

Doktori értekezés

**Pulzáló fehér törpecsillagok asztroszeizmológiai  
vizsgálata**

**Sódorné Bognár Zsófia**

Témavezető: Dr. Pappó Margit  
az MTA doktora, tudományos tanácsadó  
MTA Konkoly Thege Miklós Csillagászati Kutatóintézete

Eötvös Loránd Tudományegyetem Természettudományi Kar

Fizika Doktori Iskola

Iskolavezető: Dr. Horváth Zalán

Részecskefizika és csillagászat doktori program

Programvezető: Dr. Csikor Ferenc

Budapest, 2011

*Balázsnak és Máténak.*

*„Az égen egy kicsi csillag szomorúan nézte az iskolába készülő vidám gyülekezetet: ő is szeretett volna megtanulni számolni. De ő se ugrándozni, se brekegni nem tudott; és ott, ahol ő élt, nem volt se fűszál, se sajtocska, de még mogyoró se; és neki se bajsocskája, se bolhái nem voltak, amiket lajstromba vehetett volna. Ráadásul a csillagoknak nem volt iskolájuk.*

*Így hát a kicsi csillagnak nem más, mint az anyukája segített, hogy meg tudja számolni a sugarait. Az apukája pedig segített neki megszámlálni az égen ragyogó valamennyi csillagot. Így tanult meg a kicsi csillag egészen végtelenig számolni.”*

Henri de Montety: A kicsi csillag, aki nem tudott számolni (ford.: Oroszlány Eszter)

# Tartalomjegyzék

<b>Táblázatok jegyzéke</b>	<b>iv</b>
<b>Ábrák jegyzéke</b>	<b>vi</b>
<b>Előszó</b>	<b>vii</b>
<b>1. Bevezetés</b>	<b>1</b>
1.1. Fejlődés a fehér törpe állapotig . . . . .	1
1.2. A fehér törpék típusai . . . . .	5
1.3. Fehér törpék mint tesztobjektumok . . . . .	7
1.3.1. Fehér törpék mint kozmikus laboratóriumok . . . . .	8
1.3.2. Az Univerzum jövőjéről – fehér törpékkel . . . . .	8
1.3.3. A Galaxis életkorának meghatározása . . . . .	9
1.4. Pulzáló fehér törpék . . . . .	11
1.4.1. Változótípusok és gerjesztési mechanizmusok . . . . .	11
1.4.2. Fehér törpék asztroszeizmológiája . . . . .	18
<b>2. A megfigyelésektől a modellekig</b>	<b>25</b>
2.1. Az észleléstől az analízisig . . . . .	26
2.1.1. CCD felvételek kiértékelése . . . . .	26
2.1.2. Fourier-analízis . . . . .	31
2.2. A „White Dwarf Evolution Code” . . . . .	32
2.2.1. A kiindulási paraméterek megválasztása . . . . .	34
2.2.2. Keresés a lehetséges modellek között . . . . .	37

<b>3. KUV 02464+3239</b>	<b>39</b>
3.1. Észlelések Piszkés-tetőn . . . . .	41
3.2. A fénygörbe Fourier-analízise . . . . .	41
3.2.1. Az egyes éjszakák analízise . . . . .	45
3.2.2. Részintervallumok vizsgálata . . . . .	45
3.2.3. A teljes fénygörbe analízise . . . . .	51
3.3. Tesztek az amplitúdóváltozások vizsgálatára . . . . .	54
3.4. Asztroszeizmológia . . . . .	56
3.4.1. A legjobb modellek kiválasztásával kapott eredmények . . . . .	58
3.5. Nemlineáris effektusok a csillag pulzációjában . . . . .	64
<b>4. GD 244</b>	<b>71</b>
4.1. Kiindulás: periódusok, légköri paraméterek . . . . .	71
4.2. Asztroszeizmológia . . . . .	73
4.2.1. Kutatás a legjobb modellek után . . . . .	73
<b>5. GD 154</b>	<b>77</b>
5.1. Korábbi mérések eredményei . . . . .	77
5.2. Észlelések Piszkés-tetőn . . . . .	78
5.3. Úton az asztroszeizmológiai vizsgálatok felé . . . . .	78
5.3.1. Pulzációs periódusok meghatározása . . . . .	78
5.3.2. Légköri paraméterek és a modell-grid . . . . .	80
5.4. Eredmények a csillag fizikai paramétereire . . . . .	82
5.4.1. Korábbi vizsgálatok eredményei . . . . .	82
5.4.2. Asztroszeizmológia az újonnan detektált módusokkal . . . . .	83
<b>6. Összegzés és további kutatási irányok</b>	<b>89</b>
<b>Köszönetnyilvánítás</b>	<b>95</b>
<b>Irodalomjegyzék</b>	<b>97</b>
<b>Összefoglalás</b>	<b>105</b>
<b>Summary</b>	<b>107</b>

# Táblázatok jegyzéke

2.1. Teszteredmények az apertúra, annulus és dannulus paraméterek változtatásának hatására a fotometria során. . . . .	28
2.2. Az $X_O$ és $X_{\text{fm}}$ paraméterek értékei Salaris-féle profil esetén. . . . .	35
3.1. A KUV 02464+3239 Pizskés-tetön végzett észleléseinek összefoglalása. . . . .	42
3.2. A részintervallumok Fourier-analízise során meghatározott frekvenciák és amplitúdóértékeik. . . . .	48
3.3. Frekvencia- és amplitúdóértékek a hat elfogadott pulzációs frekvencia esetében. . . . .	50
3.4. A teljes adatsor Fourier-analízise során meghatározott frekvenciák. . . . .	53
3.5. Amplitúdóváltozások vizsgálatára vonatkozó tesztek eredményei. . . . .	55
3.6. A legjobb megoldásoknak talált modellek a $0.525 - 0.74 M_{\odot}$ tartományban. . . . .	59
4.1. A GD 244 irodalomban fellelhető pulzációs periódusértékei. . . . .	72
4.2. A GD 244 spektroszkópiai úton meghatározott effektív hőmérséklete és felszíni gravitációs gyorsulásértékei. . . . .	73
4.3. A legjobb megoldásoknak választott modellek paraméterei. . . . .	74
5.1. A GD 154 Pizskés-tetön végzett észleléseinek összefoglalása. . . . .	79
5.2. A GD 154 pizskés-tetői észlelések alapján meghatározott pulzációs módusai. . . . .	80
5.3. A GD 154 spektroszkópiai úton meghatározott effektív hőmérséklete és felszíni gravitációs gyorsulásértékei. . . . .	81

5.4. A GD 154 fizikai paramétereit Castanheira és Kepler (2009) asztroszeizmológiai vizsgálatai alapján. . . . .	83
5.5. A kiválasztott modellek paramétereit a GD 154 esetében. . . . .	84
5.6. A Salaris-féle profilt alkalmazó kiválasztott modellek paramétereit. . . . .	86

# Ábrák jegyzéke

1.1. Csillagfejlődés a HRD-n a fősorozattól a fehér törpe állapotig. . . . .	2
1.2. DA típusú fehér törpecsillag felépítése. . . . .	6
1.3. Fehér törpecsillagok luminozitási függvénye. . . . .	10
1.4. Pulzáló fehér törpe és szubtörpe (sdBV) csillagok a HRD-n. . . . .	12
1.5. Pulzációs tulajdonságok változása a ZZ Ceti instabilitási sávban. . . . .	18
1.6. Fehér törpecsillag periódustávolság-diagrammja. . . . .	22
2.1. Tesztek az apertúra fotometria optimális paramétereinek meghatározására I. . . . .	29
2.2. Tesztek az apertúra fotometria optimális paramétereinek meghatározására II. . . . .	29
2.3. Tipikus csillagprofil a méréseinkből. . . . .	30
2.4. A magban lévő oxigén részarányára vonatkozó profilok összehasonlítása. . . . .	35
2.5. Kémiai elemek gyakorisága és a Brunt–Väisälä-frekvencia egy DA fehér törpe modellben. . . . .	37
3.1. A KUV 02464+3239 és a GD 154 jelű DAV csillagok fénygörbéinek összehasonlítása. . . . .	40
3.2. A változó és az összehasonlító csillagok a CCD látómezőjében. . . . .	43
3.3. A KUV 02464+3239 piszkés-tetői megfigyelések alapján kapott differenciális fénygörbéje. . . . .	44
3.4. A teljes adatsorból kiválasztott részintervallumok Fourier-spektrumai. . . . .	47
3.5. Legalább két részintervallumban biztosan detektálható frekvenciák értékei. . . . .	50

3.6. A teljes fénygörbe Fourier-analízise. . . . .	52
3.7. A modell-grid által lefedett tartomány a $T_{\text{eff}} - \log g$ síkon. . . . .	57
3.8. A 3.6 táblázat 13 modellje a referenciaértékkel a $T_{\text{eff}} - M_*$ síkon ábrázolva. . . . .	60
3.9. Periódustávolság-diagrammok a $\log g$ alapján kiválasztott hat mo- dell esetében. . . . .	63
3.10. A 2006. októberi észlelések két részletének Fourier-analízise. . . . .	65
3.11. Fénygörbe részletek a teljes fénygörbéből a nemlineáris effektusok vizsgálatához. . . . .	67
3.12. Az egyes fénygörbe-részletekhez tartozó szórásértékek. . . . .	68
3.13. A fénygörbe-részletek és a hozzájuk tartozó illesztések szórásának különbségei. . . . .	68
4.1. Hisztogramok 81 kiválasztott modell öt fizikai paraméterének meg- felelően. . . . .	76
5.1. Periódustávolság-diagrammok a $\log g$ alapján kiválasztott nyolc modell esetében. . . . .	88



# Előszó

A magyarországi pulzáló fehér törpecsillagokkal kapcsolatos rendszeres kutatások elindítása témavezetőm, dr. Paparó Margit nevéhez fűződik. Ehhez csatlakoztam 2004-ben még szakdolgozati munkám során. A méréseket az ország jelenleg legnagyobb, az MTA Konkoly Thege Miklós Csillagászati Kutatóintézetének tulajdonában álló 1 m-es RCC teleszkópjával végezzük Pizskés-tetőn. Már az első észlelések is megmutatták, hogy jó minőségű adatsorokat kaphatunk ezekről a halvány, kis amplitúdójú változásokat mutató csillagokról hazai távcsővel egy adott megfigyelőhelyről végzett mérések alapján is.

Az észlelések célja kettős: kapcsolódás nemzetközi megfigyelési kampányokhoz, vagy gondosan kiválasztott célpontok legalább egy észlelési szezonon keresztül végzett megfigyelésével egyedülálló adatsorok előállítására. A csillagok több hónapot (vagy akár évet) átfogó észlelésével lehetőség van pontos pulzációs periódusértékek meghatározására és eddig nem ismert módusok detektálására, mely információkat aztán a csillag asztroszeizmológiai vizsgálatához lehet felhasználni. Másrészt lehetőség nyílik a pulzációban esetleg hetes-hónapos időskálán bekövetkező változások nyomon követésére is.

A csillagok döntő hányada előbb-utóbb fehér törpe állapotba jut. A Hertzsprung–Russell-diagramm fehér törpe hűlési sávján különböző instabilitási sávokban találjuk meg a pulzáló fehér törpecsillagokat, ahol nemradiális  $g$ -módusú pulzációt mutatnak. Mivel ezek lényegében normális csillagok, minden, a fényességváltozásokból származtatott tudás közelebb visz minket a teljes csoport jobb megismeréséhez.

A fehér törpecsillagok modellezésének legkritikusabb pontjait a csillag teljes tömegének és a hidrogén/hélium réteg tömegarányának nem kellően pontos ismerete, illetve a légkörben lejátszódó konvektív folyamatok nem realiztikus kezelése

jelentik. Az asztroszeizmológia kínálja az egyetlen lehetőséget a tömegparaméterek meghatározására. Új elméleti vizsgálatok lehetővé teszik, hogy a pulzációt felhasználjuk a konvekció fizikájának vizsgálatára is nemlineáris fénygörbeillesztés segítségével.

Több esetben észlelünk fehér törpecsillagoknál is viszonylag rövid időskálán lejátszódó amplitúdó- (esetleg frekvencia)-változásokat. Ezek eredete még nem teljesen tisztázott, a lehetséges magyarázatok között szerepel a nemlineáris móduscsatolás és a kölcsönhatás a pulzáció és konvekció között.

Dolgozatom első, fehér törpékről szóló áttekintő fejezetét egy észlelési, adatfeldolgozási és modellezési stratégiákat bemutató fejezet követi. A harmadik, negyedik és ötödik fejezetben egy-egy csillagról kapott kutatási eredményeimet ismertetem, majd lezárásként áttekintést illetve összehasonlítást adok arról, amit munkám során meghatároztam ezen objektumokról.

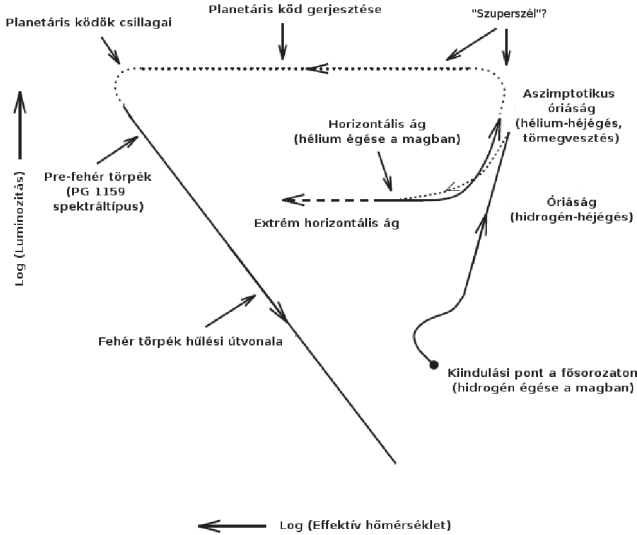
# 1. fejezet

## Bevezetés

A Világegyetem csillagainak 95–98%-a – köztük a Nap is – fehér törpe állapotba jutva fejezi be fejlődését. Dolgozatom első részében röviden összefoglalom az aszimptotikus óriáságtól a fehér törpe állapot eléréséig bekövetkező fejlődés főbb állomásait, ismertetem a fehér törpecsillagok különböző típusainak jellegzetességeit, illetve a fehér törpék tanulmányozásának jelentőségét néhány (asztró)fizikai kérdéskör szempontjából. Mindezek után rátérek a fehér törpecsillagok megismerésekor kiemelt jelentőséggel bíró csoport, a pulzáló fehér törpék bemutatására: a pulzációt gerjesztő folyamatokra és a megfigyelt pulzációs tulajdonságokra.

### 1.1. Fejlődés a fehér törpe állapotig

A fehér törpecsillagok a fősorozaton legfeljebb  $8\text{--}10 M_{\odot}$  kezdeti tömeggel rendelkező csillagok fejlődésének végállapotát jelentő objektumok. Ezen csillagok kezdeti tömegüktől függően különböző részeit járják be a Hertzsprung–Russell-diagrammnak (HRD), miközben belsejükben ugyanazon energiatermelő folyamatok játszódnak le egymás után: hidrogén égetése a magban a fősorozaton, majd arról elfejlődve hidrogén-héjégés a szubóriás- és a vörös óriáságon, majd a horizontális ágra fejlődve hélium égetése a magban és hidrogéné a héjban. A következő fejlődési fázisban elért aszimptotikus óriáságot (AGB) a hélium és a hidrogén héjégése jellemzi, majd további energiatermelő nukleáris folyamatok híján a csillagok a fehér törpe hülési útvonalra kerülnek. A folyamat az 1.1. ábrán követhető nyomon.



**1.1. ábra.** CSILLAGFEJLŐDÉS A HRD-N A FŐSOROZATTÓL A FEHÉR TÖRPE ÁLLAPOTIG. (A szerző által módosítva, eredeti: Marsh 1995.)

A korábbi fejlődési fázisok további részletezésétől eltekintve röviden kitérek az AGB-n történő fejlődés jellegzetességeire. Számítások azt mutatják, hogy a hélium-héjégés az AGB csillag burkában termikusan nem stabil, időről-időre „megszalad”. Ennek oka, hogy a hidrogén-héjégés növeli a hidrogén és hélium égető héj közötti részben a hélium mennyiségét, amitől megnő ezen régió alján a nyomás és a hőmérséklet. A hélium égető héj idővel (geometriailag) vékonyvá válik. Amikor a hélium égető héj fölötti rész tömege eléri egy kritikus értéket, a hélium égése ebben a vékony héjban termikusan megszalad, mivel a hőmérsékletnövekedés hatását nem lehet kellően ellensúlyozni a gázrteg tágulásával és az ezáltal bekövetkező nyomáseséssel. Ezt a jelenséget hívják héliumhéj-villámnak („helium shell flash”). Az elnevezés a kb.  $2 M_{\odot}$ -nél kisebb tömegű csillagoknál a vörös óriáságon

bekövetkező héliummag-villámot („helium core flash”) idézi, de ez utóbbi esetben a mag degeneráltsága miatt következik be a termonuklális folyamat megszaladása. A héliumhéj-villámot követően a héliumégető héj kitágul és lehül, majd egy stabil égetési fázis következik. Ezek az ún. *termális pulzusok*, melyek során a csillag a HRD-n egy időre balra lefelé mozdul el, többször is megismétlődhetnek a fejlődése folyamán.

Az AGB-n történő fejlődés másik jellegzetessége a nagymértékű ( $10^{-7}$  –  $10^{-4} M_{\odot}/\text{év}$ ) tömegvesztés. Az a folyamat, mely során a csillag tömegének jelentős részét elveszít, részleteiben még nem teljesen ismert. A termális pulzusok alatti anyagvesztés, az ezen fázisban fellépő radiális pulzáció (Mira-típusú változók) és a csillag légkörének külső, hűvösebb részeiben keletkező porrészeccskékre ható sugárnyomás hatásainak együttese vezethet végül a csillag burkának elvesztéséhez. A legnagyobb tömegvesztéssel járó fázist „szuperszélnek” is nevezik, mely során a csillag majdnem teljesen elveszti hidrogénben gazdag burkát és ezzel elhagyja az AGB-t is. Ezután közel konstans luminozitás mellett fejlődik egyre magasabb hőmérsékletek felé (a hidrogén-héjégés és a tömegvesztés továbbra is folytatódik), majd megfelelően magas hőmérsékleten a csillag levetett burka ionizálódik és planetáris ködöt láthatunk. A hidrogén mennyiségének csökkenésével a hidrogén égetése befejeződik és a csillag luminozitása csökkenni kezd, megérkezik a fehér törpe hűlési útvonalra. Néhány esetben a csillagnál egy végső termális pulzus következhet be azután is, hogy az AGB-t elhagyta, vagy már éppen elérte a fehér törpe fázist. Egy ilyen késői termális pulzus okozhatja, hogy a csillag egy időre visszatér az AGB-re („újjászületett” AGB csillag). A kis és közepes tömegű csillagok AGB és poszt-AGB fejlődéséről részletes áttekintést ad Iben és Renzini (1983).

Nagyobb tömegű csillagnál, ahol a mag tömege eléri az 1–1.3  $M_{\odot}$ -et, elméleti számítások szerint beindulhat a szén égése is. Ekkor egy oxigén-neon manggal rendelkező fehér törpe keletkezik. Ehhez mintegy 7–9  $M_{\odot}$  kezdőtömeggel kell rendelkeznie a csillagnak (Weidemann, 2003; Werner és mksai., 2005).

A legkisebb tömegű fehér törpék (kb. 0.5  $M_{\odot}$  alatt) esetében magjukban korábban nem indulhatott meg a hélium égése (hélium manggal rendelkező fehér törpék). Ezeknél a csillagoknál feltételezhető, hogy szoros kettős rendszerben történő fejlődés során veszítettek anyagukból, még mielőtt a belsejükben elkezdődhetett volna a hélium fúziója (Marsh és mksai., 1995; Liebert és mksai., 2004).

Amikor egy csillagban leállnak az energiatermelő nukleáris folyamatok, az megkezdí életének végső fázisát, melynek jellemzője a hűlés és az összehúzódás (kontrakció). Egy ilyen objektum felszíni hőmérséklete a csillagok között előforduló legmagasabbak között van (a legforróbbaknál akár  $T_{eff} \approx 170\,000\text{ K}$  is lehet). A luminozitásuk is igen nagy, meghaladhatja az  $1000 L_{\odot}$ -ot is, de mivel további nukleáris energiatermelésre már nem képesek, ezek az értékek csak csökkenni tudnak. A jellemző felszíni gravitációs gyorsulásértékek is igen nagyok ( $\log g \approx 7$ ), ezért az újonnan keletkezett fehér törpék összehúzódnak, amíg a csillag magjának degenerálttá válása miatt meg nem áll a kontrakció (ekkor  $\log g \approx 8$ ). Végeredményül egy Napéhoz hasonló tömeggel rendelkező objektumot látunk egy lényegében Föld méretű testbe „préselve”. A csillagok fejlődése ebben a fázisban gyors, közel félmillió év alatt felszíni hőmérsékletük a felére, luminozitásuk pedig  $1 L_{\odot}$  alá csökken (O’Brien, 1998).

A végeredményül kapott fehér törpecsillag (ill. az AGB-csillag magjának) tömegére elméletileg meghatározott felső tömeghatár kb.  $1.4 M_{\odot}$ -nél van (Chandrasekhar-határ; Chandrasekhar 1939), ami fölé kerülve a csillag összeomlik és szupernóvarobbanás következik be. A megfigyelések egyébként azt mutatják, hogy a sokféle lehetséges kiindulási tömeg ellenére az ismert fehér törpék tömege átlagosan  $0.6\text{--}0.7 M_{\odot}$  között van,  $0.5 M_{\odot}$  alatt és  $0.9 M_{\odot}$  felett már sokkal kevesebb fehér törpét találunk (Kepler és mksai., 2007). Ennek magyarázata valószínűleg az aszimptotikus óriáságon történő nagy tömegvesztésnél keresendő, és azt mutatja, milyen fontos szerepe van a tömegvesztéssel járó folyamatoknak egy fehér törpévé váló csillag esetében.

Egy alternatív útvonal is kínálkozik még a fehér törpévé válás felé: a szubtörpe csillagokon keresztül. Ezen csillagoknak nem elég nagy a tömegük ahhoz, hogy náluk hélium-héjégés indulhasson be, így nem kerülhetnek az AGB-re. Elhagyva a horizontális ágat, közel állandó luminozitás mellett húzódnak össze az extrém horizontális ágon, míg a magjukat alkotó anyag degenerált nem lesz, ekkor elérik a fehér törpe állapotot. Ezek a csillagok tehát átugorják a planetáris kód képződéséhez kapcsolódó fázist. A fehér törpék néhány százalékának kialakulásáért lehetnek felelősek (Drilling és Schönberner, 1985).

A kialakult fehér törpék tömegének mintegy 99%-a a magban koncentrálódik, ezt veszi körül egy nem degenerált gázból álló burok. Miközben a magban

lévő elektrongáz biztosítja a megfelelő nyomást ahhoz, hogy a csillag ne roppanjon össze, az itt található ionkomponens adja azt a hőenergiát, amely lassan eltávozik a csillagból. Ahogy a mag hűl, az ionkomponens először folyékony, majd modellszámítások szerint egy átlagos tömeggel rendelkező fehér törpénél  $T_{\text{eff}} = 6000\text{--}8000\text{ K}$  körül szilárd, kristályos halmazállapotot kezd felvenni (Metcalfé és mksai., 2004). Végül a csillag eltűnik a szemünk elől, fekete törpévé válik.

A vékony gázburok a csillag körül egyfajta szigetelőként viselkedik, szabályozza a fehér törpe hűlését. Abban, hogy a csillag milyen gyorsan veszíti el a hőenergiáját, szerepet játszik még a légkör felépítése és kémiai összetétele, illetve a csillag mérete is. A kisebb sugarú és luminozitású, nagyobb tömegű csillagok lassabban hűlnek. A kezdeti gyors hőmérsékletcsökkenés után egyébként a fehér törpék hűlése lelassul, egy átlagos tömeggel rendelkező csillagnak mintegy 5 milliárd évre van szüksége ahhoz, hogy 50 000 K-ról 5000 K-re hűljön (Burleigh, 1997).

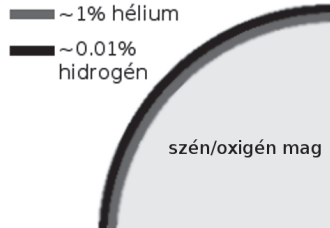
## 1.2. A fehér törpék típusai

Jelenleg mintegy 10 000 fehér törpecsillagot ismerünk, jelentős részüket a Sloan Digital Sky Survey<sup>1</sup> (SDSS) égboltfelmérési program során készített csillagspektrumok vizsgálatával fedezték fel (Eisenstein és mksai., 2006; Kleinman és mksai., 2007). Észlelésüket megnehezíti, hogy kis méretükből adódóan elég halványak.

A fehér törpék különböző csoportokba sorolása, hasonlóan más csillagokéhoz, az optikai színeképükben található jellegzetességeiken alapul (Sion és mksai., 1983). A fehér törpék erős gravitációs vonzása következtében a nehezebb és könnyebb elemek általában egymásra rétegződve találhatók meg a csillag légkörében. A fehér törpék kb. 75%-a ún. DA típusú, ahol a légkör külső rétegét hidrogén alkotja. Ahogy az korábban már szerepelt, a csillag tömegének mintegy 99%-át a mag adja, mely legtöbbször szén és oxigént tartalmaz. Ezt borítja be a vékony gázburok, amely egy hélium, és a DA csillagok esetében egy e fölött lévő hidrogén rétegből áll. A hidrogén és a hélium tömegére adott elméleti felső határok kb.  $10^{-4}$  és  $10^{-2} M_{\odot}$ , ennél nagyobb tömegértékek esetén fúziós reakciók indulnának meg

---

<sup>1</sup> <http://www.sdss.org>



**1.2. ábra.** DA TÍPUSÚ FEHÉR TÖRPECSILLAG FELÉPÍTÉSE.

az adott rétegek alján, ami az észleltnél nagyobb luminozitást eredményezne (Bradley és Winget, 1991). DA csillagokat találhatunk a legforróbb és a leghűvösebb fehér törpék között is. Az 1.2. ábrán egy DA fehér törpe szerkezetének sematikus ábrázolása látható.

Hélium dominálja a DO és DB típusú fehér törpék légkörét. A DO típusba a forróbb ( $T_{\text{eff}} > 45\,000\text{ K}$ ) csillagok tartoznak, a DB típusú csillagokat 30 000 és 12 000 K között találjuk. Spektrális jellegzetességeik: a DO csoportnál erős HeI vonalak mellett HeI vonalak is jelen vannak, a DB csillagoknál a HeI vonalak dominálnak, a hidrogén- és fémvonalak hiányoznak. A két hőmérsékleti tartomány között csak néhány hélium légkörű fehér törpét ismerünk („DO-DB gap”, Liebert és mksai. 1986). Ennek a jelenségnek az oka még nem egészen tisztázott.

Néhány százalékát az ismert fehér törpéknek a fentebb említetteken kívül „hibrid” típusokba tartozó csillagok alkotják (pl. a hidrogén vagy hélium légkör „szennyeződik” a másik elemmel: DAO és DBA típusok), illetve olyan csillagok, melyeknek légkörében nehezebb elemek jelenléte (pl. szén, kalcium, vas) mutatható ki (DQ és DZ típusok, jellemzően ezek hűvös, 12 000 K alatti csillagok). Azt, hogy milyen légköri összetevőket azonosítunk spektroszkópiai úton, a konvekció, a diffúzió és az esetleges akkréciós folyamatok egymással versengve alakítják ki.

Felvetődik a kérdés, hogy van-e valamilyen fejlődési kapcsolat a DA-DB-DO csillagok között. Úgy tűnik, hogy két fő fejlődési útvonalat lehet elkülöníteni. A DA csillagok esetében maradt elegendő hidrogén a csillag légkörében a fősorozat utáni fejlődés nagy tömegvesztéssel járó folyamatainak után is, hogy az a legkönnyebb



elemként a légkör külső rétegét alkossa. Egy ilyen csillag hűlése során továbbra is DA csillag marad, de előfordulhat, hogy alacsony hőmérsékleten, amikor a konvekció jelentős lesz és nehezebb elemek jelennek meg a légkörben, egy nem-DA típusú csillagként látjuk. A hidrogénjét nagyrészt elvesztett, héliumban és/vagy szénben és oxigénben gazdag légkörű csillagok egy másik útvonalat követve először DO csillagként, majd később DB csillagként tűnhetnek fel. Előfordulhat, hogy a csillag élete során a maradék hidrogénje felszínre kerül és egy ultravékony réteget képez (DA csillagot látunk), de aztán konvekcióval ez a hidrogén visszakerül a sokkal nagyobb tömeggel rendelkező hélium-réteg alá, és megkapjuk a DB csillagot. Ez egy lehetséges magyarázat arra, hogy miért nem látunk 45 000 és 30 000 K között DB fehér törpéket. A DA és nem-DA típusú csillagok kialakulásáról lásd Hansen és Liebert (2003), Tremblay és Bergeron (2008) és referenciáikat.

### Mágneses fehér törpék

Bár már viszonylag nagy számú fehér törpecsillagot ismerünk, mégis kevés esetben sikerült eddig mágneses tér jelenlétét kimutatni – jelenleg mintegy 170 ilyen csillagról tudunk (Jordan és mksai., 2007; Kawka és mksai., 2007). Ennek oka lehet egy kiválasztási effektus, mivel kisebb térerősségek (kb.  $10^6$  G alatt) detektálásához szükséges spektropolarimetriai méréseket csak kis számú fehér törpére végeztek eddig. Az e fölötti mágneses térerősségek mérésére már spektroszkópiai úton is lehetőségünk van. A sikeres mérések mintegy 6 nagyságrendet átfogó, kb.  $10^3 - 10^9$  G mágneses térerősséget mutattak ki. Kisebb mintákon végzett statisztikai számítások azt mutatják, hogy a fehér törpék kb. 15%-ának mágneses térerőssége érheti el az 1000 G-os szintet. A fehér törpék mágneses terének tanulmányozása azért is fontos, mert ezek a mágneses fluxus „befagyását” feltételezve a fősorozati csillagokat korábban átjáró mágneses térről, ezért a csillagfejlődés egy korábbi állapotáról hordoznak információkat.

## 1.3. Fehér törpék mint tesztobjektumok

A fehér törpecsillagok tanulmányozásának jelentősége az asztrofizikában, hogy többek közt kiváló kozmikus laboratóriumok részecskefizikai ismereteink el-

lenőrzésére, gyarapítására; pontosíthatjuk velük a csillagok fejlődéséről eddig alkotott elméleteinket, megmérhetjük az Univerzum tágulását és megismerhetjük a Galaxis életkorát. Ezeket a lehetőségeket fogom a továbbiakban röviden ismertetni.

### 1.3.1. Fehér törpék mint kozmikus laboratóriumok

A fehér törpék belsejét tanulmányozva olyan extrém nyomás és hőmérsékleti viszonyok között vizsgálhatjuk az anyag viselkedését, amire a legjobban felszerelt földi laboratóriumokban sincs lehetőség. Az, hogy hogyan képes stabil maradni egy csillag földnyi méret és Naphoz hasonló tömeg mellett, kiváló igazolását mutatja a Pauli-elvnek és a Heisenberg-féle határozatlansági relációnak. A Chandrasekhar-határ meghatározásában szerepe van a fény véges sebességének, tehát a speciális relativitáselmélet egyik elemének ellenőrzésére is lehetőségünk van. Fehér törpe-csillagok segítségével az általános relativitáselmélet által jósolt, erős gravitációs tér hatására bekövetkező gravitációs vöröseltolódás mérésére is mód kínálkozik (Greenstein és Trimble, 1967). Ezzel a módszerrel egyébként fehér törpék tömegét is meg lehet határozni (Reid, 1996).

Amikor egy fehér törpe még elég magas hőmérsékletű ( $T_{\text{eff}} \gtrsim 25\,000\text{ K}$ ), a neutrínó-kisugárzás általi hűlés a meghatározó (O'Brien, 1998; Winget és mkt-sai., 2004). Ezek az ún. plazmon neutrínók a csillagok sűrű, magas hőmérsékletű magjában keletkeznek, és azonnal elhagyják a csillagot. Ha meg tudjuk valahogy határozni egy csillag fejlődési ütemét (tulajdonképpen azt, hogy milyen gyorsan hűl), akkor egyúttal következtethetünk a neutrínókeletkezési rátára, és így az elektromos kölcsönhatásról való ismereteink egy újfajta tesztjére nyílik lehetőség. Ahogy egyébként a csillag tovább hűl, a magból történő neutrínókibocsátás a teljes energiavesztés egyre kisebb hányadáért lesz felelős ( $T_{\text{eff}} = 15\,000\text{ K}$ -es felszíni hőmérsékletű állapothoz érve már csak mintegy 1%-áért – Burleigh 1997). Ekkor a domináns, a fehér törpe hűléséért felelős folyamatokat a fotonok által elvitt energia és a gázburokban fellépő konvekció jelentik.

### 1.3.2. Az Univerzum jövőjéről – fehér törpékkel

A gyorsulva táguló Univerzum elmélete is fehér törpék megfigyeléséből indult ki – egészen pontosan Ia típusú szupernóvákéból (Perlmutter és mkt-sai., 1997; Riess

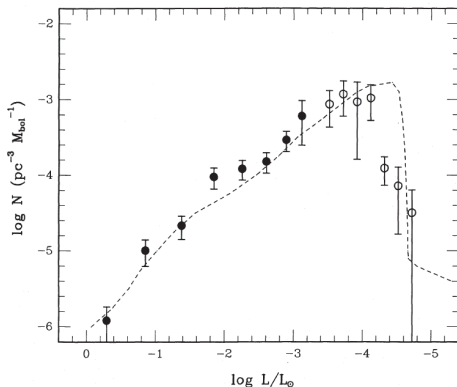
és mksai., 1998). Jelenlegi ismereteink szerint Ia típusú szupernóva-robbanást akkor látunk, amikor egy fehér törpe szoros kettős rendszer tagjaként akkréció útján annyi anyaghoz jut a társcsillagtól, hogy a tömege meghaladja a Chandrasekhar-határt, és összeroppan egy termonukleáris robbanás kíséretében. Mivel ezek a robbanások lényegében azonos tömegnél következnek be, és az összeomló csillagok is hasonló összetételűek, ezért azt várjuk, hogy az elért maximális fényességek is azonosak lesznek. Ezeket a robbanásokat a távoli galaxisokban is észlelni lehet. Az Ia típusú szupernóvákat, mint „sztenderd gyertyákat”, a galaxisok távolságának meghatározására lehet használni. A különböző távolságokban lévő szupernóvák segítségével következtetni lehet az Univerzum szerkezetére, viselkedésére. Azonban ahhoz, hogy valóban sztenderd gyertyákként használhassuk őket, minél pontosabban ismernünk kellene a fehér törpék szerkezetét, összetételét és a robbanás mechanizmusát is.

