

DÉKÁNY ISTVÁN

**Pulzáló változócsillagok fizikai paramétereinek
vizsgálata félempirikus fotometriai módszerekkel**

DOKTORI ÉRTEKEZÉS

Témavezető: DR. KOVÁCS GÉZA
tudományos tanácsadó, az MTA doktora
MTA Konkoly Thege Miklós Csillagászati Kutatóintézete

Eötvös Loránd Tudományegyetem Természettudományi Kar

Fizika Doktori Iskola
Iskolavezető: DR. HORVÁTH ZALÁN

Részecskefizika és csillagászat doktori program
Programvezető: DR. CSIKOR FERENC

Budapest, 2009

*Kedvesemnek,
amiért mindvégig kitartott mellettem,
és a munkába fektetett időért, mely alatt kitartott nélkülem.*

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés	1
2. BS Comae: pulzáció és csillagfejlődés – esettanulmány	7
2.1. Fotometria	8
2.2. Fourier-analízis	10
2.2.1. A Fourier-paraméterek tulajdonságai	15
2.3. Fotometriai fémtartalom és effektív hőmérséklet	18
2.3.1. A BVI módszer	19
2.4. Fundamentális paraméterek	24
2.4.1. A CPE módszer	25
2.4.2. Pulzációs modellek	26
2.4.3. Fejlődési modellek	27
2.4.4. Kombinált pulzációs és fejlődési megoldás	30
2.4.5. Az eredmények bizonytalansága	34
2.4.6. A nemlinearitás és a konvekció becsült hatása	37
2.5. Összegzés	40
3. A teljes RRd paramétertér vizsgálata	43
3.1. Módszer és adatok	43
3.1.1. A modelleredmények és a megfigyelések viszonya	47
3.2. A fizikai paraméterek interrelációi	53
3.3. PLC reláció	57
3.4. A nemlinearitás és a konvekció becsült hatása	60
3.5. Összegzés	62
4. Az M53 gömbhalmaz idősor-fotometriai felmérése	65
4.1. Fotometria	66
4.1.1. Megfigyelések	66
4.1.2. Képfeldolgozás	67
4.1.3. Az idősorok utófeldolgozása	71
4.2. RR Lyrae csillagok	78
4.2.1. PLC reláció és a halmaz távolsága	84
4.2.2. Fémtartalom	87
4.3. Rövid periódusú változók	95
4.4. Hosszú periódusú változók	97

4.5. Összegzés	101
5. Összefoglalás és kitekintés	105
A. Az ismert kétmódusú mező RR Lyrae csillagok	109
B. A BVI módszer tesztsillagai	111
C. A CPE módszerrel meghatározott fizikai paraméterek	113
Ábrák jegyzéke	119
Táblázatok jegyzéke	123
Köszönetnyilvánítás	125
Irodalomjegyzék	127

Bevezetés

Az időben változó fényességű csillagok vizsgálata az 1572-es és az 1604-es szupernóva észlelése óta alapvető szerepet játszik a Világegyetemről alkotott képünk formálásában. Az asztrofizika hajnalán változócsillagászati megfigyelések jelentettek az első utat a csillagok olyan elemi fizikai tulajdonságainak meghatározásához, mint tömegük (Vogel 1890) és távolságuk (Leavitt 1908). A pulzáló változócsillagok a múlt század első felétől fogva a megfigyelési asztrofizika elsődleges célpontjai, mivel oszcillációik tulajdonságai szoros kapcsolatban állnak szerkezetükkel – a csillagok belső felépítéséről szerzett alapvető ismereteink nagy része máig ezen objektumok vizsgálatából származik. A megfigyelések által hordozott fizikai információ elsősorban a pulzáció folyamatának modellezésén, majd az elméleti eredményeknek az észlelhető fizikai paraméterekkel való összehasonlításán keresztül válik hozzáférhetővé, közvetett úton így ellenőrizve, finomítva ismereteinket. A pulzáció tanulmányozásán keresztül nemcsak a csillagok belső szerkezetének és a belsejükben lejátszódó folyamatoknak a megértéséig juthatunk el, de alapvető fizikai paramétereik ismeretében fényt vetnek kozmikus környezetük sajátosságaira és történetére is.

Galaxisunkon belüli könnyű megfigyelhetőségük miatt a nagy amplitúdójú radiális pulzációt végző objektumok, a Cefeidák és az RR Lyrae csillagok tekinthetők a pulzáló változócsillagok „klasszikus” típusainak. Fényességük és radiális sebességük periodikus változását A. A. Ritter már 1879-ben helyesen értelmezte, de elgondolása csak a XX. század első felében vált általánosan elfogadottá, miután Eddington, Ledoux és Rosseland lefektették a radiális pulzáció elméleti alapjait. Az utóbbi két évtizedben a változócsillagászati kutatások, ezen belül a pulzáló változók vizsgálata a megfigyelések és az elméleti tanulmányok szempontjából egyaránt hatalmas lendületet kapott, köszönhetően a számítástechnika és a megfigyelési technika korábbiakhoz képest ugrásszerű fejlődésének. A földfelszínről és a légkörön túlról végzett idősor-fotometriai programok hatalmas mennyiségű homogén megfigyelési adatot biztosítanak. Az utóbbi idők kitaró vizsgálatai felfedték, hogy különböző gerjesztési mechanizmusoknak köszönhetően a legkülönbözőbb állapotú csillagok szinte mindegyike pulzál valamely rezgési sajátmódusában, és mindössze megfigyelési technika kérdése, hogy észleljük-e ezeket a rezgéseket vagy sem. Egyelőre azonban ezen – zömmel nemradiális – oszcillációk által a csillagról hordozott fizikai információ kiak-

názása, a mögöttük rejlő gerjesztési és csillapítási folyamatok megértése, a módusazonosítás, és sokszor még a rezgési alapfrekvenciák elkülönítése is óriási kihívást jelent. A mérési technika fejlődésével az észlelési lehetőségek határai ugyanakkor nemcsak az egyre kisebb amplitúdójú pulzációk felé tolnak ki, de a távoli, halvány rendszerek közül is egyre több válik felbonthatóvá, emellett saját Galaxisunk központi régiójába (*bulge*) is egyre mélyebb betekintést nyerhetünk, így lehetővé válik az itt található nagy amplitúdójú radiális pulzációt végző csillagok vizsgálata. A „klasszikus” pulzáló változók ezáltal egyedülálló lehetőséget nyújtanak, hogy a róluk szerzett kiterjedt, jól megalapozott ismereteinkre támaszkodva feltérképezzük e távolabbi kozmikus területek alapvető fizikai tulajdonságait és fejlődésük történetét. Dolgozatomban elsősorban az e csoportba tartozó pulzáló változócsillag-fajta, az RR Lyrae típusú változócsillagok globális fizikai paramétereinek vizsgálatával foglalkozom.

Az RR Lyrae csillagokat közepesen nagy fényességűeknek és nagy amplitúdójú, fél–egy nap körüli periódusú fényváltozásuknak köszönhetően már a XIX. század végén felfedezték. Elsőként S. I. Bailey azonosította őket, elsősorban gömbhalmazokban (emiat sokáig halmazváltozóknak nevezték őket), később azonban a mezőben is egyre többet fedeztek fel közülük. Ma sok ezer RR Lyrae csillagot ismerünk a Lokális Csoport galaxisaiban és az ezekhez tartozó gömbhalmazokban. Kis tömegű ($0,6\text{--}0,8 M_{\odot}$), II. populációs csillagok, nukleáris fejlődésük szempontjából a magban végbemenő héliumégés fázisában vannak, így a Hertzsprung–Russell diagramon a horizontális ág és az instabilitási sáv metszetében helyezkednek el. A klasszikus instabilitási sávban található további változócsillag-típusokhoz hasonlóan az RR Lyrae csillagok pulzációját is a hidrogén és a hélium parciális ionizációs zónájában végbemenő intenzív, lokális energiaelnyelési folyamatok, az ún. κ - és γ -mechanizmus hajtják.

A radiális módusban pulzáló csillagok instabilak a külső részüket alkotó konvektív burokban végbemenő kis perturbációkkal szemben, így ezek makroszkopikus méretűvé fejlődnek. A perturbációkat a környező stabil rétegekben lezajló nagyléptékű nemlineáris csillapítási effektusok fékezik meg. Ezek együttes hatására a csillag szerkezete által determinált egy vagy több instabil módusban sajátrezgés alakul ki. A pulzációs instabilitást az opacitás kompresszió hatására végbemenő növekedése okozza. Ez a hatás a csillag különböző ionizációs fokú gázt tartalmazó rétegei között található vékony parciális ionizációs zónák belső felén megy végbe – ott, ahol a gáz szabadsági fokainak számában ugrás következik be. A megnövekedett opacitás a csillag belsejéből kifelé áramló sugárzási energia hatékonyabb elnyelődéséhez vezet, így a gáz munkát tud végezni a környezetén. A zónák külső oldalán ugyanakkor ellentétes, stabilizáló hatás érvényesül. A parciálisan ionizált gázrétegek ez a

viselkedése a κ -mechanizmus. Ha az elnyelt energia nagy része a gáz további ionizációját okozza, növelve az instabilitást, akkor γ -mechanizmusról, vagy – mivel a két folyamat sok esetben együtt jár – κ - γ mechanizmusról beszélünk. Stabil radiális pulzáció akkor jön létre, ha a hajtásmechanizmust kiváltó parciális ionizációs zónák megfelelő mélységben helyezkednek el, valamint a csillagburok ezen a rétegeiben a sugárzási energiáttranszport domináns a konvektív energiáttranszporttal szemben. A κ -mechanizmus lehetőségét elsőként Eddington (1926) vetette fel, ám részletes elméleti kidolgozását csak jóval később végezték el (Cox 1963). Az RR Lyrae csillagokban mindkét mechanizmus a hidrogén és a hélium parciális ionizációs zónájához kötődik. A pulzáció gerjesztésében a He III zóna játssza a döntő szerepet, azonban a pulzáció „lefutásában” a H II és a He II zónáknak is fontos szerepe van (Christy 1962).

Az RR Lyrae csillagok domináns hányada a radiális alapmódusban vagy az első felhangban pulzál, osztályozásukat is eszerint végezzük: Bailey hajdani elnevezéseit megőrizve rendre RRab és RRc csillagokként utalunk rájuk¹. Az RRab csillagok 0,3–1,2 nap periódusú, aszimmetrikus, a V sávban jellemzően 0,5 és 2 mag közötti amplitúdójú fénygörbével rendelkeznek, minimális és maximális fényességük között csupán néhány óra telik el. Az RRc csillagok fénygörbéi ezzel szemben erősen szimmetrikusak, gyakran szinuszosak, V amplitúdójuk nem éri el a 0,8 magnitúdót, periódusuk általában 0,2 és 0,5 nap közé esik. A legrövidebb periódusú egymódusú RR Lyrae-eket bizonyos források RRe csillagokként klasszifikálják, mely elnevezés használata mögött az a feltételezés áll, hogy ezen objektumok a második felhangban pulzálnak (ld. pl. Walker & Nemeč 1996; Clement & Rowe 2000). Más szerzők ugyanakkor úgy vélik, hogy ezen csillagoknak legalább egy része a perióduseloszlás rövid végén található RRc csillag (ld. pl. Kovács 1998; Bono et al. 1997). Másfelől pedig a modellszámítások ezidáig nem támasztották alá a második felhangban pulzáló RR Lyrae-k létezését. Az egy módusban pulzáló RR Lyrae csillagok egy része multiperiodikus viselkedést mutat, mely a fénygörbe amplitúdó- és fázismodulációjában nyilvánul meg. Ezt a viselkedést felfedezője után Blazhko-effektusnak hívjuk, és noha immár több mint száz éve ismert jelenségről van szó, kielégítő elméleti magyarázata a mai napig hiányzik. Az utóbbi évek megfigyelései felfedték, hogy a moduláció amplitúdója igen alacsony is lehet, emiatt számos ismert RR Lyrae mutathat a korábbi mérései pontossággal nem kimutatható modulációt – részarányuk az RRab csillagok körében az 50%-ot is meghaladhatja (Jurcsik et al. 2009a). Az RR Lyrae-k harmadik nagy csoportját az első két radiális módusban egyidejűleg stabilan pulzáló RRd csillagok alkotják. Első képviselőjüket csak a múlt század második felében fedezte fel Jerzykiewicz & Wenzel (1977) a galaktikus mező csillagai között, majd pár évvel később gömbhalmazbeli RR Lyrae-k között is sikerült

¹ Az utóbbi évtizedben az RR0 és RR1 megnevezés is elterjedt (Alcock et al. 2000).

kimutatni ezt a típust (Sandage et al. 1981, M15). Egy ideje feltételezik, hogy a fenti, klasszikus RRd-k mellett egyes kétmódusú RR Lyrae csillagokban a második felhang válik gerjesztetté (Alcock et al. 2000). A CoRoT² űrmisszió rendkívüli pontosságú idősorainak tanúsága szerint valóban létrejöhet az alaplómódusban és a második felhangban pulzáló kétmódusú RR Lyrae csillag, továbbá az is bizonyosnak látszik, hogy a fényváltozás szempontjából domináns radiális módusok mellett az RR Lyrae-k legalábbis egy részében nemradiális módusok is gerjesztődnek (Chadid et al. 2009). Ez utóbbi rezgési komponensek jelenlétét a Blazhko-effektus lehetséges elméleti magyarázataival összefüggésben korábban is gyanították (pl. Dziembowski & Mizerski 2004).

Az RR Lyrae csillagok igen sokrétű asztrofizikai jelentőséggel bírnak. Közepesen nagy abszolút fényességűk és annak kis természetes szórása révén alkalmasak idős extragalaktikus csillagrendszerre, illetve saját Galaxisunk II. populációs alrendszeireinek (bulge, halo, gömbhalmazok) vizsgálatára, alapvető fizikai jellemzőik meghatározására. A Cefeidákhoz hasonlóan periódusuk és abszolút fényességük között lineáris korreláció található, melynek köszönhetően pontos távolságindikátorokként használhatók – a Lokális Csoporton belül a kozmikus távolságskála lényeges lépcsőfokát alkotják (pl. Catelan 1996; Kovács & Jurcsik 1997; Benedict et al. 2002). Idős objektumok lévén a Galaxis korai életszakaszának tanúi, eloszlásuk vizsgálatával betekintést nyerhetünk a dinamikai fejlődés egyes mozzanataiba (pl. Martínez-Delgado et al. 2001). Fénygörbéjük pontos alakja és globális fizikai paramétereik között igen szoros kapcsolat áll fenn, melynek egyes aspektusai megfelelő statisztikai minta és pontos megfigyelések birtokában teljesen empirikus úton is felfedhetők. Az egyik legfontosabb ilyen összefüggés a fénygörbe Fourier-paramétereinek és a [Fe/H] index közötti lineáris reláció (Jurcsik & Kovács 1996), melynek köszönhetően az RR Lyrae-k az őket tartalmazó csillagpopulációk kémiai összetételének, kémiai fejlődésének nyomjelzőiként használhatók. A csillagfejlődés jól meghatározott állapotában vannak, és alapvetően tiszta radiális pulzátoroknak tekinthetők. Szerkezetük jól modellezhető, így a fejlődési és pulzációs modellek lényeges tesztobjektumai.

Az RR Lyrae-k és a pulzációelméleti szempontból hozzájuk nagyon hasonló Cefeidák radiális pulzációjának modellezésével a XX. század első fele óta foglalkoznak. Az első lineáris, adiabatikus modellek segítségével csak a periódusok prediktálására nyílt lehetőség. A pulzációt hajtó folyamatok (κ - γ mechanizmus) figyelembevételéhez és a módusok stabilitásának vizsgálatához nemadiabatikus modellekre van szükség (pl. Cox 1963; Castor 1971). A lineáris nemadiabatikus (LNA) modellek használatával feltérképezhető az instabilitási sáv alapvető topológiája, vagyis a módusok gerjesztési tartományai és az instabilitási sáv széleinek hozzávetőleges

² Convection, Rotation, and Planetary Transits

helyezete. Míg a kék szélről a teljesen radiatív modellek is adnak információt, az instabilitási sáv vörös szélének megbecsléséhez a konvektív energiáttranszport figyelembevétel is szükséges, mivel itt az ionizációs zónákban létrejövő erős konvekció vezet a radiális alpmódus stabilitásához (ld. pl. Tuggle & Iben 1973). A lineáris modellek alkalmasak a periódusok és a csillag globális fizikai paramétereire közötti általános összefüggések nagy pontosságú meghatározására is, mivel a pulzációs periódusok alapvetően a csillag átlagos sűrűségétől függenek ($P \propto \rho^{-1/2}$), mely viszont kifejezhető annak fundamentális paramétereivel. E tekintetben van Albada & Baker (1971) eredményei tekinthetők alapvetőnek – konvektív LNA modelljeik segítségével ők határozták meg először az RR Lyrae-k periódusa és fundamentális paramétere (tömege, luminozitása és effektív hőmérséklete) közötti egyszerű (logaritmikusskálán) lineáris kapcsolatot az alpmódus és az első felhang esetében. A fundamentális paraméterek közvetlen kapcsolatot biztosítanak a lineáris modellek, valamint a fejlődési modellek és a megfigyelések között.

A pulzáció amplitúdója, valamint a fényesség, radiális sebesség, sugár, hőmérséklet stb. pulzációs ciklus során bekövetkező változásának alakja csak a nemlinearitás figyelembevételével modellezhető. A nemlineáris pulzáció hidrodinamikai szimulációja terén Christy (1964, 1967), majd Stellingwerf (1974) munkája játszott úttörő szerepet. A pulzációs határciklusok viselkedése radiatív modellekkel is tanulmányozható (pl. Kovács & Kanbur 1998a), azonban a fény- és radiálissebesség-görbék morfológiai sajátosságait ezek a modellek nem tudják megfelelően visszaadni. Jobb eredmények érhetők el a nemlineáris, nemadiabatikus, konvektív kódokkal, melyek egyben igen jelentős numerikus számítási kapacitást igényelnek. Ezek nagy része Stellingwerf (1984) nemlokális, időfüggő konvekciót tartalmazó modelljén alapszik. A turbulens konvektív modellek segítségével az utóbbi évtizedben a megfigyelésekkel egyre konzisztensebb eredményeket sikerült elérni mind a pulzáció morfológiai tulajdonságai, mind pedig az instabilitási sáv topológiai részleteit illetően (pl. Feuchtinger 1999; Szabó et al. 2004).

A pulzáló változócsillagok vizsgálatában különösen fontos szerepet játszanak az egyszerű két radiális módusban pulzáló objektumok, mivel (amennyiben a módusazonosítás helyes) néhány észlelhető mennyiség birtokában radiális pulzációs modellek alapján jó becslés adható a csillag globális fizikai paramétereire vonatkozóan. A lineáris modellekből az egyes módusokra ($i = 0, 1, \dots$) kapott $P_i = f_i(L, \mathcal{M}, T_{\text{eff}}, Y, Z)$ relációk invertálásával két módus esetén meghatározhatjuk a tömeg (\mathcal{M}) és a luminozitás (L) értékét, amennyiben (pl. fotometriai vagy spektroszkópiai úton) megfelelően pontos információt tudunk szerezni a csillag effektív hőmérsékletéről és kémiai összetételéről (pl. Kovács & Walker 1999; Kovács 2000a,c). Itt fontos megemlíteni, hogy az RR Lyrae-k tömegére vonatkozóan az RRd csillagok

modellezése révén juthatunk a legbiztosabb információhoz, mivel egyetlen RR Lyrae csillagot sem ismerünk, amely minden kétséget kizáróan kettős rendszer tagja volna. A lineáris modellek alapján számított fizikai paramétereiből származó távolságskála alapvetően jó egyezésben van számos más független módszer eredményeivel (pl. van Leeuwen et al. 2007; Benedict et al. 2007; McNamara et al. 2007; Kovács 2003; Storm et al. 2004). A kétmódusú radiális pulzáció nemlineáris hidrodinamikai kódokkal is modellezhető. Stabil kétmódusú pulzáció radiatív hidrodinamikai modellekben is megvalósulhat (legalábbis az RR Lyrae-k esetében), ám ehhez mesterségesen megnövelt viszkozitást kell alkalmazni (Kovács & Buchler 1993). A legújabb, turbulens konvekciót is tartalmazó nemlineáris modellek a Cefeidák (Kolláth et al. 1998) és az RR Lyrae csillagok (Feuchtinger 1998; Szabó et al. 2004) esetében is számot adnak a stabil kétmódusú pulzációról. Noha a nemlineáris kétmódusú modellek fizikai paraméterei alapvetően konzisztensek a mérési adatokkal, továbbá a modellfénygörbék nagyfokú hasonlóságot mutatnak az észlelésekkel, egy adott kétmódusú változó észlelési adatainak direkt nemlineáris modellezése egyelőre nem megvalósítható.

Dolgozatom első felében a kétmódusú RR Lyrae csillagok fundamentális paramétereinek meghatározásával foglalkozom. Erre a célra egy új eljárást dolgoztam ki, mely a lineáris pulzációs modellek és a horizontális ági fejlődési modellek elméleti megkövetései egyidejűleg figyelembe véve lehetővé teszi a vizsgált csillag fizikai paramétereinek igen pontos becslését kizárólag az észlelt periódusok alapján. Amennyiben a csillagról további megfigyelési információ (pl. többszín-fotometria, spektroszkópiai fémtartalombecslés stb.) is rendelkezésre áll, az közvetlenül felhasználható a kapott eredmények pontosságának növelésére. A módszert a második fejezetben, a BS Comae mező RRd csillag kiterjedt többszín-fotometriai megfigyelési anyagán alapuló részletes esettanulmány formájában mutatom be. A harmadik fejezet az eljárás további alkalmazásának eredményeit tartalmazza. A vizsgált objektumok a teljes RRd paramétertérre nézve reprezentatív mintát alkotnak, így a rájuk kapott eredmények egyben betekintést adnak a különböző fizikai paraméterek között fennálló, a pulzáció és a csillagfejlődés által meghatározott lényeges, belső összefüggésekre.

Az M53 gömbhalmaz idősor-fotometriai felmérése képezi dolgozatom másik szerves egységét. A negyedik fejezet első felében ismertetett, gömbhalmaz-fotometriai célra elsőként itt alkalmazott újszerű redukációs technika lehetővé tette pontos idősorok készítését a halmazban található nagyszámú RR Lyrae csillagról, emellett számos új, kis amplitúdójú pulzáló változócsillag felfedezéséhez vezetett. A fejezet második felében a halmaz távolságának és fémtartalmának vizsgálatára koncentrálok, alapvetően az RR Lyrae csillagok fotometriai adataira támaszkodva.

BS Comae: pulzáció és csillagfejlődés – esettanulmány

Kiemelt asztrofizikai fontosságuk ellenére a kétmódusú RR Lyrae csillagok megfigyelési szempontból viszonylag kevésbé tanulmányozott objektumoknak mondhatók. Ennek egyik oka, hogy a galaktikus mezőben található, fényes képviselőik közül ezidáig csak kevésnek sikerült nyomára bukkanni. Az ezredfordulón, bő két évtizeddel az első ismert kétmódusú RR Lyrae, az AQ Leonis felfedezése után (Jerzykiewicz & Wenzel 1977) mindössze négy mező RRd csillagot ismertünk (Garcia-Melendo et al. 2001; Kovács 2001b). Az elmúlt egy évtized alatt azonban az automata égboltfelmérési programok, elsősorban az ASAS¹ és az NSVS² eredményeinek köszönhetően számuk megsokszorozódott. Jelen dolgozat írásával egy időben összesen harminc ismert kétmódusú mező RR Lyrae csillagról tesz említést a szakirodalom (ld.: A.1. táblázat), azonban túlnyomó többségük esetében a rendelkezésre álló idősorok alapján csupán periódusaik (sokszor csak hozzávetőleges) értékéről van információ, pontosan kalibrált többszín-fotometriai vagy spektroszkópiai megfigyelés nagy részükről egyelőre nem készült. Számos galaktikus gömbhalmazban is sikertült RRd csillagot detektálni, némelyikükben az egymódusú RR Lyrae csillagokhoz képest igen magas előfordulási aránnyal (pl. M15, IC4499, ld. Clement et al. 2001). A 90-es években elindított, a gravitációs mikrolencse-effektusok észlelését célzó szisztematikus fotometriai felmérések óriási mennyiségű mérési adatot szolgáltatottak a változócsillagászati kutatások számára. A MACHO³ és az OGLE⁴ programoknak köszönhetően a Kis és Nagy Magellán-felhőben (SMC, LMC) nagyságrenddel több kétmódusú RR Lyrae csillagot ismerünk, mint saját Galaxisunkban. A közelmúltban nyilvánosságra hozott OGLE-III idősorok alapján az ismert RRd csillagok száma az LMC-ben mára kis híján eléri az ezret (Soszyński et al. 2009). Emellett a fenti megfigyeléssorozatok a galaktikus *bulge* csillagai között is számos RRd felfedezéséhez vezettek (pl. Mizerski 2003; Moskalik & Poretti 2003; Pigulski et al. 2003).

¹ All Sky Automated Survey, <http://www.astrouw.edu.pl/asas/>

² Northern Sky Variability Survey, <http://skydot.lanl.gov/nsvs/nsvs.php>

³ Massive Compact Halo Objects, <http://www.macho.anu.edu.au/>

⁴ Optical Gravitational Lensing Experiment, <http://ogle.astrouw.edu.pl/>

A BS Comae ($\alpha = 13^{\text{h}}34^{\text{m}}39^{\text{s}}$, $\delta = +24^{\circ}16'38''$) galaktikus mezőbeli RR Lyrae csillag eredetileg a Clementini et al. (1995b) által közölt „anomális” fényességváltozása miatt került a *Konkoly Blazhko Survey*⁵ (KBS, Sódor 2007; Jurcsik et al. 2009b) megfigyelési programjába. Az akkoriban rendelkezésre álló szórványos CCD fotometria és Kurochkin (1961) fotografikus mérései alapján a szerzők valószínűsítették, hogy a csillag alapmódban pulzál, és fénygörbéje 27–28 napos periódussal nagy amplitúdójú modulációt mutat (Blazhko-effektus). Az adatok kis száma és kedvezőtlen időbeli eloszlása miatt azonban a csillag valódi viselkedésének megértéséhez további fotometriai mérésekre volt szükség. A KBS-észlelésekkel egy időben Wils (2006a) az ASAS-3 és az NSVS égboltfelmérések idősorainak analízise alapján arra a helyes következtetésre jutott, hogy a BS Com valójában kétmódusú RR Lyrae csillag⁶.

2.1. Fotometria

A BS Comae fotometriai megfigyelését a Konkoly Observatórium 60 cm-es automatizált svábhegyi távcsövével végeztük három egymást követő észlelési szezonban, 2005 március 1-je és 2006 április 17-e között, összesen 35 éjszakán. A mérésekhez egy 750×1100 pixeles, Newton-fókuszban elhelyezett Wright CCD detektort használtunk, amely $17' \times 24'$ méretű látómezőt biztosított (a részletes technikai leírát ld.: Bakos 1999). A felvételeket a Johnson és a Kron-Cousins fotometriai rendszer B , V , R , I hullámsávjaiiban, expozícióként ciklikusan váltott szűrőkkel készítettük. A teljes mérésorozatot során az objektumot és környezetét a négy színben összesen 3397-szer észleltük. A felvételek számát szezononként és szűrőnként a 2.1. táblázat mutatja. Az adatok nagy száma és a fényváltozás nagyfokú fázislefedettsége miatt 2009-ben ez a legkiterjedtebb, kétmódusú RR Lyrae csillagról rendelkezésre álló többszín-fotometriai adatsor.

A nyers CCD felvételek feldolgozásához az IRAF programcsomag standard funkcióit használtam. A szükséges kalibrációs műveleteket (ez esetben *bias* és *flat-field* korrekciót) követően a BS Comae relatív fluxusát apertúra-fotometriával határoztam meg, referenciaobjektumként a hasonló színindexekkel rendelkező, tőle kis szög távolságra található BD +24 2598 jelű csillagot használtam. Az összehasonlító csillag fényességének stabilitását a GSC 00454-00454 és az USNO-B1 1143-0206728 jelű objektumokkal ellenőriztem. Az így meghatározott instrumentális fényességadatokat lineáris transzformációk segítségével standardizáltam. A színrendszer-transzformáció észlelési szezononként meghatározott együttthatói (távcsőkonstansok) a KBS inter-

⁵ <http://www.konkoly.hu/24/index.html>

⁶ Ugyanakkor Wils az alapmódus frekvenciáját hibásan, a valódi pulzációs komponens 1 ciklus/éves *alias* frekvenciájaként azonosította.

2.1. táblázat. BS Comae – MEGFIGYELÉSI STATISZTIKA

Dátum [JD – 2450000]	Éjszakák	Felvételek száma			
		<i>B</i>	<i>V</i>	<i>R</i>	<i>I</i>
3431 – 3467	19	568	566	561	543
3744 – 3762	7	0	148	149	149
3824 – 3843	9	0	256	214	243
Összesen:	35	568	970	924	935

netes honlapján közzétéve található. A teljes fotometriai anyag elektronikusan hozzáférhető a Centre de Données Astronomiques de Strasbourg (CDS) archívumában.

A BS Comae relatív fénygörbéinek nullponti kalibrációját a *B*, *V* és *I* hullám-sávokra végeztem el. Az ehhez szükséges további mérések során meghatároztam a BD+242598 jelű összehasonlító csillag fényességét a vizsgált égtérülettől legkisebb szögtávolságra található standard csillag, a közeli FK Comae összehasonlítójaként használt HD 117876 fényességéhez képest ($V = 6^{\text{m}}082$, $B - V = 0^{\text{m}}968$, $V - R = 0^{\text{m}}522$, $V - I = 1^{\text{m}}017$, ld. Holtzman & Nations 1984). A megfigyeléseket a csillagok két egymást követő delelése során, kiváló észlelési körülmények között hajtottam végre. Annak érdekében, hogy a HD 117876 nagy fényessége miatt fellépő szaturáció elkerülhető legyen, szükség volt a csillagról beérkező fluxus nagy részének kitakarására. E célból egy egyedi készítésű cirkuláris diafragmát helyeztem a távcső-tubus belépő nyílására, mellyel a műszer effektív apertúráját jelentős mértékben, az eredetinek kb. a 10 %-ára csökkentettem. A feladatot tovább bonyolította, hogy a HD 117876 és a BD+242598 közötti $\sim 24'$ szögtávolság miatt nem volt lehetőség a két csillag közös látómezőben történő észlelésére. Így a lehető legnagyobb fotometriai pontosság érdekében (elkerülendő a légkör állapotának időbeli változása miatt fellépő hibákat) a két külön égtérületről felváltva készítettem felvételeket. A köztük lévő kis szögtávolság által lehetővé tett gyors átpozicionálásoknak és a HD 117876-ra végzett rövid expozícióknak köszönhetően az egymást követő mérések között ez csak minimális időbeli eltérést okozott. Mindkét csillagról a *B*, *V* és *I* hullám-sávban rendre 5, 10 és 9 mérési pont készült, melyeket a színrendszer-transzformáció előtt a légköri extinkció hatására is korrigálni kellett. A fent ismertetett kalibrációs mérések eredményeit és hibáit a 2.2. táblázat foglalja össze. A itt szereplő értékek a BS Com esetében a következő fejezetben ismertetett fénygörbemegoldás figyelembevételével, a teljes pulzációs ciklusra számított magnitúdóátlagokat jelentik.

2.2. táblázat. BS COMAE – STANDARD *BVI* MAGNITÚDÓK

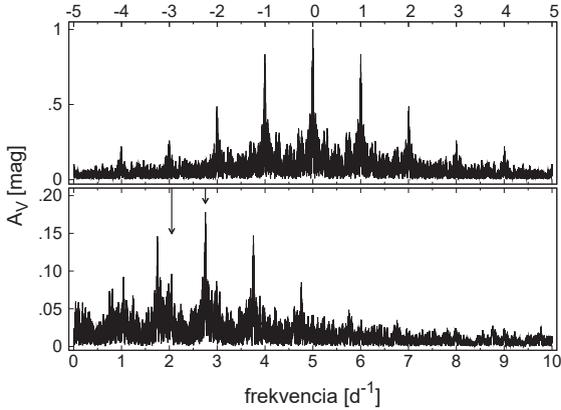
Csillag	V	$B - V$	$V - I$
BD+24 2598	10,608	0,603	0,662
BS Comae	12,755	0,286	0,433
Hiba	$\pm 0,0015$	$\pm 0,0016$	$\pm 0,0032$

Megjegyzés: A hibák a BD +24 2598 és a HD 117876 jelű csillagok közötti fényességkülönbség átlagának szórását jelentik.

2.2. Fourier-analízis

A megfigyelés időskáláján stacionárius pulzációt végző csillagok (mint pl. az RR Lyrae-k) fénygörbéjének optimális matematikai modellje harmonikus függvények véges összegeként (Fourier-összeg) adható meg. A fényváltozás különböző frekvencia-komponensei valamilyen idő-frekvencia transzformáció segítségével azonosíthatóak, az RR Lyrae-k hagyományos földi mintavételezésű idősor-fotometriája esetében a diszkrét Fourier-transzformáció (DFT, ld. pl. Deeming 1975) az esetek túlnyomó részében megfelelő eszköz erre a célra (Foster 1996). A BS Comae fényváltozásának amplitúdója, mint az RR Lyrae csillagoknak általában, rövidebb hullámhosszakon nagyobb, mivel azonban a V fénygörbe lényegesen több adatot tartalmaz mint a B , továbbá ebben a hullámsávban a mérési pontosság is nagyobb, ezért a frekvencia-analízist a V fénygörbére végeztem el.

A V idősor amplitúdóspektruma és spektrális ablaka a 2.1. ábrán látható. Az alapmódushoz és az első felhanghoz tartozó frekvenciák és $\pm 1, 2, \dots$ ciklus/napos *aliasaik* tisztán elkülöníthetőek. A fénygörbемegoldás első közelítését a két módus alapfrekvenciájának és felharmonikusaiknak megfelelő Fourier-tagok egvidejű nemlineáris illesztésével nyertem. Az idősor további periodicitásainak meghatározására az általánosan használt fehérítési eljárást alkalmaztam, melynek során a spektrumban egymást követően azonosított rezgési komponensek járulékát levonjuk az adatokból, majd a reziduál Fourier-transzformáltjában keresünk újabb frekvenciacsúcsokat. A fénygörbемegoldás újabb közelítéseit az iteráció minden lépésében az addig azonosított összes frekvencia-komponens Fourier-tagjainak az eredeti (fehérítetlen) idősorra történő egvidejű illesztésével határozzuk meg. Az idősor fokozatos „kifehérítését” addig folytatjuk, amíg a reziduál spektruma szignifikáns csúcsot tartalmaz. Az eljárás nagyban növeli a gyenge jelek detektálásának valószínűségét, mivel az iteráció minden lépése során a reziduál spektrumából az előző lépésben azonosított

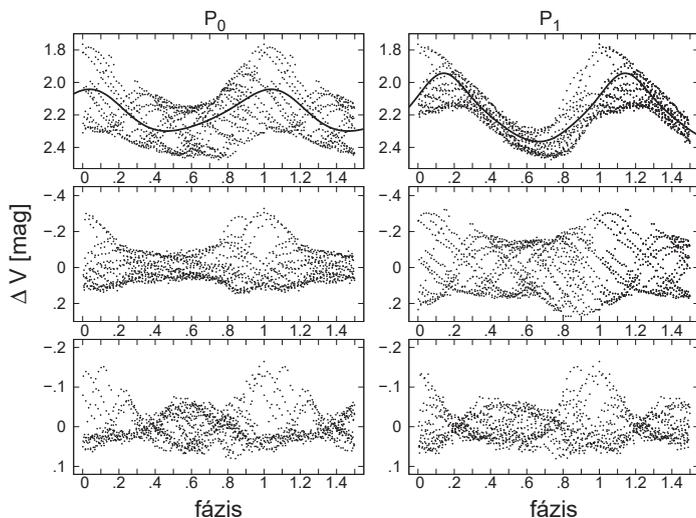


2.1. ábra. A BS COMAE V FOTOMETRIAI IDŐSORÁNAK SPEKTRÁLIS ABLAKA ÉS AMPLITÚDÓSPEKTRUMA. A radiális alpmódushoz és az első felhanghoz tartozó frekvenciákat nyilak jelölik.

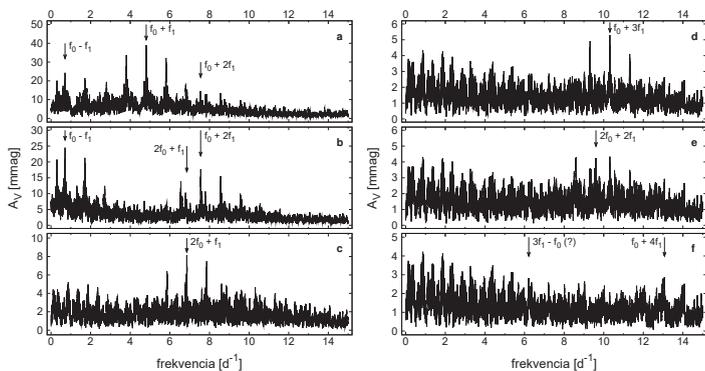
frekvenciacsúcscsal együtt a környezetében lévő mintavételezési (*alias*) struktúrát is eltávolítottuk. Így lehetőség nyílik a hamis csúcsok által „elrejtett” kis amplitúdójú komponensek azonosítására, valamint egymáshoz közeli frekvenciájú rezgési komponensek szétválasztására.

A 2.2. ábrán az alpmódus, illetve az első felhang periódusa szerint fázisba rendezett eredeti, valamint fehértett V fénygörbék láthatók. A mindkét módus alpfrekvenciájával és felharmonikusaival kifejérett fénygörbe (2.2. ábra, alsó panelek) alapján világos, hogy a fényváltozás megfigyelési pontosságon belüli teljes modellezéséhez további rezgési komponensek azonosítására van szükség. Ezek a frekvencia-komponensek a két pulzációs módus nemlineáris csatolódása miatt, alpfrekvenciáik lineáris kombinációiként jelentkeznek a spektrumban. Fázisviszonyaikat jól jellemzi, hogy a reziduál fénygörbe maximuma az eredeti fénygörbe maximumának közelébe esik. A csatolási frekvenciák azonosítását a 2.3. ábrán, a fentebb ismertetett iteratív frekvenciakeresési eljárás egymás utáni lépéseiben követhetjük nyomon.

A V adatsor spektrumában összesen 15 rezgési komponenst sikerült azonosítani, melyek egy kivételével mind egyértelműen szignifikánsak. Frekvenciáik végső értékeit olyan Fourier-modell nemlineáris legkisebb négyzetes illesztésével állapítottam meg, melyben a módusokhoz tartozó f_0 és f_1 alpfrekvenciák szabad paraméterként



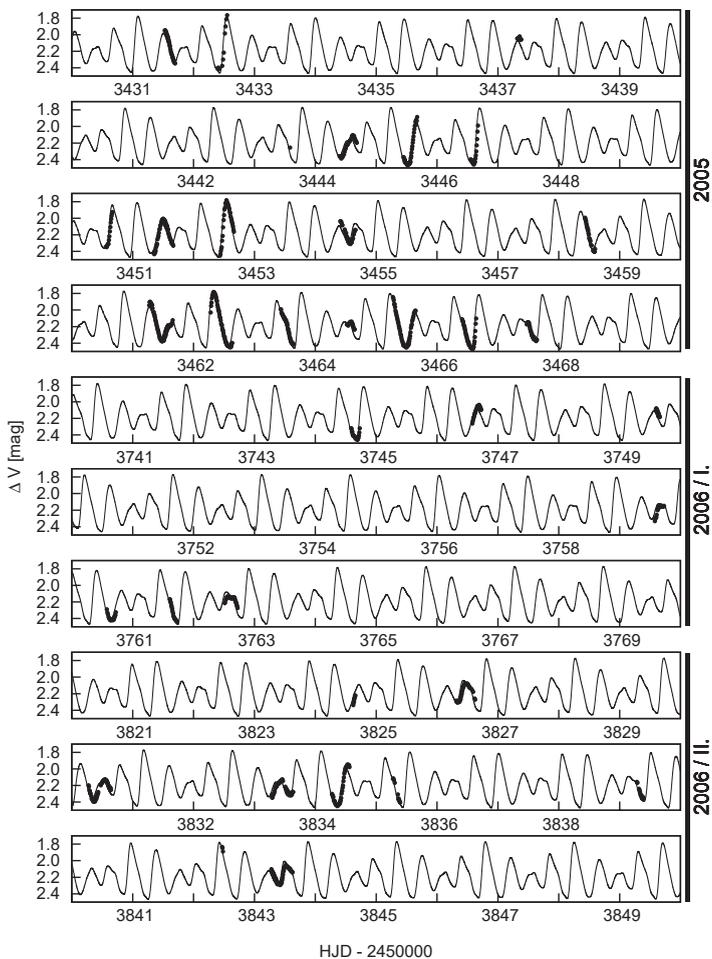
2.2. ábra. A BS COMAE V FÉNYGÖRBÉJE AZ ALAPMÓDUS, ILLETVE AZ EL-SŐ FELHANG PERIÓDUSA SZERINT FÁZISBA RENDEZVE. FELÜLRŐL LEFELÉ HALADVA AZ EREDETI FÉNYGÖRBE (*fent*), VALAMINT AZ EGYES MÓDUSOK ALAPFREKVenciájával ÉS FELHARMONIKUSAIVAL (*középen*), ILLETVE MINDKÉT MÓDUS ALAPFREKVenciájával ÉS FELHARMONIKUSAIVAL (*lent*) KIFEHÉRTETT FÉNYGÖRBE LÁTHATÓ.



2.3. ábra. A BS Com V idősorának reziduálspektrumai a frekvencia-analízis egymást követő lépéseiben. Az analízis adott fázisában azonosított frekvenciacsúcsokat nyilak jelölik.

szerepelnek, míg felharmonikusaik ($2f_0, 3f_0, 2f_1, 3f_1, 4f_1$) és a további 8 csatolási frekvencia értékei rögzítve vannak az f_0 és az f_1 megfelelő lineáris kombinációhoz. Az alapl módus és az első felhang periódusának az adatsorhoz ily módon legjobban illeszkedő értékei rendre $P_0 = 0,48791$ és $P_1 = 0,36307$ napnak adódtak. A teljes V fénygörbét és 15 frekvenciás matematikai modelljét a 2.4. ábra mutatja. Az adatok modellfénygörbe körüli, magnitúdóban kifejezett szórásai a B, V, R, I hullámsávokban rendre 0,0119, 0,0103, 0,0099 és 0,0095, mely értékek jó egyezést mutatnak a pontonkénti megfigyelési pontossággal.

Átlagolt amplitúdóspektrum ♦ A periodicitásokról a több különböző hullámsávban felvett fénygörbék által hordozott esetleges többlet-információ teljes kiaknázására az idősorok frekvenciatartományban történő átlagolásával nyílik lehetőség (Nagy & Kovács 2006). Lényeges, hogy az egyes idősorok mintavételezése minél jobban megegyezzen (vagyis spektrális ablakaik minél egyformábbak legyenek), ezért erre a célra a BS Com B színben felvett adatsora nem használható, mert ebben a színben csak az első szezon során készültek mérések (ld. 2.1. táblázat). Ezzel szemben a V, R, I adatok száma és mintavételezése is nagyon hasonló, így frekvenciatérben történő átlagolásuk az amplitúdóspektrum zajának csökkenéséhez vezet. Amennyiben feltesszük, hogy a spektrumok véletlen zajjal terheltek, akkor az átlagspektrum zajsztintje abban az esetben lesz minimális, ha az átlagolást a szórásnégyzetekkel



2.4. ábra. A BS COM V FÉNYGÖRBÉJE ÉS FOURIER-MODELLJE.

inverz módon súlyozva végezzük:

$$S = \frac{\sigma_V^2 \sigma_R^2 \sigma_I^2}{\sigma_V^2 + \sigma_R^2 + \sigma_I^2} \left(\frac{1}{\sigma_R^2 \sigma_I^2} a_V + \frac{1}{\sigma_V^2 \sigma_I^2} a_R + \frac{1}{\sigma_V^2 \sigma_R^2} a_I \right), \quad (2.1)$$

ahol a_X az X fotometriai sávban megfigyelt idősor amplitúdóspektruma, σ_X pedig a spektrum szórása. A fenti módszerrel az előzőleg talált összes frekvenciakomponens kifehérítése után nyert reziduálban kerestem esetleges további periodicitásokat. Ha ezek jel/zaj aránya nem drasztikusan különböző az egyes színekben, akkor detektálásuk valószínűsége az amplitúdóspektrum zajszintjének csökkenése miatt növekszik. Mivel a BS Comae esetében a spektrumok nem elhanyagolható mértékű alacsony frekvenciás zajjal (ún. színes zajjal) terheltek, ezért a szórásat kiszámítását a reziduálspektrumokra illesztett alacsonyrendű polinomok levonása után végeztem el. A 2.5. ábra a reziduálok és a (2.1) formula szerint kiszámított átlagukat mutatja. Az átlagolás révén a szórás a $\sim 2/3$ -ára csökkent, ami némileg elmarad az elméletileg várt $1/\sqrt{3}$ értéktől, feltehetően a zaj korrelált jellege miatt. Ebben a mérések zavaró instrumentális és légköri szisztematikák valószínűleg döntő szerepet játszanak. Az átlagspektrumban nem azonosítható további szignifikáns csúcs, így a 15 frekvenciát tartalmazó Fourier-összeg a megfigyelési pontosságon belül a fénygörbe teljes matematikai megoldását adja.

A BS Comae fénygörbéinek Fourier-paramétereit és ezek hibáit a 2.3. táblázat tartalmazza. A fázisok szinuszos tagokra értendők, $t_0 = 2453431.0$ epocha mellett. Az amplitúdók és fázisok hibáit a fénygörbék Monte Carlo szimulációjával határoztam meg a következő módon. A fénygörbe-megoldáshoz Gauss-eloszlású véletlen zaj hozzáadásával mesterséges adatsorokat állítottam elő úgy, hogy ezek szórása minden színben megegyezzen a reziduál fénygörbék szórásával. A táblázatban közölt hibák a szimulált adatsorok 100 független realizációjából származó fénygörbék Fourier-paramétereinek szórásai.

