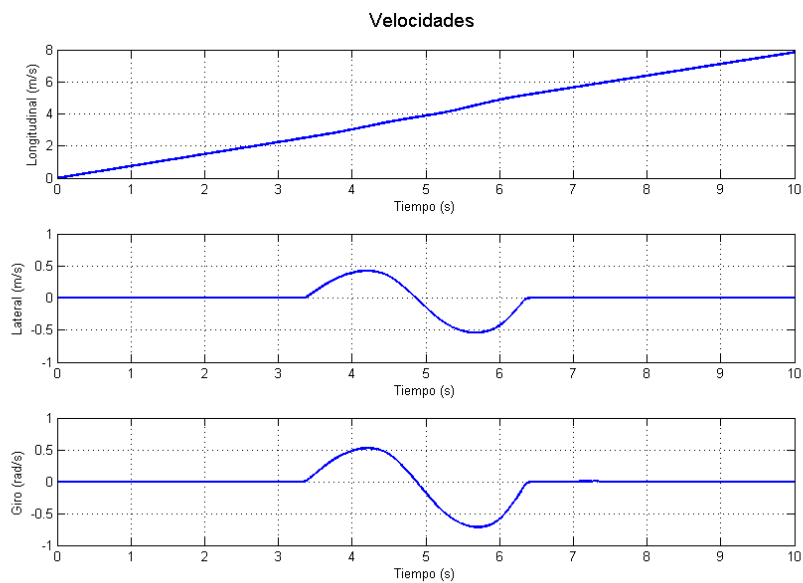


Figura 5.8 Velocidades del vehículo. Ensayo bucle abierto.

En estas figuras 5.7-5.8, podemos ver como afecta el giro de las ruedas a las distintas aceleraciones, y por tanto también a las velocidades, del vehículo. En la figura 5.8 se puede apreciar como la velocidad lateral y velocidad angular cambian conforme la dirección de giro de las ruedas. Sin embargo, también se puede apreciar como este giro afecta a la velocidad longitudinal.

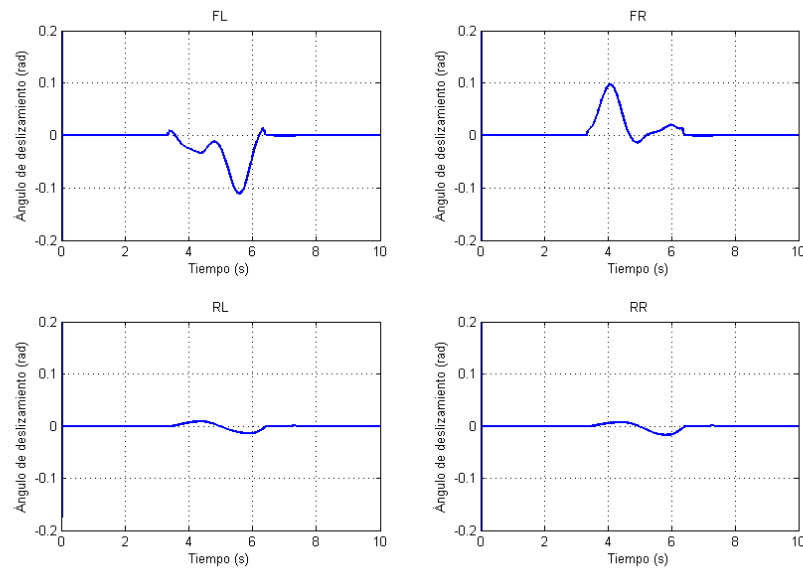


Figura 5.9 Ángulo de deslizamiento de cada rueda. Ensayo bucle abierto.

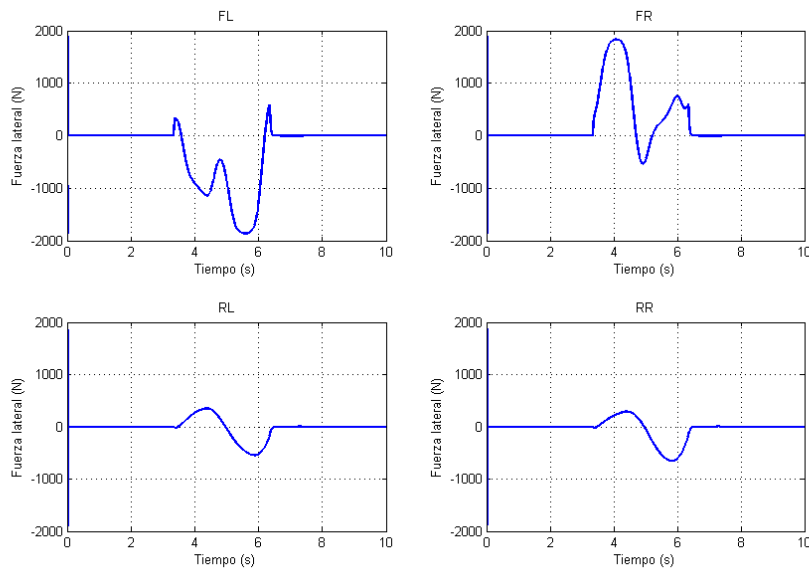


Figura 5.10 Fuerza lateral en cada rueda. Ensayo bucle abierto.

En estas figuras, al igual que vimos qué pasaba con la fuerza longitudinal, vemos la relación entre el ángulo de deslizamiento y la fuerza lateral. Se puede apreciar como en las ruedas delanteras los ángulos de deslizamiento y, por lo tanto, las fuerzas laterales son mayores. Esto es debido a que en las ruedas delanteras giran libremente según la señal de giro de entrada, mientras que las ruedas traseras están fijas desde el punto de vista del vehículo.

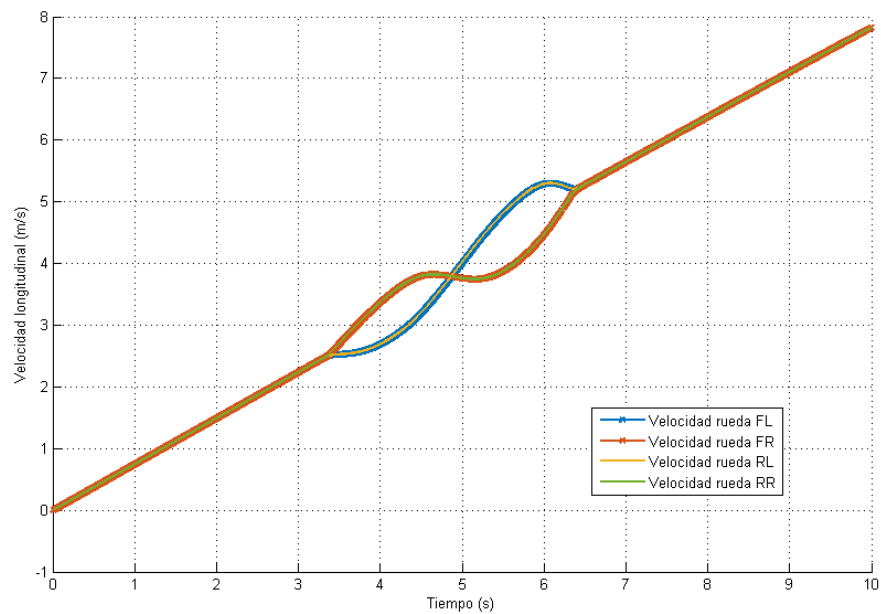


Figura 5.11 Velocidad longitudinal de las ruedas. Ensayo bucle abierto.