### 1.3.3. A Galaxis életkorának meghatározása

A fehér törpecsillagok különösen alkalmas objektumok arra, hogy segítségükkel meghatározzunk a Galaxis különböző csillagpopulációinak korát. Ennek okai, hogy ők képviselik a csillagok döntő többségének fejlődési végállapotát, egy elég homogén csoportot alkotnak közel azonos tömeggel és felépítéssel, és fizikai szempontból a leírásuk elég egyszerű: a legtöbb ismert fehér törpének nincs erős mágneses tere, nem forognak nagy sebességgel és nem folyik már bennük energiatermelő folyamat. Ez utóbbi tulajdonságuk mutatja, hogy tulajdonképpen egy hűlési problémát kell megoldani, amikor meg akarjuk mondani, milyen idős egy fehér törpe.

A fehér törpék kora és fényessége között először Leon Mestel brit asztrofizikus írt fel összefüggést 1952-ben. Az ő viszonylag egyszerű fizikai modelljének felhasználásával is a későbbi eredményekhez hasonlóan lehetett kiszámítani a Galaxis koronójára (Schwarzschild, 1958; Leggett és mksai., 1998). A frissebb modellekben ugyanis már figyelembe vesznek olyan tényezőket, mint pl. a kristályosodás és a konvekció hatása a hűlésre (összefoglalás: lásd Hansen és Liebert 2003).

A fehér törpék a kezdeti forró állapotot követően sokkal lassabban hűlnek, ezért ha feltételezzük, hogy egy adott térrészben közel állandó a keletkezési ütemük, sokkal több halványabb (alacsonyabb hőmérsékletű) fehér törpék fogunk ta-



**1.3. ábra.** FEHÉR TÖRPECSILLAGOK LUMINOZITÁSI FÜGGVÉNYE. A szaggatott vonal egy elméleti függvény menetét mutatja (Liebert és mksai., 1988).

lálni, mint fényesebbet. Ezt mutatja a különböző fehér törpe mintákra elkészített ún. luminozitási függvény (lásd az 1.3. ábra példáját), amely megadja a mintában szereplő fehér törpék számát a fényességük függvényében. Amit meg lehet figyelni, hogy a fehér törpék száma ugyan nő a csökkenő fényességgel, de egy adott pontnál ez a függvény hirtelen csökkenést mutat. Ha feltételezzük, hogy nem azért látjuk ezt, mert a megfigyeléseinkkel nem vagyunk képesek a halványabb csillagok detektálására, akkor azt mondhatjuk, hogy egyszerűen nincsenek olyan idős fehér törpék, amelyek eléggé lehűltek volna ahhoz (kb. 4000 K alá,  $\log(L/L_{\odot}) \approx -4.5$ ), hogy ennél kisebb fényességet érjenek el (Winget és mksai., 1987). Így tehát a függvény levágási pontjából következtetni lehet az adott csillagokat tartalmazó populáció korára, felhasználva a fehér törpék fényességét a kor függvényében megadó modelleket. Ezzel a módszerrel a Galaxis diszkjének korára kb. 9 milliárd év, a Galaxis halójára a benne található gömbhalmazok fehér törpeinek vizsgálatával pedig kb. 13 milliárd év adódik (Salaris és mksai., 1997; Hansen és mksai., 2002). Ezen értékek pontosítására és a (közelítőleg milliárd éves) hibahatárok csökkentésére minél nagyobb fehér törpe minta vizsgálatára és további, a modelleken végzendő finomításokra van szükség.

## 1.4. Pulzáló fehér törpék

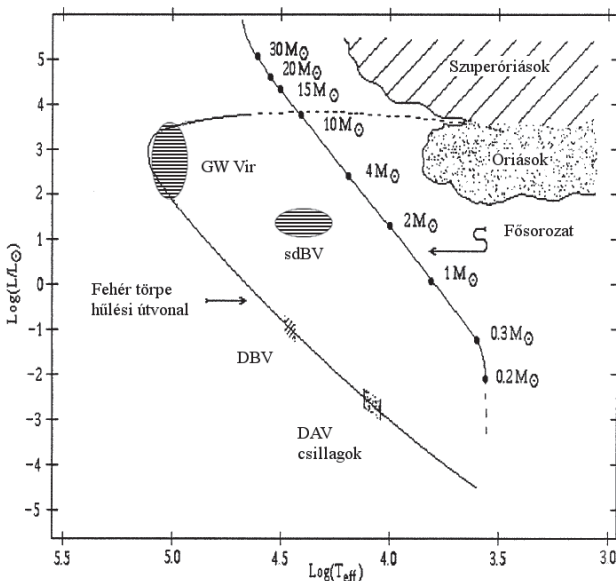
A pulzáló változócsillagok egyedülálló lehetőséget nyújtanak ahhoz, hogy főbb fizikai paramétereiket, belső felépítésüket és a bennük hosszabb-rövidebb időskálákon lezajló folyamatokat megismerhessük. Ezért most következzen a pulzáló fehér törpecsillagok típusainak, a pulzációt gerjesztő folyamatok és az asztroszeizmológiai vizsgálati lehetőségek rövid összefoglalása.

### 1.4.1. Változótipusok és gerjesztési mechanizmusok

Jelenleg három nagyobb csoportját ismerjük a pulzáló fehér törpéknek: GW Vir, DBV (V777 Her) és DAV (ZZ Ceti) csillagok. A HRD-n való elhelyezkedésük a pulzáló szubtörpe (sdBV) csillagokkal együtt az 1.4. ábrán látható. Az első pulzáló fehér törpét Arlo U. Landolt amerikai csillagász véletlenül fedezte fel 1964-ben egy fotometriai megfigyelési program során (Landolt, 1968). Landolt a HL Tau 76 jelű DA csillagnál talált 12.5 perces, kb. 0.2 magnitúdós fényességváltozást. A fénygörbe alakja multiperiodikus pulzációra is utalt. Az ezt követő időszakban egyre több ilyen gyors fényességváltozást mutató fehér törpét fedeztek fel (lásd pl. Lasker és Hesser 1971; Shulov és Kopatskaya 1974; Richer és Ulrych 1974). Kérdés volt azonban, hogy mi a fizikai magyarázata ezeknek a változásoknak. Az 1970-es évek elején született megoldás: több kutató (G. Chanmugam, B. Warner és E. L. Robinson) is egymástól függetlenül arra a következtetésre jutott, hogy az ezen csillagoknál észlelt időskálán bekövetkező változások nemradiális  $g$ -módusú pulzáció eredményei (Chanmugam, 1972; Warner és Robinson, 1972).

Egy teljesebb kép kirakásához J. T. McGraw, E. L. Robinson és R. E. Nather szisztematikusan végzett pulzáló fehér törpe megfigyelései vezettek. Az ő munkájuk mutatott rá arra, hogy a Landolt által, ill. a nem sokkal utána felfedezett változók egy elég homogén, közel azonos hőmérsékletű (kb. 12 000 K) csillagokból álló csoport tagjai (lásd pl. McGraw 1977, 1979). Ezek a ZZ Ceti csillagok, a pulzáló DA fehér törpék. A csoport elnevezése érdekes módon nem az elsőként felfedezett tagról történt, a ZZ Ceti (R 548) ugyanis csak a második azonosított DAV csillag.

A ZZ Ceti csillagokban a pulzáció gerjesztésének zónája a légkör külső részét alkotó hidrogénréteg olyan részéhez kapcsolódik, ahol a hidrogén egy része ionizált formában van jelen. A pulzáló DB csillagok létét mindezek ismeretében



**1.4. ábra.** PULZÁLÓ FEHÉR TÖRPE ÉS SZUBTÖRPE (SDBV) CSILLAGOK A HRD-N. (Wood 1990 nyomán.)

már elméletben megjósolták D. E. Winget és munkatársai, majd 1982-ben publikálták is felfedezésüket az első DBV csillagról. Ez a csillag a V777 Her, melyről a típus a másik elnevezését kapta (az irodalomban azonban ezzel az objektummal főleg GD 358 néven találkozhatunk). A DBV csillagok jelenlétét 20 000 K körül várták, feltételezve, hogy itt nem a hidrogén, hanem a légkörben domináns hélium ionizációjához kapcsolódóan jön létre pulzáció, ehhez pedig magasabb hőmérséklet szükséges (Winget, 1981; Winget és mksai., 1982).

Időközben McGraw és munkatársai felfedezték, hogy a PG 1159-035 (GW Vir) csillag a ZZ Cetikhez hasonló pulzációt mutat (McGraw és mksai., 1979), miközben ez a csillag sokkal forróbb a DAV pulzátoroknál (felszíni hőmérsékletének

ma ismert értéke mintegy 140 000 K). Arra a következtetésre jutottak, hogy valószínűleg egy újabb pulzáló fehér törpe csoport első képviselőjét találták meg, de valamilyen más fizikai mechanizmus lehet felelős a pulzáció kialakulásáért mint a ZZ Cetiknél. A további kutatások megerősítették ezt a feltételezést. A GW Vir csillagok forró, gyorsan fejlődő csillagok, melyek csillagászati időskálán mérve még csak nemrég hagyták el az aszimptotikus óriáságot („pre-white dwarf”, PWD csillagok). Több képviselőjük körül még planetáris köd is látható. A GW Vir csillag prototípusa magának a PG 1159-es spektráltípusnak is, melyek forró PWD-k hidrogénben szegény, héliumot, szén és oxigént tartalmazó légkörrel. Szén és oxigén az aszimptotikus óriáságról való elfejlődésük során lejátszódó heves folyamatokban kerülhetett a légkörbe, majd a nehezebb elemek gravitációs „leülepedésével” ezek a csillagok később DO fehér törpékké válhatnak.

A GW Vir típusba tartozó változócsillagokat két csoportba is szokták sorolni, ezek a DOV és PNNV (planetáris köd változó) csillagok, azonban fizikai szempontból nem teljesen megalapozott ez a szétválasztás. A GW Vir csillagok közös jellemzője, hogy magas felszíni hőmérséklettel, nagy felszíni gravitációs gyorsulással, hidrogénben szegény légkörrel rendelkező PWD-kről van szó, melyek nem-radiális  $g$ -módusú pulzációt mutatnak. A pulzációk gerjesztéséért a légkörben található szén és oxigén egy részének ciklikus ionizációja felelős, melyhez a GW Vir csillagoknál mért magas hőmérséklet szükséges (lásd pl. Quirion és mksai. 2004).

Jelen dolgozat írásakor 18-18 GW Vir és DBV, illetve mintegy 150 DAV csillagot ismertünk (mind a Galaxis diszkjének tagjai). Spektroszkópiai mérések szerint a következő hőmérséklettartományokban találjuk őket: GW Vir csillagok: 75 000 – 170 000 K, DBV változók: 22 000 – 29 000 K, DAV csillagok: 10 900 – 12 300 K. A fehér törpe pulzációval kapcsolatos eredményekről és aktuális kérdésekről áttekintés adnak Fontaine és Brassard (2008), Winget és Kepler (2008), Montgomery (2009) és Althaus és mksai. (2010) cikkei.

#### A $\kappa - \gamma$ mechanizmus és a konvekció szerepe

Általánosságban elmondható, hogy a csillagbelsőben a magasabb hőmérsékletű központi részből a felszín felé történő energiaáramlás során a mikroszkópikus méretű perturbációk felerősödése okozza a megfigyelhető luminozitásváltozásokat.

Ha a csillagban egy tömegelem opacitása megnő összenyomás hatására, csök-

ken a tömegrész fényáteresztő képessége, és így a hővesztés is. Az így felhalmozott energia aztán munkavégzésre képes, amikor a tömegelem kitágul. Ezek a régiók destabilizálni tudják a csillagot, ha a gerjesztést nem csillapítja valami máshol a csillagban. A csillag más régiói, ahol energiabefektetés szükséges tömegrészek összenyomásához és kitágulásához, tehát igyekeznek ezt a pulzációt kioltani. A globális instabilitáshoz az szükséges, hogy a gerjesztő területek által végzett munka ellensúlyozza a kioltást egy pulzációs cikluson belül. Ebben az esetben a hőenergia áramlása mechanikai munkát tud végezni, és ez a munka alakul át azzá a pulzációvá, amit mi is megfigyelünk. Ezt a gerjesztő mechanizmust  $\kappa$ -mechanizmusnak nevezzük.

Az opacitásra megfogalmazott feltétel általában teljesül egy csillagban, ha néhány elem részlegesen ionizált formában található meg benne. Az ionizációs zóna belső része gerjesztheti, a külső pedig kiolthatja a pulzációt. A  $\kappa$ -mechanizmus ilyen erősítését nevezik  $\gamma$ -mechanizmusnak. Fizikai jelentését tekintve, a  $\gamma$ -mechanizmus jelenti egy tömegrész összenyomására fordított munka egy részének a kérdéses elem további ionizációjára való fordítását. Ez szintén az instabilitás kialakulását segítő folyamat. Az ionizációs energia csökkenése a tömeg-elem tágulása alatt hasonlóan növeli az instabilitást. Mivel ezek a jelenségek általában együtt fordulnak elő, az opacitásváltozással és az ionizációval összefüggő, instabilitást eredményező effektusokat együtt  $\kappa - \gamma$  mechanizmusnak nevezzük.

Ahogy azt az 1.4.1. fejezetben említettem, a GW Vir csillagok esetében a szén és az oxigén részleges ionizációs zónájához kapcsolódó  $\kappa$ -mechanizmus felelős a pulzáció gerjesztéséért. Miközben a DAV és DBV csillagok esetében a hidrogén ill. hélium részleges ionizációja szükséges a gerjesztéshez, modellszámítások azt mutatják, hogy a gerjesztési zónák konvektívek (jelentős konvektív fluxussal) és a  $\kappa$ -mechanizmus szerepe nem lényeges. E helyett a domináns mechanizmus az ún. konvektív gerjesztés, mely effektust A. J. Brickhill mutatta ki először (Brickhill, 1991), és mára már általánosan elfogadottá vált szerepe a pulzáció gerjesztésében. Brickhill azt ismerte fel, hogy a konvektív fluxusnak reagálnia kell a pillanatnyi pulzációs állapotra, ellentétben a korábbi állásponttal, mely szerint a konvekció nem felel a pulzációra („befagyott konvekció” elmélet).



### A nemradiális pulzáció

A pulzációt leíró egyenletek megalkotásakor és megoldásakor több egyszerűsítő feltételezéssel is élhetünk. A legtöbb pulzáló fehér törpénél a lineáris elmélet elfogadható, a csillagban csak kismértékű perturbációk fellépését tételezzük fel (a luminozitásváltozások mindössze kb. 1–2%-át teszik ki a teljes átlagos luminozitásnak). A nemlineáris elméleti leírásra az amplitúdóértékek meghatározásánál lenne szükségünk, mivel a pulzációs amplitúdók minden határon túl való növekedését nemlineáris effektusok akadályozzák meg. Feltesszük továbbá, hogy a tömegelemek mozgása adiabatikus módon történik. Mivel a legtöbb pulzáló fehér törpe viszonylag lassan forog (Kawaler, 2004), ezért a rotáció hatását is elhanyagolhatjuk. Ugyanígy tehetünk a konvekcióval is, mert bár a DAV és DBV csillagok pulzációjának gerjesztésében fontos szerepe van, de alapvetően nem befolyásolja a csillag szerkezetét, csak a külső, legfeljebb  $10^{-10}$  csillagtömegnyi rétegét érinti. A konvekció másodrendű, nemlineáris effektusok fellépéséért lehet felelős az alacsonyabb hőmérsékletű, nagyobb amplitúdójú pulzációt mutató változóknál (Montgomery, 2005). A mágneses tér hatásától szintén eltekintünk első közelítésben, mert bár lehet szerepük a csillagok pulzációjában (Jones és mksai., 1989), az elméleti tudás további bővítésére lenne szükség ezen a téren. További egyszerűsítő feltételzés még, hogy elhanyagoljuk a perturbációkat a gravitációs potenciálban (ez a Cowling-közelítés).

Az egyenletek megoldása során két jellemző frekvencia jelenik meg. Az első az akusztikus vagy Lamb-frekvencia, ami azon egyensúlyi helyzetéből kitérített tömegelem oszcillációjának frekvenciája, melyre ható visszatérítő erő a nyomásból származik. A második neve a Brunt–Väisälä-frekvencia, ahol a felhajtóerő a visszatérítő erő. A magas frekvenciájú határesetben, tehát amikor az oszcilláció frekvenciája sokkal nagyobb mint akár a Lamb vagy a Brunt–Väisälä-frekvencia,  $p$ -módusú pulzációval találkozunk. Az alacsony frekvenciájú határon, ahol a felhajtóerő játsza a visszatérítő erő szerepét,  $g$ -módusú pulzációról beszélünk. Elméletileg fehér törpékben is gerjeszthető  $p$ -módusú pulzáció, de rövid, másodperces nagyságrendű periódusidővel, és kérdés, hogy ezek elég nagy amplitúdójú változást okoznak-e a felszínen ahhoz, hogy észlelhessük őket. Nagyávcsöves megfigyelésekkel próbálkozások történnék ezek kimutatására is (pl. Silvotti és mksai. 2007a). A csillagpulzáció részletesebb tárgyalását lásd: Cox (1980) és Unno és mksai. (1989).

### Új változótipusok felfedezése

2007-ben P. Dufour és kollégái meglepő felfedezésről számoltak be: az SDSS adatbázisát felhasználva kilenc, szén által dominált légkörű fehér törpét fedeztek fel a 18 000 és 23 000 K közötti hőmérséklettartományban (Dufour és mksai., 2007). Ezek a forró DQ típusú fehér törpék. Szén jelenlétét ugyan eddig is sikerült már kimutatni fehér törpék légkörében, de ezekben az esetekben az egyébként hélium dominált légkörű csillag atmoszférája „szennyeződött” szénrel konvekció útján, és csak kb. 13 000 K-es hőmérséklet alatt (ez a DQ spektráltípus jellegzetessége). Ez a felfedezés a típus kialakulásának szempontjából a csillagfejlődési elméletek számára is kihívást jelent.

Egy mástól függetlenül több kutató is megjósolta, hogy a forró DQ csillagok hőmérséklettartományában lehetséges a szén, illetve – szerzőtől függően – a még meglévő hélium részleges ionizációjához kapcsolódóan *g*-módusú pulzáció gerjesztése (Fontaine és mksai., 2008; Montgomery és mksai., 2008). Az első ilyen pulzátor felfedezése M. H. Montgomery és munkatársainak nevéhez fűződik, akik már 2008-ban publikálták felfedezésüket az SDSS J142625.71+575218.3 jelű forró DQ csillag luminozitásváltozásainak detektálásáról (Montgomery és mksai., 2008). A csillag a többi fehér törpe változóhoz hasonlóan multiperiodikusnak tűnik (domináns pulzációs módusának periódusa 418 s), és nagy valószínűséggel nem kettős rendszer tagja. A spektrumát vizsgálva a pulzációhoz szükséges mennyiségű hélium jelenlétét is sikerült kimutatni, illetve fény derült arra is, hogy viszonylag erős mágneses térrel rendelkezik (kb.  $10^6$  G). Így ez a csillag lett az elsőként felfedezett olyan pulzáló fehér törpe, amelynek jelentős mágneses tere van (Dufour és mksai., 2008). Azóta két újabb DQV csillag felfedezésére is sor került (Barlow és mksai., 2008), így megerősítést nyert, hogy egy új változócsillag típus tagjait találták meg.

Egy másik lehetséges pulzáló fehér törpe típus létét jósolta meg H. Shibahashi 2007-ben (Shibahashi, 2007). Modellszámításai alapján fedezte fel, hogy a 30 000 K körül található DA csillagokban is gerjeszthető *g*-módusú pulzáció. Ez a hőmérsékleti érték azért is érdekes, mert ahogy arról már korábban szó volt, kb. 45 000 és 30 000 K között hiány mutatkozik a hélium légkörű fehér törpékben, ezek az új típusú pulzátorok pedig elvileg ennek az „űr”-nek az alacsony hőmérsékletű hátterén találhatóak. D. W. Kurtz és munkatársai az új típus, a forró DAV csillagok utáni keresésre indultak, majd szisztematikus észlelőmunkájuk – pozitívnak tűnő

– eredményét 2008-ban publikálták is (Kurtz és mksai., 2008). 7 csillagból álló mintájukban 2 olyan objektumot is találtak, amelyek szignifikánsnak tűnő fényességváltozást mutatnak (kb. 700, illetve 160 s-os periódusokkal). Azt a szerzők is elismerik, hogy a kapott eredmények megerősítéséhez még jobb jel/zaj viszonyú megfigyelések szükségesek, de lényegében biztosak benne, hogy megvan az első két tagja az új pulzáló fehér törpe csoportnak.

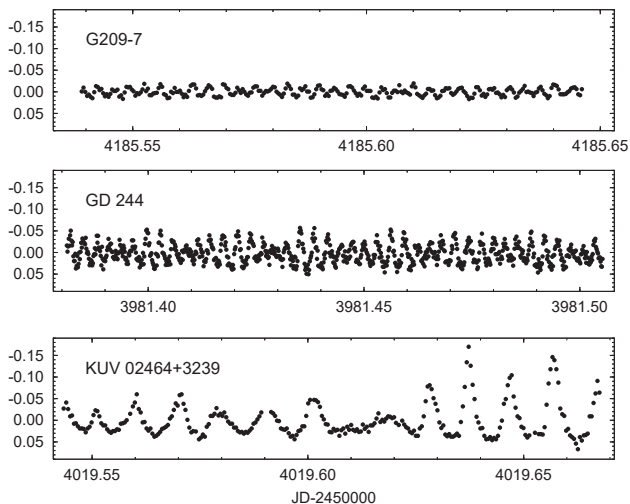
### **Pulzáció katakliztikus rendszerekben**

Jelenleg mintegy tucatnyi olyan DA pulzáló fehér törpét ismerünk, amelyek olyan rendszerekben találhatóak, ahol anyagátadás történik (Mukadam és mksai., 2007). Ez arra utal, hogy a társcsillag felől a fehér törpe felszínére történő anyagáramlás nincs jelentős hatással a pulzációt gerjesztő zónára. Az akkréció miatt megváltozik ugyan a csillag legkülső rétegének hőmérséklete és összetétele, de ez alatt a fehér törpe szerkezetének hasonlónak kell lennie egy kísérő nélküli csillagéhoz. A pulzáció megfigyelésével lehetőséget kapunk, hogy bepillantást nyerjünk ezen csillagok belsejébe, illetve megfigyelhetjük, milyen változást okozhat a pulzációban az akkréciós folyamat és milyen akkréciós ráta mellett van lehetőség pulzációra.

### **A pulzációs periódusok értékei**

A GW Vir csillagok 400–3000 s közötti pulzációs periódusokat mutatnak. Érdekes azonban megfigyelni, hogy a még planetáris ködben lévő változókhoz hosszabb periódusértékek tartoznak. Ez azzal lehet összefüggésben, hogy ahogy a csillagok fejlődnek a fehér törpévé válás felé, változnak a fizikai paramétereik is: csökken a hőmérsékletük, és – ami a szekuláris periódusváltozások szempontjából dominánsabbnak tűnik – az átmérőjük is.

A DBV és DAV csillagok hasonló, 100–1400 s közötti periódussal pulzálnak. A ZZ Cetik esetében egy jól megfigyelhető trend van a csillagok pulzációs periódusa és hőmérséklete között: a már hűvösebbeknél hosszabb periódusokat mérünk mint a forróbbaknál, tehát pont fordítva, mint a GW Vir csillagok fejlődésének esetében. A különbséget az magyarázhatja, hogy a ZZ Cetiknél a csillag összehúzódásával már lényegében nem kell számolni, és a hőmérséklet csökkenése dominálja a változásokat. A hosszabb pulzációs periódusokhoz ugyanakkor nagyobb amplitúdó-



**1.5. ábra.** PULZÁCIÓS TULAJDONSÁGOK VÁLTOZÁSA A ZZ CETI INSTABILITÁSI SÁVBAN. A három csillag hőmérséklete fentről lefelé: 11 950, 11 680 és 11 290 K. Jól megfigyelhető a pulzációs amplitúdók és periódusok növekedése a csökkenő hőmérséklettel. A függőleges skálán a csillagok nulla átlagérték körüli fényességváltozása magnitúdó egységben olvasható le.

értékek is tartoznak. A jelenségeket három csillag példáján az 1.5. ábra szemlélteti. Később, az instabilitási sáv szélének elérése előtt ezek az amplitúdóértékek ismét csökkenni kezdenek, lényegében a pulzáció megszűnését láthatjuk.

A DBV csillagoknál nem tudunk ilyen egyértelmű trendet felfedezni, de ez a rendelkezésre álló kevés ismert csillagnak és a spektroszkópiai úton meghatározott hőmérsékletértékekben lévő nagyobb bizonytalanságnak is lehet következménye.

#### 1.4.2. Fehér törpék asztroszeizmológiája

Az, hogy milyen periódusú rezgések tudnak gerjesztődni egy csillag belsejében, az adott égitest belső szerkezetéről ad információkat. A különböző pulzációs

frekvenciákhoz tartozó sajátmódusok a csillag belsejében különböző mélységig tudnak terjedni, mielőtt visszaverődnek. Az, hogy az egyes hullámok meddig jutnak el, olyan belső paraméterektől függ, mint a hőmérséklet, az anyagi összetétel, illetve a nyomás és a sűrűség. Több ilyen sajátmódus megfigyelésével a csillag belsejét tulajdonképpen le tudjuk tapogatni. Ha egy csillag pulzációt mutat, így egyedülálló lehetőségünk nyílik a belső szerkezetének vizsgálatára, mivel a belső régiókból lényegében máshogyan nem jut el információ hozzánk.

Felvetődhet azonban a kérdés, hogy a pulzáló fehér törpék jól reprezentálják-e a fehér törpecsillagokat általában, vagy van-e esetleg valamilyen plusz tényező, ami náluk a pulzáció gerjesztésében szerepet kap. A DAV csillagok esetében úgy tűnik, ez teljesül: az, hogy egy DA csillag pulzálni kezd, természetes velejárója annak, hogy a hűlése során áthalad az adott felszíni gravitációs gyorsulással és hőmérséklettartománnyal jellemzett ZZ Ceti instabilitási sávon. (Emlékeztetőül: a DA csillagok adják az ismert fehér törpék több mint 80%-át.) Erre abból lehet következtetni, hogy megfelelő jel/zaj viszonyú spektrumokkal rendelkező fehér törpék vizsgálatával ez az instabilitási sáv mentesnek látszik a pulzációt nem mutató csillagoktól. A DBV csillagoknál már nem annyira egyértelmű ez a helyzet. Az instabilitási sávban úgy tűnik, vannak nem pulzáló csillagok is, de ez lehet annak a következménye, hogy – összehasonlítva a ZZ Cetikkel – ezen csillagokra nagyobb hibával adottak még a légköri paraméterek értékei. A GW Vir instabilitási sáv sem tűnik nem pulzáló csillagoktól mentesnek. Ez a sáv azonban jóval nagyobb tartományt fog át, és a pulzáció megléte vagy nemléte a csillagról-csillagra változni látszó légköri összetétellel van összefüggésben (a leginkább szénben és oxigénben gazdag csillagok pulzálnak). E témakörrel is áttekintést ad Fontaine és Brassard (2008) és Winget és Kepler (2008).

A pulzáló változócsillagok oszcillációit szférikus harmonikus függvények ( $Y_m^l$ ) és radiális hullámfüggvények ( $R_k$ ) segítségével írhatjuk le, ahol a  $k$  radiális rend a radiális irányú csomópontok számát adja meg a csillag középpontja és felszíne között,  $l$  horizontális fokszám a felszíni csomóvonalak számát,  $m$  azimutális rend pedig ezen csomóvonalak közül azok számát jelöli, amelyek átmennek a csillag pulzációs szimmetriatengelyén.

Az aszimptotikus határon,  $g$ -módusok esetében feltételezve, hogy az oszcillációk frekvenciája jóval kisebb mind a Lamb és a Brunt–Väisälä-frekvenciáknál,

a következő összefüggés vezethető le a módusok periódusértékeire (Montgomery, 2009):

$$P_k = \frac{(k - \frac{1}{2})2\pi^2}{\sqrt{l(l+1)}} \left[ \int \frac{N}{r} dr \right]^{-1} \quad (1.1)$$

ahol  $N$  a Brunt–Väisälä-frekvenciát jelöli, az integrálás pedig a módus terjedésének tartományára értendő.

A Brunt–Väisälä-frekvencia értéke csökken, ahogy a csillag belseje egyre nagyobb sűrűségűvé és degeneráltabbá válik, így az 1.1. összefüggés értelmében a pulzációs periódusok növekedését várjuk a csillag hűlésével.

Az 1.1. összefüggés arra is rávilágít, hogy egy homogén összetételű csillagban az azonos  $l$ , de különböző  $k$  értékekhez tartozó módusok egyenközű sorozatot alkotnak, ahol a periódusközök értéke:

$$\Delta P = \frac{2\pi^2}{\sqrt{l(l+1)}} \left[ \int \frac{N}{r} dr \right]^{-1}. \quad (1.2)$$

$\Delta P$  értéke a Brunt–Väisälä-frekvencia integrált átlagától függ, és elsősorban a csillag tömegéről ad információt. Az eltérések az egyenlő periódusköz-értékektől rétegzett összetételre utalnak, és lehetővé teszik a különböző rétegek tömegének meghatározását.

Amennyiben a csillag lassú forgását is figyelembe vesszük, a pulzációs frekvenciák értékeit a következő összefüggéssel adhatjuk meg (Winget és Kepler, 2008):

$$\nu_{k,l,m} \approx \left\langle \frac{N^2 l(l+1)}{k^2 r^2} \right\rangle^{\frac{1}{2}} + \left[ 1 - \frac{C_k}{l(l+1)} \right] m \Omega \quad (1.3)$$

ahol  $\Omega$  a rotációs frekvencia,  $C_k$  pedig a perturbáció sajátfüggvényétől függő konstans, melynek értéke a legtöbb esetben közelítőleg 1. Az 1.3. összefüggés második tagja mutatja, hogy forgás esetén sérül a szférikus szimmetria és megszűnik a módusok  $m$  szerinti degenerációja. Ennek megnyilvánulása a pulzációs frekvenciák  $2l+1$  komponensre való felbomlása (rotációs frekvenciafelhasadás,  $-l \leq m \leq l$ ). Az azonos  $k$  és  $l$  értékkel, de ily módon különböző  $m$  számmal rendelkező módusok közti frekvenciakülönbségből a csillag rotációs periódusát határozhatjuk meg.

Az egyenközű frekvenciafelhasadástól való eltérés differenciális rotációra utal-

hat a csillag belseje felé haladva (Kawaler és mksai., 1999), és/vagy mágneses mező jelenlétét jelezheti (Jones és mksai., 1989).

### Módusbefogás

A valódi csillagok nem homogén összetételűek, bennük különböző összetételű rétegek és a hozzájuk tartozó átmeneti zónák váltják egymást. Amennyiben egy módus hullámhossza összemérhető valamelyik réteg vastagságával, a nagy sűrűségbeli gradiens miatt visszaverődést szenvedhet el egy ilyen kémiai átmeneti zónánál és „befogódhat” két réteg közé. Egy, a csillag külső rétegében befogott módusnak sokkal kisebb amplitúdója lesz a magban (Bradley és Winget, 1991).

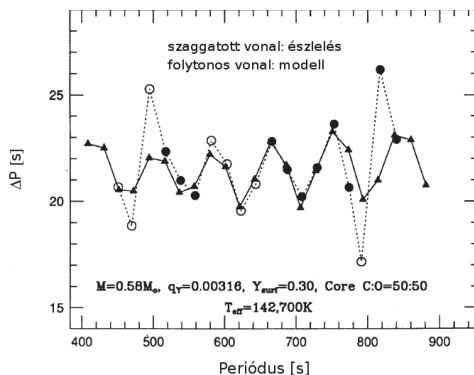
A befogott módusok azonosítása asztroszeizmológiai szempontból igen előnyös, mivel információkat hordoznak az átmeneti zónák elhelyezkedéséről és fizikai tulajdonságairól. Modellszámítások azt mutatják, hogy a módusbefogás a  $k$  szerinti szomszédos módusokra is hatással van, aminek következménye, hogy a periódusközök értéke a befogott és a szomszédos módusok között lecsökken. Grafikusan ábrázolva a jelenséget, az azonos  $l$  értékhez tartozó módusok periódustávolság-diagrammján ( $\Delta P - P$  diagramm) befogott módus esetében minimumot látunk. Az 1.6. ábrán a PG 1159-035 csillag esetében észlelés és modellszámítások alapján kapott periódustávolság-diagramm látható.

