Márcio Emanuel Teixeira Correia Licenciado em Ciências da Engenharia Mecânica

Miniturbina a gás – Escolha da velocidade axial na turbina

DIVISA NON STAR

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Mecânica

Orientador: José Fernando de Almeida Dias, Professor Associado, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa

Júri:

Presidente: Prof. Doutor José Manuel Paixão Conde

Arguente: Prof. Doutor Daniel Cardoso Vaz

Vogal: Prof. Doutor José Fernando de Almeida Dias

setembro, 2019



Miniturbina a gás – Escolha da velocidade axial na turbina.

Copyright © Márcio Emanuel Teixeira Correia, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa.

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objectivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

Agradecimentos

Em primeiro lugar queria agradecer ao meu orientador, o professor José Fernando de Almeida Dias, por toda a disponibilidade que demonstrou ao longo da elaboração desta tese, pelo que me ensinou não só no campo das máquinas térmicas mas também em termos de organização e método de trabalho, pelos conselhos que me deu e pela orientação que me permitiu resolver todos os problemas que foram surgindo de forma independente, mantendo-me sempre no melhor caminho.

Em segundo lugar gostava de agradecer ao meu grupo de amigos, André, Filipa, Inês e João por me terem acompanhado ao longo de todo o meu percurso académico e não só, por me terem apoiado sempre que precisei e por terem tornado menos difíceis os piores momentos da minha vida.

Aos meus pais que sempre me apoiaram e lutaram para que eu fosse a pessoa que sou hoje, queria deixar um especial agradecimento. Não seria possível ter chegado aqui sem eles, sem a educação, força e oportunidades que me proporcionaram, pelo que estarei eternamente grato.

Por último, mas nunca menos importante, obrigado por tudo Inês. Sempre fizese tudo para que eu fosse o melhor eu, nunca me deixaste sozinho e sempre que estive num momento menos bom, tu foste o meu pilar. Queria também deixar um agradecimento especial por toda a ajuda e apoio que me deste na elaboração deste trabalho. Sem ti não seria possível.

Resumo

No seguimento de um trabalho desenvolvido no âmbito da unidade curricular Máquinas Térmicas, onde foi projetada uma miniturbina a gás a partir de um diâmetro máximo imposto, será desenvolvida uma análise das proporções geométricas e dos efeitos da alteração das mesmas, de forma a compreender como é possível, através deste tipo de alterações, melhorar a vida útil da miniturbina a gás, procurando sempre manter a força de impulso tão alta quanto possível.

Sendo este tipo de turbinas tipicamente aplicadas à propulsão aérea, a miniturbina a gás em questão será um motor turbojato simples, constituída por um compressor radial e uma turbina axial, ambos com um andar.

O método de cálculo utilizado, tanto para o projeto da miniturbina a gás, como para o estudo das consequências das alterações na miniturbina a gás está descrito no livro de COHEN, H. et al. *Gas Turbine Theory*, 4 ed, Addison-Wesley, 1996. Alterando os valores das proporções geométricas, será possível projetar novos modelos derivados do modelo protótipo, que daqui para a frente referidos como "Geometrias". A comparação de resultados calculados entre as diversas geometrias e o modelo protótipo irá permitir a compreensão do efeito de cada alteração na miniturbina a gás.

O estudo realizado divide-se em três partes, primeiro começou-se por uma análise profunda do projeto original desenvolvido ao longo da unidade curricular Máquinas Térmicas, estudando o funcionamento do motor numa gama de temperaturas limite. Após esta análise preliminar estudou-se o efeito, no funcionamento do motor, da variação da velocidade axial na turbina (componente), originando várias geometrias derivadas do modelo protótipo, com diferentes números de Mach e concentrações de tensões nas pás do rotor da turbina, sendo esta uma zona crítica. Por último foi estudada a redução do diâmetro médio da turbina e os efeitos que esta alteração provoca neste tipo de engenho com as proporções em causa, originando mais uma vez diferentes geometrias com tensões e números de Mach variados.

Através dos diferentes estudos e da comparação dos resultados calculados para as várias geometrias, foi possível obter uma percepção geral de como cada variável afeta não só a vida útil do motor, mas também a força de impulso produzida e através desta percepção, projetar novas geometrias que permitem o funcionamento da miniturbina a gás com uma temperatura limite elevada e tensões reduzidas.

Palavras-chave: miniturbina, turbojato, compressor radial, turbina axial, vida útil, força de impulso, tensões, números de Mach, análise de proporções geométricas.

Abstract

During the course "Máquinas Térmicas" (Thermal Machines), a project was developed with the goal of designing a miniature gas turbine with a set maximum exterior diameter. Following this project, an analysis of the turbine's geometric proportions and the effects of changing them will be performed as a means to understand how to improve the engine's service life while maintaining the thrust output as high as possible, exclusively through said changes.

Given that typically this type of turbines is used for aerial propulsion, the miniature gas turbine which is the subject of this study will be a simple turbojet engine, made up by a one stage radial compressor and axial turbine.

The calculation method followed, both for developing the gas turbine and for studying the consequences of changing the turbine's geometric proportions is described in the book COHEN, H. et al. *Gas Turbine Theory*, 4 ed, Addison-Wesley, 1996. By changing these geometric proportions, new models will be developed, derived from the prototype model, that from now on, will be referred to as "Geometrias". Comparing the results calculated from the various geometries and the prototype model will bring forth an understanding of the effects that each change has in the miniature gas turbine.

This study consists of three parts, starting with a deep analysis of the original project developed during Thermal Machines, studying the engine's behavior along a range of limit temperatures. Following this analysis, the effects of changing the axial velocity throughout the turbine will be studied. This will lead to several new geometries with different Mach numbers and tensions concentrated on the rotor blades. Lastly the turbine's mean diameter will be reduced and the effects of said reduction will be studied, once again generating several geometries with different tensions and Mach numbers.

Through the different analyses conducted throughout this dissertation and by comparing the results calculated for the different geometries, it was possible to attain a general perception on how each factor affects not only the engine's service life but also the thrust output and through this perception, develop new geometries that allow the miniature gas turbine to perform at high limit temperatures with reduced concentrated tensions.

Keywords: miniature gas turbine, turbojet, radial compressor, axial turbine, service life, thrust, tensions, Mach Numbers, geometric proportions analysis.

Índice de matérias

Agradecimentosiv
ResumoV
Abstract
Índice de matériasvii
Índice de figuras viii
Índice de tabelasX
Notaçãoxi
1 Introdução 1
1.1 Objetivos 1
1.2 Contextualização 1
2 Enquadramento
2.1 Turbina a estudar
2.2 Fundamento Teórico10
2.3 Métodos de Cálculo21
2.3.1 Dados iniciais
2.3.2 Secção a-01
2.3.3 Secções 01-02 e 02-03
2.3.4 Secção 03-04
2.3.5 Secções 04-05-06
2.3.6 Secção 06-07
3 Resultados
3.1 Análise da turbina a gás protótipo35
3.2 Efeitos da variação da velocidade axial na turbina46
3.3 Efeitos da diminuição do diâmetro médio da turbina (componente)
4 Conclusão75
Referências76

Índice de figuras

Figura 1.1 - Eolípila, a primeira turbomáquina	2
Figura 1.2 – Desenho técnico do motor <i>He S-1</i>	3
Figura 1.3 – <i>Heinkel He 178</i>	3
Figura 1.4 – Junkers Jumo 004B	4
Figura 1.5 – Power Jets W.1.	5
Figura 1.6 – <i>GE T64</i>	5
Figura 1.7 – Motor <i>CFM56</i> modificado	6
Figura 1.8 – Tipos de turbinas a gás e zonas de funcionamento	7
Figura 1.9 – Yves Rossy e a sua asa com 4 microturbinas.	7
Figura 1.10 – Microturbina P100-RX da JetCat.	8
Figura 2.1 – Corte parcial de uma miniturbina a gás.	9
Figura 2.2 – Representação simplificada da turbina.	10
Figura 2.3 – Diagrama T-s da miniturbina a gás. Adaptado de [2]	11
Figura 2.4 – Variação do C_p e do γ	12
Figura 2.5 – Esquema de um compressor radial.	15
Figura 2.6 – Esquema de uma turbina axial	15
Figura 2.7 – Soma dos triângulos de velocidades de uma turbina axial.	16
Figura 2.8 – Gráfico de ângulo de Camber.	18
Figura 2.9 – Gráfico das tensões permissíveis em relação à temperatura	18
Figura 2.10 – Secção a-01	22
Figura 2.11 – Secções 01-02 e 02-03	23
Figura 2.12 – Secção 03-04	25
Figura 2.13 – Rácio combustível/ar para combustão.	26
Figura 2.14 – Secções 04-05 e 05-06	
Figura 2.15 – Ilustração da construção dos triângulos de velocidade da turbina	29
Figura 2.16 – Representação do ângulo de divergência	31
Figura 2.17 – Ilustração do desenho das pás do estator.	32
Figura 2.18 – Ilustração do desenho das pás do rotor.	32
Figura 2.19 – Secção 06-07	33
Figura 3.1 – Variação da força de impulso com T04	35
Figura 3.2 – Variação da tensão centrífuga com T04	36
Figura 3.3 - Variação da tensão devido à variação do momento angular com T04	36
Figura 3.4 – Tensões permissíveis para várias temperaturas.	37
Figura 3.5 – Secções 4, 5 e 6 da turbina a gás.	38
Figura 3.6 – Número de Mach na secção 4.	39
Figura 3.7 – Número de Mach na secção 5	39
Figura 3.8 – Número de Mach na secção 6	40
Figura 3.9 – Dimensões relevantes da câmara de combustão	40
Figura 3.10 – Diâmetro interior do tubo de chama com CIII = 60m/s	41
Figura 3.11 – Diâmetro interior do tubo de chama com CIII = 45m/s	42
Figura 3.12 – Comprimento do tubo de chama	43
Figura 3.13 – Dimensões da câmara de combustão para 1200K.	44
Figura 3.14 – Dimensões da câmara de combustão para 1300K.	44
Figura 3.15 – Dimensões das secções 4, 5 e 6, juntamente com ângulos das pás da G0	45
Figura 3.16 – Dimensões das secções 4, 5 e 6, juntamente com ângulos das pás da G1	46
Figura 3.17 - Dimensões das secções 4, 5 e 6, juntamente com ângulos das pás da G0-1	47
Figura 3.18 - Dimensões das secções 4, 5 e 6, juntamente com ângulos das pás da G0-2.	47
Figura 3.19 - Dimensões das secções 4, 5 e 6, juntamente com ângulos das pás da G0-3	48
Figura 3.20 – Dimensões das secções 4, 5 e 6, juntamente com ângulos das pás da G0-4	48

Figura 3.21 – Tensão centrífuga, 1200K com variação da velocidade axial.	49
Figura 3.22 - Tensão devido à variação do momento angular, 1200K com variação da velocidade axia	ıl. 50
Figura 3.23 - Número de Mach em 4, 1200K com variação da velocidade axial	50
Figura 3.24 – Número de Mach em 5, 1200K com variação da velocidade axial.	51
Figura 3.25 – Número de Mach na secção 6, 1200K com variação da velocidade axial	51
Figura 3.26 – Tensões permissíveis, 1200K com variação de velocidade axial	52
Figura 3.27 - Dimensões das secções 4, 5 e 6, juntamente com ângulos das pás da G1-1.	53
Figura 3.28 - Dimensões das secções 4, 5 e 6, juntamente com ângulos das pás da G1-2.	53
Figura 3.29 - Dimensões das secções 4, 5 e 6, juntamente com ângulos das pás da G1-3	54
Figura 3.30 – Dimensões das secções 4, 5 e 6, juntamente com ângulos das pás da G1-4	54
Figura 3.31 – Tensão centrífuga, 1300K com variação da velocidade axial.	55
Figura 3.32 - Tensão devido à variação do momento angular, 1300K com variação da velocidade axia	ıl. 56
Figura 3.33 - Número de Mach em 4, 1300K com variação da velocidade axial	56
Figura 3.34 – Número de Mach em 5, 1300K com variação da velocidade axial.	57
Figura 3.35 - Número de Mach na secção 6, 1300K com variação da velocidade axial	57
Figura 3.36 – Tensões permissíveis, 1300K com variação de velocidade axial	58
Figura 3.37 - Dimensões das secções 4, 5 e 6, juntamente com ângulos das pás da G0-5	59
Figura 3.38 - Dimensões das secções 4, 5 e 6, juntamente com ângulos das pás da G0-6	60
Figura 3.39 - Dimensões das secções 4, 5 e 6, juntamente com ângulos das pás da G0-7	60
Figura 3.40 – Tensão centrífuga, 1200K com $\phi m = 0,15m$	61
Figura 3.41 – Tensão devido à variação do momento angular, 1200K com $Øm = 0,15m$	62
Figura 3.42 - Número de Mach em 4, 1200K com $Øm = 0,15m$	62
Figura 3.43 – Número de Mach em 5, 1200K com \emptyset m = 0,15m	63
Figura 3.44 – Número de Mach na secção 6, 1200K com $Øm = 0,15m$	63
Figura 3.45 - Dimensões das secções 4, 5 e 6, juntamente com ângulos das pás da G1-5	65
Figura 3.46 - Dimensões das secções 4, 5 e 6, juntamente com ângulos das pás da G1-6	66
Figura 3.47 - Dimensões das secções 4, 5 e 6, juntamente com ângulos das pás da G1-7	66
Figura 3.48 – Tensão centrífuga, 1300K com $\phi m = 0,15m$	67
Figura 3.49 – Tensão devido à variação do momento angular, 1300K com $Øm = 0,15m$	68
Figura 3.50 - Número de Mach em 4, 1300K com \emptyset m = 0,15m	68
Figura 3.51 – Número de Mach em 5, 1300K com $\phi m = 0,15m$	69
Figura $3.52 - N$ úmero de Mach na secção 6, 1300K com Øm = 0,15m.	69
Figura 3.53 – Representação do novo ângulo de divergência	70
Figura 3.54 - Dimensões das secções 4, 5 e 6, juntamente com ângulos das pás da G1-8	71
Figura 3.55 - Dimensões das secções 4, 5 e 6, juntamente com ângulos das pás da G1-9	72
Figura 3.56 - Dimensões das secções 4, 5 e 6, juntamente com ângulos das pás da G1-10	73
Figura 3.57 – Tensão devido à variação do momento angular, 1300K, $Øm = 0,15m \text{ com } \theta r = 5^{\circ} e \theta r$:=
$10^{\circ} e \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ $	74

Índice de tabelas

Tabela 2.1 - Cálculo dos pontos de interesse na pá do compressor	24
Tabela 2.2 – Dimensões das várias secções da turbina	30
Tabela 2.3 – Ângulos das pás do rotor e do estator da turbina	31
Tabela 3.1 – Número de Mach nas secções 4, 5 e 6	
Tabela 3.2 – Resultados da variação da velocidade axial para G0	49
Tabela 3.3 – Resultados da variação da velocidade axial para G1	55
Tabela 3.4 – Resultados da diminuição de \emptyset_m com 1200K	61
Tabela 3.5 – Número de Mach ao longo da secção 5, 1200K com $\phi_m = 0,15m$	64
Tabela 3.6 – Comparação direta entre G0 e G0-6	64
Tabela 3.7 - Resultados da diminuição de ϕ_m com 1300K	67
Tabela 3.8 - Número de Mach ao longo da secção 5, 1300K com $\phi_m = 0,15m$	70
Tabela 3.9 – Comparação direta entre G1 e G1-6	70
Tabela 3.10 - Resultados da diminuição de $Ø_m$ com 1300K e com $\theta_r = 5^{\circ}$	73

Notação

A – Área

- C Velocidade absoluta
- C_{ia} Velocidade axial na secção *i*, com *i* = 1,4,5,6
- C_{ir} Velocidade radial na secção *i*, com *i* = 1,2,5,6
- C_{iw} Velocidade tangencial na secção *i*, com *i* = 1,2,5,6
- C_p Calor específico a pressão constante
- C_r Corda da pá do rotor da turbina
- $C_{\rm s}$ Corda da pá do rotor da turbina
- e Energia específica
- E Energia interna
- F Força de impulso
- f Coeficiente estequiométrico
- f_5 Folga entre estator e rotor da turbina
- g Aceleração gravítica
- G Geometria
- h Entalpia específica
- H Altura
- L-Comprimento
- m_i Massa na secção *i*, com *i* = 1,2
- \dot{m} Caudal
- M Momento
- M_4 , M_5 e M_6 Número de Mach nas secções 4, 5 e 6, respetivamente
- N_C Rotações por segundo no rotor do compressor
- N_T Rotações por segundo no rotor da turbina
- n Número de pás
- p Pressão
- Q Calor
- r Raio
- R Constante de gas específica do ar
- s Entropia específica
- S_b Velocidade de expansão da chama
- S_{opt} Espaçamento ótimo entre pás
- t Tempo
- T-Temperatura
- u' flutuação instantânea da velocidade
- U Velocidade de transporte do rotor
- v Volume
- V Velocidade
- V_i Velocidade do fluido relativa à pá na secção *i*, com *i* = 4, 5, 6
- V_{5r} Velocidade na raiz das pás, na zona 5
- w_{45} Largura do estator
- w_{56} Largura do rotor W Trabalho
- Z Altura
- z Módulo de secção da pá da turbina
- α Ângulo formado pelas velocidades absolutas
- β Ângulo formado pelas velocidades relativas
- γ Rácio dos calores específicos

 ρ – Densidade

 ρ_b – Densidade da liga Ni-Cr-Co

 η – Rendimento

 η_a – Rendimento da admissão

 σ_{CT} – Tensão centrífuga

 σ_{GB} – Tensão devido à variação do momento angular

- θ Ângulo de divergência
- θ_r Ângulo de divergência
- Ø Diâmetro
- $Ø_m$ Diâmetro médio da turbina (componente)
- σ Fator de escorregamento
- ψ Power input factor
- Δp_{CC} Perda de carga na câmara de combustão
- α_D Ângulo de divergência das pás do difusor
- φ Coeficiente de fluxo
- Ψ Coeficiente de salto entálpico
- Λ Grau de reação
- $\Delta T'_{0s}$ Queda de temperatura por andar
- λ_N Coeficiente de perda para as lâminas do estator

 τ – Torque

Ìndices

0 - Valor de estagnação I, II e III – Referentes à secção I, II e III da câmara de combustão 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 – Referente à secção 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 da turbina a gás 1e, 3e – referente à zona exterior da secção 1, 3 1i, 3i - referente à zona interior da secção 1, 3 a – Ar, Atmosférico c – Choque, Crítico CC - Câmara de combustão Comb - Combustível Comp - Conjunto compressor+difusor est - estequiométrico e - exterior g – Gases de combustão m – Médio max - Valor máximo mec - Mecânico r – Raiz rot - Rotor do compressor SC – Superfície de controlo t – Topo T - Turbina Tub – Tubeira VC – Volume de controlo w - Componente tangencial $\theta - \hat{A}$ ngulo Ø - Diâmetro

1 Introdução

1.1 Objetivos

O foco desta dissertação é a compreensão dos efeitos da alteração das proporções geométricas na miniturbina a gás composta por um compressor radial e uma turbina axial, ambos com um andar. Partindo de um modelo protótipo inicial, desenvolvido ao longo da unidade curricular Máquinas Térmicas, serão alteradas várias proporções geométricas e analisados os efeitos destas alterações, sempre com o objetivo de identificar quais os fatores que levam não só a uma maior força de impulso, mas também a uma menor concentração de tensões nas pás do rotor da turbina, de forma a permitir uma vida útil tão longa quanto possível.