2.2.1. A Fourier-paraméterek tulajdonságai

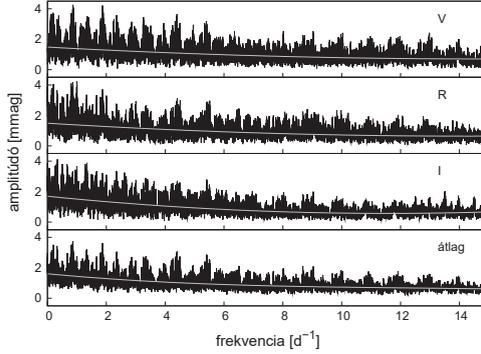
A BS Comae Fourier-paraméterei a más többmódusú radiális pulzátorok esetében megfigyelhető hasonló rendezettséget mutatnak. Minden rezgési komponens amplitúdója rövidebb hullámhosszakon nagyobb. A detektált csatolási tagok a legtöbb esetben pozitív együttthatójú lineáris kombinációkhoz tartoznak, amely megfigyelés egybevág a nemlineáris Cefeida-modellek általános predikciójával (ld. pl. Antonello & Aikawa 1998). Ez alól kivétel az $f_0 - f_1$ és a $3f_1 - f_0$ komponens, ugyanakkor ezek pozitív együttthatójú megfelelői jóval nagyobb amplitúdókkal rendelkeznek.

A csillag lineáris kombinációs rezgési komponenseinek amplitúdóarányait Jurcsik

2.3. táblázat. A BS COM DETEKTÁLT REZGÉSI KOMPONENSEINEK AMPLITÚDÓI, FÁZISAI, ÉS EZEK HIBÁI

Komponens	Frekvencia	A_B	A_V	A_{Rc}	A_{Ic}	
f_0	–	2,04955	164,26 ± 0,77	127,05 ± 0,47	101,18 ± 0,45	79,63 ± 0,51
$2f_0$	–	4,09910	26,51 ± 0,70	20,87 ± 0,47	17,26 ± 0,46	14,88 ± 0,48
$3f_0$	–	6,14865	4,43 ± 0,78	1,82 ± 0,47	1,44 ± 0,45	2,48 ± 0,47
–	f_1	2,75432	259,43 ± 0,76	201,66 ± 0,46	161,36 ± 0,42	123,06 ± 0,51
–	$2f_1$	5,50864	35,55 ± 0,83	29,08 ± 0,49	22,76 ± 0,50	17,42 ± 0,47
–	$3f_1$	8,26296	15,57 ± 0,68	12,48 ± 0,46	9,87 ± 0,49	6,86 ± 0,44
–	$4f_1$	11,01728	3,75 ± 0,65	3,21 ± 0,42	2,94 ± 0,45	2,48 ± 0,47
f_0	f_1	4,80387	62,50 ± 0,65	50,23 ± 0,48	40,87 ± 0,54	32,82 ± 0,54
f_0	$-f_1$	0,70477	36,19 ± 0,68	29,65 ± 0,43	24,98 ± 0,49	18,10 ± 0,53
$2f_0$	f_1	6,85342	11,59 ± 0,78	9,75 ± 0,51	8,54 ± 0,42	6,86 ± 0,52
f_0	$2f_1$	7,55819	21,67 ± 0,74	20,31 ± 0,47	15,30 ± 0,49	11,38 ± 0,57
$2f_0$	$2f_1$	9,60774	10,85 ± 0,77	6,08 ± 0,46	4,99 ± 0,41	3,14 ± 0,45
f_0	$3f_1$	10,31251	8,04 ± 0,79	6,46 ± 0,46	4,28 ± 0,42	3,61 ± 0,50
f_0	$-3f_1$	6,21341	5,09 ± 0,83	2,63 ± 0,50	3,52 ± 0,47	2,24 ± 0,50
f_0	$4f_1$	13,06683	3,35 ± 0,56	2,56 ± 0,45	1,78 ± 0,43	1,46 ± 0,43
			Φ_B	Φ_V	Φ_{Rc}	Φ_{Ic}
–	f_1	2,754320	3,121 ± 0,004	3,080 ± 0,004	3,034 ± 0,005	2,960 ± 0,006
–	$2f_1$	5,508640	2,255 ± 0,030	2,199 ± 0,019	2,304 ± 0,026	2,210 ± 0,032
–	$3f_1$	8,262960	1,023 ± 0,176	1,562 ± 0,273	2,202 ± 0,355	1,433 ± 0,260
–	$4f_1$	11,017280	2,216 ± 0,003	2,200 ± 0,003	2,172 ± 0,003	2,104 ± 0,004
f_0	–	2,049550	1,560 ± 0,020	1,534 ± 0,016	1,502 ± 0,019	1,569 ± 0,030
$2f_0$	–	4,099100	0,438 ± 0,046	0,433 ± 0,035	0,426 ± 0,048	0,457 ± 0,074
$3f_0$	–	6,148650	5,553 ± 0,180	5,992 ± 0,133	5,746 ± 0,137	5,727 ± 0,169
f_0	f_1	4,803870	1,564 ± 0,014	1,576 ± 0,008	1,602 ± 0,013	1,542 ± 0,014
f_0	$-f_1$	0,704770	4,576 ± 0,022	4,616 ± 0,015	4,657 ± 0,018	4,682 ± 0,024
$2f_0$	f_1	6,853420	0,875 ± 0,054	0,829 ± 0,046	0,931 ± 0,059	0,793 ± 0,066
f_0	$2f_1$	7,558190	0,234 ± 0,035	0,251 ± 0,023	0,250 ± 0,027	0,316 ± 0,045
$2f_0$	$2f_1$	9,607740	0,319 ± 0,071	0,159 ± 0,077	0,113 ± 0,071	0,178 ± 0,135
f_0	$3f_1$	10,312510	0,698 ± 0,097	0,359 ± 0,082	0,102 ± 0,109	6,266 ± 0,114
f_0	$-3f_1$	6,213410	4,988 ± 0,162	5,180 ± 0,199	5,342 ± 0,145	5,418 ± 0,236
f_0	$4f_1$	13,066830	5,980 ± 0,164	5,303 ± 0,170	5,341 ± 0,232	4,824 ± 0,358

Megjegyzés: A megadott fázisok $t_0 = 2453431,0$ epochájú, $A_0 + A_1 \cdot \sin(2\pi f(t - t_0) + \Phi_1) + \dots$ alakú Fourier-összegre vonatkoznak. A frekvenciák d^{-1} egységekben, az amplitúdók millimagnitúdóban, a fázisok pedig radiánban értendők. A táblázatban formális (1σ) statisztikai hibák szerepelnek.



2.5. ábra. A BS Comae V , R , I reziduál-spektrumai és átlaguk. A fehér vonalak a spektrumokra illesztett, a szórások kiszámításánál figyelembe vett alacsony rendű polinomokat jelölik.

et al. (2006) nyomán az alábbi formulával definiálhatjuk:

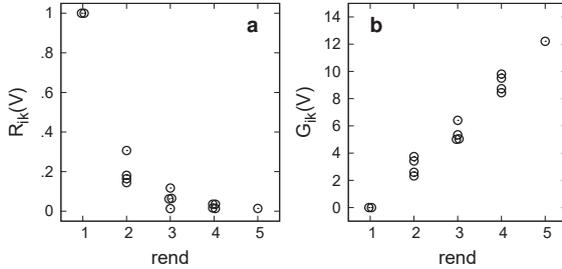
$$R_{ik} = (|i| + |k|)A_{ik} / (|i|A_{10} + |k|A_{01}) , \quad (2.2)$$

ahol A_{ik} az $i f_0 + k f_1$ frekvenciájú harmonikus komponens amplitúdója ($A_{10} = A(f_0)$, $A_{01} = A(f_1)$). A BS Comae fenti módon definiált amplitúdóarányai a lineáris kombináció $|i| + |k|$ rendjének függvényében exponenciális csökkenést mutatnak (2.6a ábra). Megjegyzem, hogy Jurcsik et al. (2006) a hárommódusú V823 Cas amplitúdóinak esetében az itt megfigyelthez teljesen hasonló viselkedést tapasztaltak.

A rezgési komponensek fázisviszonyainak epochától független jellemzésére a

$$G_{ik} = \Phi_{ik} - (i\Phi_{10} + k\Phi_{01}) \quad (2.3)$$

formulával definiált mennyiséget használjuk, ahol Φ_{ik} az $i f_0 + k f_1$ frekvenciájú harmonikus komponens fázisa (Antonello 1994). Ahogyan azt korábban számos stabil kétmódusú Cefeida esetében is megfigyelték (pl. Poretti & Pardo 1997), a különböző rendű lineáris kombinációkhoz tartozó G_{ik} fáziskülönbségek a BS Comae esetében is koherens elrendeződést mutatnak, és a különböző rendekhez tartozó értékek között jól definiált szeparáció figyelhető meg (2.6b ábra). Antonello & Aikawa (1998) többmódusú tranzienst Cefeida-modelleik alapján arra a következtetésre jutottak, hogy a csatolási tagok fázisai a fentihez hasonló, rendezett állapotból csak a módusok átmeneti rezonanciája során kerülhetnek ki, noha egy ilyen hatás nagyságára



2.6. ábra. A BS COM REZGÉSI KOMPONENSEINEK AMPLITÚDÓ- ÉS FÁZISVISZONYAI A V ADATSOR ESETÉBEN. **a:** Az amplitúdóarányok exponenciális függése a lineáris kombináció rendjétől. **b:** Epochafüggetlen fáziskülönbségek a lineáris kombináció rendjének függvényében. (Az adatok teljesen hasonló viselkedést mutatnak a többi hullámsáv esetében is.)

vonatkozóan nincsenek ismereteink. Jogosnak tűnik azonban a feltételezés, hogy a BS Comae rendezett fázisviszonyai is a tranziensektől távoli, stabil kétmódusú pulzációra engednek következtetni.

2.3. Fotometriai fémtartalom és effektív hőmérséklet

A kétmódusú RR Lyrae csillagok pulzációs periódusai erősen függenek az effektív hőmérséklettől és nehézelem-tartalomtól, ezért ezen fizikai paraméterek ismerete kulcsfontosságú a tömeg és a luminozitás pulzációs modellek alapján történő meghatározásában (ld. pl.: Cox 1991; Kovács et al. 1992; Kovács 2000a). A BS Comae fémtartalmára vonatkozóan a szakirodalomban két korábbi független becslés található, az alábbiakban rövid áttekintést adok ezek eredményeiről.

Smith (1990) alacsony diszperziójú spektroszkópiai megfigyelések alapján megbecsülte a BS Com ΔS spektrálindexének értékét. A hidrogén Balmer-vonalainak és az egyszerűen ionizált kalcium K vonalának relatív erősségét jellemző ΔS index az RR Lyrae csillagok esetében alapvető fémtartalom-indikátorként használható. A BS Comae-ról készített két spektrum alapján Smith két különböző ΔS értéket közöl, (6,0, illetve 8,2), arról azonban nem ad pontos információt, hogy a csillag milyen pulzációs fázisban volt a mérések időpontjában. Mivel az elnyelési vonalak erőssége a csillag atmoszférájában fellépő dinamikai hatások miatt a pulzáció során változik, ezért a ΔS index és a $[\text{Fe}/\text{H}]$ fémtartalom között kalibrált transzformáció szem-

pontjából fontos, hogy a spektroszkópiai mérések a csillag fényességminimumával egy időben történjenek. Smith (1990) két mérése közül a másodikat ($\Delta S = 8,2$) a csillag alacsonyabb fényességű állapotában végezte. Ez utóbbi mérés eredményét Jurcsik (1995) fémtartalomskálájára transzformálva $[\text{Fe}/\text{H}] = -1,53$ értéket kapunk a BS Com fémtartalmára.

A csillag kémiai összetételére vonatkozó másik irodalmi adat Clementini et al. (1995b) egyetlen nagy diszperziójú spektroszkópiai mérésén alapszik. A szerzők az $1,4 \text{ \AA}$ felbontású, 20-as jel/zaj viszonyú spektrumból a CaII K vonalának ekvivalens szélessége alapján a BS Comae fémtartalmára a Smith-féle eredményénél jóval alacsonyabb, $[\text{Fe}/\text{H}] \sim -2,0$ értéket kaptak. A mérés a csillagról akkor rendelkezésre álló (mindössze 97 pontot tartalmazó) V fénygörbe alapján meghatározott fényességminimumban készült. Ugyanakkor, lévén a BS Comae kétmódusú viselkedése csak ezt követően vált ismeretessé, a csillag valódi pulzációs fázisa ez utóbbi megfigyelés esetében is bizonytalan. A hosszú köztes időszak miatt sajnos a jelen dolgozatban közölt Fourier-paraméterek birtokában sem lehetséges a fénygörbe megfelelően pontos extrapolációja a spektroszkópiai mérések fázisainak meghatározásához.

2.3.1. A BVI módszer

Mint láttuk, a korábbi két spektroszkópiai mérés alapján a BS Comae effektív hőmérséklete egyáltalán nem, nehézelem-tartalma pedig csak igen durva pontossággal ismert. Ezért (további spektroszkópiai adatok hiányában) a gondosan kalibrált többszín-fotometriai adatok alapján végeztem becslést a csillag effektív hőmérsékletére és fémtartalmára vonatkozóan. Az ehhez felhasznált módszert az alábbiakban részletesen ismertetem (ld. továbbá: Kovács 2009; Dékány et al. 2008).

A csillagok nehézelem-tartalmának egyes fotometriai hullámsávokban mért magnitúdóértékek alapján történő becslésére kidolgozott különböző módszerek a korábbi szakirodalomban is fellelhetők. Sturch (1966) egy korai tanulmányában az RRab csillagok fényességminimumban észlelt U, B, V magnitúdói alapján tett becslést az abszorpciós vonalak negatív fényességjárulékára (*line blanketing*). Lub (1979) az interstelláris vörösödére érzéketlen Walraven $[B - L]$ színindex hasonló célú felhasználására dolgozott ki módszert. Fontos említést tenni továbbá Twarog et al. (2003) eredményeiről, akik nyílthalmazok fiatal csillagainak fémtartalmára vonatkozóan végeztek pontos becsléseket közepes sáv szélességű $uvby\text{CaH}_\beta$ fotometria alapján.

A standard szélessávú fotometriai színrendszereken alapuló módszerek jelentik a „leggazdaságosabb” utat egy csillag fémtartalmának első közelítésére, mivel a szélessávú fotometria hordozza a legegyszerűbben hozzáférhető információt a vizsgált objektum spektrális energiaeloszlásáról. A fotometriai fémtartalom-meghatározás formálisan a következő elgondoláson alapszik. A csilla-

gatmoszférák elméleti modelljeiben a statikus légkör egy bizonyos fizikai állapotát a konvektív paramétereken (a keveredési hossz és az atmoszféra skálamagasságának hányadosa, karakterisztikus turbulens sebesség stb.) és a kémiai összetételen kívül két globális paraméter, a nehézségi gyorsulás (g) és az effektív hőmérséklet (T_{eff}) határozza meg. Ha az – egyébként pontatlanul ismert – konvektív paramétereket a kanonikus értékekhez rögzítjük, és azt a szokásos egyszerűsítő feltevést használjuk, hogy a relatív szoláris elemgyakoriság általában véve jól közelíti a vizsgált objektum valódi kémiai összetételét, akkor a modelleknek három szabad paraméterük marad: $[M/H]$ (általános fémtartalom), $\log g$, és T_{eff} . Ezek után nyilvánvaló, hogy ha független becslést teszünk a $\log g$ értékére vonatkozóan, akkor a T_{eff} és az $[M/H]$ paraméter értéke két színindex ismeretében kiszámítható, amennyiben ezek különbözőképpen függenek a fenti két mennyiségtől.

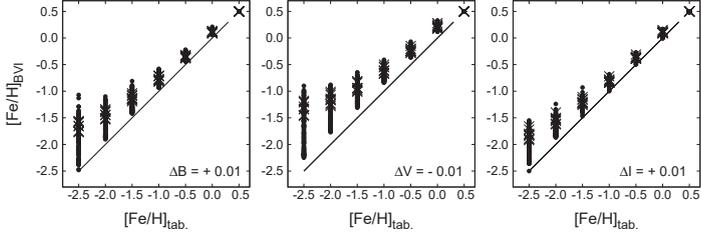
A BS Comae esetében standard B , V és I magnitúdók állnak rendelkezésre. A lehetséges színindexek közül a $B - V$ viszonylag erősen függ a fémtartalomtól (ld. pl. Kovács & Walker 1999), a $V - I$ pedig a hőmérsékletre érzékenyebb, ezért a továbbiakban az $[M/H]$ és a T_{eff} fotometriai meghatározásának lehetőségét részletesebben a két színindex esetében vizsgáljuk.

Mivel lineáris vagy alacsony rendű polinomiális formula segítségével a modell-színindexek $[M/H]$, $\log g$ és T_{eff} paraméterektől való függése csak pontatlanul reprezentálható, ezért a számításokhoz az atmoszféramodell-rácsok közvetlen használatára van szükség. Az atmoszféramodellek rácsközi értékeit kvadrátikus interpoláció segítségével meghatározva, a kívánt felbontási határon belül az észlelt színindexeket legpontosabban előállító $[M/H]$, T_{eff} paraméterkombináció az alábbi függvény minimalizálásával adódik:

$$\begin{aligned} \mathcal{D} = & [\log T_{\text{eff}}(B - V) - \log T_{\text{eff}}(V - I)]^2 \\ & + \alpha_{B-V}^2 [(B - V)_{\text{obs}} - (B - V)]^2 \\ & + \alpha_{V-I}^2 [(V - I)_{\text{obs}} - (V - I)]^2, \end{aligned} \quad (2.4)$$

ahol $T_{\text{eff}}(B - V)$ és $T_{\text{eff}}(V - I)$ a valamely adott színindex-értékpárhoz tartozó T_{eff} értékeket jelentik. A megfigyelt mennyiségeket „obs” index jelzi, míg a minimalizálás során vizsgált szintetikus értékeket index nélkül jelöltem. Az α_{B-V} és α_{V-I} súlyfaktorokkal a T_{eff} és az egyes színindexek közötti lineáris korreláció mértékét vesszük figyelembe, értékük rendre 0,33 és 0,25 (ld. Kovács & Walker 1999). A \mathcal{D} kifejezésben szereplő utolsó két tag bevezetésére a módszer mérési hibákkal szembeni stabilitásának növelése érdekében van szükség.

A számításokhoz az ATLAS9 légkörmodelleket használtam (Castelli, Gratton, & Kurucz 1997; Castelli 1999). A modellek a Grevesse & Sauval (1998) által meghatá-



2.7. ábra. A BVI MÓDSZERREL MEGHATÁROZOTT FÉMTARTALOM ÉRZÉKENYSÉGE A SZÍNINDEXEK SZISZTEMATIKUS HIBÁIRA. Az ábrákon az elméleti $[\text{Fe}/\text{H}]$ értékek függvényében láthatók a hozzájuk tartozó, de különböző szisztematikus hibákkal terhelt szintetikus színindexekből számított fém tartalom-értékek. Fekete pontok jelölik a $4500 \text{ K} \leq T_{\text{eff}} \leq 7500 \text{ K}$ és $1,0 \leq \log g \leq 4,5$ tartományon belüli atmoszféramodelleket. Az RR Lyrae csillagok fizikai paramétereinek közvetlenül megfelelő ($6500 \text{ K} \leq T_{\text{eff}} \leq 7000 \text{ K}$, $2,5 \leq \log g \leq 3,0$) modelleket x-ekkel ábrázoltam.

rozott szoláris elemgyakoriságokra épülő opacitáseloszlási függvényeken alapszanak (ld.: Robert Kurucz internetes adatbázisában⁷ található ODFNEW jelzésű modellek), a mikroturbulens sebesség rögzített értéke 2 km s^{-1} , a keveredési hossz és a skálamagasság aránya 1,25, és nincs konvektív túllövés (*overshooting*).

A $\log g$ értéke az RR Lyrae csillagok esetében az alábbi lineáris formula segítségével becsülhető meg:

$$\log g = 2,47 - 1,23 \log P_0 . \quad (2.5)$$

A fenti összefüggés a Stefan-Boltzmann törvényből és az RR Lyrae csillagok alapmódusára vonatkozó általános pulzációs egyenletből vezethető le (Jurcsik 1998; Kovács 2000c), és a $\log g$ értékét a jelen alkalmazás szempontjából szükségesnél jóval nagyobb, $\sim 0,01$ -os pontossággal meghatározza.

Fontos megvizsgálni a fentiekben ismertetett módszer (a továbbiakban BVI módszer) eredményeinek fotometriai hibákkal szembeni érzékenységét. A 2.7. ábrán a felhasznált légkörmodell-rács elméleti színindexeiből a BVI módszer segítségével, szisztematikus perturbációk hozzáadása után meghatározott $[\text{Fe}/\text{H}]$ ⁸ értékeket ábrázoltam a modelleknek megfelelő eredeti fém tartalom függvényében. Jól megfigyelhető, hogy a módszer alacsonyabb fém tartalom esetén jóval érzékenyebb a színinde-

⁷ <http://kurucz.harvard.edu>

⁸ Relatív szoláris nehézelem-összetétel esetén $[\text{M}/\text{H}] = [\text{Fe}/\text{H}]$.

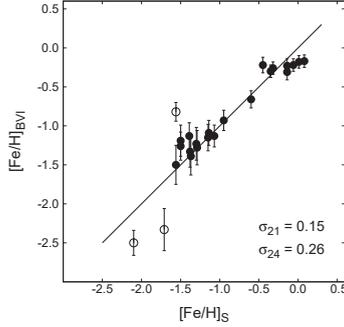
kek szisztematikus hibáira. Mivel az így jelentkező hiba nagysága a fémtartalom mellett a másik két paraméter (T_{eff} , $\log g$) értékétől is függ, ezért a 2.7. ábrán az RR Lyrae csillagok általános fizikai paramétereinek megfelelő modelleket eltérő szimbólumokkal jelöltem. Lényeges azonban, hogy az egyes színindexek hibái (a redukció során végrehajtott standard kalibrációs lépések miatt) a valóságban korreláltak, így a fémtartalomban várhatóan kisebb mértékű szisztematikus eltérések eredményeznek mint amik a fenti tesztben használt független hibákból következnek. Az interstelláris vörösödés pontatlan ismeretéből fakadó fotometriai hibákra a BVI módszer eredményei jóval kevésbé érzékenyek. Ezek hatását a standard $E(V - I) = 1,24 E(B - V)$ vörösödési törvény figyelembevételével, az elméleti színindexekhez 0,01 mag szórású véletlen zaj hozzáadásával vizsgáltam. A BVI módszerrel meghatározott $[\text{Fe}/\text{H}]$ értékek átlagos hibája mindössze 0,06 dex-nek adódott. Megjegyzem, hogy a fenti tesztek során az effektív hőmérséklet értékében okozott hiba egyik esetben sem haladja meg a ± 40 K-t (ld. még: Kovács 2009).

A fémtartalom és az effektív hőmérséklet értékének a BVI módszerrel, a (2.4) egyenlet alapján történő meghatározásakor két belső bizonytalansági tényezővel is számolni kell. Az egyik a különböző módszerekkel kalibrált színindex — T_{eff} relációk nullpontjai közti különbségekből (pontosabban az infravörös fluxus módszer [*infrared flux method*, IRFM], illetve a Vega, vagy egyéb, Nap-típusú csillagok megfigyelési adatain alapuló kalibrációk közötti különbségekből) adódik. A másik tényező pedig a pulzáló változócsillagok esetében, a pulzációs fázisra átlagolt és a statikus állapotnak megfelelő színindexek közötti különbség miatt lép fel (Bono, Caputo, & Stellingwerf 1995). A fenti effektusok jelentősége ugyanakkor vitatott, továbbá az utóbbi kérdéssel kapcsolatban az I magnitúdóra vonatkozóan nem történtek vizsgálatok. Ezért a BVI módszer jelen alkalmazása során az eredeti atmoszféramodellek korrekció nélküli színindexeit alkalmaztam, valamint bemenő paraméterekként az egyszerű, magnitúdóátlagolt⁹ színindexeket használtam. Amint azt az alábbi teszt eredménye is mutatja, a fenti módon meghatározott fémtartalomértékek jó egyezést mutatnak az irodalmi spektroszkópiai eredményekkel.

A BVI módszer valódi adatokkal történő teszteléséhez ismert periódusú, kalibrált $B - V$ és $V - I$ színindexekkel, valamint spektroszkópiai $[\text{Fe}/\text{H}]$ adatokkal rendelkező RR Lyrae csillagokat használtam. Az irodalomban összesen 24 alapl módusú RR Lyrae (RRab) csillagról állnak rendelkezésre a fenti információk. A tesztobjektumokkal kapcsolatos részletek, irodalmi adataik és hivatkozásaik a B. függelékben találhatóak.

A 24 RRab csillag BVI módszerrel meghatározott fémtartalomértékeit a 2.8. áb-

⁹ Magnitúdóátlag alatt a fénygörbe magnitúdóban kifejezett, teljes pulzációs ciklusra számított átlagát értem (ez tehát megegyezik a fénygörbét leíró Fourier-összeg nulladik, konstans tagjával).



2.8. ábra. A BVI MÓDSZERREL MEGHATÁROZOTT FÉMTARTALOM-ÉRTÉKEK ÖSSZEHASONLÍTÁSA SPEKTROSKÓPIAI ADATOKKAL 24 RRab CSILLAG ESETÉBEN. A színindexekből származtatott fémtartalmat $[\text{Fe}/\text{H}]_{\text{BVI}}$, míg az irodalmi, spektroszkópiai úton nyert adatokat $[\text{Fe}/\text{H}]_{\text{S}}$ jelöli. Az ábrán feltüntetett hibák Gauss-eloszlású, $\sigma = 0,005$ szórású korrelálatlan zajjal terhelt $B - V$, $V - I$ színindexekből számított $[\text{Fe}/\text{H}]$ értékek szórásait jelentik. Az X Ari, SS Leo és VY Ser csillagokhoz tartozó, kilógó pontokat üres szimbólumokkal jelöltem.

rán hasonlíthatjuk össze a túlnyomóan ΔS módszerből származó spektroszkópiai eredményekkel. Az X Ari, az SS Leo és a VY Ser erős eltérést mutató, a 2.8. ábrán üres körökkel jelölt értékeinek elhagyásával a pontok szórása 0,26 dex-ről 0,15 dex-re csökken. A rendelkezésre álló tesztadatok alapján ez utóbbi értéket tekinthetjük a módszer formális hibájának (itt megjegyzem, hogy a ΔS módszer formális hibáját az irodalmi források egyöntetűen 0,1 és 0,2 dex közöttinek tekintik). A 2.8 ábrán az egyes pontok mellett feltüntetett hibák a módszer bemeneti színindexértékeihez adott $\sigma = 0,005$ mag szórású véletlen zaj segítségével generált $[\text{Fe}/\text{H}]$ értékek szórását jelentik. Noha a rendelkezésre álló tesztcsillagok között alig fordul elő erősen fémszegény objektum, az ezeknél tapasztalt nagyobb eltérés is azt látszik alátámasztani, hogy a módszer hibája alacsonyabb fémtartalom esetén magasabb.

A BS Com fémtartalma és effektív hőmérséklete ♦ A BS Comae fémtartalmának és effektív hőmérsékletének meghatározásához az alapmódus periódusából a (2.5) kifejezés alapján adódó $\log g = 2,85$ értéket és a 2.2. táblázatban megadott átlagos színindexeket használtam. A csillag magas galaktikus szélességén ($l = 19,00$, $b = +79,86$) alacsony interisztelláris vörösödéssel számolhatunk. Schlegel et al. (1998) adatbázisa alapján a BS Com koordinátáin $E(B - V) = 0,014$ érték

2.4. táblázat. A BS COMAE BVI MÓDSZERREL BECSÜLT FÉMTARTALMÁNAK ÉS EFFEKTÍV HŐMÉRSÉKLETÉNEK FÜGGÉSE AZ INTERSZTELLÁRIS VÖRÖSÖDÉS MÉRTÉKÉTŐL.

$E(B - V)$	$[Fe/H]$	T_{eff}
0,000	-1,47	6774 K
0,005	-1,51	6798 K
0,010	-1,54	6823 K
0,014*	-1,58	6842 K

* Schlegel et al. (1998)

prediktálható. Mivel az ezen adatbázis alapját képező galaktikus portérkép két-dimenziós (azaz oszlopsűrűségeken alapul), ezért a fenti érték a csillag irányában tapasztalható vörösödés lehetséges maximumát jelenti. A BS Comae BVI módszer segítségével meghatározott fémtartalmát és effektív hőmérsékletét a 2.4. táblázat mutatja az intersztelláris vörösödés különböző lehetséges értékeire. A táblázatban szereplő $[Fe/H]$ és T_{eff} eredmények formális hibája 0,11 dex és 10 K. A hibákat a tesztsillagok esetében ismertetett módszerrel, a 2.2. táblázatban közölt fotometriai hibák figyelembevételével határoztam meg.

2.4. Fundamentális paraméterek

Az RRd csillagok esetében a két egyidejűleg stabil rezgési módus periódusai alapján lehetőségünk van a tömeg és a luminozitás radiális pulzációs modellek alapján történő meghatározására, amennyiben megfelelő pontossággal ismerjük a pulzációs egyenletekben szereplő további két fundamentális paraméter, az effektív hőmérséklet és a fémtartalom értékét. Az így meghatározott fizikai paraméterek azonban csak akkor konzisztensek, ha a horizontális ági csillagfejlődés során az objektum valóban eljuthat a kérdéses fizikai állapotba. A csillag fundamentális paramétereinek tehát egyszerre meg kell felelniük a radiális pulzáció és a csillagfejlődés elméleti modelljének. Egy csillag megfigyelt rezgési periódusainak modellezésére mindeddig nem alkalmaztak olyan eljárást, amely egyidejűleg figyelembe vette volna a pulzációs és a csillagfejlődési elméletek megszorításait. Az alábbiakban egy olyan új módszert ismertetek, mely segítségével a kétféle elméleti modell kombinációján keresztül, kizárólag az észlelt periódusok alapján a vizsgált csillag összes fundamentális paramétere igen nagy pontossággal behatárolható. Az így meghatározott mennyiségekre további, megfelelően pontos megfigyelési információ birtokában további megszorítások tehetők. A módszert a BS Comae fizikai paramétereinek vizsgálatán keresztül

mutatom be.

2.4.1. A CPE módszer

Egy kétmódusú RR Lyrae csillag fizikai paramétereinek pulzációs és fejlődési modellek kombinációja alapján történő meghatározásának módszere (*combined pulsational and evolutionary method*, a továbbiakban CPE módszer) formális szempontból az alábbi problémát jelenti. A megfigyelt periódusokhoz illeszkedő lineáris pulzációs modellek meghatározzák a csillag tömegét és luminozitását az effektív hőmérséklet és a kémiai összetétel, mint szabad paraméterek függvényében. Másrésztől a horizontális ág csillagfejlődést leíró elméleti modellek adott tömegű és (légköri) kémiai összetételű csillagok effektív hőmérsékletének és luminozitásának időbeli változását szabják meg. Az egyes fejlődési pályákat leíró modellekből izokronok konstruálhatók, melyek ugyancsak az effektív hőmérséklet és a kémiai összetétel, továbbá az idő függvényében adják meg a csillag tömegét és luminozitását. A modellek tehát formálisan az alábbi két, diszkrét értékekben (rácson) mintavételezett vektorfüggvénynek felelnek meg:

$$\begin{aligned}\mathcal{E} &: (Y, Z, T_{\text{eff}}, t_{\text{HB}}) \rightarrow (\mathcal{M}, L) \\ \mathcal{P} &: (Y, Z, T_{\text{eff}}, P_0, P_1) \rightarrow (\mathcal{M}, L),\end{aligned}\tag{2.6}$$

ahol \mathcal{P} a pulzációs modelleket, míg \mathcal{E} a fejlődési izokronokat jelöli, továbbá Y, Z, \mathcal{M} és L rendre a hélium, valamint a fémek részarányának, illetve a csillag tömegének és luminozitásának felelnek meg. A magban végbemenő héliumégés kezdetétől, azaz a nulla korú horizontális ágtól (*zero age horizontal branch*, ZAHB) kezdve eltelt időt a t_{HB} változó méri. A modellek közötti alapvető konzisztencia feltételezése mellett a vizsgált csillag fizikai modelljét leíró paraméterek mindkét vektorfüggvényt ki kell, hogy elégítsék. A keresett paraméterkombinációk tehát formálisan az alábbi egyenlet megoldását alkotják:

$$\mathcal{E} = \mathcal{P} .\tag{2.7}$$

Mivel a \mathcal{P} argumentumában szereplő periódusokat mindig a vizsgált csillag esetében megfigyelt értékekhez rögzítjük, ezért az \mathcal{E} fejlődési függvénynek a t_{HB} paraméter alakjában eggyel több változója van, amely a megoldásban szabad paraméterként fog jelentkezni. Így a két vektorfüggvény metszetét alkotó paraméterkombinációk egy, a t_{HB} idő által parametrizált 1 dimenziós alteret alkotnak. A továbbiakban áttekintjük az eljárás során felhasznált pulzációs és fejlődési modelleket, valamint a (2.7) egyenlet által meghatározott közös megoldás kiszámításának menetét.

2.4.2. Pulzációs modellek

A BS Comae fundamentális fizikai paramétereinek meghatározásához lineáris, nem-adiabatikus (LNA), teljesen radiatív modelleket alkalmaztam. A felhasznált pulzációs kód lényegét tekintve megegyezik az eredetileg Stellingwerf (1975, ld. még Castor 1971) által kifejlesztett, majd később Buchler (1990) által módosított kóddal (ld. még Kovács 1990). A számítások során az Iglesias & Rogers (1996, OPAL) és Alexander & Ferguson (1994) által közölt átlagos Rosseland-opacitások megfelelő kémiai összetételre interpolált értékeit használtam. A modellekben szereplő relatív nehézelem-gyakoriságok a Grevesse & Anders (1991) által leírt szoláris értékeknek felelnek meg. A csillag külső burkát minden esetben nagy felbontással, 500 gömb-héjjal mintavételeztem az alábbiak szerint:

$$Q_{\text{in}} \equiv (R_{\text{in}}/R_{\text{surf}})(\mathcal{M}_{\text{in}}/\mathcal{M}_{\text{surf}}) = 0,05, \quad (2.8)$$

ahol R_{surf} és $\mathcal{M}_{\text{surf}}$ a felszíni, R_{in} és \mathcal{M}_{in} pedig a legbelső rácspontra vonatkozó értékeket jelentik. A burok (2.8) egyenletnek megfelelő mély, $(6 - 7) \cdot 10^6$ K hőmérsékletű alsó zónáig terjedő mintavételezése biztosítja a periódusok megfelelően nagyfokú (10^{-5} nap körüli pontosságú) stabilitását. A pulzációs modellek T_{eff} és $[\text{Fe}/\text{H}]$ paramétereinek értékeit úgy határoztam meg, hogy az általuk alkotott rács lefedje a 2.4. táblázatban közölt, BVI módszerrel meghatározott értékek tág környezetét, továbbá megfelelően nagy felbontással rendelkezzen a tetszőleges rácsközi értékek kvadratikusan interpolációval történő pontos meghatározásához..

A vizsgált (T_{eff} , $[\text{Fe}/\text{H}]$) rács pontjaiban a tömeg és a luminozitás különböző lehetséges modellértékei közötti interpoláció segítségével meghatároztam az észlelt periódusokhoz legjobban illeszkedő fizikai paramétereket. Ezeket a lineáris pulzációelméleti szempontból egyformán lehetséges modelleket a 2.5. táblázat mutatja. A modellek hőmérsékletértékei közötti lépésköz 50 K, a hidrogén, a hélium és a fémek teljes részarányának (rendre X , Y , Z) különböző rácspontokhoz tartozó értékei pedig megegyeznek a CPE módszerben felhasznált fejlődési modellekben szereplő értékekkel (bővebben ld. a 2.4.3. fejezetben). Megjegyzem, hogy a BS Com fémtartalmának és effektív hőmérsékletének BVI fotometriából megbecsült értékeihez a $\{Z = 0,0006, T_{\text{eff}} = 6800 \text{ K}\}$ rácspontra esik a legközelebb.

A pulzációs modellek fémtartalommal szembeni érzékenysége figyelemre méltó. A $[\text{Fe}/\text{H}]$ paraméter $\sim 0,2$ dex értékű bizonytalansága esetén a tömegben okozott eltérés nagysága eléri a $0,1-0,15 \mathcal{M}_{\odot}$ körüli értéket, ugyanakkor az effektív hőmérséklet ~ 200 K-es módosításával okozott változás kisebb, mint $0,06 \mathcal{M}_{\odot}$. A stacionárius állapotnak megfelelő g felszíni gravitációs gyorsulás és ρ sűrűség stabilitása szintén szembetűnő. Míg a fémtartalom fenti értékkel történő módosításakor a tömeg

~ 15 %-kal változik, ez az arány a $\log g$ és a $\log \rho$ esetében kevesebb mint 0,8 %, illetve 0,3 %. Ezek a mennyiségek az effektív hőmérséklet változására még kevésbé érzékenyek.

Lényeges megjegyezni, hogy a 2.5. táblázatban szereplő összes modell az alapmódban és az első felhangban egyaránt lineárisan gerjesztett állapotot ír le, vagyis kielégíti a hosszantartó, stabil kétmódusú pulzáció tényleges megvalósulásához szükséges alapvető feltételt. A módusszelekció részletesebb, nemlineáris hidrodinamikai vizsgálata meghaladja jelen tanulmány kereteit. Ugyanakkor a modellek fizikai paramétereiben a lineáris, radiatív és a nemlineáris, konvektív modellek közötti perióduseltérés miatt fellépő változásokkal kapcsolatban a 2.4.6. fejezet részletes vizsgálatokat tartalmaz.

2.4.3. Fejlődési modellek

A CPE módszerben felhasznált fejlődésimodell-rács előállításához a BaSTI¹⁰ modelldatábázis relatív szoláris elemgyakoriságú horizontális ági (*horizontal branch*, HB) fejlődési modelljeit használtam (Pietrinferni et al. 2004). A HB fejlődési pályákat a normál fejlődési modellekhez képest nagyobb tömeg- és időfelbontással, a nulla korú horizontális ág állapotától, vagyis a magban végbemenő He-fúzió nukleáris folyamatainak felépülésétől számítják. A különböző tömegű HB csillagmodellek magtömegét és a burok kémiai összetételének profilját a ZAHB állapotot megelőzően tipikusan $0,8 - 1,0 M_{\odot}$ (a fémtartalom függvényében növekvő) tömegű, egységesen 13 Gév korú vörös óriásági (*red giant branch*, RGB) csillagokból származtatják. A felhasznált modellekben az egyes fejlődési pályák közötti lépésköz a modelles csillagok tömegét tekintve tipikusan $0,01 M_{\odot}$ körüli. A nagy tömegfelbontás lehetővé teszi az RR Lyrae instabilitási sáv részletes fejlődési vizsgálatát. A 2.9. ábra a Hertzsprung–Russell diagramon az instabilitási sáv környezetében található BaSTI fejlődési pályákat mutatja (a BS Comae esetében is vizsgált) két különböző fémtartalomértékre.

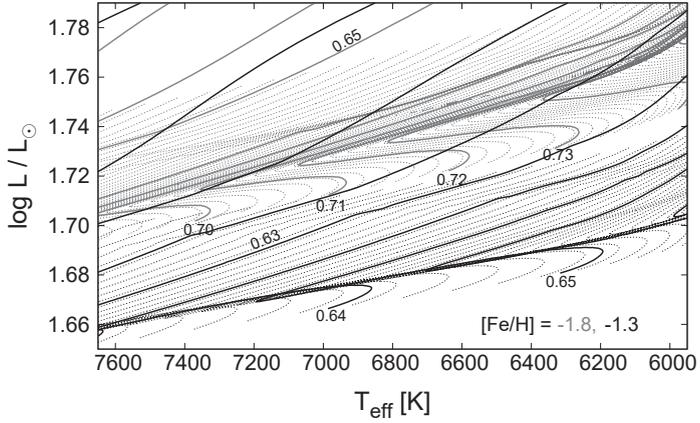
A fejlődési számításokhoz felhasznált fizikai alkotóelemekről, algoritmusokról, és paramétereikről a modelleket ismertető cikk (Pietrinferni et al. 2004) tartalmaz részletes leírást. Az alábbiakban csak néhány fontosabb, a modellek alkalmazásából származó eredményeket lényegesebben érintő jellemzőre térek ki. A számításokhoz felhasznált nagy felbontású modellek a konvekció és a diffúzió szempontjából „kanonikusak”, vagyis nem tartalmaznak konvektív túllövést (*overshooting*) és nem veszik figyelembe az atomi diffúzió hatását, tekintettel arra, hogy az ezen folyamatok mértékével és a fejlődési effektusokra gyakorolt hatásukkal kapcsolatos vizsgálatok egyelőre távol állnak az alapvető konszenzustól. A modellek ugyanakkor más tekintetben a legkorszerűbb fizikai eredményekre épülnek. A számításokban az RGB fázisban el-

¹⁰ <http://albione.oa-teramo.inaf.it/>

2.5. táblázat. A BS COM ÉSZLELT PERIÓDUSAIHOZ ILLESZKEDŐ LNA PULZÁCIÓS MODELLEK

T_{eff}	$\mathcal{M}/\mathcal{M}_{\odot}$	$\log L/L_{\odot}$	R/R_{\odot}	$\log g$	$\log \rho$
		$X = 0,7547$		$Z = 0,0003$	
6700	0,639	1,647	4,940	2,856	-2,127
6750	0,646	1,664	4,964	2,857	-2,128
6800	0,656	1,682	4,993	2,858	-2,130
6850	0,663	1,699	5,018	2,858	-2,131
6900	0,673	1,717	5,049	2,860	-2,133
		$X = 0,7546$		$Z = 0,0004$	
6700	0,669	1,661	5,021	2,861	-2,128
6750	0,678	1,679	5,050	2,862	-2,130
6800	0,688	1,697	5,080	2,863	-2,131
6850	0,698	1,715	5,111	2,865	-2,133
6900	0,709	1,733	5,143	2,866	-2,134
		$X = 0,7534$		$Z = 0,0006$	
6700	0,732	1,690	5,188	2,872	-2,132
6750	0,743	1,708	5,221	2,873	-2,133
6800	0,754	1,726	5,253	2,875	-2,135
6850	0,768	1,745	5,291	2,876	-2,137
6900	0,780	1,763	5,324	2,877	-2,138
		$X = 0,7530$		$Z = 0,0010$	
6700	0,872	1,745	5,530	2,893	-2,139
6750	0,885	1,763	5,563	2,894	-2,140
6800	0,901	1,782	5,603	2,896	-2,142
6850	0,914	1,800	5,637	2,897	-2,143
6900	0,929	1,818	5,672	2,898	-2,145

Megjegyzés: A táblázatban feltüntetett T_{eff} értékek Kelvin-fokban, a g és a ρ értékei pedig CGS-egységekben értendők. A modellek 10^{-5} nap pontossággal illeszkednek a megfigyelt periódusokhoz.



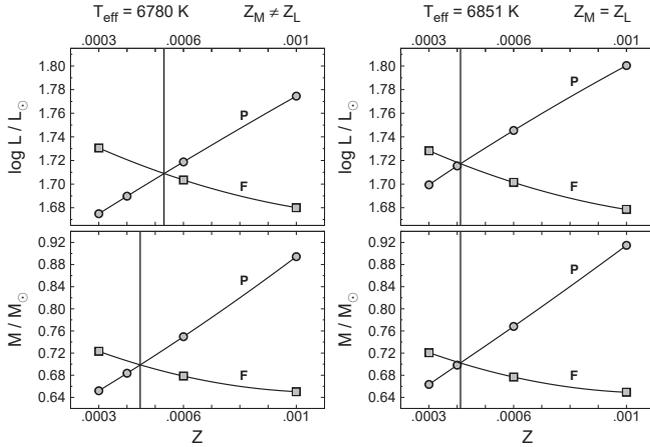
2.9. ábra. HORIZONTÁLIS ÁGI BaSTI FEJLŐDÉSI PÁLYÁK A FÉMTARTALOM KÜLÖNBÖZŐ ÉRTÉKEI ESETÉN. A szürke és fekete vastag görbék az ábrán megadott fémtartalomértékekhez tartozó fejlődési utakat jelölik a Hertzsprung–Russell diagramon, az RR Lyrae instabilitási sáv környezetében. Bizonyos modellek esetén a hozzájuk tartozó tömegértéket (\mathcal{M}_{\odot} egységben) megjelöltem. A pontozott vonallal ábrázolt görbék köztes tömegekre interpolált modelleket jelölnek $\log t_{\text{HB}} = 7,9$ ($t_{\text{HB}} \sim 79,4$ M év) horizontális ági korrig.

fajulttá váló He-mag fizikai állapotára is kiterjedő konduktív opacitásokat (Potekhin 1999), valamint az elfajult plazmában relevánssá váló plazma–neutrínó kölcsönhatás energiadiSSIPációjának korszerűsített modelljét használják (Haft et al. 1994). Emellett a klasszikus OPAL-hoz hasonló, de szélesebb paramétertartományon érvényes állapotegyenletet alkalmaznak (Irwin 2004), melynek hatására a modelleszillagok a korábbi számításokhoz képest szisztematikusan magasabb hőmérsékletű és fényesebb fejlődési állapotokon mennek keresztül. Az új eredményeken alapuló fizikai építőelemeknek köszönhetően a BaSTI modellek a korábbiakhoz képest nagyobb pontossággal határozzák meg az RGB csillagok magjának elméleti tömegét, mely a további horizontális ági fejlődés szempontjából kulcsparaméter.