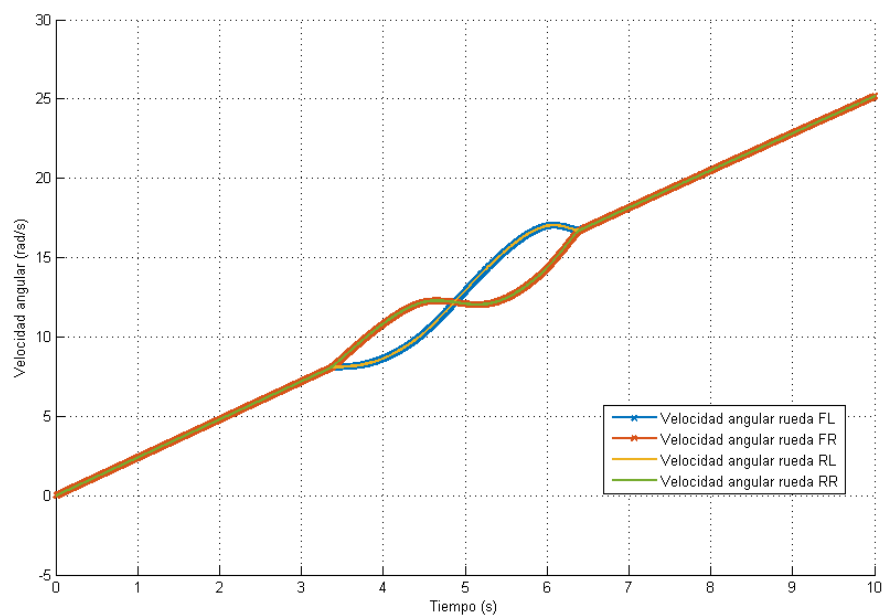


Figura 5.12 Velocidad angular de las ruedas. Ensayo bucle abierto.

En las figuras 5.11-12 se puede apreciar cómo las ruedas van y giran a una velocidad diferente durante el giro, dependiendo de en qué lado se encuentren durante el giro.

En este apartado hemos podido ver el comportamiento de nuestro sistema. También hemos podido comprobar su comportamiento para ayudarnos a conocer mejor los aspectos a controlar en los próximos apartados.

5.3 Caso práctico

Para la validación y análisis del control anteriormente descrito, vamos a comparar el comportamiento del sistema utilizando los métodos anteriores en un mismo caso de estudio. El modelo de vehículo y los sistemas de control descritos se han implementado en Matlab/Simulink para estudios de simulación. Se utiliza un escenario de conducción para probar la eficacia de los sistemas de control propuestos.

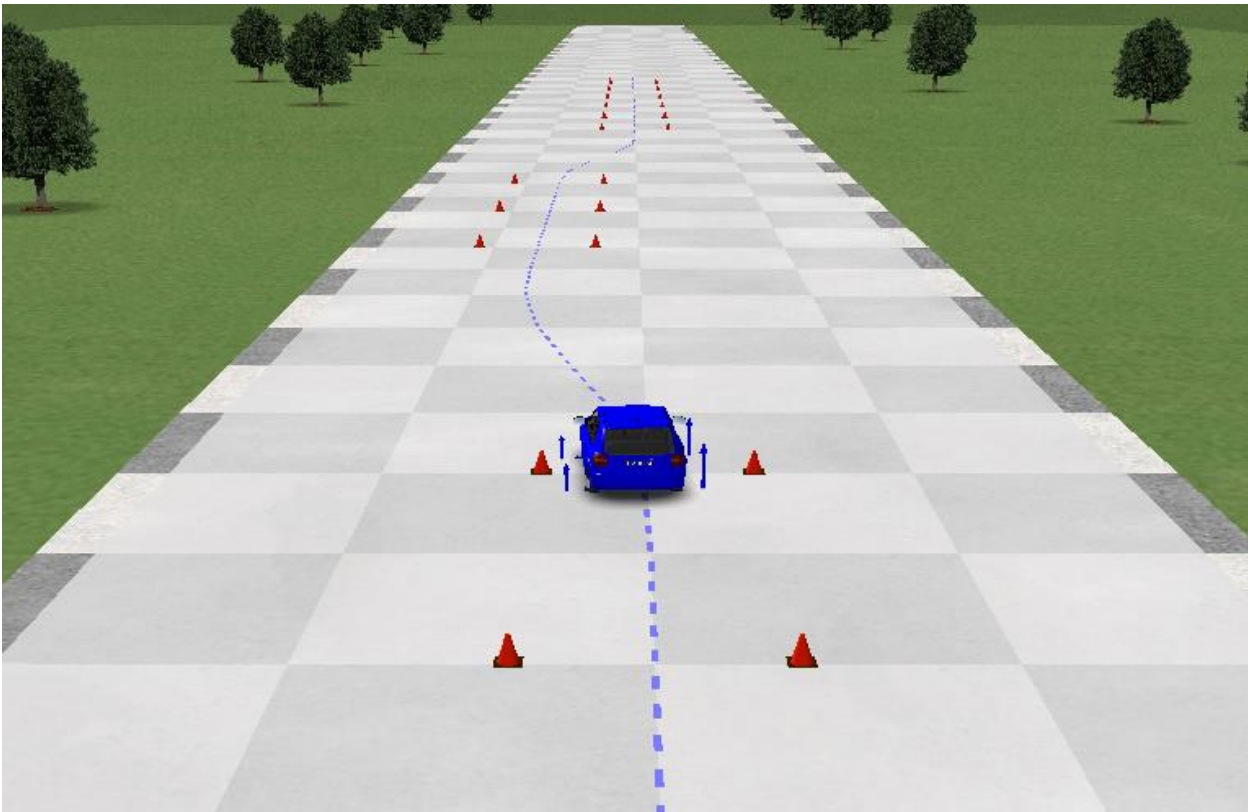


Figura 5.13 Movimiento del vehículo durante la simulación. Imagen de CarSim.

La figura 5.13 muestra el ensayo realizado. Se puede describir como una maniobra combinada que contiene una primera fase de aceleración de 5 m/s a 8 m/s y luego se hace un giro similar a un cambio de carril a velocidad constante. Para finalizar, se realiza una desaceleración de 8 m/s a 5 m/s.

Este ensayo nos permite tener una visión general del comportamiento del sistema de control ya que contiene las situaciones que se suelen dar durante la conducción: aceleración, frenado, giro y mantener la velocidad constante.

5.4 Control PI

En primer lugar, aplicaremos un control PI. La familia de controladores PID son robustos en muchas aplicaciones y son los que más se utilizan en la industria. La estructura del controlador es simple, una de las principales razones de su gran uso, pero también limita su uso en determinadas plantas.

El controlador PI se puede definir:

$$u(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau$$

Donde:

- T_i se denomina como tiempo integral y es quien ajusta la acción integral.
- K_p es la ganancia proporcional.

5.4.1 Implementación

A continuación, se muestra la estructura para el control de la velocidad del movimiento plano de un vehículo eléctrico.

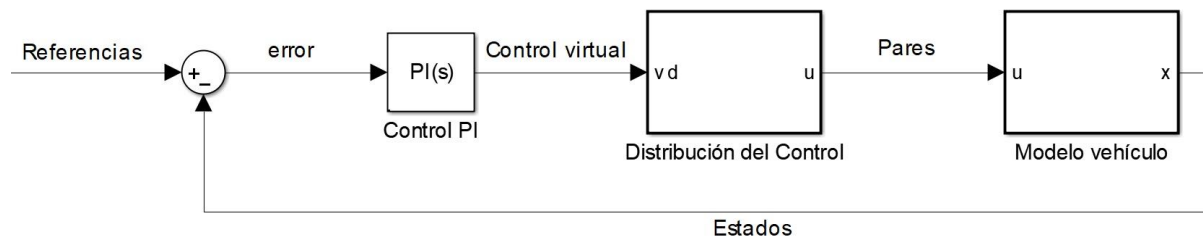


Figura 5.14 Estructura de control PI.

En primer lugar, se comparan las velocidades deseadas (Referencias) con las velocidades medidas (Estados). El error es tratado por un controlador de alto nivel, que en este caso es un controlador proporcional más integral (PI) que genera el control virtual. El control virtual es distribuido asignando el par correspondiente a cada rueda para el seguimiento de las velocidades deseadas.

El valor de del tiempo integral y la ganancia proporcional pueden ser ajustado mediante el método de oscilación de Ziegler-Nichols.

5.4.2 Resultados

En este apartado, mostramos y comentamos, brevemente, los resultados obtenidos de la simulación de este sistema de control. Con esto, observaremos el efecto que ejerce nuestro sistema de control sobre el sistema y veremos como varían algunas magnitudes.

También comprobaremos la eficacia de este sistema de control, para compararlos con los que simularemos a continuación.