### Szekuláris periódusváltozások

A pulzációs periódusok értékei idővel lassan változnak köszönhetően a csillag fejlődésének, amit a csillag kontrakciója és hűlése jellemez (Winget és mksai., 1983):

$$\frac{\dot{P}}{P} = -a \frac{\dot{T}}{T} + b \frac{\dot{R}}{R} \quad (1.4)$$

ahol  $P$  a pulzációs periódus értéke ( $\dot{P} \equiv dP/dt$ ),  $a$  és  $b$  pedig egységnyi nagyságrendű konstansok. Ha szeretnénk nyomon követni ilyen fejlődési effektusokat, több évet-évtizedet átfogó, pontos időadatokkal rendelkező adatsorokra van szükség és olyan célpontokra, melyeknek stabil (állandó amplitúdójú és frekvenciájú) pulzációs módusai vannak. Amit várunk, hogy a leggyorsabb változásokat a GW Vir



**1.6. ábra.** FEHÉR TÖRPECSILLAG PERIÓDUSTÁVOLSÁG-DIAGRAMMJA. Az ábrán a PG 1159-035 jelű GW Vir típusú csillag diagrammja látható  $l = 1$ ,  $m = 0$  módusokra. A minimumok módusbefogásra utalnak. (Kawaler és Bradley 1994 nyomán.)

csillagok esetében tapasztaljuk, és nagyságrendekkel kisebbeket a DAV csillagoknál. A vizsgálatokat bonyolíthatja a módusbefogás jelensége (különböző rétegekbe vagy átmeneti zónákba befogott módusok különböző mértékben változhatnak, lásd pl. Bradley és mksai. 1992 és Kawaler és Bradley 1994), közeli frekvenciák jelenléte, ciklusszámlálási pontatlanság (az  $O-C$  technika esetében), a csillag sajátmozgása (Pajdosz, 1995) és az esetleges kísérők jelenléte is (Winget és Kepler, 2008). Néhány objektum esetében azonban már siker koronázta az ezirányú kutatásokat, pl. a PG 1159-035 jelű GW Vir csillagnál  $10^{-11}$  s/s (Costa és Kepler, 2008), a G 117-B15A jelű DAV változónál  $10^{-15}$  s/s nagyságrendű periódusváltozást mutattak ki, amivel ez utóbbi objektum a „legstabilabb optikai óra” elnevezést is kiérdemelte (Kepler és mksai., 2005).

### További vizsgálati lehetőségek

**„EGZOTIKUS” RÉSZECSKÉK VIZSGÁLATA.** A  $T_{\text{eff}} \gtrsim 25\,000$  K-es állapotban lévő fehér törpék több energiát sugároznak ki neutrínó kisugárással, mint fotonokkal (lásd 1.3.1. fejezet). A szekuláris periódusváltozások mértéke kapcsolatban



van a kisugárzott energiamennyiséggel.  $\dot{P}$  értékének és így közvetve a neutrínókibocsátási rátának a meghatározásával láthatjuk, hogy az eredmény konzisztens-e a részecskefizika sztenderd modellje által jósoltával (Winget és mksai., 2004).

A Bischoff-Kim a G 117-B15A jelű DAV csillag  $\dot{P}$  vizsgálatával az egyelőre még csak hipotetikus részecskék, az axionok nyomát kereste. A DAV-k már nem elég magas hőmérsékletűek ahhoz, hogy jelentős neutrínó-források legyenek, de axionok kibocsátása esetleg várható az esetükben, melyek tömegének felső határa  $\approx 26$  meV-ot határozott meg (Bischoff-Kim és mksai., 2008a).

**BOLYGÓKERESÉS PULZÁTOROK KÖRÜL.** Hosszú időn keresztül stabil pulzációs periódusokat mutató csillagok körül (mint pl. a G 117-B15A) lehetőség van az  $O - C$  technika segítségével a fény-idő effektus felhasználásával akár bolygó méretű kísérők kimutatására is. Ezzel a módszerrel sikerült már exobolygót felfedezni a V391 Peg jelű sdBV csillag esetében (Silvotti és mksai., 2007b). F. Mullally szisztematikus keresési munkája során fedezte fel, hogy a GD 66 jelű DAV-nál szinuszos változás látható az  $O - C$  diagrammban. A bolygó-hipotézis ellenőrzésére azonban még további észlelések szükségesek (Mullally és mksai., 2008).

**CSILLAGFEJLŐDÉSI ELMÉLETEK PONTOSÍTÁSA.** Azokat a lépéseket, amelyek egy fősorozati csillag fehér törpévé válásához vezetnek, viszonylag jól ismerjük, de részleteiben még nem eléggé. Ha sikerülne fehér törpékre viszonylag pontosan meghatározni, milyen vastag hidrogén- és héliumréteggel rendelkeznek és milyen a szén-oxigén magjuk felépítése, ezzel ellenőrizni és pontosítani lehetne a csillagfejlődésről jelenleg rendelkezésre álló elméleteket – különös tekintettel a nagy tömegvesztéssel járó, kevésbé értett folyamatokra, ill. a nukleáris reakciós rátákra a vörös óriás és AGB fázisban. Két DBV csillag T. Metcalfe által asztroszeizmológiai úton meghatározott szén-oxigén mag profilja összhangban van a csillagfejlődési modellek által előre jelzettel, ami az asztroszeizmológia alkalmazhatóságának újabb igazolását mutatja (Metcalfe, 2003).

**A KRISTÁLYOSODÁS FIZIKÁJA.** A nagyobb tömeggel rendelkező fehér törpék-nél elméletileg már a DAV instabilitási sáv hőmérséklettartományában is megjelenhet a magban a kristályosodás. Amennyiben egy csillag magja akár részben is

kristályosodott, ez jelentősen befolyásolja a pulzációs periódusokat. A BPM 37093 ( $M_* \approx 1.1 M_\odot$ ) független vizsgálatával Metcalfe ill. Brassard és Fontaine 90% és 32–82%-ban határozták meg a kristályos tömeg arányát (Metcalfe és mksai., 2004; Brassard és Fontaine, 2005). További kutatások során várhatóan sikerül egy szűkebb tömegtartományt megadni.

**NEMLINEÁRIS FÉNYGÖRBEILLESZTÉSEK.** A konvekciós zóna válasza a pulzációra erősen nem szinuszos fénygörbealakokat eredményezhet (Brickhill, 1992). M. H. Montgomery egyesítve az analitikus és numerikus megközelítéseket egy numerikus modellt alkotott erre a jelenségre, amely lehetővé teszi nem szinuszos fénygörbék direkt illesztését (Montgomery, 2005, 2007, 2008). Ezek a sikeres illesztések információt adnak a konvekciós zóna mélységéről. A módszert alkalmazva a DAV és DBV instabilitási sáv csillagaira lehetségessé válik feltérképezni a konvekciós zónák hőmérséklettől való függését függetlenül a konvekció feltételezett keveredési hosszától.

## 2. fejezet

# A megfigyelésektől a modellekig

Ahogy azt a dolgozat előszavában már említettem, a pulzáló fehér törpecsillagok megfigyelését célzó magyarországi kutatásokhoz még szakdolgozati munkám során csatlakoztam 2004-ben. Ennek keretében nemzetközi megfigyelési kampányokhoz kapcsolódóan végzek észlelési és adatfeldolgozási tevékenységet, ill. célszerűen egy-egy kiválasztott fehér törpe célpont pulzációs viselkedésének nyomon követése legalább egy teljes észlelési szezonon keresztül.

A nemzetközi kampányok, mint pl. a fehér törpe kutatásokban igen fontos szerepet játszó Whole Earth Telescope<sup>1</sup> (WET; Nather és mksai. 1990) jelentősége a közel folyamatos lefedettséget biztosító jó minőségű adatsorok előállításában van. Ezek segítségével a kampányok egy vagy több hetes időtartamára vonatkozóan igen pontosan meghatározhatók a pulzációs periódus- ill. amplitúdóértékek, melyek szükségesek a csillagok asztroszeizmológiai vizsgálatához. Azonban ezek a mérések a kampány időtartamán kívül nem mondanak semmit a pulzációs tulajdonságokban esetlegesen bekövetkező változásokról. Vannak ugyan visszatérő célpontjai a kampányoknak, de ezek célja inkább stabil módusok segítségével szekuláris periódusváltozások detektálása, és nem olyan csillagok monitorozása, melyeknél – akár egészen jelentős – amplitúdóváltozások ill. frekvenciatartalomban bekövetkező változások vannak jelen.

A mi egész szezont átfogó méréseink segítségével a pontos periódusmeghatározások mellett lehetőség van a rövidebb, hetes-hónapos időskálán bekövetkező

---

<sup>1</sup> <http://www.physics.udel.edu/darc/wet/index.html>

(tehát nem fejlődési effektusokból eredő), a pulzációs frekvencia- és amplitúdóértékeket érintő változások megfigyelésére. A hosszú időalap segítségével jól meghatározható periódusértékekkel és a „White Dwarf Evolution Code” (WDEC; Bischoff-Kim és mksai. 2008a) alkalmazásával pedig lehetőségünk nyílik választott célpontjaink asztroszeizmológiai vizsgálatára is.

## 2.1. Az észleléstől az analízisig

### 2.1.1. CCD felvételek kiértékelése

Tekintettel arra, hogy a lehetséges fehér törpe célpontok halványak és rövid pulzációs periódusokkal rendelkeznek,<sup>2</sup> az észleléseket az ország jelenleg legnagyobb, az MTA Konkoly Thege Miklós Csillagászati Kutatóintézetének Piszkés-tetői Obszervatóriumában található 1 méteres Ritchey–Chrétien–Coudé rendszerű távcsövével végeztük. A távcsövön egy Roper Scientific VersArray1300B CCD kamera szolgált detektorként. Expozíciós időnek a légköri átlátszóságtól és nyugtalanságtól függően 10–30 s-ot választottunk, így kellően le tudtuk fedni mérési pontokkal az egyes pulzációs ciklusokat és egyúttal megfelelően nagy beütésszámot kaptunk a célpont csillagokra is. A méréseket szűrő használatával, ún. „fehér fényben” végeztük szintén a kellő mennyiségű foton detektálása miatt. Johnson–Cousins *BVRI* szűrők használatával csak a mezőben található csillagok színindexeinek meghatározása céljából készültek egy-egy alkalommal felvételesorozatok.

A CCD képek kiértékelésére az *IRAF*<sup>3</sup> („Image Reduction and Analysis Facility”) programcsomagot használtam. A technikai felvételekkel való korrekció után a mezőben található csillagok apertúra fotometriáját végeztem el. Mivel pulzáló fehér törpék esetében a millimagnitúdós amplitúdótartományban várunk pulzációs frekvenciákat, ezért igyekeztem a fotometria során megtalálni azokat a paramétereket, melyekkel a lehető legjobb minőségű adatsorokat lehet előállítani. Ezek megtalálására tesztekkel végeztem.

---

<sup>2</sup> Ismert pulzáló fehér törpék koordinátái, fényessége és főbb pulzációs tulajdonságai referenciákkal (2005 augusztusáig): <http://whitedwarf.org/tables/index.html>

<sup>3</sup> <http://iraf.noao.edu>

### Optimális paraméterek keresése apertúra fotometriához

A fotometria tényleges elvégzése előtt beállítandó paraméterek között a legfontosabbak maga az apertúra mérete, majd annak megadása, hogy hol kezdődjön a háttér számolásához szükséges gyűrű a csillag középpontjától számítva (*annulus* paraméter) és hogy milyen széles legyen ez a gyűrű (*dannulus*). Tesztjeim arra irányultak, hogy egy adott félértékszélességgel (FWHM) jellemezhető éjszakán mekkora apertúra, annulus és dannulus értékek mellett érhető el optimális eredmény.

Az általam tesztelésre kiválasztott éjszakán (2006. november 28/29.) a KUV 02464+3239 jelű csillag mérése történt. Ez egy átlagos, nem kiemelkedően jó, de nem is rossz minőségű éjszaka volt. Először a fotometria apertúraméreték változtatására való érzékenységet vizsgáltam. A fotometriák a következő paraméterekkel történtek: annulus=25 pixel (a legnagyobb FWHM értékű képen sem lógnak bele a csillagok, de még nincs túl távol a csillagoktól a háttérgyűrű), dannulus=10 pixel (elegendő számú pixel a háttér méréséhez), apertúrák (14 db)=7–20 pixel. A kapott eredmények összehasonlításakor két kiválasztott konstans csillagról kapott differenciális fénygörbék szórásainak változását vizsgáltam a különböző apertúrákhoz tartozó fotometriák esetében. Az eredmények a 2.1a. táblázatban láthatók, melyben a differenciális magnitúdóértékekhez tartozó szórásadatok vannak feltüntetve. A 2.1. ábrán a szórásértékeket ábrázoltam az apertúraméreték függvényében.

Az annulus és dannulus paraméterek változtatásának hatását a következő módszerrel vizsgáltam: kiválasztottam a korábban a legkisebb szórást mutató apertúras változatot (9 pixel), majd különböző annulus és dannulus értékek mellett elvégeztem az apertúra fotometriát. Az előző részben foglaltak szerint ezután szórásvizsgálatot végeztem a két konstans csillag fénygörbéje alapján. A kapott eredmények a 2.1b. táblázatban láthatók, ill. ezeket a 2.2. ábrán grafikusán is ábrázoltam.

Az átlagos FWHM érték a vizsgált időszakban 6.8 pixel volt. A 2.1. táblázat alapján látható, hogy az apertúraméret megfelelő megválasztásának nagyobb befolyása van a fotometria végeredményére, mint az annulus és dannulus paraméterekének. A 2.1. ábrán jól behatárolható minimumhelye van a szórásgörbének, mely alapján az optimális apertúraméret értéke (9–11 pixel) 1.3–1.6-szorosa az aktuális FWHM értéknek. Az, hogy nem 2xFWHM érték körül látjuk a legjobb eredményt, a csillagok maximális beütésszámot követő hosszan elnyúló „szárnyú” profiljának köszönhető, mely szárnyat belevéve az apertúrába már kevés további, a csillagtól

**2.1. táblázat.** TESZTEREDMÉNYEK AZ APERTÚRA, ANNULUS ÉS DANNULUS PARAMÉTEREK VÁLTOZTATÁSÁNAK HATÁSÁRA A FOTOMETRIA SORÁN. Az (a) jelű táblázatban adott annulus=25 pixel és dannulus=10 pixel értékek, ill. különböző apertúraméreték mellett konstans csillagokról kapott differenciális fénygörbék szórásának változása követhető nyomon. A (b) jelű táblázatban rögzített apertúra=9 pixel alkalmazásával az annulus és dannulus paraméterek változtatásának hatása látható. Félkövér számokkal az egyes tesztek esetében talált minimumértékeket jelöltem.

Apert. (pixel)	Szórás (mmag)
7	4.7649
8	4.0328
9	<b>3.6779</b>
10	3.7243
11	3.8399
12	3.9659
13	4.2142
14	4.4852
15	4.7738
16	5.0781
17	5.3433
18	5.6826
19	5.9878
20	6.2904

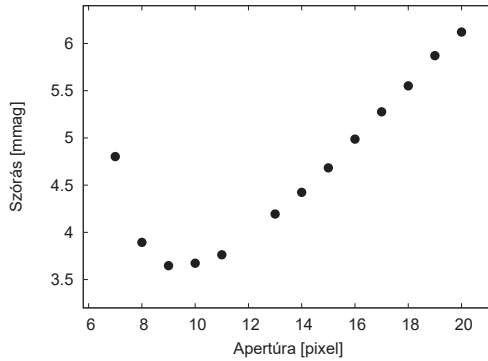
(a)

Dannulus (pixel)	Annulus (pixel)				
	15	20	25	30	35
2	3.5409	3.5427	3.5850	3.7355	3.7849
6	<b>3.5184</b>	3.5501	3.6204	3.6917	3.7547
10	3.6011	3.5854	3.6779	3.6897	3.7427
14	3.5866	3.6229	3.6909	3.7289	3.7374
18	3.6066	3.6374	3.6937	3.6979	3.7732
Szórás (mmag)					

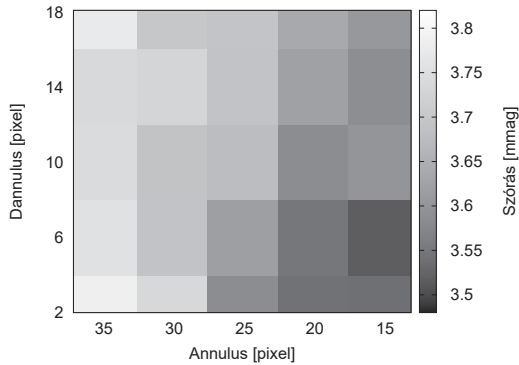
(b)

származó foton detektálása történik meg, miközben a háttérből származó értékek ehhez képest egyre jelentősebbek. Egy példát erre a 2.3. ábrán láthatunk.

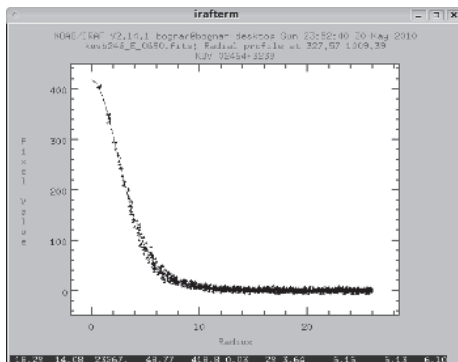
Az annulus paraméterről elmondható, hogy nem érdemes túl nagyok választani, tehát túl messze felvenni a háttérgyűrűket a csillagoktól, de érdemes szem előtt tartani azt is, hogy túl közel felvéve azokat, belemérhetjük magukat a csillagokat is. A legkisebb szórás 15 pixelnél kaptuk, ami 2.2-szerese az átlagos FWHM értéknek. Azonban egy adott éjszakán akár erősen változhat is a légköri nyugtalanság, és mivel az annulus értékének növelésével nem rontjuk jelentősen a fotometriánk minőségét, a biztonság kedvéért választhatunk ennél valamivel nagyobb,  $3 \times \text{FWHM}$  nagyságú apertúrát is. (Ha nem fix apertúra és annulus méret mellett szeretnénk fotometriálni, az *IRAF* megfelelő szkriptelésével az egyes képekre jellemző FWHM



**2.1. ábra.** TESZTEK AZ APERTÚRA FOTOMETRIA OPTIMÁLIS PARAMÉTEREINEK MEGHATÁROZÁSÁRA I. Konstans csillagok differenciális fénygörbéinek szórása az apertúraméretnek függvényében.



**2.2. ábra.** TESZTEK AZ APERTÚRA FOTOMETRIA OPTIMÁLIS PARAMÉTEREINEK MEGHATÁROZÁSÁRA II. Konstans csillagok differenciális fénygörbéinek szórása az annulus és dannulus paraméterek függvényében, rögzített apertúraméret mellett.



**2.3. ábra.** TÍPIKUS CSILLAGPROFIL A MÉRÉSEINKBŐL. Látható, hogy a maximális beütésszám után először gyors csökkenést, majd lényegesen lassabb változást tapasztalunk a profilban. A méréshez tartozó FWHM érték 6.13 pixel volt.

értékhez igazodva is változtathatók a paraméterek.) A dannulus paraméter megválasztásáról elmondható, hogy 6–10 pixel széles gyűrűvel már jól mintavételezhető a háttér, ennél lényegesen szélesebb gyűrű választása nem indokolt.

Munkám során a fenti tapasztalatok figyelembe vételével végeztem el a CCD felvételek kiértékelését.

### Út a végleges fénygörbékig

A kapott fluxus- ill. magnitúdóértékekhez tartozó időadatok esetében az *IRAF* lehetőséget ad Julián-dátum (JD) és heliocentrikus JD (HJD) számítására is. Azonban tekintettel a rövid periódusokra és az esetleg több évet átfogó adatokra (melyek a szekuláris periódusváltozások meghatározásához kellene), a fehér törpe kutatásokban a baricentrikus JD (BJD) használata terjedt el. Ennek megfelelően a mért JD időpontokat egy Roberto Silvotti (INAF-Osservatorio Astronomico di Torino) által rendelkezésünkre bocsátott FORTRAN program segítségével BJD időadatokká konvertáltam.

A következő feladat a megfelelő összehasonlító csillagok kiválasztása. Mivel



a távcső és a detektor együttes látómezeje  $\approx 7' \times 7'$ , nehéz lenne olyan célpontokat választani, melyekhez ilyen közel megfelelően kék színű összehasonlító jelöltek vannak. Az összehasonlító csillagok kiválasztásánál szempont volt, hogy azért színben lehetőleg minél közelebb legyenek a változóhoz. Ennek meghatározásához *BVRI* színméréseket végeztem, ill. ellenőriztem publikus adatbázisokat, pl. SDSS. Szempont volt továbbá, hogy fénygörbéik mentesek legyenek esetleges technikai jellegű vagy bármilyen reguláris/irreguláris változástól. Általában a mezőben található fényesebb csillagok közül ezen kritériumok alapján megfelelő összehasonlítókat lehetett választani.

A változó és az összehasonlító csillagok közötti szinkülönbség éjszakáról-éjszakára megfigyelhető trendek megjelenését eredményezte a differenciális fénygörbékben, melynek fő oka az extinkció színi függése. Az ehhez tartozó, a korrekciót lehetővé tevő ún. másodrendű extinkciós együttható kellően precíz meghatározása nem volt kivitelezhető minden éjszakára. A többszatornás fotometriában is széles körben alkalmazott technikával ezért alacsonyrendű polinomokat illeszttem a fénygörbékre, majd az ezekkel való korrekció után megkaptam a nulla átlagérték körüli fényességváltozást mutató végleges fénygörbéket. Mivel az illesztések során egy-egy, a pulzációs periódusokhoz képest jóval hosszabb időskálájú változásra történt korrekció (néhány ciklus/nap-os változások), ezért a fénygörbékben ily módon végzett módosítások nem befolyásolták az ennél lényegesen rövidebb periódusú pulzációs módusok meghatározását.

### 2.1.2. Fourier-analízis

A kapott fénygörbék alapján az elsődleges cél a bennük látható változásokhoz tartozó periódusértékek ill. a periodikus jelenségekben történő esetleges változások meghatározása. A fénygörbék Fourier-analízise során az adatsorokat adott frekvenciájú, amplitúdójú és fázisú szinuszhullámok szuperpozíciójaként közelítjük. Egy adatsor Fourier-térbeli megfelelőjének (Fourier-spektrum) előállításakor a benne lévő egyes periodikus jelek a különböző frekvenciáknál kisebb-nagyobb amplitúdójú csúcsokként jelentkeznek. Az ún. fehérítési eljárással az egyes csúcsokhoz tartozó szinuszhullámokkal való illesztés, majd ezek egyidejű levonása során több lépésben igyekszünk elérni a már szignifikáns csúcsoktól mentes maradék

(reziduál) spektrumot.

Hogy mennyire pontosak a méréseink és hány mérési pontunk van, a Fourier-spektrumok alap zajszintjét határozzák meg, az adatsor hossza pedig a csúcsok szélességét (a hosszabb adatsorokban keskenyebb, jobban meghatározható frekvenciájú csúcsok vannak). Mivel az adatsorunk nem összefüggő (földi észleléseknél nappalok és éjszakák váltakoznak, felhők jöhetnek mérés közben, és az adatsor is különálló pontokból áll), kisebb-nagyobb amplitúdójú „ál-csúcsok” (aliasok) is megjelennek a Fourier-spektrumokban. Ezek az aliasok a mintavételezésben óhatatlanul megjelenő periodicitásoknak megfelelő helyeken jelentkeznek. Mindezekből következik, hogy ha szeretnénk minél több, (esetleg egymáshoz közeli) pulzációs frekvenciát találni, illetve a kisamplitúdójú pulzációs módusokat is detektálni, egy adott mérési pontosság elérésére alkalmas műszerrel minél hosszabb és összefüggőbb adatsorokra van szükség.

A fénygörbék Fourier-transzformáltjainak előállításához és az analízistük elvégzéséhez a MuFrAn („Multi-Frequency Analyzer”; Kolláth 1990; Csubry és Kolláth 2004), illetve a Period04 (Lenz és Breger, 2005) programokat használtam. Ezek az eszközök lehetővé teszik nem egyenközűen mintavételezett és hosszabb-rövidebb kihagyásokkal végzett mérések analízisét. Mivel az általam is használt bemenő adatsorokban az időadat nap-egységben szerepel, a frekvenciaértékeket ciklus/nap (c/d) mértékegységben adják meg.

Érdemes még szem előtt tartanunk azt, hogy a fénygörbék fehéritése során feltételezzük, miszerint állandó amplitúdójú, frekvenciájú és fázisú változások történnek a vizsgált adatsorban. Ez azonban a csillagok fényességváltozásainak esetében nem mindig teljesül. Fehér törpecsillagoknál pl. nem ritka akár hetes-hónapos időskálán bekövetkező jelentősebb amplitúdóváltozás is (lásd pl. Handler 2003). Ezek a változások a fénygörbe Fourier-transzformáltjában további csúcsok megjelenését okozzák és a nem stabil módusok jelenléte megnehezíti a csillagok asztroszeizmológiai vizsgálatát.

## 2.2. A „White Dwarf Evolution Code”

A Nap esetében milliós nagyságrendben állnak rendelkezésre ismert módusok ahhoz, hogy működő napmodellt lehessen a segítségükkel felépíteni. Néhány pul-

záló fehér törpe és PWD esetében a földi bázisú megfigyelések alapján is viszonylag nagy számban lehet módusokat detektálni (a legtöbbet, 198 módust a PG 1159-035 jelű csillagnál találták; Costa és mksai. 2008). Ezek száma azonban sok nagyságrenddel kisebb, mint a Nap esetében ismerteké. Pulzáló fehér törpecsillagoknál is lehetőségünk van azonban főbb fizikai paramétereik meghatározására, adott program által létrehozott modell-csillagokból választva.

Munkám során a „White Dwarf Evolution Code”-ot (WDEC) használtam adott fizikai paraméterekkel jellemzett pontokból álló modell-rácsok (gridek) felépítésére. A WDEC első verzióját Martin Schwarzschild alkotta meg, majd később számos szerző fejlesztette tovább: Kutter és Savedoff (1969), Lamb és van Horn (1975), Winget (1981), Kawaler (1986), Wood (1990), Bradley (1993), Montgomery (1998) és Bischoff-Kim és mksai. (2008a). A WDEC működése során egy magas hőmérsékletű kiindulási modell fejlesztését végzi el az általunk megadott hőmérsékletig. DAV és DBV csillagok esetében ugyanis nem szükséges a fősozotról indulni, kezdő modellnek megfelelő egy elegendően forró ( $\approx 100\,000\text{ K}$ ) modell választása. A kiindulási modellek különböző tömegű politropok (Metcalfé, 2001).

Eredetileg ahhoz, hogy végeredményül megkapjuk egy általunk választott paraméterekkel jellemzett csillag lehetséges pulzációs periódusait, több program egymás utáni futtatására lenne szükség. Szigorúan véve a WDEC csak magát a fejlődési kódot jelenti, amely elvégzi a kívánt összetételű és tömegű burok hozzáadását a kiindulási modellhez majd ezután fejleszti az egészet a kívánt hőmérsékletig. A pulzációs periódusok számítása ezután történhet a WDEC által kiadott végeredmény felhasználásával. A megfelelő program feladata az  $m = 0$  módusokhoz tartozó pulzációs periódusok kiszámítása az általunk kívánt  $l$  értékekhez a szintén általunk megadott periódustartományban. Ez a nemradiális csillagpulzáció adiabatikus egyenleteinek Runge–Kutta–Fehlberg módszerrel való megoldásával történik. Mivel első körben csak a különböző modellekhez tartozó periódusértékekre vagyunk kíváncsiak, a számítások felgyorsítása érdekében Metcalfe (2001) egyetlen kombinált fejlődési/pulzációs (FORTRAN) kódba foglalta a szükséges programokat. Ezt alkalmazva az általam is használt MAKEIDA program (a DAV csillagok modellezésére szolgáló verzió) egyetlen utasítás bevitelével kiadja a keresett értékeket, ami igen effektív módon teszi lehetővé egy akár több tíz- vagy százezer pontból álló

grid felépítését. A továbbiakban a WDEC elnevezés használatakor a kombinált fejlődési/pulzációs programra utalok.

A WDEC nem szabadon letölthető program. Friss verzióját Paul Andrew Bradley (Los Alamos National Laboratory) közbenjárásával Agnès Bischoff-Kimtől (Georgia College & State University) kaptuk meg. Paul A. Bradley-vel sikeresen dolgoztunk együtt 2008-as magyarországi tartózkodása alatt. Ennek során többek közt megismerkedtem a gridkészítés menetével és a KUV 02464+3239 jelű DAV csillag példáján keresztül annak fortélyaival, hogyan kezdünk válogatni a gridekben található és az észlelt pulzációs periódusok összevetésével a lehetséges modellek között. A fehér törpék modellezésének és pulzációs tulajdonságainak további tanulmányozására 2009 júniusában lehetőségem nyílt a Texasi Egyetemen is (The University of Texas at Austin, USA), a fehér törpecsillagok kutatásának egyik központjában.

### 2.2.1. A kiindulási paraméterek megválasztása

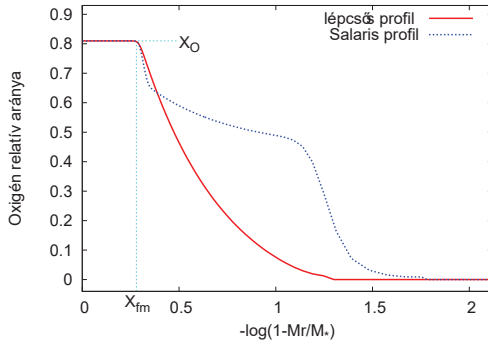
A csillagfejlődésről rendelkezésre álló ismereteink szerint a fehér törpék belseje a fősorozat utáni fejlődés során végbemenő nukleoszintézisnek megfelelően alapvetően szénből és oxigénből áll. Egy adott sugárig e két elem homogén keveréket alkot, majd e fölött az erős gravitációs térnek köszönhetően a tisztán szénből, héliumból és a DA csillagok esetében hidrogénből álló héjak követik egymást. Amit azonban nem tudunk pontosan, hogy a mag homogén belső részében milyen az oxigén és szén relatív gyakorisága, hol kezdődik a szénből álló réteg, ill. milyen az átmenet lefutása a különböző zónák között. A MAKEIDA program több verziója is rendelkezésemre áll, amelyek különbözőképpen kezelik ezeket a lehetséges szabad paramétereket. Az egyik verzióban a grid felépítése során a felhasználó adja meg bemeneti értéként az oxigén tömegarányát a csillag középpontjában ( $X_O$ ), illetve hogy milyen  $M_r/M_{mag}$  értéknél kezdjen el az oxigén mennyisége csökkenni ( $X_{fm}$ ). A WDEC egy másik verziójában a mag összetételbeli profilja rögzített Salaris és mksai. (1997) csillagfejlődési számításait figyelembe véve. Ebben az esetben a csillag tömegétől függően  $X_O$  és  $X_{fm}$  értékei a 2.2. táblázatban foglaltak szerint adottak lesznek.

Az egyes kémiai összetételbeli leírások nem csupán az  $X_O$  és  $X_{fm}$  paraméte-

**2.2. táblázat.** Az  $X_O$  és  $X_{fm}$  PARAMÉTEREK ÉRTÉKEI SALARIS-FÉLE PROFIL ESETÉN.

$M_*/M_\odot$	$X_O$	$X_{fm}$
$< 0.5445$	0.85	0.53
$0.5445 - 0.5785$	0.81	0.50
$0.5785 - 0.6440$	0.76	0.50
$0.6440 - 0.7250$	0.73	0.54
$0.7250 - 0.8175$	0.71	0.47
$0.8175 - 0.9335$	0.68	0.63
$> 0.9335$	0.655	0.75

rekben, hanem további más jellegzetességeikben is különbözhetnek: hol csökken az oxigén mennyisége nullára ( $q_0$ ), mennyire sima a profilok lefutása és egyáltalán milyen az általános alakjuk az összetételt megadó profiloknak. A 2.4. ábra mutat példát erre, ahol egy egyszerű  $X_O$  és  $X_{fm}$  paraméterekkel megadott „egylépcsős”



**2.4. ábra.** A MAGBAN LÉVŐ OXIGÉN RÉSZARÁNYÁRA VONATKOZÓ PROFILOK ÖSSZEHASONLÍTÁSA. A piros vonal az egyszerűbb lefutású „egylépcsős” profilt, a kék a Salaris és mksai. (1997) alapján feltételezett változatot mutatja. A modellhez tartozó főbb paraméterek:  $T_{\text{eff}} = 12\,000\text{ K}$ ,  $M_* = 0.55 M_\odot$ ,  $M_H = 10^{-6} M_*$ ,  $M_{\text{He}} = 10^{-2} M_*$ ,  $X_O = 0.81$  és  $X_{fm} = 0.5$ .

profil és egy szofisztikáltabb Salaris-féle profil is látható a jellegzetes „púp” alakkal.

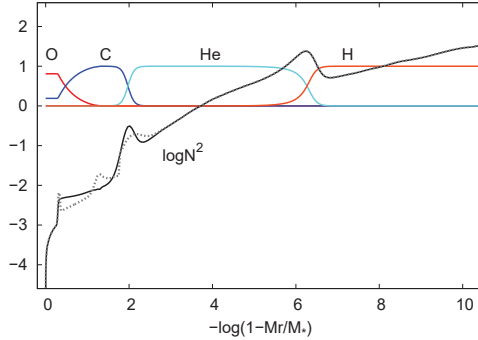
A modellezés fizikai háttéréről szólva többek közt a következők befolyásolják a végeredményt: a felhasznált állapotegyenlet, a konvekció kezelése és a neutrínókibocsátási ráta meghatározása. A csillag magjában Lamb (1974), a csillag burkára vonatkozóan Saumon és mksai. (1995) állapotegyenlet táblázatait használtam. A konvekció kezelése a keveredéshossz-elméletnek megfelelően történt (Böhm és Cassinelli, 1971). A keveredési hossz és a nyomási skálamagasság aránya ( $\alpha$ ) 0.6-os értékénél lett rögzítve Bergeron és mksai. (1995a) légkörmodellezéseinek és Montgomery (2005) DAV csillagokra végzett fénygörbeillesztéseinek eredményei szerint. A plazmon neutrínók kibocsátási rátája az Itoh és mksai. (1996) által meghatározottaknak megfelelően lett figyelembe véve.

A program működése során külön modellt készít a csillag magjára és a burokra. Ez utóbbiban feltételezzük, hogy a luminozitásértékek állandók és nincs jelen szén és oxigén. A két modellt aztán össze kell illeszteni a mag-burok határ mentén. A kémiai összetételbeli profil és az alkalmazott fizika megválasztása mellett ez a tény is némi bizonytalanságot visz a modellezésbe.