2.4.4. Kombinált pulzációs és fejlődési megoldás

A BS Comae fizikai paramétereit az előző két fejezetben ismertetett modellek kombinációjával határoztam meg. A (2.6) formális kifejezésben szereplő elméleti \mathcal{P} pulzációs és \mathcal{E} fejlődési vektorfüggvények diszkrét rácpontokban vett értékeit a BS Com periódusaihoz illeszkedő LNA pulzációs modellek, illetve a horizontális ági BaSTI fejlődési modellek adják meg. Mivel a különböző fémtartalomhoz és tömeghez tartozó horizontális ági fejlődési görbék nagyon hasonló alakúak (vagyis egymásba könnyen áttranszformálhatók), ezért a rácpontokban vett modellértékek közötti tetszőlegesen ponthoz tartozó függvényértékek megfelelő interpoláció segítségével a szükséges pontossággal meghatározhatók. A mindkét modellt kielégítő, azaz a (2.7) formális egyenlet megoldását alkotó paraméterkombinációk meghatározásának menete a következő:

- (i) A horizontális ági BaSTI fejlődési görbékből izokronokat konstruálunk, azaz a különböző $[\text{Fe}/\text{H}]$ értékekhez tartozó fejlődési modellseregeket a t_{HB} idő- és \mathcal{M} tömegparaméter szerint egységes mintavételezésű rácsra interpoláljuk.
- (ii) A t_{HB} horizontális ági kor értékét rögzítjük, az ehhez tartozó fejlődési izokront és a pulzációs modelleket közös T_{eff} értékre interpoláljuk. Az első két lépésben végzett interpolációs számításokhoz harmadrendű spline-okat használtam.
- (iii) A effektív hőmérséklet (és kor) előzőekben rögzített értékéhez tartozó modelleket a $Z - \mathcal{M}$ illetve $Z - \log L$ síkon vizsgáljuk (2.10. ábra). Amennyiben a pulzációs és fejlődési függvények értékkészlete a modellek által lefedett Z -tartományon belül nem diszjunkt, akkor kvadratikusan interpoláció segítségével meghatározzuk a $Z - \mathcal{M}$ és $Z - \log L$ síkon alkotott metszéspontjaik $Z_{\mathcal{M}}$ és Z_L abszcisszáit, melyek általános esetben a 2.10. ábra bal oldali részén látható példához hasonlóan egymástól eltérő értéket vesznek fel.



2.10. ábra. MODELL TÖMEG ÉS LUMINOZITÁS A FÉMTARTALOM FÜGGVÉNYÉBEN. Az ábrákon rögzített $\log t_{\text{HB}} = 7,424$ horizontális ági korhoz tartozó fejlődési modellek (F, négyzetek) és a BS Com periódusaihoz illeszkedő pulzációs modellek (P, körök) tömeg- és luminozitásértékei láthatók a fémtartalom függvényében, az effektív hőmérséklet két különböző értéke esetén. A Z nehézelem-tartalom modellekben rögzített értékei közötti kvadratikusan interpolációs függvényeket folytonos görbék jelölik. Az egyes görbék metszéspontjait függőleges vonalak mutatják.

- (iv) A T_{eff} értékét változtatva megkeressük azt a paraméterkombinációt, amely minimalizálja a következő kifejezést:

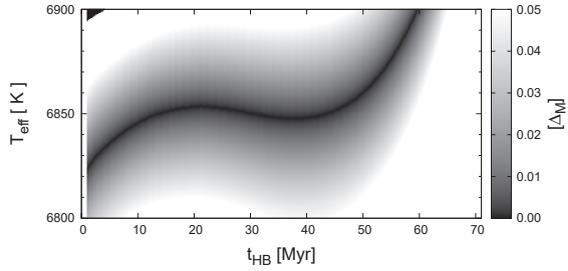
$$[\Delta_M] = |\log Z_M - \log Z_L|, \quad (2.9)$$

vagyis amelyre a pulzációs és fejlődési görbék a két síkon azonos Z értéknel metszik egymást (ld. a 2.10. ábra jobb oldala). A (2.9) kifejezés használatával a metszéspontok abszcisszái közötti különbség a $[\text{Fe}/\text{H}]$ fémtartalomindexszel azonos skálára kerül.

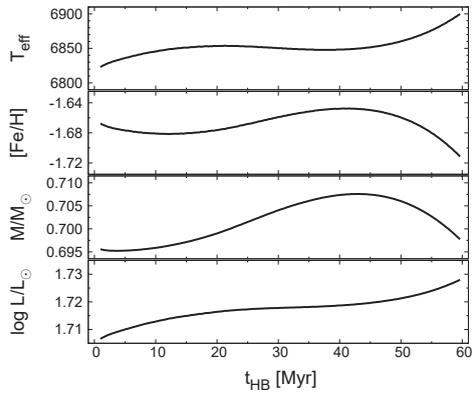
- (v) A fenti eljárást további izokronokra megismételve feltérképezzük a $[\Delta_M]$ paraméter változását a horizontális ági kor függvényében. A fejlődés különböző szakaszaiban a $[\Delta_M] = 0$ feltétel (vagyis hogy a paraméterek egyidejűleg eleget tesznek a fejlődési modellek megszorításainak és illeszkednek a megfigyelt periódusokhoz) a fizikai paraméterek más-más értékei mellett teljesül. A 2.11. ábra a $[\Delta_M]$ mennyiség változását mutatja a t_{HB} és T_{eff} változók vizsgált tartományán belül. Az ábrán a kombinált pulzációs és fejlődési megoldások a $[\Delta_M]$ minimális értékéhez tartozó gerincvonal mentén helyezkednek el. A vizsgált modellek által lefedett ($T_{\text{eff}} < 6900 \text{ K}$) paramétertartományon belül $t_{\text{HB}} \sim 60$ millió éves korig kapunk megoldásokat. Ezen belül a hozzávetőleg 50 millió évnél alacsonyabb horizontális ági korhoz tartozó megoldások egy rendkívül szűk hőmérséklettartományon belül koncentrálnak. Az ennél számottevően idősebb fejlődési állapotokhoz tartozó megoldások a nekik megfelelő magas hőmérsékletek miatt nagy valószínűséggel kizárhatók, mivel jelentősen eltérnek a BS Com megfigyelt színdexzeiből származtatott T_{eff} értéktől.

A $[\Delta_M] = 0$ görbe által kiválasztott megoldásokat az egyes fizikai paraméterekre vonatkozóan a 2.12. ábra mutatja a t_{HB} , mint szabad paraméter függvényében. A megoldásokat alkotó $\log L$, M , T_{eff} és $[\text{Fe}/\text{H}]$ fundamentális paraméterek figyelemreméltóan szűk tartományon belül koncentrálnak. A görbék alakjában $t_{\text{HB}} \approx 40$ millió év közelében végbemenő topológiai változás (lokális szélsőérték, illetve inflexió) a megoldások ezen pontjaihoz tartozó fejlődési pályák hőmérsékleti maximumához kapcsolódik. Fejlődésének ezen szakaszában a csillag, elérve a legforróbb horizontális ági állapotot, visszafordul a HRD-n (ez az úgynevezett *blue nose* állapot, vö. 2.9. ábra). Ezt követően fejlődése fokozatosan felgyorsul (az \dot{L} és \dot{T}_{eff} értéke néhány millió év alatt jelentősen megnő), és a magjában található hélium mennyiségének rohamos csökkenésével párhuzamosan gyorsan elfejlődik az aszimptotikus óriáság felé.

A 2.12. ábrán látható megoldások által megengedett tömeg- és luminositás-értékek teljes tartománya (vagyis a t_{HB} értékének bizonytalansága) a spektroszkópai megfigyelésekből közvetlenül származtatható paraméterek, vagyis a T_{eff} és a $[\text{Fe}/\text{H}]$



2.11. ábra. A $[\Delta_M]$ PARAMÉTER VÁLTOZÁSA A HORIZONTÁLIS ÁGI KOR ÉS AZ EFFEKTÍV HŐMÉRSÉKLET FÜGGVÉNYÉBEN.



2.12. ábra. A BS COMAE CPE MÓDSZERREL MEGHATÁROZOTT FIZIKAI PARAMÉTEREI A HORIZONTÁLIS ÁGI KOR FÜGGVÉNYÉBEN.

2.6. táblázat. A BS COMAE FIZIKAI PARAMÉTEREI

[Fe/H]	T_{eff} [K]	M/M_{\odot}	$\log(L/L_{\odot})$
$-1,67 \pm 0,01$	6840 ± 14	$0,698 \pm 0,004$	$1,712 \pm 0,005$
$-1,58 \pm 0,11$	6842 ± 10		

Megjegyzés: A CPE módszerhez tartozó megoldások (első sor) hibái a 2.12. ábrán látható paramétertartományokon belüli szórásokat jelentik. A BVI módszerhez tartozó értékek (második sor) és formális statisztikai hibáik a 2.4 táblázatból származnak.

jobb független becslése esetén elvileg az adott mérési pontosság által megszabott határig leszűkíthető. Az egyes paraméterek pontosságának ily módon történő további jelentős növeléséhez azonban rendkívül precízen (a statikus állapotnak leginkább megfelelő pulzációs fázisban) végrehajtott nagy felbontású spektroszkópiai mérésekre lenne szükség, melyet egyelőre egyetlen kétmódusú RR Lyrae csillag esetében sem végeztek.

A BS Comae CPE módszerrel meghatározott fizikai paramétereit a 2.6. táblázat foglalja össze. A táblázat felső sorában feltüntetett értékek a horizontális ági kor által parametrizált, a 2.12. ábrán látható megoldásseregek átlagait, a hibák pedig azok szórásait jelölik, azonos valószínűséget feltételezve a különböző fejlődési állapotoknak megfelelő megoldásoknak. A táblázat második sorában összehasonlítképp feltüntettem a T_{eff} és a [Fe/H] BVI módszer segítségével becsült értékeit (ld. 2.3.1. fejezet). A CPE módszer eredményei ugyan nem teljesen függetlenek ezektől, hiszen felhasználtuk őket a t_{HB} korparaméter T_{eff} -en keresztül történő, kb. ± 50 K-nek megfelelő behatárolására (vö. 2.11. ábra), a kapott megoldások azonban ezt jóval meghaladó mértékű egyezést mutatnak. Noha az effektív hőmérséklet értékeinek rendkívüli, tíz fokon belüli egyezése vélhetően csak a véletlen statisztikai egybeesésnek köszönhető, a 2.6. táblázat alapján arra a megnyugtató következtetésre juthatunk, hogy a teljesen eltérő módszerekből (többszín-fotometria és atmoszféramodellek, illetve pulzációs és fejlődési modellek) adódó fizikai paraméterek között nincsen számottevő szisztematikus eltérés.

2.4.5. Az eredmények bizonytalansága

Lényeges kérdés, hogy a 2.6. táblázatban feltüntetett, a t_{HB} horizontális ági kor bizonytalanságából származó hibákon kívül milyen egyéb bizonytalansági tényezőkkel kell számolnunk. A lehetséges megfigyelési paraméterek közül (a megoldássorozatok szűkebb behatárolására alkalmazott színindexeken kívül) csak a periódusokat

használtuk fel, melyek rendkívül precízen mérhetőek, így ezek mérési pontatlansága miatt a CPE módszer eredményeiben jelentkező hibák nyilván teljesen elhanyagolhatóak.

Mivel a számítások során a pulzációs és a fejlődési modellek esetében egyaránt véges felbontású rács értékei közötti interpolációt végzünk, ezért fontos szót ejteni az ezek során fellépő numerikus hibák mértékéről. A fejlődési görbék izokronokká transzformálása során az \mathcal{M} és t_{HB} rácsponthelyi értékei között végzett köbös spline interpoláció bizonytalansága az interpolált értékek eredeti modellértékekkel történő összehasonlítása alapján elhanyagolható mértékű. Az elvégzett tesztek szerint az így fellépő hiba $\log T_{\text{eff}}$ -ben és $\log L$ -ben 10^{-3} dex-nél kisebb. Pietrinferni et al. (2004) hasonló vizsgálatai alapján a fémtartalom kvadratikus interpolációja során is a fentiekhez hasonló mértékű numerikus hiba lép fel a hőmérséklet és luminositás értékeiben, míg a tömegben $10^{-3} M_{\odot}$ körüli pontatlanság jelentkezik.

A CPE módszerrel meghatározott fizikai paraméterek döntően elméleti modelleken alapszanak, így az eredmények pontosságát elsősorban a felhasznált modellek konstrukciójának belső bizonytalanságai határozzák meg. Az elméleti modellek fizikai alkotóelemeinek esetleges hiányosságain, illetve egyes egyszerűsítésein kívül az eredményekre befolyással vannak bizonyos pontatlanul ismert, ezért nagymértékben önkényes alapon rögzített értékű modellparaméterek is. A fejlődési modellek konstrukciós tulajdonságai közül legnagyobb mértékben a konvektív túllövés és az atomi diffúzió hatása befolyásolhatja az eredményeket. Noha ezen folyamatok fejlődési pályákra gyakorolt hatása egyértelmű, pontos mértékük a csillagfejlődés különböző fázisaiban nem ismeretes, és így az általuk a fejlődési utakban okozott effektusok valódi nagysága sem. A túllövés, vagyis a konvektív elemeknek a Schwarzschild-féle instabilitási zóna határán túli behatolása szignifikáns mértékű keveredéshez vezethet a konvekcióval szemben formálisan stabil régióon belül is, miáltal (a forgási keveredés mellett) számottevő hatással lehet a konvektív mag méretére. A túllövési folyamat hatására a főszorozati állapot időtartama megnő, a csillag fényesebb lesz, és nagyobb héliummag alakul ki, mely nyilvánvalóan kihat a csillag további, horizontális ági fejlődésére is. A jelen tanulmányban felhasznált kanonikus fejlődési modellek ezt az effektust nem veszik figyelembe – ennek azonban, tekintettel arra, hogy az RR Lyrae-k korábbi fejlődési szakaszukban valószínűleg kis tömegű főszorozati objektumok voltak (így nem lehetett jelentős konvektív magjuk), minden valószínűség szerint (a Cefeidákkal ellentétben) nincs jelentős hatása a horizontális ági állapotra. A magban végbemenő héliumégés alatt a konvektív magban végbemenő túllövési mechanizmus hatására a horizontális ági állapot időtartama lerövidül, a csillag magasabb luminositással rendelkezik és a fejlődési pályák által a Hertzsprung–Russell diagramon (HRD-n) leírt kék irányú hurkok (*blue loops*) kevésbé lesznek kiterjedtek,

mint a túllövésmentes modellek esetében. A Schwarzschild-mag határán kívül létrejövő, a túllövési folyamat által hajtott szemikonvekciós tartományt a BaSTI fejlődési modellek a szokásos módon figyelembe veszik. Ezen kívül további túllövési zóna alakulhat ki a konvektív burok alján, mely szintén befolyásolhatja a horizontális ági fejlődési pályák morfológiáját. Ezen effektus hatásával azonban az itt alkalmazott fejlődési modellek nem számolnak, egyrészt elkerülendő egy újabb szabad paraméter bevezetését, másrészt mert a folyamat hatékonyságára vonatkozóan egyelőre nem áll rendelkezésre meggyőző bizonyíték.

További, nem elhanyagolható hatása lehet a horizontális ági fejlődésre az atomi diffúzió folyamatának. Egyrészt a fősorozati fejlődés alatt végbemenő diffúzió kumulatív hatása befolyásolja a főszorozat kezdete és a horizontális ági fejlődést megelőző *He-flash* állapot között a csillagban kialakuló héliummag tömegét. Michaud et al. (2007) tanulmánya szerint ennek, illetve a diffúzió hatására a He és a fémek megváltozott részarányának köszönhetően a ZAHB luminozitása hozzávetőleg 0,01 dex mértékű növekedést mutathat a modellekben. Emellett rámutatnak, hogy a diffúzió hatása a horizontális ági fejlődés relatíve rövid időtartama alatt sem elhanyagolható, noha a diffúzió és a túllövés kémiai keveredésben betöltött relatív szerepe egyelőre nem tisztázott. A jelen tanulmányban felhasznált BaSTI fejlődési modellek nem veszik figyelembe az atomi diffúzió hatását.

A CPE módszer eredményeit befolyásolják az Y/Z arányának (vagyis a légkör héliumtartalmának), illetve a fémek relatív részarányának modellekben adaptált értékei is. Az itt felhasznált modellekben beállított paramétereik megfelelnek a szokásos feltevéseknek, de valódi értékük csillagonként nyilván eltérő lehet.

A felsorolt tényezők mind hozzájárulnak a CPE módszerrel kiszámított fizikai paraméterek bizonytalanságához, ám az egyes effektusoknak a végső eredményekre gyakorolt hatása nem ismeretes, mint ahogy az sem, hogy együttes hatásuk hogyan befolyásolja a felhasznált fejlődési modelleket. Az egyes bizonytalansági tényezők által a kombinált pulzációs és fejlődési megoldássorozatokban okozott eltérések a bemenő modellek megfelelő módosításaival elvileg könnyen tanulmányozhatók lennének. Sajnos azonban jelenleg nem áll rendelkezésre olyan fejlődési modell adatbázis, amely az egyes paraméterek szabad variálását lehetővé tenné. Ennek hiányában azt is hasznos lenne látni, hogy a BaSTI fejlődési modelleket más fejlesztésű, egyúttal más konstrukciós paraméterekkel rendelkező modellekkel helyettesítve (és szükség esetén, a konzisztencia érdekében a pulzációs modelleket is megfelelően módosítva) milyen eltérés jelentkezik a CPE módszerrel kapott eredményekben. A ma hozzáférhető horizontális ági fejlődési modellesaladók közül azonban az itt felhasznált paraméterekkel rendelkező BaSTI modellsorozat az egyetlen, amely elegendően nagy idő- és tömegfelbontással rendelkezik ahhoz, hogy a CPE módszer során végzett

rácpontok közötti interpolációk megfelelő pontossággal végrehajthatók legyenek.

A fentiekhez képest legalább ugyanolyan fontos azt megvizsgálni, hogy az eredmények miként függnek a felhasznált pulzációs modellek paramétereitől. Ez a kérdés az itt alkalmazott lineáris, radiatív és a konvektív, nemlineáris, aszimptotikus modellek által prediktált periódusok közötti szisztematikus eltéréseken keresztül jól vizsgálható. A következő fejezetben részletesen bemutatom a nemlinearitás és a konvekció által a BS Com kombinált pulzációs és fejlődési modelljének fizikai paramétereire gyakorolt hatásokat.

2.4.6. A nemlinearitás és a konvekció becsült hatása

A radiatív LNA pulzációs modellek alkalmazásakor azzal a feltevessel élünk, hogy az elméleti lineáris periódusok megfeleltethetők az észlelt periódusoknak, amelyekről viszont tudjuk, hogy mögöttük – a kétmódusú pulzációs állapot hosszú élettartamából adódóan – természetükénél fogva nemlineáris folyamatok állnak. Mivel a CPE módszer eredményei nagyban támaszkodnak erre a feltevésre, ezért lényeges megvizsgálni, hogy a jelenleg rendelkezésre álló nemlineáris, konvektív modellek aszimptotikus periódusai jelentős mértékben eltérnek-e a radiatív LNA modellek által prediktált periódusoktól. Itt fontos megjegyezni, hogy ez a probléma minden asztroszizmológiai vizsgálatot érint, amennyiben a tanulmányozott többmódusú pulzációs állapot nemlineáris folyamat következtében jön létre. A pulzáció nemlineáris modellezése ugyanakkor általánosságban véve rendkívül nehéz, mivel a többmódusú oszcillációk túlnyomóan nemradiálisak, így modellezésük teljes 3 dimenziós hidrodinamikai szimulációval lenne kivitelezhető. Ezért a fenti kérdésre jelenleg kizárólag az RRd csillagok és a kétmódusú Cefeidák esetében kaphatunk választ, mivel ezek a csillagok ismereteink szerint gyakorlatilag tisztán radiális pulzációt végeznek, és nemlineáris modellezésük megvalósítható.

A lineáris és az aszimptotikus, nemlineáris hidrodinamikai modellek közötti perióduseltéréssel kapcsolatban majdhogy egyáltalán nem állnak rendelkezésre szakirodalmi adatok. E tekintetben elsősorban Kolláth & Buchler (2001) korlátozott eredményeire támaszkodhatunk. Vizsgálataik szerint a nemlineáris periódusok nagyságrendileg 0,001 nappal hosszabbak, és a periódusokban fellépő eltérések 0,002-nél kisebb mértékű csökkenést eredményeznek a periódusarányban. Szabó Róbert jelenleg előkészületben lévő kiterjedtebb tanulmánya alapvetően megerősíti a korábbi eredményeket. Vizsgálatai a fizikai és modellkonstrukciós paraméterek számos különböző kombinációját érintik (mindenekelőtt a gömbhéjak számának és a burok alsó határának tekintetében), jól lefedve a nemlineáris modellekben megvalósuló kétmódusú paraméterteret. Az aszimptotikus kétmódusú tartományon belül az összes vizsgált modell esetében mindkét módus periódusa hosszabb, mint az LNA közelítés

2.7. táblázat. A BS COM MÓDOSÍTOTT PERIÓDUSAIHOZ ILLESZKEDŐ LNA
PULZÁCIÓS MODELLEK

T_{eff}	$\mathcal{M}/\mathcal{M}_{\odot}$	$\log L/L_{\odot}$	R/R_{\odot}	$\log g$	$\log \rho$
		$X = 0,7547$		$Z = 0,0003$	
6700	0,672	1,662	5,026	2,862	-2,128
6750	0,679	1,679	5,050	2,863	-2,129
6800	0,689	1,697	5,080	2,864	-2,131
6850	0,697	1,714	5,105	2,865	-2,132
6900	0,707	1,732	5,137	2,866	-2,134
		$X = 0,7546$		$Z = 0,0004$	
6700	0,705	1,677	5,114	2,868	-2,130
6750	0,715	1,695	5,144	2,869	-2,131
6800	0,724	1,713	5,172	2,870	-2,133
6850	0,733	1,730	5,200	2,871	-2,134
6900	0,745	1,748	5,232	2,872	-2,135
		$X = 0,7534$		$Z = 0,0006$	
6700	0,772	1,706	5,287	2,879	-2,133
6750	0,786	1,725	5,325	2,881	-2,135
6800	0,798	1,743	5,356	2,882	-2,136
6850	0,810	1,761	5,389	2,883	-2,138
6900	0,820	1,778	5,416	2,884	-2,139
		$X = 0,7530$		$Z = 0,0010$	
6700	0,919	1,761	5,633	2,900	-2,140
6750	0,930	1,778	5,660	2,901	-2,141
6800	0,944	1,796	5,694	2,902	-2,142
6850	0,959	1,814	5,728	2,903	-2,144
6900	0,971	1,831	5,757	2,904	-2,145

Megjegyzés: A táblázatban feltüntetett T_{eff} értékek Kelvin-fokban, a g és a ρ értékei pedig CGS-egységekben értendők. A modellek 10^{-5} nap pontossággal illeszkednek a BS Com (2.10–11.) szerint módosított periódusaihoz ($P_0 = 0,486448$ d és $P_1 = 0,362340$ d).

esetén. A periódusok közötti különbség 0,001 d alatt marad, a perióduseltérések a periódusarány csökkenéséhez vezetnek, melynek értéke 0,0015-nél kisebb. A perióduseltolódásra az alábbi általános relatív értékek adódtak:

$$P_{\text{LNA}}(\text{FU})/P_{\text{NL}}(\text{FU}) = 0,997 \quad (2.10)$$

$$P_{\text{LNA}}(\text{FO})/P_{\text{NL}}(\text{FO}) = 0,998, \quad (2.11)$$

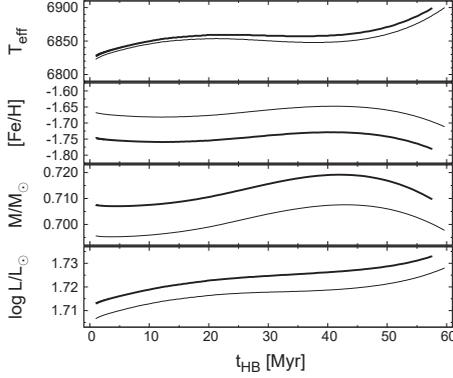
ahol FU az alapmódust, FO pedig az első felhangot jelöli. Ha feltesszük, hogy a BS Com észlelt periódusai közvetlenül megfeleltethetők a nemlineáris aszimptotikus modellek periódusainak, akkor a (2.10–11) kifejezések a következő LNA periódusokat *prediktálják*:

$$P_0(\text{LNA, pred.}) = 0,486448 \quad (2.12)$$

$$P_1(\text{LNA, pred.}) = 0,362340 \quad (2.13)$$

$$P_1/P_0(\text{LNA, pred.}) = 0,744869. \quad (2.14)$$

A nemlinearitás és a konvekció hatásának vizsgálatára a 2.4.2. fejezetben leírtakal megegyező módon létrehoztam egy, a fenti, módosított periódusokhoz illeszkedő LNA modellsorozatot. A módosított modellek a 2.7. táblázatban láthatók. Az eredményeket az eredeti, észlelt periódusokhoz illeszkedő modellekkel összehasonlítva (ld. 2.5. táblázat) az azonos fémtartalomhoz és effektív hőmérséklethez szisztematikusan nagyobb tömeg- és luminozitásértékek tartoznak. Az eltérések nagysága hozzávetőleg $\sim 0,04 M_{\odot}$, illetve $\sim 0,015$ dex. A CPE módszer bemeneteként az eredeti pulzációs modellek helyett a módosított LNA rácsot használva, és a teljes, 2.4.4. fejezetben ismertetett modellkombinációs eljárást így megismételve a 2.13. ábrán látható módosított megoldássorozatokot kapjuk. Az eredményeket az eredeti görbékkel összehasonlítva szembetűnik, hogy a módosított modellekkel számított fizikai paraméterek csak rendkívül kis mértékben térnek el az eredeti, LNA közelítéssel meghatározott megoldásoktól. Az eltérés továbbá *szisztematikus*, tehát a nemlineáris/lineáris perióduskülönbség ismeretében egyszerűen prediktálható. Az eltérés mértéke (módosított mínusz eredeti megoldások formájában) az egyes fizikai paraméterekben hozzávetőleg a következő: $\Delta M = +0,01 M_{\odot}$, $\Delta \log L/L_{\odot} = +0,006$ dex, $\Delta T_{\text{eff}} = +10$ K, és $\Delta[\text{Fe}/\text{H}] = -0,08$ dex. Mint ahogy azt a fenti számok mutatják, a jelenlegi nemlineáris modellek által prediktált perióduseltérések mellett a T_{eff} és $[\text{Fe}/\text{H}]$ megoldások jó egyezéskben maradnak a független becslésből (a BVI módszerből) származó értékekkel.



2.13. ábra. A NEMLINEARITÁS ÉS A KONVEKCIÓ BECSÜLT HATÁSA A CPE MÓDSZER EREDMÉNYEIRE A BS COM ESETÉBEN. A vékony görbék a 2.12. ábrán láthatóakkal azonos CPE megoldásokat mutatják. A vastag görbékkel feltüntetett megoldásokat ezekkel megegyező módon, de a BS Com (2.10–11) szerint módosított periódusaihoz illeszkedő pulzációs modellek felhasználásával számítottam.

2.5. Összegzés

Az előzőekben a BS Comae galaktikus mezőbeli kétmódusú RR Lyrae csillag részletes fotometriai és elméleti vizsgálatának eredményeit ismertettem¹¹. A többszín-fotometriai adatok részletes idősor-analízise alapján a csillag fényváltozása a megfigyelési pontosságon belül a két pulzációs módus frekvenciájának összesen 15 lineáris kombinációjával teljesen leírható, és a kb. 2 mmag jelszint feletti nemradiális rezgési komponensek jelenléte kizárható. (Megjegyzem, hogy az AQ Leonis esetében a MOST fűrtávcső nagy pontosságú idősor-fotometriai adatainak vizsgálata során Gruberbauer et al. (2007) jóval alacsonyabb, szub-millimagnitúdós jelszinten detektáltak nemradiális oszcillációk jelenlétére utaló frekvenciakomponenseket.)

A BS Comae vizsgálatán keresztül részletesen bemutattam a CPE módszert, melynek segítségével pusztán a periódusok alapján, tisztán elméleti úton, pulzációs és fejlődési modellek illesztésével az RRd csillagok összes fundamentális fizikai paramétere nagy pontossággal meghatározható. A megoldásokban a horizontális ági kor

¹¹ Az idősorok analízisét 2007-ben egy előzetes tanulmány formájában (Dékány 2007), a CPE módszert, valamint a BS Comae-ra történő alkalmazásának eredményeit 2008-ban (Dékány et al. 2008) tettem közzé.

szabad paraméter marad.

Fontos összevetni a CPE módszerrel módszerrel kapott elméleti megoldásokat egyéb, független információkkal. Ennek érdekében a standard *BVI* magnitúdók alapján, Castelli (1999) atmoszféramodelleinek felhasználásával becslést végeztem a csillag fémtartalmára és kémiai összetételére vonatkozóan. A módszer megbízhatóságát előzőleg 21 alpmódusú mező RR Lyrae csillag adatai alapján vizsgáltam, összevetve a fotometriai becslés eredményeit a csillagok fémtartalmára vonatkozó spektroszkópai értékekkel. A módszer formális hibájára (a fotometriai és spektroszkópai adatok különbségének szórására) 0,15 dex adódott, mely alátámasztja a *BVI* módszer alkalmazásával nyert adatok megbízhatóságát. Az eljárást a BS Comra alkalmazva a $[\text{Fe}/\text{H}] = -1.60 \pm 0.12$ és $T_{\text{eff}} = 6804 \pm 10$ K eredmények adódtak (a megadott hibák csupán a statisztikai jellegű hibákat foglalják magukban).

A CPE módszerrel nyert megoldássorozatokból a fotometriai adatok alapján, függetlenül meghatározott paraméterek figyelembevételével nagy valószínűséggel kizárhatók a 60 millió évnél magasabb horizontális ági korhoz tartozó állapotok. Mivel a csillag fejlődési állapotára vonatkozóan nem áll rendelkezésünkre további független információ, ezért az ezen intervallumon belüli megoldásokat egyforma valószínűségűnek tekinthetjük. A modellek azonban a megoldásokat így is rendkívül szűk tartományon belül behatárolják. A korparaméter bizonytalanságát figyelembe véve a BS Com fizikai paramétereire a következő eredmények adódnak: $\mathcal{M}/\mathcal{M}_{\odot} = 0,698 \pm \pm 0,004$; $\log(L/L_{\odot}) = 1,712 \pm 0,005$; $T_{\text{eff}} = 6840 \pm 14$ K és $[\text{Fe}/\text{H}] = -1,67 \pm 0,01$; ahol a hibák a megengedett intervallumokon belül számított 1σ tartományok.

Érdekes összehasonlítani a fenti eredményeket a különböző rendszerekben található RRd csillagok átlagos fizikai paramétereivel. Kovács (2001a) 2. táblázata négy rendszer RRd-inek fejlődési modellek figyelembevétele *nélkül* meghatározott fizikai paramétereit foglalja össze. Ezek közül az IC 4499 és az LMC rendelkeznek a BS Com fémtartalmához közeli átlagos $[\text{Fe}/\text{H}]$ értékekkel, azonban az LMC-t inhomogén populációja miatt kihagyhatjuk az összehasonlításból. A BS Comae-re kapott eredményeket így az IC 4499 átlagos paramétereivel ($T_{\text{eff}} = 6760$ K, $\log L/L_{\odot} = 1,708$, $\mathcal{M}/\mathcal{M}_{\odot} = 0,755$) összehasonlítva, azokkal elég jó egyezést találunk. A legnagyobb különbség a tömegben tapasztalható, mely annak a következménye, hogy az IC 4499-ben található RRd csillagok alpmódusi periódusainak átlaga a BS Com-énál valamivel rövidebb (mivel a többi fizikai paraméter közel azonos, ezért ez a különbség elsősorban a tömeg magasabb átlagos értékében nyilvánul meg).

Az elméleti paraméterek konzisztenciájának további indirekt ellenőrzésére nyílik lehetőség a periódus–fényesség–szín (*period–luminosity–color*, PLC, Kovács & Walker 2001) reláció nullpontjának meghatározásán keresztül. Noha az összefüggés érvényességét empirikus úton ezidáig csak az alpmódusú RR Lyrae csillagok ese-

tében mutatták ki, általános fizikai jellege miatt azonban a jelen összehasonlítás kedvéért a BS Com alaplómódusára is kiterjeszthetjük. A csillag fizikai paramétereire interpolált $BC = -0,15$, illetve a $M_{\text{bol},\odot} = 4,75$ értékeket felhasználva, az intersztelláris vörösödés figyelembevételével (Schlegel et al. 1998, ld. 2.4. táblázat) a PLC reláció nullpontjára a $-1,02$ érték adódik. Ez 0,06-dal magasabb a Kovács (2003) által meghatározott értéknél, vagyis ennyivel alacsonyabb értéket prediktál az LMC távolságmodulusára vonatkozóan (melynek értéke a Kovács által meghatározott nullpont alapján 18,55). Az eltérés csekély mértéke is alátámasztja a BS Com fizikai paramétereinek konzisztenciáját, kiváltképp, ha figyelembe vesszük, hogy a kétmódusú PLC reláció egzakt alakja bizonyos mértékben inherens módon eltérhet az alaplómódusú csillagokétól. Az empirikus és az RRd-k elméleti fizikai paramétereitől definiált PLC reláció viszonyára a 3.3. fejezetben részletesebben visszatérek.

A perióduseltérés elméleti úton prediktált mértéke alapján becslést végeztem a konvekció és a nemlinearitás által a CPE módszerrel meghatározott fizikai paraméterekben okozott eltérések nagyságára vonatkozóan. Szabó et al. (előkészületben) kiterjedt összehasonlító vizsgálatai alapján az effektusok figyelembevétele $\sim 1,5\%$ -os szisztematikus eltérést okoz a megoldásokban. Amennyiben ez a korrekció a további vizsgálatok alapján is szükségesnek bizonyul, alkalmazása egyszerű feladat lesz, mivel a modellek közötti perióduseltérés nagy mértékben független a paraméterek konkrét értékétől. Nem szükséges tehát minden vizsgált RRd esetén nagy számítási igényű nemlineáris modellek futtatása, helyettük egyszerű általános korrekciók végrehajtása után a lineáris modellek is megfelelnek.

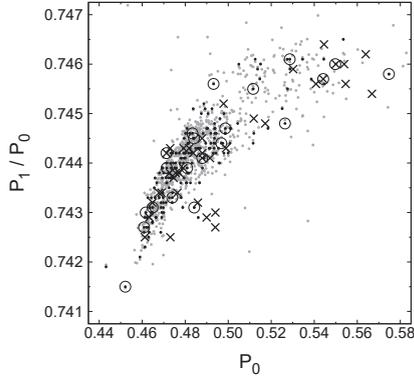
A teljes RRd paramétertér vizsgálata

A CPE módszer segítségével a kétmódusú RR Lyrae csillagok fizikai paramétereit a pulzációs periódusok alapján, további megfigyelési információk (pl. pontosan kalibrált többszín-fotometria, spektrofotometria, vagy nagyfelbontású spektroszkópia) hiányában is nagy pontossággal behatárolhatók. Ez lehetőséget ad számos további, ismert periódusú RRd csillag homogén vizsgálatára. A különböző, változatos periódusokkal rendelkező individuális objektumok fizikai paramétereinek meghatározásán keresztül, az RRd-k megfigyelt perióduseloszlását szisztematikusan lefedő felméréssel feltérképezhetjük a paraméterek eloszlását, betekintést nyerve a közöttük lévő összefüggésekbe.

Popielski et al. (2000) hasonló törekvéssel, a pulzáció és a csillagfejlődés együttes figyelembevételével vizsgálták a periódusok észlelt eloszlása és a fizikai paraméterek elméleti tartományai közötti kapcsolatot az LMC esetében. Tanulmányukban elméleti fejlődési görbék mentén létrehozott pulzációs modellsorozatok periódusainak eloszlását hasonlították össze a megfigyelt perióduseloszlással. Jelen dolgozatban egy ehhez képest fordított megközelítésben, a megfigyelt periódusokat a számítások bemeneteként használva vetem vizsgálat alá a kétmódusú RR Lyrae csillagok által populált paramétertér tulajdonságait.

3.1. Módszer és adatok

A 3.1. ábra a galaktikus mező és az LMC ismert kétmódusú RR Lyrae csillagainak Petersen-diagramját mutatja. Az objektumok túlnyomó többsége egy jól körülhatárolható tartományon belül koncentrálódik. Az itt feltüntetett nagyszámú csillag $P_0 - P_1/P_0$ eloszlásának teljes kiterjedése egyúttal magában foglalja a különböző csillagrendszerekben (gömbhalmazokban, törpegalaxisokban és a galaktikus halóban) eddig felfedezett (de itt nem ábrázolt) összes RRd csillag túlnyomó többségének periódusait is. A 3.1. ábrán, az RRd-k által sűrűn populált, élesen kirajzolódó elnyúlt alakzaton nagymértékben kívül eső néhány pont (elsősorban az OGLE-III katalógus [szürke pontok] kis számú csillaga, valamint a mező RRd-k [keresztek]

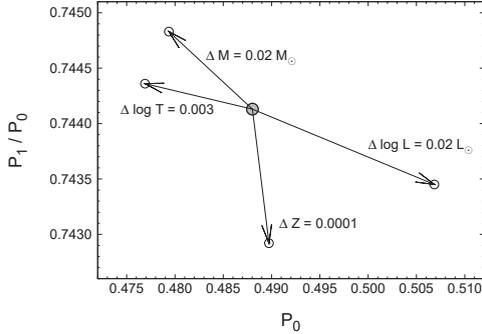


3.1. ábra. A GALAKTIKUS MEZŐ ÉS AZ LMC ISMERT RRd CSILLAGAINAK PETERSEN-DIAGRAMJA. A fekete pontok a MACHO (Kovács 2000b), a szürke pontok az OGLE-III katalógus (Soszyński et al. 2009) kétmódusú RR Lyrae csillagait jelölik. Keresztekkel az ismert mező RRd-eket ábrázoltam (ld.: A.1. táblázat). A dolgozatban vizsgált csillagokat körök jelzik.

közül néhány) esetében nagy valószínűséggel a frekvenciaanalízis hibás eredményei okozzák az eltérést. Az LMC csillagok fotometriája esetében a látómező zsúfoltsága és a *blend*-ek, a kistávcsöves automata égboltfelmérések által azonosított RRd-k esetében pedig az általánosan alacsony mérési pontosság könnyen vezethet a periódusok téves azonosításához. Ez különösen valószínű, ha figyelembe vesszük, hogy a közelmúltban közzétett OGLE-III katalógus esetében a frekvenciakomponensek azonosítása automatikus eljárással történt, míg a (régebbi) MACHO adatok esetében ezt a csillagok korábbi modellezésekor további, részletes ellenőrzés is követte (Kovács 2000b), és ez utóbbiak között nem találunk az eloszlásból durván kiugró periódusokat.

A periódusok fundamentális paramétereiktől való függéseit a 3.2. ábra mutatja a Petersen-diagramon, a 2.4.2. fejezetben ismertetett radiatív LNA pulzációs modellek alapján, az RRd csillagok periódusainak tipikus értékei mellett. A periódusarány döntően a fémtartalomtól függ, de a tömeg és luminozítás is erősen befolyásolja. Utóbbiakra azonban a fejlődési modellek szerint a fémtartalom erős megkötést jelent, ahogy ez a Petersen-diagram morfológiájából is látható. Szintén emiatt valószínű, hogy az alapmódus periódusa is jelentősen korrelált a Z értékével.

A vizsgált csillagokat úgy választottam meg, hogy periódusaik alapján az is-



3.2. ábra. A PERIÓDUSOK FÜGGÉSE A FUNDAMENTÁLIS PARAMÉTEREKTŐL EGY TÍPIKUS RRd CSILLAG ESETÉBEN A RADIATÍV LNA MODELLEK SZERINT. A szürke ponttal jelölt referenciamodell paraméterei a következők: $X = 0,7546$; $Z = 0,0004$; $\mathcal{M} = 0,6987 \mathcal{M}_\odot$; $\log L/L_\odot = 1,7162$; $T_{\text{eff}} = 6853 \text{ K}$.

mert kétmódusú RR Lyrae-k által populált teljes paramétertartomány közel egészét egyenletesen lefedjük. A szelekcionál figyelembe vettem továbbá, hogy a periódusértékek megbízható pontosságúak legyenek, és az objektumokról rendelkezésre álljon valamilyen további (többszín-fotometriai vagy spektroszkópiai) megfigyelési adat. A korábban tanulmányozott BS Comae-n kívül további 20 csillagot választottam ki fizikai paramétereik vizsgálata céljából, melyeket a 3.1. ábrán körökkel jelöltem. Ezek közül 3 mező RR Lyrae (CU Comae, AQ Leonis és V372 Serpentis), 17 pedig a MACHO katalógusból kiválasztott LMC-beli csillag. Azonosítóikat és periódusaikat a 3.1. táblázat foglalja össze.

A pulzációs és fejlődési modellek kombinációjából a csillagok effektív hőmérsékletére, fémtartalmára, tömegére és luminozitására adódó időfüggő megoldásokat a BS Comae vizsgálatával azonos módon (ld. 2.4.1. fejezet) határoztam meg. A felhasznált pulzációs és fejlődési modellek tulajdonságai megegyeznek a 2.4.2. és a 2.4.3. fejezetekben leírtakkal. A 2.12. ábrán láthatóakhoz hasonló megoldásgörbék meghatározásakor nem alkalmaztam semmilyen, megfigyelésből adódó megkötést egyik fizikai paraméterre sem, így a horizontális ági kor teljesen szabad paraméter marad a modellek által lefedett paramétertartományokon belül. Ennek megfelelően a megoldások bizonytalansági tartománya is nagyobb, mint a BS Com esetében. A megfigyelési adatok és a CPE módszer eredményei közötti kapcsolat vizsgálatára a 3.1.1. fejezetben térek ki. A CPE megoldások közül pulzációs szempontból nyil-

3.1. táblázat. A CPE MÓDSZERREL VIZSGÁLT RRd CSILLAGOK

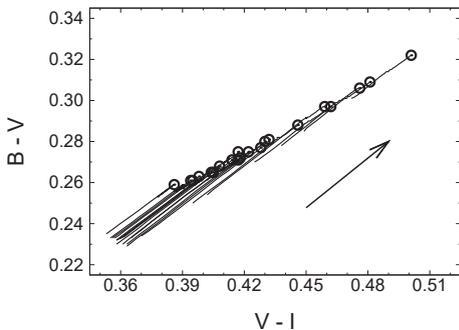
Név	P_0 [d]	P_1/P_0
V372 Ser	0,4712891	0,7441950
BS Com	0,48791	0,74413
CU Com	0,544164	0,745658
AQ Leo	0,5497527	0,7460389
81.8639.1450	0,45216	0,7415
6.6691.1003 (23032 / CA02)	0,46087	0,74266
13.7054.2970 (7137)	0,461655	0,7430035
6.6933.939 (8654)	0,4648526	0,7431166
3.7081.943	0,47140	0,7439
9.4757.2194	0,47397	0,7433
13.6080.591 (7467 / CB45)	0,48089	0,74394
6.6811.651 (4420 / CA48)	0,48336	0,74457
13.5836.525 (3347 / CB49)	0,48407	0,74453
6.6329.884	0,48419	0,7431
80.7072.1233	0,49316	0,7456
13.5838.497 (6470)	0,4967609	0,7444112
13.5958.518 (4509 / CB61)	0,49862	0,74467
6.6810.428 (3155 / CA67)	0,51160	0,74555
47.2247.648	0,52639	0,7448
5.5492.1293	0,52860	0,7461
19.4785.5170	0,57470	0,7458

Megjegyzés: Az LMC RRd csillagok esetén az első oszlopban szereplő azonosító az objektum MACHO katalógusszáma. A zárójelk között szereplő adatok közül az első a csillag Di Fabrizio et al. (2005), a második Bragaglia et al. (2001) katalógusában szereplő azonosítója.

vánvalóan nem valósulhat meg tetszőlegesen magas t_{HB} értékhez tartozó állapot, mivel a módusok gerjesztettségi foka függ a fizikai paramétereiktől. Ennek a modellkombináció előtti figyelembevétele ugyanakkor a változó rácsközi interpolációs tartományok miatt elbonyolítaná a megoldásgörbék kiszámítását, így helyett a következő eljárást alkalmaztam. Először létrehoztam egy olyan pulzációs modell rácsot, ami alkalmas kellően kiterjedt (kellően magas horizontális ági korig terjedő, azaz elsősorban megfelelően magas hőmérsékleteket [$\lesssim 7100$ K] tartalmazó) CPE megoldásgörbék származtatásához, így bizonyos hőmérsékletek fölött megengedtem lineárisan csillapított rezgések figyelembevételét is. Ezt követően az ezen modellek felhasználásával meghatározott megoldásgörbék mentén létrehozott LNA pulzációs modellekben vizsgáltam a módusok lineáris gerjesztési rátáinak (κ_0, κ_1) viselkedését a korparaméter függvényében. Az alapmódus gerjesztési rátájának negatív értékeihez tartozó állapotokat kizártam a megoldások közül. A megoldásgörbékhez Castelli (1999) atmoszféramodellei alapján szintetikus $B-V$ és $V-I$ színindexeket, valamint vizuális abszolút magnitúdókat is rendeltem. A vizsgált csillagokra kapott megoldások, valamint a hozzájuk tartozó lineáris gerjesztési ráták és szintetikus színindexek a C.1. ábrán láthatók. Szembetűnő a különböző csillagokra kapott megoldásgörbék hasonlósága, ami az egyes pulzációsmodell-rácsok, illetve a fejlődési pályák nagyfokú homológiájának az eredménye.

