Instituto Superior de Ciências Educativas

Departamento de Educação

Desenvolvimento do sentido de número racional:
Uma abordagem exploratória, no 5º ano de escolaridade

Cláudia Cristeta Patrocínio, nº 613-2M

Relatório Final para obtenção do grau de

Mestre e Habilitação para a Docência do 1º e 2º Ciclo do Ensino Básico

Professores Orientadores:

Nádia Ferreira

Paula Sequeira Farinha

Pedro Manuel Patacho

Setembro, 2014

Agradecimentos

Gostaria de agradecer, do fundo do meu coração, às muitas pessoas que me ajudaram a fazer deste trabalho uma realidade.

À professora Nádia Ferreira, orientadora deste relatório, cujas palavras e alegria contagiante transluzem Matemática, agradeço pelo seu exemplo, amparo, incentivo e postura desafiante, que me colocou a pensar e a questionar, para poder crescer como futura professora.

Ao professor Pedro Patacho, igualmente orientador deste relatório, pelos ensinamentos proporcionados e, principalmente, pela compreensão nos momentos mais difíceis, durante a prática pedagógica.

À professora Paula Farinho, também orientadora deste relatório, pela colaboração e preocupação pelo bem-estar das suas formandas.

À professora Carmen Gama, pela sua orientação e colaboração como professora orientadora e por ter aceitado participar neste relatório.

A todos os alunos da “minha” turma do 5ºA, por terem espírito de patrulha, dando vida a este trabalho e, sem os quais, este desafio não teria sido possível, nem motivador e gratificante.

Aos meus pais, o meu porto de abrigo, pelo apoio constante, por serem das pessoas mais importantes da minha vida e pelos conselhos e ensinamentos que me tornaram a pessoas que sou hoje.

Às minhas grandes amigas e colegas de “luta”, Irina, Inês e Liliana, com quem caminhei este longo e doloroso percurso, mas também cheio de conquistas e momentos estrelados. Agradeço-vos pelas palavras que fortalecem o meu espirito e por serem amigas, no significado mais genuíno da palavra.

A todos os meus colegas e amigos, que de alguma forma me ajudaram e apoiaram neste percurso.

Por fim, e o mais sentido, não poderia deixar de agradecer ao meu namorado, por ter embarcado comigo nesta aventura, colocando as nossas vidas em suspensão. Obrigada por todos os momentos de incentivo, compreensão e amparo e pelas palavras e gestos que nunca me deixaram naufragar.

Obrigada a todos!

Desenvolvimento do sentido de número racional:
Uma abordagem exploratória no 5º ano de escolaridade

Resumo

A construção do sentido de número racional é um processo complexo, originando dificuldades de concetualização nos alunos. A prática do ensino exploratório defende a promoção de aprendizagens matemáticas pela compreensão e construção do conhecimento com significado, através da exploração e discussão coletiva de tarefas desafiantes. Assim, este relatório tem o objetivo de perceber como se pode desenvolver o sentido de número racional, no 5º ano de escolaridade, através a uma abordagem de ensino-aprendizagem exploratória. Para tal, desenvolveu-se um estudo no âmbito de uma investigação sobre a própria prática, seguindo uma abordagem qualitativa e interpretativa, para analisar: i) como se desenvolve o sentido de número racional, através da implementação de tarefas diversificadas e desafiantes; ii) quais as aprendizagens realizados pelos alunos, no âmbito do sentido de número racional, com uma abordagem exploratória; e iii) quais os desafios e as dificuldades de uma futura professora, inerentes a uma prática de caráter exploratório, no ensino dos racionais. O estudo foi implementado no 5º ano de escolaridade, do 2º ciclo, ao longo de cinco sessões com tarefas exploratórias contextualizadas no tema do Escutismo, utilizando-se grupos denominados “patrulhas”, para desenvolver os componentes do sentido de número racional. Os dados foram recolhidos através de observação participante, testes de avaliação (diagnóstica e final), de narrativas reflexivas, gravações áudio, videogravações, entrevista realizada à professora cooperante da disciplina de Matemática e análise documental. Os resultados evidenciam que a prática do ensino exploratório da Matemática, ao recorrer à implementação de tarefas diversificadas e desafiantes, possibilita um desenvolvimento do sentido de número racional, uma vez que, através das quatro fases de uma aula-tipo desta abordagem e das possibilidades facultadas pelas tarefas exploratórias, os alunos construíram conhecimento matemático, refletiram sobre as suas representações e encontraram várias estratégias de resolução. Também, se verificou que os alunos demonstraram um aumento na compreensão e familiaridade em todos os componentes do sentido de número racional, principalmente na perceção da unidade de referência das frações e na utilização e conversão das diferentes representações do número racional. Em relação aos desafios emergentes da prática, sobressaem as cinco práticas para uma gestão eficaz de discussões matemáticas, como antecipar, monitorizar, selecionar, sequenciar e estabelecer conexões, e como dificuldades, a gestão de tempo e a capacidade de dar resposta às dificuldades dos alunos, sem diminuir o nível cognitivo da tarefa.

Palavras-chave: investigação sobre a prática; sentido de número racional; prática do ensino exploratório da matemática

Desenvolvimento do sentido de número racional:
Uma abordagem exploratória no 5º ano de escolaridade

Abstract

The construction of the rational number sense is a complex process, producing conceptualization difficulties to the students. The exploratory teaching practice defends the promotion of mathematical learnings through the comprehension and building of knowledge with meaning, using the collective discussion of challenging tasks. Therefore, this report aims the understanding of how to use the rational number, at 5th grade, through an exploratory teaching-learning approach. So, it was developed a study in an investigation about its own practice, following a qualitative and interpretative approach, to analyse: i) how it is developed the rational number sense, through the use of diversified and challenging tasks; ii) what is the knowledge of the students on the rational number sense, using an exploratory approach; and iii) what are the challenges and difficulties of a future teacher, inherent to an exploratory practice, teaching the rationales. The study was set in the 5th grade, 2nd cycle, through five sessions with exploratory tasks contextualized in the theme Scouting, using groups called "patrols", to develop the components of the rational number sense. Data was collected through participant observation, evaluation tests (diagnosis and final), reflexive narratives, audio recording, video recording, interview to the cooperating mathematics teacher and documental analysis. The results show that the practice of the exploratory mathematics' teaching, using diversified and challenging tasks, enhances a development of the rational number sense, as the students, through the four stages of an exploratory typical teaching class and the possibilities provided by the exploratory tasks, built mathematical knowledge, reflected on their representations and found several resolution strategies. It was also found that the students showed an increase in the comprehension and familiarity of all the components of the rational number sense, especially on the perception of the fractions reference unit and the use and conversion of the different representations of rational number. With regards to the challenges emerging from the practice, it is shown the five main practices for the effective mathematical discussion management, such as anticipate, monitor, select, sequence and establish connexions, and, as difficulties, the time management and the ability of responding to the difficulties felt by the students, without diminishing the cognitive level of the task.

Key-words: investigation on the practice; rational number sense; practice of the exploratory mathematics' teaching

Índice

Índice de Quadros e Figuras

Índice de Apêndices

Índice de Siglas

EB – Ensino Básico

ICE – Instituto de Ciências Educativas

CRE – Centro de Recursos Educativos

PHDA – Perturbação da Hiperatividade e Défice de Atenção

PEI – Programa Educativo Individual

PMCMEB – Programa e Metas Curriculares em Matemática para o Ensino Básico

ME – Ministério da Educação

PMEB – Programa de Matemática do Ensino Básico

NCTM – *National Council of Teachers of Mathematics*

EMR – Educação Matemática Realista

RNP – *Rational Number Project*

Capítulo 1 – Introdução

O presente relatório insere-se no âmbito do estágio curricular desenvolvido na unidade curricular de Prática de Ensino Supervisionada II, inserida no Mestrado em Ensino do 1º e 2º ciclo do Ensino Básico (EB), no Instituto Superior de Ciências Educativas.

Segundo Gomes e Medeiros (2005), a prática pedagógica constitui uma área de experimentação e de reflexão sobre o processo de ensino-aprendizagem. Ao longo da minha prática pedagógica, desenvolvida quer no 1º ciclo, quer no 2º ciclo do EB, tive oportunidade de vivenciar diversas experiências enriquecedoras, de contactar com diferentes metodologias pedagógicas e de experimentar as exigências do papel de um professor, sempre culminado num processo de reflexão sobre a minha própria prática.

Ponte (2005) destaca a importância dessa reflexão mencionando que o ato reflexivo "implica uma consideração cuidadosa e activa daquilo em que se acredita ou se pratica, à luz dos motivos que o justificam e das consequências que daí resultam" (p. 8). Além de reflexivo, de acordo com Alarcão (2001), deve ser um investigador e a sua investigação deve ter uma íntima relação com o seu papel de professor. Neste sentido, Ponte (2002) menciona que, todos os dias, o professor se defronta com situações problemáticas e tendo por base a sua experiência profissional, emerge a necessidade de se envolver em investigação que o ajude a lidar com os problemas da sua prática. Neste contexto, surge a investigação sobre a prática profissional como "atividade investigativa, (…) inquiridora, questionante e fundamentada" (p.2), constitui-se como um elemento decisivo da identidade profissional dos professores (Ponte, 2002).

Desta forma, adotei uma postura reflexiva e investigadora, mas também pessoal, uma vez que a Matemática assume-se como a minha área de eleição. Assim, no decorrer da prática de ensino supervisionada, no 2º ciclo do EB, na disciplina de Matemática, observando e analisando o contexto educativo da turma do 5º A, do Instituto de Ciências Educativas, constatei a existência de várias situações, das quais poderia emergir uma problemática a investigar.

Primeiro, quando iniciei a minha prática pedagógica na disciplina de Matemática, em termos curriculares, os alunos iriam começar o ensino-aprendizagem de um novo bloco de conteúdos programáticos, os números racionais não negativos, um conteúdo de extrema importância, mas de difícil compreensão para os alunos, sendo estes factos corroborados pela literatura (Monteiro & Pinto, 2009; Tavares, 2012).

De acordo com Monteiro e Pinto (2009), os números racionais são um tema que ocupa grande parte do currículo do EB, tendo um papel fundamental para aprendizagens futuras na Matemática. Além disso, os autores mencionam que os números racionais, na representação fracionária, constituem um dos assuntos do EB que mais repercussão irá ter no entendimento de assuntos chave da matemática escolar. Atendendo à riqueza de relações que estes números implicam, os racionais são considerados importantes no desenvolvimento de estruturas mentais necessárias ao crescimento intelectual dos alunos (Monteiro & Pinto, 2009), nomeadamente no raciocínio multiplicativo (Monteiro & Pinto, 2005). Deve-se, por isso, dedicar-se um tempo significativo ao ensino dos números racionais, principalmente entre o 3º e 5º ano de escolaridade (NCTM, 2008).

Monteiro e Pinto (2005) acrescentam que os números racionais consistem num dos assuntos mais complexos e na fonte de alguns mal-entendidos que, por vezes, subsistem durante toda a escolaridade, uma vez que ao ampliarem a noção de número, acarretam conflitos conceptuais nos alunos. Outro problema que dificulta a sua compreensão consiste na densidade do conjunto dos racionais e no facto de haver várias representações para estes números (fração, numeral decimal, percentagem) que acrescentam aspetos particulares (Monteiro & Pinto, 2009). Muitos professores reclamam falta de estudo para justificarem o insucesso nesta parte da matéria, não parecendo reconhecer a complexidade inerente a este assunto (Monteiro, Pinto & Figueiredo, 2005).

Sabendo que este conteúdo é alvo de ensino-aprendizagem no 1º ciclo do EB, procedeu-se à realização de um teste de avaliação diagnóstica, com o intuito de apurar o conhecimento prévio dos alunos, bem como as suas dificuldades e representações utilizadas. Os resultados do referido teste demonstraram a necessidade de um trabalho global ao nível do sentido de número racional. Desta forma, as dificuldades evidenciadas pela literatura e os resultados do teste, evidenciam a necessidade de um investimento em perceber como se pode desenvolver uma noção coerente de sentido de número racional, para que aprendizagens futuras não sejam colocadas em causa.

Por outro lado, Monteiro e Pinto (2005) e Pinto e Ribeiro (2013) salientam que uma das origens dos problemas apresentados na aprendizagem dos números racionais advém da abordagem tradicional de ensino, extremamente abstrata e mecanicista, normalmente adotada pelos professores, com muita ênfase nos procedimentos, nas regras e nos algoritmos e com a ausência do apelo à estimativa, dando-se preferência ao cálculo exato. Monteiro, Pinto & Figueiredo (2005) afirmam ser este um dos grandes obstáculos ao desenvolvimento do sentido do número racional. Neste sentido, ao observar o contexto educativo da turma constatei uma prática pedagógica, pautada num ensino extremamente formal, assente na exposição de conteúdos, repetição de exercícios referentes aos mesmos, preocupação excessiva pelo registo das regras formais da Matemática, e sem espaço para estratégias diversificadas e desafiantes.

Perante esta situação, vários são os autores (Ponte, 2005; Stein, Engle, Smith & Hughes, 2008; Canavarro, Oliveira & Menezes, 2012) que defendem uma abordagem exploratória do ensino, com enfoque no trabalho dos alunos ao realizarem explorações matemáticas de tarefas ricas e relevantes. Segundo os mesmos, os alunos de hoje necessitam de oportunidades de explorar tarefas matemáticas significativas para poderem raciocinar matematicamente sobre ideias importantes e atribuir sentido ao conhecimento matemático que surge a partir da discussão coletiva dessas tarefas. No mesmo sentido, no mestrado, durante a minha formação inicial, contatei e refleti sobre a prática de ensino exploratório como abordagem promotora das aprendizagens matemáticas.

Assim sendo, agregando todas as situações descritas evidenciou-se como problemática a investigar, como desenvolver o sentido de número racional, no 5º ano de escolaridade, recorrendo a uma abordagem de ensino-aprendizagem exploratória.

Com o intuito de colmatar as dificuldades dos alunos evidenciadas no processo ensino-aprendizagem dos números racionais e fundamentada na literatura, esta investigação tem como objetivo global, o desenvolvimento do sentido do número racional dos alunos, através de uma prática pedagógica de caráter exploratório, pautada pela implementação de tarefas exploratórias contextualizadas. Neste sentido e de forma que os alunos consigam explorar os conceitos de forma completa e integrada possibilitando uma construção gradual do sentido do número racional, procurou-se desenvolver os seguintes objetivos de ensino-aprendizagem:

i) Compreender e articular as diferentes formas de representação do número racional não negativo (fração, numeral decimal, percentagem, numeral misto);

ii) Comparar e ordenar números racionais representados com diferentes representações simbólicas e pictóricas ou estabelecendo relações entre as quantidades envolvidas;

iii) Conhecer e utilizar os diferentes significados da fração (parte-todo, operador, medida, razão e quociente);

iv) Utilizar estratégias diversificadas para resolver tarefas matemáticas envolvendo as diferentes representações dos números racionais, em contextos do quotidiano.

Face à problemática identificada e aos objetivos propostos, com o presente estudo vou procurar responder às seguintes questões de investigação:

a) Como desenvolver o sentido de número racional, através da implementação de tarefas diversificadas e desafiantes?

b) Quais as aprendizagens realizadas pelos alunos, no âmbito do sentido de número racional, com uma abordagem exploratória?

c) Quais os desafios e as dificuldades de uma futura professora, inerentes a uma prática de caráter exploratório, no ensino dos racionais?

O presente documento encontra-se organizado em seis capítulos, sendo o primeiro destinado à introdução, onde é contextualizada a problemática em estudo, identificada a problemática a resolver, estipulados o objetivo geral e os específicos do estudo, bem como as questões de investigação a responder.

O segundo capítulo destina-se à caracterização da instituição, da turma e do respetivo contexto educativo, onde foi desenvolvida a presente investigação.

No terceiro capítulo apresenta-se o enquadramento teórico da temática do estudo, centralizado nas orientações curriculares, no sentido de número racional e na prática de ensino exploratório da Matemática.

O quarto capítulo consiste na descrição e avaliação do plano de ação, destacando-se a metodologia de investigação utilizada, os métodos de recolha e análise de dados, bem como a justificação do plano de ação, as sessões implementadas e respetiva análise crítica, terminando-se com a triangulação dos dados e, consequente, avaliação do plano de ação.

No quinto capítulo apresenta-se as reflexões finais, explanando-se as implicações do plano de ação, as suas potencialidades, bem como os limites da prática pedagógica na promoção do desenvolvimento profissional da investigadora.

Por último, o estudo finaliza com a lista de referências bibliográficas e com os apêndices que foram considerados relevantes.

Capítulo 2 - Caraterização do Contexto Institucional

2.1. Caraterização da Instituição

O Instituto de Ciências Educativas (ICE) assume-se como uma escola de ensino particular com mais de 40 anos de história, tendo como valências de ensino, o 2º e o 3º ciclos do Ensino Básico e o Ensino Secundário.

A instituição assume-se como um meio privilegiado de mobilização e compromisso em torno de uma ideia de Escola e de Formação, congruente com os contextos locais e com as necessidades individuais dos alunos. Desta forma, o projeto educativo tem como objetivos despertar nos alunos o gosto por aprender e aprender através de contextos diversos (não apenas em sala de aula), despertando sensibilidades, estimulando a criatividade, desenvolvendo o pensamento crítico e a capacidade de intervir socialmente de uma forma responsável e construindo uma cidadania ativa e participativa em ambiente democrático.

O projeto educativo ambiciona, igualmente, disponibilizar um ensino de qualidade, construindo situações onde os alunos possam desenvolver a sua personalidade de forma holística, descobrindo um espaço para o desenvolvimento de todas as suas faculdades e competências e conhecimentos, preparando os alunos para enfrentarem um futuro exigente e garantindo uma adequada vivência social.

Desta forma, a instituição, para além de acompanhar o percurso dos alunos nas atividades curriculares, apresenta como preocupação a resolução dos diversos problemas dos jovens onde, através de uma particular atenção da Direção Pedagógica e do Diretor de Turma, vai informando e dialogando com a família do educando, quer sobre a componente educativa, quer sobre as situações dos jovens em crescimento.

Em termos de infraestruturas, o ICE é composto por três edifícios, onde encontramos várias salas de aulas, salas de Informática; a Biblioteca/Mediateca; o Centro de Recursos Educativos (CRE), o Gabinete de psicologia e orientação, um auditório, a secretaria, entre outros. Contém, ainda, nas suas instalações vários campos desportivos, uma piscina, um ginásio, um refeitório e bar e alguns espaços verdes.

Os alunos podem, também, usufruir de múltiplas atividades extra-curriculares, dirigidas e acompanhadas por professores como Laboratórios; Salas de Educação Visual e Tecnológica; Clubes de surf, futsal e andebol; Clubes de violino, teatro, inglês e ciências; o Jornal escolar; e Férias no ICE durante as pausas escolares. A escola dispõe, ainda, de transporte próprio para os seus alunos.

2.2. Caraterização da turma

O presente trabalho foi implementado na turma A, do 5º ano de escolaridade, do 2ºciclo do Ensino Básico, do ICE. Esta é composta por 23 alunos, com idades compreendidas entre os dez e onze anos de idade. Dos alunos que constituem a turma, 15 são do sexo masculino e 8 do sexo feminino (Figura 1), sendo todos de nacionalidade portuguesa. Os alunos residem, na sua maioria, no concelho de Odivelas ou nos concelhos circundantes.

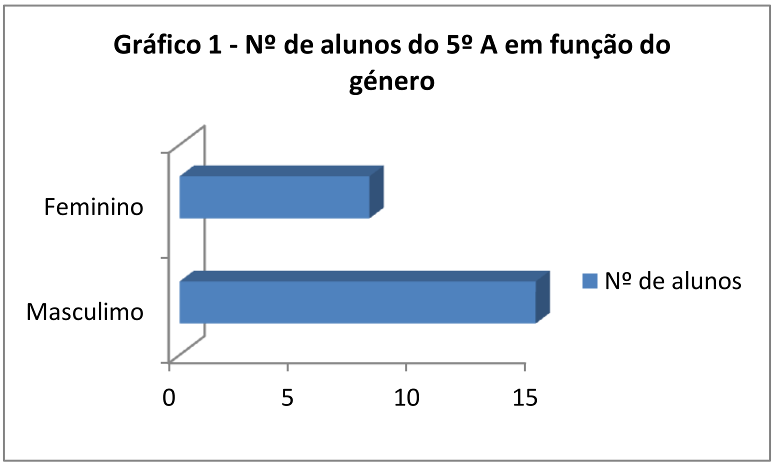


Figura 1. Gráfico referente ao número de alunos do 5ºA, em função do género

As famílias apresentam um nível socioeconómico médio ou médio-alto e trabalham em diferentes setores: construção civil, indústria, serviços administrativos, educação, saúde, entre outros. As habilitações literárias dos pais variam entre o 9º ano de escolaridade e o grau de licenciatura, sendo que as idades recaem entre os 30 e 50 anos. Relativamente à situação profissional encontram-se na sua totalidade todos empregados e apenas se registam dois pais desempregados.

A turma revela-se, de uma maneira geral, muito recetiva, motivada e interessada pelas aprendizagens, sendo os alunos, na sua maioria, autónomos e bastante curiosos, demonstrando uma grande vontade em aprender. Como turma, relacionam-se e interagem bem entre si e são muito participativos. No entanto, esta participação é, por vezes, desorganizada com evidências de alguns comportamentos menos corretos, como por exemplo, desrespeito pelas regras de participação (colocar o dedo no ar para falar), perturbando assim o desenrolar da aula. Outro problema reside na falta de concentração, pois, algumas vezes, distraem-se com conversas paralelas.

O grupo de alunos revela as competências essenciais para acompanhar o programa do quinto ano de escolaridade das diversas disciplinas, apresentando um ritmo de trabalho razoável e realizando diariamente as tarefas propostas. Na sua maioria apresentam um bom nível de desempenho académico (satisfaz ou satisfaz bastante), chegando, por vezes, a serem bastante competitivos entre si. Contudo, também, existem alguns alunos que necessitam de uma atenção especial por parte do professor, pois apresentam um ritmo lento de trabalho e demonstram algumas dificuldades na aquisição das aprendizagens

A turma contém dois alunos que apresentam um diagnóstico de Perturbação da Hiperatividade e Défice de Atenção (PHDA), estando ambos medicados de acordo com a mesma. Para colmatar as suas dificuldades foi elaborado um Programa Educativo Individual (PEI), que incide na implementação de estratégias diferenciadas na realização dos testes de avaliação.

Alguns alunos apresentam um fraco rendimento escolar, fruto do seu pouco empenho e esforço, tendo posturas muito impulsivas, que se reflectem na sua participação desorganizada.

2.3. Caraterização da sala de aula e ambiente educativo

A sala de aula localiza-se no piso inferior de um edifício com dois pisos. No que diz respeito à sua organização, esta encontra-se organizada de forma tradicional, com as mesas viradas para o quadro e os alunos sentados em carteiras individuais, mas em pares. Estas mesas encontram-se dispostas em três colunas de carteiras dispostas por quatro filas, todas direcionadas para a frente, onde se destaca o quadro branco e a mesa do professor.

A sala de aula é relativamente pequena, existindo pouco espaço para o professor circular entre as mesas dos alunos, tornando-se, desta forma, pouco acolhedora. Neste ambiente educativo, o professor assume-se como figura central do processo de ensino-aprendizagem, sendo a sua atividade centrada à frente do quadro branco. Na sala de aula predomina um ambiente saudável e de confiança, uma vez que os alunos relacionam-se bem entre si e com todos os professores, prevalecendo um clima de amizade e respeito.

2.4. Caraterização da turma em relação ao sentido de número racional

Uma vez que a prática da investigadora iria incidir nos números racionais não negativos, com o intuito de apurar o conhecimento prévio dos alunos, bem como as suas dificuldades e representações no âmbito do sentido de número racional, procedeu-se à realização de um teste de avaliação diagnóstica (Apêndice A). Posteriormente, efetuou-se a sua análise de forma a caraterizar-se a turma relativamente ao quadro teórico definito para o sentido de número racional (Pinto, 2011; Pinto & Ribeiro, 2013), que se apresenta em seguida.

Análise quantitativa

A presente análise (Quadro 1) demonstra o desempenho da turma, em termos absolutos e relativos, no teste de avaliação diagnóstica, em cada questão.

Quadro 1. Desempenho dos alunos, da turma do 5ª A, no teste de avaliação diagnóstica

Item do teste	Nº de resposta corretas na turma (n=23)	Nº de respostas incorretas na turma (n=23)	% de respostas corretas	% de respostas erradas
1.				
a)	13	10	57%	43%
b)	2	21	9%	91%
2.	1	22	4%	96%
3.	14	9	61%	39%
4.	4	19	17%	83%
5.	0	23	0%	100%
6.	3	20	13%	87%
7.				
7.1	6	17	26%	74%
7.2	1	22	4%	96%
8.	12	11	52%	48%

Análise qualitativa por questão

Questão nº 1 - Esta questão tinha como objetivo averiguar a compreensão dos alunos no significado de fração parte-todo e razão, em unidades continuas, bem como a utilização de diferentes representações dos números racionais, para apresentar a mesma grandeza.

Na alínea a), mais de metade da turma (57%) representou a parte colorida da figura utilizando diferentes representações do número racional, nomeadamente a representação verbal, em numeral decimal, em fração, em percentagem e em razão, tal como representado no exemplo do enunciado. A seguinte resposta (Figura 2) demonstra um exemplo do descrito acima:

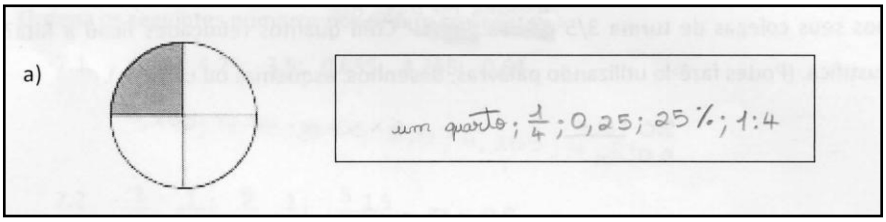


Figura 2. Resolução da alínea a) da questão nº1 do aluno G.L.

Das diversas representações da parte colorida, feitas pelos restantes alunos da turma, apenas aquela em que utilizavam a fração estava correta.