A mag-burok illesztés miatt kismértékű diszkontinuitás lép fel a Brunt-Väisälä-frekvenciában, ami pedig hatással van a számított pulzációs periódusok értékeire. A diszkontinuitás mértékét befolyásolni lehet azzal, hogy milyen tömegértékénél határozzuk meg a csillag magjának határát. Munkám során én döntően az  $M_{\text{mag}} = 0.98 M_*$  modelleket használtam. Bár a fehér törpék magja elméletileg  $\approx 99\%$ -a a teljes csillag tömegének, ennek a mag-burok határnak a kiterjesztése 98% fölé jelenleg még nem megoldott.  $M_{\text{mag}} = 0.95 M_*$  modellek is rendelkezésre állnak, ezek DAV csillagok esetében még megfelelőek (DBV csillagoknál már nem; Kim 2007). 95%-os modellekkel akkor próbálkoztam, amikor bizonyos paraméterek mellett 98%-nál nem konvergált a számítandó modell.

A hidrogén-hélium átmeneti zóna kezelése egyensúlyi diffúziós számítások alapján történik, szemben a hélium-szén átmeneti rétegével, melynek lefutása parametrizált.

Kim (2007) DAV és DBV modellekre is tesztekert végzett, hogy mely paraméterek változtatása befolyásolja leginkább a kapott periódusértékeket. Nem meglepő módon a legnagyobb jelentőséggel a  $T_{\text{eff}}$ ,  $M_*$ ,  $M_{\text{H}}$  és  $M_{\text{He}}$  értékek megválasztása bír, illetve ezek mellett az alkalmazott kémiai profilé. Ahogy azt a 2.5. ábrán



**2.5. ábra.** KÉMIAI ELEMELÉK GYAKORISÁGA ÉS A BRUNT–VÄISÄLÄ-FREKVENCIA EGY DA FEHÉR TÖRPE MODELLBEN. Folytonos fekete vonallal az „egylépcsős”, szaggatott szürke vonallal a Salaris-féle profilhoz tartozó Brunt–Väisälä-frekvenciát jelöltem (pontosabban annak négyzetének logaritmusát látható). A kémiai összetételt mutató görbék az „egylépcsős” profilhoz tartoznak. A csillag modellezésnél használt főbb paramétere meg-egyeznek a 2.4. ábránál megadottakkal.

is láthatjuk, egy „egylépcsős” és egy Salaris-profil esetében más a Brunt–Väisälä-frekvencia lefutása és így természetesen a kapott periódusértékek is eltérnek. Ezeknél kisebb jelentőséggel bír a mag kémiai összetételére vonatkozó paraméterek ( $X_O$ ,  $X_{fm}$  és  $q_0$ ) változtatása. A legkisebb befolyással a periódus-spektrumra a légköri állapotegyenlet, az  $M_{mag}$  paraméter (95 vagy 98%), a kémiai profilokban és a Brunt–Väisälä-frekvenciában végbevihető simítások, ill. az  $\alpha$  paraméter (0.6 és 2 között vizsgálva) megválasztása voltak.

### 2.2.2. Keresés a lehetséges modellek között

Az általam használt gridek felépítése döntő részben 5 fő paraméter változtatásával történt:  $T_{eff}$ ,  $M_*$ ,  $M_H$ ,  $X_O$  és  $X_{fm}$  („egylépcsős” profil). A héliumréteg tömegét  $10^{-2} M_*$  értékéknél rögzítettem. Ezzel lehetőségem nyílt, hogy esetleg a mag kémiai összetételéről is információkat szerezzek. Az egy rögzített paraméterrel csökkent a

számítandó modellek száma, így időt és számítási kapacitást lehetett megspórolni. A modellek héliumréteg változtatására való érzékenységét Salaris-profil alkalmazó gridek felépítésével vizsgáltam, ahol a magra vonatkozó paraméterek tehát rögzítettek, így csak 4 paraméter variálására volt szükség ( $T_{\text{eff}}$ ,  $M_*$ ,  $M_{\text{H}}$ ,  $M_{\text{He}}$ ). Az egyes gridek által lefedett paramétertartományok értékeit ill. az alkalmazott lépésközöket az adott csillagok esetében a későbbiekben ismertetem.

Az elkészült gridek és a pulzációs periódusértékek ismeretében első körben a célunk az, hogy olyan modelleket találjunk, melyek kis különbséggel adják vissza az észlelt periódusokat. A modellek „jóságának” jellemzésére használt  $\sigma_{r.m.s.}$  paraméter:

$$\sigma_{r.m.s.} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (P_i^{\text{calc}} - P_i^{\text{obs}})^2}{N}} \quad (2.1)$$

ahol  $N$  az észlelt periódusok száma,  $P_i^{\text{calc}}$  és  $P_i^{\text{obs}}$  pedig a számított és az ezekhez legközelebb eső megfigyelt periódusértékek. Az egyes modellekhez tartozó  $\sigma_{r.m.s.}$  értékek kiszámításához a FITPER programot használtam (Kim, 2007).

A gridek felépítése során beállítható még, hogy milyen  $l$  értékű módusokra vagyunk kíváncsiak. Én a tapasztalatokkal összhangban  $l = 1$  és 2-es értékű módusok kiszámítását kértem, a 100 és 1500 s közötti tartományban.

A következő három fejezetben három ZZ Ceti csillagról kapott eredményeimet ismertetem. Mivel ugyanabba a típusba tartozó, lényegében hasonló pulzációs viselkedést mutató objektumokról van szó, ezért az egyes fejezetek végét nem zárja összefoglalás, az eredmények összegzését a három csillagra együttesen a 6. fejezetben végzem el.



## 3. fejezet

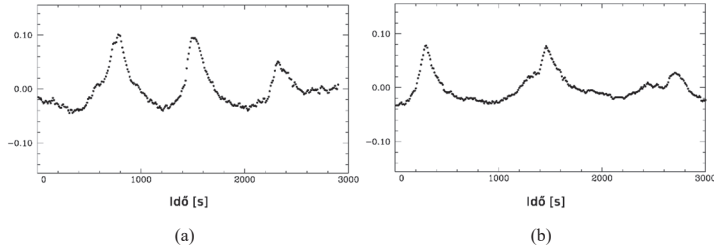
# KUV 02464+3239

A KUV 02464+3239 jelű DA típusú csillag fényességváltozását 1999-ben fedezték fel (Fontaine és mksai., 2001). Fontaine és munkatársai fehér törpecsillagok optikai spektrumait vizsgálva meghatározták azok jellemző légköri paramétereit ( $T_{\text{eff}}$  és  $\log g$ ), majd a mintában szereplő csillagok közül idősor-fotometriát végeztek azokra az objektumokra, melyek ezen értékek alapján a ZZ Ceti instabilitási sávon belül találhatóak.

A KUV 02464+3239 esetében a pulzáció jelenléte nyilvánvalóvá vált a kapott viszonylag rövid, 2900 s hosszú adatsor alapján is. Az adatok Fourier-analízisével egy  $\approx 832$  s-os pulzációs periódusértéket sikerült meghatározni, illetve a Fourier-spektrumban ezen frekvencia legalább három felharmonikusát is detektálták.

A csillagra meghatározott légköri paraméterértékek  $T_{\text{eff}} = 11\,290 \pm 350$  K és  $\log g = 8.08 \pm 0.05$  dex voltak, melyekkel a KUV 02464+3239 az empirikus ZZ Ceti instabilitási sáv vörös (alacsony hőmérsékletű) széléhez közel helyezkedik el. Ezzel összhangban a csillag hosszú periódusú és nagy amplitúdójú pulzációt mutat, illetve az erősen nem szinuszos jellegű fénygörbe (a felharmonikusok jelenléte) is az ezen hőmérséklettartományban lévő DAV csillagok sajátossága.

A fénygörbe jellegzetességeire való tekintettel Fontaine és mksai. (2001) a szintén az instabilitási sáv vörös széléhez közel található GD 154 jelű DAV fotometriai ikertestvérének nevezték a csillagot. A GD 154 esetében kevés független módus és ezek felharmonikusai és lineárkombinációi uralják a Fourier-spektrumot (Pfeiffer és mksai., 1996). A 3.1. ábrán a két objektum fénygörbéjét láthatjuk azonos skálákon egymás mellett. A GD 154 esetében a fényességváltozást egy vala-



**3.1. ábra.** A KUV 02464+3239 ÉS A GD 154 JELŰ DAV CSILLAGOK FÉNYGÖRBÉINEK ÖSSZEHAJONLÍTÁSA. Mindkét észlelés a Kanadai–Francia–Hawaii Teleszkópra (CFHT) szerelt LAPOUNE háromcsatornás fotométerrel készült, szűrők használata nélkül. Az (a) jelű ábrán a KUV 02464+3239 teljes, 2900 s hosszú fénygörbéje, a (b) jelű ábrán az összehasonlítás kedvéért a GD 154 egy hosszabb észlelésből származó, 3000 s hosszú fénygörbe-részlete látható (Fontaine és mksai., 2001). A függőleges skálák a csillagok átlagfényességéhez mért amplitúdóváltozásokat mutatják. A GD 154 valamivel hosszabb periódusa mellett is szembetűnő a két csillag viselkedésének hasonlósága.

mivel hosszabb ( $\approx 1158$  s-os) periódus dominálja, de a fénygörbék hasonlósága egyértelmű.

Fontaine és mksai. (2001) eredményein túl a KUV 02464+3239 Piskés-tetőn megkezdett észlelésekor nem voltak további publikált megfigyelések melyek a csillag pulzációjával foglalkoztak volna.

A KUV 02464+3239 vizsgálatával kapcsolatos eredményeinket három cikkben tettük közzé. Ezekből az első a 2006. októberi észlelések analizisével foglalkozik (Bognár és mksai., 2007). A következő a teljes adatsor alapján kapott eredményeinket ismerteti kitérve nem csak a fénygörbe Fourier-analizisére, hanem az amplitúdóváltozások vizsgálatára és a csillag asztroszeizmológiájára is (Bognár és mksai., 2009a). A harmadik cikkben a csillag pulzációjának nemlineáris vonásait is elemizzük (Bognár és mksai., 2009b).

### 3.1. Észlelések Pizskés-tetőn

A KUV 02464+3239 teljes szezont átfogó megfigyelésére 20 éjszakán, a 2006. október és 2007. február közötti időtartamban került sor. Az egyes mérések néhány alapadatát a 3.1. táblázat mutatja. A megfigyelésekben témavezetőm, dr. Paparó Margit mellett egyetemi hallgatók is részt vettek. Az észlelőket a 3.1. táblázatban szintén feltüntettem.

Az észlelések és a kapott CCD képek redukciójának kivitelezése a 2.1.1. fejezetben leírtak szerint történt. Mivel felvételek készültek 10 ill. 30 s-os expozíciós időekkel is, a 10 s-os felvételekhez tartozó adatpontokat hármásával összeátlagoltam. A csillag pulzációs periódusértékei ( $\approx 600\text{--}1200$  s) ezt lehetővé teszik az egyes ciklusok lefedettségének lényeges sérülése nélkül, és ezáltal közel egységes mintavételezést értem el. Az átlagolás hatásának vizsgálatára tesztet végeztem egy olyan éjszaka méréseinek felhasználásával (14.), mely a 2. leghosszabb idősor az adatsorban és döntően 10 s-os expozíciós idővel készült. Elvégeztem az adatsor Fourier-analízisét az átlagolás előtt és után is, és a kapott eredmények alapján a frekvencia-értékekben tapasztalható eltérések minimálisnak mutatkoztak (0.005–0.028 c/d, kb. 0.01 c/d nagyságrendűek). Tekintve egy hasonló hosszúságú adatsorra kapott frekvenciameghatározási hibák értékeit (0.028–0.063 c/d, 2. részintervallum, lásd 3.2. táblázat), ezek az eltérések hibahatáron belül vannak.

A CCD képeken a változóval együtt 22 csillag apertúra fotometriáját végeztem el, melyekből 3 csillagot választottam ki mint megfelelő összehasonlítókat. A továbbiakban ezek adatpontjainak átlagát használtam összehasonlító csillagként. Egy CCD kép a változóval és az összehasonlítókkal a 3.2. ábrán látható. A rossz adatpontoktól való tisztítás és a KUV 02464+3239-nél vörösebb összehasonlítókat használata miatt szükséges polinom-illesztések elvégzése után kapott végső differenciális fénygörbét a 3.3. ábra mutatja.

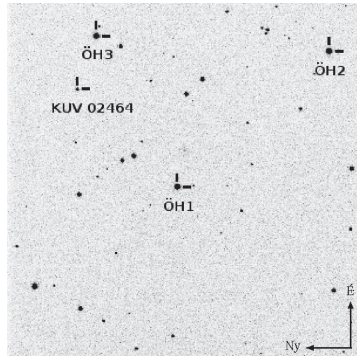
### 3.2. A fénygörbe Fourier-analízise

A végleges adatsor előállítását követően első vizsgálati lépésként az adatok Fourier-analízisét végeztem el a 2.1.2. fejezetben tárgyaltak szerint. A sztenderd fehérítési eljárás során azonban mindig felbukkan az a probléma, hogy hol áll-

**3.1. táblázat.** A KUV 02464+3239 PISZKÉS-TETŐN VÉGZETT ÉSZLELÉSEINEK ÖSSZEFOGLALÁSA. A négy kiválasztott „szegmens” avagy részintervallum tárgyalásáról a 3.2.2. fejezetben van szó.  $N$  a végső, analízálendő adatsor pontjainak számát,  $\delta T$  az adatsor hosszát (az első és az utolsó pontból számolva, beleértve az esetleges rövidebb szüneteket is) jelöli.

Éjszaka	Szegmens	Dátum [UT]	Kezdési időpont [BJD – 2 450 000]	$N$	$\delta T$ [h]	Észlelők
01.	1.	2006. okt. 06.	4014.577	210	2.02	PM, MA, PP
02.	1.	2006. okt. 07.	4015.584	117	1.31	PM, KGy, MA, PP
03.	1.	2006. okt. 09.	4017.546	216	2.37	PM, KGy, MA
04.	1.	2006. okt. 11.	4019.543	264	2.98	PM, ML, PE, SzN
05.		2006. okt. 25.	4034.283	304	6.29	BZs
06.		2006. nov. 26.	4065.603	112	1.27	PM, BE, KGy
07.		2006. nov. 27.	4066.542	65	0.87	PM, KGy, SzN
08.	2.	2006. nov. 28.	4068.206	1163	11.17	PM, MA, PP, SzN
09.		2006. dec. 07.	4077.299	278	4.11	BZs
10.		2006. dec. 08.	4078.474	182	1.89	BZs
11.	3.	2006. dec. 11.	4081.169	732	8.72	BZs
12.		2006. dec. 12.	4082.435	81	0.75	BZs
13.		2006. dec. 13.	4083.176	477	9.92	BZs
14.	4.	2006. dec. 14.	4084.170	1048	10.92	BZs
15.	4.	2006. dec. 15.	4085.179	877	10.56	BZs
16.	4.	2006. dec. 16.	4086.187	696	7.54	BZs
17.		2006. dec. 17.	4087.322	107	1.14	BZs
18.	4.	2006. dec. 19.	4089.208	747	6.90	BZs
19.		2007. jan. 29.	4130.216	362	5.16	BZs
20.		2007. febr. 19.	4151.289	189	1.91	BZs
Összesen:				8227	97.80	

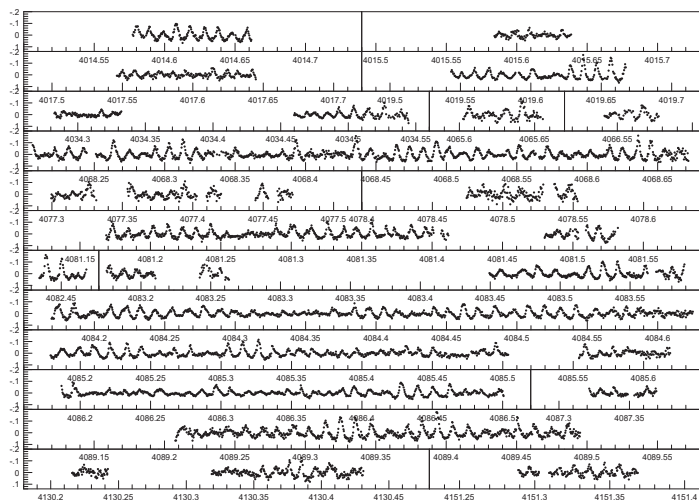
Észlelők: BE: Bokor Eszter, BZs: Bognár Zsófia, KGy: Kerekes Gyöngyi, MA: Már András, ML: Molnár László, PE: Plachy Emese, PM: Paparó Margit, PP: Pápics Péter István, SzN: Sztankó Nándor



**3.2. ábra.** A VÁLTOZÓ ÉS AZ ÖSSZEHASONLÍTÓ CSILLAGOK A CCD LÁTÓMEZŐJÉBEN. A KUV 02464+3239 neve rövidítve szerepel.

junk meg a spektrum további csúcsoktól való mentesítésénél, azaz hol legyen az a határ, mely alatt felbukkanó kis amplitúdójú csúcsokkal nem foglalkozunk. A probléma abban áll, hogy az alias csúcsokkal terhelt spektrumokban adott zajszint mellett ki kell választani azokat, amelyek nagy valószínűséggel tartoznak a csillag pulzációjához. Ez pedig főleg a kis amplitúdójú csúcsok esetében jelent nehézséget. Én a széles körben alkalmazott jel/zaj viszony vizsgálat segítségével kerestem pulzációs frekvenciákat. Ebben az összefüggésben „jel” (S) értéknek tekinthetjük az adott frekvenciához tartozó amplitúdóértéket, „zajnak” (N) pedig egy választott frekvencia-tartományban a környezetében maradt csúcsok átlagos amplitúdóját. Általánosan elfogadott, hogy  $S/N \approx 4$  fölötti csúcsok esetében csak kis valószínűséggel találunk zajhoz tartozóakat (lásd Breger és mksai. 1993).

Az egyes csúcsok  $S/N$  értékeinek meghatározásához a Period04 programot használtam. A Fourier-analízist alapvetően a MuFrAn segítségével végeztem el, de ezeket később a Period04-gyel is megismételtem az  $S/N$  számítások során (ugyanazokat az értékeket adták). Az eljárás során elvégeztem a vizsgált fénygörbe legkisebb négyzetes illesztését a szignifikánsnak gondolt csúcsokhoz tartozó frekvenciákkal, így megkaptam az amplitúdóértékeket is. A zajszinteket a reziduál spektrumból a csúcsok – általam választott  $\pm 25$  c/d-os környezetéből számította a prog-



**3.3. ábra.** A KUV 02464+3239 PISZKÉS-TETŐI MEGFIGYELÉSEK ALAPJÁN KAPOTT DIFFERENCIÁLIS FÉNYGÖRBÉJE. A függőleges skálán a csillag nulla átlagérték körüli fényességváltozása magnitúdó egységben szerepel, az idő BJD – 2 450 000 alakban van megadva. Minden sor azonos idő- és fényesség-intervallumokat fog át az egyes éjszakák jobb összehasonlíthatósága kedvéért.

ram. Bár ez a módszer is magában rejt némi szubjektivitást, hiszen pl. a felhasználó mondja meg, mely csúcsok levonása után kapott reziduálból álljon elő a zajszint, és így egy-egy csúcs hozzáadásával-levonásával némileg módosulnak az S/N értékek, mégis jó tájékoztatást nyújt, mely csúcsok vehetők komolyan egy adott adatsor esetében.

Nyilván maradhatnak elrejtve a zajcsúcsok között valódi pulzációs frekvenciák. A kis amplitúdójú módusok megtalálásához nyújtanak segítséget a földi bázisú nemzetközi észlelési kampányok, illetve az űrből végzett fotometriai programok

mint a CoRoT<sup>1</sup> és a KEPLER<sup>2</sup>, melyek segítségével ugrásszerűen nőtt a pulzáló változók esetében detektált módusok száma.

### 3.2.1. Az egyes éjszakák analízise

Bár a KUV 02464+3239 a hosszabb periódusú változók közé tartozik a DAV-  
ket tekintve, a 10-20 perces pulzációs periódusok még elég rövidek ahhoz, hogy  
az éjszakák külön elvégzett analízise alapján képet kaphassunk a csillag főbb pul-  
zációs tulajdonságairól. A rövidebb időalap miatt a Fourier-spektrumok felbontása  
nem teszi lehetővé az esetlegesen előforduló közeli módusok felbontását, de még e  
mellett is lehetőség nyílt az amplitúdóváltozások megfigyelésére.

Az  $S/N \approx 4$  szignifikancia határt figyelembe véve azt találtam, hogy a pulzá-  
ciós frekvenciák értékeit  $\approx 87, 97, 104, 111$  és  $139$  c/d körül kell keresni, illetve egy  
éjszaka esetében elég szignifikáns ( $S/N = 5.4$ ) csúcsot találtam  $70$  c/d értéknél.

Ami még nyilvánvalóvá vált, hogy jelentős amplitúdóváltozások történtek akár  
egyik éjszakáról a másikra is. A vizsgálatokat ezután nagyobb időalapú adatsorokon  
folytattam.

### 3.2.2. Részintervallumok vizsgálata

Következő lépésként négy részintervallumot választottam ki a teljes fénygör-  
béből. A legjobb felbontást, és így a közeli frekvenciák pontos meghatározását leg-  
inkább a teljes adatsornál várjuk, de a viszonylag rövidebb időalapú adatoknál is  
megfelelő lehet már a felbontás. Mivel amplitúdóváltozásokat gyanítunk (és eset-  
leg még frekvenciaváltozások is lehetnek), csak a teljes adatsort véve ezek nem  
tanulmányozhatóak, ráadásul a Fourier-spektrumban emiatt megjelenő további csú-  
csok jelentősen megnehezítik a módusok meghatározását is. A részintervallumok  
tanulmányozásakor tehát bár nem olyan jó felbontás mellett dolgozunk, de nyomon  
követhetjük a pulzációban rövid időskálán bekövetkező változásokat és megtalál-  
hatjuk az egyébként a „csúcsok erdejében” elveszülő pulzációs frekvenciákat is.

Hasonló technikát először a DAV-k tanulmányozásának történetében a G29-38

---

<sup>1</sup> <http://corot.oamp.fr/>; <http://smc.cnes.fr/COROT/>

<sup>2</sup> <http://kepler.nasa.gov/>

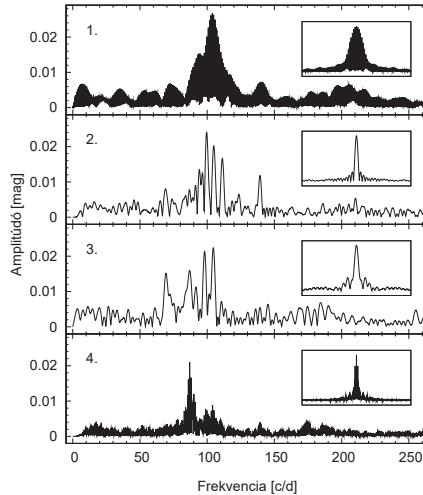
jelű csillag esetében alkalmaztak (Kleinman és mksai., 1998). Kleinman és munkatársai külön vizsgálták a jelentős amplitúdóváltozásokat mutató csillagról az egyes észlelési szezonokban kapott adatosorokat, majd a kapott periódusértékeket össze-téve azonosították az azonos  $l$  és különböző  $k$  értékekhez tartozó módusok sorozatát.

Ahogy azt a 3.1. táblázat is mutatja, az októberi észlelésekből az első négy, egymáshoz közeli éjszakát választottam ki, novemberből pedig a leghosszabbat (8. éjszaka, 11.2 órás mérés). A decemberi észlelések esetében az egyes éjszakák külön elvégzett analízisét is figyelembe véve két részintervallumot választottam: a 11. éjszakát (8.7 órás időalap) és négy egymáshoz közeli éjszakát (14., 15., 16., 18. mérések, a 17. rövid észlelést kihagytam). Ez utóbbi négy éjszakát tekintve hasonló Fourier-spektrumokat látunk, míg a 11. éjszakáé különbözik.

Az egyes így meghatározott szegmensek Fourier-spektrumai a 3.4. ábrán láthatók, melynek paneljein nyomon követhetők az időről-időre bekövetkező amplitúdó-változások is. A részintervallumok Fourier analízisének eredményeit a 3.2. táblázat foglalja össze.

A táblázatban feltüntetett hibaértékeket Monte Carlo szimulációkkal határoztam meg a következő módon: (a) minden időszakhoz szintetikus fénygörbét készítettem az elfogadott frekvenciák felhasználásával, majd (b) ezeket „megzajosítottam”: generáltam egy Gauss-i véletlenszám-sorozatot, ami annyi számból állt, ahány pontból az adott fénygörbe, majd ezt megszoroztam egy szórás ( $\sigma_1$ ) értékkel és végül hozzáadtam a szintetikus fénygörbéhez az így kapott számokat. A  $\sigma_1$  értékeket minden részintervallumra külön határoztam meg egy a változóknak megfelelő fényességű konstans csillag és az összehasonlító differenciális fénygörbéjének szórásaként. Minden időszakhoz 100 ilyen zajosított szintetikus adatsor készült, melyeket a következő lépésben analizáltam: (c) elvégeztem a fénygörbék nemlineáris, legkisebb négyzetes illesztését a megfelelő frekvenciákkal, majd (d) meghatároztam az így kapott frekvenciaértékek szórását. Ezek az értékek szerepelnek a 3.2. táblázatban. Ezzel az eljárással azonban tulajdonképpen csak az illesztések pontosságát tudjuk becsülni (nem számol pl. a különböző mértékű alias-problémákkal). A frekvenciameghatározások pontosságát ezért más megközelítésben is vizsgáltam.





**3.4. ábra.** A TELJES ADATSORBÓL KIVÁLASZTOTT RÉSZINTERVALLUMOK FOURIER-SPEKTRUMAI. Az egyes szegmensek sorszámát a 3.1. táblázatnak megfelelően a panelek bal felső sarkában tüntettem fel. A megfelelő ablakfüggvények a panelek jobb oldalán láthatók. A rövidebb észlelések miatt az első időszakhoz tartozó spektrum jelentősebb alias-szerkezetet mutat. Az ábra alapján szembetűnők az egyes időszakok között bekövetkező amplitúdóváltozások.

#### Tesztek a frekvenciameghatározások pontosságára

A következő szimuláció-sorozatnak több célja is volt: megerősíteni, mely frekvenciákat fogadhatjuk el az adatsorok alapján, meghatározni a valósághoz már jobban közelítve, milyen pontosan is tudjuk megadni a részintervallumokhoz tartozó frekvenciaértékeket, illetve ennek ismeretében ki tudunk-e mutatni frekvenciaváltozásokat egyik időszakról a másikra. A tesztek során az előzőekhez hasonlóan ismét szintetikus fénygörbéket vizsgáltam, melyeket a részintervallumokból meghatározott frekvenciákkal állítottam elő. Ezekhez adtam a Gauss-i véletlen zajt, ahol a „zajnak” megfelelő  $\sigma$  értékeket a spektrumok fehéritése után megmaradt reziduál fénygörbéek szórásából ( $\sigma_2$ ) kaptam. A  $\sigma_2$  értékeket sorban megszoroztam 1.0, 1.5,

**3.2. táblázat.** A RÉSZINTERVALLUMOK FOURIER-ANALÍZISE SORÁN MEGHATÁROZOTT FREKVENCIÁK ÉS AMPLITÚDÓÉRTÉKEIK. A táblázatban az  $S/N \geq 4$  kritériumnak megfelelő megoldások szerepelnek. A \*-gal jelölt frekvenciák kis szeparációval vannak jelen az adott spektrumban domináns csúcsokhoz képest, meghatározásuk ezért bizonytalanabb. A 89.14 és 90.10 c/d-os csúcsok közel vannak egymás 1 c/d-os alias csúcsaihoz. A 90.10 c/d-nál lévő csúcsokhoz elég nagy amplitúdóérték tartozik, ilyen nagy értéket azonban csak akkor kapunk, ha a fénygörbét legalább az első 6 frekvenciával illesztjük. A \*-gal jelölt megoldásokat mindezek figyelembe vételével némi óvatossággal kell kezelni.

Frekvencia [c/d]	Periódus [s]	Amplitúdó [mmag]	S/N
1. szegmens			
90.660±0.004	953.01	12.8	4.9
99.251±0.003	870.52	17.4	6.6
103.790±0.002	832.45	30.6	11.9
114.103±0.004	757.21	10.0	4.0
2. szegmens			
99.567±0.028	867.76	23.6	7.1
104.880±0.036	823.80	20.2	6.5
111.452±0.045	775.22	15.1	5.6
139.227±0.063	620.57	11.6	6.0
3. szegmens			
69.475±0.047	1243.61	14.7	5.4
87.264±0.044	990.09	16.3	6.0
98.025±0.053	881.41	16.1	6.0
104.358±0.047	827.92	18.0	7.3
4. szegmens			
*86.579±0.004	997.93	9.5	5.5
86.996±0.002	993.15	18.4	10.6
*89.142±0.003	969.24	10.7	6.2
*90.100±0.001	958.94	15.2	8.8
98.797±0.002	874.52	9.1	5.5
104.036±0.002	830.48	10.2	6.5
139.954±0.005	617.35	3.8	4.7
173.960±0.004	496.66	4.7	4.3

2.0, 2.5, 3.0, 3.5 és 4.0 értékekkel, majd az így módosított  $\sigma_2$ -kkel állítottam elő a zajosított szintetikus fénygörbéket. Az előző módszerrel ellentétben most nem

végeztem ezt el minden szimuláció esetében 100 alkalommal, hanem csak egyszer. Ezután egyenként megvizsgáltam az így előállt fénygörbéket, hogy milyen frekvenciákat tudok bennük detektálni, ha eltekintek attól, hogy tudom, milyen bemeneti értékekkel is állítottam elő azokat korábban.

Az első részintervallumot vizsgálva a zajosítás növelésével egyre inkább előtérbe kerültek a  $\pm 1-2$  c/d-os alias problémák, időnként a bemeneti értékekhez képest távolabbi csúcsok jelentek meg nagyobb amplitúdóval, illetve kérdéses volt, melyik csúcscsal való fehéritésnél kapunk jobb eredményt. A  $4\sigma_2$  zajosítási szint esetében már csak két csúcs, a 99.25 és 103.79 c/d-os volt nagyobb biztonsággal detektálható. A második és harmadik részintervallumnál mind a négy, korábban szignifikáns (és egyébként is nagy amplitúdójú) csúcsot meg lehetett találni a legnagyobb mértékű zajosítás mellett is. A negyedik adatsor esetében ismét problémát okoztak az alias csúcsok, a  $4\sigma_2$  szint elérését a 86.99, 98.79 és 104.03 c/d-os csúcsok „élték túl”, illetve a 90.10 c/d-os megoldás  $+1$  c/d-os alias-szal jelentkezett.

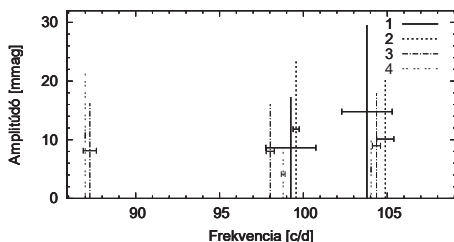
Összegzésként elmondható, hogy a  $\approx 104$  és  $99$  c/d-nál található frekvenciákat minden részintervallumnál sikerült detektálni, további négy ( $\approx 69, 87, 111$  és  $139$  c/d-nál) pedig legalább egy esetben igen sziginikáns csúcsként jelentkezett a Fourier-spektrumban. Figyelembe véve az egyes időszakok analízisének és ennek a tesztnek az eredményét, erről a hat frekvenciáról állíthatjuk, hogy egyértelműen detektálhatóak és – bizonyos amplitúdó-tartományon belül – a csillag pulzációjának jellemzésére alkalmasak.

A teszt során a legnagyobb mértékű zajosításnál még megtalálható frekvenciákat a 3.3. táblázat foglalja össze. Ahogy azt a táblázat és a 3.4. ábra is mutatja, jelentős amplitúdóváltozások történtek egyik időszakról a másikra. A  $\approx 87$  c/d-nál lévő csúcs dominánssá vált a decemberi adatsorban, miközben a  $\approx 104$  c/d-os amplitúdója 66%-kal csökkent. A  $\approx 99$  c/d-nál található csúcs amplitúdójában először 37%-os növekedés, majd 63%-os csökkenés mutatkozott.

A 3.3. táblázat alapján is felvetődik a kérdés, hogy történtek-e frekvenciaváltozások az amplitúdóváltozások mellett. Ennek vizsgálatára szolgál a 3.5. ábra, melyen a  $4\sigma_2$  teszt során legalább két esetben azonosított frekvenciákat ábrázoltam. A frekvenciák hibáit az határozta meg, hogy milyen értékek között sikerült az egyre zajosabb spektrumokban megtalálni az egyes csúcsokat. Látható, hogy az első esetben a mérések között eltelt időhöz képest rövid éjszakák miatti alias problémák

**3.3. táblázat.** FREKVENCIA- ÉS AMPLITÚDÓÉRTÉKEK A HAT ELFOGADOTT PULZÁCIÓS FREKVENCIA ESETÉBEN. Az amplitúdóértékeket a csak a feltüntetett frekvenciákkal való illesztés eredményeként kaptam. Az egyes szegmensek (részintervallumok) számozása megfelel a 3.1. táblázatban is feltüntetettnek.

Szegmens		Frekvencia			
		[c/d]			
1.			99.25	103.79	
2.			99.57	104.88	111.45 139.23
3.	69.48	87.26	98.02	104.36	
4.		86.99	98.80	104.04	
		Amplitúdó [mmag]			
1.			17.28	29.56	
2.			23.61	20.24	15.12 11.59
3.	14.74	16.25	16.07	17.96	
4.		20.83	8.83	10.14	



**3.5. ábra.** LEGALÁBB KÉT RÉSZINTERVALLUMBAN BIZTOSAN DETEKTÁLHATÓ FREKVENCIAK ÉRTÉKEI. A frekvenciák hibáit a 3.2.2. fejezetben részletezett tesztek alapján számítottam.

jelentősebbek, amit a 3.4. ábra ablakfüggvénye is jelez. A második és harmadik részintervallum egy-egy éjszakát foglal magába, itt inkább az éjszakák hosszának függvénye a hibák nagysága. A legjobban meghatározható csúcsokat a több hosszú decemberi éjszakából álló negyedik rész esetében kapjuk.