3.1.1. A modelleredmények és a megfigyelések viszonya

Fontos összevetni az egyes csillagok CPE megoldásait az irodalomban fellelhető fotometriai és spektroszkópiai megfigyelések eredményeivel. A 3.3. ábrán a megoldásokból származtatott szintetikus színindexek láthatók a $(B - V) - (V - I)$ kétszín-diagramon. A különböző kétmódusú állapotokhoz tartozó elméleti színindex-párok egy rendkívül szűk tartományon belül, jó közelítéssel egy egyenes mentén koncentrálnak. Az egyenes iránya ráadásul majdnem egybeesik a standard extinkciós törvénynek (Cardelli et al. 1989) megfelelő vörösödési vektor irányával, melyet az ábrán egy nyíl jelöl. Az elméleti modellek és a megfigyelések közötti konzisztencia esetén tehát az észlelt színindexeknek a vörösödés pontatlan ismerete esetén is fedésben kell lenniük a 3.3. ábrán látható megoldáshalmaz által definiált egyenessel. A CPE megoldások szintetikus színindex reprezentációja ezért jó diagnosztikai eszközt jelent az elméleti fizikai paraméterek ellenőrzésére. Másfelől pedig, amennyiben a megfelelően precíz mérési adatok fedésben vannak az elméleti megoldásokkal, valamint a vörösödéssre való korrekció is nagy pontossággal végrehajtható, akkor a megfigyelt színindexek alapján empirikus megkötés tehető a horizontális ági kor értékére vonatkozóan, leszűkítve a fizikai paraméterek bizonytalansági tartományát. A 3.3. ábra alapján világos, hogy ehhez $\sim 0,01$ magnitúdós, vagy annál nagyobb abszolút fotometriai



3.3. ábra. A CPE MEGOLDÁSSOROZATOKBÓL SZÁMÍTOTT SZINETIKUS SZÍN-INDEXEK. A teljes időfüggő sorozatokat fekete görbék, a nulla körü megoldásokat körök jelölik. A nyíl a standard extinkciós törvénynek megfelelő vörösödési vektort mutatja.

pontosságra volna szükség. Mint láttuk, a BS Com esetében az elméleti eredmények jó egyezést mutattak a megfigyelési adatokkal, és ennek alapján a CPE módszer eredményeit konzisztensek tekintetem. A fotometriai adatok felhasználhatók voltak továbbá a fizikai paraméterek pontosítására. Elsődleges fontosságú lenne látni az elméleti és megfigyelési adatok pontos viszonyát és az esetleges szisztematikus eltérések mértékét más objektumok esetében is. Azonban az irodalmi észlelési adatokhoz rendelt formális fotometriai hibák mértéke az egyes hullámsávokban minden esetben több század nagyságú (ezek a színindexekre vonatkozóan halmozódnak), ami túl alacsony pontosság ahhoz, hogy ez alapján a CPE módszer eredményeinek konzisztenciájára vonatkozóan erős állításokat tegyünk, továbbá elégtelen a fizikai paraméterek pontosítása szempontjából. Az utóbbival kapcsolatban figyelembe kell vennünk azt is, hogy míg a BS Com esetében alacsony vörösödéssel kellett számolnunk, addig más csillagok vizsgálatakor az olykor nagymértékű, pontatlanul ismert vörösödés szintén problémát okoz. Így az irodalomban jelenleg rendelkezésre álló fotometriai adatok birtokában csak durva összehasonlítás végezhető. Megjegyzem azonban, hogy a mező RRd-k esetében a 0,01 mag alatti fotometriai pontosság elérésének még kisméretű távcsövek esetén sincsen semmilyen elvi akadály. Az ennél nagyobb pontatlanságok oka elsősorban kalibrációs problémákban keresendő, ennek megfelelően az egyes szerzők által megjelölt formális hibák általában nem statisztikai jellegűek, hanem a helytelen kalibrációból eredő szisztematikus hibák becslit

3.2. táblázat. AZ ISMERT MEZŐ RRd CSILLAGOK, SZÍNINDEXEIK ÉS IRODALMI HIVATKOZÁSAIK

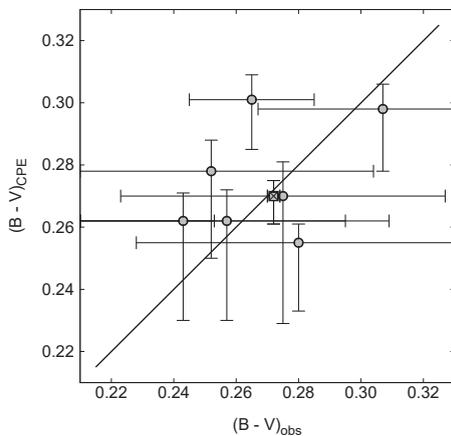
Név	$(B - V)_{0,obs}$	$(V - I)_{0,obs}$	$E(B - V)$	Hivatkozás
CU Com	$0,307 \pm 0,040$	$0,431 \pm 0,050$	0,023	1
AQ Leo	$0,265 \pm 0,020$...	0,025	2
V372 Ser	$0,300 \pm 0,013$	$0,451 \pm 0,015$	0,080	3

Megjegyzés: A vörösödési adatok Schlegel et al. (1998) adatbázisából származnak. Az utolsó oszlopban megadott számok a következő hivatkozásoknak felelnek meg: 1: Clementini et al. (2000), 2: Jerzykiewicz et al. (1982), 3: Garcia-Melendo et al. (2001).

nagyságát mutatják.

A BS Comae mellett vizsgált három további mező RRd csillag vörösödére korrigált irodalmi színindexadatait a 3.2. táblázat foglalja össze, a források megjelölésével. Az adatok a 3.3. ábrán látható megoldástartomány közelébe esnek. A V372 Ser a jelenleg ismert legnagyobb látszó fényességű RRd csillag, ennek ellenére spektroszkópiai megfigyelés egyelőre nem készült róla. A másik két csillag esetében a CPE módszer eredményeit spektroszkópiai mérésekből származtatott fémtartalomértékekkel is összevethetjük. Clementini et al. (2000) nagyfelbontású spektroszkópiai mérései megerősítik a CU Com rendkívül alacsony fémtartalmát. A szerzők a minimumfényesség alatt felvett 4 spektrum analízise alapján $[\text{Fe}/\text{H}] = -2,38 \pm 0,20$ értéket határoztak meg. Ez az eredmény jó egyezést mutat a CPE módszerekből származó elméleti értékekkel (vö. C.1. ábra – a CPE megoldások fémtartalmának alsó határa $-2,27$ dex, mivel nem álltak rendelkezésre ennél alacsonyabb fémtartalmú BaSTI fejlődési modellek). Az AQ Leonis-ról a következő két alacsony felbontású spektroszkópiai mérés áll rendelkezésre: $\Delta S = 8,5$ (Smith 1990) és $\Delta S = 8,3$ (Mendes de Oliveira & Smith 1990), melyek alapján Jurcsik (1995) kalibrációs formulája szerint $[\text{Fe}/\text{H}] = -1,57$ értéket kapunk. A CU Comae esetében tapasztalt jó egyezéssel ellentétben ez a megfigyelési érték sokkal magasabb a csillag C.1. ábrán látható CPE megoldásgörbéje által befutott $[\text{Fe}/\text{H}]$ tartomány felső határánál.

Az elméleti és a megfigyelt színindexek viszonyát a MACHO RRd-k egy részének esetében is megvizsgálhatjuk a Di Fabrizio et al. (2005) többszín-fotometriai katalógusában található adatok alapján, kiegészítve ezeket az LMC-beli lokális vörösödére vonatkozó empirikus becslésekkel (Clementini et al. 2003). Ugyanakkor a színindexekhez rendelt 0,04 mag értéket meghaladó fotometriai hibák, valamint a bizonytalan értékű vörösödés miatt ezt csupán durva összehasonlításnak tekinthet-



3.4. ábra. A CPE MÓDSZERREL MEGHATÁROZOTT SZINTETIKUS $B - V$ SZÍNINDEXEK ÖSSZEHASONLÍTÁSA AZ IRODALMI ÉSZLELÉSI ADATOKKAL. A függőleges szakaszok a CPE megoldások teljes tartományait, a szürke körök ezek átlagértékeit jelölik. A vízszintes szakaszok az egyes irodalmi észlelési adatok hibáit mutatják.

A BSCom helyzetét x -szel emeltem ki.

3.3. táblázat. A VIZSGÁLT LMC RRd CSILLAGOK SPEKTROSKÓPIAI FÉMTARTALOMBECSLÉSEI

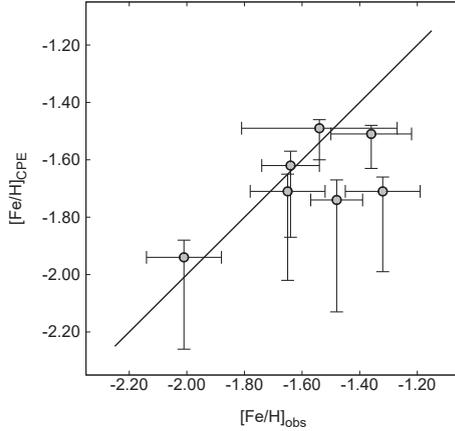
Név	[Fe/H] _{G04}	[Fe/H] _{B01}
23032	...	-1,61 ± 0,20
7137	-1,54 ± 0,27	...
8654	-1,36 ± 0,14	...
7467	-1,64 ± 0,10	-1,49 ± 0,20
4420	-1,32 ± 0,13	-0,96 ± 0,20
3347	-1,65 ± 0,13	-1,38 ± 0,20
6470	-1,48 ± 0,09	...
4509	...	-1,15 ± 0,20
3155	-2,01 ± 0,13	-1,65 ± 0,20

Megjegyzés: A fémtartalomadatokhoz tartozó hivatkozások:

G04: Gratton et al. (2004), B01: Bragaglia et al. (2001).

jük. A 3.4. ábrán az észlelt és a CPE módszerrel meghatározott, elméleti $B - V$ színindexek közvetlen összehasonlítása látható, a három mező RRd színindexeit az LMC-adatokkal kiegészítve. Szisztematikus eltérés nem tapasztalható, de a fotometriai hibák nagysága miatt az adatokból ennél messzemenőbb következtetés nem vonható le.

Bragaglia et al. (2001) és Gratton et al. (2004) mérései nyomán összesen 9 LMC-beli RRd csillagról áll rendelkezésre alacsony felbontású spektroszkópiai megfigyeléseken alapuló fémtartalombecslés. Ezeket az (egymást részben átfedő) irodalmi adatokat a 3.3. táblázat foglalja össze. Az itt feltüntetett [Fe/H] értékek forrásonként eltérő spektrálindeks-fém tartalom kalibráción alapulnak: Bragaglia et al. (2001) ΔS értékeit Jurcsik (1995) skálájára transzformálva közöltem, míg a Gratton et al. (2004) által megadott [Fe/H] értékek egy egyedi, Harris (1996) katalógusában található gömbhalmaz RR Lyrae adatokon alapuló kalibrációból származnak. A kis számú és eltérő kalibrációjú adat, illetve a mindkét forrásban szereplő objektumok esetében az egyes szerzők eredményei közötti jelentős (az eltérő kalibrációból származó különbségeket nyilvánvalóan jelentősen meghaladó) különbségek miatt ez esetben sem vonható le komoly következtetés arra vonatkozóan, hogy a CPE módszerből származó elméleti [Fe/H] értékek mutatnak-e szisztematikus eltérést a csillagok valódi fémtartalmától. A C.1. ábra [Fe/H] görbéinek a 3.3 táblázattal való durva, közvetlen összehasonlítása alapján nem tapasztalható szisztematikus eltérés. Ugyanakkor, a részletekbe menő csillagonkénti tárgyalást mellőzve, egyes objektumok esetén szignifikáns (akár az 0,5 dex-et is elérő) különbségek vannak a CPE megoldások



3.5. ábra. A CPE MÓDSZERREL MEGHATÁROZOTT $[\text{Fe}/\text{H}]$ ÉRTÉKEK ÖSSZEHASONLÍTÁSA SPEKTROSKÓPIAI ADATOKKAL. A függőleges szakaszok a CPE megoldások teljes tartományát, a szürke körök ezek átlagértékeit jelölik. A vízszintes szakaszok az egyes spektroszkópiai adatok hibáit mutatják.

és Bragaglia et al. (2001) megfigyelései között. Itt ismét szükséges hangsúlyozni, hogy a nem megfelelő pulzációs fázisban végzett ΔS mérések erősen pontatlan eredményekre vezethetnek. A szóban forgó csillagok ráadásul távoli, halvány, és igen zsúfolt mezőben találhatóak, így egy közepes méretű (jelen esetben 3,6 méteres) távcsővel végzett spektroszkópiai megfigyelések eredményei kellő óvatossággal kezelendők. Mindezt alátámasztja, hogy Bragaglia et al. (2001) azonos tanulmányában a mért fémtartalomértékek figyelembevételével, pulzációs modellek alapján meghatározott csillagtömegek nagy mértékben inkonzisztensek a fejlődési modellekkel. Az általuk kapott irreálisan magas, esetenként az $1 M_{\odot}$ -et is meghaladó tömegű csillagok ugyanis bármelyik, jelenleg konzisztensnek tekintett fejlődési modell szerint be sem fejlődnek az instabilitási sávba, továbbá a szerzők a tömeg és a fémtartalom között semmilyen korrelációt nem kaptak. A Gratton et al. (2004) által közölt fémtartalmak VLT UT1-Antu teleszkóp FORS1 spektrográfjával végzett méréseknek alapszanak, ennek megfelelően lényegesen megbízhatóbbaknak tekinthetjük őket. Ezeket az adatokat a CPE megoldásokkal együtt a 3.5. ábra mutatja, a 3.4. ábrával analóg összehasonlításban. Az esetek többségében az elméleti eredmények jó

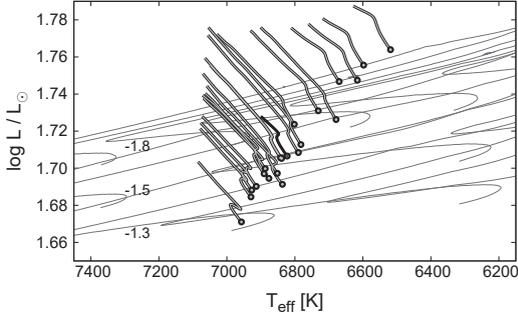
egyezést mutatnak a megfigyelésekkel.

Az eltérések értékelésekor fontos azt is figyelembe vennünk, hogy a megfigyelt és a prediktált fémtartalmak közötti különbségek a modellek belső bizonytalanságain és a spektroszkópiai mérések hibáin kívül a $[\text{Fe}/\text{H}]$ értékek spektrálindeks-kalibrációval szembeni érzékenységéből, valamint az LMC csillagainak a szoláris értéktől esetleg jelentősebb mértékben eltérő relatív nehézelem-gyakoriságából is adódhatnak (emlékeztetek rá, hogy a CPE módszerben felhasznált modellek relatív szoláris elemgyakoriságokat tartalmaznak). A legnagyobb különbség a 4420-as számú csillag esetében tapasztalható, melyre az irodalmi $[\text{Fe}/\text{H}]$ érték két, egymástól jelentősen eltérő eredményű mérés ($-1,08$ dex és $-1,62$ dex) átlaga. A 3155, 3347, 7137, illetve 7467 sorszámmal jelölt négy csillag spektroszkópiai fémtartalomértékei ugyanakkor jó egyezést mutatnak a CPE módszer eredményeivel. Ezekben az esetekben a megfigyelési adatok alapján nagy valószínűséggel kizárhatók a magas korokhoz tartozó állapotok. A további eredmények egységes tárgyalhatósága végett azonban ezt a többletinformációt a következőkben nem veszem figyelembe.

3.2. A fizikai paraméterek interrelációi

A Petersen-diagram alapján a 21 vizsgált objektum a lehetséges fizikai paraméterek tekintetében az ismert RRd csillagok jó reprezentatív mintájával szolgál. Ennek következtében a CPE módszer eredményei alapján felbecsülhetjük a kétmódusú RR Lyrae csillagok által populált teljes fundamentális paramétertartományok szélességeit, és segítségükkel betekintést nyerhetünk a paraméterek közötti fontos elméleti összefüggésekbe.

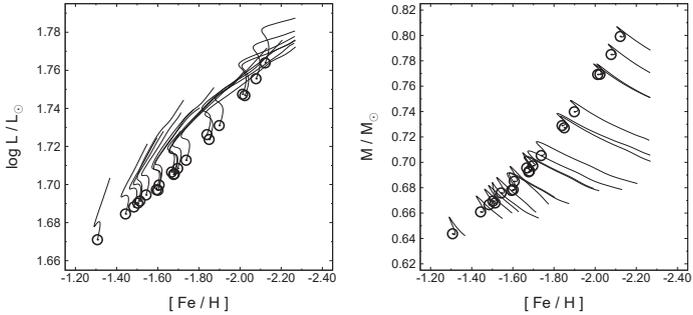
A 3.6. ábrán a CPE megoldások eloszlása látható a Hertzsprung–Russell diagramon. Az összehasonlítás kedvéért különböző horizontális ági BaSTI fejlődési pályákat is feltüntettem. A teljes időfüggő megoldásgörbék az alapmódus LNA modellek által prediktált, 7050–7070 K között elhelyezkedő kék széléig terjednek. Bár a pozitív lineáris gerjesztésű tartomány kék széle egy kb. 100 K széles hőmérsékleti tartományon belül modelfüggő (pl. Kolláth et al. 2000), továbbá a tartomány megfigyeléseken és atmoszféramodelleken alapuló, félempirikus úton meghatározott határa (Jurcsik 1998) csak a módusszelekciót is figyelembe vevő nemlineáris modellekkel reprodukálható megfelelően (Szabó 2004), a lineáris tárgyalásmód keretei között, pusztán a periódusok alapján nem adható ennél erősebb megkötés a CPE megoldások felső korhatárára vonatkozóan. Mivel az időfüggő CPE megoldásokban az idősebb korú állapothoz alacsonyabb fémtartalom tartozik, ezért (mint arra a CU Com esetében már utaltam) a fémszegény csillagok esetében a korra vonatkozóan a fejlődési modellek alsó fémtartalomhatára technikai korlátot ad, mely az itt



3.6. ábra. A 21 VIZSGÁLT CSILLAG CPE MEGOLDÁSSOROZATAI A HERTZSPRUNG–RUSSELL DIAGRAMON. A teljes korfüggő megoldássorozatokat szürke görbék jelölik. A ZAHB-nak megfelelő állapotokat fekete körökkel ábrázoltam. A CPE görbék mellett a $[\text{Fe}/\text{H}] = -1,3, -1,5, -1,8$ fémtartalmú horizontális ági BaSTI fejlődési pályákat is feltüntettem (a rendre $0,63, 0,65$ és $0,69 M_{\odot}$ alatti tömegű fejlődési pályák vörös irányú szakaszait a jobb áttekinthetőség kedvéért nem ábrázoltam). A BS Comae helyzetét fekete görbe mutatja.

felhasznált modellek esetén $-2,27$ dex. Ez azonban csak minimális torzítást okoz a kiszámított fizikai paraméterek eloszlásában, mivel a jelenleg rendelkezésre álló spektroszkópiai adatok alapján a vizsgált minta biztosan nem tartalmaz ennél lényegesen fémszegényebb RRd csillagot.

A 3.6. ábrán egyértelműen kirajzolódik a várt trend, miszerint az alacsonyabb fémtartalmú csillagok hidegebbek és fényesebbek. A megoldásgörbék fokozatos topológiai változása az őket alkotó fejlődési pályák kék irányú hurokszakaszainak fémtartalomfüggő alakjából ered. A megoldások hőmérséklet szerinti meredekségében bekövetkező hirtelen változás a fejlődési görbék hőmérsékleti extrémumait (vagyis a *blue nose* állapotot) követő gyors luminozitásnövekedésből következik. Empirikus megkötések híján a lehetséges megoldások széles hőmérséklettartományt futnak be. Ugyanakkor az instabilitási sáv nemlineáris modellezésével kapcsolatban Kolláth et al. (2002) eredményeit felidézve (ld. még: Szabó 2004), a többi paraméter rögzített értéke mellett csak rendkívül keskeny (bár pontos helyzetét tekintve erősen modellfüggő) hőmérsékleti tartományon belül jöhet létre stabil kétmódusú állapot. A lineáris modelleken alapuló CPE megoldások alapján azonban megállapítható, hogy a különböző fizikai paraméterekkel rendelkező RRd-k egy legalább 300 K teljes szélességű hőmérséklet-tartományt népesítenek be. Hangsúlyozom, hogy az egyes

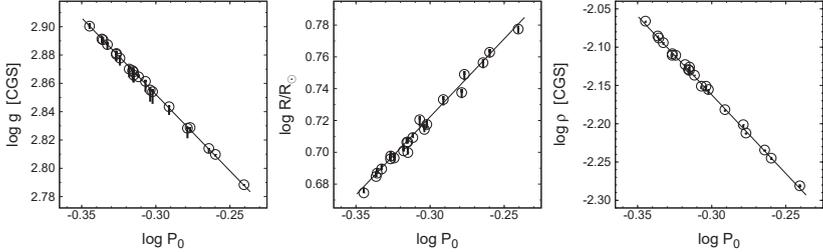


3.7. ábra. A vizsgált RRd csillagok CPE megoldásaiból adódó luminozitás – fémtartalom és tömeg – fémtartalom relációk. A jelölések megegyeznek a 3.3. ábrán használtakkal.

csillagokhoz tartozó CPE megoldásokban a módusszelekció figyelembevétel a lineáris tárgyalásmódon belül nem megvalósítható, és meghaladja jelen tanulmány kereteit.

A 3.7. ábrán a CPE módszerrel meghatározott luminozitás, illetve tömeg látható a fémtartalom függvényében. A ZAHB állapothoz tartozó megoldások mindkét esetben szoros, és kétségtelenül enyhén nemlineáris korrelációt mutatnak a $[Fe/H]$ paraméterrel. A későbbi fejlődési állapotok megengedésével a topológia bonyolultabbá válik, de a megoldások világosan megszabják a fémtartalom tetszőleges rögzített értékéhez tartozó lehetséges minimális luminozitást és maximális tömeget. Következésképp a megoldásokból a tetszőleges tömeghez tartozó minimális luminozitás, és megfordítva, a tetszőleges luminozitáshoz tartozó maximális tömeg is adódik.

Mivel a vizsgált csillagok periódusai az LMC (és egyben majdnem az összes ismert RRd) Petersen-diagramjának közel egészét lefedik, ezért a megoldások a kétmódusú RR Lyrae csillagok által populált teljes elméleti $[Fe/H]$, tömeg és M_V tartományokat áthidalják. Noha az egyes megoldásokban a fémtartalom bizonytalansága (a kor teljes megengedett tartományától függően) 0,1–0,3 dex, az RRd-k teljes $[Fe/H]$ tartományára jó közelítés tehető. A tartomány teljes elméleti szélessége $\sim 0,9$ dex, hozzávetőleg $-1,3$ dex és $-2,2$ dex szélsőértékekkel, mely eredmény teljes összhangban van Gratton et al. (2004) LMC-re vonatkozó megfigyelési eredményével. A csillagok periódusainak a Petersen-diagramon látható eloszlásából (azaz hogy a rövid periódusú rész jobban populált) arra következtethetünk, hogy az LMC



3.8. ábra. A CPE MEGOLDÁSOKBÓL SZÁRMAZTATOTT FELSZÍNI GRAVITÁCIÓS GYORSULÁS, SUGÁR ÉS ÁTLAGOS SŰRŰSÉG AZ ALAPMÓDUS PERIÓDUSÁNAK FÜGGVÉNYÉBEN. A jelölések a 3.3. ábrán használtakkal azonosak. Az egyenesek a (2.18–20) formuláknak megfelelő lineáris regressziókat jelölik.

RRd-inek többsége a fenti $[\text{Fe}/\text{H}]$ tartomány fémgazdagabb részéhez tartozik. Ez egybevág az RRab és RRc csillagok észlelt fémtartalom-eloszlásával (Gratton et al. 2004; Borissova et al. 2009).

A különböző fémtartalmú megoldásokhoz tartozó tömegértékek egy $0,17 M_{\odot}$ teljes szélességű tartományon belül oszlanak el, melynek alsó és felső határa $0,64 M_{\odot}$, illetve $0,81 M_{\odot}$. Ami pedig az RRd csillagok CPE módszer által prediktált teljes fényességtartományát illeti, a megoldások által megengedett (3.7. ábrán látható) 0,11 dex széles $\log L$ intervallum transzformációjával az M_V vizuális abszolút magnitúdó lehetséges értéke a $0,^m46$ és $0,^m70$ elméleti határok közé esik. Ez (ahogyan arra a későbbiekben részletesen is kitérek) jó egyezést mutat a Baade-Wesselink módszerből származó eredményekkel.

A gravitációs gyorsulás, a sugár, valamint a sűrűség átlagos értéke a fundamentális paraméterekből az alábbi, egyszerű összefüggések alapján határozható meg:

$$\log g = \log M/M_{\odot} - \log L/L_{\odot} + 4 \cdot \log T_{\text{eff}} - 10,61 \quad (3.1)$$

$$\log R/R_{\odot} = 0,5 \cdot \log L/L_{\odot} - 2 \cdot \log T_{\text{eff}} + 7,52386 \quad (3.2)$$

$$\log \rho = \log M/M_{\odot} - 1,5 \cdot \log L/L_{\odot} + 6 \cdot \log T_{\text{eff}} - 22,4228 \quad (3.3)$$

A CPE megoldásokhoz tartozó $\log g$, $\log R$ és $\log \rho$ értékek a $\log P_0$ függvényében a 3.8. ábrán láthatók. Szembetűnő, hogy ezek a paraméterek a horizontális ági kor függvényében rendkívül elfajultak, azaz érzéketlenek a fejlődési effektusokra, mindemellett nagyon szoros korrelációt mutatnak az alpmódus periódusával. A teljes időfüggő megoldásokra végzett lineáris regressziók az alábbi elméleti összefüggések-

re vezetnek:

$$\log g = (-1,0801 \pm 0,0008) \cdot \log P_0 + (2,5281 \pm 0,0002) \quad (3.4)$$

$$\log R/R_\odot = (0,981 \pm 0,001) \cdot \log P_0 + (1,0166 \pm 0,0004) \quad (3.5)$$

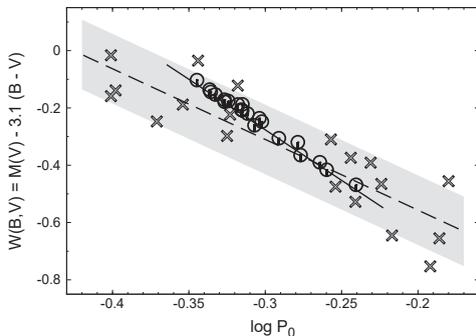
$$\log \rho = (-2,056 \pm 0,001) \cdot \log P_0 + (-2,7791 \pm 0,0003) . \quad (3.6)$$

3.3. PLC reláció

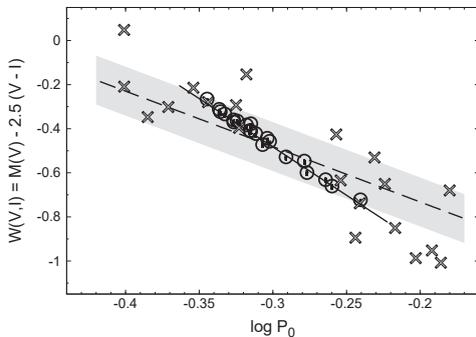
Az RR Lyrae csillagok empirikus összefüggései közül az egyik legfontosabb a periódus–fényesség–szín (PLC) reláció, vagy más szavakkal az alpmódus periódusa és a Wesenheit-index¹ közötti lineáris összefüggés. Ezt közvetlenül összehasonlíthatjuk a CPE megoldásoknak megfelelő szintetikus színindexekből és M_V értékekből származó elméleti PLC relációval. A 21 vizsgált csillag elméleti fizikai paramétereit által meghatározott PLC reláció a B és V magnitúdókból származó $W(B, V)$ Wesenheit-index esetében a 3.9. ábrán látható. Vegyük észre, hogy az időfüggő megoldásgörbék Wesenheit-index reprezentációja szinte teljesen érzéketlen a fejlődési effektusokra. Az ábrán összehasonlításként feltüntettem a nagyszámú gömbhalmazbeli RRab csillag fotometriai adatain alapuló empirikus PLC relációt (Kovács & Walker 2001; szaggatott vonal), a kalibrációs minta 3σ tartományával együtt (árnyékolt terület). Az összefüggés nullpontját Kovács (2003) galaktikus mezőbeli RRab csillagok Baade–Wesslink (BW) analízisének eredményei alapján kalibrálta (ezek a csillagok a 3.9. ábrán kereszttekkel jelölve láthatók). Az empirikus és az elméleti relációk nullpontja kitűnő egyezést mutat. Noha az RRd csillagok által definiált reláció meredeksége lényegesen nagyobb, a szélső pontok nem esnek kívül az empirikus reláció kalibrációs mintájának 3σ sávján. Az összehasonlítás eredménye teljesen hasonló a V és I magnitúdókból származtatott $W(V, I)$ Wesenheit-index esetében is, mely a 3.10. ábrán látható (itt a reláció nullpontjának kalibrációjához használt BW minta szórása nagyobb).

A meredekségek közötti különbség oka a jelenleg rendelkezésre álló megfigyelési információk alapján nem teljesen egyértelmű, és vélhetően több különböző effektus együttes hatásából ered. Mivel a PLC relációt a periódus, és a pulzációs egyenlet négy fundamentális paramétere közül kettő, a luminozitás, valamint (a színindexen keresztül) az effektív hőmérséklet közötti korreláció határozza meg, ezért fizikai természetű, belső szórással rendelkezik. Lehetséges, hogy az RRd csillagok egy, ezen

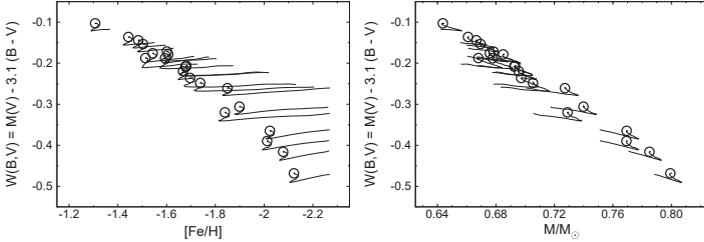
¹A Wesenheit-index konstrukciójából adódóan az interstelláris vörösödéstől független mennyiség a standard vörösödési törvény (Cardelli et al. 1989) érvényessége esetén. Érdekes ugyanakkor, hogy a színindex együtthatóját szabad paraméterként illesztve, annak nagyságára az extinkciós törvény által prediktálthoz nagyon közeli érték adódik (ld. Kovács & Jurcsik 1997; Udalski et al. 1999).



3.9. ábra. AZ EMPIRIKUS ÉS A CPE MEGOLDÁSOKBÓL SZÁRMAZÓ ELMÉLETI PLC RELÁCIÓ ÖSSZEHAJONLÍTÁSA A $B-V$ SZÍNINDEX ESETÉBEN. Az RRd csillagok megoldássorozatának jelölései azonosak a 3.3. ábrán láthatóakkal, a folytonos vonal a lineáris regresszió eredményét mutatja. Keresztekkel a BW adatokat jelöltem (Kovács 2003). A BW adatok segítségével meghatározott nullpontú empirikus PLC relációt (Kovács & Walker 2001) szaggatott vonallal ábrázoltam. A sötétebb átnyalású terület az empirikus formula kalibrációs mintájának 3σ tartományát illusztrálja.



3.10. ábra. AZ EMPIRIKUS ÉS A CPE MEGOLDÁSOKBÓL SZÁRMAZÓ ELMÉLETI PLC RELÁCIÓ ÖSSZEHAJONLÍTÁSA A $V-I$ SZÍNINDEX ESETÉBEN. A szimbólumok jelentése megegyezik a 3.9. ábrán láthatóakkal.



3.11. ábra. A CPE MEGOLDÁSOKBÓL SZÁRMAZÓ SZINETIKUS WESENHEIT-INDEX A FÉMTARTALOM ÉS A TÖMEG FÜGGVÉNYÉBEN. A szimbólumok jelentése megegyezik a 3.9. ábrán láthatóakkal.

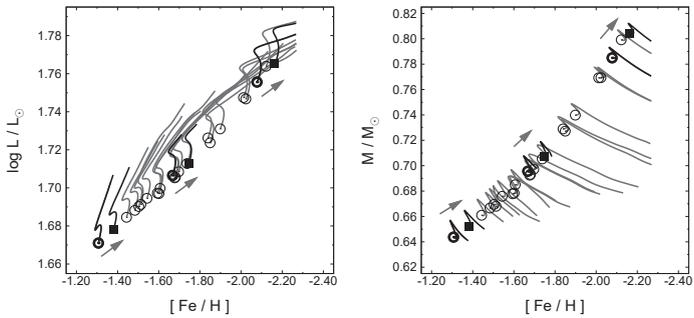
a természetes szórási tartományon belül valamelyest eltérő PLC relációt követnek, melynek pontos alakját a fundamentális paraméterek általuk populált, specifikus alterének tulajdonságai határozzák meg. Ennek érzékeltetésére az elméleti Wesenheit-index másik két fundamentális paramétertől való függését mutatja a 3.11. ábra. Itt a 21 csillagra meghatározott CPE megoldások a $W(B, V) - [Fe/H]$, illetve a $W(B, V) - M$ síkon láthatók. A Wesenheit-index egyértelműen korrelál ezekkel a paraméterekkel, összefüggéseiket ugyanakkor jelentős mértékben befolyásolják a fejlődési effektusok.

A meredekségkülönbség magyarázatával kapcsolatban tekintetbe kell vennünk az alábbi lehetőséget is. Az empirikus PLC reláció nem közvetlen kalibráción (vagyis nem függetlenül meghatározott abszolút magnitúdókon) alapul. Ehelyett Kovács & Walker (2001) a kalibrációs mintát alkotó gömbhalmazok vörösödésmentes relatív távolságmodulusait a regressziós koefficienssekkel egyidejűleg, egy legkisebb négyzetes minimalizálási eljárás kimeneteként határozták meg. Módszerükkel az összes vizsgált gömbhalmazra nézve egységes meredekségű PLC reláció adódott, mely az egyes halmazok RRab csillagai által alkotott részmintákra külön-külön is jól illeszkedik. Az egyes részminták közötti nullponti eltéréseket pedig ezen értelmezés szerint a halmazok közötti relatív távolságok okozzák. A fenti eredmények szerint a PLC reláció meredeksége független a vizsgált halmaz RR Lyrae csillagainak fémtartalmától (egy gömbhalmaz RR Lyrae csillagai jó közelítéssel azonos fémtartalmúaknak tekinthetők). Egy későbbi tanulmányban az LMC RRab csillagainak (a gömbhalmaz-adataknál jóval nagyobb szórású) OGLE VI fotometriája alapján Soszynski et al. (2003) egy valamelyest nagyobb meredekségű ($W(V, I) \propto -2,75 \log P$) PLC relációt találtak. Most vegyük figyelembe, hogy az LMC – a gömbhalmazokkal ellentétben –

számottevő fémtartalomszórással rendelkezik. Amennyiben a Wesenheit-index mutat némi enyhe korrelációt a fémtartalommal, és ez a konstans fémtartalmú részminták PLC relációi közötti meredekségkülönbség helyett nullponti különbséggént jelentkezik, akkor ez az effektus összeolvad a relatív távolságok hatásával, és emiatt a gömbhalmazok esetében a fenti regressziós eljárásban rejtve maradhat. Ha ez az elgondolás helytálló, akkor a vizsgált RRd csillagok meredekebb PLC relációt eredményeznek, mivel a felhasznált minta egy közel 1 dex szélességű $[\text{Fe}/\text{H}]$ intervallumra terjed ki, és a kétmódusú csillagok esetében a fémtartalom (a Petersen-diagram morfológiájából adódóan) korreláltabb a periódussal. Egy ehhez hasonló effektus okozhatja az LMC-beli RRab csillagoknál tapasztalt enyhén magasabb meredekséget is. Az RRab csillagok esetén a probléma alaposabb vizsgálatához azonban a kalibrációs mintát alkotó gömbhalmazok független módszerrel meghatározott, nagy pontosságú távolsághatáraitra lenne szükség.

3.4. A nemlinearitás és a konvekció becsült hatása

Az eddigiekben tárgyalt, pulzációs és fejlődési modellek kombinációjával meghatározott elméleti relációk az RRd-k észlelt perióduseloszlásának tulajdonságain (Petersen-diagram) kívül kizárólagosan a CPE módszerben alkalmazott modellekből következnek, ezért itt is fontos kitérni a különböző modellkonstrukciókból eredő bizonytalanságokra. Ahogy azt a 2.4.4. fejezet végén részleteztem, ezzel a kérdéssel kapcsolatban jelenleg csak a konvekció és a nemlinearitás hatásának szempontjából végezhető megfelelő kvantitatív becslés. Az ezen effektusok által az elméleti relációkban okozott eltérések vizsgálatára a 2.4.6. fejezetben, a BS Com CPE megoldásaiával kapcsolatban már ismertetett módon jártam el. Mivel a radiatív LNA és a nemlineáris aszimptotikus, turbulens konvekciót tartalmazó pulzációs modellek közötti perióduskülönbség az utóbbi modellekben megvalósuló kétmódusú paraméterter számos különböző vizsgált pontjában igen hasonló nagyságú, ezért ezúttal is a (2.10–11) kifejezéseket használtam a módosított LNA periódusok prediktálására. Fontos azonban megjegyezni, hogy noha a (2.10–11) formulákban szereplő perióduseltérés a nemlineáris kétmódusú modellekre jó közelítéssel általános érvényű, az azonban egyelőre nem követelhető meg, hogy az itt vizsgált RRd-k a jelenlegi aszimptotikus kódokkal sikeresen modellezhetők legyenek, illetve az itt meghatározott fizikai paramétereik ténylegesen fedésben legyenek a jelenlegi nemlineáris modellek által prediktált kétmódusú tartományokkal. A korábban már vizsgált BS Comae-n kívül további két, a Petersen-diagram átellenes széléin található csillagra (az AQ Leo és a MACHO 81.8639.1450 esetében) számítottam ki a módosított CPE megoldásokat. Ez elegendő a lineáris relációkban okozott szisztematikusság eltérések megbecsléséhez.



3.12. ábra. A NEMLINEARITÁS ÉS A KONVEKCIÓ BECSÜLT HATÁSA A LUMINOZITÁS – FÉMTARTALOM ÉS TÖMEG – FÉMTARTALOM RELÁCIÓKRA. A teljes időfüggő sorozatokat szürke görbék, a nulla korú megoldásokat fekete körök jelölik. Az LNA és a nemlineáris aszimptotikus modellek közötti prediktált perióduselérés hatását a fekete görbékkel jelölt megoldások esetében vizsgáltam. Ezek közül az eredeti periódusokkal számított megoldások ZAHB értékeit vastag körök, míg a módosított periódusokból származó nulla korú megoldásokat fekete négyzetek jelölik. A szürke nyilak az eltolódás irányát szemléltetik.

A módosított CPE megoldások hatására az elméleti luminozitás–fémtartalom és tömeg–fémtartalom relációban bekövetkező eltérések a 3.12. ábrán láthatók. A szűrkevel ábrázolt eredeti megoldások mellett a módosított periódusokkal számított görbéket eltérő módon jelöltem. Látható, hogy ezek a perióduskülönbség hatására olyan irányban tolnak el, hogy az általuk lefedett tartomány határa lényegében nem változik, és az egyes fizikai paraméterekben a BS Com esetében tapasztaltnál közel azonos mértékű szisztematikus eltérések lépnek fel. Ezek az elméleti színindexekben mindössze 1–2 ezredmagnitúdós változást okoznak, tehát a 3.3. ábrán látható $(B - V) - (V - I)$ reláció alakja csak jelentéktelen mértékben módosul. A perióduskorrekció révén a szintetikus M_V értéke is igen alacsony, csupán 0,01–0,02 mag körüli változást szenved. Ennek megfelelően az RRd-k elméleti PLC relációjának alakja is csak elhanyagolható mértékben módosul, az összefüggés tehát nagy mértékben független a pulzációs modellek konstrukciós paramétereitől. Az eltéréseket nem ábrázoltam, mivel olyan csekély mértékűek, hogy a 3.9. ábrán használt vonalastagságot sem haladják meg. Hasonló a helyzet a (2.18–20) relációk esetében is: a $\log g$ -ben fellépő különbség egy ezrelék körüli, a $\log R$ és a $\log \rho$ értéke pedig csak a harmadik jegyben változik, így a 3.8. ábrán látható korrelációk lényegében érzéketlenek a nemlinearitással kapcsolatos effektusokra.

3.5. Összegzés

A BS Comae-n kívül további 20 (3 mező és 17 LMC-beli), ismert periódusokkal rendelkező kétmódusú RR Lyrae csillag elméleti fizikai paramétereit vizsgáltam lineáris pulzációs modellek és horizontális ági fejlődési modellek alapján². A modellek kombinációjával az észlelt periódusok alapján egy megoldásszekvenciát kapunk a csillag tömegére, luminozitására, effektív hőmérsékletére és fémtartalmára, melyben a horizontális ági kor az alkalmazott pulzációs modellek által prediktált lineáris gerjesztési tartományon belül szabad paraméterként szerepel. A kapott elméleti $[Fe/H]$ értékeket és a megoldásokból atmoszféramodellek felhasználásával meghatározott szintetikus színindexeket a rendelkezésre álló spektroszkópiai és fotometriai adatokkal összehasonlítva nem található szisztematikus különbség a megfigyelések és a CPE módszer eredményei között.

A Petersen-diagram alapján megfelelően kiválasztott reprezentatív minta homogén lineáris analízise révén a teljes kétmódusú paraméterter tanulmányozhatóvá vált, betekintést nyújtva az egyes alapvető fizikai mennyiségek közötti lényeges összefüggésekre. A kapott elméleti relációk bizonyos paraméterkombinációk esetében fej-

² Az e fejezetben tárgyalt eredményeket a 19. „Los Alamos” pulzációs konferencián tartott előadásomon, illetve az ehhez kapcsolódó konferenciakiadvány oldalain ismerttettem (Dékány 2009).

lódési szempontból nagy mértékben elfajultak, azaz függetlenek a horizontális ági kortól. A PLC reláción keresztül megvizsgáltam az elméleti eredmények megfigyelési adatokkal való közvetlen kapcsolatát. Kimutattam, hogy a CPE módszerrel meghatározott fizikai paraméterekből származtatott PLC reláció nullpontja jó egyezést mutat a Baade–Wessellink módszer eredményeivel, ezáltal megfelel az általánosan elfogadott kozmikus távolságskálának. A CPE módszer eredményei és az észlelési adatok közötti számottevő szisztematikus eltérések híján a kapott összefüggések tehát közvetlenül alkalmazhatók további objektumokra. Egyúttal rámutattam, hogy az empirikus és az elméleti PLC relációk között tapasztalt meredekségkülönbség megfeleltethető a reláció nyhe fémtartalomfüggéséből származó effektusnak. Azonban arra vonatkozóan, hogy az RRab csillagok esetében ez az effektus valódi-e, és ha igen, akkor hogyan módosítja a PLC relációból adódó távolságadatokat, pontos, megfigyelési úton (pl. kettőscsillagok alapján) meghatározott távolságadatokra, illetve nagyfelbontású spektroszkópiával meghatározott fémtartalomadatokra lenne szükség.

Megvizsgáltam a lineáris és nemlineáris modellek közötti általános perióduskülönbségek miatt a fizikai paraméterekben fellépő eltérések hatását az RRd csillagok itt meghatározott elméleti összefüggéseire. A jelenlegi nemlineáris modelleken alapuló perióduskorrektció a Petersen-diagram különböző részein elhelyezkedő csillagok esetében hasonló nagyságú szisztematikus eltérésekhez vezet a fizikai paraméterek értékeiben. Ezek az eltérések csak marginálisan módosítják a CPE megoldások által kirajzolt elméleti relációk alakját.

További, megfigyelési úton meghatározott független információ, mint például színindexek, fémtartalom, vagy hőmérséklet birtokában a CPE megoldásokban szereplő korparaméterre empirikus megkötések tehetők, ezáltal az elért mérési pontosságnak megfelelő mértékben leszűkítve a többi fizikai paraméter bizonytalanságát. Ennek lehetősége kapcsán felmerülnek a jelenleg rendelkezésre álló észlelési adatok és az ezeknek megfelelő mérési módszerek pontosságával kapcsolatos problémák, továbbá az a kérdés, hogy a CPE megoldások az itt felhasznált fotometriai és spektroszkópiai eredmények pontosságán túl is konzisztensek-e a megfigyelésekkel. A nagyfelbontású spektroszkópiai mérések, és különböző félempirikus módszerek, mint például az igen elterjedt infravörös fluxus módszer (*infrared flux method*, IRFM) alapján közölt hőmérsékletértékekhez a jelenlegi irodalmi források 1%-os vagy nagyobb pontosságot rendelnek (pl. Masana, Jordi, & Ribas 2006). A kémiai összetétel tekintetében rendelkezésre álló adatok sajnos híján vannak ennek a pontosságnak. Az RR Lyrae csillagokról rendelkezésre álló fémtartalomadatokat zöme nagy számú alacsony felbontású spektrum kis számú nagyfelbontású spektrumon alapuló kalibrációjából származik. A gömbhalmazokban található kétmódusú

RR Lyrae csillagok a kémiai homogenitás és az azonos távolság miatt kézenfekvő célpontjai lehetnének a nagyfelbontású spektroszkópiai méréseknek. Ugyanakkor azt is szem előtt tartani, hogy legalább ekkora szükség van (és technikailag egyszerűbben véghezvihető) az RRd-k nagy pontosságú ($< 0,01$ mag) abszolút kalibrációval rendelkező többszín-fotometriai megfigyelésére is. Végezetül, de nem utolsósorban megjegyzem, hogy pontosabb megfigyelési adatokra, és ezáltal a félempirikus fizikai paraméterek pontosítására a nemlineáris konvektív hidrodinamikai modellek konzisztenciájának javítása szempontjából is nagy szükség van. Jelenlegi tudásunk szerint a stabil kétmódusú viselkedés két normál rezgési módus megfelelő mértékű konvektív disszipáció mellett létrejövő nemrezonáns kölcsönhatásának a következménye. Bár az RR Lyrae-k globális megfigyelési és elméleti tulajdonságai között elfogadható egyezés van, a megfigyelések jelenlegi pontossága nem elegendő ahhoz, hogy további közvetlen megkötéseket adjanak ezekre a modellekre. Figyelembe véve a konvekció általános asztrofizikai jelentőségét, és szerepét a kétmódusú pulzációban, a globális fizikai paraméterek lerögzítése alapvető fontosságú.

Az M53 gömbhalmaz idősor-fotometriai felmérése

A Galaxisunkban található legidősebb és legfémszegényebb galaktikus gömbhalmazok közül az ismert változócsillagok számának tekintetében az M15 után a külső halóban található M53 (NGC 5024; $\alpha = 13^{\text{h}}12^{\text{m}}55^{\text{s}}.3$; $\delta = +18^{\circ}10'9''$) a második leggazdagabb objektum (Clement et al. 2001; a kormeghatározási eredményekkel kapcsolatban ld. még: Marín-Franch et al. 2009). A halmazban Shapley (1920) első felfedezései óta ezidáig összesen 60 RR Lyrae csillagot sikerült azonosítani. Az egyes felfedezésekről Kopacki (2000) tanulmányában alapos történeti áttekintés található, mely egyben a jelen dolgozatot megelőző egyetlen CCD idősor-fotometriai tanulmány a halmazban található RR Lyrae-k vonatkozásában. Az M53 jelentős számú ún. *blue straggler* csillagot (BSS, Sandage 1953) is tartalmaz, melyek a HRD-n a fősorozat meghosszabbításán, a lefordulási pont (*turn-off point*) fölött találhatók. Ezeknek a klasszikus csillagfejlődési modellekkel nem leírható objektumoknak a létrejöttében a jelenlegi elméletek szerint két különböző mechanizmus, a szoros kettősök közötti anyagátadás, illetve a csillagok fizikai ütközését követő összeolvadás vezethet, melyek a halmaz különböző csillagsűrűségű régióiban eltérő hatékonysággal működnek (Ferraro et al. 2003), ami térbeli eloszlásukban is visszatükröződik. Beccari vizsgálatai szerint a halmazban található BSS-ek bimodális eloszlásúak, mely közvetett módon arra utal, hogy közülük a külső BSS populációt alkotó kettőscsillagok aránya várhatóan 14% körüli (Beccari et al. 2008b); a halmazban fedési kettőst azonban egyelőre nem sikerült detektálni. A majdnem 200 jelenleg ismert BSS közül (Beccari et al. 2008a) a korábbi vizsgálatok alapján mindössze 8 bizonyult változóknak, mindegyikük a klasszikus instabilitási sávban található SX Phe típusú pulzáló változócsillag (Jeon et al. 2003). A halmaz irodalmi *BVI* szín-fényesség adatainak tekintetében Rey et al. (1998) kiterjedt adatbázisára támaszkodhatunk.