Na alínea b), apenas dois alunos conseguiram representar a parte colorida da figura com as cinco formas possíveis. Dos restantes alunos (91%), apenas alguns representaram corretamente a parte colorida utilizando a representação faccionária e verbal. As representações incorretas pautaram-se pela consistência do erro, na medida em que consideraram os valores de 0,20 e 20% como representantes equitativos de 2/5.

Síntese: Na aplicação do teste, foi notório que o exemplo auxiliou bastante os alunos, pois caso contrário não tinham conseguido escrever várias representações da mesma quantidade. Este facto é comprovado com a alínea b), onde praticamente a turma inteira revelou bastante dificuldade em representar a parte colorida da figura. De realçar, a representação em fração como aquela que os alunos utilizam mais, o que sugere uma maior familiaridade com a mesma. No que respeita ao significado de fração parte-todo, a maioria dos alunos demonstra alguma compreensão, visto ter sido utilizada corretamente.

Questão nº 2 - Nesta questão pretendia-se averiguar a compreensão dos alunos no significado de fração como quociente, em unidade contínua, em situações de partilha equitativa. A forma como o enunciado estava escrito, revelou-se ser pouco clara, pois todos os alunos considerarem apenas quatro amigas, quanto na realidade eram cinco amigas. Assim, considerou-se as respostas como sendo três sandes a dividir por quatro amigas.

Neste sentido, apenas um aluno resolveu a tarefa aplicando o significado de fração como quociente, obtendo a fração 3/4 e utilizando uma representação pictórica para justificar o seu raciocínio. Alguns alunos utilizaram uma representação pictórica, associada à adição, mas sem apresentar o cálculo formal. Neste contexto, referiam como resposta que cada menina comia 1/4 de cada tarte, ou seja, três fatias. A seguinte resposta (Figura 3) demonstra um exemplo desta situação descrito acima:

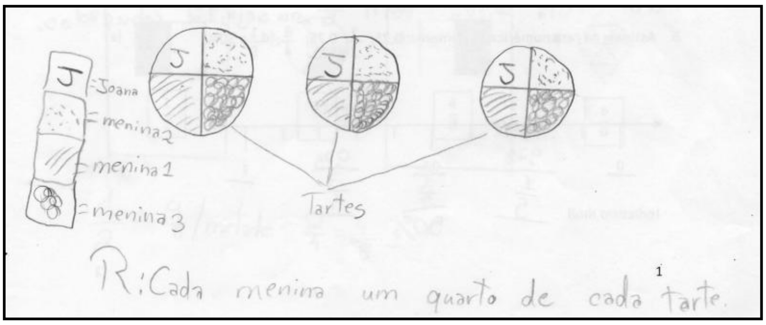


Figura 3. Resolução da questão nº2 da aluna I.N.

Outros alunos apresentaram apenas representações pictóricas ou esquemas corretos, mas sem responder propriamente à questão. Contudo, mais de metade dos alunos, não apresentaram respostas ou as mesmas foram incoerentes, com cálculos formais incorretos ou representações pictóricas desorganizadas ou incorretas.

Síntese: A maioria dos alunos utilizou representações pictóricas como estratégia de resolução e a fração continuou a ser a representação mais utilizada pelos alunos. No que respeita ao significado de fração como quociente, foi notório que a maioria dos alunos não demonstra conhecimento deste significado.

Questão nº 3 - Com a presente questão pretendia-se perceber se os alunos conseguiam construir a unidade, utilizando a fração como representação do número racional. Constatou-se que mais de metade da turma (61%) conseguiu completar a unidade, unindo corretamente as frações de cada coluna. Os restantes estabeleceram ligações de frações unindo frações com o mesmo numerador, ou com o mesmo numerador e denominador (e.g. 2/5 => 2/3 ou 1/3 => 3/5).

Síntese: Alguns alunos evidenciam falta de compreensão do significado do numerador e denominador no significado de fração como parte-todo. Estes também não identificam a fração que representa a unidade, cujo numerador é igual ao denominador.

Questão nº 4 - Com esta questão pretendia-se averiguar o conhecimento dos alunos sobre o significado de fração como operador multiplicativo, em unidade discreta.

Apenas 4 alunos conseguiram calcular 3/5 de 30 rebuçados, recorrendo a representações formais, nomeadamente efetuando cálculos através das operações da divisão e subtração, ou representando pictoricamente os rebuçados. A seguinte resposta (Figura 4) demonstra um exemplo do descrito acima:

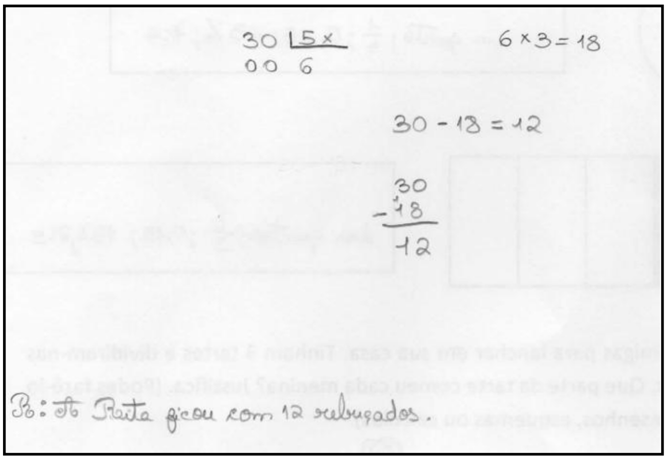


Figura 4. Resolução da questão nº4 do aluno G.L.

Os restantes, utilizando representações pictóricas ou mais formais, centraram-se na fração facultada, 3/5, esquecendo-se que a unidade era representada por 30 rebuçados. A seguinte resposta (Figura 5) demonstra um exemplo do descrito acima:

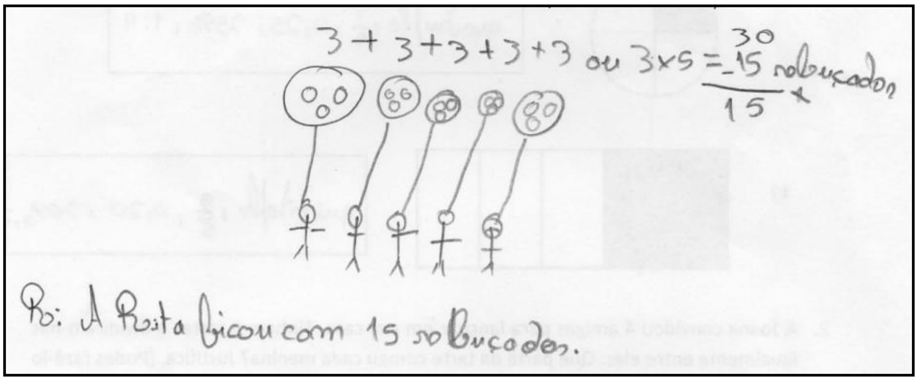


Figura 5. Resolução da questão nº4 da aluna M.M

Síntese: Nenhum aluno demonstrou conhecimento do significado de fração como operador, evidenciando que possivelmente ainda não foram confrontados, pelo menos de forma explícita, com situações em que a fração é aplicada ao cardinal de um conjunto discreto. De realçar, novamente, a utilização de representações informais como estratégia de resolução.

Questão nº5 - Esta questão teve como objetivo averiguar a compreensão dos alunos no significado de fração de medida, a utilização de diferentes representações dos números racionais e a sua ordenação na reta numérica. De realçar que nenhum dos alunos conseguiu assinalar corretamente na reta a fração 1/5. Alguns alunos assinalaram corretamente os número 1/2 e 50%, percebendo tratarem-se de outras representações de 0,5. Embora os restantes números racionais não tenham sido colocados na reta no local certo, estes alunos parecem demonstrar uma noção de ordem e da respetiva posição na reta numérica, comparativamente aos valores apresentados na mesma, colocando 1/5 e 0,25 antes de 0,5 e 0,75 e 3/4 depois. A seguinte resposta (Figura 6) demonstra um exemplo do descrito acima:

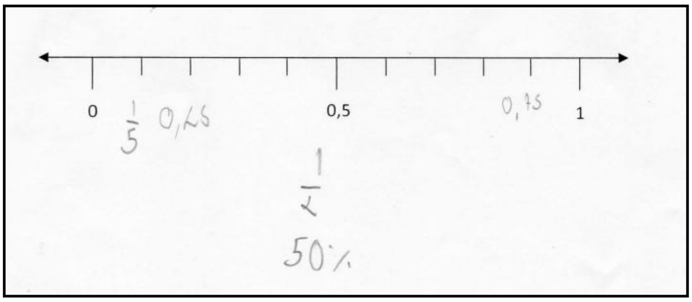


Figura 6. Resolução da questão nº5 do aluno G.E.

Contudo, a maioria da turma demonstrou dificuldades em assinalar os números racionais na reta numérica e não entendeu que 3/4 e 0,75, bem como que 1/2, 50% e 0,5, são representações da mesma grandeza.

Síntese: A maioria dos alunos revela dificuldades em reconhecer as diferentes representações dos números racionais, em ordená-las e em assinalá-las tendo como unidade de referência a reta numérica. Desta forma, fica evidente a dificuldade dos alunos em lidar com símbolos e linguagem matemática formal de forma significativa.

Questão nº 6 - Com esta questão pretendia-se perceber se os alunos sabiam que cada fração tem sempre subjacente uma unidade e conseguiam comparar frações unitárias. A maioria dos alunos (87%) não conseguiu entender o que lhe foi pedido, apresentando respostas em branco ou incoerentes. Apenas 3 alunos justificaram o seu raciocínio utilizando estratégias verbais, referindo que os amigos não tinham utilizado a mesma fração de dinheiro, porque não tinham a mesma quantidade de dinheiro.

Síntese: Os alunos demonstram falta de conhecimento sobre a importância da unidade de referência.

Questão nº 7 - A presente questão teve a intenção de averiguar o conhecimento dos alunos na ordenação e comparação de frações e numerais racionais. Na alínea 7.1, verificou-se que alguns alunos da turma (26%) ordenaram corretamente os números decimais, sendo que os restantes demonstraram os erros habituais quando se comparam números na forma decimal. Mais concretamente, confusão entre o número de algarismos e a quantidade - 0,635 com 0,64 – e confusão ente décimas e centésimas – 4,25 e 4,255. Na alínea 7.2, a maioria da turma (96%) manifestou dificuldade em ordenar de forma crescente os números apresentados, tendo apenas acertado os não fracionários, manifestando o entendimento que 1,5 > 1. Apenas um aluno conseguiu acertar na sequência, mas utilizou incorretamente o símbolo matemática (>).

Síntese: A maioria dos alunos revela dificuldade na ordenação e comparação de frações e numerais decimais, mostrando que não reconhecem as grandezas em causa. Também não utilizam símbolos matemáticos para evidenciar a relação entre os números.

Questão nº 8 - Por último a presente questão teve o intuito de averiguar a noção de frações equivalentes. Constatou-se que cerca de metade dos alunos (52%) circundaram corretamente as duas frações que representavam a mesma quantidade, justificando que em ambas as figuras encontrava metade pintada, ou que as frações 1/2 e 4/8 representavam a mesma quantidade, ou seja, a metade, pois um é metade de dois e quatro é metade de oito. A seguinte resposta (Figura 7) demonstra um exemplo do descrito acima:

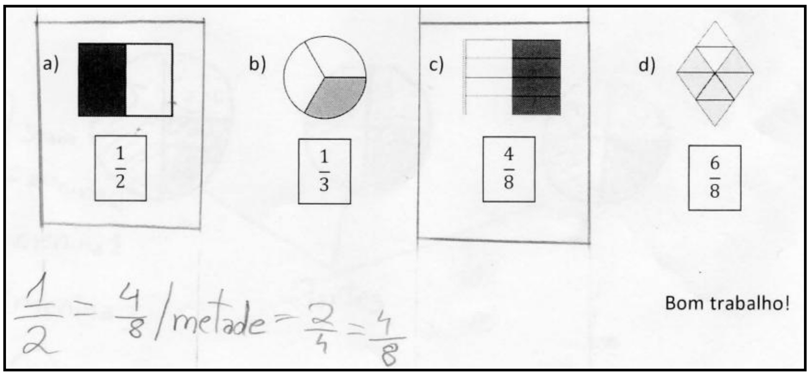


Figura 7. Resolução da questão nº8 do aluno F.L.

A restante turma não identificou as frações ou realizou uma identificação incorreta.

Síntese: Alguns alunos manifestam o desconhecimento da regra de equivalência de frações, bem como um desconhecimento da fração como quociente e, por conseguinte, dificuldades em lidar com símbolos e matemática formal de forma significativa. Considerou-se que a utilização da representação pictórica auxiliou os alunos na escolha das frações equivalentes.

Síntese final: Tendo em conta os resultados manifestados no presente teste de diagnóstico, os alunos manifestam dificuldades em todos os componentes do sentido de número racional e consequentemente, uma evidente falta de sentido de número racional. Mais concretamente, não reconhecem os vários significados da fração; não se encontram familiarizados com as diferentes representações do número racional; não ordenam, nem comparam as grandezas em causa; não reconhecem a unidade de referência de uma fração; e não utilizam corretamente os símbolos e a matemática formal de forma significativa.

A maioria escolhe as representações pictóricas ou esquemas informais como estratégias de resolução e explicação do seu raciocínio e utilizam a fração como representação de eleição, demonstrando que é com esta representação que se sentem mais à vontade ou que tiveram mais contacto ao longo do seu percurso académico.

Capítulo 3 - Enquadramento da área temática

3.1. Orientações curriculares para o Ensino Básico em Matemática

Com o intuito de melhorar a qualidade do ensino da Matemática, o Programa e as Metas Curriculares em Matemática para o Ensino Básico (PMCMEB) (ME, 2013) referem como uma questão fundamental, um trabalho profundo no desenvolvimento e promoção da compreensão matemática dos alunos. Segundo o mesmo documento, a compreensão deve ser trabalhada mobilizando-se, de forma flexível, uma ampla, contínua e gradual rede de regras, procedimentos, factos, conceitos e relações, numa diversidade de contextos (ME, 2013). Por outro lado, o Programa de Matemática do Ensino Básico (PMEB) (ME, 2008) defende que o ensino em Matemática deve contribuir para o desenvolvimento pessoal do aluno, garantir a formação matemática necessária a outras disciplinas e ao prosseguimento dos estudos e concorrer, também, para a sua plena realização na participação e desempenho sociais e na aprendizagem ao longo da vida.

O PMCMEB destaca três grandes finalidades para o Ensino da Matemática (ME, 2013): i) a estruturação do pensamento com base numa aprendizagem sistemática e hierarquizada de conceitos matemáticos, através de um raciocínio hipotético-dedutivo; ii) a análise do mundo natural, evidenciando a importância do conhecimento matemático na compreensão dos fenómenos do mundo inerentes a outras áreas do saber; e iii) a interpretação da sociedade, uma vez que as aprendizagens matemáticas permitem um melhor entendimento do funcionamento da sociedade. Por seu lado, o PMEB (ME, 2007), apresenta como finalidades a promoção da aquisição de informação, conhecimento e experiência em Matemática, o desenvolvimento da capacidade da integração e mobilização do aluno em contextos diversificados, o desenvolvimento de atitudes positivas face à matemática e a capacidade para apreciar esta ciência. Este último vai ao encontro do definido pelo *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM), que menciona que o ensino da matemática "requer compreensão daquilo que os alunos sabem e precisam de aprender, bem como o sequente estímulo e apoio para que o aprendam corretamente" (p.17).

De seguida, destaca-se, com mais pormenor, o domínio de conteúdo que foi trabalhado e desenvolvido nesta investigação: Números e Operações, mais concretamente, o subdomínio Números racionais não negativos.

3.1.1. Números e Operações: Números racionais não negativos

O PMCMEB menciona que no 1º ciclo do EB, o estudo das frações assume-se como o tema principal, sendo necessário que os alunos retenham os diferentes aspetos inerentes a esta temática. Neste sentido, as frações devem ser introduzidas de forma geométrica, tendo por base a decomposição de um segmento de reta em segmentos de igual comprimento e utilizadas para definir e representar números racionais positivos enquanto medidas de grandezas (ME, 2013). Por outro lado, o PMEB defende uma aprendizagem dos números racionais com uma abordagem intuitiva a partir de situações de partilha equitativa e de divisão da unidade em partes iguais, recorrendo-se a modelos e à representação em forma de fração nos casos mais simples (ME, 2008).

Posteriormente, o PMCMEB referem que o desenvolvimento das frações e dos números racionais positivos por elas representados deverá ser realizado com o máximo rigor e cuidado de forma a garantir, por exemplo, uma correta interpretação das dízimas finitas como uma simples representação de um tipo particular de frações (ME, 2013). Já o PMEB defende um trabalho dos outros significados das frações recorrendo a problemas e a introdução da representação em numeral decimal partindo de situações de partilha equitativa ou de medida, aperfeiçoando a unidade de medida (ME, 2008). Este programa acrescenta a realização de um trabalho com contextos do quotidiano e com situações que estimulem o desenvolvimento de estratégias de cálculo mental e escrito. Ainda, refere a apresentação simultânea da representação fracionária e decimal, bem como a exploração de situações de uma forma intuitiva, que concorram para o desenvolvimento da compreensão dos conceitos de razão e de proporção (ME, 2008).

Relativamente ao 2º ciclo do EB, o PMCMEB menciona que os alunos deverão continuar o estudo dos números racionais, de modo que à entrada no 3.º ciclo do EB, evidenciem fluência e agilidade na aplicação de números racionais em contextos variados e relacionem eficazmente as suas diversas representações: frações, dízimas, numerais mistos e percentagens (ME, 2013). Neste ciclo, indo ao encontro das normas do NCTM, o PMEB defende a continuação da utilização de contextos do quotidiano dos alunos (e.g. jornais, revistas e horários de transportes), bem como a associação a situações de medida de grandezas, como comprimento, área, volume, massa, tempo e dinheiro, que facilitam a compreensão desses números e das relações entre eles. Este programa acrescenta, também, a familiaridade com os múltiplos significados da fração: quociente entre dois números inteiros, relação parte-todo, razão, medida e operador, assim como a introdução da representação na forma de numeral misto (ME, 2008), situações corroboradas pelas normas do NCTM.

3.2. O sentido de número no conjunto dos racionais

Os números racionais são encarados por vários investigadores (e.g. Lamon, 2006; Pinto & Ribeiro, 2013) como um dos temas matemáticos mais complexos e importantes do currículo do ensino básico, uma vez que, devido à riqueza de relações desenvolvidas por estes números, promovem o desenvolvimento de estruturas cognitivas essenciais ao crescimento intelectual dos alunos. Além disso, assumem-se como um dos tópicos do ensino básico que mais repercussão irá ter na compreensão de assuntos chave da matemática escolar (Monteiro & Pinto, 2009). Neste sentido importa clarificar o que se entende por sentido de número e, consequentemente, por sentido de número racional.

McIntosh, Reys e Reys (1992) definem o sentido de número como a “compreensão global do número e das operações a par com a capacidade de usar essa compreensão de maneira flexível, para fazer julgamentos matemáticos e desenvolver estratégias úteis de manipulação dos números e das operações” (p.4). Os mesmos autores mencionam que este conceito abarca também uma capacidade para utilizar os números e métodos quantitativos para comunicar, processar e interpretar a informação, percebendo-se a utilidade dos mesmos e a existência de uma ordem na Matemática (McIntosh et al., 1992).

Matos & Serrazina (1996) mencionam que o sentido de número é muito personalizado e encontra-se intimamente ligado com as ideias sobre o número que cada pessoa foi construindo e com o modo como as mesmas foram adquiridas, evidenciando a importância dos contextos nos quais os problemas matemáticos são explorados e trabalhados. Estes autores salientam, ainda, que o sentido de número inclui o reconhecimento da possibilitada de múltiplas estratégias de solução para um dado problema e a consciência que existem algumas estratégias e/ou instrumentos de cálculo mais eficazes que outros.

De acordo com o NCTM (2008), um bom sentido de número pauta-se por: uma boa compreensão do significado de número, a existência de múltiplas interpretações/representações de números, o reconhecimento da grandeza relativa e absoluta de números, uma análise do efeito das operações com números e um desenvolvimento de sistema de referência numérica.

Com o intuito de clarificar este conceito, McIntosh et al. (1992) definiram um modelo teórico de caraterização do sentido de número, onde identificaram três componentes-chave: (i) o conhecimento e destreza com os números; (ii) o conhecimento e destreza com as operações; e (iii) a aplicação do conhecimento e da destreza com os números e operações a situações de cálculos.

Apesar de tudo o que foi referido anteriormente se poder aplicar na compreensão do sentido de número racional, este não se confina no desenvolvimento do conhecimento e da destreza com os números, tal como descreve o modelo apresentado por McIntosh et al. (1992) para caraterizar o sentido de número (Pinto, 2011). De acordo com Lamon (2006) e Pinto (2011), o sentido de número racional deve contemplar a complexidade e diversidade do conceito de fração, no âmbito da familiaridade com os seus diferentes significados em contexto, bem como a flexibilidade com a unidade de referência das frações em contexto.

Por conseguinte, foi necessário a criação de um novo modelo para caracterizar o sentido de número racional (Figura 8), com base no desenvolvimento de cinco componentes, explicitando, em cada um destes, as capacidades a desenvolver (Pinto, 2011; Pinto & Ribeiro, 2013).

SENTIDO DE NÚMERO RACIONAL	
Componentes	**Capacidades a desenvolver**
Familiaridade com os diferentes significados das frações em contexto	→ Reconhecer os diferentes significados das frações (partilha, parte-todo, medida, operador e razão) em situações discretas ou contínuas.
Flexibilidade com a unidade de referência das frações em contexto	→ Reconstruir a unidade de referência (discreta ou contínua) → Identificar a unidade de referência (discreta ou contínua)
Familiaridade com diferentes representações de número racional	→ Conectar diferentes representações (numeral decimal, fração e numeral misto) → Reconhecer frações equivalentes
Flexibilidade na comparação, ordenação e densidade de números racionais	→ Representar números racionais na reta numérica → Comparar e ordenar números racionais → Reconhecer a existência de outros números entre dois números racionais
Símbolos e linguagem matemática formal significativos de números racionais	→ Relacionar os símbolos com ações e conhecimentos informais. → Relacionar os símbolos com linguagem matemática formal.

Figura 8. Modelo para caraterizar o sentido de número racional

Em relação à componente da familiaridade com os diferentes significados das frações em contexto, a investigação demonstra que os alunos constroem uma compreensão significativa do conceito de número racional, ao lhes ser concedida a exploração de tarefas que abarcam a maioria dos significados das frações, potenciando assim uma noção holística de número racional (Pinto & Ribeiro, 2013). Desta forma, os alunos devem ser confrontados com os seguintes diferentes significados das frações (Pinto & Monteiro, 2009):

a) A relação entre a parte de um todo contínuo ou discreto, onde o símbolo *a/b* menciona uma parte fracionada de uma só unidade (e.g. um quinto de uma folha de papel está pintada, ou um quinto de uma coleção de 10 lápis são azuis, sendo o todo a folha de papel e a coleção de lápis respetivamente). A fração emerge da comparação entre a parte e o todo (a unidade). O denominador mostra o número de partes em que a unidade está dividida e o numerador, o número de partes escolhidas;

b) O quociente entre dois números inteiros (com o denominador diferente de zero) em situações de partilha equitativa, representado pela fração *a/b*. Neste caso, o numerador indica o número de coisas a ser partilhado e o denominador o número de recetores dessa partilha. Existe uma relação entre duas quantidades, mas também o significado de uma quantidade, isto é, a porção com que cada um dos recetores ficou. Por exemplo 3/4, na situação “3 chocolates a dividir por 4 crianças”, representa a relação entre o número de chocolates e o número de crianças, mas também representa o resultado dessa divisão— a quantidade de chocolates que coube a cada uma;

c) A razão “parte-parte”, ou seja, a relação entre duas quantidades referentes a duas partes de um todo, por exemplo a razão entre o número de meninos e de meninas numa turma é de 3 para 5 — quantidade intensiva;

d) Operador partitivo multiplicativo. Neste caso a fração *a/b* transforma o cardinal de um conjunto discreto (3/4 de 12 lápis, são 9 lápis) ou, no caso de uma figura, tem o efeito de redução ou de ampliação. O denominador mostra uma divisão e o numerador uma multiplicação;

e) A medida, onde se compara uma grandeza com outra tomada como unidade. O aluno terá de fracionar a unidade de medida numa parte que esteja contida um número inteiro de vezes na quantidade a medir.

No que diz respeito à componente flexibilidade com a unidade de referência na compreensão das frações, a investigação demonstra que, uma vez que uma fração tem sempre subjacente uma unidade, é essencial uma discussão (com os alunos) sobre a importância da unidade, de modo a clarificar e evidenciar que para podermos definir uma determinada fração temos sempre de considerar o todo a que essa fração faz referência. Este todo poderá ser tanto contínuo como discreto, devendo os alunos familiarizarem-se em ambas as situações. (Monteiro & Pinto, 2005; Pinto & Ribeiro, 2013).

Na componente familiaridade com diferentes representações dos números racionais, Quaresma & Ponte (2012) realçam que as representações desempenham um papel fundamental no trabalho com números racionais, pois este pode ser representado por um numeral decimal, uma fração, uma percentagem, um ponto na reta numérica ou em linguagens natural ou pictórica. Os alunos necessitam de saber trabalhar com cada uma destas representações e estabelecer relações entre elas, uma vez que, uma melhor compreensão do número racional encontra-se relacionada com flexibilidade na conversão entre diferentes representações, nas transformações dentro de cada representação e na independência das representações concretas. Segundo NCTM (2008) “ao estudarem frações, decimais e percentagens em simultâneo, os alunos podem aprender a alternar entre formas equivalentes, escolhendo e usando uma forma adequada e conveniente para resolver problemas e expressar quantidades” (p.175).

É de realçar que só é possível compreender o modo de pensar e de raciocinar dos alunos observando as suas representações (NCTM, 2008).

Dados da investigação referem, ainda, a importância do desenvolvimento da ordenação e comparação do sistema de numeração, pois este desenvolvimento permite que os alunos utilizem estes conhecimentos noutras situações, tendo a perceção da existência de uma relação de ordem total, onde dados dois números racionais é sempre possível dizer qual deles é o maior ou se são iguais, e na compreensão da densidade deste conjunto, que facilita a compreensão dos números racionais (Monteiro & Pinto, 2009; Pinto & Ribeiro, 2013).