A turbina protótipo foi projetada com base nos métodos descritos no livro de COHEN, H. et al. *Gas Turbine Theory*, 4 ed, Addison-Wesley, 1996 e desde a fase de projeto que foram estabelecidos certos parâmetros chave como, por exemplo, o diâmetro exterior da turbina ou a velocidade de transporte do rotor do compressor. Estes parâmetros serão mantidos constantes ao longo de toda a fase de projeto e do trabalho desenvolvido nesta dissertação, enquanto que outros como, por exemplo, a temperatura limite metalúrgica ou a velocidade axial ao longo dos componentes da turbina serão alterados de forma a perceber os efeitos dessas alterações na força de impulso e vida útil da miniturbina a gás.

1.2 Contextualização

A miniturbina a gás composta por um compressor radial e turbina axial, ambos de um andar, encaixa-se na categoria das turbomáquinas, ou seja, é um engenho mecânico em que existe troca de energia entre o mesmo e o fluído que o percorre, nomeadamente por ação da sustentação que o escoamento provoca nas pás em rotação. Estas pás, associadas em fileiras, formam a turbina, componente fundamental que dá o nome à máquina. Neste componente, através da variação do momento angular do escoamento que ocorre no rotor, é produzido trabalho positivo de forma a alimentar o compressor radial. É importante perceber que as alterações de entalpia e mudanças de pressão, que estão intimamente relacionadas, são fatores chave para compreender o funcionamento de cada um dos componentes da miniturbina a gás.

No que toca à produção de energia mecânica, a turbina a gás é, em várias vertentes, dos meios mais capazes e versáteis. Isto juntando à sua grande fiabilidade, ao facto de só ter, em essência, uma só peça móvel (o veio rotativo junto com o rotor do compressor e da turbina) e ao seu rácio de potência/peso elevado, explicam o porquê de este tipo de engenho ser usado nas mais diversas aplicações, desde a industria aeronáutica até à produção de energia elétrica.

Um dos primeiros exemplos conhecidos da aplicação do conceito de turbomáquina é o Eolípila, construído por Heron de Alexandria por volta de 100-50 DC.[10]



Figura 1.1 - Eolípila, a primeira turbomáquina.[10]

O artefato, representado na figura 1.1, não apresentava qualquer utilidade prática, no entanto demonstrava a possibilidade da produção de trabalho através da troca de energia entre um motor e um escoamento.

No século XVI Leonardo da Vinci desenhou um engenho que utilizava uma turbina axial com um andar para produzir movimento, no entanto só em 1791 foi criada, pelo inglês John Barber, uma patente para a primeira turbina a gás, que tinha a maioria dos elementos presentes nas turbinas modernas.[8] Apesar de John Barber nunca ter chegado a construir esta máquina, um modelo funcional foi construído mais recentemente, baseado nas especificações da patente.

Finalmente em 1903 Ægidius Elling, um engenheiro norueguês, considerado por muitos o pai da turbina a gás, construiu a primeira turbina a gás capaz de produzir mais potência do que a necessária para o seu funcionamento. Uma vez que este tipo de engenhos tem a necessidade de comprimir o fluído motriz, alguma da potência produzida será sempre usada para acionar o compressor e os sistemas secundários, como a lubrificação. Este feito foi extremamente importante.

Frank Whittle, um engenheiro Inglês creditado por inventar o motor a turbojato, patenteou em 1930 uma turbina a gás para propulsão a jato e em 1937 criou a primeira prova de conceito funcional, através da construção de um motor protótipo que mostrou o potencial destes engenhos. Nesse mesmo ano, Hans von Ohain, um fisico alemão, construiu a sua primeira turbina a jato, modelo *He S-1*(fig.1.2), sendo estes dois projetos considerados por muitos como um exemplo de invenção simultânea.



Figura 1.2 – Desenho técnico do motor He S-1.[11]

O motor de Hans, na sua terceira iteração, o *He S-3*, alimentava a primeira aeronave movida unicamente a jato, o *Heinkel He 178*, que pode ser vista na figura 1.3.



Figura 1.3 – Heinkel He 178.[12]

Esta aeronave levantou voo pela primeira vez a 27 de agosto de 1939, perto do início da Segunda Guerra Mundial, que sem dúvida acelerou o desenvolvimento do motor a jato, devido à necessidade de criar superioridade aérea em situações de combate. É de notar que o motor de Ohain, apesar de revolucionário e de ter demonstrado o potencial da tecnologia de turbojato, iniciando uma corrida

tecnológica, tinha diversos problemas, nomeadamente a nível da compressão do ar no interior da turbina[1], o que levou a que nenhum dos projetos de Ohain tenha entrado em produção a larga escala.

Em 1944 entra em produção o *Messerschmitt Me 262*, representado na figura 1.4. Este foi o primeiro avião a jato a entrar em uso operacional, equipado com dois motores *Junkers Jumo 004B*.[3] Este motor do tipo turbojato foi o primeiro a ser produzido em série e fornecia energia a uma das aeronaves mais icónicas tanto da Segunda Guerra Mundial como da história da aviação.



Figura 1.4 – Junkers Jumo 004B.[13]

O *Messerschmitt Me 262* era significativamente mais rápido e possuía maior blindagem que qualquer aeronave das forças aliadas, tudo isto devido em grande parte, às excelentes capacidades do motor da Junkers. Pode-se dizer efetivamente que este modelo e o seu motor iniciaram o reino da turbina a gás nos céus, que se estende até aos dias de hoje.

A única forma de os aliados conseguirem contrariar a superioridade aérea deste modelo era atacando a aeronave em situações de descolagem/aterragem ou quando imobilizada no solo, o que demonstra a sua capacidade aérea.

No ano de 1944 entrou em operação também o *Gloster Meteor*, o adversário inglês do *Messerschmitt*, desenvolvido por Frank Whittle. Inicialmente este avião vinha equipado com uma turbina a jato, o motor *Power Jets W.1 (Power Jets* foi a empresa formada por Frank Whittle quando a Royal Air Force não mostrou interesse nos seus motores turbojato). Este motor pode ser observado na figura 1.5.



Figura 1.5 – Power Jets W.1.[14]

O *Gloster* além de ainda ter sido usado na Segunda Guerra Mundial, foi também usado para pesquisa e desenvolvimento, tendo sido equipado por diversos motores e conhecido diversas variantes ao longo de diversas décadas. Foi, por exemplo, o primeiro avião a usar um motor de turbohélice, que como o próprio nome diz, utiliza uma turbina a gás com um sistema de engrenagens para transmitir a energia dos produtos de combustão a uma hélice de forma a produzir impulso. Na figura 1.6 pode-se observar uma turbina a gás acoplada a uma caixa de engrenagens para transmitir a energia mecânica a uma hélice.



Figura 1.6 – *GE T64*.[15]

Adicionalmente, o *Gloster* foi também a primeira aeronave a utilizar um motor *turbofan*, uma evolução natural do turbojato. Este motor é na sua essência, uma mistura entre o motor turbohélice e o turbojato. Enquanto que no primeiro caso todo o impulso é produzido exclusivamente através de uma hélice, no segundo caso o impulso vem do escape dos produtos de combustão para o ambiente através de uma tubeira propulsora. Num motor *turbofan* existem os dois tipos de propulsão, sendo que parte do ar que entra no mesmo é usado para alimentar a turbina a gás, que produz, além de energia mecânica, impulso através da tubeira propulsora. A energia mecânica produzida é por sua vez usada para o funcionamento do compressor, mas também para acelerar a porção de ar que não é direcionada à turbina a gás, através da ventoinha. Na figura 1.7 pode ser visto um motor *CFM56* modificado, um motor *turbofan* contemporâneo.



Figura 1.7 – Motor *CFM56* modificado.[16]

Grande parte dos voos comerciais atualmente utiliza este tipo de motor, tornando-se fácil perceber a importância desta tecnologia, sendo o seu sucesso baseado em grande parte na alta eficiência a velocidades subsónicas (um problema dos motores turbojato).

Na figura 1.8 podemos observar as diferentes zonas de funcionamento de cada tipo de motor em termos de altitude e velocidade máxima.



Figura 1.8 – Tipos de turbinas a gás e zonas de funcionamento.[2]

Devido à grande evolução e inovação que as turbinas a gás sofreram durante a Segunda Guerra Mundial e devido ao potencial deste meio de fornecimento de energia mecânica, não é surpreendente saber que desde a primeira prova de conceito bem sucedida, os ramos de aplicação das turbinas a gás cada vez são mais numerosos. Um exemplo desta expansão ocorreu em 1939 com a instalação de uma turbina de 4 MW, produzida por BBC Brown Boverie & cie, numa estação elétrica de emergência em Neuchatel, Suíça.[9] Atualmente este tipo de motores é utilizado para fornecer energia aos mais diversos tipos de aeronaves, navios de elevada escala, para geração de energia elétrica e mais recentemente começaram a surgir mini e microturbinas a gás desenhadas para aeromodelismo ou para, por exemplo, permitir que Yves Rossy, o *jetman*, voe com a sua asa que, como se pode observar na figura 1.9, faz uso de quatro microturbinas a gás.



Figura 1.9 – Yves Rossy e a sua asa com 4 microturbinas.[17]

O campo das mini/microturbinas a gás tem portanto vindo a ganhar relevância, com crescente interesse e procura nesta área, tendo surgido várias empresas como a *Jetcat* ou a *Kingtech* que se dedicam exclusivamente à produção e manutenção destes engenhos.[18,20] Na figura 1.10 pode-se observar uma microturbina da *JetCat*, neste caso com 97mm de diâmetro.



Figura 1.10 – Microturbina *P100-RX* da *JetCat*.[18]

2 Enquadramento

2.1 Turbina a estudar

Na figura 2.1 podemos ver o corte de uma miniturbina a gás simples constituída por um compressor radial e uma turbina axial, ambos com um andar.



Figura 2.1 – Corte parcial de uma miniturbina a gás. Adaptado de [19]

Em termos de componentes, começando no início do percurso do fluido motriz, ou seja, da esquerda para a direita, temos a admissão do ar, de seguida o compressor radial, o escoamento segue depois pelo difusor até à câmara de combustão onde é adicionado o combustível e se dá a ignição. Os produtos de combustão são direcionados à turbina e em seguida à tubeira propulsora, onde são acelerados e expelidos para o meio ambiente.



Figura 2.2 – Representação simplificada da turbina.

Na figura 2.2 podemos ver claramente definidas as várias secções importantes da miniturbina a gás, cada uma correspondente a um componente. Considerando o funcionamento estacionário da miniturbina a gás, em a temos o ar a condições ambiente, com velocidade zero, temperatura a 288.15K e pressão a 101325 Pa. De a para 1 temos a admissão. Aqui o ar é direcionado para o compressor e acelerado até aos 150 m/s, velocidade estabelecida como máxima nesse componente. De 1 para 2 está o compressor. Este componente utiliza a energia mecânica fornecida pela turbina para comprimir o ar que entra na turbina a gás, com uma razão de compressão perto de 4. À saída do compressor o ar segue pelo difusor, que tem a funcão de desacelerar o escoamento para 90 m/s, convertendo a energia cinética em pressão, sendo esta a secção 2-3. De seguida o ar chega à câmara de combustão anular (3-4) onde o combustível é adicionado e uma vela de ignição despoleta a combustão. O próximo passo no fluxo é a turbina. Esta está dividida em 2 estágios, de 4 a 5 é o estator, onde ocorre alguma queda de entalpia através da expansão dos gases e os produtos de combustão são direcionados para o rotor da turbina, que constituí a secção 5-6. Aqui é onde se dá a troca energética entre o escoamento e o motor. Esta energia é transmitida através de um veio até ao compressor e aos sistemas secundários (como por exemplo, a lubrificação). Finalmente na secção 6-7 temos a tubeira propulsora que acelera os produtos de combustão de forma a produzir impulso quando estes se escapam para o meio ambiente. O impulso obtido resulta da diferença de velocidade e pressão entre os gases de escape e o ambiente.

Após esta pequena descrição dos componentes e funcionamento da turbina a gás, podemos então proceder ao enquadramento teórico necessário para o estudo deste tipo de engenho e das diversas etapas que o fluido motriz percorre, desde a sua entrada até à saída.

2.2 Fundamento Teórico

De forma a estudar a turbina a gás e os fenómenos que lhe são inerentes, é necessário ter em conta vários conceitos, tanto da termodinâmica como da mecânica de fluidos. Um destes conceitos fundamentais para a compreensão e análise da turbina é o ciclo de Brayton.

O ciclo de Brayton, do campo da termodinâmica é uma aproximação usada para o estudo das turbinas a gás em que a adição de calor ocorre a pressão constante. Este ciclo tem várias condições necessárias e devido a ser um ciclo ideal, tem alguns desvios do ciclo real, causados por fenómenos de irreversibilidade como o atrito, por exemplo.



Figura 2.3 – Diagrama T-s da miniturbina a gás. Adaptado de [2]

Na figura 2.3 podemos observar o diagrama T-s de uma turbina a gás, baseado no ciclo de Brayton. Um aspecto muito importante deste ciclo é o fluido que percorre a turbina a gás. Intuitivamente é possível perceber que as propriedades do fluido operante na turbina são de grande importância no que toca ao desempenho da mesma. Uma das condições do ciclo de Brayton é: O fluido que percorre a máquina térmica deve ser um gás perfeito.

Isto significa que o gás deve possuir uma entalpia em função apenas da temperatura e não da pressão. Significa também que não existem forças intermoleculares (não há interação gravitacional entre moléculas e as colisões são perfeitamente elásticas) e que o gás obedece a seguinte equação:[4,5]

$$pv = RT. (2.1)$$

Esta consideração não compromete a precisão dos cálculos dos vários processos do ciclo e apenas requer que a percentagem mássica de vapor da água no fluido esteja abaixo dos 10%.[5]

Estando o ciclo a estudar definido, assim como o tipo de fluido, podemos caracterizar as propriedades do mesmo.

Uma das propriedades mais importantes é o calor específico a pressão constante, C_p , que depende apenas da temperatura, sendo dado, para um gás ideal, pela equação:[4]

$$C_p = \frac{dh}{dT}.$$
(2.2)

Que pode também ser apresentada na seguinte forma:

$$dh = C_p dT. (2.3)$$

Outra propriedade importante que está intimamente relacionada com o C_p , é o rácio dos calores específicos, γ , que se relaciona com o C_p através da seguinte equação:

$$C_p = \gamma \cdot \frac{R}{\gamma - 1}.$$
(2.4)

Manipulando a equação de forma a que fique em ordem do C_p , obtemos:

$$\frac{\gamma-1}{\gamma} = \frac{R}{C_p},\tag{2.5}$$

em que *R* é a Constante de gas específica do ar (0.287 KJ/(Kg.K)).



Figura 2.4 – Variação do C_p e do γ .[2]

A figura 2.4 mostra a variação do C_p e do γ relativos ao escoamento, com a temperatura. Para o estudo em causa, tendo em conta as temperaturas verificadas, assume-se que o valor do C_p e do γ do ar são:[2]

$$C_{pa} = 1.005 \frac{\text{KJ}}{\text{Kg.K}}, \ \gamma_a = 1.4 \text{ e} \frac{\gamma_a - 1}{\gamma_a} = 3.5.$$

Enquanto que os valores das mesmas propriedades para os gases de combustão são:

$$C_{pg} = 1.148 \frac{\text{KJ}}{\text{Kg.K}}, \ \gamma_g = 1.333 \ \text{e} \ \frac{\gamma_g - 1}{\gamma_g} = 4.$$

Definidas as propriedades do fluido operante, voltemos ao ciclo de Brayton. A equação das isentrópicas descreve, sem considerar o rendimento dos processos, as etapas a-01,01-02 e 03-04:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}.$$
(2.6)

De forma a poder considerar os rendimentos dos processos e obter os valores reais, é necessário dominar alguns conceitos importantes tanto da área da mecânica de fluidos como da termodinâmica. Para estudar um componente individual da turbina a gás, vamos aplicar um volume de controlo ao mesmo. Considera-se então que este componente é um sistema fechado no volume de controlo, fixo no espaço. Isto permite a aplicação das leis de conservação da massa e da energia.