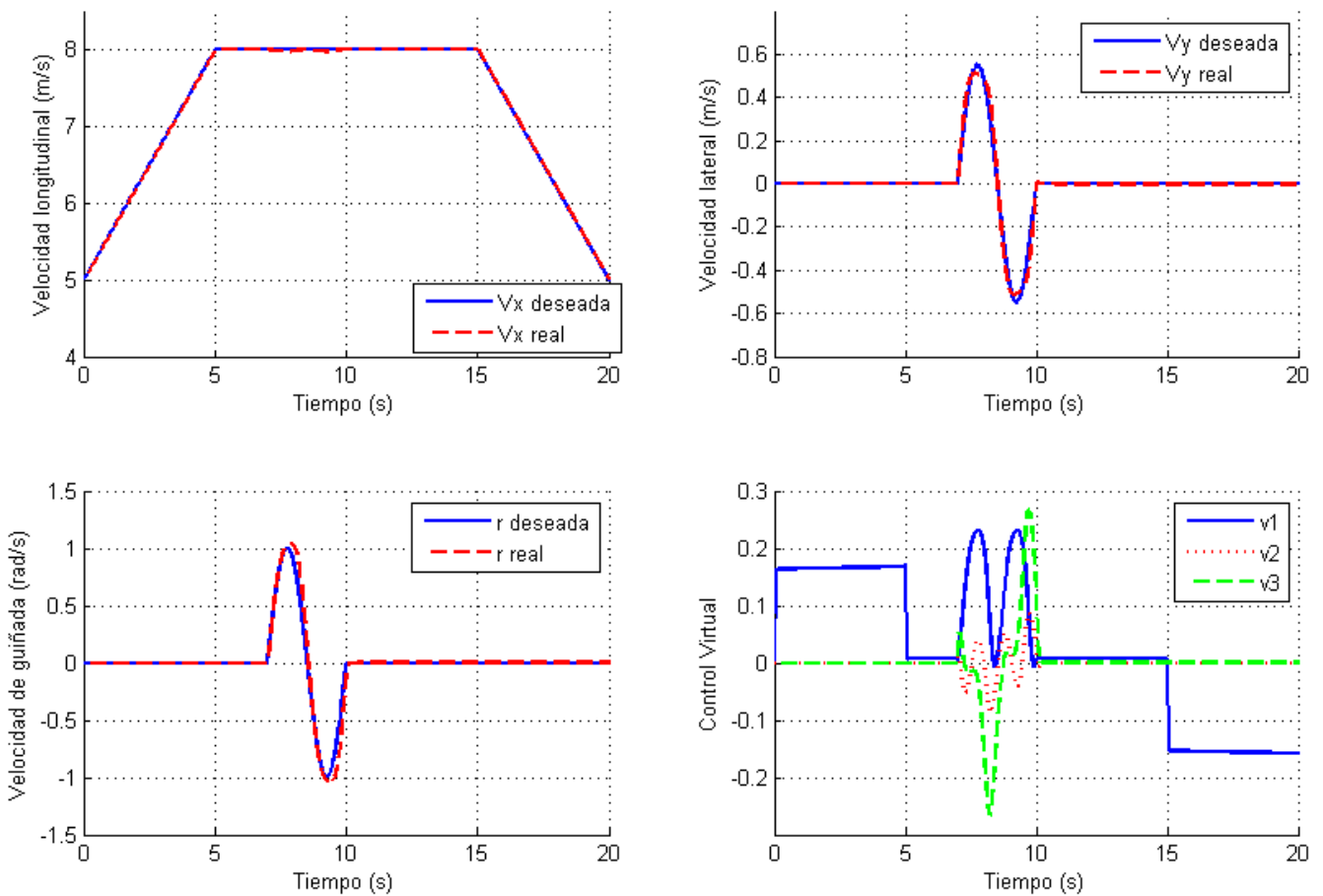


Figura 5.15 Comparación de las velocidades deseadas con las obtenidas y control virtual para sistema controlado por PI

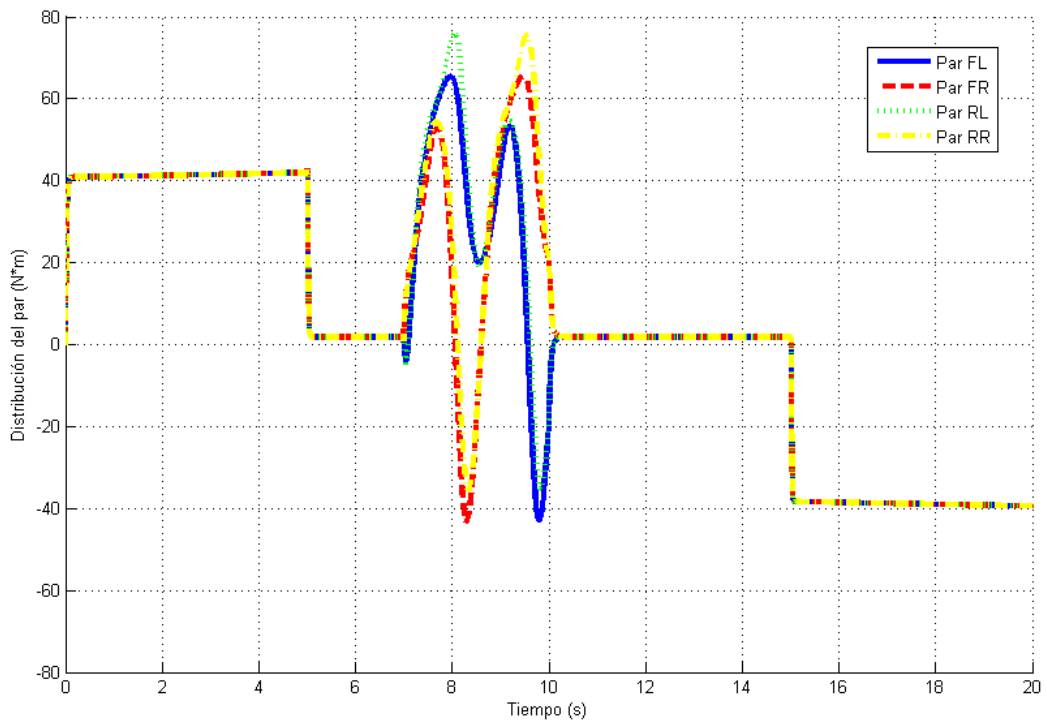


Figura 5.16 Par distribuido para sistema controlado por PI

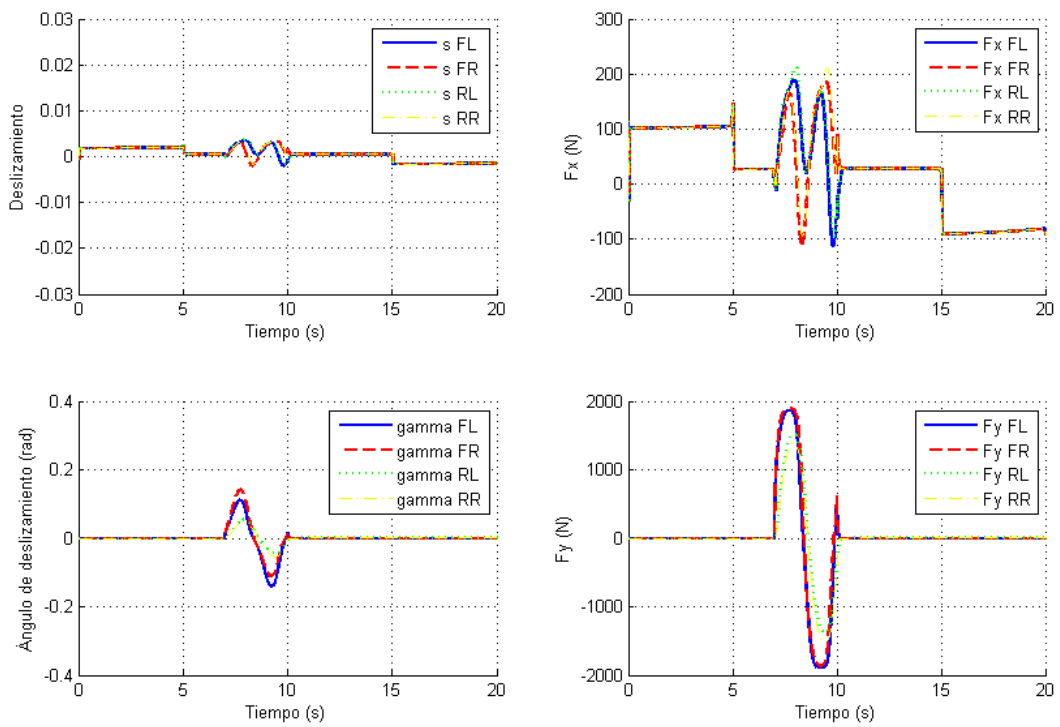


Figura 5.17 Deslizamientos, Fuerza longitudinal, Ángulo de deslizamiento y Fuerza lateral en cada rueda