Por último, o desenvolvimento da componente relativa aos símbolos e linguagem matemática formal significativos requer que os alunos comecem por relacionar os símbolos com ações e conhecimentos informais e, gradualmente, passem a relacioná-los com linguagem matemática formal, para que possam lidar com símbolos e linguagem matemática formal de modo significativo (Pinto & Ribeiro, 2013).

3.2.1. Desenvolvimento do sentido de número racional

Como já foi referido, vários autores apontam os números racionais como um dos temas mais complexos e mais importantes do currículo do EB (e.g. Lamon, 2006; Quaresma, 2010; Pinto, 2011; Pinto & Ribeiro, 2013). Por conseguinte, o seu processo de ensino-aprendizagem não deve ser descurado, existindo várias abordagens.

No âmbito da Educação Matemática Realista (EMR), Streefland (1993) concebeu um programa para o ensino-aprendizagem de números racionais, onde o estudo das frações deveria ser iniciado explorando-se de forma intensiva situações de divisão de partilha equitativa. Deste modo, segundo o referido autor, o conceito de fração é abordado de uma forma variável, numa multiplicidade de contextos e significados associados a esses contextos, designadamente, parte-todo, operador, razão e medida (Pinto, 2011). O autor, também, destaca a importância do desenvolvimento de uma linguagem relativa às frações acompanhada de símbolos apropriados, a conexão entre equivalência de frações e razão no começo do processo de aprendizagem e, principalmente, a realização de conexões entre as diferentes representações dos números racionais: fração, numeral decimal, numeral misto e percentagem (Quaresma, 2010; Pinto, 2011; Tavares; 2012).

Nesta abordagem Streefland (1993) e Pinto (2011) que valorizam a utilização de problemas de contexto no ensino-aprendizagem dos números racionais. Estes indicam que esta estratégia favorece (i) a formação de conceitos; (ii) uma modelação matemática de forma natural e motivadora; e (iii) a perceção da realidade como fonte e domínio de aplicação, facilitando a prática das capacidades aritméticas básicas em situações contextualizadas. Desta forma, estes problemas transformam o conhecimento e as capacidades matemáticas aplicáveis, facultam sentido às operações formais e tornam possível a formação de um sistema formal cheio de significado e abundância de contexto (Pinto, 2011).

Tal como Streefland, também Fosnot e Dolk (2002) defendem as situações de partilha equitativa como a primeira abordagem ao estudo das frações e a necessidade de se trabalhar todos os significados das frações, principalmente, razão, parte-todo, medida e operador. Estes salientam ainda a importância da conceptualização da unidade de referência, uma vez que uma fração tem sempre subjacente uma unidade.

Contrapondo o anteriormente referido, Keijzer (2003, citado por Pinto, 2011) sustenta, como primeira abordagem ao estudo das frações, a análise de situações de medida, pois considera que estas possibilitam o surgimento de modelos como a barra e a linha numérica, fundamentais para promover o desenvolvimento da equivalência e comparação de frações.

No mesmo sentido encontra-se o referido por Goldin e Shteingold (2001, citados por Tavares, 2012) que destacam o recurso à reta numérica por permitir a apresentação de relações de ordem e uma interpretação espacial imediata e por Monteiro e Pinto (2005) que realçam esta representação como um recurso didático recorrente ao possibilitar a enfâse na questão da densidade dos números racionais.

Pinto (2011) aponta o significado de fração parte-todo como o primeiro a ser trabalhado e a exploração em contextos que envolvam quantidades discretas e contínuas, indispensáveis para o desenvolvimento do sentido de número racional e para o ensino-aprendizagem dos outros significados da fração.

Outra abordagem ao ensino-aprendizagem dos números racionais prende-se com os estudos desenvolvidos pelo *Rational Number Project* (RNP), que indicam:

> “que a compreensão de número racional pode estar relacionada com três características do pensamento dos alunos: (i) flexibilidade na conversão entre as diferentes representações do número racional; (ii) flexibilidade nas transformações dentro de cada representação e (iii) independência cada vez maior das representações concretas” (Quaresma, 2010, pág.17).

Estes estudos mencionam ainda que os alunos que não utilizam, nem desenvolvem estratégias de conversão entre as múltiplas representações de número racional, demonstram grandes dificuldades na abstração de informações das representações concretas, na realização de conversões e nas operações com símbolos matemáticos (Quaresma, 2010; Tavares, 2012). Por esta razão, o modelo de ensino, utilizado no RNP, aponta para uma participação ativa dos alunos através do manuseamento de materiais concretos, como manipuláveis, imagens, diagramas e interações verbais e simbólicas, uma vez que estes materiais possibilitam uma melhor compreensão da diversidade de representações, promovem a abstração de conceitos, ajudam os alunos a construírem referências mentais que lhes permite executar tarefas significativas com frações e o desenvolvimento do conceito flexível de unidade de referência (Tavares, 2012).

O NCTM (2008) destaca que os alunos entre o 3º e o 5º ano de escolaridade devem: i) explorar os diversos significados e modelos de frações – o modo como as frações se relacionam entre si e com a unidade e a forma como são representadas – por forma a adquirir agilidade na perceção do "tamanho" das frações, recorrendo, geralmente, à utilização de pontos de referência como 1/2 ou 1; ii) compreender a equivalência entre frações, decimais e percentagens e a informação que cada uma destas formas de representação transmite, de modo a conseguir desenvolver estratégias para o cálculo com decimais e frações; iii) relacionar frações com a unidade, comparar partes fracionárias de um todo e descobrir frações equivalentes, através de um modelo de área; iv) desenvolver estratégias para ordenar e comparar números representados por frações; v) utilizar retas numéricas paralelas, para explorar as frações unitárias e os seus múltiplos, visualizar as frações como representações de números e compreender a densidade deste conjunto numérico (entre quaisquer dois destes números existe sempre outro número); vi) compreender que uma fração como 1/2 é equivalente a 5/10 e que possui uma representação decimal (0,5), percebendo que podem chegar a esta equivalência através de um novo significado de uma fração – quociente entre dois números inteiros ($1/2 = 1 \div 2 = 0,5$); vii) e entender a representação do número racional na forma de numeral misto.

É, igualmente, fundamental diversificar os contextos em que as frações aparecem com diferentes significados, pois é na síntese desses significados que o sentido do número racional se desenvolve (Pinto & Monteiro, 2005). Com o intuito de desenvolver estas competências, deve-se tomar como ponto de partida quer situações que incluem elementos do quotidiano dos alunos (por exemplo, de jornais e revistas e de horários de transportes), quer as que surgem no próprio campo da Matemática (ME, 2008). O trabalho nestes tópicos reveste-se de atividades fortemente exploratórias e investigativas, onde as tarefas não devem ser simples exercícios em que os alunos têm que aplicar conhecimentos previamente aprendidos, mas sim tarefas em que têm de formular estratégias próprias, ao mesmo tempo que mobilizam conhecimentos e capacidades anteriormente desenvolvidas (Menezes, Rodrigues, Tavares, & Gomes, 2009).

De acordo com as orientações atuais para o ensino da Matemática (NCTM, 2008) os alunos devem ter oportunidade para trabalhar individualmente, em pares ou em pequenos grupos, para procurem soluções e discutirem-nas com os colegas. Essas soluções podem envolver representações informais e formais, que os alunos devem ter oportunidade para efetuar e até de misturar para obter as resoluções de problemas contextualizados. Estes devem ser levados a progredir das representações informais para as representações mais formais e abstratas, sendo o papel do professor o de auxiliar os alunos a construir pontes entre as suas próprias representações e as representações convencionais, ajudando-os a contemplar as semelhanças entre os múltiplos contextos do problema (Quaresma, 2010).

Relativamente às representações pictóricas, Quaresma (2010) afirma que estas são instrumentos de ajuda úteis para o raciocínio, pois podem representar a informação do problema e, também, facilitar a mudança de estratégias de resolução. O autor sugere que os alunos precisam ter habilidade para interpretar representações, construir as suas próprias representações e desenvolver e comunicar as suas ideias.

Tavares (2012) refere que a representação percentual é um dos conceitos mais úteis presente no currículo da matemática, visto que é utilizado em múltiplas situações na nossa sociedade. No entanto, salienta que, apesar da sua relevância, é um dos tópicos mais difíceis para crianças e adultos conceptualizarem e desenvolverem com facilidade o seu uso, não sendo escolhida como representação preferencial para iniciar o ensino-aprendizagem dos números racionais.

3.2.2. Dificuldades na aprendizagem dos números racionais

Devido à sua complexidade, a falta de compreensão dos números racionais origina muitos problemas e dificuldades matemáticas que, por vezes, permanecem durante toda a escolaridade, pois ao ampliarem a noção de número, acarretam conflitos conceptuais nos alunos (Monteiro & Pinto, 2005).

Igualmente, Vanhille e Baroody (2002 citados por Pinto & Ribeiro, 2013) realçam como razões das dificuldades dos alunos com os números racionais: (i) a escassez de experiências concretas, imprescindíveis à compreensão conceptual de frações, ou a falta de ligação entre estas experiências e os conceitos abstratos; e (ii) o pouco desenvolvimento do raciocínio multiplicativo devido a um inadequado desenvolvimento das estruturas multiplicativas, fundamental à compreensão das frações. Realmente, a compreensão de muitos dos conceitos relativos aos números racionais encontra-se assente nas relações entre números inteiros de natureza multiplicativa, como a multiplicação e a divisão de números inteiros e suas relações (Pinto & Ribeiro, 2013).

O desenvolvimento de competências numéricas relativamente a estes números é considerado um dos temas mais complexos e um dos maiores obstáculos à maturidade matemática dos alunos do ensino básico (Monteiro & Pinto, 2005). Esta situação pode estar relacionada com o facto de as crianças (i) não possuírem as mesmas experiências quotidianas dos números inteiros com os números racionais; e (ii) atribuírem incorretamente as propriedades observáveis das operações com números naturais às dos números racionais (Tavares, 2012)

Monteiro e Pinto (2007) e Pinto e Ribeiro (2013) consideram que os erros evidenciados relativamente às frações são também muito comuns, pois (i) a sua representação envolve dois números; (ii) na comparação de frações não é evidenciada a relação inversa entre o numerador e o denominador, levando os alunos a considerarem que 1/4 é maior do que 1/4 porque 4 é maior que 3; (iii) referem que 1/2 = 1,2, constatando-se que as representações não se relacionam com os números que representam; (iv) na conceptualização da unidade como o todo em diversos problemas ou situações; e v) a sua multiplicidade de significados acarreta ambiguidades (e.g. a fração 3/5 pode ser interpretada como 3/5 de um bolo, como a razão entre o número de rapazes (3) e de raparigas (5) existentes numa sala de aula, ou como o quociente resultante de se dividir 3 chocolates iguais por cinco pessoas.

Os alunos, também, manifestam falta de compreensão do conceito de numeral decimal, que de acordo com Monteiro e Pinto (2007), pauta-se com: (i) confusão entre décimas e centésimas – confunde 2,5 com 2,05; (ii) confusão entre o número de algarismos e a quantidade – 1,456 é maior que 1,5 porque o primeiro tem mais números ou porque 456 é maior que 5 e (iii) considerar que entre 0,1 e 0,2 não existem números racionais. Para Tavares (2012) estas dificuldades manifestam-se porque os alunos são ensinados a trabalhar com os numerais decimais antes de compreenderem o conceito elementar de decimal, defendendo o uso da representação em numeral decimal e fracionária paralelamente, como forma dos alunos perceberem que as duas pertencem ao mesmo conjunto numérico.

Como já foi referido, a representação percentual de um número racional assume-se como vantajosa e universal, pois está presente no nosso quotidiano e esta articula as situações do mundo real e os conceitos matemáticos de estruturas multiplicativas. Contudo, este conceito é de difícil aprendizagem, sendo as dificuldades evidenciadas na (i) compreensão do símbolo %, pois não lhe é atribuído um significado; (ii) utilização incorreta da “regra do numerador”, uma vez que o símbolo da percentagem à direita é substituído por uma vírgula à esquerda do número, como por exemplo 0,45 em 45%, podendo surgir conversões incorretas quando se substitui 150% por 0,150 ou 8% por 0,8 (iii) procura da percentagem (e.g. 50% de 40 é igual a 80); e (iv) cálculo de percentagens maiores que 100 (Tavares, 2012).

Relativamente à reta numérica, Tavares (2012) reconhecem a sua importância na exploração da densidade dos números racionais e nas relações de grandezas, mas enunciam que os alunos manifestam dificuldades em assinalar frações na reta numérica quando o número de segmentos da reta é diferente do denominador das frações ou quando o número de partes é um múltiplo ou um submúltiplo do denominador, o que remete para uma noção ambígua e inflexível da fração.

No que diz respeito ao ensino dos números racionais, verifica-se que algumas das dificuldades dos alunos têm origem na apresentação precoce e descontextualização dos símbolos e algoritmos (Pinto & Ribeiro, 2013). Monteiro e Pinto (2005) realçam que apesar de os alunos saberem trabalhar com símbolos não significa que tenham compreendido os conceitos subjacentes pois o treino de exercícios rotineiros permite muitas vezes chegar a respostas corretas. Por outro lado, há situações em que os alunos resolvem corretamente um problema recorrendo a representações informais, mas não conseguem resolvê-lo recorrendo a símbolos. Estas duas situações podem conduzir a conclusões erradas sobre o grau de abstração dos alunos, isto é, decidir-se que o primeiro tem um grau de abstração superior ao segundo e a situação ser inversa.

Desta forma, é da responsabilidade dos professores a criação de ambientes de aprendizagem que enfatizem, corroborem e reconheçam as diversas representações utilizadas pelos alunos de forma a guiar de forma eficaz o desenvolvimento e a utilização dessas múltiplas representações e permitindo aos alunos o desenvolvimento do seu entendimento, a construção das suas certezas e a estruturação dos seus processos analíticos (Tavares, 2012). Também, o NCTM (2008) realça que a seleção e a utilização de materiais de ensino adequados, de ferramentas e técnicas didáticas, a vivência de uma prática reflexiva e um contínuo enriquecimento pessoal constituem ações que os bons professores levam a cabo todos os dias

De acordo com este documento, os professores deverão ajudar os alunos a compreenderem que as representações constituem ferramentas para a modelação e a interpretação de fenómenos de natureza matemática encontrados em diversos contextos, eventualmente utilizando mais do que uma representação. É também importante realçar que os alunos deverão compreender que as múltiplas representações, criadas ou não por eles, estão sujeitas a múltiplas interpretações e que a comunicação daquilo que foi entendido e a utilização de representações alternativas são formas de consolidação da compreensão (NCTM, 2008).

Tavares (2012) salienta que o ensino deve ser mais orientado para o significado do que é o símbolo e que o conhecimento não deve ser apresentado aos alunos como um produto final e que estes devem ser motivados a construírem seu próprio conhecimento. Assim, a aprendizagem deve ser desenvolvida com base no princípio de construção do conhecimento não privilegiando regras e processos rotineiros ou estratégias excessivamente mecânicas para resolver problemas (Tavares 2012).

3.3. Prática do ensino exploratório da Matemática

A prática de ensino exploratório, também denominada como ensino-aprendizagem exploratória (Ponte, 2005), emerge em oposição a práticas letivas de carácter diretivo, que defendem uma lógica de transmissão de conhecimentos do professor para o aluno (Oliveira & Carvalho, 2013).

Adotando uma perspetiva dialógica de construção de conhecimento defendida por Wells (2004, citado por Oliveira & Carvalho, 2013), o ensino exploratório defende a promoção de aprendizagens matemáticas pela compreensão e construção do conhecimento com significado, através da exploração de tarefas desafiantes que os alunos resolvem e discutem e, a partir das quais, sistematizam coletivamente aprendizagens, dirigidas pelo professor (Ponte, 2005; Stein, Engle, Smith & Hughes, 2008; NCTM, 2008; Canavarro, 2011).

Normalmente, uma aula exploratória típica encontra-se estruturada em quatro fases: a fase de “lançamento” da tarefa, a fase de “exploração” pelos alunos, e a(s) fase(s) de “discussão e sintetização”, que podem suceder de forma sequencial ou articulada (Canavarro, 2011). Na primeira fase, o professor apresenta uma tarefa matemática à turma, habitualmente, um problema ou uma investigação, obrigando interpretação. Este deve: certificar-se que em poucos minutos, os alunos compreendem o que se espera que façam e que se sintam desafiados a trabalhar na tarefa; organizar o progresso do trabalho pela turma, determinando o tempo a destinar às diferentes fases; e orientar os recursos a usar e os modos de trabalho dos alunos (Canavarro, 2011; 2013).

Na segunda fase, durante o trabalho autónomo sobre a tarefa, realizado individualmente ou em pequenos grupos, o professor deve auxiliar os alunos garantindo que todos participam de forma produtiva. Os comentários e as respostas do professor às dúvidas dos alunos não podem reduzir o nível de exigência cognitiva da tarefa, nem uniformizar as estratégias de resolução, para que a discussão matemática seja interessante e desafiante para a turma. O professor necessita, também, de se certificar que os alunos se preparam para a apresentação do seu trabalho e que chegam às resoluções adequadas, em tempo útil, para a fase de discussão. Ao mesmo tempo, o professor precisa de selecionar as soluções que avalia como contribuições positivas para a discussão coletiva e estabelecer a sequência da sua apresentação pelos alunos (Stein et al., 2008; Canavarro, 2011; 2013).

Posteriormente, na fase de discussão coletiva das resoluções selecionadas, o professor tem de gerir essa discussão, organizando as intervenções e interações dos diferentes alunos, desenvolvendo a qualidade matemática das suas explicações e argumentações, promovendo a comparação das várias resoluções e discutindo a respetiva diferença e eficiência matemática. Para além disso, o professor deve promover a participação de todos os alunos, num clima positivo e de genuíno interesse pela discussão. No final, a aula termina com a síntese das principais ideias matemáticas que surgem a partir da discussão (Canavarro, 2011; 2013).

O ensino exploratório pressupõe um novo papel para o aluno (Ponte, 2005), uma vez que a ênfase é colocada nele e nas condições que favoreçam, numa atividade de inquirição, a sua participação, individual e coletiva, onde o conhecimento matemático é edificado através de situações práticas específicas, nas quais os alunos questionam, formulam conjeturas e exploram possíveis caminhos, com base nos seus conhecimentos prévios (Oliveira & Carvalho). Os conhecimentos e procedimentos matemáticos constituem o produto de uma construção coletiva, baseada na negociação de significados (Ponte, 2005; Canavarro, 2011; Oliveira, Menezes & Canavarro, 2012). Assim, as tarefas matemáticas são de extrema relevância, pois é a partir delas que a atividade matemática do aluno se desenvolve, devendo favorecer o "raciocinar matematicamente sobre ideias importantes e atribuir sentido ao conhecimento matemático que surge a partir da discussão coletiva dessas tarefas" (Canavarro, Oliveira & Menezes, 2012, p. 256).

O ensino exploratório, também, conjetura um novo papel para o professor (Ponte, 2005) e com o intuito de lhe proporcionar melhores condições para dirigir produtivamente as discussões matemáticas e de melhorar a sua preparação para este tipo de aula, Stein et al. (2008) realçam cinco práticas a seguir: antecipar; monitorizar; selecionar; sequenciar; e estabelecer conexões.

A primeira prática efetua-se durante o trabalho de planificação e corresponde a uma previsão, por parte do professor, de como os seus alunos irão abordar as tarefas que lhes coloca com vista a relacionar aquilo que eles poderão fazer com o propósito matemático da aula. Assim, o professor vai: antever a interpretação e o envolvimento dos alunos na tarefa; averiguar uma diversidade de estratégias, corretas e incorretas, que os alunos poderão usar, com diferentes graus de sofisticação; e relacionar essas estratégias com os conceitos, representações ou procedimentos que quer que os alunos aprendam e/ou com as capacidades que quer que eles desenvolvam. Para tal, o professor tem necessariamente de conhecer muito bem a tarefa que vai propor na aula, sendo fundamental que a resolva com o maior número de formas diferentes que conseguir, variando as estratégias e representações usadas (Stein et al., 2008).

> Ao antecipar, o professor fica mais apto a explorar todo o potencial da tarefa para as aprendizagens matemáticas dos alunos e a tomar decisões acerca de como estruturar as apresentações e gerir as discussões com base em critérios relacionados com a aprendizagem matemática (Canavarro, 2011, p.13).

No que diz respeito à segunda prática, esta realiza-se em sala de aula, sendo apoiada pelo trabalho realizado na prática anterior. A monitorização consiste na apropriação do professor das estratégias e resoluções que os alunos efetuam durante o trabalho autónomo, tendo como objetivo a avaliação do seu potencial para a aprendizagem matemática a promover na turma. Com esta prática, o professor dedica-se a: aferir se os alunos trabalham a tarefa; observar e ouvir os mesmos; calcular a validade matemática das suas ideias e resoluções; analisar e dar sentido ao seu pensamento matemático, mesmo se lhe parecer estranho e/ou se não o antecipou; e auxiliar os alunos em dificuldade a concretizar resoluções com potencial matemático proeminente para o propósito matemático da aula. Desta forma, o professor consegue perceber os aspetos que deve focar e o que precisa de aprofundar na discussão com a turma (Stein et al., 2008)

A terceira prática é realizada nos minutos finais do trabalho autónomo dos alunos, onde através de uma rápida observação e apreciação das produções dos alunos em resposta à tarefa, o professor identifica as resoluções pertinentes a partilhar com a turma, na fase de discussão, de modo a proporcionar uma diversidade de ideias matemáticas adequadas ao objetivo matemático da aula. O professor pode ter em conta diversos critérios para selecionar como escolher: uma resolução que demonstra um erro recorrente a esclarecer; uma resolução que se destaca e adiciona compreensão e/ou ajuda a atingir o objetivo matemático da aula; resoluções com diferentes estratégias matemáticas; e resoluções com representações matemáticas diversas e eficazes (Stein et al., 2008)

Conjuntamente com prática de selecionar ocorre a quarta prática, isto é, sequenciar. Tendo em conta o objetivo matemático da aula e o que o professor entende ser mais adequado para os seus alunos, este escolhe um percurso de exploração das ideias matemáticas. Ao adotar decisões refletidas sobre a ordem de apresentação e partilha dos trabalhos dos alunos, o docente pode potenciar as hipóteses da discussão e da síntese serem, matematicamente, bem-sucedidas. Neste sentido, o docente pode optar por diversos critérios como: começar por uma resolução mais acessível a todos os alunos para permitir esclarecer aspetos essenciais e basilares para suportar ideias mais sofisticadas; explorar um erro matemático; sequenciar as apresentações do mais informal para o mais formal em termos de representações matemáticas; ou escolher resoluções que permitam caminhar progressivamente para generalizações de conceitos matemáticos ou para sistematizar procedimentos (Stein et al., 2008).

Por fim, na última prática, o professor deve perceber que o propósito das discussões consiste em relacionar as apresentações com o objetivo de desenvolver coletivamente ideias matemáticas que sintetizem as aprendizagens matemáticas dos alunos. Por conseguinte, o este deve levar os alunos a analisar, comparar e confrontar as diversas resoluções, identificar o que elas têm de idêntico ou de diferente e quais as potencialidades e mais-valias de cada uma delas, esperando que esta análise seja um mote para abordar tarefas futuras (Stein et al., 2008).

No final da discussão o professor deve sintetizar as aprendizagens com os alunos, realçando os novos conceitos ou procedimentos emergentes da discussão da tarefa ou revendo outros já conhecidos e aplicados e estabelecendo conexões com situações anteriores ou com processos matemáticos transversais como a representação, a resolução de problemas, o raciocínio matemático e a comunicação matemática (Stein et al., 2008).

Canavarro (2011) realça que o ensino exploratório da Matemática não deve ser encarado como algo que se experimenta esporadicamente, pois é necessário tempo e continuidade para que o professor consiga melhorar e aperfeiçoar a sua prática e para que os alunos correspondam e desenvolvam aquilo que ele proporciona, ou seja, aprender conteúdos matemáticos e formas de produção do conhecimento matemático, no contexto de uma comunidade da qual são parte integrante.

3.3.1. As tarefas matemáticas e a comunicação na prática do ensino exploratório

Segundo Quaresma e Ponte (2012) as práticas profissionais do professor na sala de aula de Matemática contêm dois elementos estruturantes, considerados indispensáveis: (i) as tarefas propostas aos alunos e (ii) o tipo de comunicação que ocorre na sala de aula.

Em relação às tarefas, estas podem distinguir-se em muitos aspetos, incluindo o contexto (matemático/não matemático, familiar/não familiar), o modo de apresentação (oral, escrito, com e sem recurso a materiais) e o tempo previsível para a sua realização (Ponte, Quaresma & Branco, 2012).

Ponte (2005) e Ponte, Quaresma e Branco (2012) propõem duas dimensões fundamentais para a análise das tarefas, a estrutura (aberta/fechada) e o grau de complexidade (fácil/difícil), sugerindo quatro tipos básicos de tarefa, que advêm dessa análise: i) exercícios, tarefas sem grande dificuldade e estrutura fechada; ii) problemas, tarefas igualmente fechadas, mas com elevada dificuldade; iii) explorações, são fáceis e com estrutura aberta; iv) investigações, que têm um grau de dificuldade elevado, mas uma estrutura aberta. Este autor menciona que a utilização quase exclusiva do exercício como único tipo de tarefa e a escassa atenção dada ao trabalho exploratório contribuem de forma relevante para as dificuldades de aprendizagem dos alunos. Neste sentido, cabe ao professor selecionar e diversificar as tarefas matemáticas, tendo em conta que os diferentes tipos de tarefa devem coexistir na sala de aula e que cada um tem um papel específico na aprendizagem dos alunos (Quaresma & Ponte, 2012).

No âmbito do ensino exploratório, as tarefas matemáticas assumem grande importância, pois é a partir delas que a atividade matemática do aluno se desdobra, devendo as mesmas contribuir para "raciocinar matematicamente sobre ideias importantes e atribuir sentido ao conhecimento matemático que surge a partir da discussão coletiva dessas tarefas" (Canavarro, Oliveira & Menezes, 2012, p.256). Este facto exige do professor a seleção de tarefas adequadas e relevantes de acordo com as oportunidades de aprendizagem que pretende proporcionar aos alunos, mas é, também, essencial que considere como explorar as suas potencialidades e como lidar com a complexidade dessa exploração na sala de aula (Stein et al., 2008).