A lei da conservação da massa diz que num sistema, a variação de massa é igual à massa que entra menos a massa que sai e que a massa total é igual à massa inicial mais a variação de massa. Isto é:

$$m(t + \Delta t) = m(t) + \Delta m_1 - \Delta m_2, \qquad (2.7)$$

em que:

$$\Delta m_1 = \rho_1 A_1 V_1 \Delta t \ e \ \Delta m_2 = \rho_2 A_2 V_2 \Delta t. \tag{2.8}$$

 $\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\rho_1 A_1 V_1 \Delta t}{\Delta t} = \frac{dm_1}{dt} = \dot{m}_1 = \rho_1 A_1 V_1,$

Fazendo vem que:

$$\frac{dm}{dt} = \dot{m}_1 - \dot{m}_2. \tag{2.10}$$

(2.9)

Tendo em conta que em regime permanente, $\frac{dm}{dt} = 0$, chegamos ao resultado:

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 \Leftrightarrow \rho_1 A_1 V_1 = \rho_2 A_2 V_2. \tag{2.11}$$

Uma vez que V representa a velocidade do fluido, de um modo geral e que C representa a velocidade absoluta do mesmo e tendo em conta que o caudal se mantém constante ao longo de cada secção, pode-se escrever:

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 \Leftrightarrow \rho_1 A_1 C_1 = \rho_2 A_2 C_2 \Leftrightarrow \dot{m}. \tag{2.12}$$

A primeira lei da termodinâmica, diz que a variação de energia interna num gás é igual à transferência de calor, Q, mais o trabalho realizado no mesmo, W, ou seja:

$$E_1 + W + Q = E_2, (2.13)$$

o que também pode ser escrito na seguinte forma:

$$W + Q = E_2 - E_1. (2.14)$$

Derivando:

$$dW + dQ = dE. (2.15)$$

Tendo em conta a equação da energia:[6]

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{VC} e\rho dV + \iint_{SC} e\rho \vec{V} dA.$$
(2.16)

Considerando que estamos em regime permanente $(\frac{\partial}{\partial t} = 0)$ e que $e = \frac{v^2}{2} + gZ + u$ obtemos:[6]

$$\frac{dE}{dt} = \iint_{SC} \left(\frac{V^2}{2} + gZ + u + \frac{p}{\rho} \right) \rho \vec{V} dA.$$
(2.17)

Note que foi adicionado o termo $\frac{p}{\rho}$ relacionado com o trabalho devido às forças de pressão. Uma vez que o volume específico é $v = \frac{1}{\rho}$ e h = u + pv, tem-se que:

$$\frac{dE}{dt} = \iint_{SC} (\frac{V^2}{2} + gZ + h) \rho \vec{V} dA.$$
(2.18)

Desenvolvendo:

$$\frac{dE}{dt} = \rho_2 V_2 A_2 \left(\frac{V^2}{2} + gZ + h\right)_2 - \rho_1 V_1 A_1 \left(\frac{V^2}{2} + gZ + h\right)_1.$$
(2.19)

Finalmente, utilizando o resultado da equação (1.12), obtemos:

$$\frac{dE}{dt} = \dot{m}[(h_2 - h_1) + \frac{1}{2}(V_2^2 - V_1^2) + g(Z_2 - Z_1)].$$
(2.20)

Substituindo (2.20) na equação (2.15), chegamos finalmente à equação da conservação de energia:

$$\dot{W} + \dot{Q} = \dot{m}[(h_2 - h_1) + \frac{1}{2}(C_2^2 - C_1^2) + g(Z_2 - Z_1)], \qquad (2.21)$$

onde *h* representa a entalpia, *C* representa a velocidade absoluta do escoamento e *Z* a altura. No caso desta turbina, visto não haver uma variação considerável de *Z*, despreza-se o termo $g(Z_2 - Z_1)$. Dividindo (2.21) por \dot{m} , obtém-se:

$$W + Q = (h_2 - h_1) + \frac{1}{2}(C_2^2 - C_1^2).$$
(2.22)

A partir desta equação, considerando o caso de um processo adiabático em que não é adicionado nem retirado trabalho, temos que W + Q = 0 e tendo em conta que neste caso particular, $h_2 = h_0$ e $C_2 = 0$ (uma vez que no caso de estagnação, a velocidade do fluído é nula), é possível calcular as propriedades de estagnação do fluido, dadas pelas seguintes fórmulas:

• Entalpia de estagnação:

$$h_0 = h_1 + \frac{1}{2}C_1^2 \tag{2.23}$$

- Temperatura de estagnação:
- $T_0 = T_1 + \frac{c_1^2}{2c_p} \tag{2.24}$
- Pressão de estagnação:

$$\frac{p_0}{p} = \left(\frac{T_0}{T}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \tag{2.25}$$

Através das propriedades de estagnação do fluido é possível ter em conta o rendimento de cada componente para calcular os valores reais:

Rendimento do compressor:

$$\eta_{comp} = \frac{W'}{W} = \frac{\Delta h'_0}{\Delta h_0} = \frac{T'_{03} - T_{01}}{T_{03} - T_{01}}$$
(2.26)

• Rendimento da turbina:

$$\eta_T = \frac{W}{W'} = \frac{\Delta h_0}{\Delta h_0} = \frac{T_{04} - T_{06}}{T_{04} - T_{06}}$$
(2.27)

Dado o ciclo final da turbina a gás, é necessário compreender o funcionamento e os fenómenos que ocorrem tanto na turbina como no compressor. De forma a estudar o comportamento destes dois elementos, temos de usar a equação de Euler para turbomáquinas. Para obter e aplicar correctamente esta equação, é necessário usar os conceitos anteriormente referidos juntamente com o da conservação de quantidade de movimento angular.

Começando com a equação da conservação de energia, dada pela primeira lei da termodinâmica, referida em (2.15), mais uma vez o termo $g(Z_2 - Z_1)$ é muito pequeno e portanto pode ser desprezado. Definindo $h_0 = h + \frac{1}{2}C^2$, obtemos:

$$\dot{W} + \dot{Q} = \dot{m}(h_{02} - h_{01}). \tag{2.28}$$

Tendo em conta que a maioria dos processos numa turbina a gás são considerados adiabáticos, pode-se assumir Q = 0 e dado que no caso da turbina existe a produção de trabalho W > 0, temos:

$$\dot{W}_T = \dot{m}(h_{02} - h_{01}). \tag{2.29}$$

Por sua vez, no compressor, o trabalho é absorvido, logo W < 0:

$$-\dot{W}_{comp} = \dot{m}(h_{02} - h_{01}). \tag{2.30}$$

Finalmente temos a lei da conservação da quantidade de movimento angular, expressa pela equação:[7]

$$\Sigma M = \iint_{SC} (r \times V) \rho(V.n) dA + \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{VC} (r \times V) \rho dv.$$
(2.31)

Para regime permanente e em coordenadas polares, podemos escrever:

τ

$$\Sigma M = \iint_{SC} (r \times V) \rho(V.n) dA = -\tau.$$
(2.32)

Desenvolvendo (2.32) temos:

$$-\tau = r_1 C_{\theta 1} \rho_1 C_{r1} 2\pi r_1 h + r_2 C_{\theta 2} \rho_2 (-C_{r2}) 2\pi r_2 h, \qquad (2.33)$$

pela conservação de massa:

$$\rho_1 C_{r1} 2\pi r_1 h = \rho_2 C_{r2} 2\pi r_2 h = \dot{m}. \tag{2.34}$$

Então:

$$=\dot{m}(r_2C_{\theta 2}-r_1C_{\theta 1})=\dot{m}(r_2C_{w 2}-r_1C_{w 1}).$$
(2.35)

Uma vez que o eixo tem uma velocidade angular constante, é possível obter a potência desenvolvida fazendo $W = \tau \omega$, obtendo:

$$W = \dot{m}\omega(r_2 C_{w2} - r_1 C_{w1}), \tag{2.36}$$

sendo que U representa a velocidade de transporte à entrada e à saída do rotor e que $U = \omega r$, chegamos finalmente a:

$$W = \dot{m}(U_2 C_{w2} - U_1 C_{w1}). \tag{2.37}$$

Também conhecida por equação de Euler para turbomáquinas, que permite o cálculo do trabalho produzido ou absorvido, pela turbina e pelo compressor respetivamente.

No caso do compressor, sendo um componente radial, temos à entrada $C_1 = C_{a1}$, $C_{r1} = 0 e c_{w1} = 0 e a saída temos <math>C_{w2} = U_2$, como se pode observar na figura 2.5:



Figura 2.5 – Esquema de um compressor radial.[2] Isto significa que aplicando a equação de Euler (2.37) ao mesmo, obtemos: $\dot{W}_{comp} = -\dot{m}U_2^2$. Por sua vez, na turbina axial temos os seguintes triângulos de velocidades: (2.38)



Figura 2.6 – Esquema de uma turbina axial. Adaptado de [2]

Uma vez que $r_1 = r_2 = r$, concluímos que $U_1 = U_2 = U$, logo aplicando a equação de Euler (2.37) chegamos a:

$$\dot{W}_T = \dot{m}U(C_{w2} - C_{w1}). \tag{1.39}$$

Outro conceito importante referido neste enquadramento teórico são os triângulos de velocidade. Esta noção e a sua interpretação são muito importantes para a análise da turbomáquina, uma vez que grande parte da sua eficiência depende dos mesmos. Quando o escoamento, saído da câmara de combustão com velocidade axial, embate nas pás do estator e em seguida nas pás da turbina, sofre duas alterações consecutivas na sua trajetória. Para estudar estas alterações constroem-se os triângulos de velocidade constituídos pelos vetores velocidade do fluido. Na figura 2.6 é possível observar os triângulos de velocidade do fluido após o estator e após a turbina.

No entanto para os analisar corretamente, deve-se fazer a junção de ambos os triângulos, que pode ser observada na figura 2.7:



Figura 2.7 – Soma dos triângulos de velocidades de uma turbina axial. Adaptado de [2]

Esta representação e as consequências dos vetores nela presentes têm grande importância para o funcionamento da turbina a gás. Deve-se ter em conta que a figura 2.7 representa um caso geral e não o da miniturbina a gás em estudo.

Para uma melhor compreensão dos triângulos, serão enumeradas as variáveis neles representadas[2]:

- $\overrightarrow{C_5}, \overrightarrow{C_6}$ Velocidades absolutas do fluido, à entrada e à saída do rotor da turbina;
- \vec{U} Velocidade de transporte do rotor;
- $\overrightarrow{V_5}, \overrightarrow{V_6}$ Velocidades do fluido relativas à pá, à entrada e à saída
- α_5, α_6 Ângulos que formam as velocidades absolutas com a direção axial;
- β_5 , β_6 Ângulos que formam as velocidades relativas com a direção axial;
- C_{5w} , C_{6w} Componentes periféricas, tangencial ou de giro das velocidades absolutas;
- C_{5m} , C_{6m} Componentes meridionais das velocidades absolutas (iguais a C_{a5} e C_{a6} nas turbinas axiais e C_{r5} e C_{r6} nas turbinas radiais).

Deve-se ter em conta também que:

$$\vec{C} = \vec{U} + \vec{V}. \tag{2.40}$$

Ao projetar uma turbina a gás existem diversos fatores que devem ser considerados que, não estando diretamente relacionados com o seu desempenho ou capacidades, têm grande significado no seu funcionamento e muitas vezes condicionam as escolhas feitas durante o projeto, uma vez que quando se ultrapassam os limites estabelecidos para estes fatores, podem surgir falhas catastróficas ou simplesmente levar a um funcionamento incorreto.

Dois destes fatores que devem ser analisados e verificados são os dois tipos de tensões nas pás do rotor da turbina. Estas tensões devem sempre ser calculadas e os seus limites respeitados, uma vez que se demasiado elevadas, podem levar à destruição das pás.

O primeiro tipo de tensão a estudar é a tensão centrífuga, causada pelo movimento de rotação do rotor. Tendo em conta que este componente foi projetado para atingir até 680 rotações por segundo, o estudo deste fator é uma necessidade.

O valor de tensão centrífuga obtida numa pá é dado pela seguinte equação:[2]

$$(\sigma_{ct})_{max} = \frac{\rho_b \omega^2}{a_r} \int_r^t ar \ dr, \qquad (2.41)$$

em que a representa a área da secção da pá e r representa o raio, integrando desde a raiz até ao topo da pá. Assumindo uma secção uniforme para a pá, esta equação reduz-se para:[2]

$$(\sigma_{ct})_{max} = 2\pi N_T^2 \rho_b A, \qquad (2.42)$$

Onde N_T representa as rotações por segundo, A representa a área da pá e ρ_b representa a densidade do material das mesmas, que neste caso é uma liga de Ní-Cr-Co com uma densidade de 8000 Kg/m^3 . No entanto tendo em conta que normalmente as pás da turbina são afuniladas, de forma a que a área na raiz é cerca de $\frac{1}{4}$ a $\frac{1}{3}$ da área no topo, é seguro assumir que este fator reduz as tensões para 2/3 de uma lâmina não afunilada.

Chegamos finalmente a:[2]

$$(\sigma_{ct})_{max} = \frac{4}{2}\pi N_T^2 \rho_b A. \tag{2.43}$$

Há também que ter em conta que a turbina tem um ângulo de divergência (o que significa que a pá é mais alta à saida do que à entrada, em termos radiais), derivado do facto de ser uma turbina de reação com velocidade axial constante, pelo que a área ocupada pelas pás será dada por:

$$A = \frac{A_5 + A_6}{2}.$$
 (2.44)

Por si só, não é possível avaliar se a tensão centrífuga obtida é satisfatória ou não, uma vez que esta decisão deve ser tomada tendo em conta os dois tipos de tensão.

O segundo tipo de tensão importante nas pás do rotor da turbina é a tensão devido à variação do momento angular dos gases de combustão ao embater nas mesmas. Desta interação é transferida a energia necessária ao funcionamento da turbina, sendo também aplicado um momento nas pás. Devido à forma complexa da pá, é usada a seguinte aproximação para calcular esta tensão:[2]

$$(\sigma_{gb})_{max} \cong \frac{\dot{m}(C_{w5m} + C_{w6m})}{n} \times \frac{H_{56}}{2} \times \frac{1}{zC_r^3},$$
 (2.45)

em que \dot{m} representa o caudal mássico, n representa o número de lâminas, C_{wim} são as "whirl velocities" no diâmetro médio, H_{56} representa a altura média da pá do rotor, C_r é a corda da pá do rotor e finalmente z é o valor mais pequeno para o módulo da secção da raiz de uma lâmina com corda de valor unitário. Tendo em conta que:[2]

$$\dot{m}(C_{w5m} + C_{w6m}) = \dot{m}C_a(\tan \alpha_{5m} + \tan \alpha_{6m})$$
(2.46)

e sabendo que neste projeto, a velocidade axial é constante ao longo do componente e que $\alpha_6 = 0$, temos:[2]

$$(\sigma_{gb})_{max} \cong \frac{mC_a(\tan\alpha_5 m)}{n} \times \frac{H_{56}}{2} \times \frac{1}{zC_r^3}.$$
(2.47)

Mais uma vez, devido ao ângulo de divergência da turbina, H_{56} é dado por:

$$H_{56} = \frac{H_5 H_6}{2}.$$
 (2.48)

Para se obter o valor de z começa-se por calcular o ângulo de *camber* da pá:[2]

$$amber = \beta_{5r} + \beta_{6r}. \tag{2.49}$$

Obtendo este valor, através do gráfico presente na figura 2.8 é possível obter o valor de *B* e *n*:



Figura 2.8 – Gráfico de ângulo de Camber.[2]

Assumindo uma relação entre a espessura da pá e a sua corda (t/c) de 0.2, temos então:[2]

$$z = \frac{1}{R} (10\frac{t}{c})^n.$$
(2.50)

Finalmente, tendo todas as variáveis definidas e com os valores obtidos através dos cálculos feitos durante o projeto, obtém-se o valor da tensão devido à variação do momento angular.

Com os valores dos dois tipos de tensão finalmente definidos, podemos avaliar se os resultados obtidos são satisfatórios ou se ultrapassam os limites desejados. De forma a fazer esta avaliação, para o material usado na construção desta turbina, podemos utilizar o seguinte gráfico:



Figura 2.9 - Gráfico das tensões permissíveis em relação à temperatura.[2]

Como podemos observar na figura 2.9, num eixo do gráfico temos a tensão centrífuga, no outro temos a tensão devido à variação do momento angular. Temos também curvas pertinentes à temperatura

limite metalúrgica da turbina em avaliação. Para o uso correto deste gráfico, devemos marcar os dois tipos de tensão e depois verificar se o ponto onde estes valores se cruzam está dentro da região entre a origem e a curva da temperatura usada no caso em estudo.

Outro fator importante que deve ser estudado é o número de Mach na zona do estator e rotor da turbina. O número de Mach é uma medida adimensional de velocidade que relaciona a velocidade de um objeto ou escoamento com a velocidade do som, nas mesmas condições. Este fator tem uma grande relevância porque valores altos criam condições adversas no escoamento, como por exemplo, formação de ondas de choque. O número de Mach permite então classificar o escoamento dentro da turbina consoante o seu valor. Se Ma < 1, o escoamento será subsónico. Se 0.8 < Ma < 1.2, o escoamento será transónico e poderão começar a surgir problemas no mesmo, como por exemplo, ondas de choque. Se 1.2 < Ma < 5 então o escoamento será supersónico. Tendo isto em conta, o ideal para o bom funcionamento da turbina será manter o número de Mach abaixo dos 0.8 nas zonas 4 e 6 e abaixo de 0.75 na zona 5 na raiz das pás, sendo esta última a zona mais crítica, tipicamente.

De forma a calcular o número de Mach devemos utilizar a seguinte equação:[2]

$$M_i = \frac{c_i}{\sqrt{\gamma_g T_i R}},\tag{2.51}$$

em que C_i representa a velocidade absoluta do escoamento, T_i representa a temperatura do mesmo, R é a constante de gás específica do ar e o γ_g representa o rácio dos calores específicos para os produtos de combustão.