Az M53 magas, $b = 79^{\circ}76$ -os galaktikus szélességéből adódóan a halmaz környezetében a mezőcsillagok száma és az interstelláris vörösödés nagysága várhatóan elhanyagolható. Ezt igazolja a Zinn (1985) által mért $E(B - V) = 0,0$ extinkciós érték, melyet a Schlegel et al. (1998) adatbázisából származó $E(B - V) = 0,02$ adat is alátámaszt. Megfigyelési szempontból kedvező elhelyezkedése és a benne talál-

ható nagyszámú változócsillag ellenére az M53-ról a korábbi szakirodalomban kevés idősor-fotometriai eredmény található. Jelen munkámat megelőzően a halmazról nem készült nagy látómezejű, átfogó CCD-fotometriai felmérés az időtartományban. A korábban publikált két hasonló vizsgálat során Kopacki (2000) csak a halmaz centrumáról végzett megfigyeléseket, míg Jeon et al. (2003) tanulmányukban kizárólag az SX Phe csillagok vizsgálatára szorítkoztak. A tér- és időtartománybeli lefedettség javítása céljából, és ezzel együtt a korábbiaknál átfogóbb, az alábbiakban ismertetendő tanulmány alapjául a halmaz nagy részét magában foglaló kétszín-fotometriai észleléssorozatot végeztem.

A fotometriai adatok minél teljesebb kiaknázása, valamint a lehető legnagyobb számú változócsillag detektálása érdekében a redukció során új típusú, a korábbiakban külön-külön már igen hatékonynak bizonyult kép- és adatfeldolgozási technikákat ötvöztem. Az objektumok relatív fényváltozásainak vizsgálatára az Alard & Lupton (1998) által kifejlesztett, és az utóbbi években széles körben elterjedt optimális képkivonási eljárást (*optimal image subtraction*, OIS) alkalmaztam. Ezt az idősorok utófeldolgozásának folyamata követte, melynek során Kovács et al. (2005) trendszűrő algoritmusával (*trend filtering algorithm*, TFA) eltávolítottam a fénygörbéket terhelő szisztematikus fényességváltozásokat. Ezen utóbbi eljárás előnyeit a HATNet¹ program keretei között az elmúlt években széleskörűen hasznosították a fedési exobolygók kutatásában, és alkalmazása nemrégiben az általános változócsillag-keresésben is sikeresnek bizonyult (Kovács & Bakos 2008; Szulágyi et al. 2009). Az eljárást most első ízben alkalmaztam gömbhalmaz-fotometriai adatokra. A fent említett redukciós eljárások segítségével megnövelt fotometriai pontosság révén a fotonstatisztika által megszabott jelszinthez közeli detekciós határ érhető el. Így jelen tanulmányomban az ismert objektumok eddigieknél részletesebb vizsgálatán túl célom a teljes fotometriai anyag időtartománybeli analízisével az összes megfigyelhető változócsillag detektálása is egyben.

4.1. Fotometria

4.1.1. Megfigyelések

Az M53 gömbhalmaz idősor-fotometriai megfigyelését 2007 március 25-e és 2008 május 28-a között, két egymást követő észlelési szezonban, összesen 28 éjszakán át végeztem a Konkoly Obszervatórium Piszkés-tetőn található 60/90/180 cm-es Schmidt-kamerájával. A műszer egy Photometrics AT 200 típusú, 9 μm pixelméretű 1536 \times 1024-es CCD detektorral volt felszerelve. A detektor léptéke 1,026''/pixel, a pont-

¹ Hungarian-made Automated Telescope Network, ld.:
<http://cfa-www.harvard.edu/~gbakos/HAT>

szórási függvény (*point spread function*, PSF) így enyhén alulmintavételezett. A Johnson és a Kron-Cousins fotometriai rendszer V és I hullámsávjában rendre összesen 340, illetve 230 felvételt készítettem. Az expozíciós idők hossza V -ben 550 és 750, míg I -ben 340 és 230 másodperc között változott, a légkör állapotának függvényében. A mérések által közrefogott teljes időtartam hossza 430 nap. Míg idősor-analízist csak a lényegesen több mérési pontot tartalmazó V adatsorokon végeztem, a magnitúdók standard transzformációjához, a változócsillagok típusának azonosításához, valamint a fizikai paraméterek meghatározásához az I adatokat is felhasználtam.

4.1.2. Képfeldolgozás

A CCD felvételek alapredukcióját (*bias*, *dark* és *flat-field* korrekciók) és a felvételek közös vonatkoztatási rendszerbe történő transzformációját az IRAF programcsomag standard funkcióinak segítségével végeztem el. Az összes kép közösen átfedett együttes látómezeje technikai okok miatt a detektor által lefedett teljes égtérülethez képest kisebb méretű tartományra korlátozódott. Az alapredukciót követően ezt a kb. $13,5' \times 14,5'$ kiterjedésű közös területet vettem további vizsgálat alá. A fenti, $\sim 0,7$ árapálysugárig (*tidal radius*) terjedő (Harris 1996), hozzávetőleg a halmaz középpontjára centrált tartomány a halmaz csillagainak zömét magában foglalja.

Az instrumentális (pixel) és a második ekvatoriális égi koordinátarendszer közötti transzformációt a Guide Star Catalog (Lasker et al. 2008, 2.3.2-es verzió) 30 fényes, a középpont körül egyenletesen (és attól megfelelően távol) elhelyezkedő csillagának pozícióadatai alapján kalibráltam. A koordinátaleképezésből származó reziduál szórása rektaszcenzióban $0,148''$, deklinációban $0,163''$.

A halmaz központi régiójának nagy csillagsűrűségéből adódó fotometriai nehézségek leküzdésére Alard (2000) optimális képkivonási (OIS) módszerét alkalmaztam. Ez a redukációs technika azon az elven alapszik, hogy az egymásból optimális módon kivont képeken az objektumok relatív fluxusváltozásai pontosabban fotometrállhatók, mint az eredeti felvételeken ezeknek megfelelő abszolút fluxusváltozások. Az eljáráshoz minden hullámsávban egy jó minőségű referenciaképre (*reference frame*, RF) van szükség, mely a PSF megfelelő transzformációja után az összes feldolgozandó felvételtől kivonásra kerül. A módszer eredménye igen érzékeny a referenciaképek minőségére, ezért az égi háttér, a légköri nyugodtság és a PSF-ek regularitásának vizsgálata alapján gondosan kiválasztottam a legjobb felvételeket, majd a referenciaképeket a jel/zaj viszony növelése érdekében ezek kombinálásával állítottam elő. Az időben változó légköri nyugodtság (*seeing*) hatását korrigálandó, minden képkivonást megelőzően szükség van az objektumok PSF-jének megfelelő transzformációjára. Ehhez a referenciaképet egy olyan kernelfüggvénnyel konvolváljuk, mellyel a pontforrás teljes fluxusának értéke invariáns marad. A kernel alakját a feldolgozandó

felvételen egyenletes eloszlásban (jelen esetben egy 25×25 -ös szabályos rács pontjai mentén) elhelyezkedő csillagok reprezentatív PSF-jei alapján határozzuk meg. A PSF detektor mentén tapasztalt változásának figyelembevételére megengedtem a kernel térkoordinátáktól való másodrendű függését is. Az így előállított konvolvált kép a feldolgozandó felvétel optimális legkisebb négyzetes közelítése. A referenciakép előállítását és a képkivonásokat megelőző konvolúciós műveletek végrehajtásához az ISIS 2.2 programcsomagot használtam. Az eljárás részletes matematikai leírása Alard (2000) publikációjában található. A képkivonás művelete után hátramaradó reziduálképeket közelítőleg az objektumok valódi fényességváltozásából származó jel és véletlen zaj összege alkotja, azonban a gyakorlatban emellett további, szisztematikus effektusokkal is számolnunk kell. Ezek vizsgálatával a későbbiekben részletesen foglalkozok.

A csillagok referenciaképeken történő azonosítását és instrumentális magnitúdóik meghatározását a DAOPHOT PSF-fotometriai programcsomag (Stetson 1987) segítségével végeztem el. Összesen 3048 objektumot azonosítottam a 10σ jelszint fölött. A pontforrások térképe a 4.1. ábrán látható (az ábrán a detektált változócsillagok pozícióit is feltüntettem, ezek részletes ismertetését ld. a későbbiekben). Az instrumentális magnitúdók standard színrendszerbe történő lineáris transzformációt Stetson (2000b) katalógusában² található, a halmaz centruma körül egyenletesen elhelyezkedő 110 másodlagos standard csillag³ fényességadatai alapján kalibráltam. A kapott transzformációk alakja a következő:

$$V = v - (0,0252 \pm 0,0036) \cdot (v - i) - (5,5433 \pm 0,0041) \quad (4.1)$$

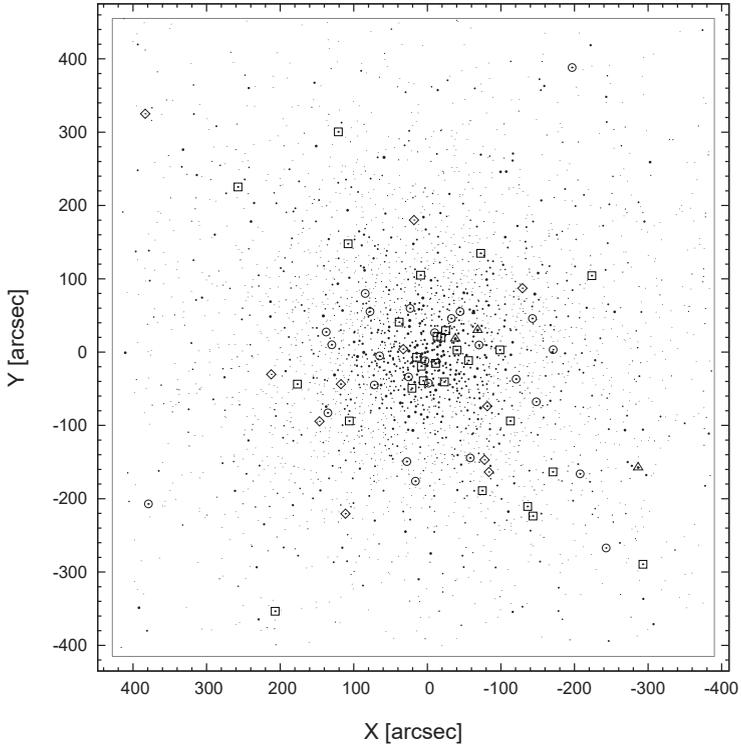
$$I = i + (0,0311 \pm 0,0053) \cdot (v - i) - (5,4382 \pm 0,0060) , \quad (4.2)$$

ahol v, i az instrumentális, míg V, I a standard magnitúdókat jelöli.

Az OIS reziduálképeken megjelenő relatív fluxusváltozások mérésére egy egyénileg írt IRAF alkalmazást használtam. Az adatok további feldolgozásának céljából a szokásostól eltérő módon, az *összes* detektált pontforrás pozícióján apertúra-fotometriát végeztem. A *seeing* időbeli változásának figyelembevételére az apertúrák méretét a vizsgált reziduálkép kivonás előtti eredetijének PSF-félszélességei (*full width at half maximum*, FWHM) alapján határoztam meg. A referenciaképeken nem detektált, de a reziduálképeken esetleg detektálható halvány, alacsony jelszintű változócsillagok keresésére az ISIS 2.2 beépített változókereső funkcióját is alkalmaztam. Ez a funkció a Poisson-fluktuációval normalizált reziduálképek mediánkombiná-

² <http://www3.cadc-ccda.hia-ihp.nrc-cnrc.gc.ca/community/STETSON/stds/>

³ A fotometriában etalonnak számító ún. elsődleges standardoknak az Arlo Landolt adatbázisában (Landolt 1983, 1992) található objektumokat tekintjük, a másodlagos standardok kalibrációja ezeken alapszik.



4.1. ábra. Az M53 GÖMBHALMAZBAN DETEKTÁLT PONTFORRÁSOK TÉRKÉPE. Az objektumok pozícióját jelző pontok mérete a látszó fényességükkel arányos. A tengelyeken a halmaz Stetson (2000a) fotometriai standardcsillag-katalógusában definiált névleges középpontjától ($\alpha = 13^{\text{h}}12^{\text{m}}55^{\text{s}}.26$; $\delta = +18^{\circ}10'09''.8$ [2000.0]) mért, ívmásodpercben kifejezett, deklináció illetve rektaszcenzió irányú relatív távolság szerepel. Az északi irány felfelé, a keleti irány bal kéz felé esik. A különböző szimbólumok a detektált változócsillagok pozícióit jelölik, és a következő típusoknak felelnek meg: körök – RRab-k, négyzetek – RRc-k, rombuszok – rövid periódusú változók, háromszögek – hosszú periódusú változók (az objektumokkal kapcsolatos részletes információkat a 4.2.–4.4. fejezetek tartalmazzák).

ciónak (bizonyos hangolható rejekciós és simítási műveleteket követő) vizsgálatán alapul. Az eljárást két különböző módon használtam a fentiekben ismertetett változó apertúrájú fotometria eredményeinek tesztelésére. Először az összes detektált változócsillag esetében ellenőriztem annak lehetőségét, hogy az észlelt fényváltozás egy, a kérdéses csillaggal közös apertúrába eső, a referenciaképeken nem detektált, de a kompozit reziduálképeken detektálható halvány forrásból származik. A pozitív esetekben megismételtem a fotometriát, az új pozícióknak megfelelően újracentrált apertúrával. Másodszer megvizsgáltam, hogy a kompozit reziduálképeken található-e olyan további, a referenciaképeken nem detektált változócsillag, amelynek pozíciójával egyik apertúra sem volt fedésben. Ez utóbbi teszt során nem azonosítottam újabb objektumot.

Az adatfeldolgozás következő lépésében a reziduálképek fotometriájával nyert, relatív lineáris fluxusegységekben kifejezett összes idősort a TFA segítségével további redukciós folyamatnak vetettem alá. Az eljárást a 4.1.3. fejezetben részletesen ismertetem.

A redukció utolsó lépéseként a differenciális fluxusegységekben kifejezett fénygörbék magnitúdóegységekbe történő transzformációjához az adott hullámsávban ismernünk kell az egyes források referenciaképen rögzített f_{RF} fluxusát, mellyel a képkivonási eljárás során csökkentettük a feldolgozott képekhez tartozó teljes fluxusok értékét (ld. pl. Wozniak 2000). Ez a további információ szükséges az i -edik felvételhez tartozó Δm_i differenciális magnitúdó és a (képkivonási eljárással meghatározott) Δf_i differenciális fluxus közötti

$$\Delta m_i = -2,5 \log(f_{\text{RF}} + \Delta f_i)$$

logaritmikus transzformáció nullpontjának rögzítéséhez. Az egyes csillagokhoz tartozó f_{RF} fluxusokat a referenciaképek PSF-fotometriáján keresztül határoztam meg (ld. fentebb). Nyilvánvaló, hogy egy pontatlan f_{RF} értékkel végrehajtott fluxusmagnitúdó transzformáció hibás amplitúdójú fénygörbéhez vezet, és jelentős mértékben módosíthatja a magnitúdóátlag értékét is; mindazonáltal ezen hibák tényleges hatása csillagonként eltérő, mivel függ az objektum fényességétől, valamint a fényváltozás alakjától. Így a változócsillagok magnitúdótranszformált fénygörbéit csak azokban az esetekben használtam fel további vizsgálatok céljából, amennyiben a kérdéses objektum referenciaképen elvégzett PSF fotometriája kellően megbízható eredményre vezetett. Ennek pontosabb kritériumáról az RR Lyrae csillagok esetében a 4.2.1. fejezetben esik szó. Általánosságban véve a magnitúdóban kifejezett fénygörbe elfogadhatónak bizonyult, amennyiben a $(V - I)_{\text{RF}}$ formális hibája a 0,03 mag határ alatt maradt.

Az M53 változócsillagainak teljes fotometriai anyaga és az RR Lyrae csillagok

Fourier-dekompozíciójának eredményei elektronikusan hozzáférhetőek a Center de Données Astronomiques de Strasbourg (CDS) archívumában.

4.1.3. Az idősorok utófeldolgozása

Az OIS reziduálképek fotometriájával előállított idősorokat a frekvenciaanalízist megelőzően egy utólagos redukciós eljárásnak vettem alá a Kovács et al. (2005) által kifejlesztett eljárás, a TFA (*Trend Filtering Algorithm*) felhasználásával, első ízben alkalmazva ezt a technikát gömbhalmaz-fotometriai adatok feldolgozására. Az eljárás segítségével a fotometriai idősorokból nagy hatékonysággal eltávolíthatók a csillagok valódi fizikai fényváltozásából származó jeleket terhelő különböző szisztematikus effektusok. Ezek a szisztematikák származhatnak az észlelési körülmények időbeli változásából – ilyen effektus például a pozíció- és időfüggő atmoszferikus extinkció; vagy a légköri nyugodtság ingadozása miatt időben változó PSF-ek hatására a kis szeparációjú források fluxusának keveredéséből. Emellett lehetnek instrumentális eredetűek is, mint amilyen a megfelelő vezetés hiányában a csillagok képeinek a detektor véges szeparációjú pixelei fölötti lassú elmozdulása, továbbá a korrigálatlan vagy rosszul korrigált hibás pixeleken történő áthaladása. Szisztematikus fényváltozások fakadhatnak továbbá a standard redukciós lépések hiányosságaiból, illetve az ezeket követő további képfeldolgozási eljárások, esetünkben a képkivonást megelőző konvolúciós műveletek anomáliáiból – kézenfekvő például, hogy a rendellenes konvolúció következtében a mért fényességingadozás korrelálhat a PSF időbeli változásával. Ezenfelül szisztematikák származhatnak különböző eredetű tranziensek hatására létrejött fluxusváltozásokból is. Mindezen effektusok kiszűrésével növelhető a kis amplitúdójú jelek detektálási valószínűsége, valamint javítható az összes detektált változócsillag fénygörbéjének pontossága.

A TFA részletes matematikai és technikai leírása Kovács et al. (2005) publikációjában található, illetve a módszerről további összefoglalók találhatók Bakos et al. (2009) és Szulágyi et al. (2009) tanulmányában. Az alábbiakban rövid ismertetést nyújtok a technika elvi és matematikai hátteréről, majd ezt követően rátérek az M53 fotometriai anyagára történő alkalmazásának eredményeire.

Az algoritmus azon az elgondoláson alapszik, hogy a vizsgált idősort szennyező szisztematikus jelkomponensek a látómezőben található számos más csillag fénygörbéjéből nyert információk alapján kiszűrhetők. Ennek feltétele, hogy a kérdéses komponensek számos más objektum idősorában is jelen legyenek. Mivel az adatokat sokféle, különböző eredetű trend terhelheti, ezért feltételezzük továbbá, hogy elegendően nagy számú objektum áll rendelkezésre egy, a szisztematikákra nézve reprezentatív minta kiválasztásához, és ezek mintavételezése azonos (legalábbis az objektumok zömének esetében). Emellett feltesszük azt is, hogy bármely vizsgált

objektumban található trend lineárisan felbontható bizonyos számú további csillag (sablonsillagok) idősorainak segítségével, és az optimális felbontás alakjára egyszerű legkisebb négyzetes kritérium tehető. Fontos megjegyezni, hogy mivel ezen megközelítésben hasonló alakú és időben azonosan viselkedő jelkomponenseket eliminálunk egymással, ezért az eljárás kimenetele általában érzéketlen lesz a sablonobjektumok között előforduló változócsillagokra (az ilyen jelek véletlen egyezésének valószínűsége ui. nagyon alacsony). Ugyanakkor a hosszú periódusú változók esetében reális esély van arra, hogy hasonló időskálán és hasonló fázisban jelen lévő trendek az eljárás alkalmazása során lényegesen eltorzítják a jel valódi alakját.

A TFA a vizsgált objektum $\{Y(i); i = 1, 2, \dots, N\}$ fotometriai idősorához rendelt $\{\mathcal{F}(i); i = 1, 2, \dots, N\}$ szűrőfüggvényt tehát M darab sablonsillag $\{X_k(i); i = 1, 2, \dots, N; k = 1, 2, \dots, M\}$ nulla átlagúra normált idősorainak lineáris kombinációjaként állítja elő:

$$\mathcal{F}(i) = \sum_{k=1}^M c_k X_k(i). \quad (4.3)$$

A c_k koefficienseket a következő kifejezés minimalizálásával határozzuk meg:

$$\mathcal{D} = \sum_{i=1}^N [Y(i) - A(i) - \mathcal{F}(i)]^2, \quad (4.4)$$

ahol $\{A(i); i = 1, 2, \dots, N\}$ a vizsgált objektum szűrt idősorának legjobb becslése. Amennyiben a valódi jelalak teljesen ismeretlen, vagyis az $\{Y(i)\}$ idősor a trendek és a zaj által dominált, a szűrőfüggvényt az $\{A(i)\} = \langle Y \rangle$ kezdeti érték alapján határozzuk meg. Amennyiben a fénygörbe szignifikáns periodicitást tartalmaz, akkor ez a trendek eltávolításával felbukkan, és az $\{Y'(i) = Y(i) - \mathcal{F}(i)\}$ szűrt idősor valamely idő-frekvencia transzformációjával a jel azonosíthatóvá válik. A trendek levonása során a valódi jel alakja is torzulást szenved, ezért az idősort az első lépésben detektált periódus felhasználásával iteratív rekonstrukciónak vetjük alá. A rekonstrukció egymást követő lépéseiben a fázisba rendezett fénygörbe alapján egyre jobb közelítéseket kapunk az $\{A(i)\}$ alakjára vonatkozóan, melyet a (4.4) formula szerint a szűrőfüggvény következő pontosítására használunk fel. Az iterációt addig folytatjuk, amíg az utolsó lépésből származó reziduál szórásának relatív csökkenése egy bizonyos küszöbérték alá nem kerül.

Amennyiben a trendek amplitúdója már az eredeti (feldolgozatlan) idősor jel-szintjéhez képest is megfelelően alacsony, vagyis a periódus a szűrés művelet nélkül is detektálható (mint pl. a legtöbb RR Lyrae esetében), akkor ezt felhasználhatjuk az $\{A(i)\}$ kezdeti meghatározásához az iteratív rekonstrukció első lépésében. A rekonstrukció iteráció nélkül is megvalósítható abban az esetben, ha a nyers idő-

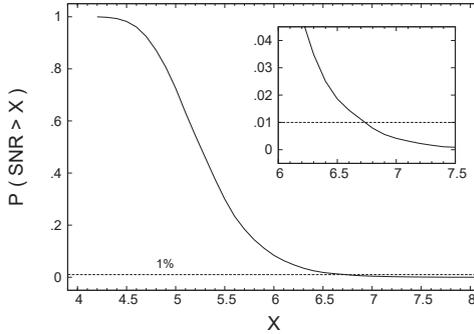
sor Fourier-reprezentációja megfelelően pontos. Ekkor a szűrőfüggvény előállításakor a (4.3) kifejezésben az alábbi módon ezt is figyelembe vesszük:

$$\mathcal{F}(i) = \sum_{k=1}^M c_k X_k(i) + \sum_{j=1}^{2L} a_j S_j, \quad (4.5)$$

ahol $\{S_j(i); i = 1, 2, \dots, N; j = 1, 2, \dots, 2L\}$ az L számú frekvencia $\{a_j\}$ amplitúdójú Fourier-komponenseit jelöli (Kovács & Bakos 2008).

A TFA jelen alkalmazása során különös figyelmet kell szentelnünk az adatpontok relatíve alacsony számából eredő effektusoknak. Ideális esetben a megfelelően hatékony szűrőfüggvény előállításához szükséges sabloncsillagok száma jóval alacsonyabb, mint a vizsgált objektum idősorát alkotó pontok száma. Mivel jelenleg nem áll rendelkezésre jó módszer a sablonminta összetételének optimalizálására, ezért a különböző szisztematikák megfelelő mintavételezése nagy számú sabloncsillag fénygörbéjének felhasználásával lehetséges, melyek között egyaránt előfordulnak a szűrés szempontjából előnyös és felesleges (ti. tisztán zajt tartalmazó) idősorok. A módszer korábbi felhasználása során ugyan voltak a sabloncsillagok legkedvezőbb számának meghatározására tett kísérletek (Szulágyi et al. 2009), melyek azonban pár száz adatpont esetén nem vezettek eredményre. Mivel esetünkben a V fénygörbék mindössze 340 pontot tartalmaznak, számottevő mértékben korlátozni kell a sabloncsillagok számát az adatok „túlllesztésének”, illetve az emiatt keletkező hamis jelek megjelenésének elkerülésére. Ezen kívül minden detektált jelet több különböző összetételű sabloncsillag-mintákból származó szűrőfüggvények alkalmazásával alapos tesztelésnek vettem alá. Ez képes többszöröse lecsökkenteni a hamis jelek detektálásának valószínűségét (Kovács & Bakos 2007). Az idősorok túlllesztésének elkerülésére minden objektum esetében a lehető legalacsonyabb számú sablon mellett a lehető legnagyobb jel/zaj viszonyú és egyben a reziduálok legalacsonyabb torzítatlan szórását eredményező szűrési műveletet alkalmaztam. Ennek megfelelően az alkalmazott sablonszám 60 és 140 között változott, az utóbbi érték az adatok kis száma miatt egyben abszolút felső határként is szolgált. A sabloncsillagokat általánosságban szölvá a legfényesebb ~ 1000 csillag közül választottam ki, a leghalványabb felhasznált objektum fényessége a V hullámsávban egyik esetben sem érte el a 18 magnitúdót; a sablonok kvázi-egyenletes eloszlásban helyezkedtek el látómezőben.

A különböző típusú periodikus jelek keresése céljából az idősorokon két különböző idő-frekvencia transzformációt alkalmaztam. Míg a DFT módszer széles körben alkalmazható a pulzáló változócsillagok frekvenciakomponenseinek azonosítására, addig a fedési kettősök fénygörbéinek matematikai reprezentálására a Fourier-módszer sok esetben alkalmatlan. Ezért a lehetséges éles jelalakú fedési objektumok detektálási valószínűségének növelésére a BLS (*box-fitting least squares*; Kovács et al.



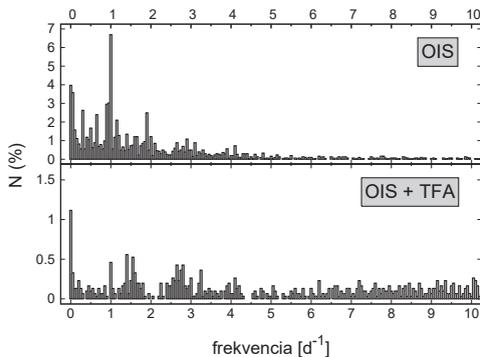
4.2. ábra. A V IDŐSORRAL AZONOSAN MINTAVÉTELEZETT, TFA-VAL FELDOLGOZOTT VÉLETLEN ZAJ DFT SPEKTRUMAIBÓL SZÁRMAZÓ JEL/ZAJ ARÁNY ÉRTÉKÉNEK VALÓSZÍNŰSÉGI ELOSZLÁSA. Az ábrázolt görbe Gauss-eloszlású fehérzajjal generált mesterséges idősor tízezer realizációjából származik. A jobb felső részben az eloszlás 1% körüli része látható kinagyítva.

2002) algoritmust is felhasználtam az idősorok analízisében. A detektált jel szignifikanciáját a spektrumban talált frekvenciacsúcs jel/zaj viszonya alapján határoztam meg:

$$\text{SNR} = \frac{A_{\max} - \langle A_{\nu} \rangle}{\sigma_{A_{\nu}}}, \quad (4.6)$$

ahol A_{\max} a detektált jel frekvenciakomponensének amplitúdója, $\langle A_{\nu} \rangle$ a spektrum vizsgált frekvenciatartományon belüli átlagértéke, $\sigma_{A_{\nu}}$ pedig a spektrum iteratív 5σ rejekcióval számított szórása. A fenti definíció miatt a zaj frekvenciafüggése („színes zaj”) esetén a jel/zaj viszony értéke függ a vizsgált frekvenciatartomány határától. Feltéve azonban, hogy a TFA alkalmazásával a színes zajért elsődlegesen felelős szisztematikákat nagy arányban kiszűrjük az idősorokból, a (4.6) kifejezéssel definiált SNR alapján megfelelő következtetés vonható le a jel szignifikanciájára vonatkozóan.

A jel/zaj arány és a detekció konfidenciaszintje közötti kapcsolat meghatározására Monte Carlo szimulációt végeztem. Az M53 fotometriai anyagával azonos mintavételezésű Gauss-eloszlású fehérzajt tartalmazó mesterséges adatsorokat generáltam, majd ezeket a valódi fénygörbékkel megegyező módon dolgoztam fel, a TFA, majd a DFT/BLS módszer alkalmazásával. A szimulált idősorokban a DFT módszerrel detektált domináns frekvenciakomponensek jel/zaj viszony (SNR) értékeinek



4.3. ábra. Az M53-BAN DETEKTÁLT CSILLAGOK V IDŐSORAINAK DFT SPEKTRUMAIBAN TALÁLT MAXIMÁLIS AMPLITÚDÓJÚ FREKVENCIAKOMPONENSEK HISZTOGRAMJA. A felső panelen az OIS reziduálokön végrehajtott apertúra-fotometriából származó adatok frekvenciaeloszlása látható. Az alsó panel ezen adatok TFA-val végzett utófeldolgozásának hatását mutatja. Az itt ábrázolt esethez egységiesen 140 sabloncsillagot használtam. A frekvenciaközök szélessége $0,05 \text{ d}^{-1}$.

10000 független szimulációból származó eloszlása a 4.2. ábrán látható. A fenti statisztikai teszt az eloszlás alapján arra konklúzióra vezetett, hogy fehérzaj esetén a 6,7-nél nagyobb jel/zaj viszonyú véletlen jel detektálási valószínűsége a DFT módszerrel 1% alatti. A BLS módszer esetében ez az 1%-os konfidenciaküszöb teljesen hasonló teszt alapján 7,9-nek bizonyult – itt megjegyzem, hogy a BLS módszerrel egy objektum idősorában sem azonosítottam szignifikáns jelet. Figyelembe véve, hogy a valódi idősorok mindig tartalmaznak bizonyos mértékű, a frekvencia növekedésével csökkenő amplitúdójú zajt (ún. vörös zajt), ezért az új változócsillagok valódiságát ennél mindig erősebb, általában a $\text{SNR} \gtrsim 8$ (kb. egy ezrelék konfidenciaszintű) kritériumnak megfelelő, és különböző összetételű sablonadatoknál is jelentkező detekció esetén fogadtam el.

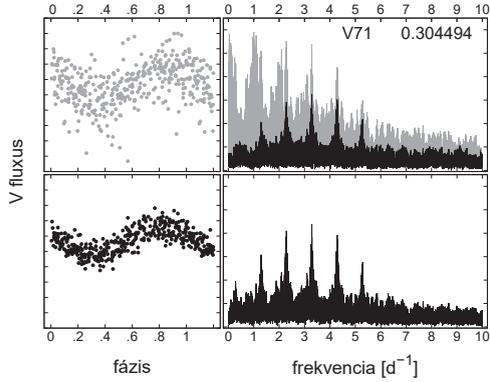
A trendszűrés eredményének demonstrálására a 4.3. ábra az M53 V idősoraiban található domináns frekvenciakomponensek eloszlását mutatja a TFA alkalmazását megelőzően, illetve azt követően. Jól megfigyelhető, hogy már az OIS reziduálképek fotometriájából származó nyers fénygörbék is viszonylag kevés szisztematikát tartalmaznak (ld.: felső panel). A TFA korábbi alkalmazásaiból származó hasonló hisztogramokon az egész ciklus/napnál található csúcsok lényegesen dominánsabbak (ld. pl. Kovács et al. 2005; Szulágyi et al. 2009). A szisztematikák egy része tehát

már az OIS módszerben alkalmazott konvolúciós eljárás során eltűnt az adatsorokból. Az alsó panelen látható eloszlás alapján a TFA sikeresen kiszűrte a jellegzetes trendek maradékát is: a domináns frekvenciák eloszlása közel egyenes, csupán az RR Lyrae csillagok és a hosszú időskálájú irreguláris fényváltozást mutató vörös óriáscsillagok miatt mutat helyenként enye többletet.

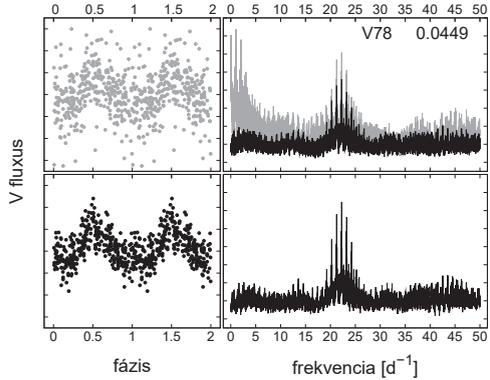
A TFA-val elért eredmények alaposabb vizsgálatára egy RRc (V71, 4.4. ábra) és egy SX Phe típusú változócsillag (V78, 4.5. ábra) DFT-spektrumát és a TFA-val detektált periódusuk szerint fázisba rendezett fénygörbéjét mutatom be a nyers (OIS) és utófeldolgozott (OIS+TFA) adatok esetében. A jelrekonstrukció hatása mindkét csillagnál igen számottevő. A V71 idősorában található valódi jelet a nyers idősor spektrumában lehetetlen azonosítani a szisztematikákból eredő frekvencia-csúcsok érdekében. Ezzel szemben a szűrt adatsor Fourier-transzformációja tiszta, egykomponensű spektrumot eredményez, mely csak a valódi frekvenciakomponenst és *alias*-ait tartalmazza. A V78 esetében jobb a helyzet, mivel a spektrumban a pulzációnak megfelelő magas frekvenciájú csúcs jól elkülönül az alacsony frekvenciás trendektől. Azonban itt is az 1 d^{-1} közelében található csúcs rendelkezik a legnagyobb amplitúdóval, emiatt egy, csak a domináns csúcsokat azonosító automatikus keresési eljárás a nyers adatokban nem detektálta volna ezt a változót. Az adatsorok minőségének javulása emellett a nyers és rekonstruált fénygörbék összehasonlítása alapján is szembetűnő. Ugyanakkor figyelembe kell vennünk, hogy ezen utóbbiak szórása a nagy számú illesztett paraméter következtében valamelyest torzított.

A reziduál szórásában jelentkező torzulás a különböző regressziós eljárások általános velejárója. Az illesztés során az adatok között korreláció jön létre, mely a reziduálban alacsonyabb szórást eredményez ahhoz képest, mint amit abban az esetben kapnánk, ha csak a jel valódi részét illesztettük volna. Általános esetben N adatpont N_p paraméterrel történő legkisebb négyzetes illesztése esetén, ahol az N_p darab paraméter több, mint amit az egzakt modell-reprezentáció megkövetel, a reziduál standard szórása az eredeti szórás értékének $\sqrt{(N - N_p)/N}$ -szerese lesz. Ebből kifolyólag a V71 és V78 rekonstruált fénygörbéjének torzítatlan szórása az ábrákon láthatóaknál rendre 10%-kal és 30%-kal nagyobb, a 60, illetve 140 sabloncsillag felhasználása miatt.

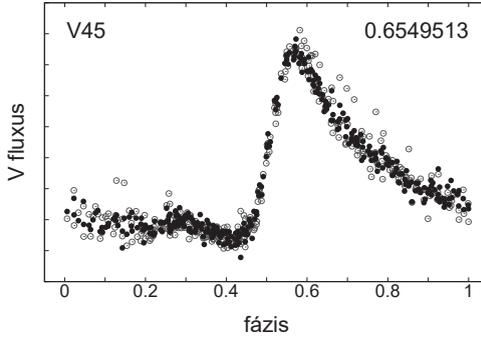
Végezetül a 4.6. ábrán a V45 jelű RRab csillag iteráció nélkül végzett fénygörbe-rekonstrukciójának eredményét mutatom be. Az eljáráshoz a (4.5) formulának megfelelő módon a fénygörbe nyolcadrendű Fourier-reprezentációját és 140 sabloncsillagot használtam. A nyers fénygörbe DFT spektruma alapján az objektum nyers idősorát nem terhelik egész ciklus/nap típusú szisztematikák. Ebből kifolyólag a TFA alkalmazásával elért javulás tranzienis jelek kiszűrésének köszönhető. A fénygörbére legjobban illeszkedő Fourier-összeg körüli torzítatlan szórás a rekonstrukciót



4.4. ábra. A V71 JELŰ ÚJ RRc CSILLAG DETEKTÁLÁSA. Balra fent a TFA-val talált periódus szerint fázisba rendezett eredeti OIS fénygörbe; jobbra fent az eredeti OIS idősor (szürkével ábrázolt), illetve a TFA-val szűrt idősor (feketével ábrázolt) DFT spektruma látható. A bal alsó panel a TFA-rekonstrukció utáni fénygörbét (ld. a szűrt idősor szóráásával kapcsolatos megjegyzéseket a szövegben), a jobb alsó panel a rekonstruált idősor DFT spektrumát mutatja. Jobbra fent a csillag azonosítója mellett a periódus értéke (napban) látható.



4.5. ábra. A V78 JELŰ ÚJ SX PHOENICIS TÍPUSÚ VÁLTOZÓCSILLAG DETEKTÁLÁSA. Az ábrázolási rendszer megegyezik a 4.4. ábrán használtakkal.



4.6. ábra. A V45 JELŰ R Rab CSILLAG JELREKONSTRUKCIÓJA. Az üres szimbólumok az eredeti OIS fluxusértékeket jelölik, a fekete pontok a TFA-val feldolgozott adatokat mutatják (ld. a szűrt idősor szórásával kapcsolatos megjegyzéseket a szövegben).

követően 14%-kal alacsonyabb, ami jelentős javulást jelent az eredeti adatokhoz képest.

4.2. RR Lyrae csillagok

A M53 változócsillagai közül a továbbiakban alapvetően az RR Lyrae csillagokra fogok koncentrálni, mivel nagy számban találhatóak a halmazban, jól megalapozott elméleti és empirikus ismeretekkel rendelkezünk róluk, továbbá jelen fotometriai anyag alapján ezen változók adatsoraiból nyerhető ki a legtöbb fizikai információ. További vizsgálataim középpontjában a halmaz fémtartalma és távolsága áll, mint az empirikus úton meghatározható két legfontosabb fizikai paraméter.

A halmazban összesen 54 RR Lyrae csillagot azonosítottam. Két RRc csillag, a V71 és a V72 kivételével ezek mindegyike előzőleg már ismert objektum (ld.: *Catalog of Variable Stars in Globular Clusters*, CVSGC, Clement et al. 2001). A V34 fényváltozásának van den Hoven van Genderen (1947) által korábban megkérdőjelezett valóságát a jelenlegi mérések egyértelműen alátámasztják. Az azonosított RR Lyrae csillagok listáját és alapvető fotometriai paramétereiket a 4.1. táblázat tartalmazza. A magnitúdóátlagok értékét csak azon csillagok esetében adtam meg, melyek fénygörbéjének fluxus–magnitúdó transzformációja megbízható eredményre vezetett (bővebben ld.: 4.2.1. fejezet). Fontos megjegyezni, hogy a jel/zaj viszony

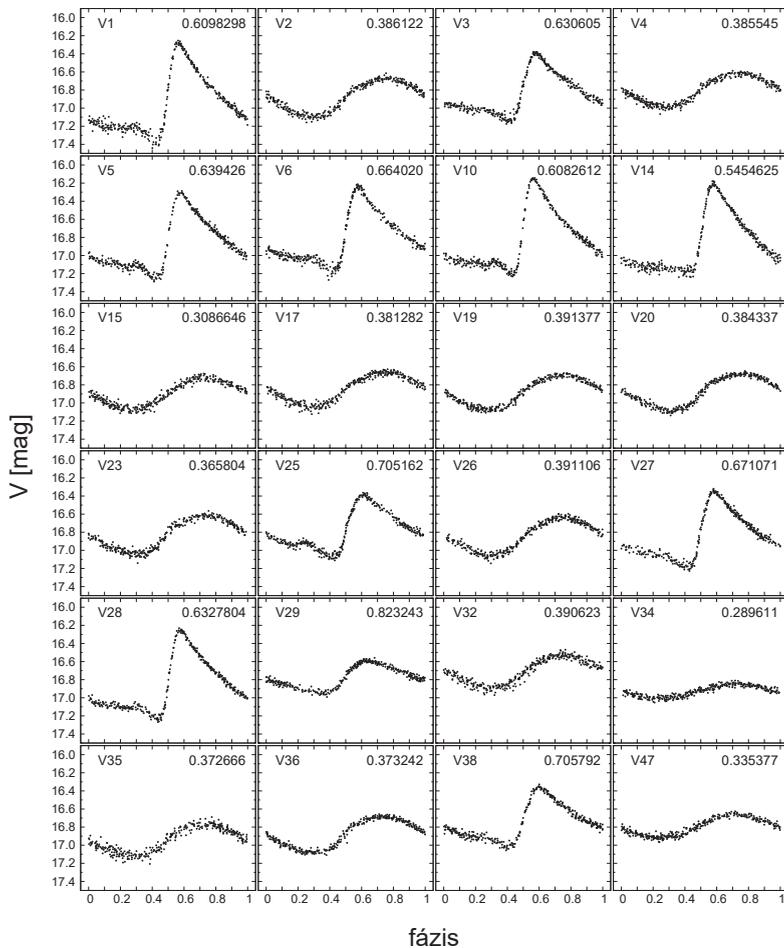
(SNR) értéke a halmaz centrumában detektált RR Lyrae-k esetén is igen magas.

Az RR Lyrae-k periódusainak hibáit Monte Carlo szimuláció segítségével becsültem meg, az alábbi módon. A TFA-rekonstruált fénygörbék Fourier-dekompozíciói alapján Gauss-eloszlású véletlen zajjal terhelt szintetikus fénygörbéket hoztam létre, melyek szórása megegyezett a valódi rekonstruált fénygörbék teljes fehérités utáni reziduáljának torzítatlan szórásával. Minden objektum esetében 100 független szimulációt végeztem, a szintetikus fénygörbéket standard Fourier-analízisnek vettem alá, és meghatároztam periódusaikat. A 4.1. táblázatban szereplő hibák e 100 realizációból származó periódusok szórásai.

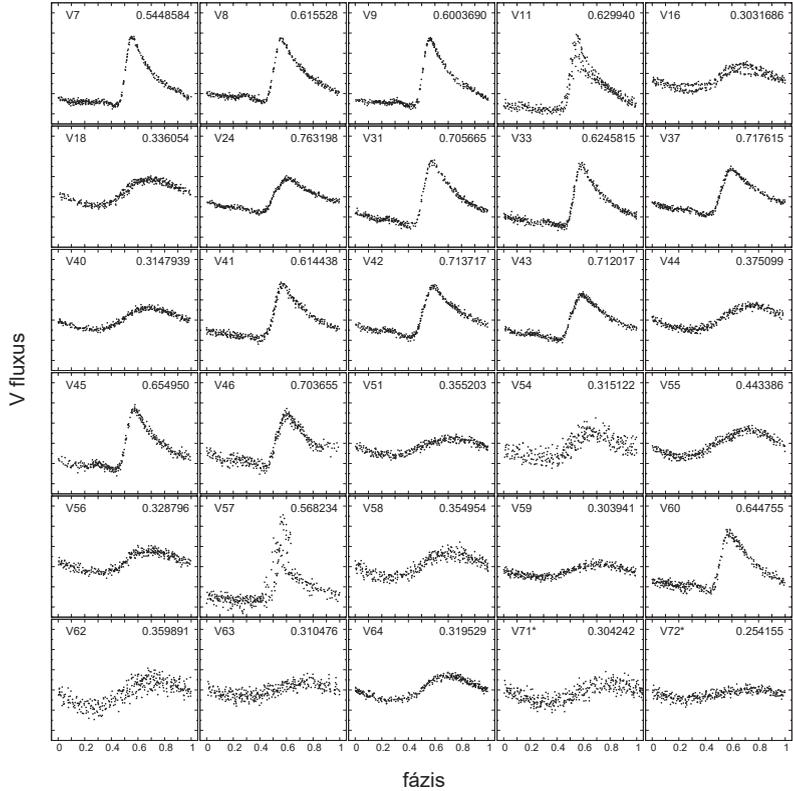
Az itt meghatározott periódusok néhány kivételtől eltekintve jó egyezést mutatnak a korábbi szerzők által közölt értékekkel. Három RRc csillag, a V44, a V47 és a V55 esetében az előzőleg publikált periódusok a mostani adatok alapján a valódi értékek különböző *alias*-ainak bizonyultak. A többi első felhangban pulzáló csillag esetén az perióduseltérések a $0,0004 \text{ d}^{-1}$ határon belül maradnak, tipikus értékük $0,00003 \text{ d}^{-1}$ körüli. Az RRab csillagokat illetően az itt közölt periódusok átlagosan $0,00002 \text{ d}^{-1}$ körüli egyezést mutatnak a régebbi irodalmi értékekkel. Néhány esetben, a korábbi fénygörbe gyenge lefedettsége miatt nagyobb, de a $0,00012 \text{ d}^{-1}$ határt nem meghaladó eltérést találtam.