Na prática do ensino exploratório da matemática, as tarefas de natureza aberta, como as explorações, propiciam oportunidades relevantes de aprendizagem, facilitando a negociação de significados, a construção de conceitos e a aprendizagem de representações. Contudo, mesmo tarefas de natureza fechada podem facultar oportunidades de aprendizagem úteis e de construção de conceitos., sendo da responsabilidade dos professores saber quando e como usar uma e outras (Quaresma & Ponte, 2012).

Como já se referiu, a comunicação que se desenvolve na sala de aula é outro elemento estruturante das práticas profissionais dos professores. No caso do ensino exploratório da matemática, o professor deve privilegiar um discurso dialógico, caraterizado pela participação de diversos interlocutores, num nível de relativa igualdade (Ponte, Quaresma & Branco, 2012). Estes autores referem que este tipo de discurso é possível em situações de ensino, onde o professor deve considerar os diferentes pontos de vista apresentados e encorajar os alunos a falar de modo exploratório através da promoção da reflexão e argumentação nos mesmos, pois irá originar um desenvolvimento da sua compreensão matemática.

Outro aspeto fundamental da comunicação são as questões do professor. Ponte e Serrazina (2000) mencionam a utilização de vários tipos de questões ao longo da prática do professor, nomeadamente: questões de confirmação, as quais se sabe de antemão a resposta; de focalização, com intuito de cativar a atenção de todos os alunos; e as de inquirição, que admitem uma variedade de respostas legítimas. Quaresma e Ponte (2012) defendem que a comunicação de tipo dialógico, pontuada por questões de inquirição do professor (e.g. “vens explicar…”, “o que é que está mal?”, “porquê?”, “como é que eu escrevo isso?”…) na sala de aula, possibilita aos alunos expressar os seus raciocínios e argumentar uns com os outros.

Também relacionado com a comunicação, Bishop e Goffree (1986) assinalam que o processo de negociação de significados matemáticos, durante a realização das tarefas, é de extrema importância, devendo o professor identificar momentos em que é necessário negociar significados para que os alunos entendam os conceitos matemáticos e se mantenham envolvidos na realização das tarefas.

Por fim, Battey (2011) sublinham a importância de processos como redizer *(revoicing)*, isto é, interrogar o significado (e.g. “um meio” como outra forma de dizer “um de dois” e “um oitavo” como “um traço oito”), com o intuito de ajudar os alunos a desenvolverem a sua linguagem matemática (Ponte, Quaresma & Branco, 2012).

Capítulo 4 – Descrição e avaliação do plano de ação

4.1. Metodologia

O presente relatório encontra-se inserido, em termos metodológicos, numa investigação sobre a própria prática, enquadrada num paradigma qualitativo e interpretativo (Bogdan e Biklen, 1994; Ponte, 2002)

De acordo com Ponte (2002), uma investigação sobre a própria prática surge como resultado de um processo fundamental de construção do conhecimento sobre essa mesma prática, sendo uma atividade de enorme importância para o desenvolvimento profissional dos professores que, ativamente, se deixam envolver pela mesma. Esta forma de investigação torna-se necessária para explorar de forma regular a prática do professor, bem como a sua permanente avaliação e reformulação, uma vez que é imprescindível experimentar várias formas de trabalho que levem os seus alunos a obter os resultados desejados. Neste sentido, o professor precisa de compreender muito bem a forma de pensamento dos seus alunos e entender as dificuldades que estão subjacentes aos mesmos. Com base nestas premissas, o professor deve ter uma capacidade de argumentação sobre propostas didáticas que desenrola na sua prática, devendo estas ser fundamentadas com a investigação (Alarcão, 2001; Ponte, 2002).

Neste sentido, Alarcão (2001) acrescenta que a melhoria do ensino só é possível pelo aperfeiçoamento refletido da competência de ensinar, sendo esta desenvolvida pela eliminação progressiva de aspetos negativos, através do estudo sistemático da própria atividade docente.

Na mesma linha de pensamento, Ponte (2002) explícita que um ensino bem-sucedido decorre da examinação e reflexão constante e contínua dos professores face à sua relação com os alunos, os colegas, os pais e o seu contexto de trabalho. Desta forma, a investigação sobre a prática profissional constitui um elemento decisivo da identidade profissional dos professores, sendo uma “actividade investigativa, no sentido de actividade inquiridora, questionante e fundamentada” (Ponte, 2002, p.6), tão necessária a um profissional da atualidade.

Neste sentido, Alarcão (2001) menciona que o professor deve assumir uma "atitude de estar na profissão como intelectual que criticamente questiona e se questiona" (p.6), tornando-se num professor-investigador.

Como já foi referido, o presente relatório tem por base uma abordagem qualitativa de índole interpretativa. Neste sentido, de acordo com Bogdan e Biklen (1994) uma abordagem qualitativa apresenta as seguintes características: a) o ambiente natural assume-se como a fonte direta dos dados, onde o investigador é o principal instrumento na recolha dos mesmos. Desta forma, os investigadores qualitativos preocupam-se com o contexto, uma vez que os fenómenos são melhor compreendidos quando observados no ambiente onde ocorrem. Os investigadores qualitativos evocam que o contexto influencia de forma significativa o comportamento humano deslocando-se, sempre que é necessário, ao local de estudo; b) a investigação é descritiva existindo, em primeira instância, a preocupação de descrever os fenómenos e só depois os analisar; c) maior interesse pela compreensão do processo em detrimento dos resultados ou produtos; d) os investigadores qualitativos propendem para uma análise indutiva dos dados; e) a importância é colocada ao nível do significado, focalizando-se no porquê dos acontecimentos e no que aconteceu.

Neste sentido, a investigação qualitativa pauta-se pela enfâse no tratamento holístico dos fenómenos (Stake, 2007) nos seus contextos ecológicos naturais (Bogdan & Biklen, 1994). Sousa (2009) menciona que a investigação qualitativa privilegia a descrição, a indução, a teoria fundamentada e a análise das perceções pessoais, procurando compreender os mecanismos, como funcionam certos comportamentos, atitudes ou funções. Ao permitir a subjetividade e a intuição no processo de investigação, esta abordagem possibilita investigações baseadas em descrições pessoais e opiniões individuais, inclusive a própria visão do investigador (Sousa, 2009). A investigação qualitativa utiliza estas narrativas para aumentar a oportunidade do leitor alcançar uma compreensão experiencial do estudo em causa (Stake, 2007).

Erickson (1986, citado por Stake, 2007) aponta como característica principal da investigação qualitativa o papel interpretativo contínuo do investigador, que tem como função a realização de uma interpretação, baseada nas observações e restantes dados qualitativos, para posteriormente tirar as suas próprias conclusões (Stake, 2007).

4.2. Participantes

Os participantes da experiência de ensino foram os alunos de uma turma do 5º ano de escolaridade (turma anteriormente descrita na caraterização do contexto institucional). Esta é constituída por vinte e três alunos, sendo quinze elementos do género masculino e oito do género feminino, com idades compreendidas entre os dez e os onze anos de idade. A maioria dos alunos é de classe socioeconómica média ou média-alta.

Neste contexto de estudo selecionou-se seis grupos heterogéneos, sendo que cinco grupos eram constituídos por quatro elementos e um grupo por três elementos. Esta seleção teve por base uma observação intencional e cuidada da turma, os resultados no teste de avaliação diagnóstica e conversas informais com a professora cooperante na disciplina de Matemática. Com a construção de grupos heterogéneos, pretendia-se incentivar os alunos, com um raciocínio matemático mais desenvolvido, a ajudarem os alunos com mais dificuldade, criando-se momentos de cooperação, partilha de ideias, interação e entreajuda entre os mesmos e desenvolvendo-se a comunicação e a compreensão matemática, capacidades transversais da matemática (ME, 2008; ME, 2013)

4.3. Métodos de recolha e análise de dados

Segundo Alarcão (2001) os professores-investigadores tendem a realizar estudos de sala de aula e a privilegiar a utilização de registos escritos e descritivos das observações realizadas, análises das experiências efetuadas, narrativas reflexivas sobre as suas práticas e a exploração da teoria a partir de episódios ocorridos.

Tendo em conta o referido e, sendo este relatório realizado no âmbito de uma abordagem qualitativa, selecionou-se os seguintes métodos de recolha de dados: i) observação participante; ii) teste de avaliação (diagnóstica e final); iii) narrativas reflexivas; iv) gravações-aúdio e vídeogravações das interações dos participantes; v) entrevista realizada à professora cooperante da disciplina de Matemática; e vi) análise documental.

De acordo com Bogdan e Biklen (1994), em investigação qualitativa, a observação participante assume-se como o método mais utilizado de recolha de dados. Sousa (2009) carateriza a observação participante como o "envolvimento pessoal do observador na vida da comunidade educacional que pretende estudar, como se fosse um dos seus elementos, observando a vida do grupo a partir do seu interior, como seu membro" (p.113). O mesmo autor explícita que a observação em educação tem como objetivo averiguar problemas, encontrar respostas para questões que podem surgir e contribuir para a compreensão do processo pedagógico, possibilitando a realização de registos de acontecimentos, comportamentos e atitudes, de forma espontânea, no próprio contexto onde ocorrem (Sousa, 2009).

Desta forma, inicialmente, em contexto de sala de aula, procedeu-se à observação participante com o intuito de averiguar as principais necessidades evidenciadas pelos alunos, com o intuito de percecionar as suas principais dificuldades e interesses e elaborar uma problemática a explorar. Durante este período de observação e uma vez que a minha prática iria incidir nos números racionais não negativos, com o intuito de perceber quais os conhecimentos e dificuldades dos alunos no âmbito do sentido de número racional, procedeu-se à realização de um teste de avaliação diagnóstica (Apêndice A). De acordo com a NTCM (2008), a avaliação deve constituir uma parte integrante do ensino, que informa e orienta os professores nas suas decisões, contribuindo de forma significativa para a aprendizagem de todos os alunos.

Com base na análise dos resultados do referido teste e da observação participante destacou-se como problemática, como desenvolver o sentido de número racional, no 5º ano de escolaridade, recorrendo a uma abordagem de ensino-aprendizagem exploratória. Tendo em conta a referida problemática foram planificadas e realizadas as sessões do plano de ação.

De acordo com Bell (1997), as narrativas reflexivas são instrumentos de recolha de dados extremamente eficazes, uma vez que funcionam como um relato crítico dos acontecimentos sucedidos durante a implementação do plano de ação. Nos mesmos, o investigador analisa a sua própria prática, refletindo nas ações desenvolvidas para encontrar novas estratégias para responder aos problemas levantados.

Moreira (2011) defende que as narrativas reflexivas assumem-se como estratégia supervisora de processos reflexivos e meta-reflexivos e como instrumento de promoção do crescimento pessoal e desenvolvimento profissional do professor. Assim, o professor pode ver-se e rever-se na sua prática educativa, compreender-se melhor e à sua profissão, analisar aspetos da cultura e identidade profissionais, tendo em vista a reconstrução das suas perspetivas e atitudes, mas também compreender as filosofias e valores subjacentes às escolhas que toma e seu impacto na vida de outros e nos contextos de ação.

Neste sentido, foram escritas narrativas reflexivas, onde se registaram as observações da investigadora sobre o desenrolar de cada sessão do plano de ação, nomeadamente, o que correu bem, o que não funcionou, o que teria de ser mudado e/ou realizado de outra forma, o interesse e/ou desinteresse dos alunos, bem como outras observações achadas pertinentes. Posteriormente, estas narrativas foram refinadas, utilizando-se as categorias emergentes da revisão de literatura e triangulando-se os dados das gravações áudio, das videogravações e da análise documental dos alunos. Tal como fica evidente na comparação entre a análise crítica das sessões e o exemplo da reflexão de uma das sessões (Apêndice B).

Para auxiliar a realização das narrativas reflexivas procedeu-se à utilização de gravações áudio (um gravador na posse da investigadora) e videogravações de cada sessão, com o intuito de perceber melhor o pensamento dos alunos durante a implementação das atividades do plano de ação e registar os diálogos entre a investigadora e os participantes. Segundo Sousa (2009) este tipo de instrumento permite que os acontecimentos interativos fiquem registados para possibilitar a evidência das afirmações dos participantes de forma direta, objetiva e isenta, pois regista e repete honestamente os acontecimentos tal como eles sucederam. Para além disso, facilita uma melhor análise dos dados, uma vez que possibilita voltar atrás, rever, repetir uma determinada cena, em alturas diferentes, mas principalmente evidenciar situações particulares que anteriormente poderiam ter passado despercebidas, apreciar subtilizas ou ações que sucederam em simultâneo (Sousa, 2009). Realço que, para poder utilizar as gravações áudio e as videograções, no presente estudo, foi solicitada a autorização dos encarregados de educação de todos os alunos da turma (Apêndice C).

Segundo Bogdan e Biklen (1994), numa investigação qualitativa, as entrevistas surgem como uma estratégia predominante para recolher dados. Contudo, quando o objetivo da recolha são as afirmações concretas acerca de um determinado assunto, a entrevista semi-estruturada aparece como instrumento mais eficaz (Flick, 2005). Este autor salienta que neste tipo de entrevista são incorporadas, no guião, perguntas mais ou menos abertas, esperando-se que o entrevistado responda livremente às mesmas, com o intuito de não se perder os seus pontos de vista subjetivos e as suas perspetivas (Flick, 2005).

Assim sendo, realizou-se uma entrevista semi-estruturada (Apêndice D) à professora cooperante, no final da implementação das sessões, com o objetivo de recolher a sua opinião sobre a implementação do plano de ação, bem como as suas expetativas e resultados observados. Após a transcrição integral da entrevista (Apêndice

E) foi elaborado um quadro de análise conteúdo (Apêndice F), de acordo com as categorias definidas, de forma a analisar o documento, com o objetivo de entender o seu conteúdo profundo.

Procedeu-se, também, à realização de uma análise documental com o intuito de recolher os dados das resoluções dos alunos em cada sessão. A análise documental consiste na operação ou conjunto de operações que visam representar o conteúdo de um documento sob a forma diferente da original, a fim de facilitar num estado posterior, a sua consulta e referenciação, facilitando a compreensão e a aquisição do máximo de informação com a maior pertinência (Sousa, 2009).

Por último, elaborou-se um teste de avaliação final (Apêndice G) e a sua respetiva análise (Apêndice H) para averiguar as aprendizagens dos alunos, com base na implementação das sessões do plano de ação.

4.4. Apresentação e Justificação do plano de ação

O presente plano de ação foi elaborado tendo em conta a problemática encontrada no contexto em estudo, ou seja, como ensinar os números racionais, no 5º ano de escolaridade, recorrendo a uma abordagem de ensino-aprendizagem exploratória. Neste sentido, o plano de ação teve como objetivo principal o desenvolvimento do sentido do número racional dos alunos, através de uma prática pedagógica de caráter exploratório.

Assim, procedeu-se à elaboração de uma planificação global do plano de ação (Figura 9), assim como à sua calendarização (Apêndice I). Foi, igualmente, delineada uma planificação global da sequência das sessões do plano de ação (Apêndice J).

Mais pormenorizadamente, na primeira fase do plano de ação, utilizou-se a observação participante, no contexto de sala de aula, com o intuito de aferir as principais necessidades evidenciadas pelos alunos, de forma a percecionar as suas principais dificuldades e interesses e elaborar uma problemática a explorar. Numa segunda fase, procedeu-se à aplicação de um teste de avaliação diagnóstica no sentido de perceber os conhecimentos prévios dos alunos sobre os números racionais, bem como as suas dificuldades e representações. Numa terceira fase, com base nos resultados do referido teste, que evidenciaram dificuldades em todos os componentes do sentido de número racional (Pinto, 2011; Pinto & Ribeiro, 2013) e, consequentemente, uma evidente lacuna no sentido de número racional, e da observação participante, identificou-se uma problemática que consistiu em perceber como se pode desenvolver o sentido de número racional, no 5º ano de escolaridade, através de uma abordagem de ensino-aprendizagem exploratória.

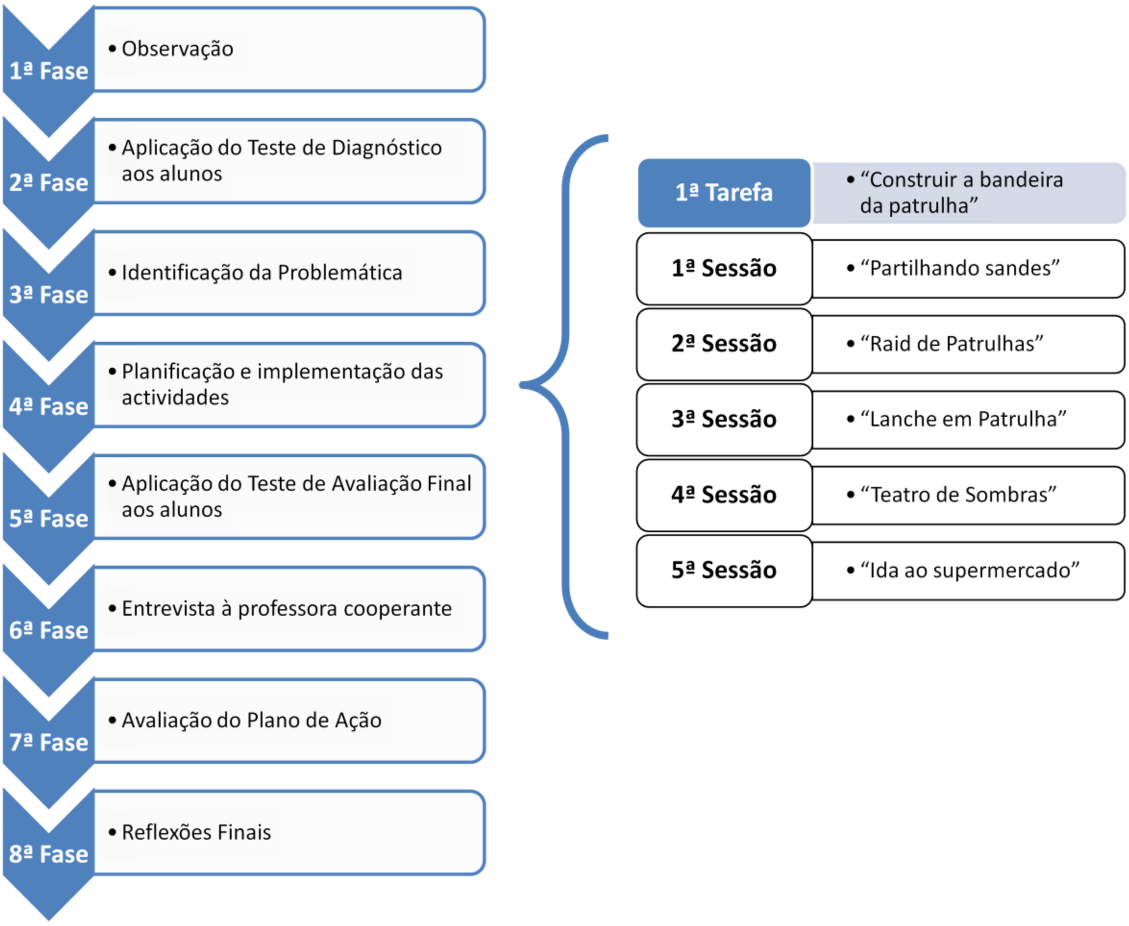


Figura 9. Planificação global do Plano de ação

Após a identificação da problemática, na fase seguinte, planearam-se seis tarefas exploratórias, mas apenas cinco foram implementadas. Na quinta fase, voltou-se a aplicar um teste diagnóstico, desta vez com a intenção de verificar quais as aprendizagens efetuados pelos alunos, no âmbito do sentido de número racional, após a implementação das sessões do plano de ação.

Posteriormente, na fase seguinte, realizou-se uma entrevista à professora orientadora e cooperante da disciplina de Matemática, com o intuito de recolher a sua opinião sobre todo o processo de implementação do plano de ação, bem como a sua visão sobre a prática do ensino exploratório e a aprendizagem dos números racionais.

Na sétima fase, realizou-se a avaliação do plano de ação, onde se realizou a análise dos testes de diagnósticos finais e do inquérito por entrevista: Esta fase, também, contemplou a análise e discussão de resultados, derivados da triangulação de dados entre a análise crítica das sessões, a análise de conteúdo efetuada ao inquérito por entrevista e os resultados dos testes de diagnóstico final.

Na última fase, procedeu-se à apresentação das reflexões finais, onde se expõem as implicações do plano de ação para a prática profissional futura, bem como, as potencialidades e limites do estágio na promoção do desenvolvimento profissional da estagiária investigadora.

4.5. Implementação do Plano de ação

A presente intervenção pedagógica decorreu entre março e maio de 2014.

O plano de ação foi implementado de acordo com a prática de ensino exploratório da Matemática, pois teve-se como preocupação a promoção de aprendizagens matemáticas pela compreensão e construção do conhecimento com significado, através de tarefas diversificadas e desafiantes (Ponte, 2005; Stein et al, 2008; NCTM, 2008; Canavarro, 2011).

Neste sentido, cada sessão foi estruturada de acordo com as quatro fases características de uma aula exploratório defendida por Canavarro (2011; 2013): a fase de "lançamento" da tarefa, a fase de "exploração" pelos alunos, e a(s) fase(s) de "discussão e sintetização" e a prática da investigadora foi pautada pela utilização das cinco práticas sustentadas por Stein et al. (2008) específicas para promover a produtividade de discussões matemáticas: a) antecipar as respostas matemáticas; b) monitorizar as respostas; c) selecionar as resoluções pertinentes; d) sequenciar criteriosamente as respostas para apresentação à turma; e e) estabelecer conexões entre as respostas dos alunos.

Em cada sessão foi implementada uma tarefa exploratória, pois com a exploração deste tipo de tarefas desafiantes, os alunos, com base nos seus conhecimentos prévios, questionam, formulam conjeturas, exploram possíveis caminhos (Oliveira & Carvalho, 2013), discutem e sistematizam coletivamente aprendizagens (Quaresma & Ponte, 2012), construindo dessa forma o seu próprio conhecimento. Este facto exige do professor a seleção de tarefas adequadas e relevantes de acordo com as oportunidades de aprendizagem que pretende proporcionar aos alunos, (Stein et al., 2008).

Assim sendo, todas as tarefas aplicadas foram construídas pela investigadora, tendo por base diversas brochuras referentes à temática abordada, mas principalmente, a brochura “Desenvolvendo o sentido do número racional” de Monteiro & Pinto (2009). Houve, também, a preocupação das tarefas irem ao encontro da faixa etária em questão e aos objetivos que se pretendia atingir com as mesmas.

Todas as tarefas foram contextualizadas no âmbito da temática do Escutismo, explorando-se diversas situações e contextos referente ao mesmo, de modo a construir nos alunos um sistema formal cheio de significado e abundância de contexto (Pinto, 2011). Foi utilizado o contexto escutista, porque a turma manifestou interesse pela atividade depois de saber que a investigadora era chefe de escuteiros. Por outro lado, o sistema de patrulhas, também funciona em pequenos grupos autónomos que trabalham cooperativamente. Este último serviu de mote para a criação de grupos, rotulados nesta investigação por patrulhas. Cada patrulha foi composta por 3 ou quatro elementos e alusiva a um animal. Considerou-se o contexto Escutista como uma mais-valia, servindo como fator de motivação e ligação com a realidade de forma significativa.

Devido à formação dos grupos e ao tipo de prática utilizada, em cada sessão, a organização espacial da sala foi modificada, formando-se “ilhas” (grupos de mesas), construídas antes do início de cada sessão, pela investigadora, de forma a não se perder tempo útil da mesma.

De modo a ir ao encontro dos objetivos delineados para esta investigação, foram planeadas seis sessões, onde se pretendeu trabalhar e desenvolver os componentes do sentido de número racional, mais concretamente: a familiaridade com os diferentes significados das frações em contexto; a flexibilidade com a unidade de referência na compreensão das frações; a familiaridade com diferentes representações dos números racionais; o desenvolvimento da ordenação e comparação do sistema de numeração; e a utilização de símbolos e linguagem matemática formal significativos (Pinto, 2011; Pinto & Ribeiro, 2013). As seis sessões foram sequenciadas com base no desenvolvimento destes componentes, no Programa e as Metas Curriculares em Matemática para o Ensino Básico (ME, 2013) e na planificação da professora cooperante, apesar de se seguir a abordagem sugerida pelo PMEB (2008) e NTCM (2008).

Contudo, a primeira tarefa planeada (Apêndice K) não foi explorada, pois a professora cooperante e orientadora preferiu ter a responsabilidade de iniciar o tema dos números racionais não negativos e explorar o significado de fração como parte-todo, numa das suas aulas. Realça-se, igualmente, que as sessões do plano de ação foram intervaladas com aulas da professora cooperante, onde eram realizados exercícios sobre os conteúdos abordados. Salienta-se, ainda, que cada sessão, para além da exploração da tarefa, a investigadora teve, também, de corrigir os trabalhos de casa, o que dificultou a gestão de tempo da tarefa exploratória.

Por último, em sala de aula, pretendeu-se utilizar uma comunicação de tipo dialógico, pontuada por questões de inquirição, para permitir aos alunos expressar os seus raciocínios e argumentar uns com os outros (Quaresma & Ponte, 2012). Processos de negociação de significados matemáticos e de redizer *(revoicing)* foram considerados, com o intuito de ajudar os alunos a desenvolverem a sua linguagem matemática (Ponte, Quaresma & Branco, 2012).

Tal como já foi referido, segue-se a análise crítica das cinco sessões implementadas, baseada em categorias teóricas e na triangulação dos dados recolhidos das narrativas reflexivas, das gravações áudio e videogravações e da análise dos documentos produzidos pelos alunos.

4.5.1. Atividades desenvolvidas e respetiva análise crítica.

Com o intuito de analisar criticamente as sessões de forma a evidenciar os propósitos da investigação, tendo por base o quadro teórico evidenciado, cada sessão será analisada de acordo com: as quatro fases de uma aula exploratória: a fase de "lançamento" da tarefa, "exploração" pelos alunos, e de "discussão e sintetização" (Canavarro, 2013); os componentes do sentido de número racional (Pinto, 2011; Pinto & Ribeiro, 2013) trabalhados e desenvolvidos durante cada sessão; e a prática pedagógica da investigadora, mais especificamente as cinco práticas referentes ao ensino exploratório da matemática: a) antecipação das respostas matemáticas; b) monitorização da tarefa matemática; c) seleção criteriosa das resoluções para a apresentação na turma; d) sequencialização das resoluções; e) estabelecimento de conexões entre as respostas dos alunos (Stein et al., 2008).