Na turbina existem 3 zonas de interesse no que toca a este fator:

- Entrada do estator da turbina, secção 4

- Entrada do rotor da turbina, secção 5

- Saída do rotor da turbina, secção 6

Imediatamente antes da zona 4 os produtos de combustão são acelerados até à velocidade axial $C_{4a} = C_{5a} = C_{6a}$ e na mesma iniciam a sua expansão no estator. Tipicamente esta é a zona menos crítica pois a expansão ainda não ocorreu, a temperatura é a mesma que na câmara de combustão e a velocidade do som nestas condições é mais elevada, pelo que o número de Mach tem tendência a ser mais baixo que nas secções seguintes.

Temos então:

$$M_4 = \frac{c_4}{\sqrt{\gamma_g T_4 R}}.$$
(2.52)

A secção 5 pelo contrário é normalmente a zona mais crítica e onde os problemas tendem a surgir, devido ao movimento das pás do rotor da turbina, sendo que neste caso para calcular o número de Mach, é necessário usar a velocidade do escoamento em relação às pás da turbina. Mais ainda, uma vez que esta tende a ser a zona crítica, é do interesse de quem projeta determinar o número de Mach não só no meio da pá, mas também na raiz. Isto deve-se ao facto de o descréscimo da temperatura ser maior na zona da raiz, junto com a velocidade do escoamento mais alta neste ponto. Tendo em conta que o número de Mach é propocional à velocidade e inversamente proporcional à raiz da temperatura, entende-se o porquê de esta tender a ser a zona mais crítica.

Para calcular o número de Mach nesta zona, começa-se por determinar a velocidade do escoamento em relação as pás da turbina:[2]

$$V_{5r} = \frac{c_5}{\cos\beta_{5r}},$$
(2.53)

onde β_{5r} é o ângulo de entrada na raiz da pá do rotor. De seguida é necessário calcular a velocidade absoluta, dada por:[2]

$$C_{5r} = \frac{C_5}{\cos \alpha_{5r}},$$
(2.54)

em que α_{5r} é o ângulo de saída na raiz da pá do rotor. O próximo passo será calcular a temperatura do escoamento na zona da raiz, seguindo a equação:[2]

$$T_{5r} = T_{05} - \frac{C_{5r}^2}{2C_{pg}}.$$
(2.55)

Finalmente tendo todos estes valores determinados, podemos calcular o número da Mach na raiz da secção 5:[2]

$$M_{5r} = \frac{V_{5r}}{\sqrt{\gamma_g T_{5r} R}}.$$
 (2.56)

Para determinar os valores no meio e no topo da pá, podem-se usar as seguintes equações, respetivamente:

$$M_5 = \frac{V_5}{\sqrt{\gamma_g T_5 R}} \tag{2.57}$$

e

$$M_{5t} = \frac{V_{5t}}{\sqrt{\gamma_g T_{5t} R}},$$
(2.58)

sendo que para calcular o número de Mach no topo da pá é necessário determinar o valor de V_{5t} e T_{5t} , seguindo os métodos usados na raiz.

Finalmente temos a última secção, a saída do rotor da turbina. Esta secção tem uma grande importância para o funcionamento da turbina porque no caso de o número de Mach ser elevado, ocorrem grandes perdas na tubeira devido à fricção.

Para calcular o valor nesta secção deve-se usar a seguinte equação:

$$M_6 = \frac{c_6}{\sqrt{\gamma_g T_6 R}}.$$
 (2.59)

2.3 Métodos de Cálculo

O método de cálculo utilizado é baseado em bibliografia relativa a turbinas a gás e ao seu funcionamento. Das várias fontes consultadas, o livro Gas Turbine Theory, já referenciado anteriormente no capítulo 1, destaca-se pelo quão completo é e pelo facto de estar escrito com o intuito de compreender e projetar uma turbina a gás. Posto isto, o método de cálculo seguido nesta tese apoia-se quase totalmente nesta obra.

2.3.1 Dados iniciais

Como já foi dito anteriormente, foram definidos vários parâmetros importantes logo desde a fase de projeto inicial. Deste conjunto de variáveis fazem parte medidas e propoções, velocidades e eficiências de componentes. Quanto a medidas e proporções foi definido que o diâmetro exterior seria $\phi_e = 0.3m$, o diâmetro interior da entrada do compressor seria $\frac{\phi_{1i}}{\phi_e} = 0.2$, ou seja, $\phi_{1i} = 0.06m$, o diâmetro exterior da entrada do compressor seria $\frac{\phi_{1e}}{\phi_{e}} = 0.5$, ou seja, $\phi_{1i} = 0.15m$ e finalmente o diâmetro máximo do compressor seria $\frac{\phi_2}{\phi_e} = 0.7$, ou seja, $\phi_2 = 0.21m$. Foi estabelecido também que o ar ambiente teria temperatura $T_a = 288.15K$, pressão $p_a = 101325Pa$ e velocidade $C_a = 0m/s$. No que toca às velocidades, foi definido que a velocidade máxima axial no compressor seria $C_1 = C_{2r} = 150m/s$ enquanto que a velocidade máxima de transporte seria $U_2 = 450 m/s$, a velocidade do escoamento à saida do difusor e até à entrada da câmara de combustão seria $C_3 = 90m/s$ e finalmente foi estabelecido que a velocidade axial ao longo do estator e rotor da turbina seria constante, $C_4 = C_{5a} = C_6$, o que por sua vez significaria que o ângulo de *swirl* fosse $\alpha_6 = 0^\circ$. Em relação aos rendimentos dos componentes, foi estabelecido que a eficiência da admissão seria $\eta_a = 93\%$, o conjunto compressor-difusor teria $\eta_{comp} = 78\%$, a turbina teria um rendimento $\eta_T = 90\%$ com um coeficiente de perda para as lâminas do estator $\lambda_N = 5\%$ e foi também definido que a eficiência da tubeira propulsora seria $\eta_{tub} = 95\%$. Adicionalmente é importante referir que foi considerado que a eficiência da combustão seria η_{comb} = 98% (em termos da percentagem de combustível ignescente), que a perda de carga na câmara de combustão seria aproximadamente $\Delta p_{cc} = 4\%$ e finalmente, que 1% da energia necessária para o funcionamento do compressor seria usada para alimentar os sistemas secundários como a lubrificação, fazendo $\eta_{mec} = 99\%$. Definidos todos os parâmetros limitativos, podemos começar o método de cálculo propriamente dito. O cálculo será dividido por secções, começando à entrada da admissão, zona a, e terminando na saída da tubeira propulsora, zona 7.

2.3.2 Secção a-01



Figura 2.10 – Secção a-01.

Sabendo que não há qualquer tipo de trabalho produzido, as condições do ar ambiente e sabendo que temos $C_a = 0m/s$ e $C_1 = 150m/s$, estamos em condições de calcular todas as propriedades do escoamento em 1. Começa-se por determinar o valor teórico da temperatura na zona 1, através da equação:

$$T_1 = T_a - \frac{C_1^2}{2C_{pa}}.$$
 (2.60)

No entanto, devido à fricção, o valor real será ligeiramente diferente. Tendo em conta o valor da eficiência da admissão, $\eta_a = 93\%$, pode-se calcular o valor real da temperatura em 1 através da expressão:

$$\eta_a = \frac{T_{0a} - T_1}{T_{0a} - T_{1}}.$$
(2.61)

Determinada a temperatura real na zona 1, prossegue-se para o cálculo de p_1 através da equação (2.6). O passo seguinte é o cálculo da pressão de estagnação em 1, p_{01} , que pode ser feito através da equação (2.25). De seguida manipulando a equação (2.1), conseguimos calcular a densidade do escoamento, ρ_1 . É necessário também determinar a área da secção transversal em 1, A_1 , através da equação:

$$A_1 = \frac{\pi}{4} (\phi_{1e}^2 - \phi_{1i}^2). \tag{2.62}$$

Tendo calculados os valores da densidade e da área de passagem, juntamente com C_1 podemos finalmente proceder ao cálculo do valor do caudal de ar por segundo que a turbina permite, através da seguinte equação:

$$\dot{m}_a = \rho_1 C_1 A_1. \tag{2.63}$$

2.3.3 Secções 01-02 e 02-03



Figura 2.11 – Secções 01-02 e 02-03.

As propriedades nestas duas secções dependem inteiramente da capacidade de produção de trabalho do compressor, pelo que será necessário começar por calcular o valor da mesma e as propriedades do escoamento em 3. Devemos então começar por calcular o fator de escorregamento, σ , assumindo que vamos ter n pás (neste caso assume-se 20 pás). O valor de σ é dado pela equação:[2]

$$\sigma = 1 - \frac{0.63\pi}{n}.$$
 (2.64)

De seguida utiliza-se a seguinte igualdade para calcular o valor de T_{03} teórico, assumindo um "power input factor" $\psi = 1.04$:[2]

$$W_{Comp} = \psi \sigma U_2^2 = C_{pa} (T_{03} - T_{01}).$$
(2.65)

Obtendo este valor é possível determinar a pressão de estagnação em 3, através da seguinte expressão:

$$p_{03} = p_{01} \left[1 + \eta_{comp} \left(\frac{T_{03} - T_{01}}{T_{01}} \right) \right]^{\frac{\gamma_a}{\gamma_{a-1}}}.$$
(2.66)

O próximo passo será o cálculo do valor de T_3 usando a expressão:

$$T_3 = T_{03} - \frac{c_3^2}{2c_{pa}}.$$
 (2.67)

Seguido pelo cálculo do valor real de T_{03} , através da equação (2.26). Conhecendo os valores destas variáveis podemos determinar o valor da pressão dinâmica em 3 usando a equação (2.25). Utilizando novamente a equação (2.1) determinamos ρ_3 , que serve depois para, utilizando a equação (2.63) em 3, calcular a área de passagem no difusor. Este valor permite-nos, usando a equação (2.62), determinar o valor do diâmetro interior do difusor, ϕ_{3i} , sendo o próximo passo o cálculo do valor da altura da saída do difusor, H_3 , através da equação:

$$H_3 = \frac{\phi_{3e} - \phi_{3i}}{2}.$$
 (2.68)

O último valor a calcular é o ângulo de divergência das pás do difusor, de forma a não haver separação da camada limite, utilizando:

$$\alpha_D = \frac{360}{n}.\tag{2.69}$$

Com n = 20 o valor de α_D era demasiado elevado pelo que foi decidido que o difusor teria n = 21, finalizando os cálculos relativos a este componente.

Podemos então passar ao projeto do compressor e de seguida ao cálculo das propriedades na secção 1-2, começando por determinar as rotações por segundo a que o compressor estará sujeito, utilizando a expressão:

$$N_C = \frac{U_2}{\pi \phi_2}.$$
 (2.70)

De seguida, é necessário calular dois parâmetros referentes às pás do compressor, $U_{\emptyset} \in \alpha_{\emptyset}$. Estes parâmetros são calculados ao longo das pás em três pontos, raiz, meio e topo, sendo os valores destas distâncias dados por:

Zona

Raiz Ø _r	$\frac{\phi_{1i}}{2}$
Meio ϕ_m	$\frac{\phi_{1e} + \phi_{1i}}{4}$
Topo ϕ_t	$\frac{\phi_{1e}}{2}$

Tabela 2.1 – Cálculo dos pontos de interesse na pá do compressor.

Dimensão

Tendo estas distâncias definidas e sabendo a velocidade angular do compressor, que se obtém convertendo as rotações por segundo para radianos, pode-se calcular U_{\emptyset} para toda a pá utilizando:

$$J_{\emptyset} = \omega r. \tag{2.71}$$

Finalmente calculando α_{ϕ} através da expressão:

$$\alpha_{\emptyset} = \tan^{-1} \frac{c_1}{u_{\emptyset}}.\tag{2.72}$$

Temos toda a informação necessária para o projeto das pás do compressor. Como último passo relativo a este componente, é necessário calcular β_2 , o ângulo entre a velocidade tangencial e absoluta de saída do rotor. Para isto começa-se por determinar a velocidade tangencial através da equação:

$$C_{2w} = \sigma U_2. \tag{2.73}$$

Seguindo-se depois o cálculo do β_2 em si, fazendo:

$$\beta_2 = \tan^{-1} \frac{c_{2r}}{c_{2w}}.$$
 (2.74)

Podemos então passar ao cálculo das propiedades do ar em 2. Começa-se por se assumir que as perdas no conjunto compressor-difusor se distribuem igualmente pelos dois componentes, obtendo então uma perda de 11% em cada, o que significa que obtemos rendimentos $\eta_{rot} = 89\%$ e $\eta_{difusor} = 89\%$.

Utilizando a equação (2.66) para a zona 2, com o rendimento do compressor e com $T_{02} = T_{03}$ (não há qualquer trabalho positivo ou negativo no escoamento de 2-3), podemos calcular p_{02} , seguindose o cálculo de T_2 usando a equação (2.67). Obtendo estes valores podemos calcular a pressão dinâmica em 2 utilizando a equação (2.25), seguindo-se o cálculo da densidade na mesma zona da turbina a gás, manipulando a equação (2.1). Os últimos dois passos consistem no cálculo da área da secção transversal em 2, dada por:

$$A_2 = \frac{\dot{m}_a}{\rho_2 c_{2r}}.$$
 (2.75)

Seguido do cálculo da altura de saída do compressor, H₂, através de:

$$H_2 = \frac{A_2}{\pi \phi_2}.$$
 (2.76)
2.3.4 Secção 03-04



Figura 2.12 – Secção 03-04.

É nesta secção que é injetado o combustível no ciclo da turbina a gás, pelo que faz sentido começar pelos cálculos relativos a este elemento. A quantidade de combustível injetada no escoamento depende inteiramente do aumento de temperatura desejado e do caudal de ar, visto que a mistura deve seguir a razão estequiométrica. Isto significa que o primeiro passo é a definição do aumento de temperatura desejado. No caso da turbina protótipo foi decidido que a temperatura de estagnação à saída da câmara de combustão seria $T_{04} = 1300K$. Isto significa que o aumento de temperatura é dado pela diferença entre a temperatura de estagnação em 4 e a temperatura de estagnação em 3. Usando o valor obtido, é possível, tendo em conta a temperatura de entrada do ar em 3, determinar a quantidade de combustível necessária para obter a temperatura de saída desejada, usando o gráfico presente na figura 2.13.



Figura 2.13 - Rácio combustível/ar para combustão.[2]

No entanto como foi dito antes, o combustível não será consumido na sua totalidade, pelo que, para obtermos o aumento de temperatura requerido, é necessário injetar uma quantidade extra de forma a compensar essa ineficiência. Para calcular o valor real de combustível, recorremos a:

$$f_r = \frac{f}{\eta_{comb}}.$$
(2.77)

De seguida, multiplicando o valor obtido pelo caudal de ar, obtemos o caudal de combustível que entra na turbina a gás, \dot{m}_f , que somando a \dot{m}_a , nos dá o total da mistura de gases, \dot{m}_g .

Tendo a quantidade de combustível calculada, o próximo passo será calcular a quantidade de ar que entra em cada secção da câmara de combustão. Este componente, de forma a garantir uma combustão tão completa quanto possível, deve estar dividido em três partes, cada uma com um caudal de ar específico. Na secção 1 da câmara de combustão é desejável ter uma mistura rica que promove a queima de quase todo o combustível, sendo que o caudal de ar é dado por:

$$\dot{m}_{aI} = \frac{\dot{m}_f}{f_{est}}.$$
(2.78)

Na segunda zona é interessante ter mais ar de forma a conseguir uma combustão mais completa e o caudal adicionado nesta secção é dado por:

$$\dot{m}_{aII} = \frac{\dot{m}_{aI}}{2}.\tag{2.79}$$

Finalmente na terceira zona é adicionado o resto do ar de forma a reduzir a temperatura do escoamento até à temperatura de limite metalúrgico da turbina. O caudal de ar nesta secção é dado por:

$$\dot{m}_{aIII} = \dot{m}_a - \dot{m}_{aII} - \dot{m}_{aI}.$$
 (2.80)

Sabidos os caudais de ar para cada zona, determina-se a área de passagem necessária por secção, através da equação:

$$A_i = \frac{m_{ai}}{\rho_3 c_3}.$$
 (2.81)

O passo seguinte é a definição dos furos para a passagem do ar. Podem ser escolhidos tamanhos fixos ou variáveis, no caso da turbina protótipo foi definido que os furos teriam $\emptyset_{furo} = 5mm$, ao longo de toda a câmara de combustão, sendo esta uma simplificação que não tem em conta a diminuição do caudal ao longo da mesma. Tudo o que resta é o cálculo do número de furos em cada secção, dado por:

$$N^{\circ}_{ifuros} = \frac{A_i}{A_{furo}}.$$
(2.82)

Finalizados os cálculos relativos ao combustível e a divisão do escoamento nas três secções da câmara de combustão, passamos a focar-nos nas propriedades do escoamento à saída deste componente e na entrada do estator da turbina. O primeiro passo é calcular a pressão de estagnação em 4, que é diferente do valor em 3, devido à perda de carga na câmara de combustão. Isto é conseguido através da expressão:

$$p_{0III} = p_{04} = (1 - \Delta p_{cc})p_{03}. \tag{2.83}$$

É importante referir que as propriedades de estagnação são iguais entre a saida da câmara de combustão (zona referida por *III*) e a entrada do estator (zona referida por 4), uma vez que não existe qualquer trabalho fornecido ou retirado ao escoamento nesta transição. Segue-se então o cálculo da temperatura à saída da câmara de combustão, utilizando a equação (2.67), aplicada a esta zona. A velocidade utilizada neste cálculo é definida por quem está a projetar, deve estar entre os 30-60 m/s e depende também do espaço disponível para a câmara de combustão, algo que será analisado posteriormente. No caso da turbina protótipo foi estabelecido $C_{III} = 60 m/s$. Usando os valores obtidos determina-se o valor da pressão dinâmica nesta secção, fazendo:

$$p_{III} = p_{0III} \left(\frac{T_{III}}{T_{0III}} \right)^{\frac{T_g}{\gamma_{g-1}}}.$$
(2.84)

Mais uma vez, através da manipulação da equação (2.1), determina-se a densidade à saída da câmara de combustão. O próximo passo é a definição do diâmetro interior e exterior da câmara de combustão. Foi estabelecido que para permitir a circulação do ar, deveria haver uma folga de no mínimo 1cm entre as paredes da câmara de combustão e as circundantes. Isto significa que o raio exterior do componente seria no máximo $r_{CCext} = 14cm$, com o raio interior definido pelas propriedades do escoamento, calculado através da equação:

$$C_{III} = \frac{\dot{m}_g}{\rho_{III} \pi (r_{CCe}^2 - r_{CC}^2)}.$$
 (2.85)

Com os raios da coroa circular definidos, tudo o que resta é calcular o comprimento de cada secção da câmara de combustão, começando por calcular a flutuação da velocidade instantânea relacionada com a turbulência presente no escoamento, dada por:[21]

$$u' = \frac{c_{III}}{4}.$$
 (2.86)

Seguindo-se o cálculo da velocidade de propagação da chama, através de:[21]

$$S_b = 0.36 \left(1 + 1.5 \frac{u'}{0.36} \right). \tag{2.87}$$

Tendo o valor da velocidade de expansão da chama, calcula-se a altura da câmara de combustão (diferença entre os dois raios) e determina-se o tempo que a chama demora a completar a sua expansão radialmente, utilizando a equação:

$$\Delta t = \frac{H_{CC}}{2S_b},\tag{2.88}$$

em que H_{cc} representa a altura radial da câmara de combustão. Sabendo o intervalo de tempo, para determinar o comprimento de cada secção do componente basta apenas multiplicar este valor pela velocidade axial do escoamento dentro do componente, ou seja:

$$L_{seccão} = \Delta t. C_{III}.$$
(2.89)

2.3.5 Secções 04-05-06



Figura 2.14 - Secções 04-05 e 05-06.