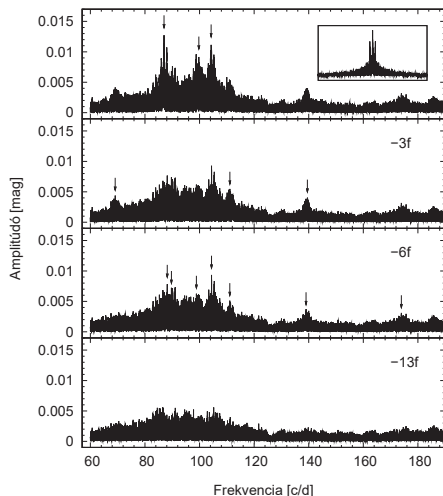
A 3.5. ábra alapján látható, hogy a három frekvenciatartomány jól elkülönül egymástól. A  $\approx 87$  c/d-nál lévő csúcsok esetében a hibahatárok figyelembe vételével

vel nem találtam frekvenciaváltozásra utaló jelet. Ugyanígy a  $\approx 104$  c/d-os frekvenciáknál sem lehet egyértelmű változást kimutatni. Más a helyzet viszont a  $\approx 99$  c/d-nál lévő csúcscsal: a három legjobban meghatározott frekvencia a berajzolt hibákat tekintve elkülönül, mintha három különbözőről lenne szó. Ennek a jelenségnek egyik lehetséges magyarázata, hogy ezek valóban külön frekvenciák, melyek rövid időskálán amplitúdóváltozáson mennek keresztül (ezért mindig csak egyet találunk meg). Feltételezve azonban, hogy csak  $l = 1$  és  $2$  értékű frekvenciákat látunk, ezek nem lehetnek elméletileg mind különböző  $k$  értékű pulzációs módusok, ahhoz túl közel vannak egymáshoz. Ezen a gondolatmeneten tovább haladva magyarázat lehet, hogy két különböző  $l$  értékű módust és rotációs frekvenciafelhasadás jelet látjuk ebben a tartományban. A frekvenciaváltozásként való értelmezéssel óvatosan kell bánni, mivel ez azt jelentené, hogy viszonylag rövid időskálán egy módus frekvenciája ide-oda ugrál, mely jelenség fizikai magyarázatát nehéz lenne megadni. A kérdés eldöntésében talán egy hosszabb idősor vizsgálata segíthet. Mivel célunk a csillag asztroszeizmológiai vizsgálata is, ezért továbblépve a teljes adatsor analízisére egy általános megoldást kerestem a fénygörbére.

### 3.2.3. A teljes fénygörbe analízise

Általánosságban elmondható, hogy minél hosszabb idősort vizsgálunk, annál pontosabban tudjuk meghatározni a pulzációs frekvenciák értékeit, feltételezve, hogy ezek időben nem változnak. A rövid időskálájú amplitúdóváltozásokat így nem tudjuk nyomon követni, de erre szolgál a rövidebb időszakok külön elvégzett analízise. A teljes adatsor vizsgálatakor már szem előtt tartottam, milyen frekvenciaértékeket fogadtam el a részintervallumok analízise és a frekvenciameghatározási tesztek során. A teljes fénygörbe fehérítési eljárásának lépéseit a 3.6. ábrán követhetjük nyomon, az így meghatározott frekvenciaértékeket pedig a 3.4. táblázat mutatja. A táblázatban szereplő hibaértékeket a részintervallumok esetében alkalmazott eljárással, Monte Carlo szimulációkkal határoztam meg.

A 3.6. ábra első két paneljén jelölt hat frekvencia az, amelyek megfeleltethetők a részintervallumok vizsgálata során elfogadott módusoknak. A 3.4. táblázatban ezeket  $f_1 - f_6$ -tal jelöltem. Ahogy az az ábrán látható, fehérítés után még mindig találunk a spektrumban szignifikánsnak tűnő csúcsokat. Folytatva a fehérítési eljá-



**3.6. ábra.** A TELJES FÉNYGÖRBE FOURIER-ANALÍZISE. Az egymást követő paneleken az eredeti, majd 3, 6 és 13 frekvenciával való fehérités után kapott Fourier-spektrum látható. A teljes adatsorhoz tartozó ablakfüggvényt szintén feltüntettem. Amint azt az utolsó panel mutatja, 13 frekvenciával történő illesztés után is maradtak még jelek a spektrumban.

rást, további hét frekvenciát sikerült meghatározni (a táblázatban  $f_7 - f_{13}$  frekvenciák). Mindezekkel való illesztés után a reziduál spektrum még mindig nem tűnik csak zajcsúcsokat tartalmazónak, de nem lehet további szignifikáns frekvenciákat találni. Valószínűleg további, kis amplitúdójú módusok bújhatnak meg a csúcsok között, illetve a nem stacionárius amplitúdók (és frekvenciák?) miatt jelennek meg ezek a spektrumban.

Az  $f_7$ ,  $f_8$  és  $f_9$ -es frekvenciák között lehet olyan, amelyik valódi pulzációs módus, de jelenleg nem tudjuk biztosan megmondani, melyik az.  $f_7$  közel van a harmadik részintervallumban 87.26 c/d-nál talált csúcs +1 c/d-os alias-ához.  $f_8$ -al nem találkoztunk egyik korábbi analízis során sem.  $f_9$  valamilyen megjelenési formája lehet a  $\approx 99$  c/d-nál korábban talált több csúcsnak.  $f_{10}$ ,  $f_{11}$  és  $f_{12}$  esetében ezek a frekvenciák úgy bukkantak fel, hogy az  $f_4$ ,  $f_5$  és  $f_6$  frekvenciákkal való fehéri-

**3.4. táblázat.** A TELJES ADATSOR FOURIER-ANALÍZISE SORÁN MEGHATÁROZOTT FREKVENCIÁK. Az  $f_1 - f_6$ -tal jelölt megoldások azokat a frekvenciákat jelölik, melyeket a részintervallumok analízise és az elvégzett frekvenciameghatározási tesztek alapján normál módusokként elfogadtam. Az esetükben feltüntetett frekvencia- és amplitúdóértékeket a csak ezen módusokkal való illesztéssel kaptam. Az  $f_7 - f_{13}$ -as esetekben mind a 13 frekvenciával illesztettem, az  $f_1 - f_6$  módusokhoz ebben az esetben tartozó amplitúdóértékeket zárójelben tüntettem fel.

	Frekvencia		Periódus [s]	Amplitúdó [mmag]	
	[c/d]	[ $\mu$ Hz]			
$f_1$	69.1060	$\pm 0.0003$	799.838	1250.253	4.4 (4.4)
$f_2$	86.9879	$\pm 0.0001$	1006.804	993.242	13.2 (14.4)
$f_3$	99.7516	$\pm 0.0001$	1154.532	866.151	9.5 (11.5)
$f_4$	104.2617	$\pm 0.0001$	1206.733	828.684	11.6 (11.4)
$f_5$	111.1095	$\pm 0.0002$	1285.989	777.611	5.5 (8.0)
$f_6$	139.5157	$\pm 0.0003$	1614.765	619.285	4.0 (3.9)
$f_7$	88.1611		1020.383	980.024	8.4
$f_8$	89.7100		1038.311	963.103	7.3
$f_9$	98.8533		1144.136	874.022	6.5
$f_{10}$	104.3915		1208.235	827.654	10.2
$f_{11}$	111.0865		1285.724	777.772	5.8
$f_{12}$	139.0162		1608.983	621.510	3.7
$f_{13}$	173.9642		2013.474	496.654	3.2

tés után még mindig maradtak az adott tartományban szignifikáns csúcsok, nem lehetett csak egy lépésben fehériteni. A 139 c/d-nál lévő kettős struktúra lehet esetleg rotációs frekvenciafelhasadás eredménye. A két komponens szeparációja  $\delta f = 0.5 \text{ c/d} = 5.79 \mu\text{Hz}$ , ami ha feltételezzük, hogy  $l = 1$ ,  $m = -1, 0$  vagy  $m = 0, 1$  (és  $k \gg 1$ ) módusokról van szó, a csillag rotációs periódusára kb. 1 napos értéket ad. A 104 c/d-nál lévő csúcsok távolsága ennél kisebb,  $\delta f = 0.13 \text{ c/d} = 1.5 \mu\text{Hz}$ , ami a fenti feltételek teljesülése esetén  $\approx 3.8$  napos forgási periódusértéket jelent. Azonban ha tekintetbe vesszük  $f_{10}$  viszonylag nagy amplitúdóját, ez akár egy újabb független módus is lehet  $f_4$ -étől különböző  $l$  értékkel.  $f_{11}$  pontos meghatározása az alias szerkezet miatt nehezen kivitelezhető.  $f_{13}$  a 86.98 c/d-nál lévő domináns módus első felharmonikusának felel meg.

Mivel  $f_7 - f_{13}$  között nem lehet egyértelműen új módusokat meghatározni, ezért

a csillag asztroszeizmológiai vizsgálata során a hat frekvenciás megoldással dolgoztam.

### 3.3. Tesztek az amplitúdóváltozások vizsgálatára

Mivel nem tudjuk, mi áll a rövid időskálán bekövetkező amplitúdóváltozások háttérben, néhány viszonylag egyszerű vizsgálat segítségével bizonyos effektusok kizárása/megerősítése volt a célom.

A tesztek során szintetikus fénygörbéket állítottam elő a teljes fénygörbének megfelelő időpontokra először a már elfogadott hat módusos megoldás frekvencia, amplitúdó- és fázisviszonyait véve, majd a domináns módushoz közel új frekvenciákat is belefoglalva. Ezeket a fénygörbéket aztán Fourier-analízisnek vettem alá úgy, hogy kivágtam a részintervallumoknak megfelelő részeket belőlük majd elvégeztem a nemlineáris legkisebb négyzetes illesztésüket az eredeti beadott frekvenciaértékekkel mint kiindulási paraméterekkel.

Az első,  $a$  jelű tesztnél csak hat frekvenciával és zaj hozzáadása nélkül előállított szintetikus fénygörbével dolgoztam. A rövidebb adatsorok analízise nem mutatott ki amplitúdóváltozást egyik időszakról a másikra. Ez azt támasztja alá, hogy csak a hat módus kölcsönhatása nem lehet felelős a jelenségért. A második teszt esetében ( $b$ ) már Gauss-i véletlen zaj hozzáadásával készült a fénygörbe, ahol a felhasznált szórásérték a 13 frekvenciás megoldással való fehérítés után kapott reziduál fénygörbe szórásának felelt meg. Az analízisek ekkor sem mutattak ki jelentősebb amplitúdóváltozást, így elmondhatjuk, hogy csak a zaj hatása szintén nem állhat a háttérben.

További hat teszt során ( $c - h$ )  $6 + 2$  frekvenciával állítottam elő a fénygörbéket, ahol a plusz két frekvenciát a domináns  $86.98$  c/d-os ( $f_2$ ) módushoz közel vettem fel  $\delta f = \pm 0.185$  c/d =  $\pm 2.14$   $\mu$ Hz szeparációval. Az így szimulált triplett komponenseinek távolságát úgy választottam meg, hogy az közel legyen a leghosszabb (4.) részintervallum felbontási határához, és egyúttal egy elfogadható érték rotációs frekvenciafelhasadás esetére is. A különböző szimulációknál más amplitúdó- és fázisviszonyokat alkalmaztam. A  $c$  jelű teszt esetében a szélső komponensek amplitúdóját fele akkorának választottam mint  $f_2$ -ét, a fáziskülönbség pedig  $\pm 22.5^\circ$  volt a központi csúcs fázisához képest a kezdő JD 2 454 014 epochára vonatkoztatva. A



további tesztek paraméterezése ennek megfelelően:  $d: A = A_{f_2}/2, \phi = \phi_{f_2} \pm 45^\circ$ ,  $e: A = A_{f_2}/2, \phi = \phi_{f_2} \pm 90^\circ$ . Az  $f, g$  és  $h$  teszteknel a fázisviszonyok ugyanabban a sorrendben változtak, az amplitúdóértékek viszont csak egytizedei voltak  $f_2$ -ének. Ezekkel a tesztekkel azt lehet vizsgálni, milyen hatásuk van az amplitúdóértékekre a rövidebb mérések során fel nem bontható közeli frekvenciák jelenlétének. Ezeket a csúcsokat elvileg a teljes adatsor analízise során meg lehet találni, amennyiben elég nagy az amplitúdójuk és feltűnnek a zajcsúcsok és más frekvenciák jelenléte mellett.

A 3.5. táblázatban a domináns módusnál bekövetkezett amplitúdóváltozások követhetők nyomon. Néhány esetben, nagyobb amplitúdójú triplett komponensek mellett a módus csaknem teljes kioltása következett be. A  $c$  jelű teszt esetében úgy sikerült 87%-os csökkenést mérni, hogy a bemeneti 86.99 c/d-os érték helyett 86.3 c/d-nál találtam egy kis amplitúdójú csúcsot a spektrumban. A második legnagyobb változást a  $d$  tesztnél kaptam. A kisebb amplitúdójú hozzáadott triplett komponensekkel kevésbé látványos, de azért nem elhanyagolható mértékű változások játszódtak le. A legnagyobb egy 28%-os amplitúdócsökkenés volt a  $g$  teszt esetében.

A többi módusnál is sikerült változásokat kimutatni. Ennek magyarázata a zaj jelenléte illetve a triplett komponensekkel való kölcsönhatás lehet. Az öt módus esetében azonban ezek az amplitúdóváltozások kisebb mértékűek voltak, átlagosan 15%-ot értek el.

**3.5. táblázat.** AMPLITÚDÓVÁLTOZÁSOK VIZSGÁLATÁRA VONATKOZÓ TESZTEK EREDMÉNYEI. A táblázatban a teljes adatsorban domináns 86.98 c/d-os módus amplitúdóértékének bekövetkező változások láthatók a szintetikus adatsor bementi értékéhez képest.

	Szegmens		Tesztek					
	$a$	$b$	$c$	$d$	$e$	$f$	$g$	$h$
az amplitúdóváltozások mértéke [%]								
1.	0	+4	+28	+9	-12	-3	+10	-3
2.	0	-6	+60	+37	-52	+11	+1	-9
3.	0	+15	-87	-64	-17	-7	-28	+6
4.	0	-5	+22	+11	-35	+7	+14	-4

Összegzésként elmondható, hogy az észlelt nagyarányú változások szimulálhatóak közeli nagy amplitúdójú és megfelelő fázisviszonyú frekvenciákkal. Azonban eléggé valószínűtlen, hogy az összes módusnál bekövetkezett amplitúdóváltozás háttérben ilyen speciális helyzet állna. Ezért valószínűbb hogy valódi, a módusok energiatarományát jellemző változások szemtanúi vagyunk.

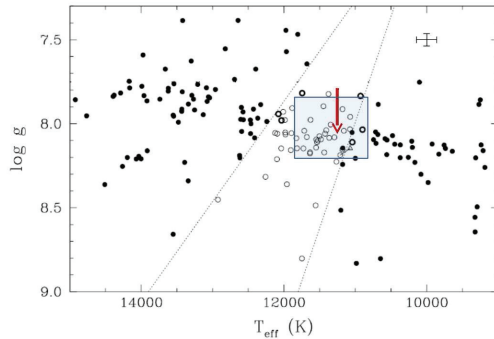
### 3.4. Asztroszeizmológia

A csillag hat pulzációs módusának ismeretében a 2.2. fejezetben bemutatott WDEC segítségével vizsgáltam meg a főbb fizikai paramétereinek lehetséges értékeit. Némi nehézséget jelent, hogy csak viszonylag kevés ismert módus áll rendelkezésre az asztroszeizmológiai analízis elvégzéséhez és ezek a hosszú periódusú tartományban ( $k$  értéke nagy) találhatóak. Bischoff-Kim és munkatársai (2008b) kimutatták, hogy a hidrogénréteg tömegére nézve az alacsony rendű módusok érzékenyek inkább.

Az elsőként használt modell-grid a következő paramétertartományt fedí le:  $T_{\text{eff}} = 10\,800 - 11\,800\text{ K}$ ,  $M_* = 0.525 - 0.74 M_{\odot}$ ,  $M_{\text{H}} = 10^{-4} - 10^{-8} M_*$ ,  $X_{\text{O}} = 0.5 - 0.9$  és  $X_{\text{fm}} = 0.1 - 0.5$ . A héliumréteg tömegét a korábban említettnek megfelelően  $10^{-2} M_*$  értéknél rögzítettem. Az alkalmazott lépésközök:  $200\text{ K}$  ( $T_{\text{eff}}$ ),  $0.005 M_{\odot}$  ( $M_*$ ),  $10^{-0.2} M_*$  ( $M_{\text{H}}$ ) és  $0.1$  ( $X_{\text{O}}$  és  $X_{\text{fm}}$ ).

A grid által lefedett tartományt a  $T_{\text{eff}} - \log g$  síkon a 3.7. ábra mutatja az empirikus ZZ Ceti instabilitási sávhoz viszonyítva. Az ábrán a KUV 02464+3239-nek megfelelő karikára piros nyíl mutat, az üres karikák pulzáló változókat, a telt karikák pulzációt jelen ismereteink szerint nem mutató fehér törpéket jelölnek (Fontaine és Brassard 2008 és Gianninas és mksai. 2007 nyomán).

Azt, hogy milyen tartományban készítettem el a gridet, a következő tényezők befolyásolták. Amikor a rendelkezésre álló modellek közül igyekszünk kiválasztani a legjobb megoldásokat, nem csupán arra koncentrálnunk, hogy a lehető legkisebb eltérés legyen a számított és a megfigyelésekből származó periódusértékek között ( $\sigma_{r.m.s.}$  legyen kicsi), hanem hogy elfogadható legyen a megoldás a más forrás(ok)ból származó fizikai paraméterek értékeit tekintve is. Jelen esetben rendelkezésre állnak spektroszkópiai úton meghatározott  $T_{\text{eff}}$  és  $\log g$  adatok:  $T_{\text{eff}} = 11\,290 \pm 350\text{ K}$  és  $\log g = 8.08 \pm 0.05\text{ dex}$  (Fontaine és mksai., 2001). Ké-



**3.7. ábra.** A MODELL-GRID ÁLTAL LEFEDETT TARTOMÁNY A  $T_{\text{eff}} - \log g$  SÍKON. A piros nyíl a KUV 02464+3239-et, az üres és telt karikák a változó és konstans fényességűnek mutató fehér törpéket jelölik. Az ábra Fontaine és Brassard 2008 és Gianninas és mksai. 2007 nyomán készült.

sőbbi cikkükben Fontaine és munkatársai az effektív hőmérséklethez tartozó hibát már csak  $\pm 200$  K-nek becsülték (Fontaine és mksai., 2003). Némileg felülbecsülve ezt a  $\sigma$  értéket a grid által lefedett tartomány  $\approx 11\,290 \text{ K} \pm 2.5\sigma$ -nak megfelelő lett. A tömeghatárok megadásánál a  $\log g$  érték mellé valamilyen csillagtömeg-értéket kellett tenni. Ehhez a Bradley (1996) által DA csillagokra megadott modelleket használtam, melyek alapján egy  $\log g = 8.08$  felszíni gravitációs gyorsulással rendelkező csillag tömege  $\approx 0.65 M_{\odot}$ . A grid által lefedett tartomány így a megadott hibát is figyelembe véve:  $\log g \approx 7.9 - 8.2$ , azaz  $\log g = 8.08 \pm 2\sigma$ -nak felel meg.

A hidrogénréteg tömegének vizsgálatához felső határként az elméletileg lehetséges legnagyobb tömeg, alsó határként egy már elég vékonynak számító hidrogénréteg szerepel a gridben. Figyelembe véve a Salaris és mksai. (1997) által meghatározott profilokat, a magra vonatkozó határértékek meghatározásánál ( $X_{\text{O}}$  és  $X_{\text{in}}$  esetében) nem fedtem le a teljes 0–1 értékek közti tartományt, ezáltal is számítási időt takarítva meg.

### 3.4.1. A legjobb modellek kiválasztásával kapott eredmények

Ahogy azt a 2.2.2. fejezetben említettem, a modell-grid felépítésekor  $l = 1$  és 2 értékű gerjesztett módusok periódusainak kiszámítását kértem a programtól, a ZZ Cetik pulzációs periódusainak nagyjából megfelelő 100–1500 s-os tartományban. A számított és észlelt pulzációs periódusok alapján a legjobb modelleket kiválasztó FITPER programnak bemeneti paraméterként meg lehet adni, hogy az egyes észlelt módusokat milyen  $l$  értékű modellbeli megoldásoknak próbálja megfeleltetni. Mivel a KUV 02464+3239 esetében korábban publikált eredmények nem álltak rendelkezésre módusazonosításról, így ezzel nem tudtam szűkíteni a lehetséges modellek körét. Minden módus esetében a FITPER egyaránt keresett  $l = 1$  és 2 értékű megoldásokat is.

A FITPER a lehetséges modellek közül azokat választja ki, melyekre teljesül, hogy  $\sigma_{r.m.s.} \leq 3$  s. Mivel viszonylag kevés, csak hat ismert módus van, ezek mind a hosszú periódusú tartományban találhatóak, és a fentiek szerint előzetesen nem tudunk egyihez sem  $l$  értéket mondani, a program aránylag sok „jó” megoldást talált. Más DAV csillagok módusazonosításáról kapott eredmények azonban azt mutatják, hogy az optikai tartományban nagyobb valószínűséggel tudjuk megfigyelni az  $l = 1$ -es módusokat mint az  $l = 2$ -eseket (lásd pl. Castanheira és Kepler 2008). A legtöbb ZZ Cetiknél megfigyelt módus  $l = 1$ -esnek bizonyult. Ennek oka a nagyobb  $l$  értékű módusoknál érvényesülő geometriai kioltásban keresendő. Így, hogy szűkítsük a szóba jöhető modellek körét, a FITPER által kiválasztott modellek közül azokat vizsgáltam tovább, melyek a legkisebb  $\sigma_{r.m.s.}$  értékek mellett a hat módus közül legalább háromra  $l = 1$ -est megoldást adnak. Az így kiválasztott 13 modellhez tartozó paramétereket a 3.6. táblázat foglalja össze.

Az eredmények azt mutatják, hogy az egyes módusokhoz tartozó  $l$  és  $k$  értékek modelltől-modellre változhatnak. Hasonló felépítésű modelleknél néhány száz fokos hőmérsékletváltozás okozza az eltéréseket: pl. hűlés során megváltozik egy adott módushoz tartozó periódusérték, és máris másik  $l$  és  $k$  értékű módusnak feleltethető meg egy észlelt frekvencia.

A mintegy 400 zónát használó modellezés pontossága  $\approx 1$  s (Brassard és Fontaine, 2005). Ezt is figyelembe véve lehet feltérképezni a lehetséges modelleszaladokat a spektroszkópiai mérések alapján készült modell-grid által lefedett paraméter-tartományban.

**3.6. táblázat.** A LEGJOBB MEGOLDÁSOKNAK TALÁLT MODELLEK A 0.525 – 0.74  $M_{\odot}$  TARTOMÁNYBAN. A táblázat utolsó sorában az összehasonlítás kedvéért feltüntettem a spektroszkópai úton meghatározott  $T_{\text{eff}}$  és  $\log g$  értékeket (Fontaine és mksai., 2001), illetve az észlelt pulzációs periódusokat is. A különböző tömegekhez tartozó  $\log g$  értékek Bradley (1996) alapján adódnak. A spektroszkópai  $\log g$  meghatározás hibáját figyelembe véve félkövér szedéssel emeltem ki a  $\log g \pm 1\sigma$  tartományba eső megoldásokat.

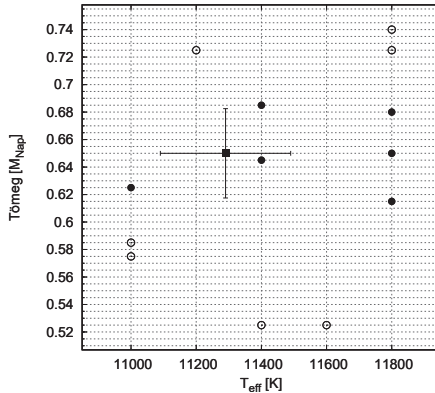
$M_*/M_{\odot}$ , ( $\log g$ )	$T_{\text{eff}}$ [K]	$-\log M_{\text{H}}$	$X_{\text{O}}$	$X_{\text{Mn}}$	Számított periódusértékek						$\sigma_{r.m.s.}$ [s]
					(l,k)						
0.525, (7.85)	11 400	6.9	0.7	0.5	620.4 (1,8)	777.1 (1,11)	830.3 (1,12)	865.4 (2,24)	992.3 (1,15)	1250.7 (1,20)	0.95
0.525, (7.85)	11 600	7.2	0.5	0.4	620.3 (2,16)	776.3 (1,11)	830.7 (1,12)	866.0 (2,24)	992.6 (1,15)	1251.0 (1,20)	1.12
0.575, (7.97)	11 000	6.2	0.7	0.5	619.8 (2,17)	777.4 (1,12)	831.0 (1,13)	868.7 (2,25)	994.0 (1,16)	1250.5 (1,21)	1.45
0.585, (7.99)	11 000	6.4	0.5	0.4	617.9 (2,17)	775.4 (1,12)	827.1 (1,13)	866.9 (2,25)	991.6 (1,16)	1250.5 (1,21)	1.44
<b>0.615, (8.03)</b>	<b>11 800</b>	<b>4.0</b>	<b>0.7</b>	<b>0.3</b>	<b>616.4 (1,12)</b>	<b>777.4 (1,16)</b>	<b>828.8 (2,31)</b>	<b>865.6 (1,18)</b>	<b>991.1 (1,21)</b>	<b>1249.7 (2,48)</b>	<b>1.51</b>
<b>0.625, (8.04)</b>	<b>11 000</b>	<b>7.4</b>	<b>0.5</b>	<b>0.2</b>	<b>620.6 (1,9)</b>	<b>780.0 (1,12)</b>	<b>827.4 (2,24)</b>	<b>866.8 (1,14)</b>	<b>994.1 (2,29)</b>	<b>1252.1 (1,21)</b>	<b>1.50</b>
<b>0.645, (8.07)</b>	<b>11 400</b>	<b>5.2</b>	<b>0.9</b>	<b>0.2</b>	<b>618.1 (2,21)</b>	<b>779.7 (1,15)</b>	<b>828.2 (1,16)</b>	<b>865.7 (1,17)</b>	<b>991.9 (1,20)</b>	<b>1251.8 (2,45)</b>	<b>1.33</b>
<b>0.650, (8.08)</b>	<b>11 800</b>	<b>4.6</b>	<b>0.6</b>	<b>0.1</b>	<b>620.3 (1,12)</b>	<b>776.6 (2,29)</b>	<b>827.1 (1,17)</b>	<b>866.2 (1,18)</b>	<b>992.8 (1,21)</b>	<b>1249.6 (2,48)</b>	<b>0.93</b>
<b>0.680, (8.13)</b>	<b>11 800</b>	<b>5.0</b>	<b>0.5</b>	<b>0.1</b>	<b>618.8 (1,12)</b>	<b>778.1 (2,29)</b>	<b>826.6 (1,17)</b>	<b>865.2 (1,18)</b>	<b>992.1 (1,21)</b>	<b>1251.9 (2,48)</b>	<b>1.26</b>
<b>0.685, (8.14)</b>	<b>11 400</b>	<b>4.8</b>	<b>0.6</b>	<b>0.4</b>	<b>618.7 (1,12)</b>	<b>778.6 (1,16)</b>	<b>826.4 (1,17)</b>	<b>866.4 (2,32)</b>	<b>994.1 (2,37)</b>	<b>1249.9 (2,47)</b>	<b>1.12</b>
0.725, (8.2)	11 800	5.8	0.7	0.4	620.4 (1,12)	778.5 (1,16)	828.4 (1,17)	865.6 (1,18)	995.3 (1,21)	1249.5 (1,27)	1.11
0.725, (8.2)	11 200	5.4	0.8	0.4	616.9 (1,12)	778.5 (1,16)	828.9 (1,17)	865.2 (1,18)	992.7 (2,37)	1251.6 (2,47)	1.26
0.740, (8.23)	11 800	6.0	0.6	0.4	620.0 (1,12)	778.9 (1,16)	828.1 (1,17)	867.0 (1,18)	991.3 (1,21)	1250.7 (1,27)	1.09
Referencia értékek:											
0.65, (8.08)	11 290				619.3	777.6	828.7	866.2	993.2	1250.3	

### A csillag főbb fizikai paraméterei

A 3.6. táblázatban félkövér szedéssel emeltem ki azokat a modelleket, amelyek a  $\log g \pm 1\sigma$  tartományba esnek. Ezt a hat modellt tovább vizsgálva megállapíthatjuk, hogy három olyan van közöttük, ami  $l = 1$ -es megoldást ad a 829, 866 és 993 s-os, legnagyobb amplitúdójú módusokra. Ezek tömege 0.645, 0.650 és 0.680  $M_{\odot}$ . Figyelembe véve a spektroszkópia útján kapott  $T_{\text{eff}} = 11290 \pm 350$  K-es hőmérséklettartományt, a két 11 800 K-es megoldás túl forrónak tűnik. Így a 3.6. táblázat modelljei közül a legjobb választás a 0.645  $M_{\odot}$ -ű lehet.

A 3.8. ábra a 3.6. táblázat 13 modelljét a referenciaértékkel együtt ábrázolja a  $T_{\text{eff}} - M_{*}$  síkon. Telt karikák jelzik a  $\log g \pm 1\sigma$  tartományba eső hat megoldást, a spektroszkópiai úton meghatározott értékeknek megfelelőt pedig fekete négyzettel jelöltem a hibahatárok feltüntetése mellett.

A hidrogénréteg tömegére a 3.6. táblázat modelljeit tekintve elég széles tartományt lehet megadni  $10^{-4}$  és  $4 \times 10^{-8} M_{*}$  között. Ha csupán a hat  $\log g$  alapján



**3.8. ábra.** A 3.6 TÁBLAZAT 13 MODELLJE A REFERENCIAÉRTÉKKEL A  $T_{\text{eff}} - M_{*}$  SÍKON ÁBRÁZOLVA. A telt karikák a  $\log g \pm 1\sigma$  tartományba eső megoldásokat, a fekete négyzet a spektroszkópiai úton meghatározott eredményt mutatják. Ez utóbbi esetben a Fontaine és mksai. (2003) által megadott  $\pm 200$  K-es hibákat tüntettem fel.

kiválasztott modellt tekintjük, ötnél közülük  $M_{\text{H}} = 10^{-4} - 6 \times 10^{-6} M_*$ . Még ennél is szűkebb tartományt határozhatunk meg akkor, ha csak a három,  $0.645 - 0.680 M_{\odot}$  közötti megoldást nézzük. Ekkor  $M_{\text{H}} = 2.5 \times 10^{-5} - 6.3 \times 10^{-6} M_*$ .

### Módusazonosítás

A 3.6. táblázat modelljeiben a kiválasztási kritérium alapján közös, hogy legalább három  $l = 1$ -es megoldást adnak a módusokra. Olyan modelleket, amelyek kizárólag  $l = 1$ -es módusokat adnak, csak a magasabb tömegtartományban találunk  $0.725$  és  $0.740 M_{\odot}$ -nél.

Végigtekintve a 3.6. táblázaton azt látjuk, hogy nincs egy olyan módus sem, amelyikre ugyanazt az  $l$  és  $k$  értéket kapnánk minden esetben. Amit elmondhatunk, hogy viszonylag nagy pontossággal visszakapjuk az észlelt periódusértékeket főleg  $l = 1$ -es módusokat feltételezve. A három legjobbnak ítélt modellt vizsgálva a 619 és 778 s-os módusokhoz váltakozva hol  $l = 1$ , hol  $l = 2$ -es érték tartozik, viszont az 1250 s-os módus minden esetben  $l = 2$ .

### A héliumréteg tömegének vizsgálata

Mivel a modell-grid felépítése során a héliumréteg tömegét  $10^{-2} M_*$ -nél (az elméleti maximális értéknél) rögzítettem, felvetődik a kérdés, hogy lehet-e ennél vékonyabb réteg mellett még jobb vagy hasonlóan jó megoldásokat kapni. A WDEC egy következő futtatásakor ezért a héliumréteg tömegét változtattam meg  $10^{-2}$  és  $10^{-3} M_*$  között,  $10^{-0.5} M_*$ -es lépésközzel. A grid felépítések a Salaris-féle profilt alkalmaztam, így még három paramétert változtattam a WDEC egy-egy lefutásakor. A hőmérsékleti és a hidrogénrétegre vonatkozó értékeket a korábbiaknak megfelelően  $10\,800 - 11\,800$  K és  $10^{-4} - 10^{-8} M_*$ , a modell-csillag tömegét egy valamivel szűkebb tartományban,  $0.60$  és  $0.69 M_{\odot}$  között. Az alkalmazott lépésközők szintén a korábbi grid alapján  $200$  K ( $T_{\text{eff}}$ ),  $0.005 M_{\odot}$  ( $M_*$ ) és  $10^{-0.2} M_*$  ( $M_{\text{H}}$ ) voltak.

A legjobb modellek kiválasztásánál ismét azt volt célszerű szem előtt tartani, hogy a kis  $\sigma_{r.m.s.}$  értékek mellett legalább három  $l = 1$ -es megoldást adjanak a módusokra. Végül két modellt lehetett kiemelni. Ezek tömege  $0.61$  és  $0.635 M_{\odot}$  és  $10^{-3} M_*$  héliumréteggel rendelkeznek. Az előző grid vizsgálatok volt azonban egy olyan kritérium is, hogy a leginkább elfogadott modellek a három legnagyobb

amplitúdójú módusra adjanak  $l = 1$ -es értéket. Ez azonban ezekre a modellekre nem teljesül, a 993 s-os módus mindig  $l = 2$ . Mivel a teljes adatsor alapján ennek van a legnagyobb amplitúdója, ezért ez azt jelentené, hogy egy  $l = 2$ -es módus rendelkezne a legnagyobb tényleges (fizikai) amplitúdóval. Ez alapján azt mondhatjuk: bár nem zárható ki, hogy vékonyabb héliumréteggel rendelkezik a csillag, de a  $10^{-2} M_*$ -ű megoldások az észlelt pulzációs tulajdonságokat figyelembe véve jobbak.