Para além das categorias teóricas acima evidenciadas, a análise crítica, também, assenta na triangulação dos dados das narrativas refletivas, das gravações áudio e videogravações e da análise documental das resoluções dos alunos.

4.5.1.1. 1ª Sessão "Partilhando Sandes"

A presente sessão foi elaborada com o intuito de atingir os objetivos definidos na planificação da mesma (Apêndice L). Mais, concretamente, no âmbito do sentido de número racional, pretendeu-se que os alunos compreendessem o significado de fração como quociente em situações de partilha equitativa, utilizassem diferentes representações dos números racionais (fração, numeral decimal e percentagem), comparassem números racionais, trabalhassem com uma unidade contínua e desenvolvessem uma linguagem matemática alusiva aos números racionais.

De forma a não se perder tempo, no início da sessão, a sala já se encontrava organizada em seis "ilhas" (grupos de mesas agrupados) correspondentes aos seis grupos heterogéneos. Os alunos foram entrando na sala segundo esses grupos pré-estabelecidos e sentando-se numa "ilha".

Tal como referido, anteriormente, todas as tarefas exploratórias foram contextualizadas no âmbito do Escutismo. Pinto (2011) menciona que a utilização de problemas de contexto tornam o conhecimento e as capacidades matemáticas aplicáveis, facultam sentido às operações formais e tornam possível a formação de um sistema formal cheio de significado e abundância de contexto. Nesse sentido, após se explicar aos alunos o porquê desta escolha, bem como o que consistia um trabalho em patrulha, foram facultados 30 segundos para cada patrulha escolher o seu nome, alusivo a um animal. O contexto Escutista foi uma mais-valia, servindo como fator de motivação, bem como o sistema de patrulhas, que foi recebido pelos alunos com bastante entusiasmo. Os nomes escolhidos para as patrulhas foram os seguintes: Jaguares, Esquilos, Panteras, Escorpiões, Lobos Ibéricos e Falcões.

Posteriormente, numa primeira fase, "lançou-se" a tarefa exploratória, projetando-se o enunciado da primeira parte da tarefa no quadro. Este consistiu no seguinte (Figura 10):

"Partilhando sandes"

1) A patrulha dos corvos é composta por 4 elementos. Numa saída de campo, levaram para o lanche 3 sandes para partilhar igualmente.

1.1) Que porção de sandes comeu cada elemento? Descreve o processo que utilizaste para responder à questão. Podes fazê-lo utilizando palavras, desenhos, material, esquemas ou cálculos.

1.2) Cada elemento do grupo comeu mais ou menos que uma sandes? Explica o teu raciocínio.

Figura 10. Enunciado da primeira parte da tarefa "Partilhando sandes" (adaptado de Monteiro & Pinto, 2009)

Tendo em conta o defendido por Canavarro (2011, 2013), nesta fase, o enunciado foi lido, em voz alta, pela investigadora, questionando-se a turma sobre dúvidas na interpretação do mesmo, sendo depois solicitado aos alunos que, em patrulha, explorassem a mesma e delineassem as suas resoluções. Com o intuito dos alunos não se perderem e conseguirem gerir o tempo que tinham para efetuar o trabalho, no início da tarefa, foi balizado o tempo que disponham e, ao longo da sessão, foi-se alertando para o tempo restante.

Durante a "exploração" das patrulhas, a investigadora foi passando pelas mesmas esclarecendo algumas dúvidas e efetuando algumas questões que levassem os alunos a organizar o seu pensamento, sempre com atenção para não reduzir o nível de exigência cognitiva da tarefa, nem uniformizar as estratégias de resolução, para que a discussão matemática fosse interessante e desafiante para a turma (Stein et al., 2008; Canavarro, 2011; 2013).

Desta forma, apercebeu-se que a maior parte das patrulhas tinham utilizado uma representação pictórica, como estratégia de resolução. A Figura 11 demonstra uma dessas estratégias.

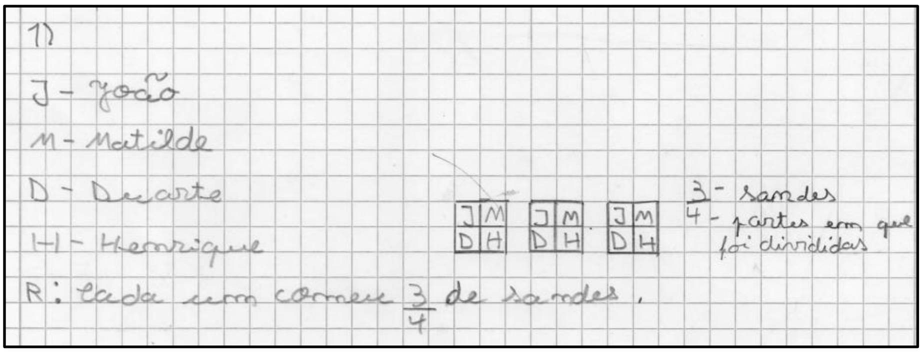


Figura 11. Resolução da patrulha Falcões relativamente à alínea 1.1. da tarefa

Com o intuito de perceber como a patrulha Falcões tinha efetuado o seu raciocínio, a investigadora questionou-a da seguinte forma:

Investigadora: Como chegaram a essa conclusão?

H.P. (Falcões): Dividimos as sandes em quatro partes e vimos que cada amigo come 3/4.

Investigadora: Então mas como é que pensaram?

H.P. (Falcões): Fizemos o desenho das sandes e dividimos por nós, que também somos quatro.

Investigadora: E dividiram as sandes de qualquer maneira?

J.M. (Falcões): Não. Foram em partes iguais.

Investigadora: Ok! Mas porque dizem que cada elemento comeu 3/4?

H.P. (Falcão): Porque cada sandes está dividida em quatro partes e cada elemento come uma parte de cada sandes. Então come três partes, que dá 3/4.

Investigadora: Ok! Na vossa fração, o denominador representa….

M.M. (Falcões): As partes em que foram divididas as sandes.

Investigadora: E as sandes são o quê?

H.P. (Falcões): A unidade.

Investigadora: Boa! E o numerador?

M.M. (Falcões): As partes que eles comeram.

Repare-se que, através das questões de inquirição da investigadora, os alunos são levados a explicar as suas representações, percebendo-se a forma como pensaram. O NCTM (2008) destaca que, observando as representações dos alunos, é possível compreender as suas maneiras de pensar e de raciocinar.

Na fase de discussão em grande grupo, a patrulha Falcões apresentou a resolução supracitada. Nesta altura, poder-se-ia ter explorado melhor a representação apresentada, questionando-se onde se encontrava os três quartos correspondentes a cada elemento e utilizando-se a legenda para facilitar a compreensão. Também, com esta representação, efetuou-se uma conexão, de forma indutiva, com a adição sucessiva das partes da sandes e com a multiplicação.

Apenas a patrulha Panteras, utilizou o significado de fração como quociente, utilizando o algoritmo da divisão, como espelha a Figura 12. A patrulha Panteras explicou que utilizou o algoritmo da divisão, pois tinham três sandes a dividir por quatro elementos. Assim, chegaram é conclusão que cada elemento tinha comido 0,75 da sandes. Uma vez que a finalidade das discussões consiste em relacionar as apresentações de modo a desenvolver coletivamente ideias matemáticas (Stein et al., 2008), relacionou-se as resoluções obtidas nas duas estratégias apresentadas, estabelecendo-se a igualdade entre as seguintes representações do mesmo número racional: 3/4 = 0,75 = 75%. Ainda, se realçou que o quociente obtido se denomina de dízima, sendo esta finita.

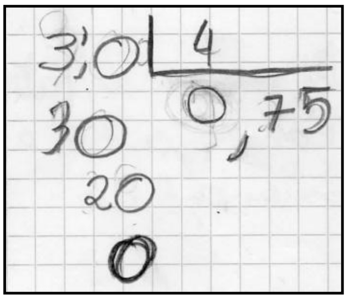


Figura 12. Excerto da resolução da patrulha Panteras, em relação à alínea 1.1. da tarefa

Na resposta à questão 1.2), todas as patrulhas justificaram o seu raciocínio utilizando palavras, como ilustram as Figuras 13 e 14, evidenciando uma dificuldade em utilizar símbolos matemáticos para fundamentar as suas resoluções.

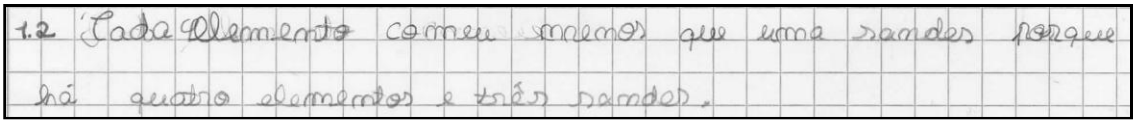

1.2 Cada elemento comeu menos que uma sandes porque há quatro elementos e três sandes.

Figura 13. Resolução da patrulha Falcões, da alínea 1.2. da tarefa

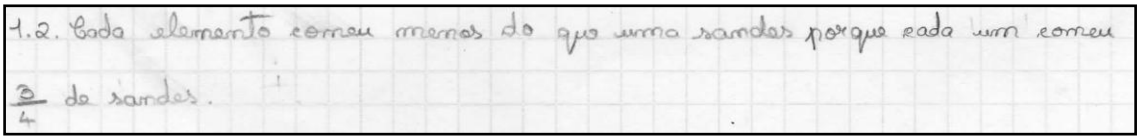

1.2. Cada elemento comeu menos do que uma sandes porque cada um comeu $\frac{3}{4}$ da sandes.

Figura 14. Resolução da patrulha Esquilos da alínea 1.2. da tarefa

Assim sendo, houve a necessidade de, em grande grupo, se questionar as patrulhas como poderiam, matematicamente, demonstrar que cada elemento comeu menos de uma sandes.

> Investigadora: Como podemos justificar, matematicamente, que cada elemento comeu menos de uma sandes?
>
> J.C. (Panteras): Então 0,75 é menor que 1, logo eles comeram menos que uma sandes.
>
> Investigadora: Esse 1 representa o quê?
>
> I.N. (Escorpiões): A unidade
>
> Investigadora: Que neste caso é o quê?
>
> I.N. (Escorpiões): Uma sandes.
>
> Investigadora: Boa! Então como podemos escrever, utilizando símbolos matemáticos, o que a I.N. acabou de dizer?
>
> Investigadora: Na matemática que símbolo se pode utilizar para a palavra menor?
>
> J.C. (Panteras): Ah! Escrevemos 0,75 < 1. (O aluno vai ao quadro e escreve este raciocínio).

Com o diálogo estabelecido com os alunos, a investigadora encaminhou-os para a linguagem simbólica da matemática, um dos componentes do sentido de número racional (Pinto, 2011; Pinto & Ribeiro, 2013).

Continuando-se a relacionar as várias representações do número racional (Pinto, 2011), questionou-se a turma pela fração que representava a unidade, com o intuito de justificar utilizando-se a representação fracionária. Assim, a investigadora encaminhou os alunos para a representação da unidade na forma de fração 4/4 e, novamente para a utilização do símbolo <, de forma a desenvolver a linguagem matemática dos alunos. Desta forma, escreveu-se no quadro 3/4 < 4/4, evidenciando-se, os significados do numerador e denominador, em ambas as frações.

Posteriormente, passou-se para a segunda parte da tarefa, sendo o enunciado lido pela investigadora. Este consistiu no seguinte (Figura 15):

> **2)** Na mesma saída de campo, a patrulha dos Leões, composta por 6 elementos teve direito a 5 sandes para partilhar igualmente.
>
> **2.1)** Será que o chefe da tribo foi justo na divisão das sandes pelas duas patrulhas? Justifica. Podes fazê-lo utilizando palavras, desenhos, material, esquemas ou cálculos.

Figura 15. Enunciado da segunda parte da tarefa "Partilhando sandes" (adaptado de Monteiro & Pinto, 2009)

Nesta parte da tarefa, era esperado que os alunos utilizassem o mesmo raciocínio da alínea 1.1. para resolveram a questão. Contudo, tal não se verificou, pois constatou-se que os alunos estavam a ter alguma dificuldade em perceber o objetivo da questão e as estratégias a adotar. Foi necessário explicar o que implicava o "será que foi justo", negociando o seu significado para os alunos entenderem o que fazer (Quaresma & Ponte, 2012)

Para a discussão em grande grupo, depois de se avaliar as representações dos alunos, optou-se por apresentar, novamente, uma estratégia organizada de forma pictórica, que utilizava como representação de eleição, a fração. A patrulha Esquilos explicou que dividiu cada sandes em seis partes iguais, distribuindo cada parte por cada elemento. Assim, chegou à conclusão que cada elemento tinha comido 5/6 da sandes. Estabeleceu-se novamente conexão, de forma indutiva, com a adição sucessiva das partes da sandes e com a multiplicação.

Como segunda estratégia, optou-se novamente por uma estratégia formal, onde se utilizava o algoritmo da divisão, sendo a representação em numeral decimal a utilizada pelos alunos. A patrulha das Panteras explicou que dividiu as cinco sandes pelos seis elementos e obteve 0,8333…, referindo que o algarismo três se repetia e era infinito. A justificação do seu raciocínio continuou a ser efetuada por palavras, tal como demonstra a Figura 16.

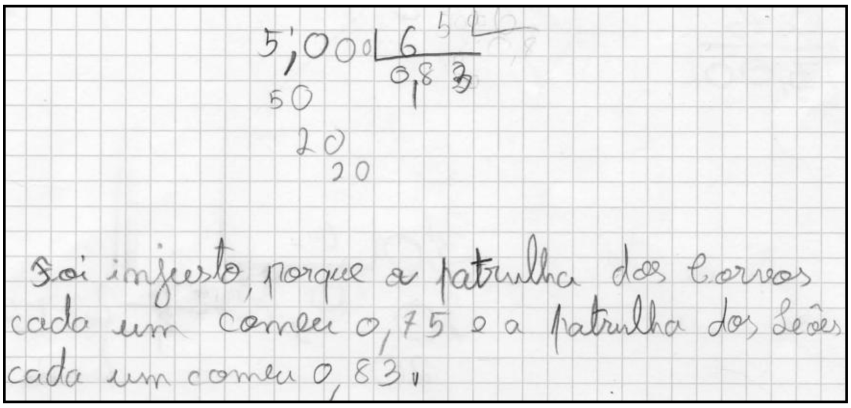


Figura 16. Estratégia de resolução da patrulha Panteras da alínea 2 da tarefa.

Assim, encaminhou-se novamente os alunos a representarem com símbolos matemáticos o seu pensamento e, estabelecendo-se a ponte com a alínea anterior, chegou-se à conclusão que 0,75 < 0,83, logo o chefe não tinha sido justo. Continuando um trabalho com diferentes formas de representação, foi explorada a relação 5/6 = 0,83, bem como o facto de 0,83 ser uma dízima infinita periódica.

Por falta de tempo, não foi possível cumprir a planificação, uma vez que não foram efetuados os registos no caderno diário, nem realizada uma síntese final. Para esta situação contribuiu o facto de a prática do ensino exploratório ser uma novidade quer para a investigadora quer para os alunos. Segundo Canavarro (2011) é necessário tempo e continuidade para que o professor consiga melhorar e aperfeiçoar a sua prática e para que os alunos correspondam e desenvolvam aquilo que ele proporciona. Constatou-se que os alunos demoraram algum tempo a resolverem a tarefa, assim como a escrever as suas resoluções no quadro e a explicá-las, denotando-se dificuldade na comunicação matemática. Do ponto de vista da investigadora, verificou-se alguma dificuldade em gerir o tempo facultado aos alunos para a resolução da tarefa, assim como da discussão coletiva.

Para além disso, durante a tarefa exploratória, na maioria dos grupos, os dois alunos com mais capacidades dominavam a resolução da tarefa, bem como a escolha das estratégias possíveis, enquanto os restantes alunos acomodavam-se e não participavam, ativamente, na construção de uma resposta coletiva. Considerou-se que ao facultar apenas uma folha em branco por grupo, não dando espaço para que os alunos, antes de discutir em grupo, pudessem descobrir individualmente a melhor estratégia de resolução a adotar, tenha contribuído para esta situação. Desta forma, futuramente, deverá ser facultado a cada aluno, o enunciado da tarefa, com espaço para a sua resolução, sendo a mesma organizada de forma diferente. Isto é, primeiro cada aluno resolveria a tarefa individualmente e depois em grupos partilhava-se e discutia-se as diferentes estratégias encontradas, de modo a chegar a um consenso. Assim, penso que o mesmo não voltaria a suceder.

Durante a orientação desta tarefa exploratória, a investigadora utilizou um discurso dialógico, assente em perguntas de inquirição (Ponte, Quaresma e Branco, 2012).

Considerou-se que, através da exploração desta tarefa, os alunos atingiram os objetivos pretendidos, uma vez conseguiram utilizar diferentes representações dos números racionais (fração, numeral decimal e percentagem), compreender o significado de fração como quociente em situações de partilha equitativa, comparar números racionais e desenvolver alguma linguagem matemática alusiva aos números racionais.

4.5.1.2. 2ª sessão – "Raid de patrulhas"

A presente sessão foi realizada de forma a atingir os objetivos definidos na planificação da mesma (Apêndice M). Mais, concretamente, no âmbito do sentido de número racional, pretendeu-se que os alunos comparassem e ordenassem frações e diferentes representações do número racional, com base em valores de referência, localizassem e assinalassem números racionais não negativos na reta numérica, utilizassem diferentes representações do número racional e desenvolvessem uma linguagem matemática alusiva aos números racionais.

Alarcão (2001) refere que a melhoria do ensino só é possível pelo aperfeiçoamento refletido da competência de ensinar, sendo esta desenvolvida pela eliminação progressiva de aspetos negativos, através do estudo sistemático da própria atividade docente. Por conseguinte, com base nas dificuldades, evidenciadas na sessão anterior, introduziram-se estratégias de gestão do trabalho dos alunos. Em vez de projetar a atividade e de cada patrulha ter apenas uma folha de registo, distribuiu-se por cada aluno uma folha com o enunciado da tarefa, uma folha em branco e uma folha de registo. Foi, igualmente, facultado tempo para que cada aluno refletisse na tarefa proposta, tentando resolver a tarefa sozinho para posteriormente partilhar, em patrulha, as estratégias elaboradas e se discutisse as mesmas, chegando-se a conclusões mais ricas. Como na primeira tarefa, em alguns grupos, os alunos com mais capacidades tinham monopolizaram a resolução da tarefa e os restantes elementos dispersavam a sua atenção, estas estratégias pretendiam que todos os alunos participassem ativamente no grupo e que todos ficassem com o registo da tarefa.

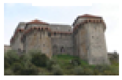
Após, a distribuição e explicação das folhas com o enunciado e folhas de registo e rascunho, a primeira parte da tarefa exploratória foi iniciada, sendo o enunciado lido pela investigadora. Este consistiu no seguinte (Figura 17):

Tarefa "Raid de patrulhas"

As patrulhas da tribo de Caneças foram realizar um raid desde o seu campo escutista até à cidade de Ourém.

Campo Escutista

Ourém



1) Ao meio-dia, o chefe de tribo encontrou-se com todas as patrulhas. Após o encontro, verificou que cada patrulha, do total do percurso, tinha percorrido as seguintes distâncias:

Nome da patrulha	Distancia percorrida do total do percurso
Panda	$\frac{5}{8}$
Raposa	$\frac{4}{9}$
Urso	$\frac{1}{6}$
Mocho	$\frac{4}{10}$
Cobra	$\frac{4}{7}$
Coala	$\frac{2}{4}$

1.1) Ajuda o chefe de tribo a perceber quais as patrulhas que já tinham percorrido mais de metade do caminho?

Figura 17. Enunciado da primeira parte da tarefa "Raid de patrulhas"

Na exploração autónoma dos alunos, constatou-se que as patrulhas estavam a demorar algum tempo a resolver a tarefa, pois não entendiam o que era pedido, sendo assim necessário negociar o significado de "mais de metade do caminho". O exemplo seguinte demonstra um dos diálogos efetuados com as patrulhas.

Investigadora: Já perceberam o que têm de fazer?

H.P. (Falcões): Primeiro temos que fazer as divisões.

Investigadora: Mas porquê?

H.P. (Falcões): Para descobrir quanto é que eles percorreram.

Investigadora: Para quê?

H.P. (Falcões): Para descobrir quem é que percorreu mais que metade.

Investigadora: Como?

M.C. (Falcões): Mas nós nem sabemos a metade do caminho? Não sabemos quanto é que o caminho tem! (O aluno manifesta confusão)

<u>Investigadora:</u> Imaginem o total do percurso. É a vossa quê?

<u>M.C. (Falcões)</u>: A unidade!

<u>Investigadora:</u> Muito bem! Então se pergunta quem já percorreu mais de metade do percurso, o que podemos concluir?

<u>H.P. (Falcões)</u>: Aquelas que já percorreram mais de zero virgula cinco?! (aluno faz a conversão da representação verbal (metade) para a representação em numeral decimal)

<u>H.P. (Falcões)</u>: Mais que cinco décimas (redizer), certo? Então como provam isso matematicamente?

<u>H.P. (Falcões)</u>: Pelas divisões. Ah! Assim vemos qual já passou mais de 0,5.

<u>Investigadora:</u> Como?

<u>H.P. (Falcões)</u>: Comparamos os resultados da divisão com a metade.

Através de uma postura de questionamento, pautada por perguntas de inquirição, a investigadora conduziu a patrulha a perceber o significado de "mais de metade do caminho" e a conseguirem explicar o seu pensamento, algo difícil e pouco habitual, para a maioria dos alunos da turma. Esta ação vai ao encontro do defendido por Ponte, Quaresma e Branco (2012) que mencionam que o professor deve encorajar os alunos a falar de modo exploratório, promovendo a reflexão e a argumentação nos mesmos e, consequentemente, um desenvolvimento da sua compreensão matemática.

A maioria das patrulhas, utilizando o significado de fração como quociente entre dois números inteiros, entendeu que deveria dividir o numerador pelo denominador para, posteriormente, comparar com 0,5. A Figura 18 espelha um exemplo:

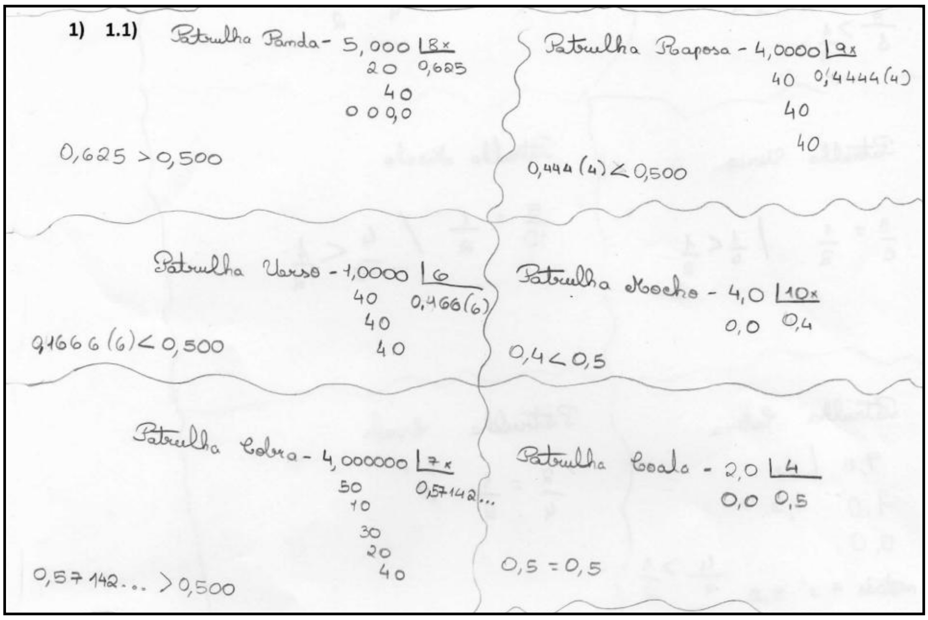


Figura 18. Resolução da patrulha Esquilo, utilizando o significado de fração como quociente

Apenas a patrulha Escorpião utilizou uma estratégia de resolução diferente das restantes, recorrendo ao significado de fração como parte-todo. A investigadora quis perceber como a patrulha tinha pensado e questionou-a da seguinte forma:

Investigadora: Como é que vocês estão a pensar?

I.N. (Escorpiões): Nós fomos ver qual era a metade do denominador.

I.N. (Escorpiões): A metade de sete é três virgula cinco.

Investigadora: trinta e cinco décimas, sim… (Redizer)

M.P. (Escorpiões): Depois vimos se o numerador era maior ou menor que a metade do denominador.

M.P. (Escorpiões): Então na cobra quatro é maior que a metade

Investigadora: Boa! Que podem concluir acerca disso?

J.C. (Panteras): Que a cobra percorreu mais que a metade

Investigadora: Ok! Então como é que isso se escreve matematicamente?

Após a questão de inquirição da investigadora, a patrulha procedeu tal como ilustra a Figura 19:

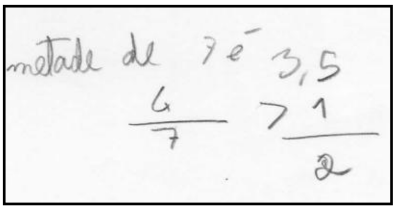


Figura 19. Excerto da resolução da patrulha Escorpião

Na discussão da tarefa, explorou-se as estratégias referidas anteriormente, isto é: i) a utilização do significado de fração como quociente entre dois números, encontrando-se a respetiva dízima, através do algoritmo da divisão, para se poder comparar com 0,5 (metade) e ii) ou percebendo se o numerador era maior ou menor que a metade do denominador. Sendo um dos objetivos do NCTM (2008) desenvolver estratégias para ordenar e comparar números com representação fracionária, a investigadora encaminhou os alunos para a utilização de outra estratégia, que consistia em encontrar uma fração equivalente à metade com o mesmo denominador da fração dada. Desta forma, conseguia-se perceber se as patrulhas tinham percorrido "mais de metade do caminho", recorrendo igualmente, ao significado de fração como parte-todo, tal como ilustra a Figura 20:

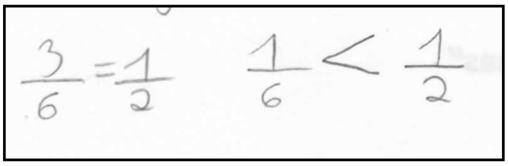


Figura 20. Registo do quadro, pela aluna I.G.