O primeiro passo para o cálculo e projeto da turbina é a determinação do trabalho necessário para o funcionamento do compressor, uma vez que este é alimentado exclusivamente pela turbina. O trabalho necessário para o funcionamento do compressor é dado por:

$$\dot{W}_{C} = \dot{m}_{a}C_{pa}(T_{03} - T_{01}).$$
 (2.90)

Enquanto que o trabalho produzido pela turbina é:

$$\dot{W}_T = \dot{m}_g C_{pg} (T_{04} - T_{06}). \tag{2.91}$$

Igualando as duas expressões e tendo em conta que a turbina tem que fornecer energia aos sistemas secundários também, que neste caso são representados pela eficiência mecânica, obtemos:

$$\dot{W}_T = \frac{\dot{W}_C}{\eta_{mec}}.$$
(2.92)

Desta igualdade é retirado o valor teórico da temperatura de estagnação em 6, T_{06} . Para determinar o valor real, utiliza-se:

$$T'_{06} = T_{04} - \frac{1}{\eta_T} (T_{04} - T_{06}).$$
(2.93)

Este valor é em seguida utilizado para calcular a pressão de estagnação em 6, através da equação (2.25). O passo seguinte é o processo iterativo de cálculo do diâmetro médio da turbina. O diâmetro médio da turbina está intimamente relacionado com o grau de reação, um fator extremamente importante no que toca ao projeto de turbinas. Ao longo da turbina há uma queda de entalpia devido à expansão dos gases. O grau de reação Λ indica a fração da queda de entalpia que ocorre no rotor e por consequência, no estator. Por exemplo, quando $\Lambda = 0$, toda a expansão ocorre no estator, enquanto que se $\Lambda = 0, 5$, temos metade da queda no estator e outra metade no rotor. É razoável assumir que o processo é mais eficiente se a queda de pressão for dividida entre o estator e o rotor, pelo que foi considerado desejável obter um grau de reação tão próximo de 0,5 quanto possível. Daí vem o facto de o processo de cálculo do diâmetro da turbina ser iterativo, visto que diferentes diâmetros médios da turbina levarão a graus de reação diferentes, para o mesmo diâmetro exterior da turbina a gás. O primeiro passo neste processo é a escolha arbitrária de um valor para o diâmetro médio da turbina, \emptyset_m . Segue-se o cálculo da velocidade de transporte, dada por:

$$U_m = \pi \phi_m N_T, \tag{2.94}$$

em que N_T representa as rotações por segundo do rotor da turbina, que correspondem ao mesmo valor que o rotor do compressor. O próximo passo é o cálculo do coeficiente de caudal, φ . O valor deste coeficiente deve estar sempre entre zero e um, sendo calculado pela equação:[2]

$$\varphi = \frac{c_a}{u_m},\tag{2.95}$$

onde C_a representa a velocidade axial na turbina. Segue-se o cálculo do coeficiente de salto entálpico, Ψ . Este coeficiente está relacionado com a descida de temperatura por andar de turbina. Neste caso como a turbina só tem um andar, a descida de temperatura por andar é equivalente a descida de temperatura total, correspondendo à diferença entre T_{04} e T_{06} e representada por $\Delta T'_{0s}$. A expressão para calcular este coeficiente é:[2]

$$\Psi = \frac{2C_{pg}\Delta T'_{0s}}{U_m}.$$
(2.96)

Neste ponto já estão calculados quase todos os dados necessários para determinar o grau de reação da turbina, ficando a faltar β_6 , dado pela equação:[2]

$$\tan\beta_6 = \tan\alpha_6 + \frac{1}{\varphi}.\tag{2.97}$$

Há que ter em atenção que, como foi dito anteriormente, $\alpha_6 = 0^\circ$. Posto isto prossegue-se para o cálculo do grau de reação, utilizando a equação:[2]

$$\Lambda = \frac{1}{2} \left(2\varphi \tan \beta_6 - \frac{\psi}{2} \right).$$
 (2.98)

Após o cálculo, é importante verificar e analisar o valor do grau de reação obtido. Se for suficientemente próximo do desejado, prossegue-se, caso contrário, deve-se escolher outro diâmetro médio da turbina e voltar a realizar os passos anteriores. No caso de o grau de reação obtido ser o desejado, é necessário calcular o valor de β_5 . O valor deste ângulo é obtido através de:[2]

$$\tan \beta_5 = \frac{1}{2\varphi} (\frac{\Psi}{2} - 2\Lambda).$$
 (2.99)

Seguindo-se o cálculo de α_5 , o ângulo da pá de entrada, usando:[2]

$$\tan \alpha_5 = \tan \beta_5 + \frac{1}{\varphi}.\tag{2.100}$$

Definido o diâmetro médio da turbina, assim como os ângulos médios das pás, o passo seguinte é a construção dos triângulos de velocidade da turbina, que está ilustrada na figura 2.15:



Figura 2.15 – Ilustração da construção dos triângulos de velocidade da turbina.[2]

Construídos os triângulos de velocidade, o próximo passo é o cálculo das propriedades do escoamento em 4, à entrada do estator. Já sabendo, devido a cálculos anteriores, o valor da pressão e temperatura de estagnação nesta zona, interessa calcular os valores dinâmicos dessas variáveis.

Começando pelo cálculo da temperatura dinâmica, usando a equanção (2.67) aplicada a esta zona, tendo em conta que a velocidade do fluido, C_4 , corresponde à velocidade axial do escoamento na turbina e é constante ao longo da mesma. Segue-se o cálculo da pressão dinâmica, utilizando a equação (2.25), que nos permite, através da equação (2.1) calcular a densidade do escoamento em 4. Sabendo todas as propriedades do escoamento nesta zona, só falta o cálculo da área da secção transversal em 4, dada por:

$$A_4 = \frac{m_g}{\rho_4 C_4}.$$
 (2.101)

Entre o estator e o rotor temos a zona 5. Nesta transição entre os dois componentes, a velocidade axial do escoamento mantém-se, no entanto a velocidade absoluta é diferente devido à interação dos produtos de combustão com as pás do estator e do rotor. Comecemos então por calcular este valor, dado por:

$$C_5 = \frac{C_{5a}}{\cos \alpha_5}.$$
 (2.102)

Segue-se o cálculo do valor teórico da temperatura dinâmica em 5, tendo em conta que $T_{05} = T_{04}$, utilizando:

$$T_5 = T_{05} - \frac{c_5^2}{2c_{pg}}.$$
 (2.103)

No entanto como foi mencionado anteriormente, existem perdas devido à interação do escoamento com as lâminas, pelo que o valor real da temperatura é dado por:[2]

$$\lambda_N = \frac{T_5 - T'_5}{\frac{C_5^2}{2C_{pq}}}.$$
(2.104)

Tendo estas propriedades determinadas, segue-se o cálculo da pressão em 5, com a expressão:

$$\frac{p_{04}}{p_5} = \left(\frac{T_{04}}{T_{f_5}}\right)^{\frac{r_g}{\gamma_g - 1}}.$$
(2.105)

Faltando só determinar ρ_5 utilizando a equação (2.1) e finalmente a área da secção transversal em 5, fazendo:

$$A_5 = \frac{\dot{m}_g}{\rho_5 C_{5a}}.$$
 (2.106)

Segue-se a zona 6. Esta secção é muito semelhante à zona 4, pelo que as propriedades do escoamento são obtidas exatamente da mesma forma, com a mesma ordem e equações, usando as variáveis pertinentes a 6. Sabendo todas as propriedades do escoamento de 4-6, o próximo passo é a construção de duas tabelas muito importantes para o projeto da turbina, começando pela tabela das dimensões de cada secção:

ZONA	4	5	6
$A[m^2]$	A4	A_5	A ₆
<i>H</i> [<i>m</i>]	$H_4 = \frac{A_4}{\pi \phi_m}$	$H_5 = \frac{A_5}{\pi \phi_m}$	$H_6 = \frac{A_6}{\pi \phi_m}$
r_t	$r_{t4} = \frac{\phi_m + H_4}{2}$	$r_{t5} = \frac{\phi_m + H_5}{2}$	$r_{t6} = \frac{\phi_m + H_6}{2}$
r_r	$r_{r4} = \frac{\phi_m - H_4}{2}$	$r_{r5} = \frac{\phi_m - H_5}{2}$	$r_{r6} = \frac{\phi_m + H_6}{2}$

Em que A é a área de passagem do fluído em cada secção, H é a altura de passagem, r_t é o raio no topo da lâmina e r_r é o raio na raiz da lâmina. Segue-se a segunda tabela, onde estão representados os ângulos das pás do estator e do rotor:

Tabela 2.3 – Ângulos das pás do rotor e do estator da turbina.

	α_5	$\boldsymbol{\beta}_5$	α_6	$\boldsymbol{\beta}_{6}$
TOPO	$\tan \alpha_{t5} = \frac{r_m}{r_{t5}} \tan \alpha_{5m}$	$\tan \beta_{t5} = \frac{r_m}{r_{t5}} \tan \alpha_{5m} - \frac{r_{t5}}{r_m} \frac{U_m}{C_a}$	0	$\tan \beta_{t6} = \frac{r_m}{r_{t6}} \tan \alpha_{6m} - \frac{r_{t6}}{r_m} \frac{U_m}{C_a}$
MEIO	α_{5m}	β_{5m}	0	β_{6m}
RAIZ	$\tan \alpha_{r5} = \frac{r_m}{r_{r5}} \tan \alpha_{5m}$	$\tan \beta_{r5} = \frac{r_m}{r_{r5}} \tan \alpha_{5m} - \frac{r_{r5}}{r_m} \frac{U_m}{C_a}$	0	$\tan \beta_{r6} = \frac{r_m}{r_{r6}} \tan \alpha_{6m} - \frac{r_{r6}}{r_m} \frac{U_m}{C_a}$

Mais uma vez, as propriedades com índice t referem-se à zona do topo da pá e o índice r referese à zona da raiz da pá. Os ângulos médios presentes nesta tabela são os calculados durante o processo iterativo de cálculo do diâmetro médio da turbina. A propriedade referida por r_m é o raio médio da turbina. O passo seguinte é o cálculo do comprimento do estator e rotor, assim como da folga ótima entre os dois. Começando então pelo comprimento do estator, dado por:

$$w_{45} = \frac{r_{t5} - r_{t4}}{\tan \theta}.$$
 (2.107)

Em que θ é o ângulo de divergência escolhido para a turbina, que podemos observar na figura 2.16:



Figura 2.16 – Representação do ângulo de divergência.

Neste projeto foi estabelecido desde o início que a velocidade axial dos gases de mistura se manteria constante ao longo da turbina (componente). Tendo em conta que ocorre a expansão dos gases, a solução é a introdução deste ângulo tanto no estator como na turbina. Quando se definiu o seu valor, houve dois fatores importantes a considerar. Em primeiro lugar, não poderia ser demasiado elevado, de forma a evitar a separação da camada limite. Em segundo lugar, um ângulo mais elevado significa que esta expansão ocorre ao longo de uma distância menor, o que significa componentes de menor dimensão e portanto um produto final mais leve. Isto significa que o ideal seria escolher o ângulo mais alto possível mas que não tivesse qualquer risco de separação da camada limite. Tendo isto em conta, foi escolhido $\theta = 10^{\circ}$. O próximo passo será o cálculo do comprimento do rotor da turbina, através da equação:

$$w_{56} = \frac{r_{t6} - r_{t5}}{\tan \theta}.$$
 (2.108)

E finalmente o cálculo da folga entre os dois componentes, utilizando:

$$f_5 = 0.25(w_{45} + w_{56}). \tag{2.109}$$

Calculadas praticamente todas as dimensões e ângulos da turbina, estamos agora em condições para desenhar as pás do estator e do rotor e determinar as duas últimas dimensões desconhecidas, a corda das pás de cada um dos componentes. Comecemos pelo desenho das pás do estator, explicado na figura 2.17:



Figura 2.17 – Ilustração do desenho das pás do estator.[21]

O primeiro passo para o desenho das pás do estator é desenhar duas linhas retas horizontais a uma distância W_{45} . De seguida é marcado um segmento de reta vertical auxiliar. O ponto onde o segmento auxiliar e a reta horizontal inferior se cruzam será conhecido como a origem. O passo seguinte é o desenho de um segmento de reta com um ângulo α_5 em relação ao segmento auxiliar, que na figura está a verde, procedido de outro segmento de reta a 90° deste último. O segmento a azul deve ser medido, digamos que obtemos um comprimento R. O passo seguinte é o desenho de um segmento de reta horizontal, de comprimento R. Finalmente, ligando a extremidade do último segmento com a origem, obtemos a corda das pás do estator.

Com o estator finalizado, prosseguimos para o rotor, explicado na figura 2.18:



Figura 2.18 – Ilustração do desenho das pás do rotor. [21]

Mais uma vez o primeiro passo é o desenho de duas retas horizontais, desta vez à distância W_{56} . De seguida marca-se um segmento de reta vertical auxiliar. O ponto onde o segmento auxiliar e a reta horizontal inferior se cruzam será conhecido como a origem. De seguida, partindo da origem, marca-se um segmento de reta que faz um ângulo β_6 com a reta inferior. Chamemos R₁ a este segmento. O próximo passo é o desenho de uma semi-reta, partindo do ponto onde a reta amarela (auxiliar) se cruza com a linha horizontal superior. Esta semi-reta fará um ângulo β_5 com a reta horizontal superior e será conhecida como R₂. O próximo passo será medir as semi-retas R₁ e R₂, até ao ponto onde se cruzam (identificado neste caso pelo X). No caso de o comprimento dos dois segmentos ser diferente, devem-se marcar linhas paralelas a R₁ e ir medindo os seus comprimentos até encontrar o ponto em que R₁=R₂. Quando este ponto for encontrado, deve-se marcar um segmento de reta desde o ponto onde a linha amarela se cruza com a reta horizontal superior até à origem do segmento paralelo a R₁ que permitiu igualdade de comprimentos. Este último segmento de reta será a corda do rotor da turbina. Posto isto só resta determinar o número de pás presentes no estator e no rotor. Foi estabelecido que o espaçamento ótimo para o estator seria:[2]

$$S_{ont} = 0.81.C_s$$
 (2.110)

e o número de pás no estator seria:

$$n_{p\acute{a}s} = \frac{2\pi r_m}{S_{opt}}.$$
(2.111)

Por sua vez o espaçamento no rotor é dado por:[2]

$$S_{opt} = 0.81. C_r$$
 (2.112)

Sendo o número de pás no rotor obtido através da equação (2.111), utilizando no entanto o espaçamento do rotor.

2.3.6 Secção 06-07



Figura 2.19 - Secção 06-07.

A secção 6-7 é constituída pela tubeira propulsora, o último componente no ciclo da turbina a gás. A função da tubeira é acelerar os produtos de combustão e através do escape para o meio ambiente, produzir impulso. Nesta secção é possível a existência de ondas de choque, pelo que se deve começar por verificar essa possibilidade, utilizando a equação seguinte para obter a relação entre p_{06} e a pressão de choque, p_c :[2]

$$\frac{p_{06}}{p_c} = \frac{1}{\left[1 - \frac{1}{\eta_{tub}} \left(\frac{\gamma_g - 1}{\gamma_g + 1}\right)\right]^{\frac{\gamma_g}{\gamma_g - 1}}}$$
(2.113)

e verificando depois se:

$$\frac{p_{06}}{p_a} > \frac{p_{06}}{p_c}.$$
(2.114)

No caso de esta desigualdade se verificar, confirmam-se as ondas de choque no escape e as propriedades do escoamento são calculadas da seguinte forma: Pressão à saída, p_7 , dada por:

$$p_7 = p_c = p_{06} \frac{1}{\frac{p_{06}}{p_c}}.$$
(2.115)

A temperatura em 7 obtida através de:

$$T_7 = T_c = \frac{2}{\gamma_g + 1} T_{06}.$$
 (2.116)

A velocidade do escoamento é calculada fazendo:

$$C_7 = \sqrt{\gamma_g T_c R}.$$
(2.117)

A densidade é igual a:

$$\rho_7 = \frac{p_7}{RT_7}.$$
 (2.118)

Obtemos a área de saída, A7, através de:

$$A_7 = \frac{\dot{m}_g}{\rho_7 C_7}.$$
 (2.119)

Utilizando o valor de A_7 obtemos o diâmetro de saída:

$$\phi_7 = \sqrt{\frac{4A_7}{\pi}}.$$
 (2.120)

Finalmente calculamos a força de impulso produzida usando a equação:

$$F_{impulso} = \dot{m}_g (C_7 - C_a) + A_7 (p_7 - p_a).$$
(2.121)

No entanto, é possível que para temperaturas limite mais baixas, a condição de choque descrita em (2.114) não se verifique, o que altera os valores acima mencionados e também como se calculam. Neste caso p_7 será igual a p_a , T_7 será determinado pela seguinte equação:

$$T_7 = T_{06} - \eta_{tub} T_{06} \left[1 - \left(\frac{1}{p_{06}/p_a} \right)^{\frac{\gamma_g - 1}{\gamma_g}} \right].$$
(2.122)

A velocidade do escoamento será:

$$C_7 = [2C_{pg} (T_{06} - T_7)]^{\frac{1}{2}}.$$
(2.123)
E finalmente a força de impulso obtida é dada por:

$$F_{impulso} = \dot{m}_q (C_7 - C_a).$$
 (2.124)

3 Resultados

3.1 Análise da turbina a gás protótipo

Para avaliar corretamente os efeitos das várias alterações que serão feitas na máquina ao longo deste trabalho é necessário começar por analisar a fundo a turbina protótipo, de forma a entender por completo o seu funcionamento e ao mesmo tempo construir um modelo de controlo. Este modelo de controlo servirá de base de comparação quando se avaliar as consequências de cada alteração feita no motor, permitindo retirar conclusões sobre os seus efeitos.