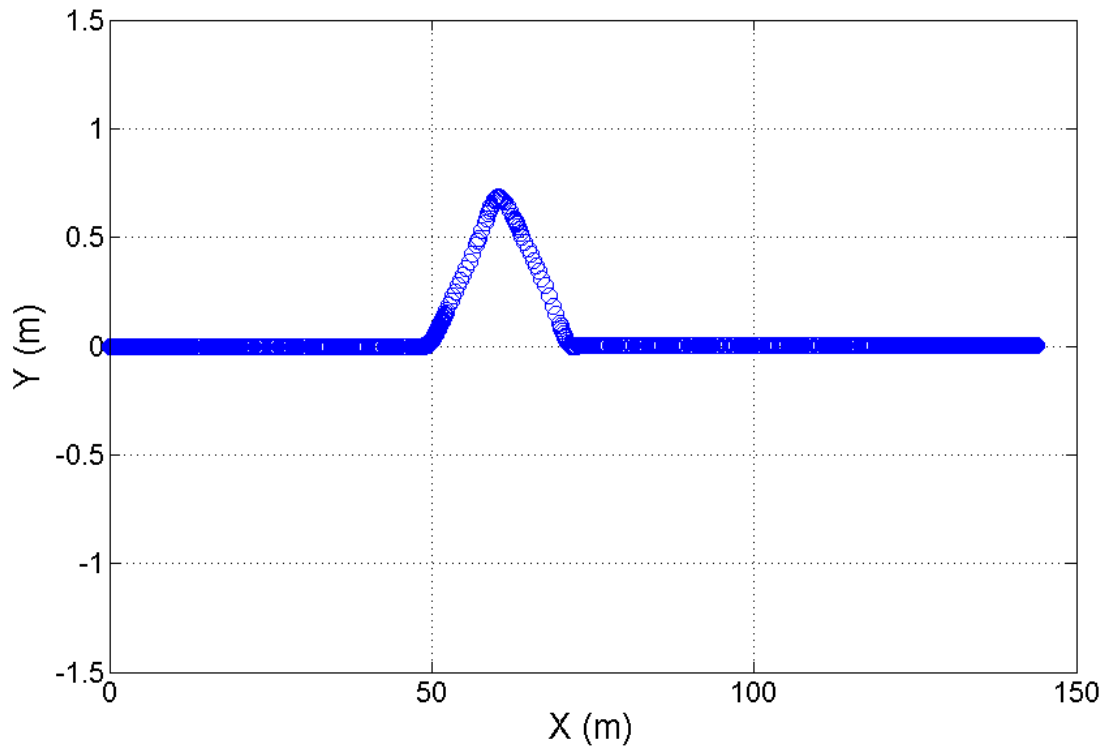


Figura 5.18 Movimiento realizado por el vehículo durante el ensayo

En los resultados obtenidos se comprueba que:

- Los resultados obtenidos son aceptables para su implementación en un modelo real. Las velocidades obtenidas en la simulación están bastante cerca de las deseadas.
- Vemos como el giro afecta a la velocidad longitudinal.
- También se puede comprobar como el control virtual generado es distribuido en los pares de las cuatro ruedas.
- La implementación de este tipo de controlador es sencilla.
- El controlador PI es capaz de estabilizar el sistema sin grandes oscilaciones.
- El movimiento se asemeja al mostrado anteriormente.

En los siguientes ensayos utilizaremos un control por modos deslizantes, el cual tiene, entre otras, varias ventajas sobre el tradicional PID:

- El esquema por modos deslizantes presenta un mejor desempeño al no tener sobre impulso ni error en régimen permanente, además de tener un mejor tiempo de estabilización.
- Es más robusto frente a las variaciones de los parámetros del sistema. Este caso hay que tenerlo en cuenta puesto que un vehículo está muy expuesto a las perturbaciones externas.
- El sistema controlado por el PI no tiene en cuenta las eficiencias de los actuadores, los cuales tienen diferente consume de energía. Con el control por modos deslizantes, podremos implementar una respuesta óptima teniendo en cuenta la energía consumida.

5.5 Control Distribuido

En este apartado, realizaremos la simulación del vehículo eléctrico con otra estructura de control. Esta se compone de un primer control de alto nivel por modos deslizantes (SMC) y, posteriormente, un control de bajo nivel que distribuya la acción de control entre los actuadores.

La simulación se realiza en Matlab/Simulink que nos permitirá visualizar la respuesta que tiene nuestro sistema ante este tipo de control y sacar datos para su estudio.

5.5.1 Implementación

A continuación, se muestra la estructura de control utilizada en este apartado para controlar el movimiento de un vehículo.

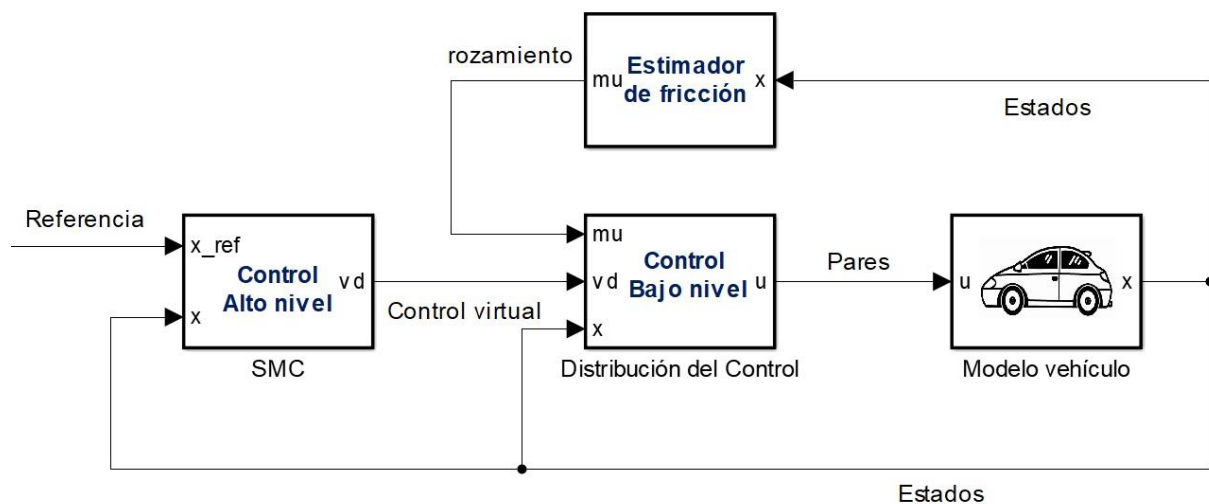


Figura 5.19 Estructura de control de modos deslizante con distribución de control y estimador de fricción

En primer lugar, nos encontramos con un controlador de alto nivel, en este caso control por modos deslizantes, el cual se encarga de generar la señal de control virtual. Aguas abajo, siguiendo la jerarquía de control, se encuentra el control de bajo nivel que en este caso tiene tres entradas; control virtual del control por modos deslizantes, el estado del vehículo y el coeficiente de rozamiento de cada rueda. En nuestro caso, por simplicidad, vamos a suponer la fricción constante, sin embargo, se puede colocar un bloque que nos calcule la fricción en cada momento de los neumáticos del vehículo en función del estado del vehículo y las condiciones ambientales. La salida de control bajo distribuye la acción de control en cada actuador en forma de par.