Para facilitar a compreensão da turma, sobre a estratégia supramencionada, a investigadora utilizou uma representação pictórica para espelhar a metade, o que facilitou a explicação da estratégia e entendimento da turma. Quaresma (2010) afirma que as representações pictóricas são instrumentos de ajuda úteis para o raciocínio, facilitando a mudança de estratégias de resolução.

Na alínea 1.2., pedia-se para os alunos representarem a posição de cada patrulha no percurso indicado. Tavares (2012) menciona que os alunos manifestam dificuldades em assinalar frações na reta numérica quando o número de segmentos da reta é diferente do denominador das frações, remetendo para uma noção ambígua e inflexível da fração. Esta situação comprovou-se, pois apenas a patrulha Esquilos conseguiu dividir o percurso em partes iguais e assinalar corretamente as frações na reta numérica, como demonstra a Figura 21. Esta patrulha recorreu à dízima correspondente a cada fração e assumiu que o final do percurso correspondia ao número 1. Assim, dividiu a reta em 10 partes iguais, sendo que cada uma dela representava 10 décimas.

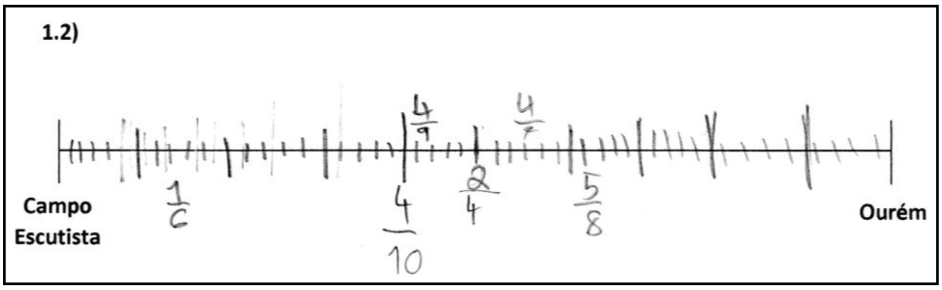


Figura 21. Resolução da alínea 1.2. da Patrulha Esquilos

Na discussão, a patrulha explicou às restantes como procedeu, concluindo-se que para assinalar frações com denominadores diferentes, uma das estratégias a utilizar consiste em encontrar as suas dízimas.

Não existindo mais tempo para prosseguir com a segunda parte da tarefa, a investigadora efetuou uma pequena síntese, na qual destacou as diferentes estratégias que os alunos podem utilizar para comparar frações. Tendo-se em conta as dificuldade na compreensão da representação em numeral decimal evidenciadas na literatura por Monteiro e Pinto (2007), salientou-se que para comparar dois números decimais, estes deveram se encontrar com o mesmo número de casas decimais.

Durante a orientação desta tarefa exploratória, a investigadora utilizou um discurso dialógico, assente em perguntas de inquirição, sendo o seu papel de facilitadora das aprendizagens matemáticas (Ponte, Quaresma e Branco, 2012).

Considerou-se que através da exploração desta tarefa os alunos atingir alguns dos objetivos pretendidos, uma vez conseguiram encontrar estratégias para comparar e ordenar frações utilizando a metade como valor de referência, assinalaram frações na reta numérica e desenvolveram uma linguagem matemática alusiva aos números racionais. Contudo os objetivos que consistiam na comparação e ordenação de diferentes representações do número racional, com base em valores de referência, e assinalar números racionais não negativos na reta numérica utilizando diferentes representações do número racional não foram alcançados, uma vez que a segunda parte da tarefa, que incidia nos mesmos, não foi realizada.

Tal como refere Ponte (2002), um ensino bem-sucedido decorre da examinação e reflexão constante e contínua dos professores. Assim, refletindo considerou-se que, possivelmente, a tarefa exploratória seria muito extensa, não sendo possível a sua resolução e discussão numa aula de 90 minutos. Na prática do ensino exploratório, as tarefas matemáticas são extremamente importantes, pois é através destas que a atividade matemática do aluno se desenrola, exigindo do professor uma seleção de tarefas adequadas e relevantes de acordo com as oportunidades de aprendizagem que pretende proporcionar aos alunos, (Stein et al., 2008; Canavarro, Oliveira & Menezes, 2012). Desta forma, teria sido mais proveitoso a tarefa ser constituída apenas pela 2ª parte, onde se poderia trabalhar a maior parte dos objetivos inicialmente propostos.

Ainda relativamente à prática da investigadora, verificou-se dificuldades em gerir o tempo, devendo-se encontrar estratégias para colmatar esta situação. Também, o facto de serem os alunos a registar, no quadro, as suas conclusões, acaba por ser demorado, uma vez que não estão habituados a isso. Desta forma, esta situação poderia ser colmatada recorrendo-se a estratégias como: balizar melhor o tempo facultado aos alunos para resolver a tarefa ou utilizar um projetor para mostrar e explorar as resoluções dos alunos, entre outras.

4.5.1.5. 3ª sessão – Ida ao supermercado

A presente sessão foi realizada de forma a atingir os objetivos definidos na planificação da mesma (Apêndice N). Mais, concretamente, no âmbito do sentido de número racional, pretendeu-se que os alunos compreendessem e utilizassem diferentes representações do número racional, conhecessem a representação em numeral misto e sua relação com as frações improprias, percebessem que as frações podem representar grandezas superiores à unidade, trabalhassem com uma unidade discreta e desenvolvessem uma linguagem matemática alusiva aos números racionais.

Adotando uma postura de um professor que reflete sobre a própria prática (Ponte, 2002), com base nas dificuldades evidenciadas na sessão anterior, introduziram-se estratégias de gestão do tempo e de motivação dos alunos para o cumprirem. Assim, primeiro balizou-se com precisão, desde o início da tarefa, o tempo que os alunos disponham para a realizar, sendo que ao longo da aula foi-se alertando para os minutos restantes. Segundo, utilizou-se um sistema de pontos para motivar os alunos a cumprirem o tempo estipulado, que consistia em atribuir pontos às patrulhas cujos elementos pensassem, sozinhos, várias formas de resolução da tarefa exploratória, dentro do limite de tempo e, posteriormente, às patrulhas que discutissem as estratégias de resolução em grupo, novamente dentro do limite de tempo. Terceiro, projetar-se as resoluções dos alunos através da fotografia das mesmas, uma vez que os alunos ao não estarem habituados a escrever no quadro, demoravam muito tempo a apresentar as suas resoluções. Contudo, tal não foi possível por razões logísticas.

Considerou-se que estas estratégias permitiram uma melhor gestão do tempo de aula, principalmente durante a fase de exploração e trabalho autónomo dos alunos. Todavia, a investigadora continuou a demorar muito tempo na apresentação e discussão das alíneas da tarefa, possivelmente, por ter solicitado, na alínea 1.1., a participação de todas as patrulhas. Desta forma, pretendia-se diversificar a sua participação, principalmente daquelas que ainda não tinham explicado os seus raciocínios, na fase de discussão das resoluções.

A sessão iniciou-se com a distribuição do enunciado e da folha de registo e de rascunho e explicando-se o sistema de pontos às patrulhas. Em seguida, “lançou-se” a tarefa exploratória, sendo o enunciado lido pela investigadora. Este consistiu no seguinte (Figura 22):

Tarefa: "*Lanche em patrulha*"

1. **1.1)** Quando a patrulha Serpente foi lanchar havia na lancheira do grupo, seis laranjas e meia. Representa de diversas formas o número de laranjas que havia na lancheira.

1.2.) Quando terminaram de lanchar ficaram na lancheira $\frac{10}{4}$ de laranjas. Quantas laranjas inteiras sobraram? Descreve o processo que utilizaste para responder à questão. Podes fazê-lo utilizando palavras, desenhos, esquemas ou cálculos.

1.3.) Desenha uma figura que represente quantas laranjas sobraram.

Figura 22. Enunciado da tarefa "Lanche em patrulha" (adaptado de Monteiro & Pinto, 2009)

Durante a monitorização do trabalho exploratório dos alunos, no que respeita à alínea 1.1., a investigadora foi incentivando a realização de conexões entre as diferentes representações dos números racionais: fração, numeral decimal, numeral misto (Quaresma, 2010; Pinto, 2011; Tavares; 2012). Neste sentido, apercebeu-se que a maioria das patrulhas conseguiu representar pictoricamente, com um numeral decimal e, consequentemente, através de uma fração decimal, a quantidade de laranjas pretendida, como ilustram as Figuras 23 e 24:

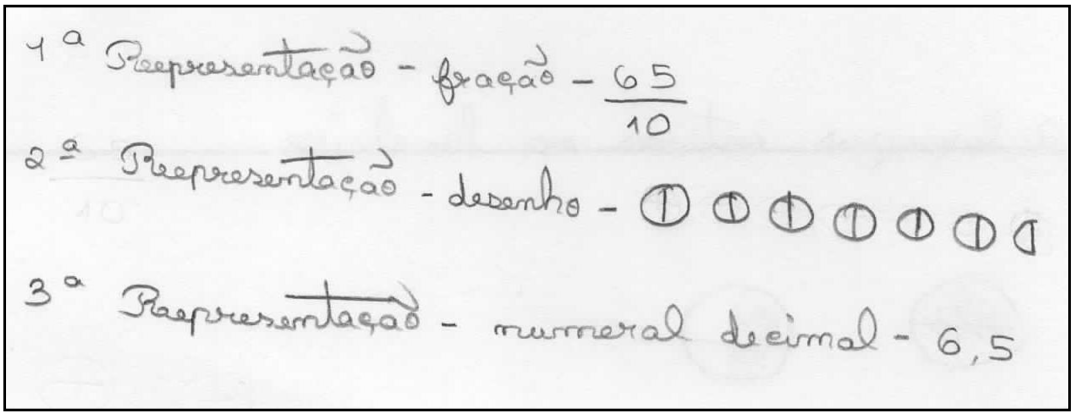


Figura 23. Excerto das várias representações encontradas pela patrulha Esquilos

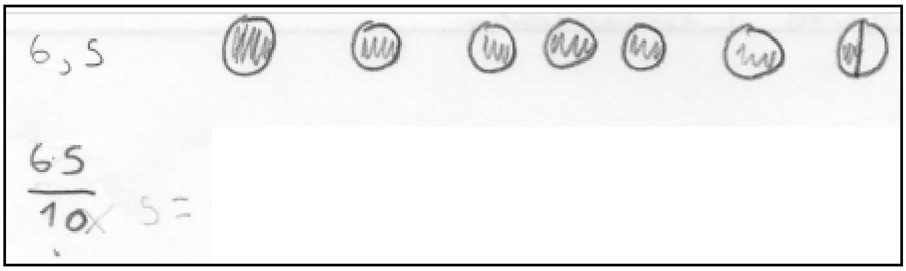


Figura 24. Excerto das várias representações encontradas pela patrulha Escorpiões

Porém, nenhuma patrulha estava a conseguir chegar à fração imprópria, nem ao numeral misto.

Na patrulha Jaguar, um aluno estabeleceu o seguinte raciocínio:

G.E. (Jaguar): A fração não se pode utilizar?

Investigadora: Porque dizes que não se pode utilizar?

G.E. (Jaguar): Porque nós não tirámos nenhuma, nem ficámos com nenhuma.

A situação acima descrita demonstra a dificuldade do aluno, que se pode generalizar para os restantes, em lidar com um contexto de unidade discreta e a dificuldade na conceptualização da unidade de referência, uma vez que uma fração tem sempre subjacente uma unidade (Pinto, 2011). Deste modo assume-se como fundamental uma discussão (com os alunos) sobre a importância da unidade, de modo a clarificar e evidenciar que para podermos definir uma determinada fração temos sempre de considerar o todo a que essa fração faz referência, em que este todo poderá ser tanto contínuo como discreto, devendo os alunos familiarizarem-se em ambas as situações (Monteiro & Pinto, 2005; Pinto & Ribeiro, 2013).

Continuando a diálogo com o referido aluno, considerou-se que se deveria orientar a sua patrulha no sentido de a encaminhar para a representação fracionária, para se ter mais elementos para a discussão.

Investigadora: Para escreveres uma fração, tu precisas de ter o quê? Uma fração tem sempre por base, o em quê?

G.E. (Jaguar): Nas partes em que está dividida.

Investigadora: O que é que está dividida?

G.E. (Jaguar): A figura.

Investigadora: A unidade (redizer). Então nesta situação, qual é a tua unidade?

G.E. (Jaguar): São os 6,5? (aluno fica confuso..)

Investigadora: Olha para aqui (a investigadora aponta para a representação pictórica realizada pelo aluno). Quantas laranjas representaste?

G.E. (Jaguar): Seis e metade de uma.

Investigadora: Considera só esta (aponta para a metade) que foi dividida em metade. O que é que dividiste em duas partes iguais?

G.E. (Jaguar): A laranja

Investigadora: Então qual é a unidade?

G.E. (Jaguar): Uma laranja.

Investigadora: Então se uma unidade é uma laranja. Quantas unidades tens representadas?

G.E. (Jaguar): 7

Investigadora: Mas esta só tens metade. Inteiras são quantas?

G.E. (Jaguar): 6

Investigadora: Boa! Então neste caso temos mais que uma unidade. Vamos representar por fração. O denominador representa o quê?

G.E. (Jaguar): O número de partes em que a unidade foi dividida.

Investigadora: Então neste caso, como temos de dividir?

O aluno toma como referencia a unidade já dividida em metade e divide as restantes laranjas de igual forma.

Investigadora: Então em quantas partes iguais dividiste cada unidade?

G.E. (Jaguar): 2

Investigadora: E quantas partes de laranja tu tens?

G.E. (Jaguar): 13

Investigadora: Como se escreve a fração?

G.E. (Jaguar): 13/2

Repare-se que, através de questões de inquirição, a investigadora conseguiu encaminhar o aluno a perceber qual a unidade de referência e a fração corresponde à grandeza solicitada.

Durante a discussão em grande grupo, para auxiliar a compreensão dos alunos, da situação acima descrita, a investigadora partiu da representação pictórica e encaminhou os alunos a representarem, com uma fração, cada parte da laranja. Neste caso, um meio (1/2) e que se somassem todos os meios tinham treze meios, o que seria representado por 13/2.

Por sua vez, também se encaminhou os alunos para a representação em numeral misto, levando-os a pensar que somando 1/2 com 1/2 obtinha-se uma laranja inteira, ou seja, uma unidade representada pelo algoritmo 1. Este processo foi realizado para as restantes laranjas, chegando-se às 6 unidades e meia, na forma de numeral misto, 6 1/2. Salientou-se o facto de o numeral misto ser uma soma entre um número inteiro e uma fração, suprimindo-se o sinal da referida operação. De realçar que, houve a necessidade de se explicar, várias vezes, a representação da quantidade de laranjas em fração, salientando-se que se tinha mais que uma unidade e o significado do numerador e do denominador na fração obtida. A seguinte Figura 25 demonstra todo processo descrito.

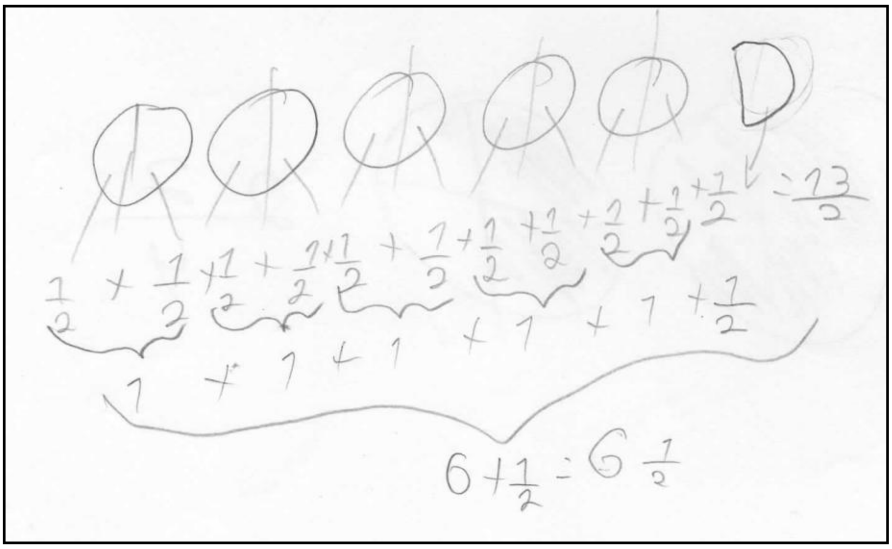


Figura 25. Excerto do registo do aluno M.M. efetuado no quadro pela investigadora, resultante da discussão

Neste caso, a representação pictórica foi um instrumento de ajuda fundamental para estruturar o raciocínio dos alunos, tal como refere Quaresma (2010). Para além disso, os alunos formaram levados a progredir de representações informais para representações mais formais e abstratas, tendo sido o papel do professor o de auxiliar os alunos a construir pontes entre representações mais informais e as representações formais, ajudando-os a contemplar as semelhanças entre os múltiplos contextos do problema (Quaresma, 2010).

Por se ter demorado, algum tempo na discussão da alínea 1.1., as restantes foram apresentadas e discutidas de uma forma rápida, podendo ter dificultado a entendimento dos alunos e gerado alguma confusão nos mesmos. Devido à falta de tempo, as resoluções dos alunos foram escritas pela investigadora, no quadro, consoante os mesmos explicavam o seu raciocínio.

Salienta-se, que a demora na discussão da alínea 1.1., também se deveu ao facto dos alunos, ainda terem alguma dificuldade em expor no quadro e explicar as suas resoluções, apesar de se notar uma evolução neste sentido em comparação com a primeira e segunda sessão.

A maioria das patrulhas, na questão 1.2, utilizou o significado de fração como quociente entre dois números inteiros e através da realização do algoritmo da divisão, calcularam a dízima correspondente à fração e, consequentemente, o numeral decimal. Assim, perceberam que tinham duas laranjas inteiras, sobrando metade de uma outra laranja. Para facilitar a compreensão, solicitou-se aos alunos uma representação pictórica dessa quantidade e a respetiva representação em numeral misto, acabando-se por responder à alínea 1.3. Estes processos são espelhados na resolução da patrulha Pantera (Figura 26), que rapidamente entendeu a relação entre as diferentes formas de representação.

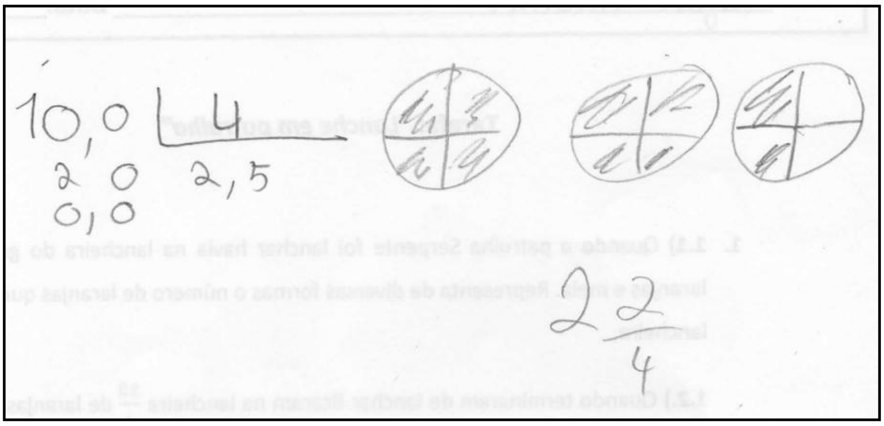


Figura 26. Excerto da resolução da alínea 1.2 e 1.3, pela patrulha Pantera

Devido à falta de tempo, não foi possível explorar a conversão de uma fração imprópria para um numeral misto e vice-versa, em termos de cálculos formais, nem realizados os registos para o caderno diário dos alunos, tal como demonstrado na planificação. Por essa razão, também, não foi efetuada uma síntese final da tarefa.

Durante a orientação desta tarefa exploratória, a investigadora utilizou um discurso dialógico, assente em perguntas de inquirição, sendo que o seu papel de orientadora das aprendizagens (Ponte, Quaresma e Branco, 2012).

Através da exploração desta tarefa, considerou-se que os alunos atingiram os objetivos pretendidos, uma vez que compreenderam a representação em numeral misto e sua relação com as frações impróprias e perceberam que as frações podem representar grandezas superiores à unidade. Contudo, tal como é apontado por Pinto e Ribeiro (2013) e Monteiro e Pinto (2007) uma das dificuldades na aprendizagem números racionais prende-se com a conceptualização da unidade em diversos problemas ou situações envolvendo frações, assim deverá ser continuado um trabalho neste sentido.

Relativamente à prática da investigadora, constatou-se que a antecipação realizada ajudou a orientação das resoluções dos alunos e respetiva discussão, bem como a sua monitorização permitiu dar enfase às dificuldades dos alunos na discussão das suas resoluções (Stein et al., 2008). Todavia, será necessário uma melhor gestão do tempo, para que momentos importantes, como a síntese, não sejam postos em causa, pois é essencial que o professor sintetize as aprendizagens com os alunos, realçando os novos conceitos ou procedimentos emergentes da discussão da tarefa ou revendo outros já conhecidos e aplicados (Stein et al., 2008).

4.5.1.4. 4ª sessão – Teatro de sombras

A presente sessão foi realizada de forma a atingir os objetivos definidos na planificação da mesma (Apêndice O). Mais, concretamente, no âmbito do sentido de número racional, pretendeu-se que os alunos identificassem e explorassem as relações entre frações equivalentes, relacionassem as frações com a unidade, comparassem partes fracionárias de um todo e descobrissem frações equivalentes, através de um modelo de área, reconstruissem a unidade de referência, trabalhassem com uma unidade contínua e desenvolvessem uma linguagem matemática alusiva aos números racionais.

A sessão iniciou-se com a distribuição do tangram por todos os alunos, para que os mesmos o recortassem. Não se antecipou que alunos do 5º ano de escolaridade manifestassem dificuldades em recortar as linhas retas das peças do tangram, o que originou uma perda de tempo significativa no início da sessão. Por outro lado, como alguns alunos não tinham tesoura, foram obrigados a esperar que os seus colegas acabassem a tarefa. Esta situação poderia ter sido prevista pela investigadora, que poderia ter levado tesouras para emprestar aos alunos.

Com o tangram recortado, distribui-se o enunciado, a folha de registo e de rascunho, relembrando-se o sistema de pontos. Em seguida, “lançou-se” a primeira parte da tarefa exploratória, sendo o enunciado lido pela investigadora. Este consistiu no seguinte (Figura 27):

Tarefa: "*Teatro de Sombras*"

Numa velada, as patrulhas da tribo da Ramada vão realizar um teatro de sombras. As sombras serão construídas com as peças do tangram.

Para ganharem material para a tarefa, as patrulhas terão de resolver enigmas matemáticos, utilizando as peças do tangram. Ajuda as patrulhas a descobrirem os seguintes enigmas:

1) Com a ajuda do tangram, descobre frações equivalentes a:

1.1) $\frac{1}{4}$ **1.2)** $\frac{1}{2}$ **1.3)** $\frac{3}{4}$

Figura 27. Enunciado da primeira parte da tarefa exploratória "Teatro de Sombras"

Canavarro (2011; 2013) menciona que o professor deve certificar-se que em poucos minutos, os alunos compreendem o que se espera que façam e que se sintam desafiados a trabalhar na tarefa. Neste sentido e antecipando-se alguma dificuldade na compreensão dos alunos, na instrução da tarefa exploratória foi explicado o propósito das peças do tangram, bem como o facto do tangram corresponder à unidade de referência, motivo pelo qual lhes era facultado um quadrado correspondente à área do tangram. Também, na instrução da tarefa, foi recordado o conceito de frações equivalentes, através de um exemplo exposto no quadro, utilizando-se uma representação pictórica, fracionária e decimal. No sentido de negociar o significado (Bishop & Goffree, 1986) de frações equivalentes utilizou-se expressões como "representam o mesmo número", "representam a mesma quantidade" e "sobrepondo as duas tabletes, a parte pintada é coincidente"

Apesar da instrução mais aprofundada, as patrulhas manifestaram muitas dificuldades em compreender que o tangram correspondia à unidade e que para descobrir que frações eram equivalentes, por exemplo a ¼, tinham primeiro de perceber que polígono representava essa quantidade do total do tangram. Outra dificuldade consistiu em entender que tinham de utilizar as peças do tangram para descobrir as frações equivalente, pois constatei que alguns alunos realizaram cálculos, multiplicando o numerador e o denominador pelo mesmo número natural, para obter as frações. Uma terceira dificuldade manifestada pelos alunos consistiu em perceber que era necessário sobrepor peças mais pequenas no polígono ou polígonos que representava(m) a quantidade desejada, de forma a descobrir quais as que cobriam a mesma área. Perante estas dificuldades, em cada patrulha, foi auxiliando os alunos dando indicações e pequenas pistas de forma a encaminhá-los para o caminho pretendido, sendo o seguinte diálogo um exemplo destas situações:

> Investigadora: O que têm de descobrir primeiro?
>
> F.M. (Lobos Ibéricos): A unidade?
>
> Investigadora: A unidade é o quê?
>
> F.M. (Lobos Ibéricos): O tangram.
>
> Investigadora: Sim. A área do tangam. Agora, o que precisam de descobrir para saber o que é equivalente a 1/4?
>
> Investigadora: Precisam de saber o tangram o que corresponde a…
>
> G.E. (Lobos Ibéricos): 1/4.
>
> Investigadora: Já descobriste o que é 1/4 do tangram? (O aluno mostra a peça)
>
> Investigadora: Boa! Então, com as outras peças, tens que ver o que cobre a mesma área. Tenta sobrepor…
>
> (Os alunos continuaram confusos)
>
> Investigadora: Então esta peça é o que em relação a esta? (A investigadora pega na peça que representa 1/8 do tangram e pede para os alunos lhe dizerem a relação com a peça de 1/4)
>
> F.M. (Lobos Ibéricos): É metade.
>
> Investigadora: Boa. Porquê?
>
> F.M. (Lobos Ibéricos): Então duas peças destas cobrem a mesma área de ¼.
>
> Investigadora: OK! Então esta peça em relação à unidade representa o quê?
>
> G.E. (Lobos Ibéricos): 1/8?
>
> Investigadora: Sim! Então 1/8 + 1/8 é igual a?
>
> F.M. (Lobos Ibéricos): 2/8.
>
> Investigadora: Boa! Então 2/8 é igual a quê?
>
> F.M. (Lobos Ibéricos): A 1/4.