Com a turbina protótipo finalizada, o primeiro fator estudado foi o efeito da variação da temperatura máxima à entrada do estator da turbina, T_{04} , na força de impulso. Foi decidido no início do projeto do motor que o valor desta variável seria $T_{04} = 1300K$, sendo este o valor mais elevado que se pode utilizar em pás não refrigeradas feitas a partir da liga Ni-Cr-Co, usada convencionalmente nestes componentes. Isto significa que os restantes valores utilizados no estudo seriam necessariamente inferiores, tendo sido escolhidos $T_{04} = 1000K$, $T_{04} = 1100K$ e $T_{04} = 1200k$, juntamente com o valor inicial. Na figura 3.1 podemos observar os resultados obtidos:



Figura 3.1 – Variação da força de impulso com T_{04} .

Como seria de esperar, valores mais elevados de T_{04} implicam mais combustível injetado na turbina a gás e portanto, uma maior força de impulso. É de notar no entanto que apesar de cada aumento de temperatura levar a uma maior força de impulso, os ganhos tornam-se menores com valores mais elevados, por exemplo, a diferença entre 1100 e 1000K são 164,83N, enquanto que a diferença entre 1300 e 1200K são 136,52N.

O próximo fator a estudar serão as tensões acumuladas nas pás da turbina para os quatro valores de T_{04} utilizados no estudo anterior. Como foi referido anteriormente, estas sofrem maioriatariamente dois tipos de tensão, a tensão centrífuga devido à rotação, σ_{ct} , e a tensão devido à variação do momento

angular do escoamento, σ_{gb} . Interessa que os valores destas tensões sejam baixos, uma vez que se procura uma vida útil tão longa quanto possível e este é um dos componentes críticos no que toca à durabilidade da turbina a gás. Começando então pela tensão centrífuga, σ_{ct} , podemos observar os resultados obtidos na figura 3.2:



Figura 3.2 – Variação da tensão centrífuga com T_{04} .

O aumento de T_{04} leva a que a área das pás da turbina seja maior, o que provoca uma maior tensão centrífuga nas mesmas. Podemos então concluir que o valor de σ_{gb} aumenta com temperaturas mais elevadas.

Como referido anteriomente, estas tensões não devem ser avaliadas individualmente pelo que não se podem tirar mais conclusões relativas à tensão centrífuga sem primeiro estudar a tensão devido à variação do momento angular do escoamento. Mantendo tudo o resto igual, temperaturas mais elevadas geralmente têm como consequência pás do rotor com maior altura e menor corda, pelo que é de esperar que mais uma vez, temperaturas mais elevadas levem a maiores valores no que toca a esta tensão.



Os resultados obtidos neste estudo podem ser observados na figura 3.3:

Figura 3.3 - Variação da tensão devido à variação do momento angular com T_{04} .

Como previsto temperaturas mais elevadas levam a que a tensão devido à variação do momento angular presente nas pás da turbina adquira maiores valores. Uma vez que já obtivemos os valores dos dois tipos de tensões para as várias temperaturas podemos finalmente analisar as suas consequências no motor. Para isto devemos marcar no gráfico das tensões permissíveis os conjuntos de tensões obtidos para cada temperatura e analisar a posição dos pontos obtidos relativamente à curva de cada temperatura. Os resultados serão apresentados na figura 3.4:



Figura 3.4 – Tensões permissíveis para várias temperaturas. Adaptado de [2]

Olhando para o gráfico, facilmente podemos concluir que, dadas as proporções atuais e se $T_{04} = 1300K$, as tensões concentradas nas pás do rotor da turbina serão demasiado elevadas para garantir um funcionamento correto ao longo de 10000 horas de vida útil. No entanto, tanto para $T_{04} = 1200K$ como para as temperaturas abaixo desta as tensões já apresentam valores bastante aceitáveis. Podemos então concluir que para um funcionamento correto e de forma a obter uma vida útil tão longa quanto possível, a turbina protótipo deve funcionar com $T_{04} = 1200K$.

Após a análise das tensões nas pás do rotor da turbina, será verificado o número de Mach nas várias secções da turbina para as quatro temperaturas.



Figura 3.5 – Secções 4, 5 e 6 da turbina a gás.

Na figura podemos observar, numeradas, as várias secções da turbina (componente). Em 4 temos a entrada para o estator, em 5 a transição entre o estator e o rotor e em 6 a saída do rotor/entrada para a tubeira. Será importante fazer a verificação do número de Mach porque se este for superior a 0,75, podem começar a surgir problemas como ondas de choque no escoamento. A zona crítica na maioria dos casos será a zona 5, particularmente na raiz das pás do rotor, onde a velocidade do escoamento é maior e a temperatura é mais baixa. Tendo isto em conta, foram feitos os cálculos do número de Mach para as várias temperaturas:

Tabela 3.1 – 1	Número d	e Mach na	as secções	4, 5	e 6.
----------------	----------	-----------	------------	------	------

T[K]	\mathbf{M}_4	M_{5R}	\mathbf{M}_{6}
1300	0,32	0,37	0,34
1200	0,34	0,39	0,36
1100	0,35	0,40	0,38
1000	0,37	0,42	0,40

Como se pode observar na tabela, nenhum dos valores está perto do valor limite de 0,75, pelo que não há risco de ondas de choque. Outro facto importante que deve ser referido é que temperaturas mais altas levam a números de Mach mais reduzidos, pelo que este fator será mais constrangedor quando se projetar a turbina para temperaturas mais baixas, o que é evidenciado pelos gráficos presentes nas figuras 3.6, 3.7 e 3.8:



Figura 3.6 – Número de Mach na secção 4.



Figura 3.7 – Número de Mach na secção 5.



Figura 3.8 – Número de Mach na secção 6.

Podemos concluir então que para as proporções e temperaturas utilizadas até aqui, o número de Mach não apresentará qualquer problema em qualquer das secções da turbina.

Finalmente resta estudar as dimensões da câmara de combustão para completar a análise da turbina protótipo.





Na figura 3.9 estão presentes todas as dimensões relevantes do tubo de chama, excepto as dos furos para a admissão do escoamento. O comprimento, simbolizado por *3L* (uma vez que é a soma do comprimento de cada uma das três secções do componente) não terá qualquer influência no funcionamento da turbina a não ser através do peso, pelo que não será relevante estudar neste momento. No entanto as dimensões \emptyset_{CCi} e \emptyset_{CCe} dependem tanto de T_{04} como da velocidade do escoamento na câmara de combustão, C_{III} , além de estarem limitadas pelo espaço disponível devido ao diâmetro máximo definido, \emptyset_e . Tudo isto leva à necessidade de estudar estas dimensões e as suas tendências ao longo de várias temperaturas.

Para permitir um fluxo de ar correto, foi decidido que as paredes da câmara de combustão estariam no mínimo a 1cm de distância de qualquer outro objeto, evitando assim obstruções ou anomalias no fluxo. Isto significa que $\emptyset_{CCe} \le 0.28m$ e que $\emptyset_{CCi} \ge 0.08m$ (devido ao veio que tansmite o trabalho da turbina para o compressor). Para simplificar o estudo e visto que na realidade estas dimensões dependem, acima de tudo, da altura requerida para a expansão dos gases de combustão dentro da câmara, H_{CC} , estabeleceu-se que $\emptyset_{CCe} = 0.28m$ e que \emptyset_{CCi} seria definido através da equação:

$$\phi_{CCi} = \phi_{CCe} - 2 \times H_{CC} \tag{3.1}$$

Como foi referido no capítulo 2, no início considerou-se $C_{III} = 60m/s$, no entanto este estudo será feito para velocidades de 45 e 30m/s também, de forma a perceber quais os efeitos provocados pela alteração desta variável. Feito o estudo obtiveram-se os seguintes resultados, começando com $C_{III} = 60m/s$:



Figura 3.10 – Diâmetro interior do tubo de chama com $C_{III} = 60m/s$.

Como podemos observar na figura 3.10, a altura da câmara de combustão aumenta (quase) linearmente com a temperatura. Outra conclusão importante é que com esta velocidade, ϕ_{CCi} está bastante longe do seu mínimo de 0,08m, ou seja, existe bastante espaço disponível nesta secção da turbina a gás.

Segue-se o mesmo estudo mudando apenas a velocidade do escoamento na câmara de combustão, desta vez para $C_{III} = 45m/s$. Os resultados podem ser observados na figura 3.11:



Figura 3.11 – Diâmetro interior do tubo de chama com $C_{III} = 45m/s$.

Repetem-se os resultados do estudo anterior, com a altura da câmara de combustão a aumentar com o aumento de temperatura. No entanto para $T_{04} = 1300K$ o diâmetro inferior já é $\emptyset_{CCi} = 0,116m$, o que começa a ser próximo do limite mínimo para este valor de 0,08m, levando a crer que pelo menos para esta temperatura, provavelmente não será viável uma velocidade do escoamento na câmara de combustão de 30m/s. Esta noção é confirmada pelos resultados do estudo relativo a este valor. Fazendo os cálculos chegou-se à conclusão que para temperaturas de 1300, 1200 e 1100K não é possível projetar uma câmara de combustão para esta máquina, porque o espaço disponível não é suficiente, obtendo valores inferiores a zero. A única temperatura limite que permite o projeto da câmara de combustão com esta velocidade é $T_{04} = 1000K$, com o diâmetro inferior $\emptyset_{CCi} = 0,032m$. Este valor é no entanto inferior ao limite mínimo estabelecido, não permitindo uma folga adequada para o fluxo do ar, pelo que não poderá ser aceite.

Findo o estudo da câmara de combustão, podemos concluir que para velocidades do escoamento na câmara de combustão $C_{III} = 45 \text{ m/s}$ e $C_{III} = 60 \text{ m/s}$, não existe qualquer restrição colocada pelo espaço disponível ou pela área necessária para o funcionamento correto deste componente, uma vez que o limite mínimo nunca é ultrapassado. No entanto com $C_{III} = 30 \text{ m/s}$ apenas é possível projetar a câmara de combustão para $T_{04} = 1000K$ e mesmo nesse caso o limite mínimo não é respeitado, pelo que a utilização deste valor no projeto não é de todo viável.

Foi decidido por uma questão de poupança de peso, que se usaria $C_{III} = 60 m/s$, uma vez que esta velocidade mais alta permite um tubo de chama bastante mais curto, economizando peso através da redução de comprimento da turbina a gás, como evidenciado pela figura 3.12:



Figura 3.12 – Comprimento do tubo de chama.

Olhando para o gráfico facilmente se percebe que o aumento da velocidade leva a um comprimento menor do tubo de chama e olhando para a tabela, o resultado final mostra uma diferença de 0.087m entre o comprimento total para as duas velocidades, o que será bastante significativo para uma miniturbina com este diâmetro.

Cumprido o objetivo de analisar a turbina a gás protótipo e o seu funcionamento, chegou-se à conclusão que o projeto inicial com $T_{04} = 1300K$ não seria exequível devido às tensões acumuladas nas pás, arriscando-se uma vida útil demasiado curta. No entanto os valores estão bastante próximos do aceitável pelo que será interessante estudar os efeitos que as alterações na turbina podem provocar para esta temperatura. Por outro lado foi possível perceber que quando $T_{04} = 1200K$, apesar de a força de impulso obtida ser ligeiramente inferior, todos os restantes valores, desde tensões acumuladas nas pás até ao número de Mach nas várias secções, são bastante aceitáveis. Posto isto, não faz qualquer sentido continuar a investigar o funcionamento da turbina a gás com temperaturas inferiores, pelo que daqui para a frente as temperaturas limite de 1000 e 1100K não têm interesse.

Foi investigado também o efeito da velocidade do escoamento na câmara de combustão e chegouse à conclusão que para $C_{III} = 45 \text{ m/s}$ e $C_{III} = 60 \text{ m/s}$ não há qualquer restrição em termos de espaço disponível, o que significa que é possível escolher uma destas velocidades e projetar o componente sem qualquer problema. Tendo em conta o propósito deste motor, propulsão aérea, foi escolhido $C_{III} = 60 \text{ m/s}$, de forma a reduzir o peso total da miniturbina a gás. Esta escolha resultou, para $T_{04} = 1200K$, nas dimensões apresentadas na figura 3.13:



Figura 3.13 – Dimensões da câmara de combustão para 1200K.

É importante referir que com o intuito de centrar a câmara de combustão relativamente à turbina (componente), a folga entre $\phi_e \in \phi_{CCe}$ foi aumentada para 2cm.

Seguindo o mesmo método, para $T_{04} = 1300K$, foram obtidas as dimensões presentes na figura 3.14:



Figura 3.14 – Dimensões da câmara de combustão para 1300K.

Aplicando as conclusões a que se chegou até aqui e utilizando essa informação para modificar a turbina protótipo, chegamos às turbinas denominadas "Geometria 0" e "Geometria 1" ou G0 e G1 respetivamente, que serão o ponto de comparação para os resultados obtidos daqui em diante. A turbina G0 será baseada na turbina protótipo, cujo processo de projeto foi explicado no capítulo 2, no entanto a temperatura limite será $T_{04} = 1200K$, com todas as alterações que esse fator implica, nomeadamente a nivel da câmara de combustão, turbina e tubeira. Por sua vez G1 será igual à turbina protótipo com $T_{04} = 1300K$. Uma vez que todas as alterações feitas à turbina serão nas secções 4, 5 e 6, as dimensões destas secções, assim como os ângulos das pás da turbina de cada geometria serão apresentadas na figuras seguintes, começando por G0 na figura 3.15:



Figura 3.15 – Dimensões das secções 4, 5 e 6, juntamente com ângulos das pás da G0.

Na figura estão presentes os valores das dimensões H_4 , H_5 , H_6 , w_{45} , f_5 e w_{56} , assim como os ângulos das pás da turbina G0. De seguida serão apresentados os valores para a turbina G1, na figura 3.16:



Figura 3.16 – Dimensões das secções 4, 5 e 6, juntamente com ângulos das pás da G1.

Com as duas geometrias base completamente definidas e com um entendimento mais abrangente do funcionamento do motor, estamos em condições de começar a estudar os efeitos das alterações das proporções da turbina, começando pela variação da velocidade axial da nas secções 4, 5 e 6.

3.2 Efeitos da variação da velocidade axial na turbina

A primeira alteração feita nas geometrias base foi a variação da velocidade axial do escoamento nas secções 4, 5 e 6. O valor desta variável define a área de passagem dos produtos de combustão na turbina, ou seja, será necessário alterar H_4 , H_5 e H_6 para obter a velocidade desejada. Isto significa que no caso de, por exemplo, se querer aumentar a velocidade axial, torna-se necessário diminuir o valor destas dimensões, de modo a diminuir a área de passagem e assim provocar um aumento de velocidade no escoamento. Tendo em conta que estas dimensões e a altura das pás (tanto do estator como do rotor) estão diretamente relacionadas, é previsível que estas alterações surtam efeitos não só ao nível do número de Mach mas também ao nível das tensões acumuladas nas pás da turbina. O valor da velocidade axial tanto na G0 como G1 é $C_a = 225m/s$ e inicialmente foram projetadas as seguintes geometrias com base na G0:



Figura 3.18 - Dimensões das secções 4, 5 e 6, juntamente com ângulos das pás da G0-2.



Figura 3.19 - Dimensões das secções 4, 5 e 6, juntamente com ângulos das pás da G0-3. Finalmente G0-4 com $C_a = 425m/s$, representada na figura 3.20:



Figura 3.20 – Dimensões das secções 4, 5 e 6, juntamente com ângulos das pás da G0-4.

 $\beta_5[^\circ]$

-5,77

1,34

8,87

α₆[°]

0

0

0

 $\beta_6[^\circ]$

47,53

45,24

42,75

Olhando para as dimensões e tabelas e comparando os valores obtidos, facilmente se chega á conclusão que a variação da velocidade axial na turbina provoca grandes alterações ao nível das dimensões obtidas. Por exemplo, para G0-1 temos $H_4 = 0,0229m$ enquanto que para G0-4 temos $H_4 = 0,0097m$, ou seja, o valor desta altura desceu para menos de metade. É importante notar que os ângulos das pás também são bastante diferentes de geometria para geometria.

Os valores das velocidades foram escolhidos partindo da velocidade axial de G0, com decrementos ou incrementos de 75m/s excepto no caso da G0-4. Para esta geometria $C_a = 450m/s$ não funcionaria uma vez que este valor é superior ao da velocidade de transporte da turbina (428,57 m/s). Este facto é corroborado pelo coeficiente de fluxo, que como foi dito no capítulo 2, deve estar sempre entre 0 e 1 e nesse caso temos $\varphi = \frac{C_a}{U_m} > 1.[2]$ Tendo isto em conta, para G0-4 foi escolhido $C_a = 425m/s$ que se traduz num coeficiente de fluxo $\varphi = 0.992$.