Az OIS és a TFA segítségével végzett redukációs eljárásoknak köszönhetően az RR Lyrae fénygörbék nagy része alkalmas a további vizsgálatra. TFA-rekonstruált, és periódusaik szerint fázisba rendezett fénygörbéik a 4.7. ábrán láthatók. A halmaz zsúfolt centrumához közel elhelyezkedő, a 4.8. ábrán látható 30 csillag idősorainak megfelelően pontos magnitúdótranszformációja nem volt kivitelezhető, ezért fénygörbéiket relatív fluxusegységekben hagyva közöltem. Fluxusadatokon alapuló empirikus összefüggések hiányában sajnos ezen objektumok felhasználhatósága igen korlátozott; kivétel ez alól a V7, V8, V9, V33 és V37 jelű csillag, melyekről nagyobb felbontású CCD-vel készült, korábbi *V* fotometria (Kopacki 2000) is rendelkezésre áll. Végezetül megjegyzem, hogy a korábban ismert, de az itt közölt mintában nem szereplő RR Lyrae-k közül az egymáshoz igen közeli V52 és V53 PSF-je nem volt felbontható, a V61 PSF-je összeolvadt a V49 jelű hosszú periódusú változóval, míg a fennmaradt öt további csillag (V12, V13, V21, V30 és V48) a látómezőn kívülre esett.

Blazhko-csillagok ♦ A lehetséges multiperiodicitások vizsgálatára az összes detektált változócsillag fotometriai idősorán szukcesszív fehéritési eljárást hajtottam végre. Az RR Lyrae csillagok közül három objektum, a V11, V16 és V57 idősorában találtam Blazhko-modulációnak megfelelő frekvenciakomponenseket. A periodikus modulációs viselkedés a *V* adatok Fourier-analízise alapján mindhárom esetben ha-



4.7. ábra. 24 RR LYRAE CSILLAG TFA-REKONSTRUÁLT, MAGNITÚDÓS KÁLÁRA TRANSZFORMÁLT, STANDARDIZÁLT V FÉNYGÖRBÉJE. A panelek tetején a csillagok CVSGC azonosítója és periódusa (napban) szerepel (további adataik a 4.1. táblázatban találhatóak).



4.8. ábra. 30 RR LYRAE CSILLAG TFA-REKONSTRUÁLT, LINEÁRIS FLUXUS-EGYSÉGEKBE KIFEJEZETT FÉNYGÖRBÉJE. A panelek tetején a csillagok CVSGC azonosítója és periódusa (napban) szerepel (további adataik a 4.1. táblázatban találhatóak). A zsúfoltságból adódó jelentős nullponti hibák miatt ezen objektumok esetében a fénygörbe fluxus-magnitúdó transzformációja nem vezetett megbízható eredményre. A függőleges tengelyek osztásvonalai az összes panelre vonatkozóan egységes fluxusközöket jelölnek.

4.1. táblázat. Az RR LYRAE CSILLAGOK FOTOMETRIAI ADATAI

Név	Típus	α [hms]	δ [dms]	d ["]	P [d]	SNR	V	$V - I$
V1	RRab	13:12:56,3	18:07:13,8	176,8	0,6098298(9)	14,3	16,970	0,579
V2	RRc	13:12:50,3	18:07:00,8	202,0	0,386122(1)	22,2	16,879	0,402
V3	RRab	13:12:51,4	18:07:45,5	154,6	0,630605(1)	17,8	16,848	0,447
V4	RRc	13:12:43,9	18:07:26,4	230,3	0,385545(1)	26,0	16,800	0,383
V5	RRab	13:12:39,1	18:05:42,6	353,3	0,639426(1)	23,2	16,888	0,526
V6	RRab	13:13:03,9	18:10:19,8	123,7	0,664020(1)	14,4	16,819	0,522
V7	RRab	13:13:00,9	18:11:29,7	113,3	0,5448584(6)	13,5
V8	RRab	13:13:00,4	18:11:05,1	92,3	0,615528(1)	16,1
V9	RRab	13:13:00,1	18:09:25,0	81,9	0,6003690(7)	15,2
V10	RRab	13:12:45,7	18:10:55,6	143,3	0,6082612(7)	18,8	16,837	0,463
V11	RRabB	13:12:45,4	18:09:01,9	156,3	0,629940(5)	12,2
V14	RRab	13:13:20,5	18:06:42,8	415,6	0,5454625(7)	14,0	16,880	0,452
V15	RRc	13:13:12,4	18:13:55,0	332,5	0,3086646(9)	21,6	16,894	0,342
V16	RRcB	13:12:46,2	18:06:39,2	247,3	0,3031686(7)	18,7
V17	RRc	13:12:40,4	18:11:54,1	236,7	0,381282(1)	27,5	16,848	0,422
V18	RRc	13:12:48,7	18:10:12,9	93,9	0,336054(1)	22,2
V19	RRc	13:13:07,0	18:09:26,1	173,2	0,391377(1)	28,1	16,880	0,437
V20	RRc	13:13:09,0	18:04:16,2	404,7	0,384337(1)	22,5	16,875	0,407
V23	RRc	13:13:02,3	18:08:35,9	137,9	0,365804(1)	25,2	16,825	0,391
V24	RRab	13:12:47,2	18:09:33,0	120,4	0,763198(2)	20,3
V25	RRab	13:13:04,4	18:10:37,2	133,5	0,705162(1)	16,7	16,779	0,555
V26	RRc	13:12:35,7	18:05:20,5	401,7	0,391106(1)	24,1	16,845	0,395
V27	RRab	13:12:41,4	18:07:23,9	257,9	0,671071(1)	14,7	16,856	0,550
V28	RRab	13:12:42,1	18:16:37,9	430,9	0,6327804(7)	16,5	16,875	0,545
V29	RRab	13:13:04,3	18:08:46,9	152,9	0,823243(4)	26,6	16,782	0,588
V31	RRab	13:12:59,6	18:10:04,6	61,9	0,705665(1)	15,2
V32	RRc	13:12:47,7	18:08:35,9	142,6	0,390623(2)	20,4	16,712	0,416
V33	RRab	13:12:43,9	18:10:13,2	162,5	0,6245815(8)	16,9
V34	RRc	13:12:45,7	18:06:26,1	262,0	0,289611(1)	21,2	16,928	0,314
V35	RRc	13:13:02,4	18:12:37,5	179,8	0,372666(2)	22,7	16,943	0,442
V36	RRc	13:13:03,3	18:15:10,2	321,8	0,373242(1)	21,5	16,879	0,414
V37	RRab	13:12:52,3	18:11:05,1	69,6	0,717615(1)	21,0
V38	RRab	13:12:57,1	18:07:40,5	151,8	0,705792(2)	21,2	16,749	0,557
V40	RRc	13:12:55,9	18:11:54,7	105,3	0,3147939(9)	19,6
V41	RRab	13:12:56,8	18:11:09,3	63,6	0,614438(1)	19,2
V42	RRab	13:12:50,6	18:10:19,5	67,4	0,713717(2)	21,8
V43	RRab	13:12:53,1	18:10:55,7	55,5	0,712017(2)	24,2
V44	RRc	13:12:51,5	18:09:58,2	54,6	0,375099(2)	23,7
V45	RRab	13:12:55,2	18:09:27,4	42,4	0,654950(2)	16,2

Folytatás a következő oldalon ...

4.1 táblázat – folytatás.

Név	Típus	α [hms]	δ [dms]	d ["]	P [d]	SNR	V	$V - I$
V46	RRab	13:12:54,6	18:10:36,2	28,1	0,703655(3)	22,0
V47	RRc	13:12:50,4	18:12:24,6	151,4	0,335377(1)	21,1	16,791	0,372
V51	RRc	13:12:57,8	18:10:50,7	54,7	0,355203(2)	20,2
V54	RRc	13:12:54,4	18:10:31,4	25,0	0,315122(3)	14,2
V55	RRc	13:12:53,6	18:10:39,2	37,7	0,443386(2)	26,4
V56	RRc	13:12:53,7	18:09:29,1	46,3	0,328796(2)	15,1
V57	RRabB	13:12:55,5	18:09:58,0	12,1	0,568234(7)	11,8
V58	RRc	13:12:55,6	18:09:30,8	39,4	0,354954(3)	17,2
V59	RRc	13:12:56,7	18:09:20,4	53,4	0,303941(2)	19,7
V60	RRab	13:12:57,0	18:09:36,0	41,6	0,644755(2)	18,4
V62	RRc	13:12:54,0	18:10:30,1	27,0	0,359891(4)	13,8
V63	RRc	13:12:56,2	18:10:02,8	15,5	0,310476(4)	14,3
V64	RRc	13:12:52,6	18:10:12,5	38,5	0,319529(1)	19,2
V71*	RRc	13:12:54,5	18:09:54,3	18,8	0,304242(5)	14,5
V72*	RRc	13:12:55,8	18:09:50,6	20,7	0,254155(3)	13,5

Megjegyzések:

- Az új felfedezéseket az azonosító utáni *, a Blazhko-modulációt a típust követő B betű jelöli.
- d ["] a halmaz névleges középpontjától mért radiális távolságot jelenti (ld. 4.1. ábra).
- A periódusokat követő zárójel között hibájuk utolsó tizedesjegyre vonatkozó értéke szerepel.
- A jel/zaj viszony (SNR) a $[0,20]$ d⁻¹ frekvenciatartományra vonatkozik.

tározottan megállapítható. Az alappfrekvenciák és felharmonikusaik kifejéértése után a modulációs komponensek ezekhez képest nagy pontosságon belül állandó f_m szeparációval helyezkednek el. A három csillag alapvető Blazhko-paramétereit a 4.2. táblázat foglalja össze. Az utolsó oszlopban található $R_{m,1}$ mennyiség a V fluxus-adatok DFT-spektrumában található maximális amplitúdójú modulációs csúcs és az f_0 rezgési komponens amplitúdójának arányát fejezi ki.

A V11 esetében az f_0 hetedik felharmonikusáig azonosíthatók szignifikáns modulációs frekvenciák az $nf_0 + f_m$ értékeknél, illetve $n = 2$ -re az $2f_0 - f_m$ értéknél. A V16 jelű RRc csillag spektrumában az $f_0 + f_m$ és a $2f_0 + f_m$ komponent azonosítottam. A fázismoduláció mindkét csillag esetében esetében alacsony, ellentétben a V57-tel, mely egyszerre erős amplitúdó- és fázismodulációt is mutat. Ez utóbbi csillag esetében az $f_0 + f_m$ és a $2f_0 + f_m$ frekvenciacsúcsok utalnak Blazhko-effektusra. A három csillag pulzációs periódus szerint fázisba rendezett fénygörbéi a 4.8. ábrán láthatók. A fénygörbék TFA-rekonstrukcióját a sablonadatok és a teljes modulált idősor együttes illesztésével végeztem el (ld.: 4.1.3. fejezet).

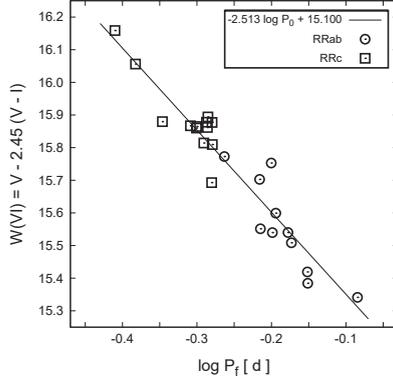
4.2. táblázat. A BLAZHKO CSILLAGOK MODULÁCIÓS TULAJDONSÁGAI

Név	Típus	f_m [d ⁻¹]	P_m [d]	$R_{m,1}$
V11	RRab	0,028	35	0,21
V16	RRc	0,017	58	0,41
V57	RRab	0,020	52	0,25

4.2.1. PLC reláció és a halmaz távolsága

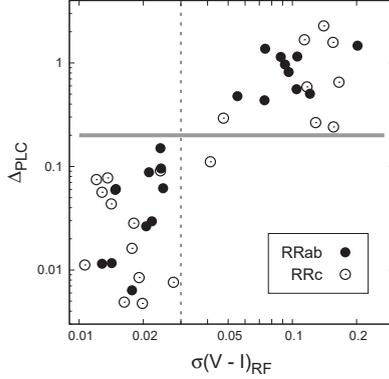
Az RR Lyrae csillagok jelenleg ismert legszorosabb empirikus relációi a periódus – infravörös K magnitúdó (PL_K , Longmore et al. 1990), és a különböző fotometriai rendszereknek megfelelő periódus – fényesség – szín (PLC) relációk (Kovács & Walker 2001 [Johnson és Kron-Cousins rendszer]; Cortés & Catelan 2008 [Strömgren rendszer]; Cáceres & Catelan 2008 [Sloan rendszer]). Elméleti jelentőségükön kívül (pl. Bono et al. 2001; Di Criscienzo et al. 2004) ezek a relációk lehetőséget adnak az objektumok távolságának pontos és egyszerű meghatározására. Érdekes kérdés továbbá, hogy (megfelelő perióduskorrekció után) az RRc csillagok illeszkednek-e az RRab-k által meghatározott PLC relációhoz. Mivel az M53 tekintélyes számú RRc csillagot tartalmaz, ezért ez a kérdés itt megfelelő biztonsággal vizsgálható.

Az M53 RR Lyrae-inek együttes PLC relációja a 4.9. ábrán látható. Az illetett paraméterek számának csökkentése érdekében a regresszió során Kovács & Walker (2001) V, I magnitúdókra meghatározott PLC relációjának meredekségét ($-2,513$) használtam fel, mindazonáltal a szabad paraméterként illesztett meredekség irodalmi értéktől való eltérése mindössze 2,5%-os. Az RRab és az RRc csillagok közötti általános perióduskülönbség figyelembevételére az RRc csillagok periódusait a $\log(P_1/P_0) = -0,128$ kifejezésnek megfelelő értékkel megnöveltem. Ez az eltolás $P_1/P_0 = 0,745$ -nek felel meg, ami az RR Lyrae csillagok első két radiális módusának periódusa közötti átlagos arány modellek által prediktált értéke (ld. pl. Cox et al. 1983). A fundamentalizált RRc-k pontosan illeszkednek az alapmódusú RR Lyrae csillagokra meghatározott PLC relációhoz, összhangban Cassisi et al. (2004) elméleti eredményeivel. A jelen megfigyelési anyagban detektált 54 darab, V, I fotometriával rendelkező RR Lyrae közül 30 csillagot (melyek a 4.1. táblázatban magnitúdóátlag nélkül szerepelnek) a PLC relációhoz képesti erősen diszkrépanás helyzetük miatt kihagytam a regresszióból. Részletesen megvizsgáltam a kérdést, hogy kizárólag fotometriai hibáik alapján valóban indokolt-e ezen csillagok elhagyása. Ennek ellenőrzésére hagyományos fotometria esetében a legkézenfekvőbb paraméter a fénygörbék szórása lehetne. Azonban míg az objektumok zsúfoltsága nagy nullponti hibát idéz-



4.9. ábra. Az M53 24 RR LYRAE CSILLAGÁNAK PLC RELÁCIÓJA. Az RRc csillagok fundamentalizált periódusai a $\log P_0 \simeq \log P_1 + 0,128$ összefüggésből származnak. A folytonos vonal Kovács & Walker (2001) formulájának nullponti illesztéséből származó relációt jelöli.

het elő a fluxus-magnitúdó transzformációban, az OIS módszer hatékonyságának köszönhetően ez nem feltétlenül jár együtt a fénygörbék szórásának lényeges növekedésével (vessük össze a 4.9. táblázat pozícióadatait a 4.8. ábrán látható fénygörbék szórásával). Ezért a kérdés vizsgálatára egy, a fénygörbék nullponti hibáival vélhetően jól korreláló mennyiségre, a referenciaképek (RF) PSF-fotometriájából származó magnitúdók formális hibájára hagyatkoztam. Az esetek többségében a PLC relációtól való nagymértékű eltérés együtt járt a magnitúdóba transzformált fénygörbe nyilvánvalóan hibás amplitúdójával. Ez egyértelműen fluxusgörbék (pontatlan PSF fotometria miatti) hibás nullpontú konverziójának az eredménye (ld. 4.1.2. fejezet). Ugyanakkor fontos kérdés, hogy minden esetben konverziós hiba, és nem pl. a csillag halmazon kivülisége vezet-e az észlelt eltéréshez. A $(V - I)_{\text{RF}}$ formális hibája és az optimális részmintára illeszkedő (vagyis a 4.9. ábrán feltüntetett) PLC relációtól való eltérés közötti korrelációt a 4.10. ábra mutatja. Látható, hogy a PLC relációtól erősebben eltérő objektumok pontatlanabb PSF-fotometriával rendelkeznek. A 3σ határon belüli részmintában mindössze egy olyan csillag van, amely 0,03 magnitúdónál nagyobb formális hibával rendelkezik – alátámasztva az alkalmazott szelekció helyességét. Ugyanakkor a referenciaképeken pontos PSF-fotometriával rendelkező ($\sigma(V - I)_{\text{RF}} \lesssim 0,03$) csillagok a formális hiba értékétől függetlenül, a tökéletes illesz-



4.10. ábra. AZ EMPIRIKUS PLC RELÁCIÓTÓL VALÓ ELTÉRÉS NAGYSÁGA A REFERENCIAKÉPEN MÉRT SZÍNINDEX FORMÁLIS FOTOMETRIAI HIBÁJÁNAK FÜGGVÉNYÉBEN. A szürke vízszintes vonal a PLC reláció körüli szóródás 3σ határát jelöli. A függőleges szaggatott vonal a 0,03 mag formális hibahatárt mutatja.

kedéstől a közel 3σ eltérésig, különböző fokú egyezést mutatnak a PLC relációval. Mindezek alapján a formális fotometriai hibák az egyes alkalmazásokban felbukkanó jelentősebb diszkrétanciák esetén szolgálhatnak csak megfelelő útmutatóul. A végleges, 24 csillagból álló részmintára illeszkedő PLC reláció körüli szórás 0,063 mag, mely kicsivel nagyobb, mint a Kovács & Walker (2001) által használt (számos halmaz RRab csillagait magában foglaló) kalibrációs minta esetében.

A PLC reláció nullponti kalibrációjához Kovács (2003) Baade–Wesslink (BW) analízisének eredményeire támaszkodtam. A 21 BW mezőcsillag közül az AV Pegasit erősen diszkrétáns helyzete miatt kizártam a vizsgálatból. Hat további csillag (X Ari, SW Dra, SS Leo, V445 Oph, BB Pup és W Tuc) szintén jelentősebb eltérést mutatott a regressziós egyenestől, de ezek elhagyása csak igen csekély mértékben módosította volna a BW PLC reláció nullpontját ($-1,182 \pm 0,026$, az ezek figyelembevételével kapott $-1,212 \pm 0,037$ helyett). A $W(V, I) = V - 2,45(V - I)$ Wesenheit-indexre a Kovács & Walker (2001) által meghatározott meredekség rögzített érték mellett az M53 RR Lyrae csillagai alapján a következő összefüggést kapjuk:

$$W(V, I) = -2,513 \log P_0 + (15,100 \pm 0,013), \quad (4.7)$$

ahol a nullpont bizonytalansága a regresszióból származó 1σ statisztikai hibát jelenti. Hasonlóan, a 20 mezőcsillag BW adataiból az alábbi formula származtatható:

$$W(V, J)_{\text{BW}} = -2,513 \log P_0 - (1,212 \pm 0,037) . \quad (4.8)$$

A fenti két kifejezés nullpontjainak egyszerű kivonásával az M53 vörösödésmentes távolságmódulusára a $16,312 \pm 0,039$ mag adódik. Megjegyzem, hogy a fenti eredmény az LMC standard $18,5$ mag értékű távolságmódulusával kompatibilis (Kovács (2003); a különböző távolságskálákkal kapcsolatban di Benedetto (2008) ad részletes összefoglalót). A halmaz távolságáról a fémtartalom és a különböző M_V -[Fe/H] relációk kapcsán a következő fejezet végén esik még szó.

4.2.2. Fémtartalom

Az RRab csillagok fémtartalma és V fénygörbéik Fourier-paraméterei közötti empirikus összefüggés (Jurcsik & Kovács 1996, a továbbiakban JK96) a megfigyelési asztrofizika egyik alapvető eszközéül szolgál, mely által ezek az objektumok a különböző csillagpopulációk kémiai összetételének és kémiai fejlődésének nyomjelzőiként használhatók. A periódus, a fázisok és a [Fe/H] index közötti egyszerű lineáris összefüggés helyességét a spektroszkópiai fémtartalomértékekkel végzett összehasonlítások alapján a múltban több független alkalmazás is igazolta (pl.: JK96 [számos gömbhalmaz esetében]; Székely et al. 2007 [NGC 362]). Ugyanakkor több korábbi tanulmányban is felmerült a gyanú, hogy a reláció alacsony fémtartalmú objektumok esetén helytelen eredményre vezet (pl. Nemeč 2004 [NGC 5053]; Garcia Lugo et al. 2007 [M15]). Előfordul azonban a spektroszkópiai adatokkal való jó egyezés alacsony [Fe/H] értékek mellett is, mint pl. a Draco törpegalaxis esetében, az RRab csillagok fotometriai és az RGB csillagok spektroszkópiai fémtartalmának összehasonlítása alapján (Kinemuchi et al. 2008). Mivel az M53 alacsony fémtartalmú gömbhalmaz, és benne számos RRab csillagról jó minőségű, magnitúdóban kifejezett V fénygörbe áll rendelkezésre, ezért Fourier-dekompozícióik alapján a fenti probléma részletesen vizsgálható.

A halmaz fémtartalmára vonatkozóan korábban Zinn & West (1984), valamint Suntzeff et al. (1988) végeztek becsléseket. A közölt [Fe/H] értékek mindkét tanulmány esetében RGB csillagok spektrálindexein alapszanak, hasonlóan az RR Lyrae csillagok Preston-féle ΔS indexéhez (melyen a JK96 formula kalibrációja alapszik). A két független vizsgálat igen hasonló eredményre vezetett, az M53 fémtartalmára a Q_{39} index alapján (Zinn & West 1984) $-2,04 \pm 0,08$ dex, míg az m_{HK} és m_{Mg} indexek alapján (Suntzeff et al. 1988) rendre $-2,09 \pm 0,09$ dex, illetve $-2,20 \pm 0,33$ dex adódott. Az egyetlen nagy diszperziójú spektroszkópiai vizsgálatot Pilachowski et al.

(1983) publikálták, akik mindössze egy RGB csillag spektruma alapján $-1,9$ dex fémtartalmat határoztak meg. Cikkükben több régebbi $[\text{Fe}/\text{H}]$ becslésre is hivatkoznak, melyek mindegyike $-1,8$ dex alatti eredményre vezetett.

Az M53-ban található vörös óriáscsillagok alacsony fémtartalmának fotometriai adatok alapján történő további alátámasztására a 2.3.1. fejezetben, a BS Com vizsgálata kapcsán ismertetett BVI módszert alkalmaztam, melyhez megfelelő számú RGB csillag pontos $B - V$ és $V - I$ színindexeire volt szükség. Mivel az előzőekben ismertetett saját megfigyelési anyagom a V és az I hullámsávokra korlátozódik, a $B - V$ adatok tekintetében Rey et al. (1998) fotometriai adatbázisára támaszkodtam. Első lépésként Rey szín-fényesség diagramja alapján kiválasztottam azokat az objektumokat, melyek színindexei konzisztensek az RGB fejlődési állapottal. Mivel Rey adatbázisa csak az objektumok instrumentális koordinátáit tartalmazza, ezért a kiválasztott csillagok azonosításához szükség volt a vonatkoztatási rendszerek közötti transzformáció kalibrálására. Ezt a saját fotometriai anyagomban és a Rey-féle adatbázisban egyaránt szereplő RR Lyrae-k pozícióadatai alapján végeztem el, mivel ezen csillagok instrumentális pozícióadataihoz CVSGC számaik is hozzá voltak rendelve. Az így meghatározott transzformáció néhány ívmásodperces pontossága elegendőnek bizonyult ahhoz, hogy ezek a fényes csillagok pozíciói a felvételeken szemmel beazonosíthatók legyenek. A szelekció további lépéseiben eltávolítottam a szaturálódott objektumokat, majd kiválasztottam a halmaz centrumától megfelelően nagy távolságra elhelyezkedő csillagokat, melyek RF magnitúdóikhoz kellően alacsony fotometriai hibák járultak. Ezen csillagok fénygörbéinek fluxus-magnitúdó transzformációja után az adatsorok egyszerű átlagolásával meghatároztam a $V - I$ színindexeiket. Megjegyzem, hogy a vizsgált mintában szereplő RGB csillagok túlnyomó többsége hosszú időskálájú, kis amplitúdójú, irreguláris fényváltozást mutatott, mely a $B - V$ és a $V - I$ színindexek alapjául szolgáló különböző, időben egymástól távol eső mérésekből adódóan a BVI módszerben szisztematikus hibákhoz vezethet. Ezek elkerülésére a további vizsgálatból kizártam azon objektumokat, melyek Rey et al. (1998) által mért V magnitúdója jelentős mértékben eltért az általam meghatározott átlagos V fényességtől. Ezen utolsó szelekciós kritérium után összesen 12 RGB csillag maradt a mintában, melyekre a két különböző forrásból származó V magnitúdók közötti eltérések szórása $0,02$ mag, továbbá nem mutatnak szisztematikus jelleget. Azonosítóikat, pozícióadataikat, valamint fotometriai adataikat a 4.3. táblázat foglalja össze.

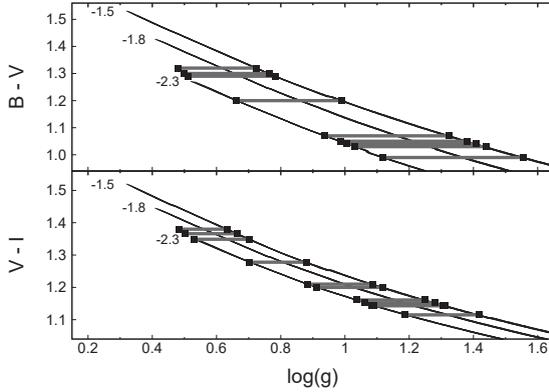
Mivel a BVI módszerben felhasznált atmoszféramodellekben az elméleti színindexeket determináló három releváns fizikai paraméter a gravitációs gyorsulás ($\log g$), az effektív hőmérséklet (T_{eff}), valamint a fémtartalom ($[\text{M}/\text{H}]$), mely relatív szoláris elemgyakoriság esetén a $[\text{Fe}/\text{H}]$ indexszel ekvivalens), ezért az utóbbi két mennyi-

4.3. táblázat. Az RGB CSILLAGOK FOTOMETRIAI ADATAI ÉS BECSÜLT FÉMTARTALMUK

Név	α [hms]	δ [dms]	d ["]	V	$B - V$	$V - I$	$[\text{Fe}/\text{H}]_{BVI}$
20	13:12:56,9	18:08:41,9	91,2	14,04	1,30	1,35	$-1,91 \pm 0,25$
23	13:13:03,7	18:09:38,7	123,9	14,07	1,32	1,38	$-2,09 \pm 0,25$
27	13:12:37,4	18:08:23,4	276,5	14,08	1,32	1,38	$-2,10 \pm 0,25$
29	13:12:50,4	18:08:53,7	102,6	14,11	1,29	1,37	$-2,24 \pm 0,22$
40	13:12:48,6	18:14:15,7	263,5	14,34	1,20	1,28	$-2,04 \pm 0,25$
51	13:13:17,4	18:14:46,0	419,4	14,56	1,08	1,21	$-2,35 \pm 0,20$
53	13:12:48,2	18:12:46,6	186,3	14,59	1,08	1,20	$-2,31 \pm 0,20$
54	13:13:05,3	18:14:50,8	315,7	14,62	1,07	1,20	$-2,32 \pm 0,21$
61	13:12:55,6	18:13:13,8	184,2	14,74	1,05	1,15	$-1,89 \pm 0,27$
67	13:12:38,3	18:11:04,7	248,0	14,80	0,99	1,12	$-1,98 \pm 0,27$
68	13:13:02,5	18:13:23,2	219,2	14,83	1,03	1,15	$-1,98 \pm 0,26$
72	13:12:47,9	18:06:32,2	241,5	14,88	1,04	1,14	$-1,85 \pm 0,26$

Megjegyzés: A táblázatban szereplő csillagok azonosítói, valamint $B - V$ színindexeik Rey et al. (1998) adatbázisából származnak.

ség BVI fotometria alapján történő meghatározásához szükség van a $\log g$ értékének megbízható becslésére. Míg az RR Lyrae csillagok esetében ez a becslés egyszerűen a periódus és a gravitációs gyorsulás közötti szoros korreláción alapult, addig az RGB csillagok lehetséges $\log g$ értékeit fejlődési modellek alapján határoztam meg. Ehhez Pietrinferni et al. (2004) különböző fémtartalmú (a $-2,0$ dex értéket közrefogó) izokronjait használtam. A 4.11. ábrán a vizsgált izokronok láthatók a $\log g \rightarrow (B - V), (V - I)$ diagramokon. Jól megfigyelhető a $\log g$ és a színindexek közötti relációknak az a nagyon lényeges tulajdonsága, hogy a gömbhalmazoknak megfelelő idős fejlődési állapotokra (>10 Gév) gyakorlatilag nem függenek a kortól. Az RGB csillagok színindexeinek ismeretében $\log g$ értékeik fejlődési modellek által megengedett lehetséges intervallumai az ábrákról egyszerűen leolvashatók. Ezen intervallumok szélességét a korbeli függés említett hiánya miatt csak a vizsgált modellek $[\text{Fe}/\text{H}]$ tartománya befolyásolja. Mivel ezeket a $\log g$ értékeket a BVI módszer bemeneteként a továbbiakban pont a fémtartalom meghatározására akarjuk használni, ezért felmerül, hogy a módszer így öndeterminisztikus eredményt ad. Ugyanakkor a BVI módszerben felhasznált atmoszféramodellek (az RGB csillagoknak megfelelő hőmérséklettartományon belül) csak gyenge $\log g$ -függéssel rendelkeznek. Ez a gyakorlatban azt jelenti, hogy az RGB csillagokra a 4.11. ábrán látható $-2,3 \leq [\text{Fe}/\text{H}] \leq -1,5$ fémtartalmú fejlődési modellekből adódó $\log g$ intervallum szélességének megfelelő határozatlanság a BVI módszerrel meghatározott $[\text{Fe}/\text{H}]$ értékében rendkívül csekély



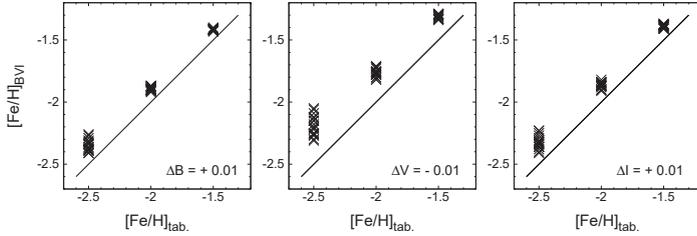
4.11. ábra. Az RGB csillagok felszíni gravitációs gyorsulásának becslése a BaSTI fejlődési modellek alapján. A 10 és 13,5 Gév közötti izokronokhoz (fekete görbék) tartozó $[\text{Fe}/\text{H}]$ értékeket a tőlük balra feltüntetett számok mutatják (a korfüggés gyakorlatilag elhanyagolható, a különböző korú, de azonos fémtartalmú izokronok az ábrán szinte tökéletes fedésben vannak). A szürke vízszintes szakaszok az RGB csillagok pozícióit jelölik (ld. 4.3. táblázat).

mértékű, a legtöbb esetben 0,05 dex alatti bizonytalanságot okoz.

A $\log g$ értékek ismeretében az RGB csillagok fémtartalma a 2.3.1. fejezetben leírtakkal azonos módon, a (2.4) kifejezés minimalizálásával határozható meg, azzal a különbséggel, hogy az RGB csillagoknak megfelelő fizikai paraméterek mellett az α_{B-V} és α_{V-I} súlyfaktorok elhagyhatók. Az eredmények értékelése előtt a 2.3.1. fejezetben végzett teszthez hasonlóan az RGB csillagok esetében is meg kell vizsgálnunk a BVI módszer szisztematikus fotometriai hibákkal szembeni érzékenységét. A szintetikus színindexekhez adott különböző perturbációk hatása a 4.12. ábrán látható. Az RR Lyrae csillagokra végzett teszt eredményéhez hasonlóan a szisztematikus hibák hatása alacsony fémtartalom mellett nagyobb, ugyanakkor az RGB csillagok esetében az általuk a $[\text{Fe}/\text{H}]$ becsült értékében okozott eltérés lényegesen kisebb mértékű (vö. 2.7. ábra). A 12 vizsgált csillag BVI módszerrel becsült fémtartalommértéke a 4.3. táblázat utolsó oszlopában láthatók.

Az RRab csillagok fémtartalmát Fourier-paramétereik⁴ alapján, a JK96 empiri-

⁴A magnitúdóba transzformált V fénygörbével rendelkező RR Lyrae csillagok Fourier-dekompozíció elektronikus úton elérhetők a CDS archívumában.



4.12. ábra. A BVI MÓDSZERREL MEGHATÁROZOTT FÉMTARTALOM FOTOMETRIAI HIBÁKKAL SZEMBENI ÉRZÉKENYSÉGE AZ RGB CSILLAGOKNAK MEGFELELŐ FIZIKAI PARAMÉTEREK MELLETT. A 2.7. ábrán láthatóakkal analóg jelöléseket használtam. Az ábrázolt modellek fizikai paramétertartományai a következők: $4000 \text{ K} \leq T_{\text{eff}} \leq 5000 \text{ K}$, illetve $0,0 \leq \log g \leq 1,5$.

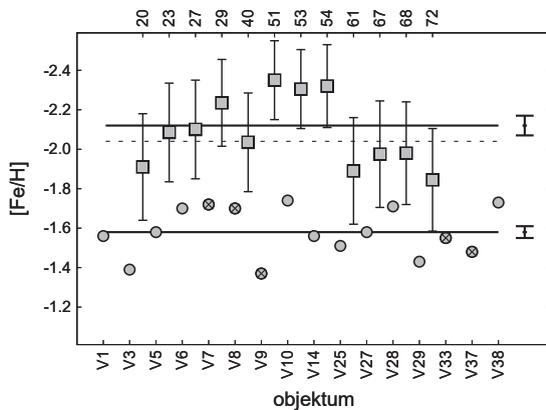
kus formula segítségével határoztam meg:

$$[\text{Fe}/\text{H}] = -5,038 - 5,394 P + 1,345 \phi_{31} , \quad (4.9)$$

ahol P a csillag periódusa, $\phi_{31} = \phi_3 - 3\phi_1$, és ϕ_i a V fénygörbe szinuszos Fourier-dekompozíciójában szereplő i -edik harmonikus tag radiánban kifejezett fázisa⁵.

Az RGB és az RRab csillagokra kapott fémtartalom-értékek összehasonlítása a 4.13. ábrán látható. A fémtartalombecsléshez a 4.7. ábrán szereplő, magnitúdóba transzformált V fénygörbével rendelkező 11 RRab mellett felhasznált további 5 csillag esetében Kopacki (2000) mérési adataira támaszkodtam. Az RGB csillagokhoz tartozó individuális hibák a $B - V$, $V - I$ színindexekhez $\sigma = 0,02$ mag szórású korrelálatlan véletlen zaj hozzáadásával meghatározott $[\text{Fe}/\text{H}]$ értékek szórásait jelölik (az RRab csillagokhoz tartozó formális hibák nagyságát nem tüntettem fel, mert alig haladnák meg az egyes csillagokat jelölő szimbólumok méretét). A viszonylag nagy szórás ellenére egyértelmű, hogy az RGB csillagok becsült fémtartalma lényegesen alacsonyabb, mint a JK96 formulából adódó érték. Az óriásokra és az RRab csillagokra kapott átlagos $[\text{Fe}/\text{H}]$ értékek és 1σ formális hibáik rendre $-2,12 \pm 0,05$ dex és $-1,58 \pm 0,03$ dex, vagyis a különbség jóval meghaladja a 3σ szintet. Továbbá a BVI módszerből származó eredmény kiváló egyezést mutat a spektroszkópiai megfigyelésekből származó értékekkel, alátámasztva a HB és az RGB populáció közötti szisztematikus különbséget. Ugyanakkor az eltérés okára vonatkozóan egyelőre nem

⁵ A fázis numerikus értékét a 2π bizonytalanság mellett úgy kell megválasztani, hogy az 5,1-hez legközelebbi értéket vegye fel.



4.13. ábra. Az RRab és az RGB csillagok fotometriai úton meghatározott fémtartalmának összehasonlítása. Az RGB csillagokat négyzetek, az RRab-kat körök jelölik. A vízszintes tengelyeken a vizsgált objektumok azonosítóit tüntettem fel (ld. 4.1. és 4.3. táblázat). Az x-szel jelölt RRab-k [Fe/H] értékei Kopacki (2000) fotometriai adatain alapszanak, a többi csillag esetében a jelen tanulmányban meghatározott Fourier-paramétereket használtam fel a fémtartalombecsléshez. A vízszintes egyenesek az átlagos metallicitást, a tőlük jobbra látható szimbólumok ezek formális hibáit jelölik. A szaggatott vonal Zinn & West (1984) spektroszkópiai vizsgálatának eredményét mutatja.

rendelkezőnk biztos magyarázattal. Bár nem zárható ki, hogy egyes halmazok jelentős kémiai inhomogenitással rendelkeznek (pl. az NGC 1851-hez hasonlóan, ld. Lee et al. 2009), ennél valószínűbb magyarázatnak tűnik, hogy a JK96 formula a kalibrációs mintájában szereplő fémszegény objektumok kis száma miatt alacsony fémtartalom esetén torzított eredményre vezet (ld. még: Schwarzenberg-Czerny & Kaluzny 1998; Kovács 2002; Nemeč 2004). Ennek közvetlen ellenőrzéséhez azonban vagy precíz *BVI* idősor-fotometriára lenne szükség (a *BVI* módszer halmaz RR Lyrae-kre történő alkalmazhatósága érdekében), vagy méginkább az RRab-k nagy diszperziójú spektroszkópiai megfigyelésére. Sajnos azonban ilyen adatok egyelőre nem állnak rendelkezésünkre. Röviden megemlítem, hogy kísérletet tettem további halmazokban található RR Lyrae csillagok fémtartalmának az irodalomban fellelhető, szórványos *BVI* fotometriai adatok alapján történő becslésére (pl. az M15 [Corwin et al. 2008], az M68 [Walker 1994] és az M92 [Kovács & Jurcsik 1997] esetében), de vagy az objektumok száma, vagy a fotometria pontossága volt túl alacsony ahhoz, hogy a *BVI* módszer megbízható eredményekre vezessen.

Mivel az M53 nagy számú RRc csillagot is tartalmaz, ezért az RR Lyrae populáció fémtartalmának független becslésére Morgan et al. (2007) $(P, \phi_{31}) \rightarrow [\text{Fe}/\text{H}]$ relációját is alkalmaztam:

$$[\text{Fe}/\text{H}]_{\text{ZW}} = 52,466P^2 - 30,075P + 0,131\phi_{31}^2 + 0,982\phi_{31} - 4,198\phi_{31}P + 2,424, \quad (4.10)$$

ahol a ϕ_{31} paraméter a *V* fénygörbe koszinuszos Fourier-dekompozíciójának fázisából származik. A formula eredményei Zimm & West (1984, ZW) skáláján értendők, melyeket az összehasonlítás előtt Jurcsik (1995) képlete alapján a JK96 formula eredményeivel azonos skálára kell transzformálni:

$$[\text{Fe}/\text{H}]_{\text{JK96}} = 1,431[\text{Fe}/\text{H}]_{\text{ZW}} + 0,88. \quad (4.11)$$

Az RRc csillagok átlagos fémtartalma a fenti összefüggések alapján $-1,68 \pm 0,08$ dexnek adódott (a hiba az átlag szórását jelöli) a vizsgált 15 objektum alapján (melyek közül két csillag Fourier-paraméterei Kopacki (2000) méréseiből származnak). Ez az érték alátámasztja az RRab csillagokra kapott eredményt, mely szerint az RR Lyrae-k lényegesen fémgazdagabb populációt alkotnak a halmazban, ugyanakkor figyelembe kell vennünk a következőket. Az RRc csillagok fénygörbéi az RRab csillagokénál lényegesen kevesebb sajátos elemet tartalmaznak, és gyakran ezeket is elnyomja a zaj – ez a gyakorlatban azt jelenti, hogy az RRc-k adatsorai rendszerint két, vagy esetenként akár egy harmonikus taggal is megfelelően leírhatók, azaz a harmadik tag fázisának (ϕ_3) illesztésekor a relatív hiba általában igen magas lesz. A (4.10) formula továbbá gömbhalmazok RRc csillagain alapul, melyekről nem álltak rendelkezésre

individuális fémtartalomadatokat, így az azonos halmazból származó csillagok azonos fémtartalommal kerültek a kalibrációs mintába: az ebben szereplő 106 változócsillaghoz mindössze 12 különböző $[\text{Fe}/\text{H}]$ érték tartozik. A gömbhalmazbeli változók használata miatt a kalibrációs minta által lefedett teljes $[\text{Fe}/\text{H}]$ tartomány mérete mindössze $[-1,0, -2,2]$, amely majdnem egy kettes faktoriallal kisebb, mint amit a JK96 formula kalibrációjához felhasznált mező RRab átfognak. Valószínűnek tűnik ezért, hogy az RRab és RRc csillagok fémtartalmára kapott jó egyezés alapvetően a $[\text{Fe}/\text{H}]$ és a periódus közötti erős korreláció eredménye.

Egy további tesztet végeztem annak vizsgálatára, hogy az RGB csillagokra kapott fémtartalom értékek hogyan függ a nehézelem-összetételtől. Mivel a halmaz fémszegény, ezért a megnövekedett alfaelem-gyakoriság hatását vizsgáltam, mint lehetséges tényezőt (a fejlődési- és atmoszféramodellekben egyaránt $[\alpha/\text{Fe}] = 0,4$ arányban változtatva a kémiai összetételt). Az ennek megfelelően módosított fejlődési modellek által az RGB csillagokra prediktált $\log g$ intervallumok hozzávetőleg 0,2 dex mértékben negatív irányba tolódnak, mely kis mértékű ($< 0,1$ dex), nem szisztematikus eltérésekhez vezet a BVI módszerrel becsült $[\text{M}/\text{H}]$ fémtartalomértékekben. Ha azonban a JK96 formulával meghatározott, illetve az RGB csillagokra kapott fémtartalmak közötti ellentmondás a csillagok szoláris értéktől eltérő alfaelem-gyakoriságának a következménye lenne, akkor az RGB csillagok becsült $[\text{M}/\text{H}]$ fémtartalmára az $[\alpha/\text{Fe}] = 0,4$ modellek használatakor drasztikusan nagyobb értékek kellene adódnia, mivel a vas relatív részaránya (melyre a JK96 formula kalibrációja vonatkozik) ezen modellek esetében lényegesen alacsonyabb. Ez alapján tehát a szolárisnál nagyobb alfaelem-gyakoriság önmagában nem vezethet a két populáció fémtartalma között tapasztalt nagymértékű eltéréshez.

Végezetül érdemes megvizsgálni, hogy a PLC reláció alapján meghatározott távolság hogyan viszonyul a BW eredményekkel kalibrált tradicionális (de fejlődési effektusok miatt kevésbé pontos, ld. pl. Cassisi et al. 2004) M_V - $[\text{Fe}/\text{H}]$ relációból, a fenti $[\text{Fe}/\text{H}]$ értékek alapján kapott távolsághoz. A 4.2.1. fejezetben használttal azonos BW mintára támaszkodva, a csillagok abszolút V magnitúdói (Kovács 2003) és a B.1. táblázatban szereplő $[\text{Fe}/\text{H}]$ értékek között az alábbi lineáris összefüggés adódik:

$$M_V = (0,24 \pm 0,06) [\text{Fe}/\text{H}]_{\text{JK96}} + (0,88 \pm 0,06) . \quad (4.12)$$

Mint az a fejlődési effektusok miatt várható, a regressziós egyenes körüli szórás értéke igen magas (0,17 mag, szemben a PLC reláció 0,063 mag szórásával – ld. 4.2.1. fejezet). Noha az M_V - $[\text{Fe}/\text{H}]$ reláció számtalan változatával találkozhatunk az irodalomban, a (4.12) formula meredeksége jó egyezést mutat a témával foglalkozó újabb keletű áttekintő cikkek által előnyben részesített $0,23 \pm 0,04$ értékkel (ld. pl. Catelan 2009). Az M53 RR Lyrae csillagainak átlagos V fényessége a 24 magnitúdó-

transzformált fénygörbével rendelkező objektum (ld. 4.1. táblázat) alapján $16,85 \pm \pm 0,01$ mag. A (4.12) kifejezés alapján, az RRab és az RGB csillagok fotometriai adataiból becsült két különböző fémtartalomérték felhasználásával rendre $16,35 \pm \pm 0,11$, illetve $16,48 \pm 0,14$ adódik a halmaz távolságmodulusára. A hibahatáron belül mindkét érték egyezést mutat a PLC relációból származó eredménnyel (ld. 4.2.1. fejezet), ám nagyobb preferenciát mutatva a magasabb fémtartalom irányába. Az összefüggés fejlődési effektusokból adódó nagyfokú pontatlansága miatt azonban ez utóbbi nem tekinthető erős megkötésnek az RR Lyrae-k fémtartalmára vonatkozóan.

4.3. Rövid periódusú változók

Az M53-ban előforduló rövid periódusú pulzáló változócsillagok detektálása céljából a halmazban talált összes csillag idősorát automatikus Fourier-analízisnek vettem alá a $[0,50] \text{ d}^{-1}$ frekvenciatartományon belül. Az idősorokat terhelő alacsony frekvenciás trendek TFA-val történő kiszűrése révén jelentősen megnövekedett az ezen csillagok tipikusan kis amplitúdójú fényváltozásainak detektálási valószínűsége.

A rövid periódussal pulzáló csillagok közül a gömbhalmazokban elsősorban a nagy amplitúdójú Delta Scuti csillagok (*high amplitude delta Scuti stars*, HADS) csoportjába tartozó SX Phoenicis típusú változócsillagok fordulnak elő, melyek a δ Scuti csillagok II. populációs (fémszegény) megfelelői. Radiális és nemradiális p-módusban egyaránt pulzálhatnak, V fénygörbékük amplitúdója ennek megfelelően tipikusan néhány századtól néhány tized magnitűdőig terjed. Az elmúlt bő egy évtized során számos képviselőjüket fedezték fel a fényesebb galaktikus gömbhalmazokban (pl. ω Centauri [Kaluzny et al. (1997)], 47 Tuc [Bruntt et al. 2001], M5 [Kaluzny et al. (1999)], M92 [Kopacki 2007]), túlnyomó többségük a halmazok szín-fényesség diagramjainak *blue straggler* régiójában található.