Repara-se que a investigadora encaminha o pensamento dos alunos, de forma a entenderem o processo a utilizar para descobrir quais frações são equivalentes. Assim, após o auxílio da investigadora o grupo procedeu tal como ilustra a Figura 28:

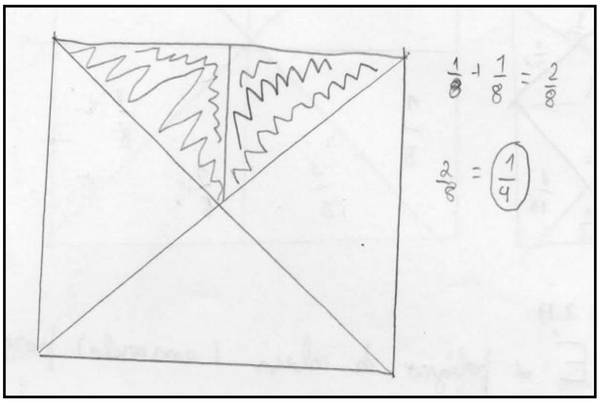


Figura 28. *Excerto da resolução da patrulha Lobos Ibéricos da alínea 1.1 da tarefa*

Também, devido às dificuldades acima descritas, a investigadora resolveu demonstrar o exemplo do diálogo supracitado, no quadro, para que todas as patrulhas entendessem o que era necessário fazer. Tal como defende Ponte (2002), refletindo-se sobre a própria prática, considerou-se que, no início da tarefa, deveria se ter facultado um exemplo para as patrulhas perceberem a função das peças do tangram e sua pertinência para a tarefa.

Na discussão, foram exploradas duas frações equivalentes a cada alínea, tal como demonstram as Figuras 29, 30 e 31, e estabeleceu-se conexão, de forma intuitiva, com a adição de frações. Também, escolhendo resoluções que permitam caminhar progressivamente para generalizações de conceitos matemáticos ou para sistematizar procedimentos (Stein et al., 2008), encaminhou-se os alunos a descobrirem a relação entre os numeradores e denominadores das frações equivalentes, como é possível observar na Figura 29. Através da multiplicação ou divisão pelo mesmo número natural, os alunos perceberam que se obtinham frações equivalentes.

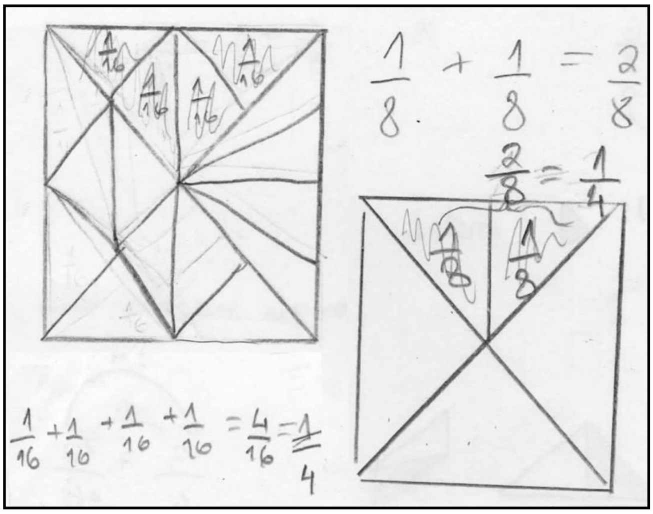


Figura 29. Registo da resolução da alínea 1.1, da patrulha Esquilos, após discussão em grande grupo

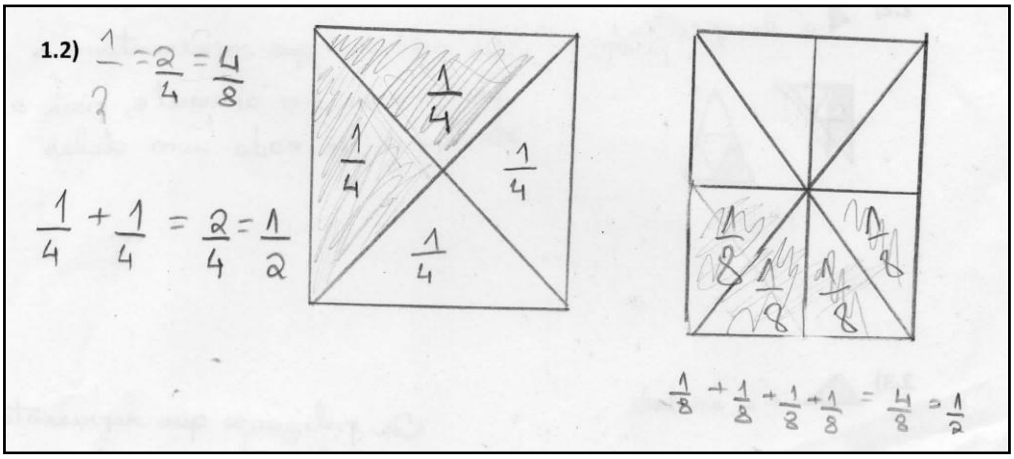


Figura 30. Registo da resolução da alínea 1.2, da patrulha Esquilos, após a discussão em grande grupo

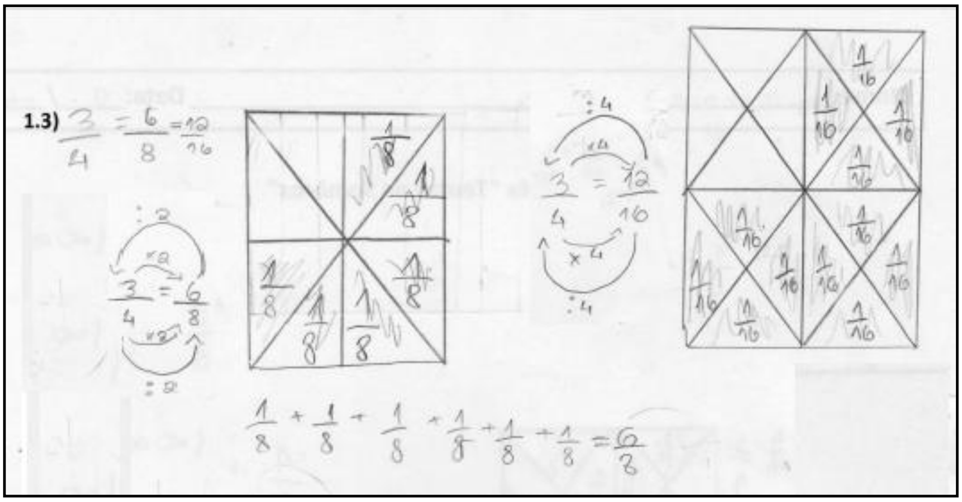


Figura 31. Registo da resolução, da alínea 1.3, da patrulha Esquilos, após a discussão em grande grupo

Para a presente sessão, tinha-se programado projetar as resoluções dos alunos, pois tinha-se antecipado que os mesmos ao escreverem as suas estratégias de resolução no quadro iriam demoram muito tempo. Contudo, depois de analisar os seus registos, constatou-se que, em algumas patrulhas, eles eram inexistentes ou confusos, daí se ter optado por não utilizar o projetor. Consequentemente, perdeu-se algum tempo nesta tarefa, o que originou que a segunda parte da tarefa fosse realizada e discutida na aula seguinte.

Nesta tinha-se programado utilizar o projetor para projetar o enunciado a cores, da segunda parte da tarefa, uma vez que era necessário que os alunos soubessem as cores dos diferentes polígonos para a conseguir executar. Contudo, por questões de logística, tal não foi possível, o que fez com que os alunos tivessem de pintar a figura consoante as indicações da investigadora. Por um lado, sendo a sessão ao primeiro horário do dia, muitos alunos ainda não tinham chegado, sendo esta tarefa uma boa solução, enquanto a sala não estava composta.

Posteriormente, a segunda parte da tarefa exploratória foi apresentada à turma, sendo o enunciado lido pela investigadora. Este consistiu no seguinte (Figura 32.):

2) Observa a seguinte figura formada com as peças do tangram:

2.1) Se o polígono vermelho representar um meio, qual é o polígono que representa a unidade? Justifica.

2.2) Se o polígono roxo representar um quarto, qual é o polígono que representa a unidade? Justifica.

2.3) Se o polígono cor-de-rosa representar a unidade, o que representa o polígono verde? Justifica.

Figura 32. Enunciado da segunda parte da tarefa exploratória "Teatro de Sombras"

Durante a monitorização do trabalho autónomo dos alunos, verificou-se que tiveram dificuldade em perceber que, em cada alínea, a unidade de referência mudava. Sendo uma dúvida coletiva, explicou-se à turma que cada alínea representava uma situação diferente. Este facto é corroborado por Pinto e Ribeiro (2013) que apontam dificuldades na conceptualização da unidade em diversos problemas ou situações envolvendo frações. Refletindo, um exemplo concreto poderia ter facilitado a compreensão dos alunos.

Verificou-se, também, que todas as patrulhas justificaram as suas respostas utilizando representações verbais, conseguindo perceber relações de metade, dobro, quadruplo ou a quarta parte, como demonstram as Figuras 33, 34 e 35.

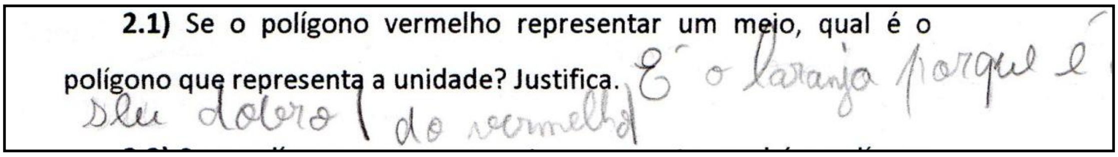

2.1) Se o polígono vermelho representar um meio, qual é o polígono que representa a unidade? Justifica. É o laranja porque é seu dobro (do vermelho)

Figura 33. Resolução da alínea 2.1. da patrulha Panteras

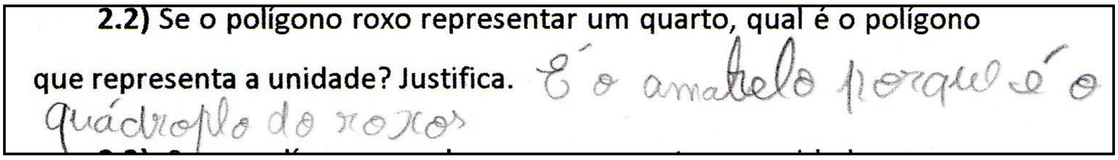

2.2) Se o polígono roxo representar um quarto, qual é o polígono que representa a unidade? Justifica. É o amarelo porque é o quádroplo do roxos

Figura 35. Resolução da alínea 2.2 da patrulha Panteras

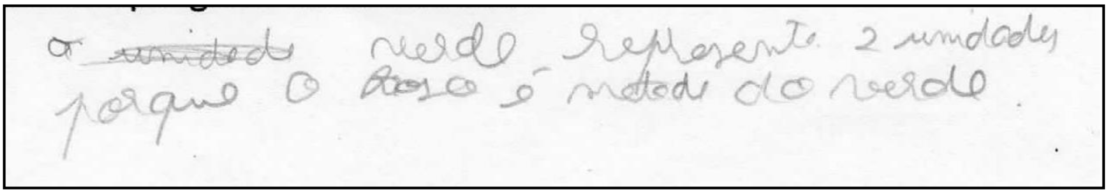

o ~~unidade~~ verde representa 2 unidades porque o roxo é metade do verde

Figura 34. Resolução da alínea 2.3. da patrulha Lobos Ibéricos

Na discussão, constatou-se que a maioria das patrulhas centrou-se apenas em uma solução, não reparando que poderia existir mais de um polígono a representar a unidade pretendida. Desta forma, questionou-se as patrulhas sobre outras possibilidades de resposta, que surgiram naturalmente evidenciando a possibilidade de os alunos estarem habituados à existência de apenas uma solução para cada problema. A Figura 36 representa o resultado dessa discussão. A sessão finalizou-se com uma síntese das conclusões obtidas.

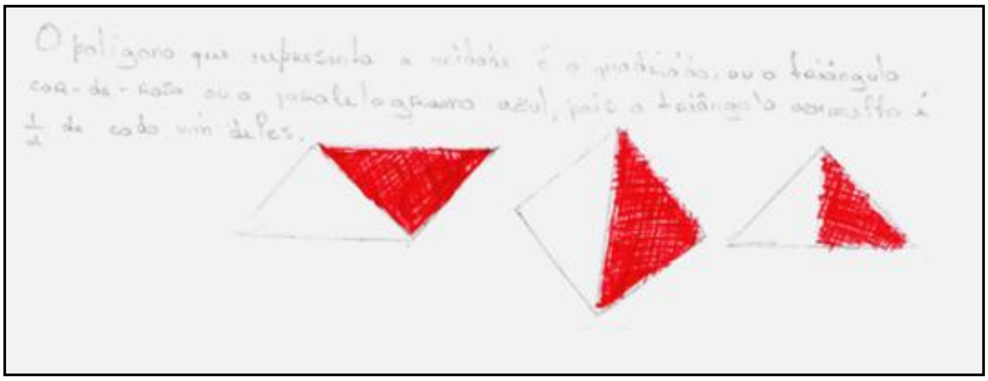


Figura 36. Registo da alínea 2.1. da patrulha Jaguar, após discussão em grande grupo

Durante a orientação desta tarefa exploratória, a investigadora utilizou um discurso dialógico, assente em perguntas de inquirição, sendo que o seu papel de orientadora das aprendizagens (Ponte, Quaresma e Branco, 2012).

Através da exploração desta tarefa, considerou-se que os alunos atingiram os objetivos pretendidos, uma vez que identificaram e exploraram as relações entre frações equivalentes, compararam partes fracionárias de um todo e descobriram frações equivalentes, através de um modelo de área, reconstruiram a unidade de referência e desenvolveram uma linguagem matemática.

Relativamente à prática da investigadora, constatou-se que poderia ter antecipado algumas dificuldades dos alunos, facultando exemplos concretos ou através de material manipulável. Esta estratégia é defendida pelo RNP que defende uma participação ativa dos alunos através do manuseamento de materiais concretos, uma vez que estes ajudam os alunos a construírem referências mentais que lhes permite executar tarefas significativas com frações e o desenvolvimento do conceito flexível de unidade de referência (Tavares, 2012).

Contudo, a monitorização realizada, bem como o diálogo estabelecido com os alunos, foi fundamental para encaminhar os seus raciocínios e resoluções. (Stein et al., 2008). Continuará a ser necessário uma melhor gestão do tempo, pois a tarefa exploratória teve que ser dividida em duas aulas.

4.5.1.5. 5ª sessão – “Ida ao supermercado”

A presente sessão foi realizada de forma a atingir os objetivos definidos na planificação da mesma (Apêndice P). Mais, concretamente, no âmbito do sentido de número racional, pretendeu-se que os alunos compreendessem o significado de fração como operador multiplicativo, percebessem a operação da multiplicação com números racionais, através do produto de um número natural por uma fração; trabalhassem com uma unidade discreta e desenvolvessem uma linguagem matemática alusiva aos números racionais.

A sessão iniciou-se com a distribuição do enunciado e da folha de registo e de rascunho, relembrando-se o sistema de pontos. Em seguida, “lançou-se” a primeira parte da tarefa exploratória, sendo o enunciado lido pela investigadora. A Figura 37 ilustra o mesmo.

Com o intuito dos alunos não se perderem e conseguirem gerir o tempo que tinham para efetuar o trabalho, no início da tarefa, foi balizado o tempo que disponham e, ao longo da sessão, foi-se alertando para o tempo restante.

Tarefa: *"Ida ao supermercado"*

1) A patrulha dos Golfinhos preparava-se para acampar durante uma semana e foi ao supermercado comprar os mantimentos que necessitava.

1.1) A patrulha sabe que bebe $\frac{1}{2}$ de sumo de laranja por dia. Que quantidade de sumo de laranja precisa de comprar para uma semana? Justifica.

Descreve o processo que utilizaste para responder à questão. Podes fazê-lo utilizando palavras, desenhos, esquemas ou cálculos.

Figura 37. Enunciado da primeira parte da tarefa "Ida ao supermercado" (adaptado de Monteiro & Pinto, 2009)

Em aula, no ensino exploratório, na fase de "exploração", "para além de gerir o trabalho dos alunos, o professor precisa de interpretar e compreender como eles resolvem a tarefa e de explorar as suas respostas de modo a aproximar e articular as suas ideias com aquilo que é esperado que aprendam" (Canavarro, 2011, p.11). Neste sentido, reparou-se que as patrulhas não tiveram dificuldade em interpretar a questão, encontrando sem problemas uma forma de resolução, como ilustram as seguintes Figuras 38, 39 e 40:

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=\frac{7}{2}$$

Figura 38. Estratégia de resolução da patrulha Lobos Ibéricos, utilizando a adição sucessiva com representação fracionária

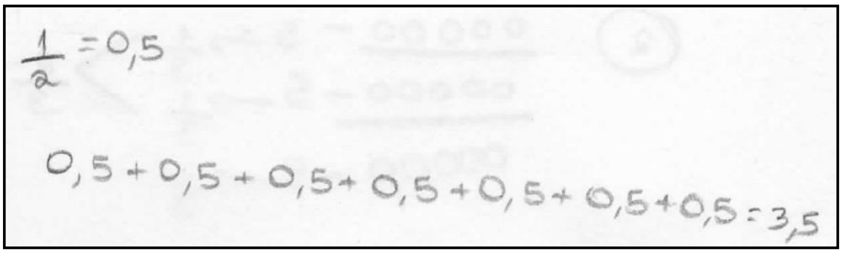


Figura 39. Excerto da resolução da patrulha Jaguar, utilização a adição sucessiva com representação decimal

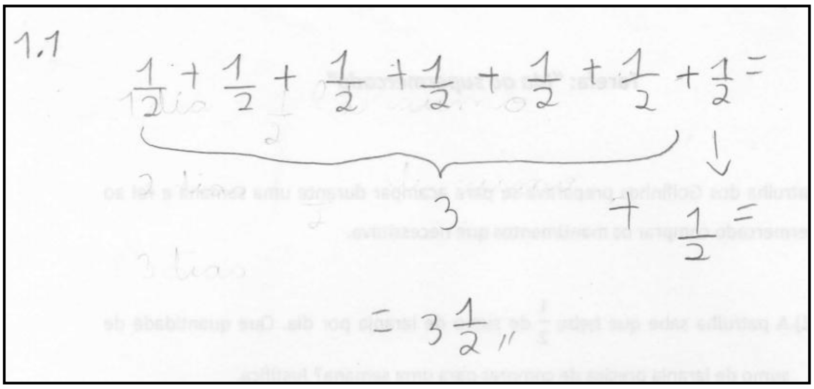


Figura 40. Excerto da resolução da patrulha Panteras com representação em numeral misto

Na Figura 38, a patrulha Lobos Ibéricos utilizou a adição sucessiva na forma de fração e recorrendo às regras operatórias já aprendidas, obteve 7/2. A patrulha Jaguar (Figura 39), também utilizou a adição sucessiva, mas preferiu utilizar a representação em numeral decimal, convertendo 1/2 em 0,5 e obtendo 3,5. Na Figura 40, a patrulha Falcões percebeu que seis meios correspondiam a três unidades e sobrando 1/2, chegaram à representação em numeral misto, 31/2. Este facto demonstra a familiarização das patrulhas com as diferentes representações dos números racionais, um indicador do sentido de número racional (Pinto, 2011; Pinto & Ribeiro, 2013).

Nesta fase de exploração, ao monitorizar o trabalho das patrulhas, a investigadora reparou que nenhuma patrulha tinha resolvido a questão, recorrendo à operação da multiplicação. Assim, com o intuito de enriquecer a discussão, questionou a patrulha Pantera, da seguinte forma:

<u>Investigadora:</u> Será que não existe outra forma mais rápida de resolver a tarefa?

<u>J.C. (Panteras)</u>: Sim

Investigadora: Qual?

(silêncio)

Investigadora: Imagem que em vez de uma semana, era um mês? Também faziam 1/2 + 1/2 + ….

J.C. (Panteras): 1/2 vezes 30.

Investigadora: Boa! Isso é num mês! Então numa semana?

M.M. (Panteras): 1/2 vezes 7

Repara-se que a investigadora encaminha o pensamento dos alunos, de forma a chegarem à operação da multiplicação. Assim, após o auxílio da investigadora o grupo procedeu tal como ilustra a Figura 41:

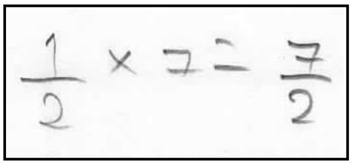


Figura 41. Excerto de outra resolução da patrulha Pantera, recorrendo à multiplicação.

Segundo Canavarro (2012) "é importante sublinhar que o propósito das discussões é relacionar as apresentações com vista ao desenvolvimento colectivo de ideias matemáticas poderosas que sintetizam as aprendizagens matemáticas dos alunos" (p. 8). Com base neste pensamento, na fase da discussão em grande grupo, foram exploradas as três estratégias referidas em cima, isto é, a adição sucessiva com representações em fração e numeral decimal, a adição com resultado final na representação de numeral misto e a multiplicação. Assim, foram exploradas as várias representações do número racional e a capacidade de conversão entre as mesmas.

Na terceira estratégia de resolução, a multiplicação, encaminhou-se os alunos para a regra da multiplicação de um número natural por uma fração, escrevendo-se os registos que se encontram na planificação desta sessão (Apêndice O). Nesta situação, foi desenvolvida a linguagem simbólica dos alunos ao se utilizar a escrita algébrica. Também, foi efetuada conexão com a propriedade comitativa, neste caso aplicada à multiplicação.

Posteriormente, passou-se para a segunda parte da tarefa, sendo o enunciado lido pela investigadora. Este consistiu no seguinte (Figura 42):

1.2) No supermercado, a patrulha comprou um saco com 15 bombons. Ao chegar ao campo deu $\frac{2}{3}$ desses bombons, à patrulha das Águias. Quantos bombons deu a patrulha dos Golfinhos à patrulha das Águias?

Descreve o processo que utilizaste para responder à questão. Podes fazê-lo utilizando palavras, desenhos, esquemas ou cálculos.

Figura 42. Enunciado da segunda parte da tarefa "Ida ao Supermercado" (adaptado de Monteiro & Pinto, 2009)

Aquando da exploração dos alunos, constatou-se que a maioria das patrulhas utilizou o significado de parte-todo como estratégia de resolução. Em alguns alunos percebeu-se que foi instintivo, uma vez que não me sabiam explicar porque tinham dividido os 15 bombons por três. Por conseguinte, foi necessário negociar o significado de fração, no sentido de encaminhar o raciocínio dos alunos a perceberem que, neste caso, a fração representava uma quantidade/um número do total de bombons e que estavam a trabalhar com unidade discreta. Eis um exemplo desta situação:

Investigadora: Porque dividiste 15 por três?

G.L. (Esquilos): Então eram 2/3. Dividi por 3.

Investigadora: Mas porquê?

G.L. (Esquilos): Não sei explicar!

Investigadora: Algum raciocínio tu fizeste. Tenta lá explicar.

G.L. (Esquilos): Porque eles deram 2/3 dos bombons.

Investigadora: Dos bombons! Então o que é que eles estão a pedir (…) é quantos, a quantidade de bombons que corresponde a 2/3. Como vamos descobrir?

(silêncio)

Investigadora: O que é que representa o denominador?

G.L. (Esquilos): O número de partes iguais que a unidade está dividida.

Investigadora: Qual é a unidade aqui?

G.L. (Esquilos): São os 15 bombons.

Investigadora: Então…

G.L. (Esquilos): Os 15 bombons estão divididos em três partes iguais. Então dividimos 15 por 3, que dá cinco.

Investigadora: Então eles deram 5 bombons?

G.L. (Esquilos): Não. Como deram 2/3, temos de fazer cinco vezes dois, que dá 10.

A investigadora orienta os alunos, colocando questões de forma a explicarem o seu raciocínio. Assim, após o auxílio da investigadora o grupo procedeu tal como ilustra a Figura 43:

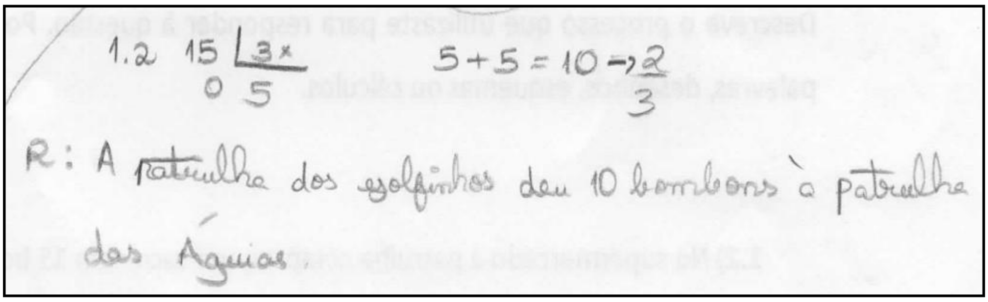


Figura 43. Excerto da resolução da patrulha Esquilo, da alínea 1.2.

Com a monitorização, o professor consegue perceber os aspetos que deve focar e o que precisa de aprofundar na discussão com a turma (Stein et al., 2008). Assim, na discussão em grande grupo, esta estratégia foi explorada com ênfase nos dois aspetos anteriormente referidos como problemático. Esta situação vai ao encontro do defendido por Canavarro (2011) que refere “ao seleccionar, o professor pode adoptar diversos critérios como, por exemplo, escolher: uma resolução particular que se distingue e acrescenta compreensão e/ou ajuda a atingir o propósito matemático da aula” (p.11).

Visto que mais nenhuma estratégia foi encontrada pelas patrulhas, resolveu-se apresentar uma resolução pictórica, pois Quaresma (2010) afirma que estas são instrumentos de ajuda úteis para o raciocínio ao representarem a informação do problema e facilitarem a mudança de estratégias de resolução. Assim, tal como mostra a Figura 44, foi possível visualizar as quantidades em questão e a unidade repartida em três partes iguais. Sendo esta resolução mais concreta e menos abstrata, pretendeu-se facilitar o entendimento dos alunos.