Os resultados obtidos a partir do estudo destas geometrias foram depois comparados com os da G0 de forma a perceber o efeito que estas alterações teriam na turbina e que vantagens poderíamos retirar da manipulação das mesmas.

Ca	$\sigma_{CT}[rac{MN}{m^2}]$	$\sigma_{GB}[rac{MN}{m^2}]$	<i>M</i> ₄	M _{5r}	<i>M</i> ₆	F[N]
150	329,44	3,96	0,22	0,33	0,24	1541,09
225	227,67	8,80	0,34	0,39	0,36	1541,09
300	179,70	15,27	0,45	0,49	0,49	1541,09
375	153,73	19,56	0,57	0,60	0,61	1541,09
425	143,17	20,28	0,65	0,69	0,70	1541,09

Seguem-se os resultados deste estudo:

Feitos os cálculos, verificou-se que a força de impulso se manteria igual ao longo dos vários valores, no entanto os valores da tensão centrífuga nas pás da turbina, da tensão devido à variação do momento angular do gás e o valor do número de Mach nas várias secções da turbina seriam alterados, como previsto.

Podemos observar mais detalhadamente a variação destes valores nos gráficos seguintes:



Figura 3.21 - Tensão centrífuga, 1200K com variação da velocidade axial.

Através da figura 3.21 facilmente se conclui que o aumento da velocidade axial leva à diminuição da tensão centrífuga. Tendo em conta que uma velocidade mais elevada requer uma área de passagem menor, isto significa que as pás da turbina passarão a ter uma altura menor. Isto significa que quanto maior a velocidade axial, menor a altura das pás e por consequência, menor a tensão centrifuga.



Figura 3.22 - Tensão devido à variação do momento angular, 1200K com variação da velocidade axial.

Os resultados para a tensão devido à variação do momento angular são completamente opostos relativamente à tensão centrifuga. A partir da figura 3.22 podemos concluir que a tensão devido à variação do momento angular aumenta juntamente com a velocidade axial. Apesar de esta tensão variar linearmente com a altura das pás do rotor, varia inversamente com o cubo da corda do rotor. Como foi dito anteriormente, o aumento da velocidade axial leva à diminuição da corda do rotor e, como seria de esperar, ao aumento da tensão.



Figura 3.23 - Número de Mach em 4, 1200K com variação da velocidade axial.

Interpretando a tabela 3.2 e as figuras 3.23, 3.24 e 3.25 é possível concluir que o número de Mach não será problemático para qualquer uma destas geometrias, sendo que o valor mais elevado foi 0,7, que está abaixo do limite 0,75. Este fator seria sem dúvida um problema se se continuasse a aumentar a velocidade axial mas como foi referido anteriormente, isso não é possível para estas geometrias. Posto isto há duas conclusões importantes a retirar do estudo dos números de Mach. Se por um lado, como esperado, o aumento de velocidade conduz a um aumento no valor do número de Mach, por outro lado chegou-se à conclusão que para certas condições M_6 poderá ser o valor crítico e não M_{5r} .



Figura 3.24 - Número de Mach em 5, 1200K com variação da velocidade axial.



Figura 3.25 - Número de Mach na secção 6, 1200K com variação da velocidade axial.

Concluindo e resumindo a interpretação destes gráficos, é possível perceber que através da manipulação da velocidade axial na turbina se consegue alterar significativamente os valores das tensões nas pás do rotor assim como o número de Mach do escoamento. Pode-se perceber que o número de Mach e o valor da tensão devido à variação do momento angular aumentam com o aumento da velocidade, enquanto que o valor da tensão centrífuga desce. Conclui-se também que velocidades axiais mais

elevadas levam a que a zona crítica em termos de número de Mach seja à saída do rotor e não à entrada. No entanto, nestas condições não deverão existir problemas associados a este fator, uma vez que o valor mais elevado que se obteve foi $M_6 = 0,70$ na G0-4 e este fator só se torna problemático quando M > 0,75.

Tendo estudado os efeitos da variação da velocidade axial na turbina e tendo obtido os valores das tensões concentradas nas pás, para concluir esta análise só falta marcar estes valores no gráfico das tensões permissíveis e assim perceber se o aumento da velocidade axial proprocionou qualquer melhoria à turbina.



Figura 3.26 – Tensões permissíveis, 1200K com variação de velocidade axial. Adaptado de [2]

Interpretando o gráfico pode-se perceber que velocidades mais altas equilibram os dois tipos de tensões, uma vez que com $C_a = 150m/s$ se torna impossível projetar esta turbina para $T_{lim} = 1200$ K devido à enorme tensão centrífuga obtida, enquanto que velocidades superiores não traduzem qualquer problema. Aumentando a velocidade axial, o valor da tensão centrífuga desce dramaticamente enquanto que o valor da tensão devido à variação do momento angular aumenta de forma muito mais branda. Também se deve notar que para valores cada vez mais altos de C_a , a variação de ambos os valores é cada vez menor.

Tendo isto em conta, torna-se interessante fazer este estudo também em relação a G1, particularmente com velocidades $C_a > 225m/s$, uma vez que as alterações obtidas na turbina devido ao aumento da velocidade axial parecem ter efeitos que seriam positivos nesse caso.

Para completar este estudo foi necessário mais uma vez projetar várias geometrias com velocidades axiais diferentes, de forma a comparar os resultados com G1. As geometrias a estudar foram escolhidas segundo o mesmo critério do caso anterior e serão de seguida representadas, começando por G1-1:



Figura 3.28 - Dimensões das secções 4, 5 e 6, juntamente com ângulos das pás da G1-2.



Figura 3.30 - Dimensões das secções 4, 5 e 6, juntamente com ângulos das pás da G1-4.

Tal como no caso anterior com a G0 e as suas derivadas, podemos concluir que as alterações ao nível da velocidade axial provocam grandes mudanças na turbina em termos de dimensões e ângulos das pás, no entanto, comparando os valores obtidos, por exemplo, entre G0-4 e G1-4 podemos observar que os valores obtidos são bastantes próximos, pelo que os efeitos desta alterações parecem ser semelhantes para os dois casos.

Prosseguindo o estudo de G1 e geometrias derivadas, obtêm-se os seguintes resultados:

Tabela 3.3 – Resultados da variação da velocidade axial para G1.							
Ca	$\sigma_{CT}\left[\frac{MN}{m^2}\right]$	$\sigma_{GB}\left[rac{\mathrm{MN}}{\mathrm{m}^2} ight]$	M ₄	M _{5r}	M ₆	<i>F</i> [<i>N</i>]	
150	345,35	4,77	0,21	0,32	0,23	1677,61	
225	237,92	10,36	0,32	0,37	0,34	1677,61	
300	186,94	16,47	0,43	0,47	0,46	1677,61	
375	158,96	20,22	0,54	0,58	0,58	1677,61	
425	147,31	22,50	0,62	0,66	0,67	1677,61	

425 147,31 22,50 0,62 0,66 0,67 1677,61 Mais uma vez observou-se que a força de impulso permaneceria inalterada ao longo de todas as velocidades axiais. O resto das variáveis apresentam também resultados semelhantes aos do caso anterior com G0, com o aumento da velocidade axial a provocar uma diminuição da tensão centrífuga, juntamente

com um aumento do número de Mach e da tensão devido à variação do momento angular.

Segue-se então a representação gráfica dos valores obtidos para permitir uma melhor avalição dos resultados:



Figura 3.31 - Tensão centrífuga, 1300K com variação da velocidade axial.

Interpretando a figura 3.31 podemos concluir que tal como para G0, o aumento da velocidade axial leva à diminuição da tensão centrífuga, com valores um pouco mais elevados que nesse caso, como seria de esperar.



Figura 3.32 - Tensão devido à variação do momento angular, 1300K com variação da velocidade axial.

Mais uma vez, na figura 3.32 vemos resultados semelhantes aos da G0 e suas derivadas, com a tensão devido à variação do momento angular a aumentar para velocidades axiais mais elevadas.



Figura 3.33 - Número de Mach em 4, 1300K com variação da velocidade axial.

No que toca ao número de Mach, interpertrando as figuras 3.33, 3.34 e 3.35 observamos uma variação bastante semelhante à de G0, com um aumento de velocidade axial a ser acompanhado por um aumento do número de Mach em todas as secções. No entanto, se para G0 náo haveria qualquer problema relacionado com o número de Mach, neste caso muito menos, visto que os valores são menores ao longo de todas as secções, para a mesma velocidade.



Figura 3.34 – Número de Mach em 5, 1300K com variação da velocidade axial.



Figura 3.35 - Número de Mach na secção 6, 1300K com variação da velocidade axial.

Resumindo a informação obtida até aqui, podemos concluir que os efeitos da alteração da velocidade axial apresentam as mesmas tendências para ambas as geometrias. O aumento da velocidade axial conduz à diminuição da tensão centrífuga e ao aumento do número de Mach e da tensão devido à variação do momento angular. Tal como para G0, o número de Mach não é um problema em qualquer secção da turbina. Este pode ser portanto um caminho interessante para equilibrar tensões e dessa forma permitir o projeto de uma turbina funcional com pelo menos 10000 horas de vida útil e $T_{04} = 1300K$. Para verificar esta possibilidade falta apenas marcar as tensões obtidas no gráfico das tensões permissíveis para avaliar se os efeitos desta alteração poderão ser realmente positivos. Segue-se então o gráfico das tensões permissíveis:



Figura 3.36 – Tensões permissíveis, 1300K com variação de velocidade axial. Adaptado de [2]

Interpretando a figura 3.36 conclui-se que o gráfico das tensões permissíveis é de facto bastante semelhante ao do primeiro caso, sendo que a diferença é que as tensões são um pouco mais elevadas. Como é possível concluir também, o aumento da velocidade axial na turbina é bastante benéfico no que toca à G1, sendo que com $C_a = 225m/s$ não existem realmente condições para operar a turbina com $T_{04} = 1300K$, uma vez que as tensões obtidas nas pás do rotor não garantem as 10000 horas de funcionamento com segurança, enquanto que para G1-2, com $C_a = 300m/s$, estas tensões já se encontram numa zona bastante mais confortável. Podemos então concluir que o aumento da velocidade axial permite o funcionamento da miniturbina a gás com uma temperatura limite $T_{04} = 1300K$ através da redução das tensões concentradas nas pás do rotor da turbina.

3.3 Efeitos da diminuição do diâmetro médio da turbina (componente)

Com o estudo das velocidades axiais completo, decidiu-se que o próximo fator a ser analisado seria o diâmetro médio das secções 4, 5 e 6. De forma a perceber como esta variável afeta o funcionamento da turbina a gás, serão novamente criadas geometrias derivadas a partir de G0 e G1, com velocidades axiais $C_a = 150$, 225 e 300 m/s, no entanto será utilizado $\emptyset_m = 0,15m$ (diâmetro médio do componente turbina), ao invés de $\emptyset_m = 0,2m$. Antes de qualquer análise de resultados, será de prever que o grau de reação da turbina se altere, visto que a distribuição da queda de entalpia depende em grande parte do fator em análise. Por outro lado, é de esperar que a altura das pás seja maior do que nas geometrias originais, uma vez que, falando de uma coroa circular, um diâmetro médio inferior requer uma altura maior para obter a mesma área. Serão então descritas as geometrias derivadas apartir de GO:



Figura 3.37 - Dimensões das secções 4, 5 e 6, juntamente com ângulos das pás da G0-5.

Na figura 3.37 há duas conclusões que podemos retirar que confirmam as previsões feitas anteriormente. A primeira conclusão é que o valor do grau de reação desceu imenso. Isto porque o estator (zona 4-5) é bastante mais comprido que o rotor, o que significa que grande parte da queda de entalpia passa a ocorrer de 4 a 5, ou seja, o grau de reação será bastante menor. A segunda conclusão é que a altura média das pás, $\frac{H_4+H_5}{2}$ para o estator e $\frac{H_5+H_6}{2}$ para o rotor, tem um valor consideravelmente mais elevado que na G0-1, a geometria equivalente com $\emptyset_m = 0,2m$, sendo que por exemplo, na G0-1 temos $H_4 = 0,023m$ e neste caso temos $H_4 = 0,035m$. Estas tendências também se verificam para a G0-6 e G0-7 que serão de seguida representadas:



Figura 3.39 - Dimensões das secções 4, 5 e 6, juntamente com ângulos das pás da G0-7.
Com as geometrias definidas procedeu-se ao estudo das mesmas, analisando a força de impulso, os vários números de Mach e as tensões concentradas nas pás da turbina. Seguem-se os resultados:

Ca	Λ	$\sigma_{CT} \left[\frac{MN}{m^2} \right]$	$\sigma_{GB}\left[rac{MN}{m^2} ight]$	<i>M</i> ₄	M_{5r}	<i>M</i> ₆	F [N]
150	0,090	360,14	48,16	0,22	1,12	0,24	1541,09
225	0,090	249,17	112,54	0,34	0,91	0,36	1541,09
300	0,090	197,01	209,21	0,45	0,89	0,49	1541,09

Tabela 3.4 – Resultados da diminuição de \emptyset_m com 1200K.

A primeira conclusão que se pode retirar da tabela 3.4 é que a força de impulso obtida se manteve igual para todas as geometrias. De seguida, analisando os resultados, é desde logo aparente que esta alteração provoca uma mudança dramática no grau de reação da turbina, passando de 0,49 para 0,09. Isto significa que a turbina terá 91% da perda de entalpia no estator e apenas 9% no rotor, aproximando o modelo em estudo a uma turbina de impulso. No entanto não o chega a ser, o que leva à necessidade de alguma expansão dos produtos de combustão na zona 5-6.

Outra consequência deste resultado é que as pás da turbina necessitam um formato diferente, uma vez que tipicamente as pás de uma turbina de reação têm um formato bastante diferente das de uma turbina de impulso e estas geometrias estão mais próximas deste último tipo de turbina.

Para uma melhor análise dos restantes dados, os mesmos serão apresentados na forma de gráficos.



Figura 3.40 – Tensão centrífuga, 1200K com $\phi_m = 0,15m$.

Através da figura 3.40 podemos observar que a evolução da tensão centrífuga para $\emptyset_m = 0,15m$ é bastante semelhante ao caso das geometrias com $\emptyset_m = 0,2m$, sendo no entanto os valores obtidos ligeiramente mais elevados. As diferenças entre os resultados serão posteriormente quantificadas e analisadas de forma a compreender que vantagens se pode tirar desta alteração.



Figura 3.41 – Tensão devido à variação do momento angular, 1200K com $\phi_m = 0,15m$.

Na figura 3.41 podemos encontrar os resultados relativos à tensão devido à variação do momento angular. Claramente os valores obtidos são bastante mais elevados que os valores obtidos para $\phi_m = 0,2m$, cerca de dez ou onze vezes superior e apesar de esta tensão continuar a aumentar com a velocidade axial, cada salto em termos de velocidade leva a um maior aumento neste caso.



Figura 3.42 - Número de Mach em 4, 1200K com $\phi_m = 0.15m$.

Olhando para a figura 3.42 e comparando com a figura 3.23 observamos que os valores são iguais, o que seria de esperar visto que as condições à entrada para o estator mantêm-se iguais, sendo que só depois da secção 4 é que se devem encontrar alterações nos resultados.



Figura 3.43 – Número de Mach em 5, 1200K com $\emptyset_m = 0,15m$.

Na figura 3.43 podemos observar um enorme aumento de valor do número de Mach além da inversão da tendência demonstrada até aqui. Em todos os estudos até aqui efetuados verificou-se que o número de Mach aumenta juntamente com a velocidade axial para todas as secções, enquanto que para a secção 5 com $\emptyset_m = 0,15m$ chegamos à conclusão que o número de Mach é mais elevado para velocidades mais baixas. Isto deve-se aos ângulos das pás do rotor, cujos valores são bastante mais elevados neste caso e uma vez que o número de Mach desta secção depende deste fator, torna-se inevitável a obtenção destes resultados.



Figura 3.44 – Número de Mach na secção 6, 1200K com $\phi_m = 0,15m$.

Como seria de esperar, visto que as condições do escoamento à saída da turbina são semelhantes para ambos os diâmetros médios, os valores presentes na figura 3.44 são bastante próximos aos da figura 3.25, ou seja, a diminuição do diâmetro médio da turbina apenas provoca alterações na secção 5, em termos de número de Mach.

Observando estes resultados, conclui-se que pelo menos para este temperatura, esta alteração não trouxe qualquer benefício. As tensões nas pás subiram, sendo que a tensão devido à variação do momento angular subiu dramaticamente. Isto deve-se ao facto de a corda das pás do rotor ser demasiado pequena, diminuindo drasticamente a área das mesmas, o que aumenta consideravelmente a tensão sofrida devido ao facto de a força se manter igual. Para termo de comparação, a corda das pás do rotor no modelo G0 é $C_r = 0,021$ e no modelo equivalente G0-6 é $C_r = 0,00791$, o que significa que a corda no primeiro caso é 2,65 vezes maior. Tendo em conta que a tensão devido à variação do momento angular é dada pela equação (2.47), $(\sigma_{gb})_{Max} = \frac{\dot{m}_g C_a(\tan \alpha_5 + \tan \alpha_6)}{n} \times \frac{H_{56}}{2} \times \frac{1}{ZC_R^3}$, que é inversamente proporcional á 3ª potência da variável C_r , torna-se fácil compreender o porquê deste efeito drástico.

É de notar também que os números de Mach para a secção 5 ultrapassaram por uma margem considerável o valor aceitável, sendo que no melhor dos casos foi obtido $M_{5r} = 0,89$, 0,14 acima do desejável. A conclusão importante a retirar deste resultado é que, apesar de a tendência até aqui apontar para o contrário, em casos excepcionais o número de Mach pode decrescer com o aumento de velocidade, em certas zonas da turbina, o que é contra-intuitivo dado que este fator tende a aumentar com a velocidade. Isto deve-se ao facto de os ângulos de entrada das pás serem mais elevados, o que provoca velocidades relativas mais altas para as velocidades axiais mais baixas.