A két kiválasztott modellnél a hidrogénréteg tömege  $2.5 \times 10^{-6}$  és  $10^{-6} M_*$ . Ezek a másik grid alapján kapott tartományhoz viszonyítva a vékonyabb hidrogénrétegű megoldásoknak felelnek meg.

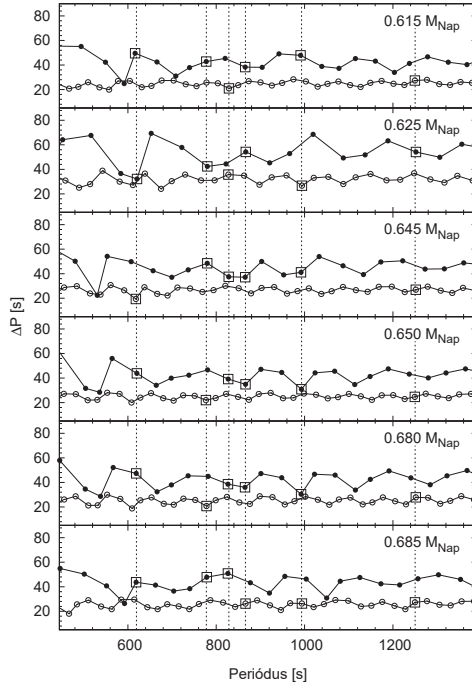
### Módusbefogás jelei

A kiválasztott modellek lehetőséget adnak arra, hogy a módusbefogás jelenségét is megvizsgálhassuk a KUV 02464+3239 esetében. Ahogy arról a korábbi mérések eredményeinél már szó volt, Fontaine és mksai. (2001) a csillagot mint a GD 154 fotometriai ikertestvérét említették. A GD 154 azért is különleges az alacsonyabb hőmérsékletű ZZ Cetik között, mivel esetében a korábbi észlelések alapján csak három független módus jelenlétét sikerült megfigyelni. Ez magyarázható egy hatékony kiválasztási effektus jelenlétével, ami a módusok egy igen vékony,  $\approx 10^{-10} M_*$ -ű hidrogénrétegbe való befogását jelenti (Pfeiffer és mksai., 1996). Érdemes tehát a KUV 02464+3239 esetében is megvizsgálni a módusbefogás lehetőségét.

Ennek egyik lehetséges módja az 1.4.2. fejezetben ismertetett periódustávolság-diagrammok elkészítése. Ezeken a minimumhelyek befogott módusokra utalnak. A 3.9. ábra paneljei a  $\log g$  értékek alapján kiválasztott hat modell periódustávolság-diagrammjait mutatják az  $l = 1$  (telt karikák) és  $l = 2$  (üres karikák) módusokra. Az ábrán négyzettel jelöltem a hat észlelt módusnak az egyes modellek esetében megfeleltetett periódusokat.

A 3.9. ábra alapján megvizsgálható, hányszor fordul elő egy adott módus minimumban vagy minimum környékén. A legnagyobb amplitúdójú módusok 829, 866 és 993 s-nál gyakran fordulnak elő ilyen helyeken, és ezekben az esetekben inkább  $l = 1$  értékűek. Az 1250 s-os módus viszont sosem fordul elő minimumban. Összefoglalásként elmondható, hogy bár a módusbefogás magyarázhatja egyes módusok





**3.9. ábra.** PERIÓDUSTÁVOLSÁG-DIAGRAMMOK A  $\log g$  ALAPJÁN KIVÁLASZTOTT HAT MODELL ESETÉBEN. Telt karikák az  $l = 1$ , üres karikák az  $l = 2$  periódusokat jelölik. Négyzet jelöli a hat észlelt módusnak az egyes modellek esetében megfeleltetett periódusokat, szaggatott vonalazás pedig az észlelt periódusértékeket.

nagyobb amplitúdóját, e vizsgálat alapján azonban még nem jelenthetjük ki, hogy feltétlenül szükséges is a jelenléte.

### Asztroszeizmológiai parallaxis meghatározása

A KUV 02464+3239 esetében nem áll rendelkezésre trigonometriai parallaxis érték. Modellszámítások alapján azonban az ismert luminozitások és a látszó vizu-

ális fényesség felhasználásával a csillag parallaxisa (távolsága) meghatározható.

Elsőként a bolometrikus magnitúdó kiszámítására van szükség minden kiválasztott modell esetében:

$$M_{\text{bol}} = M_{\odot \text{bol}} - 2.5 \log(L/L_{\odot}), \quad (3.1)$$

ahol  $M_{\odot \text{bol}} = +4.75$  (Allen, 1973) és  $L_{\odot} = 3.854 \times 10^{33}$  erg/s (Sackmann és mksai., 1993).

$M_{\text{bol}}$  ismeretében abszolút vizuális magnitúdót lehet számolni a következő összefüggésből:  $M_V = M_{\text{bol}} - BC$ . A BC korrekciós tényezőt Bergeron és mksai. (1995b) alapján határoztam meg. A cikk szerzői DA és DB modell-grideket felhasználva végeztek színindexre és fényességre vonatkozó számításokat. A bolometrikus korrekció általuk megadott értékei 11 000 és 12 000 K-es hőmérsékletre  $-0.441$  és  $-0.611$ . Az általam vizsgált modellek esetében e két érték közé eső effektív hőmérsékleteknél egyszerű lineáris interpolációt alkalmaztam. A KUV 02464+3239 látszó vizuális fényességének az irodalomban találhatónál pontosabb meghatározása érdekében  $V$  színben végeztem észlelést egy ismert fényességű közeli csillag egyidejű mérésével. A kapott látszó vizuális magnitúdóérték  $m_v = 16.07^m$  lett. A távolságmódulus felhasználásával a csillag parallaxisa így már meghatározható.

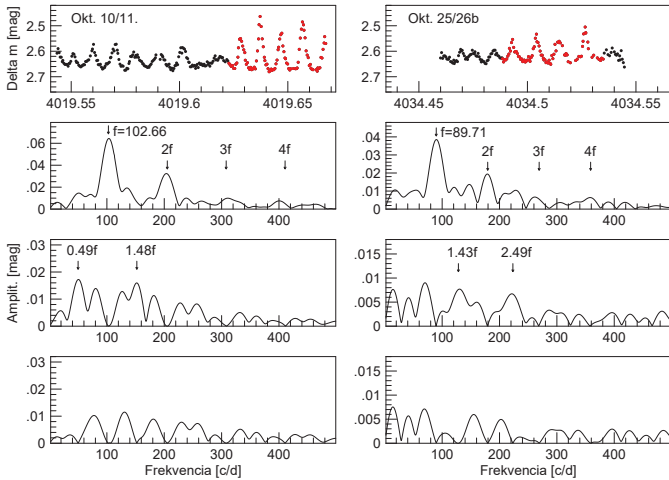
A  $\log g$  alapján kiválasztott hat modellnél a luminozitásértékek:  $\log L/L_{\odot} = -2.56 - -2.71$ , a szeizmológiai parallaxis pedig 13.5 és 15.4 mas (milliómásodperc) között van. Az átlagérték 14.6 mas. Ha csak a három, 0.645, 0.650 és 0.680  $M_{\odot}$ -ű megoldást nézzük,  $\log L/L_{\odot} = -2.6 - -2.66$  és a parallaxis szöge 14.8, 14.2 és 14.7 mas. A három ill. hat modellből számított átlagértékeket tekintve a csillag távolsága egyaránt  $\approx 70$  parszeknek adódik.

### 3.5. Nemlineáris effektusok a csillag pulzációjában

A 2006 októberében történt észleléseink eredményei alapján mutattunk rá először a csillag pulzációjában jelen lévő nemlineáris effektusok fontosságára (Bognár és mksai., 2007). Az analízis során két fénygörbe-részlet független vizsgálatát is elvégeztem. A fénygörbék és Fourier-analízisük lépései a 3.10. ábrán követhetők nyomon. Ezek a részek azért lettek kiválasztva, mert bennük a kisebb és na-

gyobb amplitúdójú csúcsok szabályos váltakozása figyelhető meg néhány cikluson keresztül az erősen nem szinuszos fénygörbealakk mellett. A fénygörbék Fourier-spektrumában ennek megfelelően az adott részen domináns frekvencia felharmonikus és szubharmonikus- (félegész-)közeli értékeinél is detektálhatók csúcsok. Mindezek arra utalnak, hogy a csillag pulzációjának dinamikáját nemlineáris effektusok uralják.

A már többször említett GD 154 esetében Robinson és mksai. (1978) szintén találtak felharmonikus és szubharmonikus-közeli frekvenciákat a spektrumban. A szubharmonikusok jelenléte hasonló ahhoz amit nemlineáris dinamikai rendszerknél láthatunk miközben azok a kaotikus állapot felé fejlődve perióduskétszerező bifurkációs fázison mennek keresztül. Ez az eredmény inspirálta további fénygörberészletek vizsgálatát, immár a teljes észlelési szezon adatait felhasználva (Bognár



**3.10. ábra.** A 2006. OKTÓBERI ÉSZLELÉSEK KÉT RÉSZLETÉNEK FOURIER-ANALÍZISE. A fénygörbékben pirossal emeltem ki az analizált részeket. Az alsó három panelen az egyes fehérítési lépések követhetők nyomon.

és mksai., 2009b).

A teljes fénygörbét áttekintve azonban nem sikerült szignifikánsan kimutatni szubharmonikusok jelenlétét. Ennek ellenére tovább folytattam a nemlineáris effektusok kvalitatív és kvantitatív jellegű vizsgálatát.

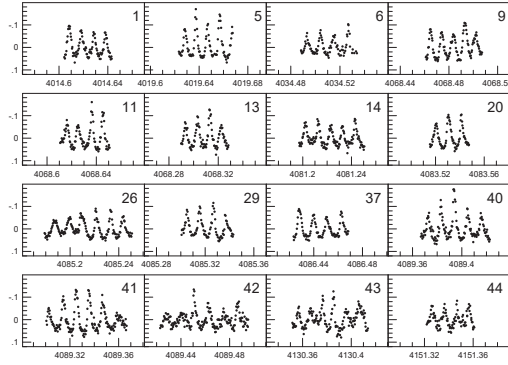
Ennek első lépéseként különböző részeket vágtam ki a teljes fénygörbéből majd elvégeztem ezek Fourier-analízisét. A kivágott fénygörbe-részletek első csoportjába azok tartoznak, melyek esetében nagy amplitúdójú ciklusok láthatók. Ezeknél lehet a legjobban megfigyelni a nem szinuszos jellegű változást. A Fourier-spektrumokban az adott résznél éppen domináns frekvencia felharmonikusai könnyen detektálhatók. A fénygörbék második csoportját az éppen kis amplitúdójú változást mutató részek alkotják. A harmadik csoportba azok a fénygörbe-részletek tartoznak, melyeknél két közeli frekvencia jelenléte detektálható. A kiválasztott részeket a 3.11. ábra mutatja.

A 3.12. ábra a fénygörbe-részletek ily módon való szétválasztásának helyességét támasztja alá. Az ábráról az egyes részek szórásának nagysága olvasható le. Mivel az adatsor jó minőségű, a fénygörbékhez tartozó szórásértékek alapvetően az átlagfényességtől az adott időszakban való eltérést (a pulzációt) jellemzik. A 3.12. ábrán fentről lefelé haladva csoportosítva ábrázoltam a három fénygörbe típushoz tartozó részek értékeit, illetve feltüntettem a hozzájuk tartozó azonosító számokat is a 3.11. ábra jelöléseinek megfelelően.

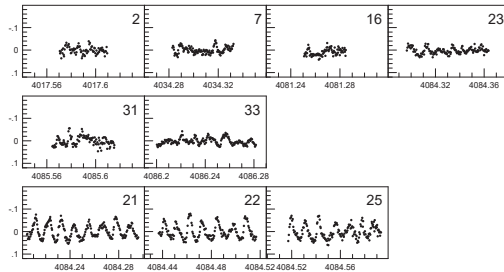
A legnagyobb szórásértékkel az 5-ös számú rész rendelkezik, mellyel az előzetes vizsgálatok során már találkoztunk. Ez mutatja a legszembetűnőbb módon a kisebb és nagyobb amplitúdójú ciklusok váltakozását. A 41 és 40-es számú részekhez szinuszos burkológörbe képzelhető el, amely a lebegés jelenségére utal. Egy következő érdekes részlet a 11-es számú, ahol egyik ciklusról a másikra hirtelen amplitúdónövekedés következett be.

Ami közös a nagy amplitúdójú részekben, hogy nem lehet ezeket a fénygörbe-alakokat megfelelően illeszteni a teljes adatsorra ismert frekvenciákkal. Az, hogy ez mennyire igaz, a 3.13. ábrán számszerűsítve is megfigyelhető. Az illesztések „jószágának” jellemzéséhez ismét szórásértékeket használtam fel. A 3.13. ábrán a fénygörbe-részletek és a hozzájuk tartozó 6 ill. 13 frekvenciás illesztések szórásának különbsége látható. Rögtön szembetűnik, hogy több frekvenciát használva a legtöbb esetben jobban tudjuk illeszteni a fénygörbét. Ez mintegy  $0.01^m$  javulást je-

lent átlagosan. 13 frekvencia mellett  $\approx 0.014^m$  körül találjuk a pontokat. Ez annak a szintnek felel meg, ami a harmadik csoportba tartozó fénygörbe-részletekhez is tartozik 6 frekvenciát használva.



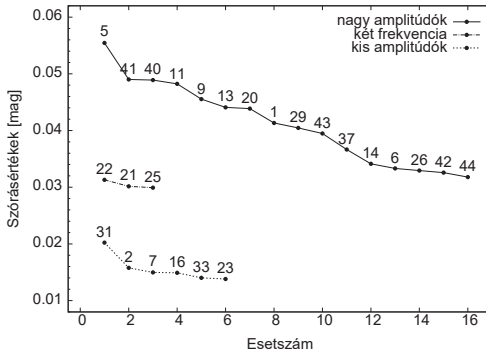
(a)



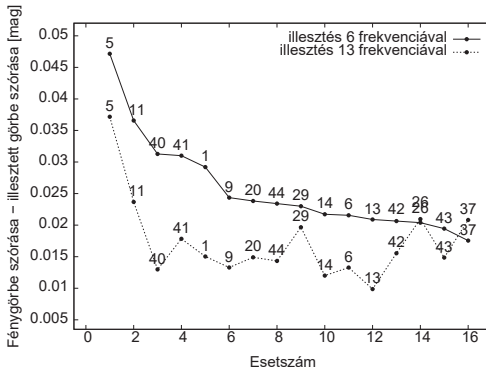
(b)

**3.11. ábra.** FÉNYGÖRBE RÉSZLETEK A TELJES FÉNYGÖRBÉBŐL A NEMLINEÁRIS EFFEKTUSOK VIZSGÁLATÁHOZ. A panelekben látható számozás az egyes részekre való hivatkozást segíti.

(a): Nagy amplitúdójú változásokat mutató fénygörbék. (b): Első két sor paneljei: kis amplitúdójú változást mutató fénygörbék, harmadik sor: közeli frekvenciák detektálhatók.



**3.12. ábra.** AZ EGYES FÉNYGÖRBE-RÉSZLETEKHEZ TARTOZÓ SZÓRÁSÉRTÉKEK. AZ AZONOSÍTÓ SZÁMOK A 3.11. ÁBRA JELÖLÉSEINEK FELELNEK MEG.



**3.13. ábra.** A FÉNYGÖRBE-RÉSZLETEK ÉS A HOZZÁJUK TARTOZÓ ILLESZTÉSEK SZÓRÁSÁNAK KÜLÖNBΣÉGEI. AZ AZONOSÍTÓ SZÁMOK A 3.11. ÁBRA JELÖLÉSEINEK FELELNEK MEG.

A 3.13. ábrán a legnagyobb különbségértéknél ismét találkozunk az 5-ös számú résszel. Kiemelt helye a több frekvenciával történő illesztés mellett is megmarad. Az első négy helyen egyébként továbbra is a már említett 5, 11, 40 és 41-es

részletek találhatóak. Ez utóbbi két esetben azonban 13 frekvencia mellett az illesztések jóságával már elérjük a többiek által meghatározott átlagszintet. A 29, 26 és 37-es fénygörbe-részleteknél csak kismértékű – ha egyáltalán bekövetkező – javulás tapasztalható a több frekvenciás illesztésnél.

Ezek a vizsgálatok mind arra mutatnak rá, hogy a csillag viselkedésének teljes megértéséhez szükség lenne a nemradiális pulzáció nemlineáris modellezésére is.





## 4. fejezet

### GD 244

A KUV 02464+3239 asztroszeizmológiai vizsgálatához létrehozott modell-grid segítségével nemcsak a már említett csillag, hanem más ZZ Ceti változók is vizsgálhatók. A következő ilyen objektumnak a GD 244 jelű DAV csillagot választottam. Ez esetben nem saját mérések alapján meghatározott periódusértékekkel, hanem az irodalomban fellelhető adatokkal dolgoztam. A kapott eredményeket a Bognár és Paparó (2010) cikkben tettük közzé.

#### 4.1. Kiindulás: periódusok, légköri paraméterek

A GD 244-ről rendelkezésre álló irodalmat áttekintve két cikkben található pulzációs periódusértékek: a fényességváltozások felfedezéséről beszámolóban (a Kanadai–Francia–Hawaii Teleszkóppal történt mérések eredményei – CFHT adat-sor, Fontaine és mksai. 2001), illetve a McDonald Observatóriumban (McDO) 2003. szeptember-október-november hónapokban végzett észlelések eredményeit is ismertető cikkben (Yeates és mksai., 2005). A kapott periódusértékeket a 4.1. táblázatban foglaltam össze (a kombinációs frekvenciák szerepeltetését mellőztem). A CFHT méréseknél nem adtak meg amplitúdóértékeket az egyes módusokhoz, így a közölt ábra segítségével becstül amplitúdó-nagyság alapján sorszámokat adtam meg valós értékek helyett (az 1. a legnagyobb amplitúdójú csúcs). Az McDO mérések esetében a táblázatban a módusok cikkben feltételezett  $l$  és  $m$  értékei is szerepelnek. Ezeket a kombinációs- és bázisfrekvenciák amplitúdóarányainak elméleti görbék-

**4.1. táblázat.** A GD 244 IRODALOMBAN FELLELHETŐ PULZÁCIÓS PERIÓDUSÉRTÉKEI. A CFHT adatsornál a pontos értékek hiányában az amplitúdóknál nagyság szerinti sorszám szerepel.

Módus	CFHT 1999		McDO 2003			
	P [s]	A [No.]	P [s]	A [mma]	$l$	$m$
$f_1$	203.3	4.	<b>202.98</b>	4.04	1	-1?
$f_2$	256.3	2.	<b>256.56</b>	12.31	1?	-1?
			256.20	6.73	1?	+1?
$f_3$	<b>294.6</b>	3.				
$f_4$	307.0	1.	<b>307.13</b>	20.18	1	-1
			306.57	5.02	1	+1
$f_5$			<b>906.08</b>	1.72	$\leq 3$	?

kel való összevetésével határozták meg. Amint látható, az  $f_3$  és  $f_5$  módusok nem minden adatsor alapján voltak azonosíthatók.

Az asztroszeizmológiai vizsgálatokhoz a 4.1. táblázatban félkövérrel szedett öt periódusértéket használtam fel. Az  $f_1$ ,  $f_2$  és  $f_4$  esetekben mindkét adatsor alapján vannak értékek. A McDonald Observatóriumban 10 éjszakán történtek mérések, a CFHT adatok viszont csak egy éjszaka méréseiből származnak, ezért ennél a három módusnál a hosszabb időalap miatt pontosabban meghatározott McDO értékekkel számoltam. Ezen módusoknak Yeates és mksai. (2005) szerint feltételezhetően azonos  $m$  értékük van.

Annak oka, hogy nem minden adatsor alapján lehetett megtalálni mind az öt módust, valószínűleg az amplitúdók változásában keresendő. Ahogy azt a KUV 02464+3239 vizsgálatánál is említettem, ilyenkor úgy van remény egy észlelt pulzációs periódusokban nem túl gazdag változó asztroszeizmológiai vizsgálatára, ha a több észlelési szezonban megtalált módusokat együtt kezeljük. Ez indokolja mind az öt módus használatát.

A modell-grid megfelelő felépítéséhez felhasználtam a csillagról korábban spektroszkópiai úton meghatározott  $T_{\text{eff}}$  és  $\log g$  értékeket. Ezeket a referenciák megjelölésével a 4.2. táblázat tartalmazza.

**4.2. táblázat.** A GD 244 SPEKTROSKÓPIAI ÚTON MEGHATÁROZOTT EFFEKTÍV HŐMÉRSÉKLETE ÉS FELSZÍNI GRAVITÁCIÓS GYORSULÁSÉRTÉKEI.

$T_{\text{eff}}$ [K]	$\log g$ [cgs]	Referenciák
11 680	8.08	Fontaine és mksai. (2001)
11 611	7.91	Koester és mksai. (2001)
11 293	8.21	
11 707	7.99	Koester és mksai. (2009)
11 640	8.05	Limoges és Bergeron (2010)

## 4.2. Asztroszeizmológia

Mivel a GD 244 a legtöbb spektroszkópiai mérés alapján mintegy 400 K-nel forróbbnak tűnik a KUV 02464+3239-nél, ezért a hőmérsékleti értékek meghatározását kísérő akár pár száz fokok bizonytalanságot is figyelembe véve célszerű volt a korábbi grid kiterjesztése magasabb hőmérsékletek felé. A rendelkezésre álló grid végül a következő paramétertartományt fedi le:  $T_{\text{eff}} = 10\,800 - 12\,200$  K,  $M_* = 0.525 - 0.74 M_{\odot}$  ( $\log g \approx 7.85 - 8.23$ ),  $M_{\text{H}} = 10^{-4} - 10^{-8} M_*$ ,  $X_{\text{O}} = 0.5 - 0.9$  és  $X_{\text{fm}} = 0.1 - 0.5$ . A héliumréteg tömege a korábbiaknak megfelelően  $10^{-2} M_*$  érték-nél rögzített. Az alkalmazott lépésközök is ugyanazok mint korábban: 200 K ( $T_{\text{eff}}$ ),  $0.005 M_{\odot}$  ( $M_*$ ),  $10^{-0.2} M_*$  ( $M_{\text{H}}$ ) és 0.1 ( $X_{\text{O}}$  és  $X_{\text{fm}}$ ). Ezzel lefedtem a 4.2. táblázat szerint érintett  $\log g$  tartományt és kellően széles, lényegében a ZZ Ceti instabilitási sávnak megfelelő hőmérsékleti részt.

### 4.2.1. Kutatás a legjobb modellek után

A számított és mért periódusértékek összehasonlításához ismét a FITPER programot használtam, az összehasonlítás elsődleges mérőszáma tehát a minden modellhez megadható  $\sigma_{r.m.s.}$  (lásd a 2.1. számú képletet). Mivel azonban mindössze öt pulzációs periódussal dolgoztam, nagyszámú, hasonlóan kicsi  $\sigma_{r.m.s.}$ -el rendelkező modellt sikerült találni. A KUV 02464+3239 esetében is azzal igyekeztem szűkíteni az elfogadható modellek körét, hogy feltételeztem, az észlelt módusok között legalább annyi vagy több az  $l = 1$  értékű mint az  $l = 2$ -es. A GD 244-nél is élve ezzel a feltételezéssel a továbbiakban azokkal a modellekkel dolgoztam, melyek az

öt módus közül legalább háromnál  $l = 1$ -es értéket adnak. A „rostán” fennmaradt modelleket ezután több módszerrel is megvizsgáltam.

### „Jók között a legjobbak” módszer

Áttekintve a legkisebb  $\sigma_{r.m.s.}$  értékekkel és az észlelteket közül legalább három  $l = 1$ -es módussal rendelkező modelleket, a 4.3. táblázatban láthatóakat választottam ki további analízisre. A táblázatban a fizikai paraméterek mellett feltüntettem, hogy az adott modellnél mely módusok kapnak  $l = 2$ -es értéket.

Tekintve, hogy a 256.6 és 307.1 s-os módusok dominánsak az adatsorokban, nem valószínű, hogy mindketten  $l = 2$ -es módusok lennének, így a 0.665 és 0.685  $M_{\odot}$ -ű modelleket kevésbé elfogadhatónak találok (ezek egyébként a legalacsonyabb hőmérsékletű megoldások is). A 4.3. táblázat modelljei közül a 0.620  $M_{\odot}$ -el rendelkező egy „kakuktkotás”, mivel csak ebben az esetben nem kapunk  $l = 2$  értéket egyik domináns módusra sem. Ez a modell egyúttal a legvékonyabb hidrogénréteggel rendelkező megoldást is jelenti. A további modellek két csoportot alkotnak: az első csoportba tartozóknál a hidrogénréteg tömege  $10^{-6} M_{*}$  és a 256.6 és 294.6 s-os módusokhoz tartozik  $l = 2$  érték. A másik csoport modelljeinek közös tu-

**4.3. táblázat.** A LEGJOBB MEGOLDÁSOKNAK VÁLASZTOTT MODELLEK PARAMÉTEREI. Az utolsó oszlopban feltüntettem, hogy a 4.1. táblázat módusai közül melyek  $l = 2$  értékűek.

$M_{*}/M_{\odot}$	$T_{\text{eff}}$ [K]	$-\log M_{\text{H}}$	$\bar{X}_{\text{O}}$	$\bar{X}_{\text{fm}}$	$\sigma_{r.m.s.}$ [s]	$l = 2$
0.610	12 000	6.0	60	50	0.95	$f_2, f_3$
0.615	11 800	6.0	70	50	0.89	$f_2, f_3$
0.620	11 600	6.8	80	50	0.88	$f_3, f_5$
0.625	12 200	5.0	50	10	0.97	$f_4$
0.630	12 000	5.0	50	10	0.91	$f_4$
0.630	11 400	6.0	70	50	0.69	$f_2, f_3$
0.640	11 800	5.0	50	10	0.84	$f_4$
0.665	10 800	5.0	80	30	0.67	$f_2, f_4$
0.685	10 800	5.2	60	20	1.17	$f_2, f_4$
0.730	11 600	4.8	80	20	1.12	$f_3, f_4$
0.735	11 400	4.8	80	20	0.98	$f_3, f_4$

lajdonsága, hogy valamivel vastagabb hidrogénréteggel rendelkeznek ( $\approx 10^{-5} M_*$ ) és a 307.1 s-os módus kap  $l = 2$ -es értéket.

Mivel a 307.1 s-os módusnál észlelték a legnagyobb amplitúdót, ezért ha elfogadjuk ezt  $l = 2$ -esnek, ez azt jelentené, hogy egy  $l = 2$ -es módus rendelkezne a legnagyobb tényleges (fizikai) amplitúdóval. Valószínűbb, hogy ez a módus inkább  $l = 1$ . Ebből az következik, hogy a  $0.610 - 0.630 M_\odot$ -el és  $10^{-6} M_*$  vagy (az egyetlen)  $1.6 \times 10^{-7} M_*$  hidrogénréteggel rendelkező modellek a leginkább elfogadható megoldások.

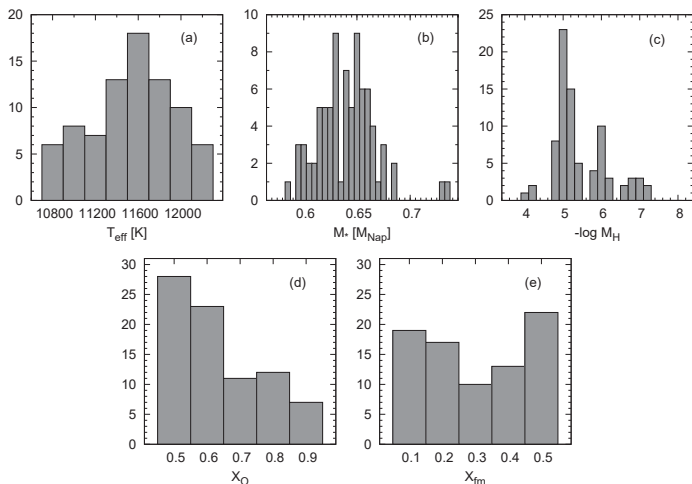
Mivel a 203 s-os módus egyszer sem fordul elő  $l = 2$ -es értékkel, ezért e válogatás alapján  $l = 1$ -es módusként azonosítható. Yeates és mksai. (2005) szintén  $l = 1$  értéket határoztak meg hozzá.

Castanheira és Kepler (2009) egy átfogó vizsgálat részeként szintén foglalkoztak a GD 244 asztroszeizmológiájával. Ők is a WDEC futtatásával építettek gridet, de a csillagok magjának összetételét rögzítették egy C/O 50/50 tömegszázalékos aránynál. Léptették viszont a héliumréteg tömegét  $10^{-2}$  és  $10^{-3.5} M_*$  között. Ami még különbség, hogy a vizsgálatnál csak a mindkét adatsorban meglévő három periódust vették figyelembe (miközben négy paramétert változtattak a grid-ben). Eredményeik szerint a 203 és 256.6 s-os módus  $l = 2$ , a csillag paraméterei pedig az általuk legjobbnak talált megoldásnál:  $T_{\text{eff}} = 12200 \text{ K}$ ,  $M_* = 0.68 M_\odot$ ,  $M_{\text{H}} = 10^{-7} M_*$  és  $M_{\text{He}} = 10^{-3.5} M_*$ .

### Statistikai módszer

A modellek egy más megközelítésben végzett vizsgálatokor a legalább három  $l = 1$ -es megoldást adók közül azokkal foglalkoztam, amelyek  $\sigma_{r.m.s.} < 1.5$  értékkel rendelkeznek. Ezáltal az előzőekhez képest kiterjesztettem a vizsgálandó modellek körét 81 lehetséges modellre. Ezután megnéztem, hogy a különböző fizikai paramétereknél a lépésközőknek megfelelő tartományokba hány darab modell esik. A kapott hisztogramokat a 4.1. ábra paneljei mutatják.

Az (a) hisztogram azt mutatja, hogy a legtöbb megoldás a 11 400 – 12 000 K-es tartományba esik, 11 600 K-es csúccsal. A 4.2. táblázat alapján a spektroszkópiai úton meghatározott effektív hőmérsékleti értékek is döntően 11 600 – 11 700 K körül vannak. A (b) panel szerint a csillag tömegét tekintve „legnépesebb” tartomány a 0.62 és 0.67  $M_\odot$  közötti. Két kiemelkedő értéket is láthatunk 0.63 és 0.65  $M_\odot$ -nél,



**4.1. ábra.** HISZTOGRAMOK 81 KIVÁLASZTOTT MODELLEK ÖT FIZIKAI PARAMÉTERÉNEK MEGFELELŐEN. Az oszlopok szélessége a grid felépítések során használt lépésközökhöz igazodik.

ezek megfelelnek a spektrumok alapján kapott  $\log g = 8.05$  és  $8.08$ -as értékeknek. A (c) panelen jól láthatóan megjelenik a  $10^{-5}$  ill.  $10^{-6} M_*$  hidrogénréteggel jellemezhető két modellcsalád, bár az előző vizsgálattal ellentétben az  $M_{\text{H}} = 10^{-5} M_*$  megoldás részesül előnyben. A (d) panel alapján a csillag középpontjában az oxigéntartalom inkább 50–60% mint ennél nagyobb. Az oxigén mennyiségének csökkenésére vonatkozó paraméterre viszont az (e) panel alapján nem lehet jó támpontot adni.

## 5. fejezet

### GD 154

A GD 154 jelű ZZ Ceti csillag fényességváltozásairól már több mint három évtizede tudunk, de azóta sem sikerült kellően feltérképezni a pulzációs tulajdonságait ennek a sokszor más és más arcát mutató objektumnak. A piszkés-tetői fehér törpe megfigyelés-sorozatok egyik első célpontja ez az objektum lett. A teljes észlelési szezont átfogó megfigyelések eredményeit a jelen sorok írásakor előkészületben lévő Plachy és mksai. (2011) cikkben foglaltuk össze. Az ebben ismertetésre kerülő frekvenciaanalízist részben, az asztroszeizmológiai vizsgálatokat teljes egészében én végeztem.

#### 5.1. Korábbi mérések eredményei

A csillag fényességváltozásainak felfedezésére 1977-ben került sor egy kifejezetten új pulzáló fehér törpék keresését célzó mérésorozat részeként (Robinson és mksai., 1978). A csillag alapvetően monoperiodikusnak tűnt, ahol a Fourier-spektrumot az 1186 s-os domináns módus (F) uralja és ezen kívül ennek felharmonikus (2F, 3F, 4F, 5F) és szubharmonikus-közeli csúcsai (1.52F, 2.53F, 3.54F) is megtalálhatók benne. Ezek jelenléte a csillag erősen nem szinuszos fénygörbealakjának megnyilvánulásai a Fourier-térben. Egy érdekes jelenséget is megfigyeltek: az utolsó éjszakán az 1.52F-el jelölt frekvencia vált dominánssá. Ezt Robinson és mksai. (1978) a pulzációs energia  $F \rightarrow 1.52F$  irányú átvitelével próbálták magyarázni. Ma már a nagyobb ismert ZZ Ceti mintának és a spektroszkópiai méréseknek

köszönhetően elmondhatjuk, hogy a GD 154 a KUV 02464+3239-hez hasonlóan a DAV instabilitási sáv vörös széléhez közel lévő csillagok tipikus jegyeit mutatja: hosszú pulzációs periódus(ok), viszonylag nagy amplitúdójú változások, nem szinuszos fénygörbealak és amplitúdóváltozások.

A csillag pulzációjának további vizsgálatára ezután 1991-ben került sor, amikor WET kampány célpontja lett (Pfeiffer és mksai., 1996). Ennek eredményeként három pulzációs módust ill. ezek felharmonikusait és lineárkombinációit sikerült detektálni, köztük a korábban már észlelt 1186 s-ost is. Azonban nem találták a szubharmonikus-közeli frekvenciákat, köztük a korábban domináns 1.52F-et sem.

A legutolsó publikált észlelés a csillagról 2004-ben történt (Hürkal és mksai., 2005). Eredményeik szerint a WET adatsor alapján azonosított három módus közül kettő nem látható, viszont három új módus bukkant fel. Szubharmonikus-közeli frekvenciákat viszont ebben az esetben sem detektáltak.