5.5.2 Resultados

En este apartado, mostramos y comentamos, brevemente, los resultados obtenidos de la simulación del sistema de control compuesto por un controlador por modos deslizantes en primer lugar y otro encargado de distribuir la acción de control a los actuadores. Con esto, observaremos el efecto que ejerce nuestro sistema de control sobre el vehículo y veremos como varían algunas magnitudes.

También comprobaremos la eficacia de este sistema de control, para compararlos con los demás.

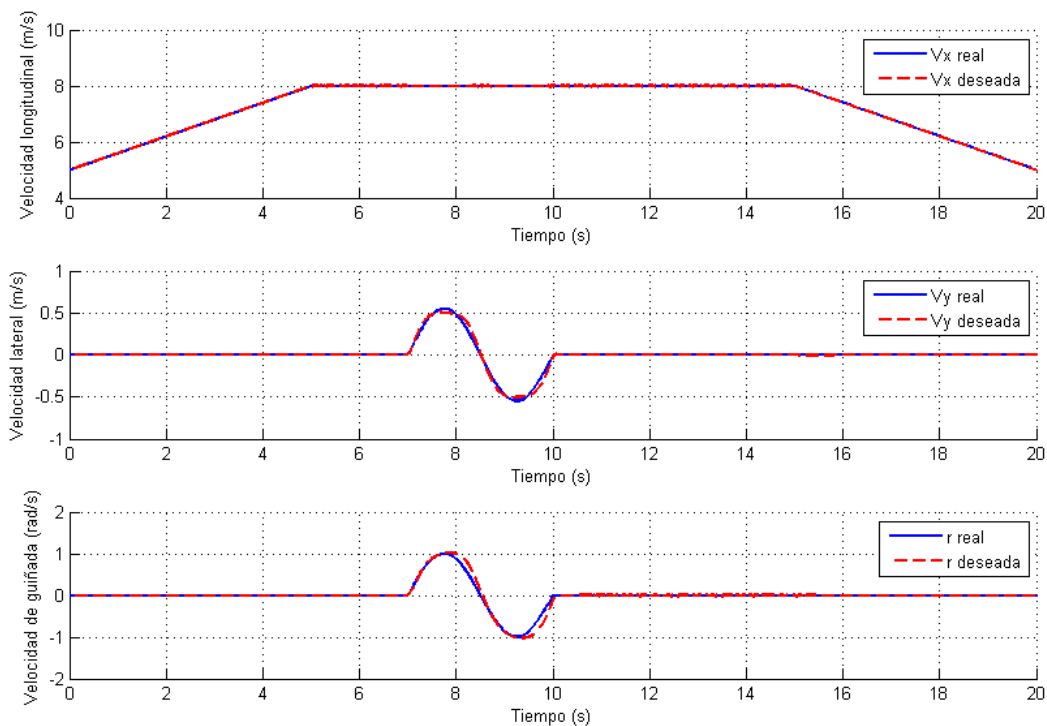


Figura 5.20 Comparación de las velocidades deseadas con las obtenidas para sistema controlado por SMC y CD

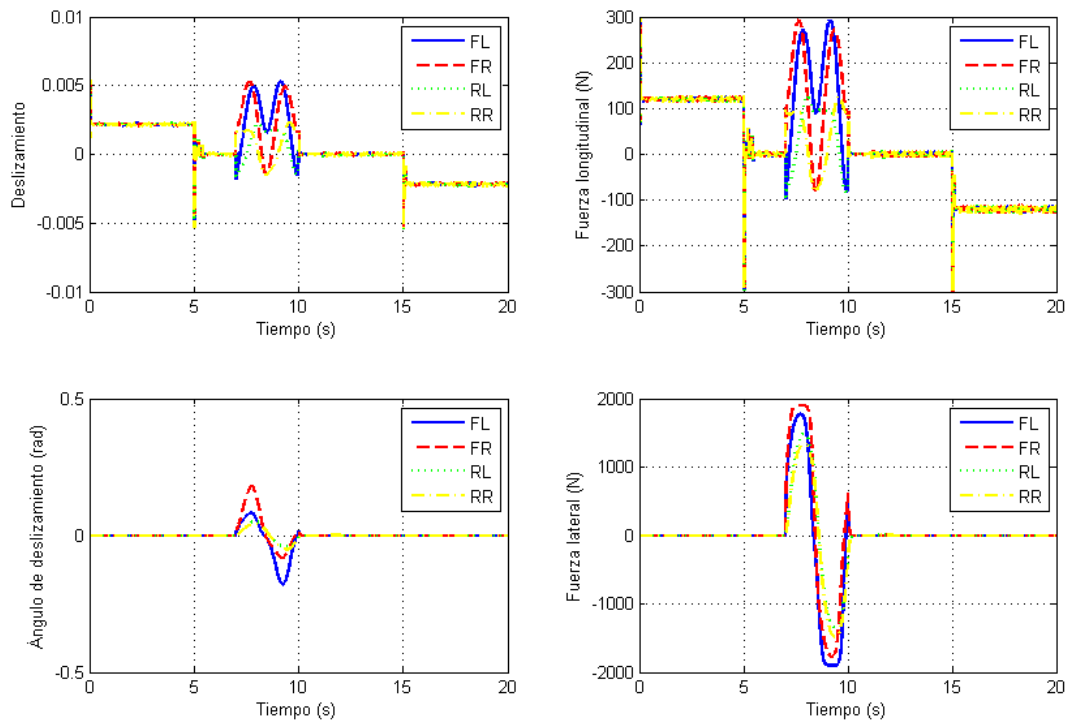


Figura 5.21 Deslizamientos, Fuerza longitudinal, Ángulo de deslizamiento y Fuerza lateral en cada rueda

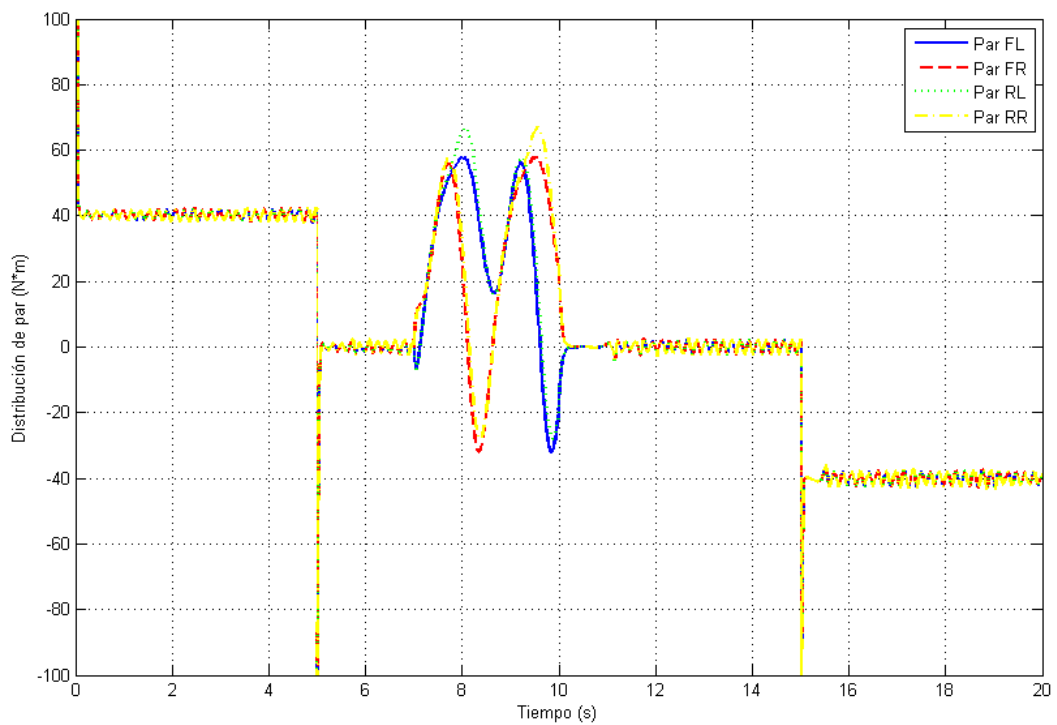


Figura 5.22 Par distribuido para sistema controlado por PI

Con este sistema de control, podemos ver en las figuras que se obtiene una respuesta bastante aceptable.