Az M53-ban korábban ismert 8 SX Phe csillagot Jeon et al. (2003) fedezték fel, egy 1,8 m-es távcsővel végzett idősor-fotometriai megfigyeléssorozat eredményeként (a redukció során klasszikus PSF-fotometriát alkalmaztak). Mind a 8 csillag a *blue straggler* tartományban található. Közülük a jelen megfigyelési anyagban az SXP1, SXP2, SXP6 és SXP7 jelű objektumot sikerült azonosítanom (a CVSGC számozási rendszerét követve ezeket rendre V73, V74, V75 és V76 azonosítóval láttam el). A további négy, korábban felfedezett SX Phe csillag közül az SXP4, az SXP5 és az SXP8 fényváltozásának amplitúdója (Jeon et al. 2003) túl alacsony ahhoz, hogy a kisebb apertúrájú Schmidt-kamerával rögzített adatsor relatíve nagyobb zajszintje fölé kerüljön. Ezzel szemben az SXP3 nagy (V -ben kb. 0,1 mag) amplitúdója lehetővé tette volna a jel detektálását, azonban a csillag V66-tól és V67-től mérhető kis

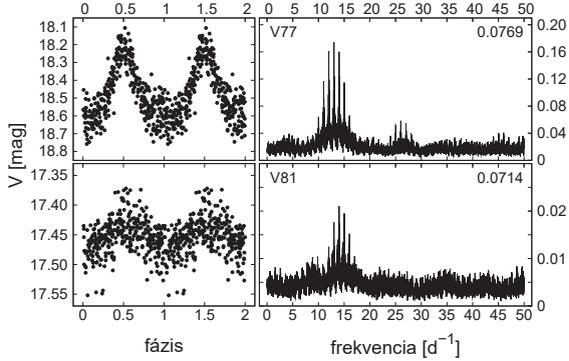
4.4. táblázat. A RÖVID PERIÓDUSÚ CSILLAGOK FOTOMETRIAI ADATAI

Név	α [hms]	δ [dms]	d ["]	f [d ⁻¹]	SNR
V73	13:13:03,1	18:09:26,1	119,9	14,26581	10,2
V74	13:12:49,7	18:07:26,3	181,9	22,03949	13,7
V75	13:13:09,4	18:09:39,5	203,9	22,60022	11,8
V76	13:13:05,0	18:08:35,3	168,4	24,10224	10,4
V77*	13:13:20,8	18:15:34,9	488,3	13,00995	23,0
V78*	13:12:49,8	18:08:56,0	106,9	22,25488	12,7
V79*	13:12:46,6	18:11:36,9	150,6	21,59184	9,7
V80*	13:12:57,4	18:10:13,8	31,3	14,83029	14,2
V81*	13:13:02,7	18:06:29,4	244,5	14,01180	9,5
V82*	13:12:56,5	18:13:10,0	181,1	45,33103	8,4
V83*	13:12:50,1	18:07:42,9	164,5	8,01907	8,2

Megjegyzés: Az új felfedezéseket * jelöli. A jel/zaj viszony (SNR) a $[0,50]$ d⁻¹ frekvenciatartományra vonatkozik. A többi jelölést ld.: 4.7. táblázat.

szögtávolsága és a detektor korlátozott felbontóképessége miatt nem volt lehetséges ezen csillagok fényváltozásainak szétválasztása.

A korábban ismert SX Phe csillagok mellett további 7 halvány csillag (V77–V83) idősrában detektáltam szignifikáns magas frekvenciájú periodikus jelet. Közülük két csillag kivételével nem volt lehetséges a referenciaképeken a fluxus–magnitúdó transzformációhoz szükséges pontosságú PSF-fotometriát végrehajtani. Ezekben az esetekben Beccari et al. (2008a) szín–fényesség adataira hagytam az arra vonatkozóan, hogy a csillag a *blue straggler* tartományban található-e, mely esetben SX Phe típusú változóként klasszifikálható. A Beccari által rendelkezésemre bocsátott BSS katalógusban található objektumok asztrometriai adatait kereszt-korreláltattam a halmazban általam detektált pontforrások pozícióival, melynek eredményeként 3 csillag – a V77, V78 és V79 – esetében szub-pixel pontosságú egyezést találtam. Ez alapján a fenti három csillag minden bizonnyal SX Phe típusú változó. A V77 és a V81 PSF-fotometriája megfelelően pontos nullpontokat eredményezett a fénygörbék magnitúdóba történő transzformációjához. A V77 pulzációs ciklusra átlagolt fényességadatai ($V = 18,478$, $V - I = 0,433$) alátámasztják, hogy a csillag a BSS tartományba esik, ugyanakkor a V81 a jelen fotometriai adatok alapján számított magnitúdóátlagai ($V = 17,454$, $V - I = 0,815$) alapján az M53 vörös óriáságának alján helyezkedik el (ld. 4.17. ábra). Nem zárható ki azonban annak a lehetősége, hogy a V81 (USNO-B1.0 1081-0245849) esetében nem egy pekuláris változóról van szó, hanem valójában két, azonos irányban elhelyezkedő, fel nem bontott csillag



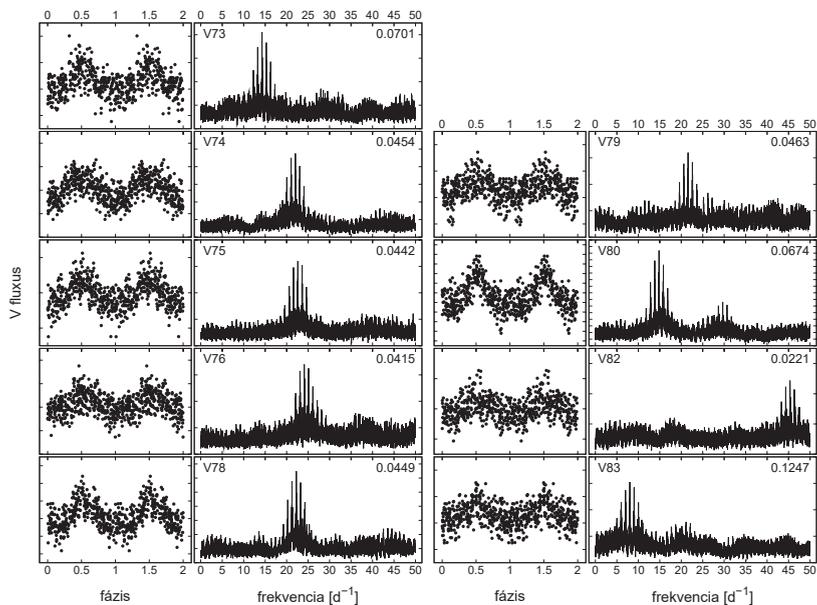
4.14. ábra. A V77 és a V81 TFA-REKONSTRUÁLT, MAGNITÚDÓSKÁLÁRA TRANSZFORMÁLT, STANDARDIZÁLT V FÉNYGÖRBÉI ÉS EZEK DFT SPEKTRUMAI. A bal oldali paneleken a rekonstruált, periódus szerint fázisba rendezett fénygörbék, tőlük jobbra ezek amplitúdóspektrumai láthatók. A jobb oldali panelek felső részén a csillagok CVSGC azonosítója és periódusa (napban) szerepel (további adataik a 4.4. táblázatban találhatóak).

fényének összeolvadása (*blending*) vezet a mért anomális fényességadatokhoz. Megjegyzem azonban, hogy a V81-től nagyon kis (de a felbontási határ fölötti) szögtávolságra ugyan található egy korábban azonosított *blue straggler* csillag (USNO-B1.0 1081-0245846), ám ennek idősrában nem detektáltam szignifikáns periodikus jelet.

A fennmaradó három rövid periódusú csillag (V80, V82 és V83) klasszifikációja kérdéses maradt, mindazonáltal az eddigi vizsgálatok alapján nem zárható ki, hogy ezek is a BSS tartományban találhatóak. Ezzel kapcsolatban megemlítem, hogy a korábban *blue straggler* SX Phe csillagként azonosított V73 (Jeon et al. 2003) szintén hiányzik Beccari et al. (2008a) BSS katalógusából. A 11 rövid periódusú csillag fotometriai adatait a 4.4. táblázat tartalmazza; fénygörbéik, valamint amplitúdóspektrumaik a 4.14. és a 4.15. ábrán láthatók.

4.4. Hosszú periódusú változók

Az M53 óriáságának felső szakaszán található csillagok túlnyomó többsége mutat valamilyen kis amplitúdójú fényváltozást, jellemzően 10 napnál hosszabb időskálán. A korábban ismert RGB változócsillagok közül a V65, V66, V67, V69 és V70 jelű ob-



4.15. ábra. 9 rövid PERIÓDUSÚ CSILLAG TFA-REKONSTRUÁLT, LINEÁRIS FLUXUSEGYSÉGEKBE KIFEJEZETT FÉNYGÖRBÉJE ÉS DFT-SPEKTRUMA. Az ábrázolárendszer megegyezik a 4.14. ábrán láthatóval. Az objektumok zsúfoltságából eredő jelentős nullponti hibák miatt ezen objektumok esetében a fénygörbe fluxusmagnitúdó transzformációja nem vezetett megbízható eredményre. A függőleges tengelyek osztásvonalai az összes panelre vonatkozóan egységes fluxusközöket jelölnek.

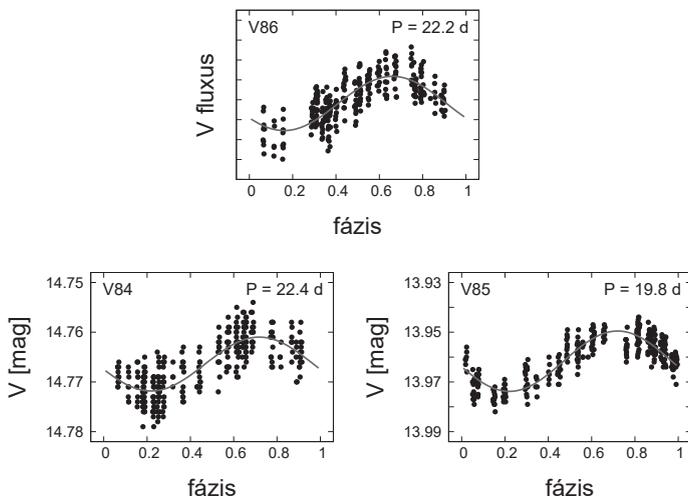
4.5. táblázat. A HOSSZÚ PERIÓDUSÚ VÁLTOZÓK FOTOMETRIAI ADATAI

Név	α [hms]	δ [dms]	d ["]	P [d]	SNR	V	$V - I$
V84	13:12:36,2	18:07:32,3	306,6	22,4	15,5	14,766	1,175
V85	13:12:50,7	18:10:39,7	69,7	19,8	19,2	13,962	1,357
V86	13:12:52,7	18:10:28,0	39,4	22,2	12,9	$\sim 14,2$...

Megjegyzés: A V75 esetében csak a hozzávetőleges V fényességet adtam meg, mert a csillag az I színben szaturálódott. A jel/zaaj viszony (SNR) a $[0,20] \text{ d}^{-1}$ frekvenciatartományra vonatkozik. A többi jelöléshez ld.: 4.7. táblázat.

jektumokat azonosítottam (pozícióikat ld.: CVSGC). Mindegyikük amplitúdóspektroma erős excesszust mutat az alacsony frekvenciájú tartományban ($\sim 0,01 \text{ d}^{-1}$ körül), mely hosszú időskálájú irreguláris fényváltozásra utal. Mindemellett a jelen fotometriai adatok alapján 3 új hosszú periódusú változót (*long period variable*, LPV) sikerült detektálnom (a CVSGC számozási rendszerét követve ezeket V84–V86 jelöléssel láttam el). Fotometriai adataikat a 4.5. táblázat foglalja össze, fénygörbéik a 4.16. ábrán láthatók. A V86 az I színben szaturálódott, ezért csak hozzávetőleges instrumentális V magnitúdóit közöltem. A V84 és a V86 nagyon hasonló periódussal rendelkezik, ezért megvizsgáltam annak lehetőségét, hogy a TFA-val feldolgozott idősorokban nem valódi jelet, hanem egyazon szisztematikának megfelelő periódust detektáltam. Mivel a két csillag fényváltozása nem azonos fázisban történik, továbbá mindkét jel teljesen eltérő sabloncsillagokkal végzett TFA-szűrés mellett is szignifikáns marad, ezért a hamis jel detektálásának esete nagy biztonsággal kizárható.

Az utóbbi évtized tömeges fotometriai megfigyelési programokon (elsősorban az OGLE-II adatain) alapuló vizsgálatai szerint az RGB felső szakaszán elhelyezkedő pulzáló vörös óriáscsillagok zöme a fősorozatot követő csillagfejlődés első óriásági szakaszában van (*first ascent giant*, ld. pl. Kiss & Bedding 2003). Ezen csillagok többsége a periódus–fényesség síkon párhuzamos gerincvonalak mentén helyezkedik el. Az LMC távolságmodulusának kanonikus 18,5 mag értékét alapul véve megvizsgáltam, hogy a pontos $V - I$ színindexszel rendelkező fenti két LPV csillag illeszkedik-e az LMC RGB csillagai által a periódus–Wesenheit-index síkon alkotott lineáris relációk valamelyikéhez (ld. Soszyński et al. 2005). A fenti nullpont alapján a V84 az összehasonlításban szereplő LMC csillagok alsó fényességátára alatt található, míg a V85 pontos egyezést mutat a harmadik felhangban pulzáló RGB csillagok által követett A/R₃ relációval (Wood 2000).



4.16. ábra. A 3 ÚJ HOSSZÚ PERIÓDUSÚ VÖRÖS ÓRIÁCSILLAG PULZÁCIÓS PERIÓDUS SZERINT FÁZISBA RENDEZETT V FÉNYGÖRBÉJE. A panelek tetején a csillagok azonosítója és periódusa látható. A szürke görbék az adatokra illesztett szinuszfüggvényeket ábrázolják.

4.5. Összegzés

Az M53 gömbhalmaz idősor-fotometriai megfigyelésével elsődleges célom a halmazban található változócsillagok fotometriai adatbázisának kiterjesztése, illetve ezen adatsorok analízisén keresztül a halmaz alapvető fizikai paramétereinek meghatározása volt⁶. A jelen tanulmányban közölt, két észlelési szezont átfogó megfigyeléssorozat egyben az M53-ról készült első általános, a halmaz külső tartományának nagy részét is magában foglaló, több színben végzett CCD-fotometriai felmérés. A látómezőben zsúfoltan elhelyezkedő objektumok differenciális fénygörbéinek előállításához az optimális képkivonási eljárást (OIS) alkalmaztam. A $\sim 14'$ sugáron belül azonosított összes objektum V és I fénygörbéjét tartalmazó teljes fotometriai adatbázist egységes idősor-analízisnek vetettem alá (összehasonlításképp a halmaz árapálysugara Harris (1996) katalógusa szerint $\sim 22'$), mellyel célom az összes objektumra kiterjedő átfogó változócsillag-keresés volt. A megfigyelések által lefedett teljes időtartomány hossza a detektálható periódusok maximumát $\lesssim 100$ nap körüli értékre korlátozta. Másfelől a vizsgálható fényességtartomány alsó határa a távcső apertúrája és az általános atmoszférikus körülmények miatt $V \lesssim 21$ magnitúdóig terjedt, mely magában foglalta a *blue straggler* tartomány egészét, és kb. 1 magnitúdóval a fősorozat végén található lefordulási pont (*turn-off point*) alatt ért véget.

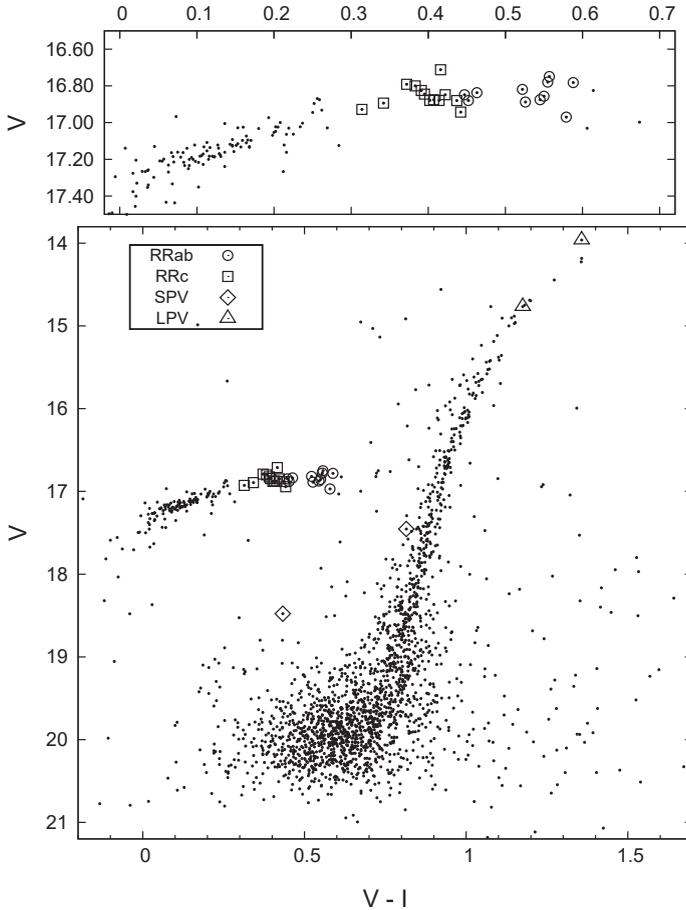
Az új változók keresésében a fotometriai adatok TFA-val történő utófeldolgozása kulcsszerepet játszott. A idősorokat terhelő szisztematikuss fényváltozások TFA segítségével történő eltávolításával jelentősen megnöveltem a kis amplitúdójú jelek detektálásának valószínűségét. A halmazban összesen 12 új változócsillagot fedeztem fel, melyek mindegyike kis amplitúdójú fényváltozást mutat, és többségük 0,1 napnál rövidebb periódussal rendelkezik. Periódusértékeik alapján nagy valószínűséggel ez utóbbiak mindegyike SX Phe típusú változócsillag. Érdekes, és a várakozásoknak némileg ellentmond, hogy három Blazhko-effektust mutató RR Lyrae csillag kivételével nem találtam multiperiodikus változót, noha előfordulásuk viszonylag gyakori a RR Lyrae és az SX Phe csillagok körében (Kovács 2001b; Gilliland et al. 1998). Jeon et al. (2003) korábbi vizsgálata szerint az általam detektált rövid periódusú csillagok közül a (cikkükben SXP2-vel jelölt) V74 jelű objektum $\sim 22,975 \text{ d}^{-1}$ frekvenciával nemradiális módusban is pulzál, ám ezen rezgési komponens jelenlétét a jelen adatok alapján nem sikerült megerősíteni. A fedési kettőscsillagok keresése ugyancsak negatív eredménnyel járt, annak ellenére, hogy a jelenlegi elméletek szerint a halmaz *blue straggler* csillagainak több mint 10%-a kettős rendszert kellene, hogy alkosson (Beccari et al. 2008b). Ezt megfigyelési tények is alátámasztják, például a hasonlóan

⁶ Az e fejezetben közölt eredmények nemzetközi publikáció formájában 2009 őszén jelentek meg (Dékány & Kovács 2009).

fémszegény NGC 5466 galaktikus gömbhalmazban három fedési változó is ismerünk – mindegyikük a halmaz BSS tartományában található (Mateo et al. 1990; Arellano Ferro et al. 2008). Jogosnak tűnik tehát a feltetelezés, hogy a fedési kettősök detektálását a nekik megfelelő alacsony fényességértékeknel jelentkező viszonylag magas zajszint akadályozta meg. Szintén érdekes megjegyezni, hogy az M53 horizontális ágánál fényesebb, a szín–fényesség diagramon a vörös óriásághoz képest kék irányban elhelyezkedő csillagok között nem található változó. Az LMC mezőcsillagainak hasonló vizsgálata során Szulágyi et al. (2009) számos ilyen objektumot azonosítottak, továbbá Arellano Ferro et al. (2008) is találtak ilyen változócsillagokat az NGC 5466-ban.

Az M53 csillagainak jelenlegi mérési adatok alapján konstruált szín–fényesség diagramja a 4.17. ábrán látható. A diagramon megjelöltem a V, I adatokkal rendelkező változócsillagok pozícióját, az ábra felső részén a halmaz horizontális ága kinagyítva szerepel. A különböző típusú változócsillagok közül elsősorban az RR Lyrae-k vizsgálatára koncentráltam. Fotometriai adataik alapján meghatároztam a halmaz két alapvető paraméterét: a távolság és az átlagos fémtartalom értékét. Az RRab csillagok más gömbhalmazokhoz hasonlóan az M53 esetében is igen egyértelmű lineáris periódus–fényesség–szín (PLC) relációt követnek. Emellett empirikus úton először sikerült kimutatnom, hogy az első felhangban pulzáló RRc csillagok, periódusuk fundamentalizálása után az alpmódusú RRab csillagokéval azonos lineáris $\log P_0 - W(V - I)$ relációt követik. A PLC reláció alapján, az összefüggés Baade–Wesslink analízisek eredményein alapuló nullponti kalibrációjának használatával a halmaz távolságmodulusára $16,31 \pm 0,04$ mag adódott.

Az RRab csillagok Fourier-paraméterei és $[\text{Fe}/\text{H}]$ indexe közötti empirikus összefüggés (Jurcsik & Kovács 1996) alapján meghatározott átlagos fémtartalom értéke $-1,58 \pm 0,03$ dex. Ez lényeges magasabb a vörös óriáscsillagok korábbi, alacsony diszperziójú spektroszkópiai megfigyeléseim alapuló becslések $-2,1$ dex körül szóró eredményeinél. A BVI magnitúdóik, valamint atmoszfera- és fejlődési modellek alapján független becslést tettem az RGB csillagok fémtartalmára vonatkozóan, melynek eredménye alátámasztja az irodalmi értékeket, miszerint ezen objektumok jóval fémszegényebbek a horizontális ági csillagoknál. Hasonló mértékű, 0,3 és 0,5 dex közötti eltérés más fémszegény gömbhalmazok esetén is észlelhető. Az M68 RRab csillagainak fémtartalmára például Jurcsik & Kovács (1996) formulája alapján $[\text{Fe}/\text{H}] = -1,8$ adódik, ezzel szemben Lee et al. (2005) a halmazban található vörös óriáscsillagok nagy diszperziójú spektroszkópiai megfigyelése alapján az átlagos fémtartalom értékét $-2,2$ dex-ben állapították meg (mindkét érték Jurcsik (1995) fémtartalomskálájához tartozik). Ehhez hasonlóan, az NGC 5053 RRab csillagainak vizsgálata alapján Nemeč (2004) $[\text{Fe}/\text{H}] = -1,7$ eredményre jutott, míg a



4.17. ábra. Az M53 GÖMBHALMAZ CSILLAGAINAK $V-(V-I)$ SZÍNFÉNYESSÉG DIAGRAMJA. A standard V, I magnitúdóértékekkel rendelkező különböző típusú változócsillagok pozícióját eltérő szimbólumok jelzik, magyarázatuk az alsó panel bal felső sarkában található (RRab, RRc: alpmódusú, illetve első felhangban pulzáló RR Lyrae csillagok, SPV: rövid periódusú változók, LPV: hosszú periódusú változók). A felső panelen a halmaz horizontális ága látható kinagyítva.

Suntzeff et al. (1988) által publikált alacsony diszperziójú spektrálindek alapján a halmaz RGB csillagainak átlagos fémtartalma drasztikusan alacsonyabb, mindössze $-2,3$ dex.

Az RR Lyrae és az RGB csillagok fémtartalma közötti ellentmondás oka nagy valószínűséggel a JK96 formula kalibrációs mintájában található fémszegény objektumok alacsony számában keresendő. Suntzeff et al. (1994) és Layden (1994) spektroszkópiai mérésorozatai óta – melyeken az RR Lyrae csillagok fémtartalmával kapcsolatos ismereteink zöme alapszik – sajnos nem történt újabb erőfeszítés nagy számú mező RR Lyrae csillag nehézelem-tartalmának felmérésére. A JK96 formula megbízható újrakalibrációja új, homogén fémtartalom-adatbázis hiányában nem lehetséges. Az új spektroszkópiai adatok szükségességére jó példa az UU Boo esete (Jurcsik et al. 2008), melyre a jelenlegi empirikus formula $[Fe/H] = -1,17$ értéket ad, míg Layden (1994), illetve Kinman & Carretta (1992) spektroszkópiai megfigyelései rendre $-1,64$ dex és $-1,00$ dex eredményre vezettek. Míg a formula alapján becsült fémtartalomértékek más, Blazhko-effektust nem mutató csillagokra esetenként figyelemreméltó egyezést mutatnak a spektroszkópiai eredményekkel (pl. Kun et al. 2008), a fenti példák egyértelműen mutatják, hogy a távoli rendszerekben található RR Lyrae csillagok konzisztens kémiai nyomjelzőkként történő használatához nagy szükség van a formula kalibrációjának pontosítására, melyhez a galaktikus mezőbeli RR Lyrae-k nagy diszperziójú spektroszkópiai felmérése jelentené a legjobb lehetőséget. Hasonlóan, az RRab- RGB fémtartalom-diszkrepancia mélyreható vizsgálata érdekében a gömbhalmazbeli RR Lyrae csillagok és más, halmazbeli populációk szisztematikus spektroszkópiai vizsgálata biztosítaná az egyetlen hatékony eszközt. Egy egységes mérési eljárást alkalmazó megfigyeléssorozat elkerülhetővé tenné továbbá a különböző fémtartalomskálák (pl. a Zinn & West (1984) skála és a nagy diszperziójú spektroszkópiai fémtartalomértékek) közötti különbségek keltette zűrzavart. A nehézelem-összetétel körüli problémák kifinomultabb vizsgálatának jelentőségét több, gömbhalmazbeli (pl. Lee et al. 2009), illetve mezőbeli (pl. Preston et al. 2006; Wallerstein et al. 2009) csillagok részletes kémiai analízisével foglalkozó aktuális tanulmány szerzői is hangsúlyozzák.

Összefoglalás és kitekintés

A nagy amplitúdójú radiális pulzációt végző csillagok mellett, hogy a pulzáció modellezésén keresztül hatékony eszközt nyújtanak a csillagok belső felépítésének vizsgálatára, a fundamentális paramétereikről szerezhető információ révén egyedülálló lehetőséget biztosítanak a távoli populációk fizikai jellemzőinek, valamint kialakulásuk, fejlődésük tanulmányozására. Ezen objektumok közül az RR Lyrae típusú változócsillagok jelentik a kulcsot Galaxisunk II. populációs alrendszereinek, és az idős extragalaktikus rendszereknek a részletesebb megismeréséhez. Az RR Lyrae csillagokkal kapcsolatos vizsgálatok az elmúlt évtized folyamán a Lokális Csoport egyre távolabbi tagjaira és ezek gömbhalmazrendszereire terjedtek ki (pl. Leo I [Held et al. 2001]; Fornax [Bersier & Wood 2002] és gömbhalmazai [Mackey & Gilmore 2003; Greco et al. 2009]), és mára az M31 és szatellitái távolságában is tanulmányozhatjuk őket földi távcsövek, valamint a *Hubble Space Telescope* segítségével (pl. Brown et al. 2004; Sarajedini et al. 2009; Fiorentino et al. 2009). A mérési technika további fejlődésével a határfényesség és a pontosság növekedése révén komoly előrelépésekre lehet számítani az RR Lyrae-k távoli rendszerekben való megfigyelhetősége terén. A következő évtized folyamán új generációs földi és űrtávcsövek (pl. E-ELT, JWST) munkába állításával párhuzamosan a mai csúcskategóriás műszerek nagy része továbbra is üzemben marad, mely reális lehetőséget jelent a szomszédos rendszereken kívül a Lokális Csoporton túli extragalaktikus rendszerek RR Lyrae csillagainak tanulmányozására is. Ezzel párhuzamosan, a földi infravörös megfigyelési technika terén végbemenő haladásnak köszönhetően egyre mélyebb betekintést nyerünk Galaxisunk központi tartományába (*bulge*), illetve az e mögött elhelyezkedő területekre, és e „klasszikus” változócsillagok itt szintén alapvető eszközt jelentenek az idős csillagpopuláció vizsgálatában. Mindehhez globális fizikai paramétereik észlelhető tulajdonságaik alapján történő meghatározása jelenti a kulcsot.

A kétmódusú RR Lyrae csillagok fundamentális paramétereinek meghatározására egy új módszert fejlesztettem ki (CPE-módszer). A lineáris, radiatív pulzációs modellekre és horizontális ági fejlődési modellekre támaszkodva a vizsgált objektum fizikai paramétereit a periódusok alapján, egyéb megfigyelési információ hiányában is nagy pontossággal adódnak. Az így kapott megoldásokban a horizontális ági kor a módusok lineáris gerjesztési tartományán belül szabad paraméter, melynek ér-

tékére empirikus megszorítás tehető, amennyiben ehhez megfelelő észlelési adatok állnak rendelkezésünkre. Ehhez megfelelően pontos kalibráció mellett a többszín-fotometria is elegendő. A BS Comae esetében a csillag globális fizikai paramétereit a CPE módszer segítségével kb. 1%-os pontossággal meg lehetett határozni egyszerű *BVI* fotometria birtokában. Mivel a szélessávú fotometria jelenti a leggazdaságosabb csillagászati megfigyelési eljárást, ezért a CPE módszer alkalmazhatósága igen széleskörű. További előnye, hogy noha nagymértékben elméleti modelleken alapszik, a horizontális ági csillagfejlődés rendkívül erős megkötéseinek köszönhetően a kapott eredményeket a konvekció és a pulzáció nemlinearitása csak igen kis mértékben befolyásolja. Ennél is fontosabb, hogy a megoldásokban az ezen effektusok által okozott eltérések nagysága a lineáris, radiatív, illetve a nemlineáris, turbulens konvekciót is tartalmazó aszimptotikus modellek perióduskülönbségei alapján pontosan predikálható. A CPE módszer tehát lehetőséget biztosít a kétmódusú RR Lyrae csillagok fizikai paramétereinek nagy pontosságú meghatározására könnyen kivitelezhető fotometriai megfigyelések alapján, kis számításgépnívű lineáris pulzációs modellek, valamint fejlődési modellek segítségével, majd az így kapott eredményeken történő egyszerű általános korrekciók végrehajtásával.

A CPE módszert egy, a kétmódusú RR Lyrae csillagok fizikai paramétereire nézve reprezentatív minta vizsgálatán keresztül felhasználtam a teljes kétmódusú paramétertér általános belső összefüggéseinek tanulmányozására. A kapott interrelációk bizonyos paraméterkombinációk esetében nagy mértékben függetlenek a horizontális ági fejlődési effektusoktól. A kapott elméleti paraméterek általános konzisztenciát mutatnak a megfigyelési adatokkal, valamint a megoldásokból az általánosan elfogadott kozmikus távolságskála származtatható, így a kapott elméleti összefüggések közvetlenül alkalmazhatók további objektumokra. A CPE módszer alkalmazásának további lehetőségei közül az egyes galaktikus gömbhalmazokban található kétmódusú RR Lyrae csillagok homogén vizsgálatát emelem ki, melynek segítségével a halmazok alapvető fizikai paramétereinek meghatározására nyílik lehetőség; és ezen kívül talán esély kínálkozik arra is, hogy jobb betekintést nyerjünk bizonyos galaktikus gömbhalmazok RR Lyrae csillagai esetében tapasztalt különböző szisztematikus effektusok (gyűjtőnéven Oosterhoff-effektus, ld. pl. Catelan 2009) mögött meghúzódó fizikai okokba. A CPE módszer továbbá (elvileg) kiterjeszhető az RRd csillagokhoz pulzációelméleti szempontból hasonló kétmódusú Cefeidákra is – itt a fejlődési utak modellparaméterekre (pl. túllövés) és a kémiai összetételre való nagyfokú érzékenysége jelenthet gyakorlati problémát.

Az M53 gömbhalmazról idősor-fotometriai felmérést végeztem a halmazban található változócsillagok, elsősorban az RR Lyrae-k tulajdonságainak vizsgálata céljából. A távoli, ezért halvány és nehezen felbontható rendszerek fotometriájában

fokozott problémát jelentenek az idősorokat terhelő szisztematikák. Ezek meggátolhatják a kis amplitúdójú, de a fotonstatistika alapján még észlelhető fényváltozású objektumok detektálását, továbbá elnyomhatják az egyébként azonosított változók valódi jelalakját, ami egyes esetekben akár az RR Lyrae csillagok módusának azonosítását is megnehezítheti. A fénygörbéket terhelő különböző légköri és műszeres eredetű szisztematikus effektusok kiszűrésére az M53 esetében új kép- és adatfeldolgozási technikákat ötvöztem. Az optimális képkivonási eljárás és a trendszűrő algoritmus (TFA) együttes alkalmazásával jelentősen megnöveltem a gyenge jelek detektálási valószínűségét, mely számos új kis amplitúdójú, nagy részben rövid periódusú változócsillag felfedezéséhez vezetett, és nagy mértékben pontosította az RR Lyrae csillagok fénygörbéit. A TFA-t első ízben alkalmaztam gömbhalmazfotometriai adatokra és egyben kis számú (néhány száz) adatpontból álló idősorokra. Az eljárás kis adatszám mellett is rendkívül hatékony, így alkalmazása további gömbhalmazok és extragalaxisok esetében is megalapozott. Az M53-ban található nagyszámú egymódusú RR Lyrae csillag fotometriai adataira támaszkodva a halmaz két alapvető paramétere, a távolság és az átlagos fémtartalom vizsgálatára nyílt lehetőség. Az empirikus periódus–fényesség–szín reláció Baade–Wessellink kalibrációja alapján nagy pontossággal meghatároztam a halmaz távolságát, egyben empirikus alapon elsőként igazoltam, hogy a fundamentalizált RRc csillagok pontosan követik az RRab-k által meghatározott összefüggést. Az RR Lyrae-k $[Fe/H]$ indexe és Fourier-paramétereik közötti empirikus összefüggések alapján meghatározott átlagos fémtartalom drasztikusan magasabbnak bizonyult a vörös óriáscsillagok fémtartalmánál. Ez utóbbi értékére a többszín-fotometriai adatok alapján pontos független becslést tettem, mely egyértelműen alátámasztja az irodalmi spektroszkópiai eredményeket. A néhány további gömbhalmaz esetében is tapasztalt ellentmondás oka nagy valószínűséggel nem a kémiai összetétel valódi diszperziójában, hanem az empirikus formulák alacsony fémtartalmú kalibrációjának hiányosságaiban keresendő. Az RR Lyrae csillagok pontos kémiai nyomjelzőkként történő alkalmazásához ezért elengedhetetlenül szükséges a relációk megbízható újrakalibrációja, mely azonban csak új spektroszkópiai méréseken alapuló homogén fémtartalom-adatbázis birtokában lehetséges.

A predoktori kutatómunkám alatt, a jelen dolgozatom alapját képező eredmények eléréséhez alkalmazott új módszerek (CPE módszer, TFA) várhatóan későbbi munkám során nagy hasznot hajtanak. 2010 tavaszától lehetőségem lesz részt venni a Tejútrendszer központi tartományának, valamint a fősík déli égboltra kiterjedő részének a közeli infravörös tartományban történő idősor-fotometriai felmérését célzó VVV¹ megfigyelési programban. A program elsődleges tudományos célja a *bulge*

¹VISTA Variables in the Via Láctea, <http://vvvsurvey.org/>

háromdimenziós feltérképezése, részletes struktúrájának és az azt felépítő ősi alkotóelemek maradványainak tanulmányozása, alapvetően az itt található RR Lyrae csillagok vizsgálata alapján. A róluk nyert információk révén végső soron Galaxisunk kialakulásának jobb megértését remélhetjük.

Az ismert kétmódusú mező RR Lyrae csillagok

A.1. táblázat. AZ ISMERT MEZŐ RRd CSILLAGOK, PERIÓDUSAIK ÉS IRODALMI
HIVATKOZÁSAIK

Név	P_0	P_1/P_0	Hivatkozás
GSC 7411-1269	0,46126	0,74247	1
V2493 Oph	0,46335	0,74293	1
EM Dra	0,46473	0,74320	1
GSC 8403-0647	0,46781	0,74341	1
SDSS J232147.14+001408.6	0,46894	0,74338	2
V372 Ser	0,47130	0,74431	1
USNO-A2.0 1650-01540181	0,47281	0,74379	3
GSC 6368-0742	0,47302	0,74428	4
SDSS J020314.89+011220.6	0,47307	0,74251	2
GSC 3047-0176	0,47461	0,74373	1
SDSS J014305.32+010549.2	0,47556	0,74381	2
SDSS J031333.11+004254.7	0,47637	0,74343	2
GSC 0526-0586	0,47722	0,74385	4
GSC 8758-1831	0,47907	0,74386	4
SDSS J220654.28-010515.6	0,47928	0,74429	2
SDSS J212046.86+001236.4	0,48184	0,74431	2
V458 Her	0,48372	0,74417	1
SDSS J210309.24-011210.5	0,48590	0,74321	2
SDSS J015058.14-005051.3	0,48785	0,74448	2
BS Com	0,48791	0,74413	5
Z Gru	0,48800	0,74424	1
SDSS J224200.05-004222.0	0,48996	0,74299	2
GSC 9092-1397	0,49152	0,74410	1
GSC 3059-0636	0,49400	0,74273	1
NSVS 5222076	0,4940	0,743	6
GSC 7509-0299	0,49785	0,74524	4
V2157 Sgr	0,49895	0,74430	7

Folytatás a következő oldalon ...

A.1 táblázat – folytatás.

Név	P_0	P_1/P_0	Hivatkozás
EN Dra	0,51185	0,74489	1
GSC 8936-2145	0,51720	0,74480	1
SDSS J222214.29+010059.9	0,53020	0,74589	2
GSC 4421-1234	0,54080	0,74554	1
CU Com	0,54416	0,74567	1
GSC 6108-0220	0,54452	0,74642	4
AQ Leo	0,54999	0,74611	1
GSC 3514-00405	0,5539	0,746	8
SDSS J215623.95+005630.2	0,55457	0,74558	2
GSC 4868-0831	0,56392	0,74621	1
GSC 8833-1048	0,56680	0,74540	4
GSC 7019-0641	0,58823	0,74563	4
SDSS J212629.38-002054.2	0,59046	0,74461	2

Megjegyzés: az utolsó oszlopban szereplő számok az alábbi hivatkozásokat jelölik:

- 1: Wils (2006b), 2: Wils (2009), 3: Kryachko et al. (2008),
 4: Bernhard & Wils (2006), 5: Dékány (2007), 6: Oaster et al. (2006),
 7: Hajdu et al. (2009), 8: Khruslov (2007).

A BVI módszer tesztcsillagai

Az alábbiakban a BVI módszer (ld. 2.3.1. fejezet) tesztelésére használt 24 RRab csillag adatait ismertetem. A csillagok periódusait, valamint a színindexek, az intersztelláris vörösödés, és a spektroszkópiai fémtartalom irodalmi értékeit a B.1. táblázat foglalja össze. A színindexértékek túlnyomó részben (három objektum kivételével) Kovács & Jurcsik (1997), míg a $[\text{Fe}/\text{H}]$ értékek Jurcsik & Kovács (1996) táblázataiból származnak. A fémtartalomadatokat az UU Cet és a V440 Sgr esetében Clementini et al. (1995a), az RV Phe esetében pedig Jones (1973) tanulmányából vettem. Az $E(B-V)$ értékek a BB Pup esetében Schlegel et al. (1998) adatbázisából, a többi csillag esetében pedig Blanco (1992) publikációjából származnak. A $B-V$ és $V-I$ színindexek és a periódusok alapján meghatározott $[\text{Fe}/\text{H}]_{\text{BVI}}$ fotometriai fémtartalomértékeket a B.1. táblázat utolsó oszlopa tartalmazza. Az X Ari, SS Leo és VY Ser esetében a BVI módszer a spektroszkópiai adatoktól erősen eltérő eredményt ad a csillagok nehézelem-tartalmára. Ennek oka nagy valószínűséggel a színindex-értékeiket terhelő jelentős szisztematikus hibákban rejlik (ld. a 2.3.1 fejezetet). Ezt alátámasztani látszik, hogy az SS Leo és a VY Ser más fotometriai tanulmányokban is a többi csillagtól eltérő viselkedést mutatott (pl. Kovács & Kanbur 1998b; Kovács & Walker 2001; Kovács 2003).

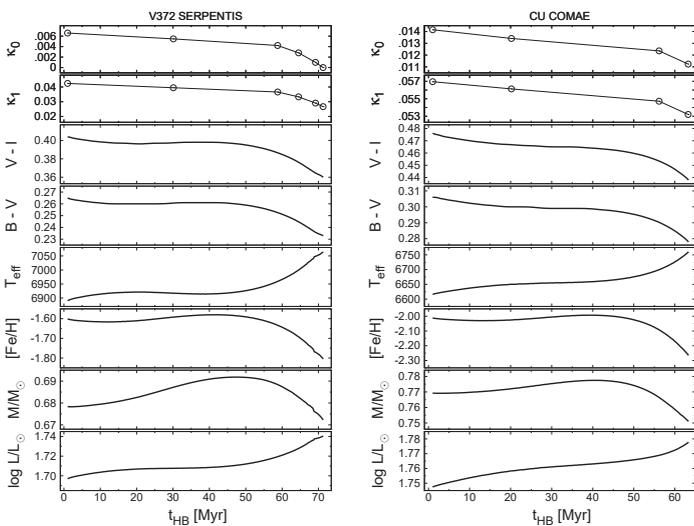
B.1. táblázat. A BVI-MÓDSZER TESZTELÉSÉRE HASZNÁLT ALAPMÓDUSÚ
RR LYRAE CSILLAGOK PARAMÉTEREI

Objektum	P_0	$B - V$	$V - I$	$E(B - V)$	$[\text{Fe}/\text{H}]_S$	$[\text{Fe}/\text{H}]_{\text{BVI}}$
SW And	0,4422659	0,434	0,544	0,09	-0,06	-0,22
WY Ant	0,5743365	0,384	0,549	0,05	-1,39	-1,13
X Ari	0,6511597	0,490	0,724	0,16	-2,10	-2,50
RR Cet	0,5530288	0,371	0,537	0,05	-1,29	-1,28
UU Cet	0,6053409	0,390	0,567	0,01	-1,38	-1,33
W Crt	0,4120139	0,370	0,466	0,09	-0,45	-0,22
DX Del	0,4726182	0,454	0,571	0,09	-0,32	-0,26
SU Dra	0,6604200	0,348	0,519	0,02	-1,56	-1,50
SW Dra	0,5696710	0,369	0,520	0,01	-0,95	-0,93
RX Eri	0,5872475	0,415	0,585	0,10	-1,07	-1,13
RR Gem	0,3973082	0,406	0,511	0,11	-0,14	-0,23
RR Leo	0,4523926	0,334	0,486	0,03	-1,30	-1,23
SS Leo	0,6263438	0,350	0,488	0,02	-1,56	-0,82
TT Lyn	0,5974332	0,381	0,550	0,05	-1,50	-1,26
V445 Oph	0,3970232	0,620	0,772	0,29	+0,01	-0,18
AV Peg	0,3903760	0,424	0,528	0,10	+0,08	-0,17
AR Per	0,4255489	0,676	0,853	0,35	-0,14	-0,31
RV Phe	0,5964182	0,370	0,535	0,03	-1,50	-1,19
BB Pup	0,4805468	0,459	0,582	0,11	-0,35	-0,47
V440 Sgr	0,4774788	0,404	0,568	0,09	-1,14	-1,09
VY Ser	0,7140962	0,377	0,579	0,02	-1,71	-2,33
W Tuc	0,6422370	0,329	0,490	0,01	-1,37	-1,39
TU UMa	0,5576570	0,364	0,522	0,05	-1,15	-1,15
UU Vir	0,4756062	0,349	0,475	0,02	-0,60	-0,66

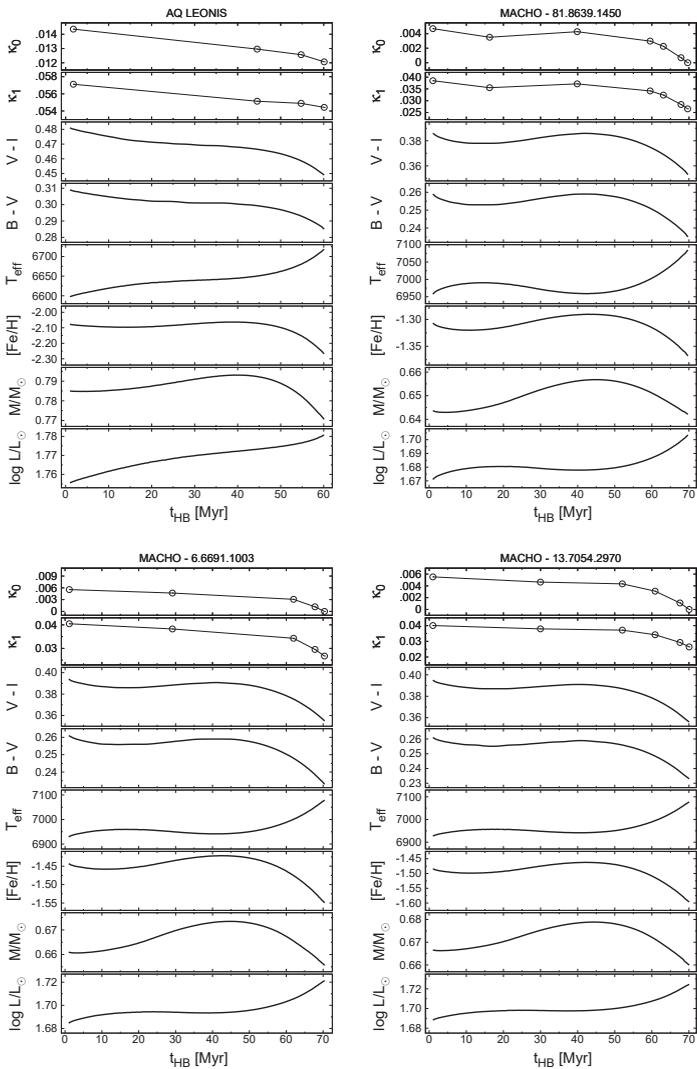
Megjegyzés: A periódusértékek napban, a színindexek magnitúdóegységekben értendők.