## 5.2. Észlelések Pizskés-tetőn

A GD 154 megfigyelésére 19 éjszakán, 2006. február és július között került sor. Az egyes mérések néhány alapadatát és az észlelőket az 5.1. táblázat mutatja. Az észlelések során a korábban leírtaknak megfelelően 10 ill. 30 s-os expozíciós időket használtunk és „fehér fényben” mértünk. A differenciális fénygörbék előállítására KUV 02464+3239 esetéhez hasonlóan három fényesebb mezőcsillag adatpontjainak átlagával mint összehasonlítóval történt.

## 5.3. Úton az asztroszeizmológiai vizsgálatok felé

### 5.3.1. Pulzációs periódusok meghatározása

Az adatsor analízise a GD 154 esetében is az éjszakánkénti adatok vizsgálatával kezdődött, majd folytatódott az öt észleléssel töltött hétnek megfelelő rész-intervallumok analízisével. Az 5.1. táblázat második oszlopában követhető nyomon az egyes éjszakák részintervallumokba történt besorolása. A Pizskés-tetőn végzett észlelések megerősítették a csillagnál korábban tapasztalt amplitúdóváltozások jelenlétét.



**5.1. táblázat.** A GD 154 PISKÉS-TETŐN VÉGZETT ÉSZLELÉSEINEK ÖSSZEFOGLALÁSA.  $N$  a végső, analizálandó adatsor pontjainak számát,  $\delta T$  az adatsor hosszát (az első és az utolsó pontból számolva, beleértve az esetleges rövidebb szüneteket is) jelöli.

Éjszaka	Szegmens	Dátum [UT], 2006.	Kezdési időpont [BJD – 2 450 000]	$N$	$\delta T$ [h]	Észlelők
01.	1.	febr. 03.	3769.520	372	4.04	PM, BE, KGy, MA, ML, PE, PP
02.	1.	febr. 05.	3771.575	335	3.28	PM, BE, KGy, MA, ML, PE, PP
03.	1.	febr. 07.	3773.519	340	4.06	PM, BE, KGy, MA, ML, PE, PP
04.	2.	márc. 02.	3797.430	585	5.66	PM, MA, ML, PE
05.	2.	márc. 06.	3801.481	484	4.72	PM, BE, PP
06.	2.	márc. 07.	3802.285	787	9.11	PM, BE, PP
07.	2.	márc. 08.	3803.305	684	6.60	PM, BE, PP
08.	3.	márc. 31.	3826.364	659	6.60	PM, BE, KGy, MA, PP
09.	3.	ápr. 02.	3828.288	291	5.03	PM, BE, KGy
10.	3.	ápr. 04.	3830.357	451	4.42	PM, ML, PE
11.	4.	ápr. 21.	3847.385	493	5.45	BZs
12.	4.	ápr. 22.	3848.321	709	6.88	BZs
13.	4.	ápr. 23.	3849.316	549	6.85	BZs
14.	4.	ápr. 24.	3850.380	468	5.20	BZs
15.	4.	ápr. 25.	3851.332	541	6.44	BZs
16.	5.	júl. 13.	3930.340	65	0.71	ML, PP, SzN
17.	5.	júl. 17.	3934.335	92	1.06	MA, ML, PP
18.	5.	júl. 18.	3935.336	161	1.83	ML, PP
19.	5.	júl. 19.	3936.342	150	1.65	ML, PP
Összesen:				8216	90.19	

Észlelők: BE: Bokor Eszter, BZs: Bognár Zsófia, KGy: Kerekes Gyöngyi, MA: Már András, ML: Molnár László, PE: Plachy Emese, PM: Paparó Margit, PP: Pápics Péter István, SzN: Sztankó Nándor

A teljes adatsor analíziséhez érve (a KUV 02464+3239-nél ismertetettek szerint) a pulzációs módusok meghatározásához segítséget jelentettek az éjszakánkénti és részintervallum adatsoroknál már meghatározott frekvenciaértékek. A fénygörbére kapott általános megoldást az 5.2. táblázat tartalmazza. A táblázatban nem tüntettem fel a kombinációs frekvenciák értékeit, viszont szerepelnek benne a korábbi észlelések eredményeiként meghatározott módusok.

Amint azt a táblázat mutatja, az eddig ismert módusok mellé két újabbat sikerült találni 69.3 ill. 74.4 c/d-nál. Viszont több, korábban észlelt módus nem volt detektálható az adatsorunk alapján. 76 c/d-nál ( $\approx 1130$  s) valószínűsíthető még egy módus jelenléte, de a hozzá tartozó frekvenciaérték meghatározása bizonytalanabb

**5.2. táblázat.** A GD 154 PISZKÉS-TETŐI ÉSZLELÉSEK ALAPJÁN MEGHATÁROZOTT PULZÁCIÓS MÓDUSAI. A táblázat tartalmazza továbbá a korábbi észlelések eredményeit is. A rövidítések feloldása: McDO – McDonald Observatórium (Robinson és mksai., 1978), vlt & BO –, „Vienna little telescope” & Baker Observatórium (Hürkal és mksai., 2005). A WET eredmények forrása: Pfeiffer és mksai. (1996). A  $-$  ill.  $+$  jelek rotációs frekvencia-felhasadásként értelmezett  $m = -1$  és  $+1$  komponenseket jelölnek.

	Piszkés-tető 2006				McDO 1977		WET 1991		vlt & BO 2004	
	$f$ [c/d]	P [ $\mu$ Hz]	A [s]	A [mmag]	$f$ [ $\mu$ Hz]	P [s]	$f$ [ $\mu$ Hz]	P [s]	$f$ [ $\mu$ Hz]	P [s]
									786.5	1271.4
$f_1$	69.3273(3)	802.4	1246.3	4.2						
$f_2$	72.5011(1)	839.1	1191.7	9.4			840.0 $^-$	1190.5		
					843.1	1186.1	842.8	1186.5		
							845.0 $^+$	1183.5		
$f_3$	74.4397(2)	861.6	1160.7	5.7					882.3 $^-$	1133.4
									885.4	1129.5
									888.8 $^+$	1125.1
							916.0 $^-$	1092.0		
$f_4$	79.3760(3)	918.7	1088.5	5.0			918.6	1088.6		
							922.5 $^+$	1084.0		
									1674.4 $^-$	597.2
									1677.7	596.1
$f_5$	214.6296(3)	2484.1	402.6	3.5			2484.1	402.6	2484.3	402.5

a fő pulzációs tartományban lévő számos csúcstól, ezért ezt nem vettem bele az asztroszeizmológiai vizsgálatoknál használt módusok közé. Szubharmonikus-közeli frekvencia nem volt meghatározható a teljes adatsor alapján. Az 5.2. táblázatban feltüntetett hibák értékeit Monte Carlo szimulációval határoztam meg.

### 5.3.2. Légköri paraméterek és a modell-grid

Több esetben határozták már meg spektroszkópiai úton a GD 154 effektív hőmérsékletét és felszíni gravitációs gyorsulásértékét. Ezek a mérések a korábbi két esethez hasonlóan iránymutatásként szolgáltak a modell-gridek felépítéséhez ill. az asztroszeizmológiai vizsgálatok diszkussziójához. A GD 154-ről kapott  $T_{\text{eff}}$  és  $\log g$  értékeket az 5.3. táblázat foglalja össze. Látható, hogy a hőmérsékleti értékek az alacsonynak számító 10 300 K-től 11 740 K-ig terjednek (mindkettőt UV spektrumok

**5.3. táblázat.** A GD 154 SPEKTROSKÓPIAI ÚTON MEGHATÁROZOTT EFFEKTÍV HŐMÉRSÉKLETE ÉS FELSZÍNI GRAVITÁCIÓS GYORSULÁSÉRTÉKEI. A rögzített érték azt jelenti, hogy az adott  $\log g$ -hez keresték a legjobb  $T_{\text{eff}}$  megoldást.

$T_{\text{eff}}$ [K]	$\log g$ [cgs]	Referenciák
11 300	8.2	Guseinov és mksai. (1983)
11 360	8.0 (rögzített)	Wesemael és mksai. (1986), UV spektrum
11 320	8.45	Daou és mksai. (1990)
10 300	8.0 (rögzített)	Kepler és Nelan (1993), UV spektrum
11 740	8.0 (rögzített)	Wesemael és mksai. (1986); Kepler és Nelan (1993), UV spektrum
11 180	8.15	Bergeron és mksai. (1995a); Liebert és mksai. (2005); Lajoie és Bergeron (2007)
11 580	8.15 (rögzített)	Bergeron és mksai. (1995a), UV spektrum
11 270	7.95	Koester és Allard (2000)
11 473	8.15 (rögzített)	Lajoie és Bergeron (2007), UV spektrum
11 328		

illesztésével kapták), de a leginkább preferált tartomány a 11 200–11 300 K körüli. A  $\log g$  meghatározások eredményeit tekintve egy kiugróan magas értéket láthatunk ( $\log g = 8.45$ , ami közelítőleg  $0.89 M_{\odot}$ -nek felel meg). A többi a  $0.58$ – $0.73 M_{\odot}$  közötti tartományt jelöli ki ( $\log g = 7.95$ – $8.2$ ).

Mivel ez a csillag hűvösebbnek és valamivel nagyobb tömegűnek tűnik a KUV 02464+3239-nél és a GD 244-nél is, ezért a GD 244 esetében használt grid további kiterjesztése mellett döntöttem egészen  $10\,600$  K-ig és  $0.8 M_{\odot}$ -ig. Figyelembe vettem továbbá a Pfeiffer és mksai. (1996) által felvetett lehetőséget, mely szerint a csillag egy igen vékony,  $\approx 10^{-10} M_{*}$ -ű hidrogénréteggel rendelkezik. Ennek megfelelően a hidrogénréteg tömegét egészen  $10^{-11} M_{*}$ -ig engedtem csökkenni. A végeredményül kapott grid paramétertartománya:  $T_{\text{eff}} = 10\,600$ – $12\,200$  K,  $M_{*} = 0.525$ – $0.800 M_{\odot}$  ( $\log g \approx 7.85$ – $8.3$ ),  $M_{\text{H}} = 10^{-4}$ – $10^{-11} M_{*}$ ,  $X_{\text{O}} = 0.5$ – $0.9$  és  $X_{\text{fm}} = 0.1$ – $0.5$ . A héliumréteg tömege az eddigieknek megfelelően  $10^{-2} M_{*}$  értéknel rögzített. Az alkalmazott lépésközkön sem változtattam:  $200$  K ( $T_{\text{eff}}$ ),  $0.005 M_{\odot}$  ( $M_{*}$ ),  $10^{-0.2} M_{*}$  ( $M_{\text{H}}$ ) és  $0.1$  ( $X_{\text{O}}$  és  $X_{\text{fm}}$ ).

A héliumréteg-tömeg változtatásának hatása is vizsgálati célom volt, ezért a Salaris-féle profilt alkalmazva felépítettem a következő gridet:  $T_{\text{eff}} = 10\,600$ – $12\,200$  K,  $M_{*} = 0.525$ – $0.800 M_{\odot}$ ,  $M_{\text{H}} = 10^{-4}$ – $10^{-11} M_{*}$  és  $M_{\text{He}} = 10^{-2}$ – $10^{-3.5} M_{*}$ . A lépésköz a héliumréteg esetében  $10^{-0.5} M_{*}$ , a többi paraméternél a fentebb említettel megegyező.

## 5.4. Eredmények a csillag fizikai paramétereire

### 5.4.1. Korábbi vizsgálatok eredményei

A GD 154-ről két korábbi asztroszeizmológiai vizsgálat ismert eddig. Az első a már többször említett Pfeiffer és mksai. (1996) cikkben olvasható, a második a GD 244-nél már szintén előkerült, nagyszámú ZZ Ceti csillag vizsgálatát magába foglaló Castanheira és Kepler (2009) cikkben található.

Pfeiffer és mksai. (1996) abból indultak ki, hogy a WET mérések alapján meghatározott három módus nem jelent elegendő információt ahhoz, hogy a modellekből kapott periódusértékekkel való összehasonlítás alapján a csillag fizikai paramétereire mondjanak valamit. Megszorítás tehető viszont a csillag szerkezetére nézve, ha feltételezzük, ez a kis számú módus valamilyen kiválasztási effektus eredményeként látható. Egy valószínű lehetőség, hogy a csillag hidrogénrétegébe befogott módusokról van szó. Ez a befogási mechanizmus igen effektív kistömegű hidrogénréteg esetén. A vizsgálatba bevonva a Robinson és mksai. (1978) által megtalált 1.52F frekvenciát és elfogadva a spektroszkópia útján korábban meghatározott  $T_{\text{eff}} = 11\,180\text{ K}$  és  $M_* = 0.70 M_{\odot}$  értékeket, a modellekkel való összevetéssel a következőre jutottak. Mindhárom általuk észlelt módus tehát befogott módus, az 1187 és 403 s-os  $l = 1$ , míg az 1089 s-os  $l = 2$  értékű. A hidrogénréteg tömege  $M_{\text{H}} = 2(\pm 1) \times 10^{-10} M_*$ , ami más ZZ Cetiknél kapott eredményekkel összevetve kiemelkedően vékony rétegnek számít.

Ezzel a három módussal dolgozva Castanheira és Kepler (2009) is megpróbálták meghatározni a csillag néhány fizikai paraméterét. A spektroszkópiai hőmérséklet- és tömegértékhez közel eső eredményeket adó modellcsaládok közül kiválasztott két modell paramétereit az 5.4. táblázat foglalja össze. Ezek a megoldások minden módusra  $l = 1$  értéket adnak és szintén vékony hidrogénréteg jelenlétét sugallják. Azonban itt is meg kell jegyezni, hogy az eredményeket mindössze három módus felhasználásával kapták a négy paraméter változtatásával létrehozott gridből, továbbá a periódusértékeket erősen befolyásoló magösszetételt 50/50 tömegszázalékos C/O összetételnél rögzítették.

**5.4. táblázat.** A GD 154 FIZIKAI PARAMÉTEREI CASTANHEIRA ÉS KEPLER (2009) ASZTROSZEIZMOLÓGIAI VIZSGÁLATAI ALAPJÁN. A táblázatban a modellekből számolt periódusokat és azok  $l$  és  $k$  értékeit is feltüntettem.

$T_{\text{eff}}$ [K]	$M_*/M_\odot$	$-\log M_{\text{H}}$	$-\log M_{\text{He}}$	Számított periódusértékek [s] ( $l, k$ )
11 200	0.68	7.5	2.0	398.2(1,5), 1088.5(1,19), 1186.9(1,21)
10 800	0.73	9.5	2.5	396.9(1,4), 1088.5(1,18), 1186.5(1,20)

### 5.4.2. Asztroszeizmológia az újonnan detektált módusokkal

A legjobbnak tűnő modellek kiválasztásakor a következőképpen jártam el. A legkisebb  $\sigma_{r.m.s.}$ -el rendelkezők közül kiválasztottam azokat, amelyek az öt módus közül legalább három esetében  $l = 1$ -es értéket adnak, majd mivel a grid igen nagy tömeg- ill. hőmérséklettartományt fog át a más csillagokra vonatkozó vizsgálatok miatt, eltekintettem azoktól a modellektől, melyek a legkisebb tömegértékekkel vagy a legnagyobb hőmérsékleti értékekkel rendelkeznek. Ez utóbbi kritériumok azt jelentik, hogy 10 600 és 11 800 K, ill. 0.6 és 0.8  $M_\odot$  ( $\log g = 8.0 - 8.3$ ) közötti modellekkel dolgoztam tovább. E határértékek meghatározásához az irodalomban jelenleg leginkább használt 11 180 K-es hőmérsékletértéket és  $\log g = 8.15$ -ös felszíni gravitációs gyorsulásértéket ( $M_* = 0.70 M_\odot$ ) vettem figyelembe. Ezek hibája minden lehetséges bizonytalanságot figyelembe véve akár 500 K és 0.1 dex is lehet, a fentebb említett határok ennél valamivel nagyobb tartományt jelölnek ki.

Az így kiválasztott modellek paramétereit az 5.5. táblázat foglalja össze. Ebben félkövér szedéssel kiemelttem azokat, amelyek a  $\log g \pm 1\sigma$  tartománynak megfelelő tömeggel rendelkeznek. Feltételezve, hogy a domináns (1192 s-os) módus  $l = 1$  értékű, a nyolc modell közül hármat lehet kiemelni ( $M_* = 0.645, 0.655$  és  $0.765 M_\odot$ ). Ezek mindegyikének hőmérséklete viszonylag közel esik a spektroszkópiai úton meghatározottéhoz és egy, a ZZ Ceti instabilitási sáv vörös széléhez közel lévő csillagra utal (ahogy azt a GD 154 esetében pulzációs tulajdonságai alapján is feltételezzük). A tömegparamétereket tekintve a 0.765  $M_\odot$ -ű van leginkább távol a spektroszkópiai értéktől.

Ha a lehetséges hidrogénréteg tömegeket tekintjük, az 5.5. táblázat modelljei elég széles tartományt fognak át  $M_{\text{H}} = 10^{-4}$  és  $1.6 \times 10^{-11} M_*$  között. Ha csupán a nyolc kiemelt modellt vizsgáljuk, akkor ebből hatnál  $M_{\text{H}}$  értéke kisebb vagy

**5.5. táblázat.** A KIVÁLASZTOTT MODELLEK PARAMÉTEREI A GD 154 ESETÉBEN. A táblázat utolsó sorában feltüntettem a spektroszkópiai úton meghatározott referenciaértékeket (Bergeron és mksai., 1995a), illetve az észlelt pulzációs periódusokat is. A spektroszkópiai  $\log g$  meghatározás hibáját figyelembe véve félkövér szedéssel emeltem ki a  $\log g \pm 1\sigma$  tartománynak megfelelő tömegű megoldásokat.

$M_*/M_\odot$	$T_{\text{eff}}$ [K]	$-\log M_{\text{H}}$	$X_{\text{O}}$	$X_{\text{fm}}$	Számított periódusértékek ( $l, k$ )					$\sigma_{r.m.s.}$ [s]
0.605	11 400	10.0	0.8	0.3	402.3 (1,4)	1086.9 (1,17)	1160.5 (2,33)	1191.8 (2,34)	1244.8 (1,20)	0.98
<b>0.645</b>	<b>11 000</b>	<b>6.8</b>	<b>0.7</b>	<b>0.3</b>	<b>402.3</b> (2,11)	<b>1090.3</b> (1,19)	<b>1160.0</b> (2,36)	<b>1193.0</b> (1,21)	<b>1246.0</b> (1,22)	<b>1.04</b>
<b>0.655</b>	<b>10 800</b>	<b>10.8</b>	<b>0.9</b>	<b>0.1</b>	<b>402.3</b> (2,10)	<b>1088.9</b> (1,18)	<b>1159.5</b> (2,34)	<b>1189.9</b> (1,20)	<b>1246.5</b> (1,21)	<b>1.01</b>
<b>0.660</b>	<b>11 000</b>	<b>6.8</b>	<b>0.6</b>	<b>0.5</b>	<b>403.3</b> (1,5)	<b>1087.5</b> (1,19)	<b>1160.7</b> (2,36)	<b>1193.3</b> (2,37)	<b>1245.6</b> (1,22)	<b>0.95</b>
<b>0.700</b>	<b>11 800</b>	<b>6.0</b>	<b>0.8</b>	<b>0.1</b>	<b>403.0</b> (1,7)	<b>1089.1</b> (2,41)	<b>1159.6</b> (1,25)	<b>1190.4</b> (2,45)	<b>1247.6</b> (1,27)	<b>1.02</b>
<b>0.705</b>	<b>10 800</b>	<b>8.8</b>	<b>0.7</b>	<b>0.2</b>	<b>401.6</b> (1,6)	<b>1087.4</b> (1,19)	<b>1160.1</b> (2,36)	<b>1192.0</b> (2,37)	<b>1247.2</b> (1,22)	<b>0.81</b>
<b>0.740</b>	<b>11 800</b>	<b>4.2</b>	<b>0.6</b>	<b>0.4</b>	<b>402.1</b> (1,7)	<b>1089.7</b> (1,26)	<b>1160.2</b> (1,28)	<b>1191.3</b> (2,51)	<b>1246.4</b> (1,30)	<b>0.66</b>
<b>0.760</b>	<b>11 600</b>	<b>6.6</b>	<b>0.9</b>	<b>0.4</b>	<b>401.5</b> (1,7)	<b>1088.3</b> (2,41)	<b>1160.8</b> (1,25)	<b>1190.9</b> (2,45)	<b>1246.5</b> (1,27)	<b>0.62</b>
<b>0.765</b>	<b>11 200</b>	<b>4.0</b>	<b>0.5</b>	<b>0.5</b>	<b>403.4</b> (1,8)	<b>1090.1</b> (2,47)	<b>1159.6</b> (1,29)	<b>1190.9</b> (1,30)	<b>1247.0</b> (2,54)	<b>1.04</b>
0.780	11 400	4.0	0.8	0.1	402.4 (2,17)	1088.7 (1,29)	1161.9 (1,31)	1191.9 (1,32)	1244.5 (2,59)	0.95
0.795	11 400	4.6	0.5	0.4	402.5 (2,15)	1088.0 (1,27)	1161.8 (1,29)	1193.0 (2,51)	1246.0 (1,31)	0.82
0.800	11 000	5.2	0.6	0.1	400.6 (1,8)	1088.2 (1,26)	1160.1 (1,28)	1192.5 (2,49)	1246.6 (1,30)	0.99
0.800	11 800	4.4	0.7	0.1	402.0 (1,8)	1089.9 (1,29)	1160.5 (1,31)	1192.2 (1,32)	1245.6 (2,59)	0.78
Referencia értékek:										
0.70	11 180				402.6	1088.5	1160.7	1191.7	1246.3	

egyenlő mint  $10^{-6} M_*$ . Az ezekből kiválasztott 0.645 és  $0.655 M_\odot$ -ű modelleknél  $M_{\text{H}} = 1.6 \times 10^{-7}$  és  $1.6 \times 10^{-11} M_*$ .

A móduszazonosítást megkísérelve azt láthatjuk, hogy nincs olyan módus, amelynél egyértelműen megmondhatnánk annak  $l$  és  $k$  értékét. Az 5.5. táblázatot áttekintve mindegyik módus előfordul  $l = 1$ -es és 2-es megoldással is. Olyan modellt nem látunk, amely mind az öt módusra  $l = 1$ -es értéket ad, négy  $l = 1$ -est a 0.74 és  $0.80 M_\odot$ -ű modelleknél találunk. Ami ennek a csillagnak az esetében is igaz, hogy főleg  $l = 1$ -es módusokat feltételezve a modellek viszonylag pontosan vissza tudják adni az észlelt periódusokat.

### Eredmények a héliumréteg tömegének változtatásával

Az 5.6. táblázat modelljei a Salaris-féle profilt alkalmazva épültek fel, kis  $\sigma_{r.m.s.}$ -el rendelkeznek, a 10 600 – 11 800 K és  $0.6 - 0.8 M_\odot$  tartományban található, legalább három  $l = 1$ -es megoldást adnak az észlelt módusokra és  $l = 1$ -es értéket a domináns módusra.

Amit láthatunk, hogy ezen modelleknél az „egylépcsős” profil eredményeivel összevetve valamivel nagyobb az eltérés a számított és mért periódusértékek között (nagyobb  $\sigma_{r.m.s.}$ -ek). Továbbá nem találunk  $10^{-2.5} M_*$ -nél vékonyabb héliumrétegeket, miközben a grid felépítésekor egészen  $M_{\text{He}} = 10^{-3.5} M_*$ -ig elmentem. Mindezek alapján arra lehet következtetni, hogy bár a  $10^{-2} M_*$ -nél vékonyabb héliumréteg jelenléte nem kizárható, de a rendelkezésre álló grideket tekintve nem tévedünk nagyot, ha továbbra is ezt az értéket preferáljuk. Jellegzetesség még egyébként, hogy a  $10^{-2} M_*$ -ű megoldásokhoz tartoznak meglehetősen vékony hidrogénrétegek.

### Asztroszeizmológiai parallaxis

A KUV 02464+3239 esetében leírt módszerrel meghatároztam a csillag asztroszeizmológiai parallaxisát a  $\log g$  alapján kiválasztott nyolc modellel. A csillag látzó vizuális fényességét az irodalmi értéknek megfelelően  $m_v = 15.33$  magnitúdónak vettem. A luminozitásértékek a következő tartományban vannak:  $\log L/L_\odot = -2.66 - -2.82$ , az ennek megfelelő parallaxisértékek 21.3 és 23.9 mas, az átlagérték 22.6 mas. Amennyiben a domináns módus  $l$  értéke alapján kiválasztott három

modellt tekintjük, a parallaxisok átlaga 22.7 mas. A csillag távolságára tehát a nyolc és a három modell alapján is  $\approx 44$  parszeket kaptam. Ez az érték összhangban van a Lajoie és Bergeron (2007) által megadott 45.4 parszekes értékkel. A távolságmodulus használatához szükséges abszolút vizuális magnitúdót ők Holberg és Bergeron (2006) fotometriai táblázatai alapján a csillag  $T_{\text{eff}}$  és  $\log g$  értékének megfelelő interpolációjával határozták meg.

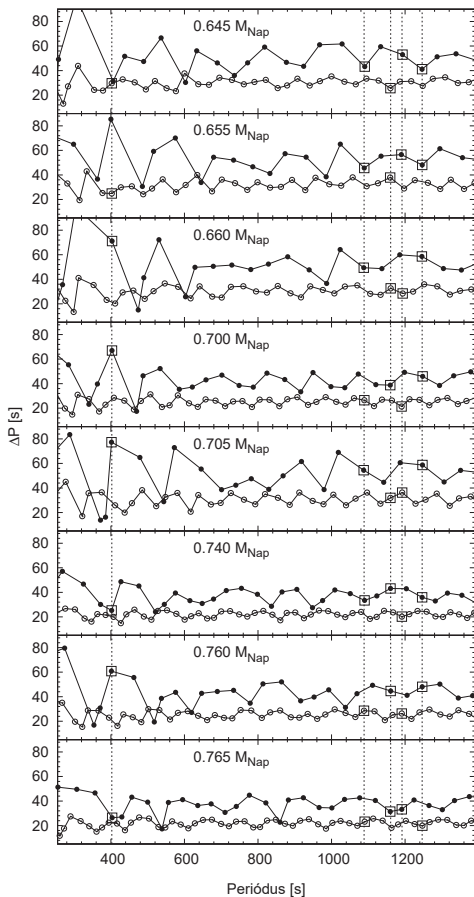
**5.6. táblázat.** A SALARIS-FÉLE PROFILT ALKALMAZÓ KIVÁLASZTOTT MODELLEK PARAMÉTEREI. Az 5.5. táblázathoz hasonlóan az utolsó sorban feltüntettem a spektroszkópiai úton meghatározott referenciaértékeket (Bergeron és mksai., 1995a), illetve az észlelt pulzációs periódusokat is. A spektroszkópiai  $\log g$  meghatározás hibáját figyelembe véve félkörvén szedéssel emeltem ki a  $\log g \pm 1\sigma$  tartománynak megfelelő tömegű megoldásokat.

$M_*/M_\odot$	$T_{\text{eff}}$ [K]	$-\log M_{\text{He}}$	$-\log M_{\text{H}}$	Számított periódusértékek ( $l, k$ )				$\sigma_{r.m.s.}$ [s]	
0.620	10 800	2.0	5.4	404.2 (2,11)	1090.0 (1,19)	1159.0 (2,38)	1192.5 (1,21)	1247.3 (1,22)	1.41
0.625	11 600	2.5	4.0	402.6 (2,11)	1087.7 (1,20)	1158.6 (2,41)	1194.3 (1,22)	1245.6 (1,23)	1.57
<b>0.630</b>	<b>11 400</b>	<b>2.5</b>	<b>4.0</b>	<b>403.2</b> (2,11)	<b>1087.2</b> (1,20)	<b>1160.5</b> (2,41)	<b>1194.1</b> (1,22)	<b>1245.9</b> (1,23)	<b>1.28</b>
0.675	11 400	2.5	5.2	402.2 (1,4)	1086.5 (1,20)	1160.5 (2,41)	1194.5 (1,22)	1246.9 (1,23)	1.58
0.685	11 800	2.0	9.4	402.3 (2,10)	1087.0 (1,17)	1161.6 (2,37)	1189.1 (1,19)	1245.9 (1,20)	1.42
0.695	11 600	2.0	9.6	400.9 (2,10)	1088.6 (1,18)	1159.3 (2,37)	1191.9 (1,20)	1244.5 (1,21)	1.24
0.750	10 800	2.0	8.4	401.0 (1,5)	1087.7 (1,18)	1161.5 (2,38)	1191.0 (1,20)	1247.9 (1,21)	1.17
0.760	10 800	2.0	8.8	402.9 (2,11)	1090.8 (1,19)	1159.1 (2,38)	1192.7 (1,21)	1245.5 (1,22)	1.38
0.775	11 400	2.5	4.6	402.3 (1,6)	1086.2 (1,24)	1159.9 (1,26)	1192.7 (1,27)	1247.3 (2,53)	1.26
Referencia értékek:									
0.70	11 180			402.6	1088.5	1160.7	1191.7	1246.3	



### **Módusbefogás vizsgálata**

Ahogy azt a korábbi asztroszeizmológiai vizsgálatok eredményeinél is már említettem, Pfeiffer és mksai. (1996) azt feltételezték, hogy az általuk detektált három módus a csillag hidrogénrétegébe van befogva. Elkészítettem tehát a nyolc kiemelt modellhez tartozó periódustávolság-diagrammokat, melyek az 5.1. ábra paneljein láthatók. Az ábrát áttekintve elmondhatjuk, hogy legtöbbször az 1088.5 s-os módus található az adott görbe egyik lokális minimumában vagy annak közelében. Ez a módus a WET észlelésekben is megjelent. A szintén korábról is ismert 402.6 s-os módus már jóval kevesebbszer látszik minimumban. A piszkés-tetői adatsor alapján domináns 1191.7 s-os sem fordul elő kiemelkedően sokszor minimum közelében. A diagrammok alapján tehát annyit lehet elmondani, hogy bár egyértelműen megcáfolni nem, de megerősíteni sem lehet hogy a három, WET adatsorban detektált módus befogás eredményeként vált jól láthatóvá, ill. hogy a domináns módus nagyobb amplitúdóját módusbefogás okozná.



**5.1. ábra.** PERIÓDUSTÁVOLSÁG-DIAGRAMMOK A  $\log g$  ALAPJÁN KIVÁLASZTOTT NYOLC MODELL ESETÉBEN. Telt karikák az  $l = 1$ , üres karikák az  $l = 2$  periódusokat jelölik. Négyzet jelöli az öt észlelt módusnak az egyes modellek esetében megfelelő periódusokat, szaggatott vonalazás pedig az észlelt periódusértékeket.

## 6. fejezet

# Összegzés és további kutatási irányok

Amikor a szakdolgozatom elkészültéhez szükséges kutatásokat végeztem, céltom alapvetően a Piskés-tetőn megfigyelt kompakt pulzátorok frekvenciaanalízise és annak megállapítása volt, hogy adott fényesség és pulzációs amplitúdók mellett mennyire jól használható adatsorokat lehet kapni az 1 m-es RCC távcső használatával. Az e munka illetve korábbi mérések során kapott jó minőségű adatsorok elég meggyőzőek voltak ahhoz, hogy fehér törpe változócsillagokat ne csak nemzetközi kampányokhoz csatlakozva észleljünk, hanem erre építve új kutatási program kezdődjön az MTA Konkoly Thege Miklós Csillagászati Kutatóintézetében témavezetőm, dr. Paparó Margit vezetésével.

Egész szezont átfogó észleléseink hiánypótlónak tekinthetők abban az értelemben, hogy a nemzetközi kampányok pár hetes időtartamához képest hosszabb időalapot biztosítanak a pulzációs frekvenciák pontos meghatározásához, miközben lehetőség nyílik az esetlegesen előforduló amplitúdóváltozások és frekvenciataralomban bekövetkező változások megfigyelésére.

Az eredményes munka feltétele a célpontok gondos kiválasztása. Figyelembe véve a viszonylag rövid pulzációs periódusok miatt szükséges rövid expozíciós időket, a távcsővel még mérésre érdemesnek tekinthető leghalványabb célpontok az amplitúdóktól függően 16 – 16.5 magnitúdó körül vannak. A programba felvett csillagoknál szempont volt még, hogy több hónapon keresztül észlelni lehessen őket. A kis amplitúdójú pulzációs ciklusok miatt nagy hangsúlyt fektettem a CCD képek optimális paraméterekkel történő feldolgozására a 2.1.1. fejezetben ismertettek szerint.

A dolgozatban három csillagról kapott kutatási eredményeimet ismertetem, ezekből két objektum esetében az eredmények Pizskés-tetőn végzett észlelések feldolgozásából születtek. Mindhárom csillag a pulzáló fehér törpék legnépesebb, ZZ Ceti (DAV) csoportjába tartozik, melyek a szénből és oxigénből álló magjuk mellett hélium és hidrogénréteggel rendelkeznek. Fejlődésüket tekintve leginkább már csak a hűlés jellemzi őket. Spektroszkópiai mérések alapján két csillag, a KUV 02464+3239 és a GD 154 az empirikus ZZ Ceti instabilitási sáv alacsony hőmérsékletű széléhez közel, míg a GD 244 inkább a közepén helyezkedik el. A fehér törpe változókról megszerzett eddigi tudásunk alapján alacsonyabb hőmérsékleteknél nagyobb amplitúdójú, hosszabb periódusú fényességváltozásokat látunk erősen nem szinuszos jellegű fénygörbék mellett. Továbbá itt várható a megfigyelt pulzációs frekvenciáknál a forróbb ZZ Cetikéhez képest kisebb mértékű stabilitás: frekvenciák amplitúdói változhatnak akár hetes-hónapos időskálán, újabbak tűnhetnek fel míg korábbiak már nem detektálhatókká válnak, ezáltal is megnehezítve a pulzáció sajátmódusainak meghatározását. A jelenség pontos fizikai magyarázata – amennyiben nem csupán közeli, fel nem bontott frekvenciák kölcsönhatásáról van szó – még várat magára.