El principal inconveniente de este tipo de control podemos decir, mirando los resultados obtenidos, que es el efecto de *chattering*.

En la figura 5.22 podemos ver cómo utilizando control por modos deslizantes y un control de un nivel bajo para distribuir la respuesta, la potencia consumida siempre se mantiene por debajo comparando con el sistema de control PI. Es decir, ahorramos energía.

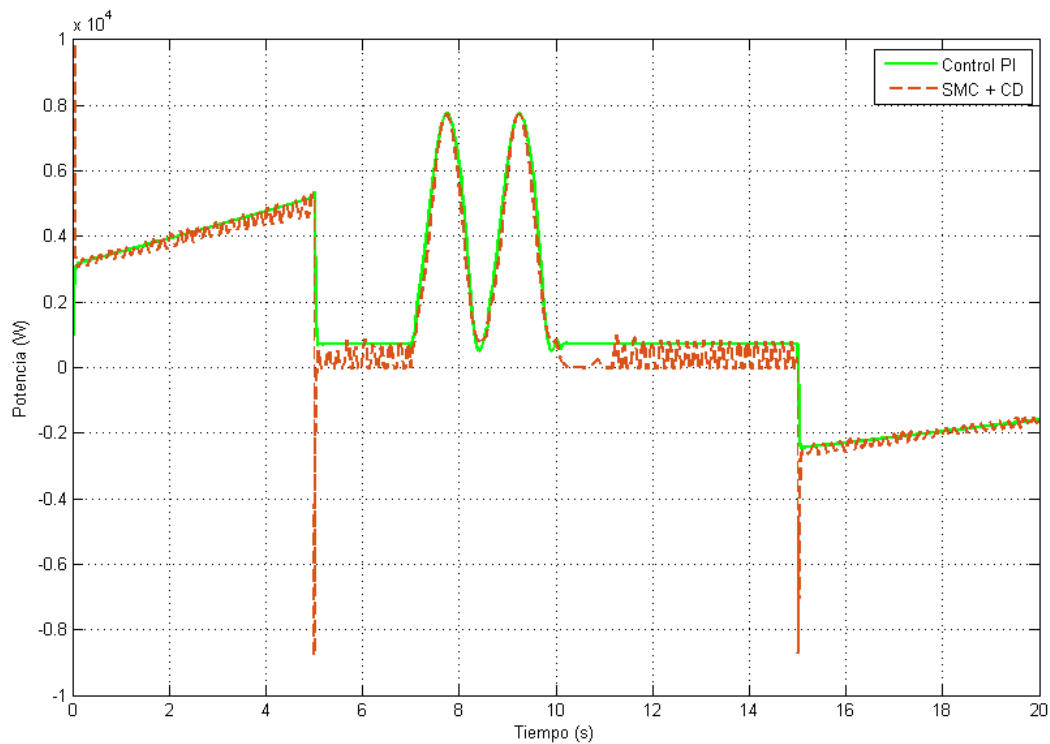


Figura 5.23 Comparación de la potencia consumida entre controlador PI y control SMC + CD

5.6 Asignación de control energéticamente eficiente

En este apartado, realizaremos la simulación del vehículo eléctrico con otra estructura de control. Esta se compone de un primer control de alto nivel por modos deslizantes (SMC) y, posteriormente, un control de bajo nivel que distribuya la acción de control entre los actuadores de manera óptima desde el punto de vista del consumo de energía.

La simulación se realiza en Matlab/Simulink que nos permitirá visualizar la respuesta que tiene nuestro sistema ante este tipo de control y sacar datos para su estudio.

5.6.1 Implementación

A continuación, se muestra la estructura de control utilizada en este apartado para controlar el movimiento de un vehículo.

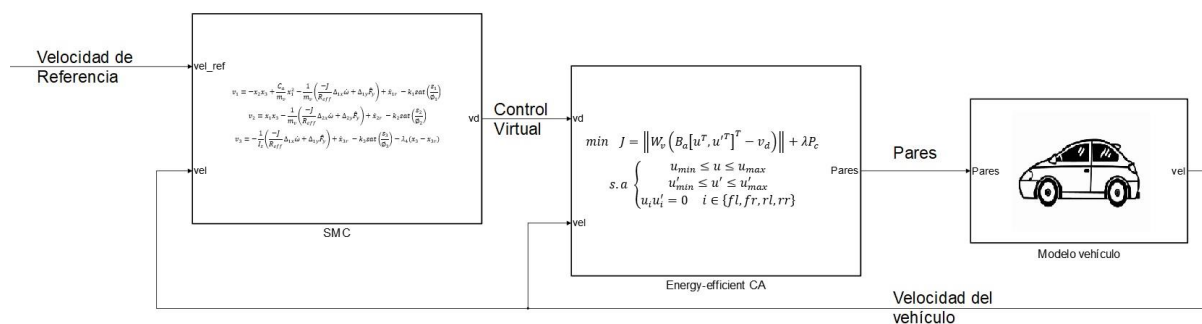


Figura 5.24 Estructura de control de modos deslizante y asignación de control energéticamente eficiente

En primer lugar, nos encontramos con un controlador de alto nivel, en este caso control por modos deslizantes, el cual se encarga de generar la señal de control virtual. Aguas abajo, siguiendo la jerarquía de control, se encuentra el control de bajo nivel eficiente desde el punto de vista del consumo de energía. La salida de control bajo distribuye la acción de control en cada actuador en forma de par.

Para lograr el consumo óptimo de potencia en la práctica, utilizaremos la función *fmincon* de Matlab.

La función *fmincon* encuentra el mínimo de una función multivariable no lineal restringida.

Se puede formular de la siguiente manera:

$$\min_x f(x) \text{ con } \begin{cases} c(x) \leq 0 \\ c_{eq}(x) = 0 \\ A \cdot x \leq b \\ A_{eq} \cdot x = b_{eq} \\ lb \leq x \leq ub \end{cases}$$

Donde:

- b_{eq} y b son vectores
- A_{eq} y A son matrices
- $c(x)$ y $c_{eq}(x)$ son funciones que devuelven vectores, pueden ser no lineales
- $f(x)$ es una función que devuelve un escalar

Sintaxis:

```
X = fmincon(fun, x0, A, b, Aeq, beq, lb, ub)
```

5.6.2 Resultados

En este apartado, mostramos y comentamos, brevemente, los resultados obtenidos de la simulación del sistema de control compuesto por un controlador por modos deslizantes en primer lugar y otro para la asignación del control de manera eficiente desde el punto de vista del consumo de energía. Con esto, observaremos el efecto que ejerce nuestro sistema de control sobre el vehículo y veremos como varían algunas magnitudes.

También comprobaremos la eficacia de este sistema de control, para compararlos con los demás.