De forma a perceber se este fenómeno é apenas local ou se será observado ao longo de toda a secção 5, foi averiguado o número de Mach para a zona média e topo desta secção. De seguida serão apresentados os números de Mach ao longo da secção 5:

Tabela 3.5 – Número de Mach ao longo da secção 5, 1200K com $\phi_m = 0,15m$.									
		M_{5R}	M_5	M_{5T}					
	150	1,12	0,48	0,23					
	225	0,91	0,55	0,38					
	300	0,89	0,64	0,51					

Como se pode observar na tabela 3.5, os números de Mach para a zona média e topo da pá seguem as tendências até aqui identificadas e apresentam valores mais aceitáveis. Isto leva a crer que o fenómeno descrito pelos resultados relativos à raiz das pás será apenas local.

Posto isto, vejamos então a comparação entre G0 e G0-6, duas geometrias equivalentes, apenas com diâmetros médios da turbina diferentes:

	$\sigma_{CT}\left[\frac{MN}{m^2}\right]$	$\sigma_{GB} \left[\frac{MN}{m^2} \right]$, М4	M _{5r}	M ₆	F[N]
G0-6	249,17	112,54	0,34	0,91	0,36	1541,09
GO	227,67	8,8	0,34	0,39	0,36	1541,09
Δ	21,50	103,74	0	0,52	0	0

Tabela 3.6 – Comparação direta entre G0 e G0-6.

Olhando para a tabela 3.6 vemos que existe um aumento dramático (mais de $100 MN/m^2$) da tensão devido à variação do momento angular e um acréscimo do numero de Mach significativo na raiz da secção 5, o que leva a crer que pelo menos para esta temperatura e proporções, a redução do diâmetro médio da turbina não traz resultados que levem a qualquer melhoria no projeto. Dada esta conclusão e pelo facto de as tensões serem muito mais elevadas, as mesmas não serão representadas no gráfico das tensões permissíveis.

Uma vez completa a análise das geometrias derivadas de G0 e dos efeitos da redução do tamanho médio da turbina nas mesmas, segue-se o estudo das geometrias derivadas a partir de G1. Para este efeito serão agora descritas G1-5, G1-6 e G1-7:



Figura 3.45 - Dimensões das secções 4, 5 e 6, juntamente com ângulos das pás da G1-5.

Em termos de ângulos e dimensões, as geometrias derivadas da G1 são bastante semelhantes às derivadas a partir de G0, com o estator bastante mais comprido que o rotor, maior altura de pás e com ângulos bastante semelhantes.



Figura 3.47 - Dimensões das secções 4, 5 e 6, juntamente com ângulos das pás da G1-7.

Ca	Λ	$\sigma_{CT} \left[\frac{MN}{m^2} \right]$	$\sigma_{GB} \left[\frac{MN}{m^2} \right]$	M ₄	<i>M</i> _{5r}	<i>M</i> ₆	F[N]
150	0,093	374,68	50,11	0,22	1,10	0,23	1677,61
225	0,093	258,38	119,39	0,32	0,88	0,34	1677,61
300	0,093	203,31	217,00	0,43	0,85	0,46	1677,61

Com as geometrias a estudar definidas, seguem-se os resultados obtidos: Tabela 3.7 - Resultados da diminuição de ϕ_m com 1300K.

Como se pode observar os dados são bastante consistentes com os da tabela 3.4 e com os estudos que foram feitos até aqui. Relativamente às geometrias derivadas de G0, seria de esperar que ao aumentar a temperatura, as tensões sofridas nas pás seriam maiores e os números de Mach menores, o que se confirma quando se comparam os resultados.

Para melhor compreender os resultados obtidos e as tendências que estes apresentam, os mesmos serão representados em gráficos, começando pela tensão centrífuga sofrida pelas pás do rotor:



Figura 3.48 – Tensão centrífuga, 1300K com $\phi_m = 0,15m$.

A figura 3.48 representa a evolução da tensão centrífuga ao longo de várias velocidades axiais e mais uma vez os resultados são consistentes com os obtidos até aqui, com esta tensão a diminuir para velocidades axiais mais elevadas, devido à diminuição da área das pás do rotor. Os valores representados são ligeiramente mais elevados que para G0-5, G0-6 e G0-7.



Figura 3.49 – Tensão devido à variação do momento angular, 1300K com $\phi_m = 0,15m$.

Na figura 3.49 podemos encontrar os resultados relativos à tensão devido à variação do momento angular e analisando os mesmos, percebemos que a tensão aumenta consideravelmente para velocidades axiais mais elevadas, chegando a um valor máximo de $217 \frac{MN}{m^2}$, o que só por si já se torna insustentável para as pás do rotor.



Figura 3.50 - Número de Mach em 4, 1300K com $\phi_m = 0,15m$.

Na figura 3.50 temos a confimação que a diminuição do tamanho médio da turbina não provoca quaisquer alterações no escoamento à entrada da secção 4 da turbina a gás, uma vez que comparando esta figura com a figura 3.33 observamos que para as três velocidades axiais em comum, os resultados são semelhantes.



Figura 3.51 – Número de Mach em 5, 1300K com $\phi_m = 0,15m$.

Na figura 3.51 observamos resultados bastante semelhantes aos da figura 3.43, apenas com valores ligeiramente inferiores. Os números de Mach aqui presentes são bastante proibitivos por serem tão elevados.



Figura 3.52 – Número de Mach na secção 6, 1300K com $\phi_m = 0,15m$.

Os valores do número de Mach presentes na figura 3.52 como esperado são semelhantes aos da figura 3.35 ao longo das três velocidades comuns aos dois gráficos.

De forma a analisar mais profundamente o número de Mach na secção 5, serão novamente determinados os valores do mesmo para a zona média e topo das pás do rotor:

	M_{5R}	M 5	M_{5T}
150	1,10	0,46	0,22
225	0,88	0,52	0,36
300	0,85	0,61	0,48

Tabela 3.8 - Número de Mach ao longo da secção 5, 1300K com $\emptyset_m = 0,15m$.

Na tabela 3.8 podemos observar que, mais uma vez, o número de Mach à entrada do rotor só está acima do limite aceitável na zona da raiz da pá, sendo possível também concluir que a evolução deste coeficiente para as restantes zonas é consistente com os resultados até aqui obtidos. O número de Mach diminui com o aumento de temperatura e aumenta com o aumento da velocidade axial ao longo de toda a pá, excepto na raiz.

Segue-se a comparação entre G1 e G1-6, duas geometrias equivalentes com \emptyset_m diferentes: Tabela 3.9 – Comparação direta entre G1 e G1-6.

	$\sigma_{CT} \left[\frac{MN}{m^2} \right]$	$\sigma_{GB} \left[\frac{MN}{m^2} \right]$	M ₄	M_{5r}	М ₆	F [N]
G1-6	258,38	119,39	0,32	0,88	0,34	1677,61
G1	237,92	10,36	0,32	0,37	0,34	1677,61
Δ	20,46	109,03	0	0,51	0	0

Tal como no caso das geometrias G0-5, G0-6 e G0-7 podemos concluir que a diminuição do diâmetro médio da turbina não trouxe qualquer benefício ao motor como um todo. As tensões concentradas nas pás são demasiado elevadas e os números de Mach também, enquanto que a força de impulso obtida se manteve igual.

Como foi dito anteriormente, o aumento da tensão devido à variação do momento angular deve-se ao facto de a corda das pás do rotor se tornar demasiado pequena. Isto é causado pelo baixo grau de reação da turbina a gás para esta configuração. O facto de esta variável ter um valor tão baixo significa que apenas uma pequena parte da queda de entalpia ocorre no rotor, ou seja, é necessária uma menor expansão dos gases nesta zona. No capítulo 2, foi explicada a noção de ângulo de divergência e foi estabelecido que por uma questão de poupança de peso, este seria definido como $\theta = 10^{\circ}$. Neste caso, dado o diminuto grau de reação, talvez seja vantajosa a adopção de um ângulo mais baixo apenas na zona do rotor da turbina, aumentando assim o comprimento da zona 5-6.

Foi então escolhido $\theta_r = 5^\circ$ e na figura 3.53 podemos observar a representação dos ângulos para este tipo de geometria:



Figura 3.53 – Representação do novo ângulo de divergência.

Como se pode observar na figura 3.53 ao diminuir o ângulo de divergência do rotor tornamos este componente mais comprido, aumentando assim a corda das pás do rotor.

De forma a compreender que efeitos esta alteração terá nas geometrias com $\emptyset_m = 0,15m$, serão projetadas novas geometrias baseadas em G1-5, G1-6 e G1-7 com o menor ângulo de divergência no rotor. De seguida serão representadas as novas geometrias:



Figura 3.54 - Dimensões das secções 4, 5 e 6, juntamente com ângulos das pás da G1-8.

Como se pode concluir ao comparar a figura 3.54 com a figura 3.45 (G1-5 e G1-8, geometrias equivalentes em que difere apenas o ângulo de divergência do rotor), a diminuição do ângulo de divergência do rotor apenas teve uma consequência em termos de dimensões e ângulos da geometria, que foi o aumento do comprimento do rotor. Todos os os outros fatores se mantiveram iguais. Espera-se então que esta pequena alteração permita reduzir a tensão devido à variação do momento angular ao aumentar o comprimento do rotor e por consequência a corda das pás deste componente.



Figura 3.55 - Dimensões das secções 4, 5 e 6, juntamente com ângulos das pás da G1-9.



Figura 3.56 - Dimensões das secções 4, 5 e 6, juntamente com ângulos das pás da G1-10.

Com as geome	etrias definidas, serâ	io apresentados (os resultad	os:	
	Tabela 3.10 - Resulta	ados da diminuiçã	to de \emptyset_m con	m 1300K e coi	m $\theta_r = 5^\circ$.

Ca	Λ	$\sigma_{CT}\left[\frac{MN}{m^2}\right]$	$\sigma_{GB} \left[rac{\mathrm{MN}}{\mathrm{m}^2} ight]$	M ₄	M _{5r}	M ₆	F [N]
150	0,090	360,14	12,01	0,22	1,12	0,24	1677,61
225	0,090	249,17	27,95	0,34	0,91	0,36	1677,61
300	0,090	197,01	51,28	0,45	0,89	0,49	1677,61

Como se pode observar na tabela 3.10, a redução do ângulo θ_r para 5° levou a uma redução dramática da tensão devido à variação do momento angular que passou a ser cerca de um quarto da original.

Uma vez que os outros fatores não sofreram qualquer alteração, apenas será apresentado o gráfico da tensão devido à variação do momento angular:



Figura 3.57 – Tensão devido à variação do momento angular, 1300K, $\phi_m = 0,15m \operatorname{com} \theta_r = 5^\circ \operatorname{e} \theta_r = 10^\circ \operatorname{e} \phi_m = 0.2m.$

Na figura 3.57 podemos observar, a azul, os valores da tensão devido à variação do momento angular para $\emptyset_m = 0,15m \ e \ \theta_r = 5^\circ$, a vermelho os valores para $\emptyset_m = 0,15m \ e \ \theta_r = 10^\circ$ e a verde os valores para $\emptyset_m = 0,2m$. Como foi dito anteriormente, os valores para $\theta_r = 5^\circ$ são cerca de um quarto dos valores para $\theta_r = 10^\circ$. No entanto, apesar desta redução, comparando com os valores obtidos para $\emptyset_m = 0,2m$ facilmente percebemos que esta alteração não foi o suficiente para que a redução do diâmetro médio da turbina fosse uma opção viável para otimizar a turbina a gás. Além disso, os restantes fatores continuam a ser demasiado elevados, especialmente o número de Mach na zona da raiz da secção 5. Conclui-se portanto que a redução do diâmetro médio do turbina não traz vantagens quer para a força de impulso quer para a durabilidade da turbina.

4 Conclusão

Ao longo desta tese, através do projeto e análise de várias geometrias com diferentes proporções, foi possível estudar o funcionamento de uma turbina a gás simples constituída por um compressor radial e turbina axial, ambos com um andar. A liberdade de experimentação e alteração de dados permitiu a compreensão do efeito que cada variável tem no funcionamento da turbina a gás, levando assim a um entendimento do motor que não seria possível obter de outra forma.

Começando com um protótipo projetado ao longo da unidade curricular Máquinas Térmicas, com certos parâmetros limitativos bem definidos, foi feito um estudo profundo do funcionamento do mesmo e chegou-se à conclusão que devido às tensões concentradas nas pás do rotor da turbina, não seria possível construir um modelo real e funcional baseado neste protótipo, sendo necessário reduzir a temperatura abaixo do limite metalúrgico. Através da experimentação e alteração de proporções e dimensões, nomeadamente alterando a velocidade axial ao longo das secções 4, 5 e 6 da turbina e o diâmetro médio da turbina, foi possível compreender de uma forma diferente as tensões concentradas nas pás do rotor da turbina e os números de Mach nas secções 4, 5 e 6, fatores críticos neste tipo de projetos. Foi possível perceber que de uma forma geral, a tensão centrífuga e a tensão devido à variação do momento angular aumentam para temperaturas limite mais altas e enquanto a tensão centrífuga diminui para velocidades axiais mais elevadas, a tensão devido à variação do momento angular aumenta.

Outro fator que permite manipular esta última tensão é o ângulo de divergência do rotor da turbina que, por exemplo, quando aumentado, leva ao aumento do comprimento da corda das pás, permitindo uma redução do valor da tensão.

No que toca ao número de Mach, há diversas conclusões a retirar deste estudo. Começando pelo número de Mach na secção 4, observou-se que este fator nunca foi atingiu o limite imposto, sendo sempre menor em módulo do que nas outras secções. Verificou-se também que este fator tem tendência a ser menor para temperaturas mais altas e maior para velocidades axiais mais elevadas. Na secção 5 observou-se que apesar de o número de Mach apresentar tendências semelhantes às da secção 4, isto é, ter valores mais elevados para velocidades axiais elevadas e valores mais reduzidos para maiores temperaturas limite, quando se reduz o diâmetro médio da turbina é possível chegar a um ponto em que, de forma local e apenas na raiz das pás do rotor, a relação com a velocidade axial é inversa, apresentando valores mais elevados para velocidades mais baixas, devido aos ângulos das pás do rotor da turbina. Verificou-se também que para a grande maioria dos casos, o número de Mach tem o seu valor mais elevado na zona da raiz da secção 5. Finalmente no que toca à secção 6, obtiveram-se resultados bastante semelhantes aos da secção 6 estará entre a secção 4 e 5, podendo tornar-se na zona crítica para velocidades axiais a cima de 300 m/s.

Após este estudo e com uma compreensão mais abrangente do funcionamento da turbina e de como manipular os fatores críticos em termos de projeto, pode-se dizer que o objetivo desta tese foi alcançado, partindo de um projeto não completamente funcional e chegando a várias geometrias viáveis e melhoradas, como por exemplo a G1-2, que funcionando com uma temperatura limite de 1300K, apresenta tensões aceitáveis, mais equilibradas e números de Mach também dentro dos limites impostos.

Referências

[1] ALMEIDA, D.M.M. – Microturbina a gás – Análise das proporções geométricas do compressor e da turbina no desempenho da microturbina. Tese de Mestrado em engenharia mecânica. Faculdade de Ciências e Tecnologias da Universidade Nova de Lisboa, 2018.

[2] COHEN, H, ROGERS, G.F.C. e SARAVANAMUTTOO H.I.H. – Gas turbine theory: Addison-Wesley, 1996.

[3] HARTCUP, G. e LOVELL B. – The effect of science on the Second World War, Springer, 2016.

[4] ROGERS, G.F.C. e MAYHEW Y.R. – Engineering thermodynamics work and heat transfer: Longman, 1967.

- [5] WALSH, PHILIP P. e FLETCHER, PAUL Gas turbine performance: Blackwell Science, 1998.
- [6] http://paginapessoal.utfpr.edu.br/fksuguimoto/fenomenos-de-transporte-

1/aulas/Equacao%20da%20Energia.pdf/at_download/file [acedido 20/03/2019]

[7]

http://www.mautone.eng.br/apostilas/Turbomaquinas/Parte01_COEN_UFSJ_Turbomaquinas_Int roducao.pdf [acedido 20/03/2019]

[8] http://web.mit.edu/aeroastro/labs/gtl/early_GT_history.html [acedido 03/05/2019]

[9] http://edisontechcenter.org/gasturbines.html [acedido 03/05/2019]

[10] https://gptsunami2m2.wordpress.com/principais-cientistas-envolvidos-com-a-invencao-damaquina-termica/ [acedido 03/05/2019]

- [11] http://hitchhikersgui.de/Heinkel_HeS_1 [acedido 03/05/2019]
- [12] https://www.plane-encyclopedia.com/ww2/heinkel-he-178/ [acedido 03/05/2019]
- [13] http://hugojunkers.bplaced.net/junkers-jumo-004.html [acedido 03/05/2019]
- [14] https://airandspace.si.edu/collection-objects/whittle-w1x-turbojet-engine [acedido 03/05/2019]
- [15] https://commons.wikimedia.org/wiki/File:JMSDF_P-2J_T64-IHI-

10E_turboprop_engine_left_side_view_at_Kanoya_Naval_Air_Base_Museum_April_29,_2017.jpg [acedido 03/05/2019]

[16] http://www.wingsherald.com/ge-aviation-introduced-the-affinity-turbofan-jet-engine-forsupersonic-passenger-aircraft/ [acedido 03/05/2019]

- [17] https://spinoff.com/jetman [acedido 10/07/2019]
- [18] http://www.jetcatamericas.com/ [acedido 10/07/2019]
- [19] http://amtjets.bentech-taiwan.com/inside%20Olympus%20HP-2.jpg [acedido 10/07/2019]
- [20] https://kingtechturbine.lu [acedido 10/07/2019]

[21] Unidade curricular de Máquinas Térmicas (apontamentos). Prof. José Fernando de Almeida Dias, FCT, 2018