Doktori munkám keretében már nem csak a célpontok frekvenciaanalízise és az esetlegesen a Fourier-spektrumokban bekövetkező változások rögzítése volt a célom, hanem a meghatározott pulzációs módusok felhasználásával a csillagok asztroszeizmológiai vizsgálata is. Hiszen megfigyeléseink célja alapvetően ez: a pulzáció segítségével a csillag főbb fizikai paramétereinek, belső felépítésének és a benne zajló folyamatoknak a megismerése. Az ehhez használt eszköz esetében a White Dwarf Evolution Code (WDEC) evolúciós/pulzációs kód lett.

A három csillag asztroszeizmológiai vizsgálatára 6 ill. 5-5 módus bevonásával került sor. A KUV 02464+3239 esetében korábban csak egy volt ismert, a pizskés-tetői észlelések segítségével további öt módust tudtam meghatározni. A GD 154-nél két, korábban nem detektált módust sikerült találni a hazai mérések feldolgozásával. A GD 244 esetében irodalmi értékekkel dolgoztam. A megtalált új módusok segítségével lehetővé vált a csillagok modell-gridekkel történő asztroszeizmológiai vizsgálata.

Mindhárom csillagnál támaszkodtam az irodalomban fellelhető spektroszkópiai légköri paraméterértékekre ( $T_{\text{eff}}$  és  $\log g$ ) egyrészt a modell-gridek felépítésé-

kor, másrészt a lehetséges modellek (modelleszaládok) közüli választáskor. Ez utóbira azért is volt szükség, mert a rendelkezésre álló módusok száma kicsi, ezért sok, különböző fizikai paraméterekkel rendelkező megoldás létezik, melyek egyaránt kis eltéréssel adják vissza az észlelt periódusértékeket. Az első modell-grideket a KUV 02464+3239 vizsgálatához készítettem, majd ezeket a másik két csillag becsült hőmérsékletének és tömegének megfelelően egészítettem ki további modellekkel. A végeredmény két, széles tömeg, hőmérséklet és hidrogénréteg-tartományt átfogó grid lett. Az ezek közötti egyik legfőbb különbség, hogy a magra különböző kémiai profilt adnak („egylépcsős” vagy Salaris-féle profil).

### A célpontok asztroszeizmológiájával kapott eredmények

A legjobb megoldásoknak tartott modellek kiválasztásánál mindhárom esetben a következőket tartottam szem előtt: legyen minél kisebb a számított és észlelt pulzációs periódusértékek közti különbség, a módusok legalább fele  $l = 1$ -es értéket kapjon (feltételezve ezek jobb láthatóságát), a hőmérsékleti és tömegértékek ne térjenek el jelentősen a spektroszkópiai úton meghatározottaktól (figyelembe véve ezek hibáját) és a domináns módus/módusok lehetőleg  $l = 1$ -esek legyenek. Érdekes megoldásnak tűnhet, hogy a spektroszkópiai légköri paraméterértékekhez igazítom a modellek kiválasztását, miközben éppen ezek meghatározása is az asztroszeizmológia egyik célja. Azonban egyrészt ezek hibáját figyelembe véve azért továbbra is viszonylag tág határok között mozoghatnak a kiemelt modellek, másrészt kevés módus mellett nem várható egy-két „legjobb” modell nagy biztonsággal történő kiválasztása. E helyett inkább modelleszaládokat lehet megadni, illetve segítségükkel szűkíteni bizonyos fizikai paraméterek értékeinek lehetséges tartományát.

A KUV 02464+3239 esetében a három kiemelt,  $0.645$ ,  $0.650$  és  $0.680 M_{\odot}$ -ű megoldást nézve a hidrogénréteg tömegére  $2.5 \times 10^{-5} - 6.3 \times 10^{-6} M_{*}$  adódik. A spektroszkópiai  $T_{\text{eff}}$  és  $\log g$  értékhez egyaránt közel áll ezekből a  $0.645 M_{\odot}$ -el rendelkező modell. A GD 244 esetében két módszerrel is válogattam a lehetséges modellek között. Ezek alapján két, különböző tömegű hidrogénréteggel rendelkező modelleszaládot sikerült elkülöníteni  $M_{\text{H}} \approx 10^{-5}$  ill.  $10^{-6} M_{*}$  megoldásokkal. A statisztikai módszerrel történt modellvizsgálatok megerősítették a spektroszkópiai úton kapott leginkább elfogadható hőmérséklet- és tömegértékeket. A GD 154-nél kiemelt három modell ( $M_{*} = 0.645$ ,  $0.655$  és  $0.765 M_{\odot}$ ) hidrogénrétegét tekintve

kettőnél vékony réteget kapunk ( $M_{\text{H}} = 1.6 \times 10^{-7}$  és  $1.6 \times 10^{-11} M_{*}$ ), a harmadik esetben viszont az elméletileg legnagyobb,  $10^{-4} M_{*}$  értéket. Ez a három modell hőmérsékletét tekintve megfelel az empirikus ZZ Ceti instabilitási sáv vörös széléhez közel lévő csillagnak, viszont a tömegüket nézve a másik két csillagnál kapott eredményekhez képest jobban eltérnek a spektroszkópia alapján feltételezettől ( $0.7 M_{\odot}$ ).

A leginkább egyértelműnek tűnő megszorítást a hidrogénréteg tömegére a GD 244 esetében kaptam. Ennél a csillagnál az ötből négy módus a rövid periódusú tartományban található. Ez annak igazolását mutatja, hogy a hidrogénréteg tömegére nézve az alacsony rendű módusok érzékenyek inkább (lásd pl. Bischoff-Kim és mksai. 2008b).

A ZZ Ceti-re eddig kapott hidrogénréteg tömegek  $M_{\text{H}} = 10^{-4}$  és  $10^{-10} M_{*}$  között mozognak. A fejlődési számítások alapján megjósolt tömeg  $10^{-4} M_{*}$ , mely abból a gondolatmenetből ered, hogy a csillagok fejlődésekor a hidrogén égése egészen addig zajlik, amíg ezt a tömeget elérve a mennyisége már nem lesz elegendő a fúziós folyamatok folytatásához. A nukleáris égés tehát rögzíti ezen értéknél a hidrogénréteg tömegét. Clemens (1993) néhány forróbb ZZ Ceti pulzációs periódusait együtt kezelve és különböző hidrogénréteggel rendelkező modellekével összehasonlítva szintén  $M_{\text{H}} = 10^{-4} M_{*}$ -et kapott. További kutatások azonban azt mutatták, hogy ennél több nagyságrenddel kisebb is lehet ez a szám (pl. Castanheira és Kepler (2009) 83 ZZ Ceti asztroszeizmológiájával  $M_{\text{H}} = 10^{-6.3} M_{*}$  átlagértéket állapított meg). Ez arra utal, hogy a csillagok fejlődése során a tömegvesztéssel járó folyamatok effektívebbek lehetnek a feltételezetténél. Az általam vizsgált objektumok esetében is ennél vékonyabb hidrogénréteggű megoldások vannak a kiválasztottak között.

A héliumréteg változtatásának hatását a Salaris-féle profilt használó grid segítségével vizsgáltam két csillag, a KUV 02464+3239 és a GD 154 esetében. Mindkettőnél azt találtam, hogy a jó kiindulási alapnak tekinthető  $10^{-2} M_{*}$ -ű megoldások az észlelt pulzációs tulajdonságokat tekintve jobbnak tűnnek, mint a vékonyabb rétegekkel rendelkezők.

A kiválasztott modellek luminozításainak ismeretében meghatároztam a KUV 02464+3239 és a GD 154 távolságát is, amire  $\approx 70$  ill. 44 parszeket kaptam. Megvizsgáltam továbbá a módusbefogás jelenlétének lehetőségét periódustávolság-diagrammok segítségével. Ez utóbbi vizsgálatok szerint módusbefogás magyaráz-

hatja egyes módusok nagyobb amplitúdóját, de nem feltétlenül szükséges, hogy ezek ténylegesen befogott módusok legyenek.

### **Továbblépési lehetőségek**

A fehér törpékre vonatkozó kutatómunkám nem zárul le e dolgozat elkészülteével. A tervezett további kutatási irányok elvihetnek a WDEC jobb megismerése és esetleg módosítása felé. Új, finomabb felbontású, a kódban esetleg némileg módosított paraméterezésű gridek felépítése is lehetséges. Az általunk észlelt objektumokat tekintve a GD 244-ről rendelkezésre áll egy kiterjedt észlelési anyag, melynek feldolgozásával a csillag részletesebb asztroszeizmológiai vizsgálata is célom – beleértve a héliumréteg lehetséges tömegének meghatározását, távolságadat megadását és a módusbefogás vizsgálatát. A GD 154-ről kapott adatok analízise sem zárult még le teljesen, jelenleg a rotációs frekvenciafelhasadást vizsgálom a Fourier-spektrumban látható kis amplitúdójú csúcsok közti periodicitások tanulmányozásával. Rendelkezésre állnak továbbá más ZZ Ceti csillagokról is egész szezont átfogó piszkés-tetői észlelési anyagok. Ilyenek pl. a G207-9 és az LP 133-144, melyek a DAV között a magasabb hőmérsékleti értékekkel rendelkező változók között vannak. A rövid periódusok feltehetőleg legalább olyan jól elkülöníthető modellesládok meghatározását teszik lehetővé, mint a GD 244 esetében.

### **Pulzáló fehér törpék űrfotometriája?**

Felmerülhet a kérdés, hogy mennyire van jövője a Földről, akár egy adott észlelőhelyről végzett megfigyeléseknek az űrtávcsövek korszakában. A dolgozat írásakor működő CoRoT és KEPLER műszerek idősor-fotometriája minden eddiginél pontosabban és nagyobb számban teszi lehetővé pulzációs frekvenciák meghatározását a látómezőben lévő változócsillagokra. Azonban jelen sorok írásakor nincs ismert vagy a távcsövek működése során ismertté vált fehér törpe változó a műszerek által vizsgált égitületeken. Pedig mindkét műszer esetében lehetőség van viszonylag rövid mintavételezési időkre: a CoRoT-nál 32 s-os, a KEPLER esetében 1 percnél megfelelő integrációs idővel is kaphatnánk adatpontokat a kiválasztott objektumokról (legalábbis  $\approx 16$  magnitúdós fényességig). A KEPLER működése során eddig csak pulzáló szubtörpéket sikerült észlelni. A jövőben esetlegesen fel-

bocsátásra kerülő PLATO<sup>1</sup> távcsőrendszer is idősor-fotometriát fog végezni, de csak fényesebb csillagokra kb. 11 magnitúdóig, miközben a legfényesebb ismert pulzáló fehér törpe is halványabb ennél. Elmondható tehát, hogy az űrkorszakban is érdemes és szükséges tovább folytatni a pulzáló fehér törpecsillagok rendszeres földi bázisú megfigyelését, akár nemzetközi kampányok, akár egyedi észlelések keretében.

---

<sup>1</sup> <http://www.oact.inaf.it/plato/PPLC/Home.html>



# Köszönetnyilvánítás

Elsőként köszönöm témavezetőmnek, dr. Paparó Margitnak az együtt munkával eltöltött évek során a dolgozat elkészültéhez nyújtott segítségét. Szakmai segítése, példamutatása és támogatása nélkül doktori tanulmányaimat sem kezdek volna el. A kutatómunkáról és a szakterületről szerzett ismereteim jelentős részét neki köszönhetem.

Köszönettel tartozom Paul Andrew Bradley-nek és Agnès Bischoff-Kimnek a fehér törpe evolúciós/pulzációs kód átadásáért, annak futtatásában és a kapott eredmények értelmezésében nyújtott segítségükért.

A nagy mennyiségű észlelési anyag összegyűjtésében részt vett korábbi PiStA (Pizskés Students' Astronomy Group) tagok munkáját is köszönöm, ők név szerint: Bokor Eszter, Györffy Ákos, Kerekes Gyöngyi, Már András, Molnár László, Ollé Hajnalka, Pápics Péter István, Plachy Emese, Sztankó Nándor és Verebélyi Erika.

Munkám során az MTA Konkoly Thege Miklós Csillagászati Kutatóintézetnek műszereit és számítástechnikai eszközeit használtam. A kutatómunka alapvető feltételeinek megteremtéséért köszönet illeti az Intézet volt és jelenlegi igazgatóját, dr. Balázs Lajost és dr. Ábrahám Pétert.

Köszönöm férjemnek és kollégámnak, Sódor Ádámnak az évek alatt nyújtott támogatását, amit most csak ilyen röviden tudok leírni, de ő tudja, mennyi minden van mögötte. Végezetül köszönöm családomnak, hogy megvalósíthattam az elképzelésemet és csillagász lehettem belőlem.



# Irodalomjegyzék

- Allen, C. W. 1973, *Astrophysical quantities*. University of London, Athlone Press, London
- Althaus, L. G., Córscico, A. H., Isern, J., García-Berro, E. 2010, *The Astronomy and Astrophysics Review*, 18, 471
- Barlow, B. N., Dunlap, B. H., Rosen, R., Clemens, J. C. 2008, *ApJ*, 688, L95
- Bergeron, P., Wesemael, F., Lamontagne, R., Fontaine, G., Saffer, R. A. és mksai. 1995a, *ApJ*, 449, 258
- Bergeron, P., Wesemael, F., Beauchamp, A. 1995b, *PASP*, 107, 1047
- Bischoff-Kim, A., Montgomery, M. H., Winget, D. E. 2008, *ApJ*, 675, 1512
- Bischoff-Kim, A., Montgomery, M. H., Winget, D. E. 2008, *ApJ*, 675, 1505
- Bognár, Zs., Paparó, M., Már, A., Kerekes, Gy., Pápics, P. és mksai. 2007, *AN*, 328, 845
- Bognár, Zs., Paparó, M., Bradley, P. A., Bischoff-Kim, A. 2009a, *MNRAS*, 399, 1954
- Bognár, Zs., Paparó, M., Bradley, P. A., Bischoff-Kim, A. 2009b, *AIPC*, 1170, 625
- Bognár, Zs., Paparó, M. 2010, *AIPC*, 1273, 504
- Böhm, K.H., Cassinelli, J. 1971, *A&A*, 12, 21
- Bradley, P. A. 1993, PhD thesis, The University of Texas at Austin
- Bradley, P. A., Winget, D. E. 1991, *ApJS*, 75, 463
- Bradley, P. A., Winget, D. E., Wood, M. A. 1992, *ApJ*, 391, L33
- Bradley, P. A. 1996, *ApJ*, 468, 350

- Brassard, P., Fontaine, G. 2005, ApJ, 622, 572
- Breger, M., Stich, J., Garrido, R., Martin, B., Jiang, S. Y. és mksai. 1993, A&A, 271, 482
- Brickhill, A. J. 1991, MNRAS, 251, 673
- Brickhill, A. J. 1992, MNRAS, 259, 519
- Burleigh, M. R. 1997, PhD thesis, University of Leicester
- Castanheira, B. G., Kepler, S. O. 2008, MNRAS, 385, 430
- Castanheira, B. G., Kepler, S. O. 2009, MNRAS, 396, 1709
- Chandrasekhar, S. 1939, An introduction to the study of stellar structure, Chicago, Ill., The University of Chicago press
- Chanmugam, G. 1972, Nature, 236, 83
- Clemens, J. C. 1993, BaltA, 2, 407
- Costa, J. E. S., Kepler, S. O. 2008, A&A, 489, 1225
- Costa, J. E. S., Kepler, S. O., Winget, D. E., O'Brien, M. S., Kawaler, S. D. és mksai. 2008, A&A, 477, 627
- Cox, J. P. 1980, Theory of stellar pulsation, Princeton University Press
- Csubry, Z., Kolláth, Z. 2004, in SOHO 14/GONG 2004 Workshop, Helio- and Asteroseismology: Towards a Golden Future, eds. D. Danesy, ESA SP-559, p.396
- Daou, D., Wesemael, F., Fontaine, G., Bergeron, P., Holberg, J. B. 1990, ApJ, 364, 242
- Drilling, J. S., Schönberner, D. 1985, A&A, 146, L23
- Dufour, P., Liebert, J., Fontaine, G., Behara, N. 2007, Nature, 450, 522
- Dufour, P., Fontaine, G., Liebert, J. 2008, ApJ, 683, L167
- Eisenstein, D. J., Liebert, J., Harris, H. C., Kleinman, S. J., Nitta, A. 2006, ApJS, 167, 40
- Fontaine, G., Brassard, P. 2008, PASP, 120, 1043
- Fontaine, G., Bergeron, P., Brassard, P., Billères, M., Charpinet, S. 2001, ApJ, 557, 792

- Fontaine, G., Bergeron, P., Billères, M., Charpinet, S. 2003, *ApJ*, 591, 1184
- Fontaine, G., Brassard, P., Dufour, P. 2008, *A&A*, 483, L1
- Gianninas, A., Bergeron, P., Fontaine, G. in *ASP Conf. Ser. 372*, 15th European Workshop on White Dwarfs, proceedings of the conference held 7–11 August, 2006 in Leicester, United Kingdom, eds. R. Napiwotzki and M. R. Burleigh, p. 577
- Greenstein, J. L., Trimble, V. L. 1967, *ApJ*, 149, 283
- Guseinov, O. Kh., Novruzova, Kh. I., Rustamov, Iu. S. 1983, *Astrophysics and Space Science*, 96, 1
- Handler, G. 2003, in *ASP Conf. Ser. 292*, Interplay of Periodic, Cyclic and Stochastic Variability in Selected Areas of the H–R Diagram, eds. C. Sterken, p. 247
- Hansen, B. M. S., Brewer, J., Fahlman, G. G. 2002, *ApJ*, 574, L155
- Hansen, B. M. S., Liebert, J. 2003, *Annual Review of Astronomy & Astrophysics*, 41, 465
- Holberg, J. B., Bergeron, P. 2006, *AJ*, 132, 1221
- Hürkal, D. Ö., Handler, G., Steininger, B. A., Reed, M. D. 2005, in *ASP Conf. Ser. 334*, 14th European Workshop on White Dwarfs, proceedings of a meeting held at Kiel, July 19–23, 2004, eds. D. Koester and S. Moehler, p. 577
- Iben, I., Jr., Renzini, A. 1983, *Annual Review of Astronomy & Astrophysics*, 21, 271
- Itoh, N., Hayashi, H., Nishikawa, A., Kohyama, Y. 1996, *ApJS*, 102, 411
- Jones, P. W., Hansen, C. J., Pesnell, W. D., Kawaler, S. D. 1989, *ApJ*, 336, 403
- Jordan, S., Aznar Cuadrado, R., Napiwotzki, R., Schmid, H. M., Solanki, S. K. 2007, *A&A*, 462, 1097
- Kawaler, S.D. 1986, PhD thesis, The University of Texas at Austin
- Kawaler, S. D. 2004, in *Stellar Rotation*, Proceedings of IAU Symposium No. 215, held 11–15 November, 2002 in Cancun, Yucatan, Mexico, eds. A. Maeder and P. Eenens, San Francisco: Astronomical Society of the Pacific, p.561
- Kawaler, S. D., Bradley, P. A. 1994, *ApJ*, 427, 415

- Kawaler, S. D. Sekii, T., Gough, D. 1999, ApJ, 516, 349
- Kawka, A., Vennes, S., Schmidt, G. D., Wickramasinghe, D. T., Koch, R. 2007, ApJ, 654, 499
- Kepler, S. O., Nelan, E. P. 1993, AJ, 105, 608
- Kepler, S. O., Costa, J. E. S., Castanheira, B. G., Winget, D. E., Mullally, F. és mktsai. 2005, ApJ, 634, 1311
- Kepler, S. O., Kleinman, S. J., Nitta, A., Koester, D., Castanheira, B. G. és mktsai. 2007, MNRAS, 375, 1315
- Kim, A. 2007, PhD thesis, The University of Texas at Austin
- Kleinman, S. J., Nather, R. E., Winget, D. E., Clemens, J. C., Bradley, P. A. és mktsai. 1998, ApJ, 495, 424
- Kleinman, S. J., Eisenstein, D. J., Liebert, J., Harris, H. C. 2007, in ASP Conf. Ser. 372, 15th European Workshop on White Dwarfs, proceedings of the conference held 7–11 August, 2006 in Leicester, United Kingdom, eds. R. Napiwotzki and M. R. Burleigh, p. 121
- Koester, D., Allard, N. F. 2000, BaltA, 9, 119
- Koester, D., Napiwotzki, R., Christlieb, N., Drechsel, H., Hagen, H.-J. és mktsai. 2001, A&A, 378, 556
- Koester, D., Voss, B., Napiwotzki, R., Christlieb, N., Homeier, D. és mktsai. 2009, A&A, 505, 441
- Kolláth, Z. 1990, Occasional Technical Notes of Konkoly Observatory, No. 1, <http://www.konkoly.hu/Mitteilungen/Mitteilungen.html#TechNotes>
- Kurtz, D. W., Shibahashi, H., Dhillon, V. S., Marsh, T. R., Littlefair, S. P. 2008, MNRAS, 389, 1771
- Kutter, G. S., Savedoff, M.P. 1969, ApJ, 156, 1021
- Lajoie, C.-P., Bergeron, P. 2007, ApJ, 667, 1126
- Lamb, D.Q. 1974, PhD thesis, University of Rochester
- Lamb, D.Q., van Horn, H.M. 1975, ApJ, 200, 306

- Landolt, A. U. 1968, *ApJ*, 153, 151
- Lasker, B. M., Hesser, J. E. 1971, *ApJ*, 163, L89
- Leggett, S. K., Ruiz, M. T., Bergeron, P. 1998, *ApJ*, 497, 294
- Lenz, P., Breger, M. 2005, *CoAst*, 146, 53
- Liebert, J., Wesemael, F., Hansen, C. J., 1986, *ApJ*, 309, 241
- Liebert, J., Dahn, C. C., Monet, D. G. 1988, *ApJ*, 332, 891
- Liebert, J., Bergeron, P., Holberg, J. B. 2005, *ApJS*, 156, 47
- Liebert, J., Bergeron, P., Eisenstein, D., Harris, H. C., Kleinman, S. J. és mksai. 2004, *ApJ*, 606, L147
- Limoges, M. M., Bergeron, P. 2010, *ApJ*, 714, 1037
- Marsh, M. C. 1995, PhD thesis, University of Leicester
- Marsh, T. R., Dhillon, V. S., Duck, S. R. 1995, *MNRAS*, 275, 828
- McGraw, J. T. 1977, PhD thesis, The University of Texas at Austin
- McGraw, J. T. 1979, *ApJ*, 229, 203
- McGraw, J. T., Liebert, J., Starrfield, S. G., Green, R. 1979, in: White dwarfs and variable degenerate stars, Proceedings of the Colloquium, July 30 – August 2, 1979 and Proceedings of the Fourth Annual Workshop on Novae, Dwarf Novae and Other Cataclysmic Variables, Rochester, N.Y., August 3, 1979, Rochester, N.Y., University of Rochester, p. 377
- Mestel, L. 1952, *MNRAS*, 112, 583
- Metcalfe, T. S. 2001, PhD thesis, The University of Texas at Austin
- Metcalfe, T. S. 2003, *ApJ*, 587, L43
- Metcalfe, T. S., Montgomery, M. H., Kanaan, A. 2004, *ApJ*, 605, L133
- Montgomery, M. H. 1998, PhD thesis, The University of Texas at Austin
- Montgomery, M. H. 2005, *ApJ*, 633, 1142
- Montgomery, M. H. 2007, in ASP Conf. Ser. 372, 15th European Workshop on White Dwarfs, proceedings of the conference held 7–11 August, 2006 in Leicester, United Kingdom, eds. R. Napiwotzki and M. R. Burleigh, p. 635

- Montgomery, M. H. 2008, *CoAst*, 154, 38
- Montgomery, M. H. 2009, *AIPC*, 1170, 605
- Montgomery, M. H., Williams, K. A., Winget, D. E., Dufour, P., De Gennaro, S. és mktsai. 2008, *ApJ*, 678, L51
- Mukadam, A. S., Gänsicke, B. T., Szkody, P., Aungwerojwit, A., Howell, S. B. és mktsai. 2007, *ApJ*, 667, 433
- Mullally, F., Winget, D. E., De Gennaro, S., Jeffery, E., Thompson, S. E. és mktsai. 2008, *ApJ*, 676, 573
- Nather, R. E., Winget, D. E., Clemens, J. C., Hansen, C. J., Hine, B. P. 1990, *ApJ*, 361, 309
- O'Brien, M. S. 1998, PhD thesis, Iowa State University
- Pajdosz, G. 1995, *A&A*, 295, L17
- Perlmutter, S., Gabi, S., Goldhaber, G., Goobar, A., Groom, D. E. és mktsai. 1997, *ApJ*, 483, 565
- Pfeiffer, B., Vaclair, G., Dolez, N., Chevreton, M., Fremy, J.-R. és mktsai. 1996, *A&A*, 314, 182
- Plachy, E., Bognár, Zs., Paparó, M., Molnár, L., Bradley, P. A. 2011, *MNRAS*, előkészületben
- Quirion, P.-O., Fontaine, G., Brassard, P. 2004, *ApJ*, 610, 436
- Robinson, E. L., Stover, R. J., Nather, R. E., McGraw, J. T. 1978, *ApJ*, 220, 614
- Reid, I. N. 1996, *AJ*, 111, 2000
- Richer, H. B., Ulrych, T. J. 1974, *ApJ*, 192, 719
- Riess, A. G., Filippenko, A. V., Challis, P., Clocchiatti, A., Diercks, A. és mktsai. 1998, *AJ*, 116, 1009
- Sackmann, I.-J., Boothroyd, A. I., Kraemer, K. E. 1993, *ApJ*, 418, 457
- Salaris, M., Dominguez, I., Garcia-Berro, E., Hernanz, M., Isern, J. és mktsai. 1997, *ApJ*, 486, 413
- Saumon, D., Chabrier, G., van Horn, H. M. 1995, *ApJS*, 99, 713



- Schwarzschild, M. 1958, *Structure and evolution of the stars*, Princeton, Princeton University Press
- Shibahashi, H. 2007, *AIPC*, 948, 35
- Shulov, O. S., Kopatskaya, E. N. 1974, *Astrophysica*, 10, 117
- Silvotti, R., Fontaine, G., Pavlov, M., Marsh, T. R., Dhillon, V. S. és mksai. 2007, in *ASP Conf. Ser. 372*, 15th European Workshop on White Dwarfs, proceedings of the conference held 7–11 August, 2006 in Leicester, United Kingdom, eds. R. Napiwotzki and M. R. Burleigh, p. 593
- Silvotti, R., Schuh, S., Janulis, R., Solheim, J.-E., Bernabei, S. és mksai. 2007, *Nature*, 449, 189
- Sion, E. M., Greenstein, J. L., Landstreet, J. D., Liebert, J., Shipman, H. L. és mksai. 1983, *ApJ*, 269, 253
- Tremblay, P.-E., Bergeron, P. 2008, *ApJ*, 672, 1144
- Unno, W., Osaki, Y., Ando, H., Saio, H., Shibahashi, H. 1989, *Nonradial oscillations of stars*, University of Tokyo Press
- Yeates, C. M., Clemens, J. C., Thompson, S. E., Mullally, F. 2005, *ApJ*, 635, 1239
- Warner, B., Robinson, E. L. 1972, *Nature*, 239, 2
- Weidemann, V. 2003, in *NATO Science Series II – Mathematics, Physics and Chemistry*, 105, *White Dwarfs*, proceedings of the conference held at the Astronomical Observatory of Capodimonte, Napoli, Italy, eds. D. de Martino, R. Silvotti, J.-E. Solheim and R. Kalytis, p. 3
- Werner, K., Hammer, N. J., Nagel, T., Rauch, T., Dreizler, S. 2005, in *ASP Conf. Ser. 334*, 14th European Workshop on White Dwarfs, proceedings of a meeting held at Kiel, July 19–23, 2004, eds. D. Koester and S. Moehler, p. 165
- Wesemael, F., Lamontagne, R., Fontaine, G. 1986, *AJ*, 91, 1376
- Winget, D. E. 1981, PhD thesis, University of Rochester
- Winget, D. E., Kepler, S. O. 2008, *Ann. Rev. A&A*, 46, 157
- Winget, D. E., Robinson, E. L., Nather, R. D., Fontaine, G. 1982, *ApJ*, 262, L11
- Winget, D. E., Hansen, C. J., van Horn, H. M. 1983, *Nature*, 303, 781

Winget, D. E., Hansen, C. J., Liebert, J. 1987, ApJ, 315, L77

Winget, D. E., Sullivan, D. J., Metcalfe, T. S., Kawaler, S. D., Montgomery, M. H.  
2004, ApJ, 602, L109

Wood, M. A. 1990, PhD thesis, The University of Texas at Austin

**Összefoglalás** Dolgozatomban három pulzáló fehér törpecsillag frekvenciaanalízisének és asztroszeizmológiai vizsgálatának eredményeit ismertetem. Két csillagot az MTA KTM CsKI Piszkés-tetőn található obszervatóriumában észleltünk az 1 m-es RCC távcsővel és CCD-vel. A harmadik változónál az irodalomban található pulzációs periódusértékekkel dolgoztam.

Mindhárom csillag ZZ Ceti (DAV) típusú változó. Légköri paraméterértékeik alapján a KUV 02464+3239 és a GD 154 az empirikus ZZ Ceti instabilitási sáv vörös széléhez közel helyezkedik el. A harmadik, GD 244 jelű változó az instabilitási sáv közepe felé található. Pulzációs tulajdonságaik jól illeszkednek az elhelyezkedésükhöz és a DAV-k esetében megfigyelt trendhez: az alacsonyabb hőmérsékletűek nagyobb amplitúdójú és hosszabb periódusú változásokat mutatnak erősen nem szinuszos fénygörbealak mellett. Rövid (hetes-hónapos) időskálán bekövetkező amplitúdóváltozások szintén jellemzőek. A KUV 02464+3239 esetében teszteket végeztem a megfigyelt amplitúdóváltozások lehetséges okainak feltárására. Eredményeim szerint bár közeli, nagy amplitúdójú frekvenciák bizonyos fázisviszonyok mellett okozhatják ezt, valószínűsíthető, hogy valódi (a módusok energiatarományát jellemző) változások szemtanúi vagyunk.

A KUV 02464+3239 és a GD 154 esetében öt ill. két új módot sikerült detektálni a hazai mérések alapján. Az ismert módusok számának növelésével lehetőség nyílt a csillagok asztroszeizmológiai vizsgálatára modell-gridek segítségével. Ezek felépítését a „White Dwarf Evolution Code”-ot futtatva, öt ill. négy főbb fizikai paraméter változtatásával végeztem el. A legjobbnak mondható modellek kiválasztásánál a spektroszkópia útján meghatározott effektív hőmérsékleti és felszíni gravitációs gyorsulásértékeket, a számított és mért periódusok közti különbségeket és a módusok  $l$  értékét vettem figyelembe.

A végül kiemelt modellek  $T_{\text{eff}}$  és  $\log g$  (tömeg) értékei közel vannak a spektroszkópiai értékekhez, csak a GD 154 tömege tér el valamivel nagyobb mértékben ettől. Megszorításokat tudtam adni a csillagok hidrogén- és héliumrétegének tömegére is. A legjobbnak ítélt modellek esetében  $M_{\text{H,KUV02464}} = 2.5 \times 10^{-5} - 6.3 \times 10^{-6} M_{\odot}$ ,  $M_{\text{H,GD244}} \approx 10^{-5}$  vagy  $10^{-6} M_{\odot}$  és  $M_{\text{H,GD154}} \approx 10^{-7}$  vagy  $10^{-11} M_{\odot}$ . A KUV 02464+3239 és a GD 154 esetében vizsgált héliumréteg-tömegre a  $10^{-2} M_{\odot}$ -ű megoldások jónak tekinthetők. Ezekre a csillagokra  $\approx 70$  és 44 parszekes szeizmológiai távolságértéket is meghatároztam. Megvizsgáltam a befogott módusok jelenlétének lehetőségét is. Ez bizonyos módusok relatíve nagy amplitúdóját magyarázhatja, de a vizsgálatok alapján nem feltétlenül van szükség módusbefogásra ehhez.



**Summary** In my thesis I report the results of frequency analyses and asteroseismological investigations of three pulsating white dwarf stars. In two cases the observations were made at Piszkestető (the mountain station of Konkoly Observatory) with the 1-m RCC telescope and CCD. In the case of the third object I used literature period values.

All of the targets belong to the group of ZZ Ceti (DAV) pulsators. Based on their atmospheric parameters the stars KUV 02464+3239 and GD 154 are located close to the red edge of the empirical ZZ Ceti instability strip. The third variable GD 244 can be found near the middle of the strip. Their pulsational behaviour matches their place and the general trend can be seen among the DAVs: the cooler ones show larger amplitude and longer period pulsation and have strongly non-sinusoidal light curves. Short-term variations of the pulsational modes' amplitudes (on the weeks-to-months timescale) are also common features. Using the dataset of KUV 02464+3239 I performed tests for the possible sources of the observed amplitude variability. I concluded that although closely spaced, large amplitude frequencies in certain phase relations can cause these variations, real changes in the energy content of modes seem to be plausible.

In the case of KUV 02464+3239 and GD 154 five and two new modes can be determined by our datasets, respectively. The extended number of modes allowed the asteroseismological investigations of these stars with model grids. I used the White Dwarf Evolution (and pulsation) Code to build these grids varying five or four main physical parameters. To find the best-fitting model solutions I took into account the effective temperature and surface gravity values determined by spectroscopy, the differences between the observed and calculated periods and the  $l$  values of modes.

The best models are close in  $T_{\text{eff}}$  and  $\log g$  (stellar mass) to the spectroscopic values, only the seismic mass of GD 154 seems a bit far from the expected one. I gave constraints on the hydrogen and helium layer masses of the stars. With the „favoured” models:  $M_{\text{H,KUV02464}} = 2.5 \times 10^{-5} - 6.3 \times 10^{-6} M_*$ ,  $M_{\text{H,GD244}} \approx 10^{-5}$  or  $10^{-6} M_*$  and  $M_{\text{H,GD154}} \approx 10^{-7}$  or  $10^{-11} M_*$ . For the helium layer mass of KUV 02464+3239 and GD 154,  $M_{\text{He}} = 10^{-2} M_*$  became the preferred value. I determined the seismological distance of these two stars and obtained  $\approx 70$  and 44 parsec values. I used the selected models to test the possibility of mode trapping and concluded that mode trapping can explain high amplitude modes, but is not required.