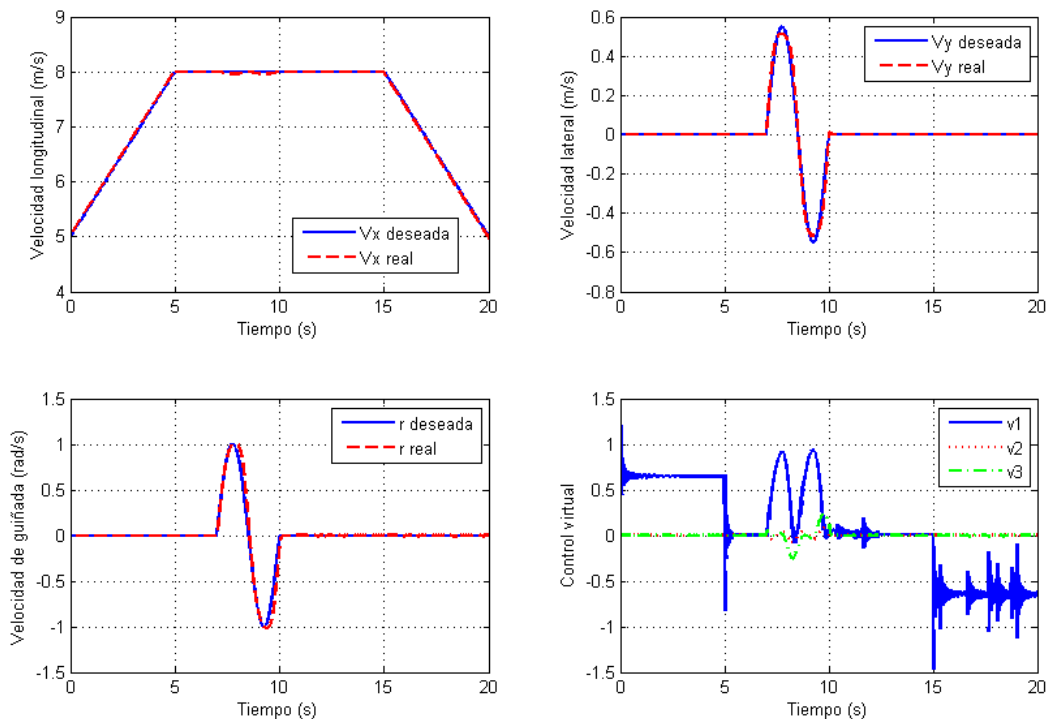


Figura 5.25 Comparación de las velocidades deseadas con las obtenidas y control virtual para sistema controlado por SMC y asignación de control eficiente energéticamente

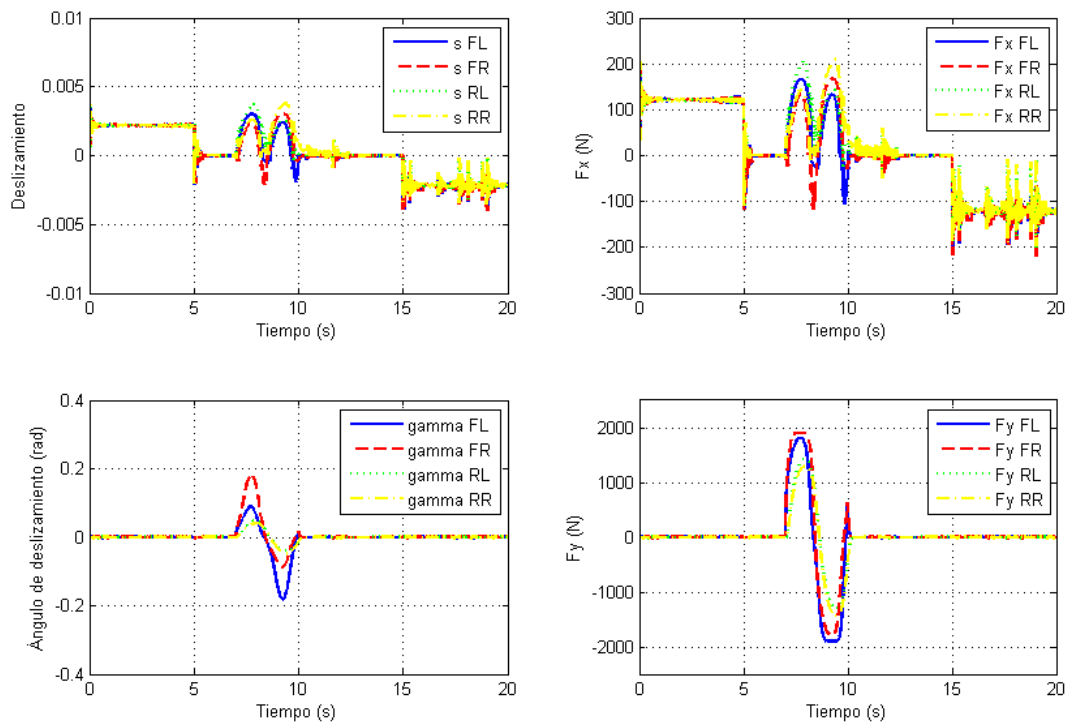


Figura 5.26 Deslizamientos, Fuerza longitudinal, Ángulo de deslizamiento y Fuerza lateral en cada rueda

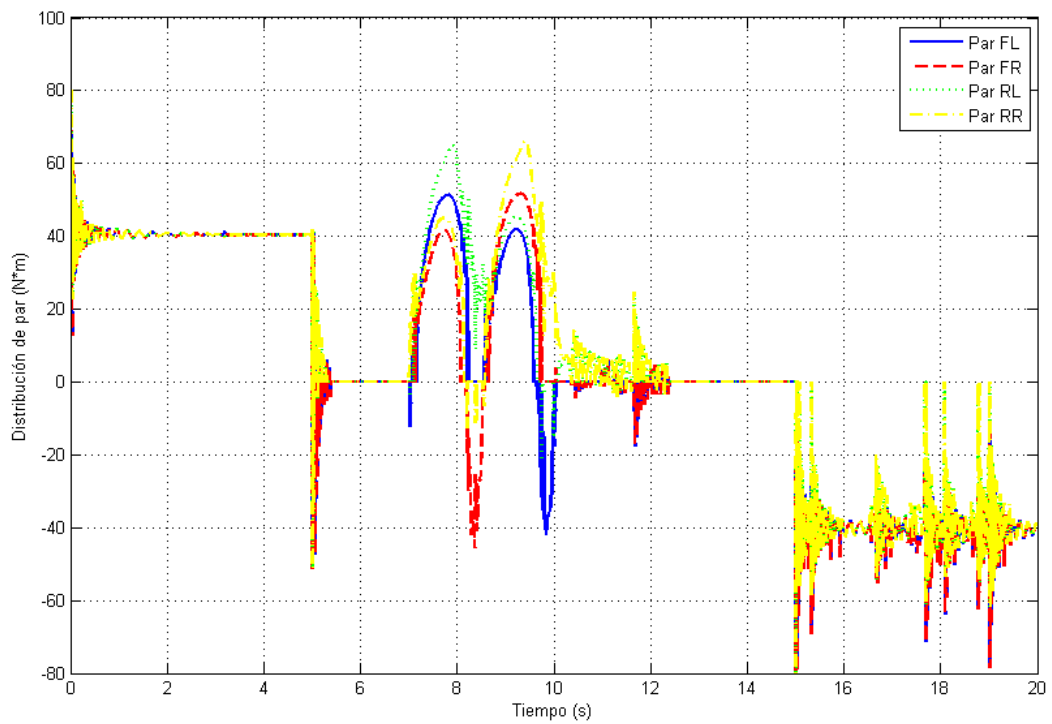


Figura 5.27 Par distribuido para sistema controlado por SMC y asignación de control eficiente energéticamente

Con este sistema de control, podemos ver en las figuras que se obtiene una respuesta bastante aceptable.

El principal inconveniente de este tipo de control podemos decir, mirando los resultados obtenidos, que es el efecto de *chattering*.

En la figura 5.26 podemos ver la diferencia del consumo de energía por cada tipo de control utilizado.