Az adatok irodalmi forrásait ld. a szövegben.

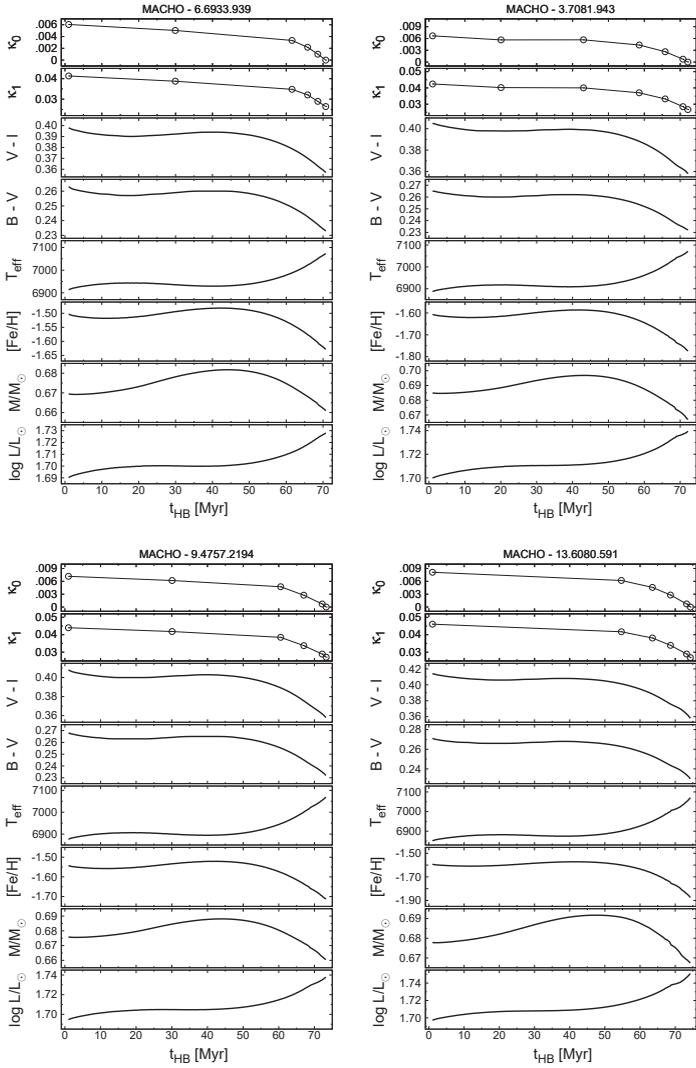
A CPE módszerrel meghatározott fizikai paraméterek



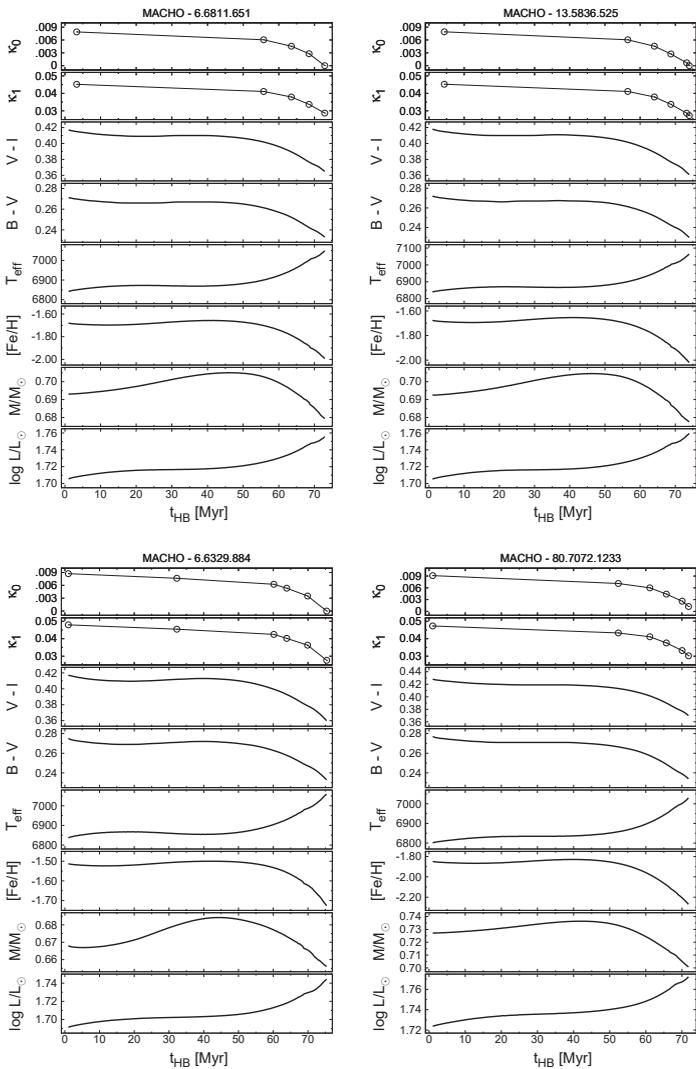
C.1. ábra. A 3. FEJEZETBEN VIZSGÁLT 20 RRd CSILLAG CPE MÓDSZERREL MEGHATÁROZOTT FIZIKAI PARAMÉTEREI. Lineáris növekedési ráták, szintetikus színindexek és fizikai paraméterek a horizontális ági kor függvényében (folytatás a következő oldalon).



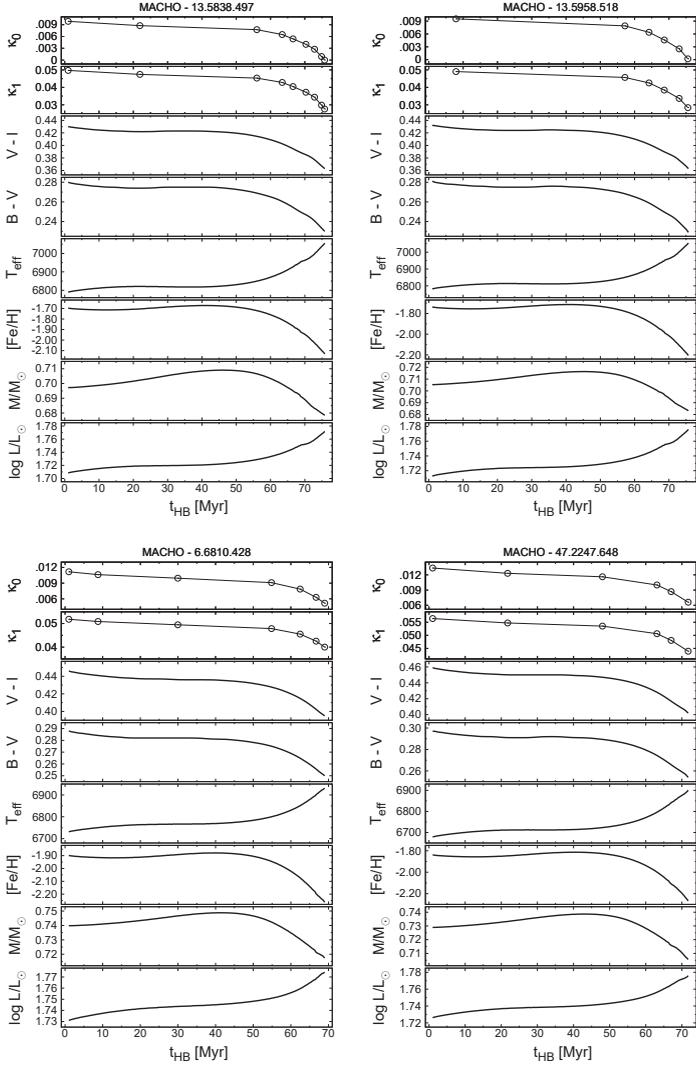
B.1. ábra (folytatás).



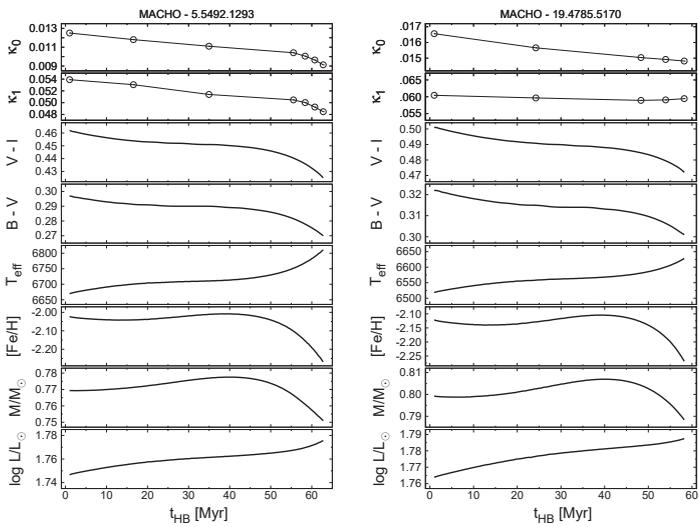
B.1. ábra (folytatás).



B.1. ábra (folytatás).



B.1. ábra (folytatás).



B.1. ábra (folytatás).

Ábrák jegyzéke

2.1. A BS Comae V fotometriai idősorának spektrális ablaka és amplitúdóspektruma.	11
2.2. A BS Comae V fénygörbéje az alaplómódus, illetve az első felhang periódusa szerint fázisba rendezve.	12
2.3. A BS Com V idősorának reziduálspektrumai a frekvenciaanalízis egymást követő lépéseiben.	13
2.4. A BS Com V fénygörbéje és Fourier-modellje.	14
2.5. A BS Comae V , R , I reziduál-spektrumai és átlaguk.	17
2.6. A BS Com rezgési komponenseinek amplitúdó- és fázisviszonyai a V adatsor esetében.	18
2.7. A BVI módszerrel meghatározott fémtartalom érzékenysége a színindexek szisztematikus hibáira.	21
2.8. A BVI módszerrel meghatározott fémtartalom-értékek összehasonlítása spektroszkópiai adatokkal 24 RRab csillag esetében.	23
2.9. Horizontális ági BaSTI fejlődési pályák a fémtartalom különböző értékei esetén.	29
2.10. Modell tömeg és luminozitás a fémtartalom függvényében.	31
2.11. A $[\Delta_M]$ paraméter változása a horizontális ági kor és az effektív hőmérséklet függvényében.	33
2.12. A BS Comae CPE módszerrel meghatározott fizikai paraméterei a horizontális ági kor függvényében.	33
2.13. A nemlinearitás és a konvekció becsült hatása a CPE módszer eredményeire a BS Com esetében.	40
3.1. A galaktikus mező és az LMC ismert RRd csillagainak Petersen-diagramja.	44
3.2. A periódusok függése a fundamentális paramétereiktől egy tipikus RRd csillag esetében a radiatív LNA modellek szerint.	45
3.3. A CPE megoldássorozatokból számított szintetikus színindexek.	48
3.4. A CPE módszerrel meghatározott szintetikus $B-V$ színindexek összehasonlítása az irodalmi észlelési adatokkal.	50
3.5. A CPE módszerrel meghatározott $[\text{Fe}/\text{H}]$ értékek összehasonlítása spektroszkópiai adatokkal.	52
3.6. A 21 vizsgált csillag CPE megoldássorozatai a Hertzsprung–Russell diagramon.	54

3.7. A vizsgált RRd csillagok CPE megoldásaiból adódó luminozitás– fém-tartalom és tömeg–fém-tartalom relációk.	55
3.8. A CPE megoldásokból származtatott felszíni gravitációs gyorsulás, sugár és átlagos sűrűség az alaplómodus periódusának függvényében. . .	56
3.9. Az empirikus és a CPE megoldásokból származó elméleti PLC reláció összehasonlítása a $B - V$ színindex esetében.	58
3.10. Az empirikus és a CPE megoldásokból származó elméleti PLC reláció összehasonlítása a $V - I$ színindex esetében.	58
3.11. A CPE megoldásokból származó szintetikus Wesenheit-index a fém- tartalom és a tömeg függvényében.	59
3.12. A nemlinearitás és a konvekció becsült hatása a luminozitás–fém-tartalom és tömeg–fém-tartalom relációkra.	61
4.1. Az M53 gömbhalmazban detektált pontforrások térképe.	69
4.2. A V idősorral azonosan mintavételezett, TFA-val feldolgozott véletlen zaj DFT spektrumaiból származó jel/zaj arány értékének valószínű- ségi eloszlása.	74
4.3. Az M53-ban detektált csillagok V idősorainak DFT spektrumaiban talált maximális amplitúdójú frekvenciakomponensek hisztogramja.	75
4.4. A V71 jelű új RRc csillag detektálása.	77
4.5. A V78 jelű új SX Phoenicis típusú változócsillag detektálása.	77
4.6. A V45 jelű RRab csillag jelrekonstrukciója.	78
4.7. 24 RR Lyrae csillag TFA-rekonstruált, magnitúdóskálára transzfor- mált, standardizált V fénygörbéje.	80
4.8. 30 RR Lyrae csillag TFA-rekonstruált, lineáris fluxusegységekben ki- fejezett fénygörbéje.	81
4.9. Az M53 24 RR Lyrae csillagának PLC relációja.	85
4.10. Az empirikus PLC relációtól való eltérés nagysága a referenciaképen mért színindex formális fotometriai hibájának függvényében.	86
4.11. Az RGB csillagok felszíni gravitációs gyorsulásának becslése a BaSTI fejlődési modellek alapján.	90
4.12. A BVI módszerrel meghatározott fém-tartalom fotometriai hibákkal szembeni érzékenysége az RGB csillagoknak megfelelő fizikai paramé- terek mellett.	91
4.13. Az RRab és az RGB csillagok fotometriai úton meghatározott fém- tartalmának összehasonlítása.	92
4.14. A V77 és a V81 TFA-rekonstruált, magnitúdóskálára transzformált, standardizált V fénygörbéi és ezek DFT spektrumai.	97

4.15. 9 rövid periódusú csillag TFA-rekonstruált, lineáris fluxusegységekben kifejezett fénygörbéje és DFT-spektruma.	98
4.16. A 3 új hosszú periódusú vörös óriáscsillag pulzációs periódus szerint fázisba rendezett V fénygörbéje.	100
4.17. Az M53 gömbhalmaz csillagainak $V - (V - I)$ szín-fényesség diagramja.	103
C.1. A 3. fejezetben vizsgált 20 RRd csillag CPE módszerrel meghatározott fizikai paraméterei.	113

Táblázatok jegyzéke

2.1. BS Comae – megfigyelési statisztika	9
2.2. BS Comae – standard <i>BVI</i> magnitúdók	10
2.3. A BS Com detektált rezgési komponenseinek amplitúdói, fázisai, és ezek hibái	16
2.4. A BS Comae <i>BVI</i> módszerrel becsült fémtartalmának és effektív hőmérsékletének függése az intersztelláris vörösödés mértékétől.	24
2.5. A BS Com észlelt periódusaihoz illeszkedő LNA pulzációs modellek	28
2.6. A BS Comae fizikai paraméterei	34
2.7. A BS Com módosított periódusaihoz illeszkedő LNA pulzációs modellek	38
3.1. A CPE módszerrel vizsgált RRd csillagok	46
3.2. Az ismert mező RRd csillagok, színindexeik és irodalmi hivatkozásaik	49
3.3. A vizsgált LMC RRd csillagok spektroszkópai fémtartalombecslései	51
4.1. Az RR Lyrae csillagok fotometriai adatai	82
4.2. A Blazhko csillagok modulációs tulajdonságai	84
4.3. Az RGB csillagok fotometriai adatai és becsült fémtartalmuk	89
4.4. A rövid periódusú csillagok fotometriai adatai	96
4.5. A hosszú periódusú változók fotometriai adatai	99
A.1. Az ismert mező RRd csillagok, periódusaik és irodalmi hivatkozásaik.	109
B.1. A <i>BVI</i> -módszer tesztelésére használt alaplómódusú RR Lyrae csillagok paraméterei	112

Köszönetnyilvánítás

Köszönetet mondok témavezetőmnek, Kovács Gézának segítségéért és támogatásáért, a felbecsülhetetlen értékű kötetlen szakmai beszélgetésekért és az eredményes közös munkáért, melynek során nagyszerű kollegális viszony alakult ki közöttünk; nem utolsó sorban pedig szakmai tudásomért, melynek tekintélyes része tőle származik.

Köszönettel tartozom Jurcsik Johannának szakmai tanácsaiért és mindazon ismeretekért, melyeket a *Konkoly Blazhko Survey*-ben való részvételem során sajátíthattam el.

Köszönetet mondok Szabó Róbertnek a nemlineáris pulzációs modelleredményekért és az ezekkel kapcsolatos hasznos diskusszióikért, Kolláth Zoltánnak az opacitásinterpolációs kódért, Giacomo Beccarinak az M53 *blue straggler* csillagaival kapcsolatos adatközlésért, valamint Komáromi Csabának a BS Comae fotometriájának standardizálásához felhasznált diafragma elkészítésében nyújtott segítségéért.

Köszönet illeti azokat a fiatal kollégáimat és egyben egykori hallgatótársaimat, akik a *Konkoly Blazhko Survey* keretei között részt vettek a BS Comae fotometriai megfigyelésében: Hurta Zsombor, Posztobányi Kálmán, Sódor Ádám, Szing Attila, Váradi Mihály, Vida Krisztián, Vityi Nándor.

Köszönöm továbbá menyasszonyomnak, Pál Henriettnek, és egész családomnak is azt a támogatást, mely hozzásegített doktori kutatómunkám megvalósításához.

Irodalomjegyzék

- Alard, C. 2000, *Astronomy & Astrophysics Supplement*, 144, 363
- Alard, C. & Lupton, R. H. 1998, *Astrophysical Journal*, 503, 325
- Alcock, C., Allsman, R., Alves, D. R., et al. 2000, *Astrophysical Journal*, 542, 257
- Alexander, D. R. & Ferguson, J. W. 1994, *Astrophysical Journal*, 437, 879
- Antonello, E. 1994, *Astronomy & Astrophysics*, 291, 820
- Antonello, E. & Aikawa, T. 1998, *Astronomy & Astrophysics*, 337, 145
- Arellano Ferro, A., Rojas López, V., Giridhar, S., & Bramich, D. M. 2008, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 384, 1444
- Bakos, G. Á. 1999, *Konkoly Obs. Occasional Technical Notes*, 11
- Bakos, G. Á., Torres, G., Pál, A., et al. 2009, *ApJ*, in press (arXiv:0901.0282)
- Beccari, G., Lanzoni, B., Ferraro, F. R., et al. 2008a, *Astrophysical Journal*, 679, 712
- Beccari, G., Pulone, L., Ferraro, F. R., et al. 2008b, *Memorie della Societa Astronomica Italiana*, 79, 360
- Benedict, G. F., McArthur, B. E., Feast, M. W., et al. 2007, *Astronomical Journal*, 133, 1810
- Benedict, G. F., McArthur, B. E., Fredrick, L. W., et al. 2002, *Astronomical Journal*, 123, 473
- Bernhard, K. & Wils, P. 2006, *Information Bulletin on Variable Stars*, 5698
- Bersier, D. & Wood, P. R. 2002, *Astronomical Journal*, 123, 840
- Blanco, V. M. 1992, *Astronomical Journal*, 104, 734
- Bono, G., Caputo, F., Cassisi, S., Incerpi, R., & Marconi, M. 1997, *Astrophysical Journal*, 483, 811
- Bono, G., Caputo, F., Castellani, V., Marconi, M., & Storm, J. 2001, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 326, 1183

- Bono, G., Caputo, F., & Stellingwerf, R. F. 1995, *Astrophysical Journal Supplement*, 99, 263
- Borissova, J., Rejkuba, M., Minniti, D., Catelan, M., & Ivanov, V. D. 2009, *Astronomy & Astrophysics*, 502, 505
- Bragaglia, A., Gratton, R. G., Carretta, E., et al. 2001, *Astronomical Journal*, 122, 207
- Brown, T. M., Ferguson, H. C., Smith, E., et al. 2004, *Astronomical Journal*, 127, 2738
- Bruntt, H., Frandsen, S., Gilliland, R. L., et al. 2001, *Astronomy & Astrophysics*, 371, 614
- Buchler, J. R. 1990, *NATO ASI series*, 302, 1
- Cáceres, C. & Catelan, M. 2008, *Astrophysical Journal Supplement*, 179, 242
- Cardelli, J. A., Clayton, G. C., & Mathis, J. S. 1989, *Astrophysical Journal*, 345, 245
- Cassisi, S., Castellani, M., Caputo, F., & Castellani, V. 2004, *Astronomy & Astrophysics*, 426, 641
- Castelli, F. 1999, *Astronomy & Astrophysics*, 346, 564
- Castelli, F., Gratton, R. G., & Kurucz, R. L. 1997, *Astronomy & Astrophysics*, 318, 841
- Castor, J. I. 1971, *Astrophysical Journal*, 166, 109
- Catelan, M. 1996, *Astronomy & Astrophysics*, 307, L13
- Catelan, M. 2009, *Astrophysics & Space Science*, 320, 261
- Chadid, M., Baglin, A., Benko, J., et al. 2009, in *American Institute of Physics Conference Series*, Vol. 1170, American Institute of Physics Conference Series, ed. J. A. Guzik & P. A. Bradley, 235–239
- Christy, R. F. 1962, *Astrophysical Journal*, 136, 887
- Christy, R. F. 1964, *Reviews of Modern Physics*, 36, 555
- Christy, R. F. 1967, *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 79, 429

- Clement, C. M., Muzzin, A., Dufton, Q., et al. 2001, *Astronomical Journal*, 122, 2587
- Clement, C. M. & Rowe, J. 2000, *Astronomical Journal*, 120, 2579
- Clementini, G., Carretta, E., Gratton, R., et al. 1995a, *Astronomical Journal*, 110, 2319
- Clementini, G., Di Tomaso, S., Di Fabrizio, L., et al. 2000, *Astronomical Journal*, 120, 2054
- Clementini, G., Gratton, R., Bragaglia, A., et al. 2003, *Astronomical Journal*, 125, 1309
- Clementini, G., Tosi, M., Bragaglia, A., Merighi, R., & Maceroni, C. 1995b, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 275, 929
- Cortés, C. & Catelan, M. 2008, *Astrophysical Journal Supplement*, 177, 362
- Corwin, T. M., Borissova, J., Stetson, P. B., et al. 2008, *Astronomical Journal*, 135, 1459
- Cox, A. N. 1991, *Astrophysical Journal*, 381, L71
- Cox, A. N., Hodson, S. W., & Clancy, S. P. 1983, *Astrophysical Journal*, 266, 94
- Cox, J. P. 1963, *Astrophysical Journal*, 138, 487
- Deeming, T. J. 1975, *Astrophysics & Space Science*, 36, 137
- Dékány, I. 2007, *Astronomische Nachrichten*, 328, 833
- Dékány, I. 2009, in *American Institute of Physics Conference Series*, Vol. 1170, American Institute of Physics Conference Series, ed. J. A. Guzik & P. A. Bradley, 245–249
- Dékány, I. & Kovács, G. 2009, *Astronomy & Astrophysics*, 507, 803
- Dékány, I., Kovács, G., Jurcsik, J., et al. 2008, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 386, 521
- di Benedetto, G. P. 2008, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 390, 1762
- Di Criscienzo, M., Marconi, M., & Caputo, F. 2004, *Astrophysical Journal*, 612, 1092

- Di Fabrizio, L., Clementini, G., Maio, M., et al. 2005, *Astronomy & Astrophysics*, 430, 603
- Dziembowski, W. A. & Mizerski, T. 2004, *Acta Astronomica*, 54, 363
- Eddington, A. S. 1926, *The Internal Constitution of the Stars*, ed. A. S. Eddington
- Ferraro, F. R., Sills, A., Rood, R. T., Paltrinieri, B., & Buonanno, R. 2003, *Astrophysical Journal*, 588, 464
- Feuchtinger, M. U. 1998, *Astronomy & Astrophysics*, 337, L29
- Feuchtinger, M. U. 1999, *Astronomy & Astrophysics*, 351, 103
- Florentino, G., Monachesi, A., Trager, S. C., et al. 2009, *ArXiv e-prints*
- Foster, G. 1996, *Astronomical Journal*, 111, 541
- García Lugo, G., Arellano Ferro, A., & Rosenzweig, P. 2007, in *IAU Symposium*, Vol. 240, *IAU Symposium*, ed. W. I. Hartkopf, E. F. Guinan, & P. Harmanec, 214
- García-Melendo, E., Henden, A. A., & Gómez-Forrellad, J. M. 2001, *Information Bulletin on Variable Stars*, 5167, 1
- Gilliland, R. L., Bono, G., Edmonds, P. D., et al. 1998, *Astrophysical Journal*, 507, 818
- Gratton, R. G., Bragaglia, A., Clementini, G., et al. 2004, *Astronomy & Astrophysics*, 421, 937
- Greco, C., Clementini, G., Catelan, M., et al. 2009, *Astrophysical Journal*, 701, 1323
- Grevesse, N. & Anders, E. 1991, *Solar element abundances (Solar Interior and Atmosphere)*, 1227–1234
- Grevesse, N. & Sauval, A. J. 1998, *Space Science Reviews*, 85, 161
- Gruberbauer, M., Kolenberg, K., Rowe, J. F., et al. 2007, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 379, 1498
- Haft, M., Raffelt, G., & Weiss, A. 1994, *Astrophysical Journal*, 425, 222
- Hajdu, G., Jurcsik, J., & Sódor, A. 2009, *Information Bulletin on Variable Stars*, 5882
- Harris, W. E. 1996, *Astronomical Journal*, 112, 1487

- Held, E. V., Clementini, G., Rizzi, L., et al. 2001, *Astrophysical Journal Letters*, 562, L39
- Holtzman, J. A. & Nations, H. L. 1984, *Astronomical Journal*, 89, 391
- Iglesias, C. A. & Rogers, F. J. 1996, *Astrophysical Journal*, 464, 943
- Irwin, W. A. 2004, <ftp://astroftp.phys.uvic.ca/pub/irwin/eos/>
- Jeon, Y.-B., Lee, M. G., Kim, S.-L., & Lee, H. 2003, *Astronomical Journal*, 125, 3165
- Jrzykiewicz, M., Schult, R. H., & Wenzel, W. 1982, *Acta Astronomica*, 32, 357
- Jrzykiewicz, M. & Wenzel, W. 1977, *Acta Astronomica*, 27, 35
- Jones, D. H. P. 1973, *Astrophysical Journal Supplement*, 25, 487
- Jurcsik, J. 1995, *Acta Astronomica*, 45, 653
- Jurcsik, J. 1998, *Astronomy & Astrophysics*, 333, 571
- Jurcsik, J. & Kovács, G. 1996, *Astronomy & Astrophysics*, 312, 111
- Jurcsik, J., Sódor, A., Hurta, Z., et al. 2008, *Information Bulletin on Variable Stars*, 5844
- Jurcsik, J., Sódor, Á., Szeidl, B., et al. 2009a, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 400, 1006
- Jurcsik, J., Sódor, Á., Szeidl, B., et al. 2009b, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 1447
- Jurcsik, J., Szeidl, B., Váradi, M., et al. 2006, *Astronomy & Astrophysics*, 445, 617
- Kaluzny, J., Kubiak, M., Szymanski, M., et al. 1997, *Astronomy & Astrophysics Supplement*, 122, 471
- Kaluzny, J., Thompson, I., Krzeminski, W., & Pych, W. 1999, *Astronomy & Astrophysics*, 350, 469
- Khruslov, A. V. 2007, *Peremennye Zvezdy Prilozhenie*, 7, 7
- Kinemuchi, K., Harris, H. C., Smith, H. A., et al. 2008, *Astronomical Journal*, 136, 1921
- Kinman, T. D. & Carretta, E. 1992, *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 104, 111

- Kiss, L. L. & Bedding, T. R. 2003, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 343, L79
- Kolláth, Z., Beaulieu, J. P., Buchler, J. R., & Yecko, P. 1998, *Astrophysical Journal*, 502, L55
- Kolláth, Z. & Buchler, J. R. 2001, *Double-mode stellar pulsations (Stellar pulsation - Nonlinear Studies)*, 29–60
- Kolláth, Z., Buchler, J. R., & Feuchtinger, M. 2000, *Astrophysical Journal*, 540, 468
- Kolláth, Z., Buchler, J. R., Szabó, R., & Csubry, Z. 2002, *Astronomy & Astrophysics*, 385, 932
- Kopacki, G. 2000, *Astronomy & Astrophysics*, 358, 547
- Kopacki, G. 2007, *Acta Astronomica*, 57, 49
- Kovács, G. 1990, in *Numerical Modelling of Nonlinear Stellar Pulsations Problems and Prospects*, ed. J. R. Buchler, 73
- Kovács, G. 1998, in *Astronomical Society of the Pacific Conference Series, Vol. 135, A Half Century of Stellar Pulsation Interpretation*, ed. P. A. Bradley & J. A. Guzik, 52
- Kovács, G. 2000a, *Astronomy & Astrophysics*, 363, L1
- Kovács, G. 2000b, *Astronomy & Astrophysics*, 363, L1
- Kovács, G. 2000c, *Astronomy & Astrophysics*, 360, L1
- Kovács, G. 2001a, *Astronomy & Astrophysics*, 375, 469
- Kovács, G. 2001b, *The multiperiodic behavior of RR Lyrae stars*, ed. M. Takeuti & D. D. Sasselov, 61–101
- Kovács, G. 2002, in *ASPCS, Vol. 265, Omega Centauri, A Unique Window into Astrophysics*, ed. F. van Leeuwen, J. D. Hughes, & G. Piotto, 163
- Kovács, G. 2003, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 342, L58
- Kovács, G. 2009, in *EAS Publications Series, Vol. 38, EAS Publications Series*, 91–98
- Kovács, G., Bakos, G., & Noyes, R. W. 2005, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 356, 557

- Kovács, G. & Bakos, G. Á. 2007, in *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, Vol. 366, *Transiting Extrapolar Planets Workshop*, ed. C. Afonso, D. Welldrake, & T. Henning, 133
- Kovács, G. & Bakos, G. A. 2008, *Communications in Asteroseismology*, 157, 82
- Kovács, G. & Buchler, J. R. 1993, *Astrophysical Journal*, 404, 765
- Kovács, G., Buchler, J. R., Marom, A., Iglesias, C. A., & Rogers, F. J. 1992, *Astronomy & Astrophysics*, 259, L46
- Kovács, G. & Jurcsik, J. 1997, *Astronomy & Astrophysics*, 322, 218
- Kovács, G. & Kanbur, S. M. 1998a, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 295, 834
- Kovács, G. & Kanbur, S. M. 1998b, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 295, 834
- Kovács, G. & Walker, A. R. 1999, *Astrophysical Journal*, 512, 271
- Kovács, G. & Walker, A. R. 2001, *Astronomy & Astrophysics*, 371, 579
- Kovács, G., Zucker, S., & Mazeh, T. 2002, *Astronomy & Astrophysics*, 391, 369
- Kryachko, T., Samokhvalov, A., & Satovskiy, B. 2008, *Peremennye Zvezdy*, 28, 10
- Kun, E., Sódor, A., Jurcsik, J., et al. 2008, *Information Bulletin on Variable Stars*, 5859
- Kurochkin, N. E. 1961, *Peremennye Zvezdy*, 13, 331
- Landolt, A. U. 1983, *Astronomical Journal*, 88, 439
- Landolt, A. U. 1992, *Astronomical Journal*, 104, 340
- Lasker, B. M., Lattanzi, M. G., McLean, B. J., et al. 2008, *Astronomical Journal*, 136, 735
- Layden, A. C. 1994, *Astronomical Journal*, 108, 1016
- Leavitt, H. S. 1908, *Annals of Harvard College Observatory*, 60, 87
- Lee, J.-W., Carney, B. W., & Habgood, M. J. 2005, *Astronomical Journal*, 129, 251
- Lee, J.-W., Lee, J., Kang, Y.-W., et al. 2009, *Astrophysical Journal Letters*, 695, L78

- Longmore, A. J., Dixon, R., Skillen, I., Jameson, R. F., & Fernley, J. A. 1990, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 247, 684
- Lub, J. 1979, *Astronomical Journal*, 84, 383
- Mackey, A. D. & Gilmore, G. F. 2003, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 345, 747
- Marín-Franch, A., Aparicio, A., Piotto, G., et al. 2009, *Astrophysical Journal*, 694, 1498
- Martínez-Delgado, D., Aparicio, A., Gómez-Flechoso, M. Á., & Carrera, R. 2001, *Astrophysical Journal Letters*, 549, L199
- Masana, E., Jordi, C., & Ribas, I. 2006, *Astronomy & Astrophysics*, 450, 735
- Mateo, M., Harris, H. C., Nemeč, J., & Olszewski, E. W. 1990, *Astronomical Journal*, 100, 469
- McNamara, D. H., Clementini, G., & Marconi, M. 2007, *Astronomical Journal*, 133, 2752
- Mendes de Oliveira, C. & Smith, H. A. 1990, *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 102, 652
- Michaud, G., Richer, J., & Richard, O. 2007, *Astrophysical Journal*, 670, 1178
- Mizerski, T. 2003, *Acta Astronomica*, 53, 307
- Morgan, S. M., Wahl, J. N., & Wieckhorst, R. M. 2007, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 374, 1421
- Moskalik, P. & Poretti, E. 2003, *Astronomy & Astrophysics*, 398, 213
- Nagy, A. & Kovács, G. 2006, *Astronomy & Astrophysics*, 454, 257
- Nemeč, J. M. 2004, *Astronomical Journal*, 127, 2185
- Oaster, L., Smith, H. A., & Kinemuchi, K. 2006, *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 118, 405
- Pietrinferni, A., Cassisi, S., Salaris, M., & Castelli, F. 2004, *Astrophysical Journal*, 612, 168
- Pigulski, A., Kolaczowski, Z., & Kopacki, G. 2003, *Acta Astronomica*, 53, 27

- Pilachowski, C. A., Bothun, G. D., Olszewski, E. W., & Odell, A. 1983, *Astrophysical Journal*, 273, 187
- Popielski, B. L., Dziembowski, W. A., & Cassisi, S. 2000, *Acta Astronomica*, 50, 491
- Poretti, E. & Pardo, I. 1997, *Astronomy & Astrophysics*, 324, 133
- Potekhin, A. Y. 1999, *Astronomy & Astrophysics*, 351, 787
- Preston, G. W., Thompson, I. B., Sneden, C., Stachowski, G., & Shectman, S. A. 2006, *Astronomical Journal*, 132, 1714
- Rey, S.-C., Lee, Y.-W., Byun, Y.-I., & Chun, M.-S. 1998, *Astronomical Journal*, 116, 1775
- Sandage, A., Katem, B., & Sandage, M. 1981, *Astrophysical Journal Supplement Series*, 46, 41
- Sandage, A. R. 1953, *Astronomical Journal*, 58, 61
- Sarajedini, A., Mancone, C. L., Lauer, T. R., et al. 2009, *Astronomical Journal*, 138, 184
- Schlegel, D. J., Finkbeiner, D. P., & Davis, M. 1998, *Astrophysical Journal*, 500, 525
- Schwarzenberg-Czerny, A. & Kaluzny, J. 1998, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 300, 251
- Shapley, H. 1920, *Astrophysical Journal*, 52, 73
- Smith, H. A. 1990, *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 102, 124
- Sódor, Á. 2007, *Astronomische Nachrichten*, 328, 829
- Soszyński, I., Udalski, A., Kubiak, M., et al. 2005, *Acta Astronomica*, 55, 331
- Soszynski, I., Udalski, A., Szymanski, M., et al. 2003, *Acta Astronomica*, 53, 93
- Soszyński, I., Udalski, A., Szymański, M. K., et al. 2009, *Acta Astronomica*, 59, 1
- Stellingwerf, R. F. 1974, *Astrophysical Journal*, 192, 139
- Stellingwerf, R. F. 1975, *Astrophysical Journal*, 195, 441
- Stellingwerf, R. F. 1984, *Astrophysical Journal*, 284, 712
- Stetson, P. B. 1987, *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 99, 191

- Stetson, P. B. 2000a, *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 112, 925
- Stetson, P. B. 2000b, *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 112, 925
- Storm, J., Carney, B. W., Gieren, W. P., et al. 2004, *Astronomy & Astrophysics*, 415, 531
- Sturch, C. 1966, *Astrophysical Journal*, 143, 774
- Suntzeff, N. B., Kraft, R. P., & Kinman, T. D. 1988, *Astronomical Journal*, 95, 91
- Suntzeff, N. B., Kraft, R. P., & Kinman, T. D. 1994, *Astrophysical Journal Supplement*, 93, 271
- Szabó, R. 2004, PhD thesis, Eötvös Loránd Tudományegyetem
- Szabó, R., Kolláth, Z., & Buchler, J. R. 2004, *Astronomy & Astrophysics*, 425, 627
- Székel, P., Kiss, L. L., Jackson, R., et al. 2007, *Astronomy & Astrophysics*, 463, 589
- Szulágyi, J., Kovács, G., & Welch, D. L. 2009, *Astronomy & Astrophysics*, 500, 917
- Tuggle, R. S. & Iben, I. J. 1973, *Astrophysical Journal*, 186, 593
- Twarog, B. A., Anthony-Twarog, B. J., & De Lee, N. 2003, *Astronomical Journal*, 125, 1383
- Udalski, A., Szymanski, M., Kubiak, M., et al. 1999, *Acta Astronomica*, 49, 201
- van Albada, T. S. & Baker, N. 1971, *Astrophysical Journal*, 169, 311
- van den Hoven van Genderen, E. 1947, *Bulletin of the Astronomical Institutes of the Netherlands*, 10, 241
- van Leeuwen, F., Feast, M. W., Whitelock, P. A., & Laney, C. D. 2007, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 379, 723
- Vogel, H. C. 1890, *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 2, 27
- Walker, A. R. 1994, *Astronomical Journal*, 108, 555
- Walker, A. R. & Nemeč, J. M. 1996, *Astronomical Journal*, 112, 2026
- Wallerstein, G., Kovtyukh, V. V., & Andrievsky, S. M. 2009, *Astrophysical Journal Letters*, 692, L127

Wils, P. 2006a, Information Bulletin on Variable Stars, 5685

Wils, P. 2006b, Information Bulletin on Variable Stars, 5685

Wils, P. 2009, Information Bulletin on Variable Stars, 5873

Wood, P. R. 2000, Publications of the Astronomical Society of Australia, 17, 18

Wozniak, P. R. 2000, Acta Astronomica, 50, 421

Zinn, R. 1985, Astrophysical Journal, 293, 424

Zinn, R. & West, M. J. 1984, Astrophysical Journal Supplement, 55, 45

Kivonat Doktori értekezésemben a pulzáló változócsillagok fizikai paramétereinek idő-sor-fotometriai megfigyelések alapján, pulzációs, fejlődési és atmoszféramodellek felhasználásával történő meghatározásának problémájával foglalkozom. Alapvetően az RR Lyrae típusú változócsillagok vizsgálatára koncentrálván különböző empirikus és elméleti megközelítéseken alapuló módszereket alkalmazok az egyes objektumok, illetve az őket magukban foglaló rendszerek fizikai paramétereinek meghatározására, valamint az ezek közötti összefüggések feltárására.

A kétmódusú RR Lyrae (RRd) csillagok fundamentális fizikai paramétereinek meghatározására egy új eljárást fejlesztettem ki, mely pulzációs modellek és horizontális ági fejlődési modellek elméleti megkötéseiinek együttes figyelembevételével lehetővé teszi a vizsgált csillag alapvető fizikai paramétereinek pusztán a periódusok alapján történő szűk behatárolását. Ennek eredményeként a csillag pulzációs periódusai egy megoldássereget határoznak meg a csillag tömegére, luminozitására, felszíni hőmérsékletére és nehézelem-összetételére, melyben a csillag horizontális ági kora szabad paraméter. A megoldások a korai horizontális ági állapotok esetében csaknem függetlenek a kortól. A korparaméter értékére további megfigyelési információ, akár pontos színindexek birtokában további, empirikus megszorítások tehetők, lehetővé téve az összes többi fizikai paraméter jelentős pontosítását. A módszert a BS Comae galaktikus mezőbeli RRd csillag kiterjedt fotometriai anyagán alapuló részletes esettanulmányon keresztül mutatom be. Az effektív hőmérséklet és a fémtartalom értékére a mért színindexek alapján, atmoszféramodellek felhasználásával tett független becslés segítségével a fenti módszerrel hozzávetőleg 1%-os pontossággal meghatároztam a csillag tömegét és luminozitását. Kimutattam, hogy az eredmények nagy mértékben érzéketlenek a hidrodinamikai modellek által prediktált perióduseltérések hatására.

A BS Com-ra alkalmazott eljárást követve, periódusaik alapján meghatároztam a galaktikus mező, illetve a Nagy Magellán Felhő 20 további RRd csillagának fizikai paramétereit. A vizsgált objektumokat úgy választottam meg, hogy periódusuk és periódusarányuk alapján az ismert RRd-k által populált teljes paramétertartományról reprezentatív mintát alkossanak. A kapott elméleti fémtartalom- és színindexértékek általános konzisztenciát mutatnak a megfigyelési adatokkal, továbbá a fizikai paramétereiből az általánosan elfogadottal megegyező kozmikus távolságkálá származtatható. Az eredmények alapján a teljes kétmódusú paramétertől tanulmányozhatóvá vált, betekintést nyújtva az egyes alapvető fizikai mennyiségek közötti lényeges összefüggésekbe, melyek bizonyos paraméterkombinációk esetében nagy mértékben függetlenek a horizontális ági fejlődési effektusoktól. Kimutattam továbbá, hogy a relációk alakja csak elhanyagolható mértékben módosul a konvekcióval és a pulzáció nemlinearitásával kapcsolatos effektusok hatására.

Az M53 gömbhalmazról két észlelési szezont átfogó idő-sor-fotometriai felmérést végeztem a halmazban található változócsillagok tulajdonságainak vizsgálata céljából. Az optimális képkivonási eljárás és a trendszűrő algoritmus (TFA) együttes alkalmazásával végzett redukció jelentősen megnövelte a kis amplitúdójú jelek detektálási valószínűségét, lehetővé téve számos új változócsillag detektálását. A halmazban összesen 12 új változót fedeztem fel, három új esetben pedig kimutattam a fénygörbe modulációját. Az M53-ban található nagyszámú egymódusú RR Lyrae csillag alapján a halmaz távolságát és átlagos fémtartalmát vizsgáltam. Empirikus alapon igazoltam, hogy az első felhangban pulzáló RR Lyrae csillagok megfelelő perióduseltolás után szorosan követik az alapmódusú csillagok által meghatározott periódus-fényesség-szín relációt. Az összefüggés Baade-Wesselink kalibrációja alapján nagy pontossággal meghatároztam a halmaz távolságát. Kimutattam, hogy az RR Lyrae-k kémiai összetétele és Fourier-paramétereik közötti empirikus összefüggések segítségével számított átlagos fémtartalom az M53 esetében drasztikusan magasabb a vörös óriáscsillagok fémtartalmának spektroszkópiái, illetve fotometriai úton, atmoszféramodellek segítségével becsült átlagos értékétől. Valószínűsíthető, hogy az eltérés a Fourier-módszer alacsony fémtartalmú kalibrációjának hiányosságaira vezethető vissza.

Abstract I address the problem of deriving accurate physical parameters of pulsating stars based on multi-color time-series photometric data, and models of stellar atmospheres, evolution, and linear pulsation. Concentrating mainly on variables of RR Lyrae type, I employ diverse methods with both empirical and theoretical approach in order to put tight constraints on their fundamental parameters and those of their host systems, and to probe various interrelations between them.

I devise a new method for determining consistent basic physical parameters of double-mode RR Lyrae (RRd) stars from their observed periods and the requirement of consistency between the pulsational and evolutionary constraints. Consequently, the periods of an object determine a sequence of solutions for its mass, luminosity, effective temperature, and metallicity, parametrized by the time elapsed from the zero age horizontal branch. The derived parameters are nearly independent of stellar age at early evolutionary stages. In possession of additional observables, even accurate color indices, the time parameter can be further confined, thus reducing the ranges of uncertainty in all other parameters. I present the capabilities of the method by a detailed case-study of the Galactic field RRd star BS Comae, based on an extensive set of multi-color photometric time-series data of the star acquired by the Konkoly Blazhko Survey. With the aid of an independent estimate for its effective temperature and metal content derived from the observed colors and stellar atmosphere models, the method yields a solution for the star's mass and luminosity with an accuracy of the order of one percent. I also show that the results are only weakly sensitive to nonlinear period shifts predicted by current hydrodynamical models.

I determine the fundamental stellar parameters of altogether 20 additional RRd stars from the Galactic field and the Large Magellanic Cloud, following the above approach, and using only the periods to obtain theoretical stellar parameter sequences. The stars were selected to cover wide ranges of periods and period ratios, implying diverse stellar parameters. The derived metallicity and color index values show a general agreement with previous observations. The derived sets of solutions yield various important theoretical relations between the physical parameters (mass, radius, luminosity, effective temperature, metallicity) of the stars which are, in the case of some parameter combinations, nearly independent of the age. I estimate that these relations are only marginally altered by the effects related to convection and the non-linearity of the pulsation. I show that the cosmic distance scale stemmed from the results is compatible with the generally accepted one.

Based on my two-color time-series photometric variability survey of the globular cluster M53 covering two adjacent seasons, I study its variable star content to compute the physical parameters of the constituting stars. The successive employment of the optimal image subtraction method and the trend filtering algorithm during the reduction process provides an enhanced capability of signal detection, thus resulting a headway in the census of the variables in the cluster. I identify 12 new variables (2 RR Lyrae stars, 7 short periodic stars, and 3 long-period variables), and a hitherto unknown Blazhko-modulation in 3 cases. Based on the study of single-mode RR Lyrae stars, I probe the distance and the overall metallicity of the cluster. I show on an empirical basis that after a proper period shift, the period–luminosity–color (PLC) relation for the first overtone RR Lyrae sample tightly follows the one spanned by the fundamental stars, with a slope being in agreement with that derived from other clusters. Based on the earlier Baade–Wesselink calibration of the PLC relations, I derive the precise reddening-free distance modulus of M53. I find that the average iron abundance calculated from the Fourier parameters of the RR Lyrae sample shows a large discrepancy with the accurate independent estimate from the photometry and the previous spectroscopic measurements of the red giant stars. I suspect that the source of this discrepancy is the lack of a sufficient number of low-metallicity objects in the calibrating sample of the Fourier method.