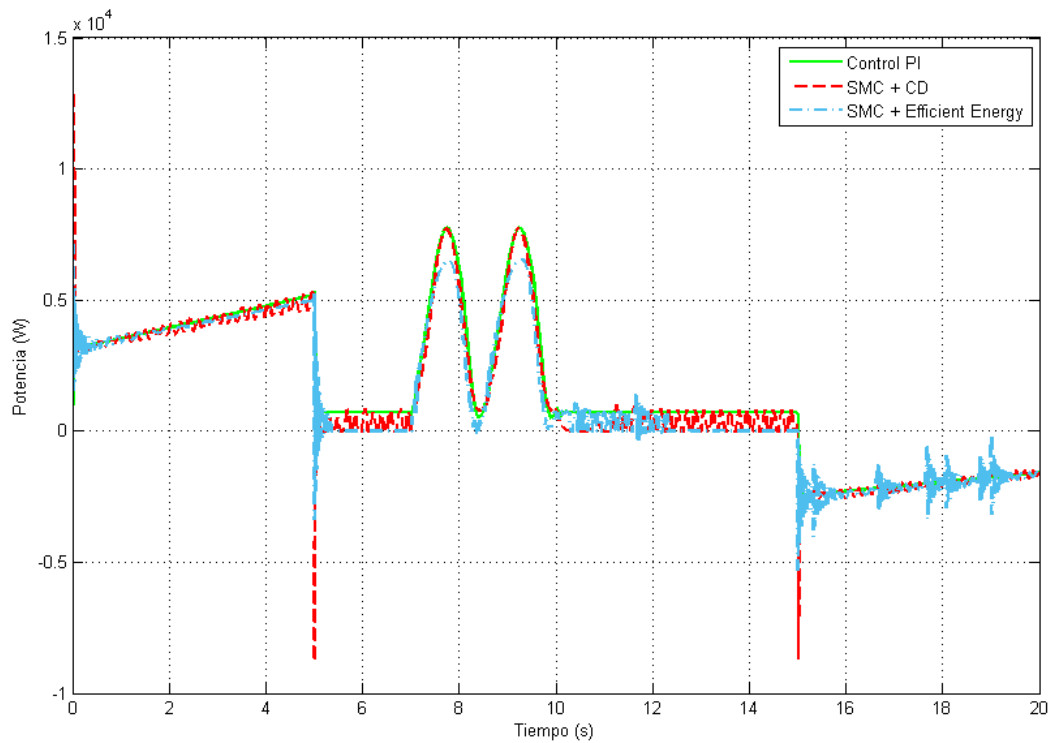


Figura 5.28 Comparación de la potencia consumida entre controlador PI, control SMC + CD y control SMC + asignación de control energéticamente eficiente

6 CONCLUSIONES

En este proyecto se han puesto de manifiesto diferentes métodos para el control de un vehículo eléctrico con el objetivo de encontrar uno que nos permita ahorrar la máxima energía posible garantizando una buena respuesta.

En primer lugar, hemos visto una introducción histórica del vehículo eléctrico hasta llegar a la situación actual. También se ha podido observar diferentes configuraciones, con sus ventajas e inconvenientes, decantándonos por una de ellas para el posterior estudio.

Se ha estudiado de forma general las diferentes fuerzas que aparecen en la dinámica del movimiento plano de un vehículo, llegando a calcular las ecuaciones matemáticas que describen dicho movimiento.

Con el objetivo final de realizar una jerarquía de control a nuestro sistema con dos niveles, se ha visto la teoría del control por modos deslizantes, usado en el primer nivel de control, y posteriormente, se ha aplicado a nuestro sistema.

Finalmente, antes de los ensayos, hemos visto diferentes modos de reparto de la acción de control junto con sus principales ventajas e inconvenientes.

Para poder sacar conclusiones de este trabajo se han realizado varios ensayos con el software Matlab/Simulink, en los que nuestro vehículo tiene que seguir un movimiento predeterminado.

Con el sistema de control distribuido hemos obtenido una mejor respuesta y un ahorro de energía con respecto a un controlador convencional como puede ser un PI.

A continuación, hemos podido dar una respuesta más eficiente desde el punto de vista del consumo de energía instantáneo utilizando un algoritmo de eficiencia energética para el reparto de la acción de control.

Además de lo anteriormente dicho, de las simulaciones se han sacado las siguientes conclusiones de este estudio:

- Se puede observar cómo el sistema de control compuesto por SMC y la asignación de control consume menos energía que los descritos anteriormente. Sin embargo, cabe destacar que mientras tengamos un mayor ahorro de energía, la respuesta del sistema según la referencia será peor. Es decir, tendremos que encontrar un equilibrio entre el ahorro energético y la capacidad de respuesta según las condiciones deseadas. Esto requiere de una buena calibración de las ganancias y/o las matrices de pesos de, respectivamente, el sistema de control y el algoritmo de eficiencia energética.
- En nuestro caso, por simplicidad se ha supuesto el mismo rendimiento de los motores de las ruedas. Sin embargo, en la realidad estas pueden tener un rendimiento dispar. El algoritmo de eficiencia energética realiza un reparto del par, de tal manera, que permite que los motores trabajen en un punto óptimo según sus características. Los sistemas de control anteriores no

tienen en cuenta esto.

- El defecto principal de este método de control es el *chattering*. Por lo que hay que tenerlo en cuenta a la hora de elegir las ganancias del sistema de control y, conocer las limitaciones físicas de su implementación en motores reales.

6.1 Líneas de Estudios Futuros

Como hemos podido ver, el vehículo eléctrico tendrá cada vez más protagonismo en nuestra sociedad. Éste se presenta como una alternativa fiable ante los problemas ambientales y energéticos que presentan los vehículos de combustión (actualmente los más utilizados).

También, hemos podido ver que, aunque el vehículo eléctrico obtenga la energía de la red eléctrica no quiere decir que esa energía no libere dióxido de carbono a la atmósfera.

Por ello, es importante que los futuros vehículos eléctricos sean más eficientes energéticamente, obteniendo una mayor autonomía y una atmósfera más limpia.

Las líneas de estudios futuros del Proyecto presentado pueden ser:

- Se podría realizar un modelo más preciso. Es decir, teniendo en cuenta más factores que intervienen en la dinámica del vehículo aumentando la complejidad del modelo. También, se podría usar unos parámetros que sean más precisos a un sistema real.
- Estudio y cálculos matemáticos de las ganancias y matrices de peso. Se podría calcular las ganancias para que las respuestas del sistema sean las óptimas posibles, utilizando métodos matemáticos. También, se podrían utilizar ganancias dinámicas que varíen según las condiciones de trabajo del vehículo.
- Validación de los experimentos realizados en un sistema real.
- Análisis de la robustez de los algoritmos de control. Viendo si conserva la estabilidad del sistema en cualquier situación.
- Analizar el impacto económico de la implantación de este tipo de algoritmo en un vehículo real.
- Otra opción para evitar el efecto del *chattering* sería utilizar control por modos deslizantes cuando se trabaje lejos de la superficie de deslizamiento y, cuando se esté cerca de la superficie, utilizar otro modo de control como PID que garantice error cero en régimen permanente sin efecto *chattering*.

REFERENCIAS

- [1] GUARNIERI, Massimo. Looking back to electric cars. En *2012 Third IEEE HISTory of ELectro-technology CONference (HISTELCON)*. IEEE, 2012. p. 1-6.
- [2] CHAN, C. C., et al. The state of the art of electric and hybrid vehicles. *Proceedings of the IEEE*, 2002, vol. 90, no 2, p. 247-275.
- [3] RAJAMANI, Rajesh. *Vehicle dynamics and control*. Springer Science & Business Media, 2011.
- [4] JAZAR, Reza N. *Vehicle dynamics: theory and application*. Springer, 2017
- [5] SHTESSEL, Yuri, et al. *Sliding mode control and observation*. New York: Springer New York, 2014.
- [6] WANG, Junmin; LONGORIA, Raul G. Coordinated vehicle dynamics control with control distribution. En *2006 American control conference*. IEEE, 2006. p. 6 pp.
- [7] CHEN, Yan; WANG, Junmin. Energy-efficient control allocation for over-actuated systems with electric vehicle applications. En *ASME 2010 Dynamic Systems and Control Conference*. American Society of Mechanical Engineers, 2010. p. 37-44.
- [8] WANG, Junmin; LONGORIA, Raul G. Coordinated and reconfigurable vehicle dynamics control. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2009, vol. 17, no 3, p. 723-732.
- [9] SLOTINE, Jean-Jacques E., et al. *Applied nonlinear control*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice hall, 1991.
- [10] González Debada, Ezquiel. *Control de Vehículo eléctrico con tracción independiente a las cuatro ruedas*. Universidad de Sevilla. 2013.
- [11] CHEN, Yan; WANG, Junmin. An adaptive energy-efficient control allocation on planar motion control of electric ground vehicles. En *2011 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference*. IEEE, 2011. p. 8062-8067.

GLOSARIO

ISO: International Organization for Standardization

UNE: Una Norma Española

CO₂: Dióxido de carbono

VE: Vehículo eléctrico

TFM: Trabajo de Fin de Máster

GAS: Global asintóticamente estable

SMC: Sliding Mode Control

CD: Control distribuido

CA: Control allocation.

PI: Controlador proporcional integral.