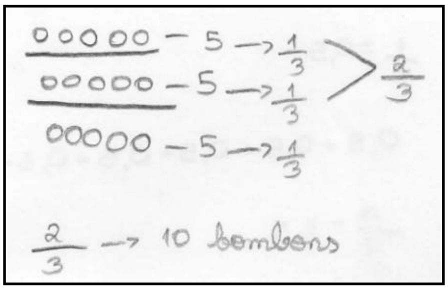


Figura 44. Registo do quadro, pelo aluno G.L: da resolução pictórica

Por último, como terceira estratégia de resolução, a investigadora explicou e apresentou o significado de fração como operador partitivo multiplicativo (Figura.45).

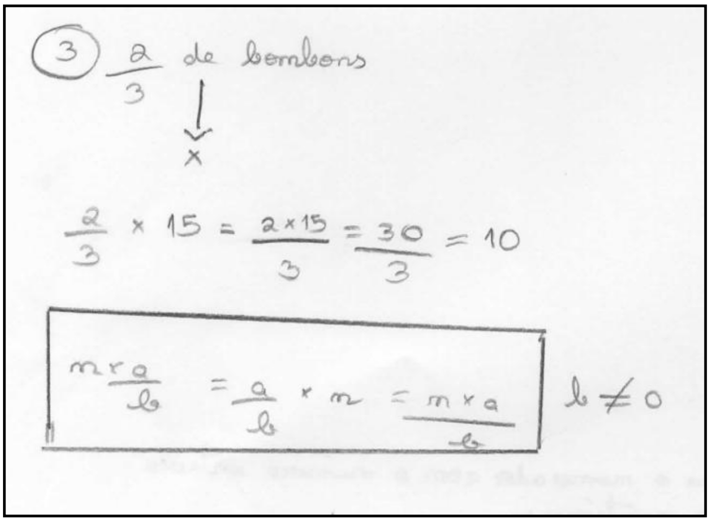


Figura 45. Registo do quadro da resolução do significado de fração como operador, pelo G.L.

Partindo da exploração da representação pictórica da tarefa, alertou-se os alunos para um truque: em matemática a palavra "de" implica a operação da multiplicação, referindo que sempre que no enunciado aparecesse por exemplo: 2/3 desses 15 bombons, então correspondia a 2/3 x 15 bombons. Depois, efetuou-se conexão com o raciocínio estabelecido na alínea anterior para a multiplicação de um número inteiro por uma fração, obtendo-se o resultando pretendido. Também, houve a preocupação de desenvolver a linguagem simbólica dos alunos.

As representações foram selecionadas com o intuito de "caminhar progressivamente para as resoluções que permitem generalizar conceitos matemáticos ou sistematizar procedimentos" (Canavarro, 2011, p.16). No final, a aula terminou com a síntese das principais ideias matemáticas que surgiram da discussão (Canavarro, 2011; 2013).

Durante a orientação desta tarefa exploratória, a investigadora utilizou um discurso dialógico, assente em perguntas de inquirição, sendo que o seu papel de orientador das aprendizagens (Ponte, Quaresma & Branco, 2012).

Através da exploração desta tarefa os alunos atingiram os objetivos pretendidos, uma vez que compreenderam o significado de fração como operador partitivo multiplicativo, perceberam a operação da multiplicação com números racionais, através do produto de um número natural por uma fração e desenvolvessem uma linguagem matemática alusiva aos números racionais. Para além disso, denotou-se uma preocupação em encontrar várias estratégias de resolução, utilizando as diferentes representações do número racional, demonstrando agilidade na relação entre as mesmas (ME, 2013).

Relativamente à prática da investigadora, a antecipação realizada ajudou a orientação das resoluções dos alunos e respetiva discussão. A sua atitude inquiridora, quer na monitorização quer na discussão, perante os alunos, encaminhou-os a raciocinar, a questionar e a resolver as tarefas propostas (Stein et al., 2008). Verificou-se que, por falta de tempo, a investigadora acelerou a resolução e discussão da segunda alínea, considerando ser difícil, em 90 minutos, corrigir-se o trabalho de casa, realizar uma tarefa exploratória, discuti-la em grande grupo com as estratégias e explicações dos alunos, e efetuar registos. Refletindo, talvez os registos pudessem ser colados no caderno diário, em vez de escritos pelos alunos. Esta situação vai ao encontro do defendido do Canavarro (2011), que refere “o ensino exploratório da Matemática precisa de tempo e de continuidade para que o professor possa melhorar e aperfeiçoar a sua prática” (p.17).

4.6. Avaliação do plano de ação

Com o intuito de avaliar o plano de ação e efetuar o balando desta experiência de ensino, adotando-se uma postura de professor reflexivo e investigador sobre a própria prática, efetuou-se uma triangulação dos dados recolhidos pelos vários instrumentos selecionados.

A triangulação permite observar o mesmo fenómeno de três ou mais pontos diferentes, por diferentes observadores e com diferentes instrumentos, sendo o objetivo procurar, recolher e analisar os dados obtidos para os estudar e comparar entre si (Sousa, 2009), assumindo-se como uma estratégia de validação dos resultados obtidos (Flick, 2005).

Mais concretamente, a triangulação realizou-se com os dados recolhidos através da entrevista realizada à professora cooperante, com os resultados dos testes de avaliação final dos alunos e com os dados da análise crítica das sessões, apresentada no capítulo anterior.

A avaliação do plano de ação, também, teve por base a literatura consultada e efetuou-se dando-se resposta às questões de investigação.

a) Como desenvolver o sentido de número racional, através da implementação de tarefas diversificadas e desafiantes?

Nesta investigação, constatou-se que a prática do ensino exploratório da Matemática, ao recorrer à implementação de tarefas diversificadas e desafiantes, possibilita um desenvolvimento do sentido de número racional. Este facto é corroborado por vários autores (Ponte, 2005; Stein et al, 2008; NCTM, 2008; Canavarro, 2011) que, nos seus estudos, comprovaram que uma abordagem exploratória, ao utilizar tarefas matemáticas estimulantes, favorece a promoção de aprendizagens matemáticas pela compreensão e construção do conhecimento com significado. A professora cooperante refere que esta prática "é extremamente útil e uma forma muito eficaz de os alunos adquirirem conhecimentos." Contudo, realça que a extensão do currículo do 2º ciclo, bem como a realização dos exames nacionais, não permitem a utilização de práticas exploratórias com regularidade. Esta situação evidencia a falta de familiaridade dos alunos em relação à abordagem exploratória.

Neste sentido, cada sessão foi estruturada de acordo com as quatro fases características de uma aula de ensino exploratório defendida por Canavarro (2011; 2013): a fase de "lançamento" da tarefa, a fase de "exploração" pelos alunos, e a(s) fase(s) de "discussão e sintetização". Numa primeira fase, o professor deve ter o cuidado de apresentar a tarefa matemática à turma, de forma clara e antecipando possíveis dificuldades de interpretação. Na segunda fase, durante o trabalho autónomo sobre a tarefa, o docente deve auxiliar os alunos garantindo que todos participam de forma produtiva, sendo que os seus comentários e respostas não podem reduzir o nível de exigência cognitiva da tarefa, nem uniformizar as estratégias de resolução, para que a discussão matemática seja interessante e desafiante para a turma. Posteriormente, na fase de discussão coletiva das resoluções selecionadas, o professor tem de geri-la, promovendo a participação de todos os alunos, num clima positivo e de genuíno interesse pela discussão. No final, a aula termina com a síntese das principais ideias matemáticas que surgem a partir da discussão (Canavarro, 2011; 2013).

Nesta abordagem, a atividade matemática do aluno desenrola-se a partir de tarefas matemáticas de caráter exploratório (Stein el al., 2008). Assim, estas devem levar os alunos a "raciocinar matematicamente sobre ideias importantes e atribuir sentido ao conhecimento matemático que surge a partir da discussão coletiva dessas tarefas" (Canavarro, Oliveira & Menezes, 2012, p.256). Esta situação foi notória ao longo das sessões, uma vez que as patrulhas construíram conhecimento matemático, refletiram sobre as suas representações e encontraram várias estratégias de resolução, através das possibilidades facultadas pelas tarefas exploratórias. Quaresma e Ponte (2012) confirma que este tipo de tarefas propicia oportunidades relevantes de aprendizagem, facilitando a negociação de significados, a construção de conceitos e a aprendizagem de representações.

A professora cooperante reconhece as vantagens da utilização deste tipo de tarefas, uma vez que "(…) são eles que conseguem pensar e, automaticamente ,como são eles que chegam a esse pensamento sozinhos, memorizam muito mais facilmente aquilo que nós iriamos limitarmo-nos a dizer". A professora destaca a forma autónoma de pensamento e o raciocínio próprio dos alunos, apesar de mencionar que recorre pouco a tarefas exploratórias. Neste sentido, importa salientar que os alunos não estavam habituados a trabalhar desta forma, facto visível na primeira sessão: "Contatou-se que os alunos demoraram algum tempo a resolverem a tarefa, assim como a escrever as suas resoluções no quadro e a explicá-las, denotando-se dificuldade na comunicação matemática." Contudo, ao longo das sessões estas dificuldades foram diminuindo, pela forma como os alunos questionaram, formularam conjeturas, exploraram possíveis caminhos e discutiram resoluções (Oliveira & Carvalho).

A seleção adequada das tarefas exploratórias é outro fator relevante, pois as mesmas devem ir ao encontro das oportunidades de aprendizagem que se pretende proporcionar aos alunos (Stein et al., 2008). Neste sentido, considerou-se que as tarefas selecionadas permitiram o pleno desenvolvimento dos objetivos, com exceção da tarefa da segunda sessão, onde se entendeu que "teria sido mais proveitoso a tarefa ser constituída apenas pela 2ª parte, onde se poderia trabalhar a maior parte dos objetivos inicialmente propostos".

Por último, Pinto (2011) menciona que a utilização de problemas de contexto torna o conhecimento e as capacidades matemáticas aplicáveis, dando sentido às operações formais e tornam possível a formação de um sistema formal cheio de significado e abundância de contexto. Neste sentido, todas as tarefas exploratórias foram contextualizadas no âmbito do Escutismo, sendo um fator de motivação e envolvimento por parte dos alunos. A professora cooperante, considerando as tarefas desenvolvidas na implementação do plano de ação, salienta a participação dos alunos e na sua vontade em querer saber.

b) Quais as aprendizagens realizadas pelos alunos, no âmbito do sentido de número racional, com uma abordagem exploratória?

Tendo em conta o quadro teórico apresentado para a temática desenvolvida nesta investigação, as aprendizagens realizadas pelos alunos estão inerentes aos componentes do sentido de número racional, mais concretamente: a familiaridade com os diferentes significados das frações em contexto; a flexibilidade com a unidade de referência na compreensão das frações; a familiaridade com diferentes representações dos números racionais; o desenvolvimento da ordenação e comparação do sistema de numeração; e a utilização de símbolos e linguagem matemática formal significativos (Pinto, 2011; Pinto & Ribeiro, 2013).

No que diz respeito, à componente familiaridade com os diferentes significados das frações em contexto, a investigação evidencia que os alunos constroem uma compreensão significativa do conceito de número racional, através da exploração de tarefas que abrangem a maioria dos significados das frações, contribuindo para uma noção holística de número racional (Pinto & Ribeiro, 2013).

Assim, a análise dos testes de avaliação final evidenciou que, de uma forma geral, os alunos manifestam uma melhor compreensão do significado fração como parte-todo, visível nas duas primeiras questões do teste. Todos os alunos, na primeira questão, conseguiram identificar corretamente a parte colorida da figura e, na segunda questão, a maioria realizou corretamente o raciocínio contrário. Em relação ao significado de fração como quociente, foi notório que ainda necessita de ser trabalhada em contextos de partilha equitativa, com unidades contínuas, apesar de ter existido um maior grau de envolvimento dos alunos na tentativa de resolução da tarefa (terceira questão), em comparação com uma tarefa (segunda questão) semelhante do teste de diagnóstico. Apesar de a maioria dos alunos continuarem sem conhecimento do significado de fração como operador, em comparação com o teste de diagnóstico, pôde-se constatar que alguns já o reconhecem, o compreendem e o utilizam para resolver os problemas apresentados, evidenciando domínio desses procedimentos multiplicativos e reconhecendo a fração como cardinal de um conjunto discreto. Verificou-se, ainda, que metade dos alunos da turma conseguiu estabelecer relações de grandeza entre áreas de polígonos, mostrando alguma compreensão do significado de fração como medida, apesar de não apresentarem resoluções formais e escolherem representações pictóricas e verbais para justificar o seu raciocínio. Sendo a familiaridade com os diferentes significados de frações uma das grandes dificuldades referenciadas na literatura (Monteiro & Pinto, 2007) através da abordagem exploratória constatou-se um desenvolvimento significativo na compreensão dos alunos, corroborados com as aprendizagens efetuadas em cada sessão.

No que diz respeito à componente flexibilidade com a unidade de referência é essencial uma discussão sobre a importância da unidade, de modo a evidenciar que uma determinada fração tem sempre subjacente um todo de referência (Monteiro & Pinto, 2005; Pinto & Ribeiro, 2013). Com base nos resultados do teste, a maioria dos alunos conseguiu reconstruir a unidade e alguns demonstraram conhecimento sobre a importância da unidade de referência. Estes factos constituem uma considerável melhoria em relação ao teste de diagnóstico, mas tendo em conta as dificuldades evidenciadas na literatura (NTCM, 2008) esta componente deve continuar a ser trabalhada e desenvolvida.

Na componente familiaridade com diferentes representações de número racional, estudos mencionam que os alunos que não utilizam, nem desenvolvem estratégias de conversão entre as múltiplas representações de número racional, evidenciam muitas dificuldades na abstração de informações das representações concretas, na realização de conversões e nas operações com símbolos matemáticos (Quaresma, 2010; Tavares, 2012). Neste sentido, praticamente em todas as sessões foi incentivada a utilização de várias representações, principalmente entre a fracionária e a decimal, tal como defende o PMEB (2008).

Através do teste de avaliação final, constatou-se que os alunos manifestaram capacidade de conversão entre as diferentes representações do número racional (questão nº1), e cerca de metade evidenciou perceção da grandeza envolvida em cada número racional (questão nº6), nomeadamente do numeral misto, conseguindo estabelecer ligações entre as diferentes representações. Também, ainda neste componente, mais de metade da turma manifestou conhecimento da regra de equivalência de frações, utilizando símbolos e matemática formal de forma significativa, para justificar as suas opções. Todos estes fatos foram significativos comparativamente ao teste de diagnóstico. De realçar, que os alunos continuaram a escolher a fração como representação de eleição, demonstrando que é com esta representação que se sentem mais à vontade ou que tiveram mais contacto ao longo do seu percurso académico. Ao ser questionada sobre o contributo da investigação para o desenvolvimento da compreensão do sentido de número, a professora cooperante destaca que os alunos ficaram com uma noção mais clara das diferentes formas de representação do número racional, sendo este aspeto fundamental para o seu futuro.

A maioria dos alunos continua a manifestar dificuldades na ordenação e comparação de números racionais, parecendo não ter uma estratégia eficaz de comparação, principalmente se existem várias representações. Neste sentido, será necessário um maior investimento neste componente, uma vez que o seu desenvolvimento permite a perceção da existência de uma relação de ordem total, onde dados dois números racionais é sempre possível dizer qual deles é o maior ou se são iguais, e na compreensão da densidade deste conjunto (Monteiro & Pinto, 2009; Pinto & Ribeiro, 2013). A professora cooperante salienta ”ao nível de comparação e ordenação” como uma das grandes dificuldades dos alunos.

Por último, no componente utilização de símbolos e linguagem matemática formal significativos, ao longo das sessões e nos resultados do teste de avaliação final, verifica-se que os alunos variam entre representações mais informais, como as pictóricas e as verbais, e representações mais formais, com cálculos algébricos, evidenciando formalização de alguns procedimentos matemáticos.

Tendo em conta os resultados manifestados no teste de avaliação final e o desempenho dos alunos nas sessões do plano de ação, constatou-se um aumento na compreensão dos alunos, em todos os componentes do número racional e, consequentemente, um melhor entendimento do sentido de número racional.

c) Quais os desafios e as dificuldades de uma futura professora inerentes a uma prática pedagógica de carater exploratório, no ensino dos racionais?

O ensino exploratório prevê um novo papel para o professor (Ponte, 2005) e para lhe facultar as melhores condições para orientar produtivamente as discussões matemáticas e de melhorar a sua preparação para este tipo de aula, Stein et al. (2008) realçam cinco práticas a seguir: antecipar; monitorizar; selecionar; sequenciar; e estabelecer conexões. Estas práticas assumem-se como desafios para o professor, que deve ter em atenção ao planificar e orientar a sua prática, bem como ao refletir sobre a mesma.

Na primeira prática, o professor ao antecipar e refletir sobre a tarefa, as suas potencialidades, as possíveis resoluções e dificuldades dos alunos, bem como as conclusões que podem ser geradas, torna-se mais apto a explorar todo o potencial da tarefa para as aprendizagens matemáticas dos alunos e a decidir sobre o modo de estruturar as apresentações e gerir as discussões, com base em critérios relacionados com a aprendizagem matemática (Canavarro, 2011). Assim, a antecipação efetuada pela investigadora, antes de cada sessão e espelhada na planificação, possibilitou uma melhor preparação para lidar com as exigências deste tipo de prática, tal como demonstrado na terceira sessão, onde "constatou-se que a antecipação realizada ajudou a orientação das resoluções dos alunos e respetiva discussão".

No que diz respeito à segunda prática, a monitorização permite ao professor a apropriação das estratégias e resoluções dos alunos, durante o trabalho autónomo, para avaliar o seu potencial para a aprendizagem matemática a desenvolver na turma (Stein et al., 2008). Desta forma, o professor consegue perceber os aspetos que deve focar e o que precisa de aprofundar na discussão com a turma (Stein et al., 2008). Esta situação foi visível em cada sessão, onde a monitorização permitiu: "explicar o que implicava o será que foi justo, negociando o seu significado para os alunos entenderem o que fazer" (1ª sessão); "dar enfase às dificuldades dos alunos na discussão das suas resoluções" (3ª sessão); ou "interpretar e compreender como eles resolvem a tarefa e de explorar as suas respostas de modo a aproximar e articular as suas ideias com aquilo que é esperado que aprendam" (5ª sessão), entre outras.

Ao sequenciar, a terceira prática, professor deve identificar as resoluções pertinentes a partilhar com a turma na fase de discussão, para possibilitar uma multiplicidade de ideias matemáticas ajustadas ao objetivo matemático da aula (Stein et al., 2008). Assim, o professor pode escolher "uma resolução particular que se distingue e acrescenta compreensão e/ou ajuda a atingir o propósito matemático da aula" (5ª sessão); ou optar "por apresentar uma estratégia organizada de forma pictórica, que utilizava como representação de eleição, a " e "como segunda estratégia, (…) uma estratégia formal, onde se utilizava o algoritmo da divisão, sendo a representação em numeral decimal a utilizada pelos alunos." (1ª sessão).

Ao mesmo tempo que o professor seleciona, também, de sequenciar as resoluções que irão ser apresentadas, tendo em conta o objetivo matemático da aula e o que o professor entende ser mais adequado para os seus alunos (Stein et al., 2008). O percurso de exploração das ideias matemáticas adotado pelo professor pode: "progredir de representações informais para representações mais formais e abstratas" (3ª sessão) ou "caminhar progressivamente para as resoluções que permitem generalizar conceitos matemáticos ou sistematizar procedimentos" (5ª sessão).

Na última prática, o professor deve desenvolver coletivamente ideias matemáticas que sintetizem as aprendizagens matemáticas dos alunos. Por conseguinte, deve levar os alunos a analisar, comparar e confrontar as diversas estratégias de resolução e reconhecer as potencialidades e mais-valias de cada uma delas (Stein et al., 2008). Assim, nas discussões a investigadora preocupou-se em explorar as resoluções dos alunos e a incentivar a sua comunicação matemática, uma vez que eles não estavam habituados a expor e explicar os seus raciocínios.

No final da discussão o professor deve sintetizar as aprendizagens com os alunos, estabelecer conexões com situações anteriores ou com processos matemáticos transversais como a representação, a resolução de problemas, o raciocínio matemático e a comunicação matemática (Stein et al., 2008). São exemplos desta prática, situações ocorridas na primeira sessão onde se encaminhou “os alunos a representarem com símbolos matemáticos o seu pensamento e, estabelecendo-se a ponte com a alínea anterior, chegou-se à conclusão que 0,75 < 0,83” e “efetuou-se uma conexão, de forma indutiva, com a adição sucessiva das partes da sandes e com a multiplicação”.

Expostos os desafios inerentes a uma abordagem exploratório, constatou-se que uma das grandes dificuldades da investigadora incidiu na gestão de tempo, sentida em praticamente todas as sessões. Foi notório um esforço em encontrar-se estratégias que lhe permitissem uma melhor gestão do tempo, como a criação do sistema de pontos, a demarcação do tempo que as patrulhas tinham para efetuar a exploração autónoma ou a projeção das resoluções dos alunos. Também, foi evidente uma progressiva melhoria ao longo das sessões, sendo que na última a investigadora já conseguiu cumprir com todas as fases e práticas inerentes ao ensino exploratório.

Tal como refere a professora, “é uma turma sedenta de conhecimento”, transparecendo alunos que questionam, participam e se envolvem de forma ativa na realização das tarefas. Neste sentido, outra dificuldade prendeu-se em facultar auxílio às patrulhas de forma a encaminhar os seus pensamentos no caminho da compreensão matemática, sem reduzir o nível cognitivo da tarefa ou revelar as resoluções. Em processos de negociação do significado necessários para que os alunos entendam os conceitos matemáticos e se mantenham envolvidos na realização das tarefas (Bishop & Goffree, 1986), também se sentiu essa dificuldade, pois não era esperado dizer o que os alunos tinham de fazer.

Canavarro (2011) realça que a prática do ensino exploratório da Matemática necessita de tempo e continuidade para que o professor consiga melhorar e aperfeiçoar a sua prática e para que os alunos correspondam e desenvolvam aquilo que ele proporciona. Assim, deve ser continuado um trabalho com a utilização desta prática de ensino.

Capítulo 5 - Reflexões Finais

Neste capítulo, apresenta-se uma reflexão sobre as implicações do plano de ação para a prática profissional futura, bem como as potencialidades e limites do estágio na promoção do desenvolvimento profissional da formanda.

5.1. Implicações do plano de ação para a prática profissional futura

O presente plano de ação constitui-se como uma oportunidade única de vivenciar todos os aspetos inerentes a uma investigação na área do ensino, bem como de perceber a sua importância na prática pedagógica de um professor. Assumindo-se uma postura proactiva de professor investigador, encontrou-se uma problemática, pensou-se em formas de a resolver, desenvolveu-se um plano de ação, implementou-se o mesmo, analisou-se os seus resultados e refletiu-se sobre todo o processo, delineando-se respostas à problemática identificada. Todo este processo foi moroso e complexo, mas extremamente enriquecedor e motivador para a realização de futuras investigações, na prática profissional futura da investigadora.

Por outro lado, desenvolver a temática inerente ao plano de ação, ou seja, os números racionais não negativos constitui-se uma mais vaia para a formação da investigadora. Ao ser apontado na literatura como um dos tópicos de levanta dificuldades de compreensão nos alunos (e.g. Monteiro & Pinto, 2005, 2007; Tavares, 2012, Pinto & Ribeiro, 2013), com esta experiência de ensino, considero que estou mais preparada para lecionar este conteúdo, mais atenta às suas particularidades e com um melhor entendimento das dificuldades dos alunos. Por outro, também me fez refletir que um professor deve estar ciente do seu conhecimento científico, bem como do seu conhecimento didático.

Foi, também, uma oportunidade para vivenciar as exigências e vantagens de uma prática de caráter exploratório. Com base nas cinco práticas estruturadas por Stein et al. (2008), percebeu-se a complexibilidade de todo este processo de ensino exploratório superada pelos resultados evidenciados nos alunos. Ou seja, a riqueza da dinâmica coletiva criada, o desenvolvimento do pensamento autónomo dos alunos assim como as suas descobertas matemáticas e construção do seu próprio conhecimento.

A perceção da importância da implementação de tarefas exploratórias, também, irá repercutir na prática profissional futura da investigadora. Com a aplicação do plano de ação, foram notórias as potencialidades deste tipo de tarefas que coloca o aluno a pensar e construir conhecimento matemático, a descobrir que existem várias estratégias de resolução para o mesmo problema, assim como várias formas de representar a mesma informação. Nesta última, compreendeu-se a importância de valorizar as representações dos alunos, mesmo que sejam pictóricas ou informais, pois é a partir delas que percebemos como eles pensam (NTCM, 2008).

Por último, a implementação do plano de ação, assumindo-se como uma investigação sobre a própria prática, possibilitou um processo intensivo e prolongado de reflexão sobre a minha ação enquanto professora. Em cada sessão foram ajustados pormenores que sem uma reflexão da própria prática não teriam sido identificados e modificados. Só desta forma, um professor consegue ajustar as suas práticas aos alunos às circunstâncias que vão surgindo, crescendo na sua capacidade de adaptação e de criatividade e desenvolvendo-se como profissional da educação.

5.2. Potencialidade e limites do estágio na promoção do desenvolvimento profissional da formanda

O meu percurso de formação na licenciatura em Educação Básica e no Mestrado em Ensino do 1º e 2º Ciclo do Ensino Básico encontra-se recheado de experiências bastante enriquecedoras e de grandes momentos de aprendizagem, indispensáveis para o meu crescimento e desenvolvimento, enquanto futura profissional da educação.

A prática pedagógica permitiu-me perceber e vivenciar a realidade do dia-a-dia de um professor, um dos elementos fundamentais de todo o processo ensino-aprendizagem do aluno, neste caso, com as particularidades do 5º ano da escolaridade. Desta forma, houve a possibilidade de lecionar e envolver-me em todos os aspetos do todo o processo ensino-aprendizagem, tomando decisões sobre a definição dos conteúdos, elaboração e desenvolvimento das tarefas a realizar, avaliação das mesmas e dos alunos, bem como da gestão de uma turma, em sala de aula.

Com o estágio profissional, percebi que é fundamental que o professor tenha um conhecimento teórico vasto e consistente, sendo necessário demonstrar saber, perante a turma, o conteúdo que se está a explorar. Neste caso, sendo uma turma bastante curiosa e participativa, os alunos colocavam bastantes questões, querendo saber sempre um pouco mais sobre os assuntos tratados. Assim, o professor deve ter a capacidade de planificar o seu trabalho, refletindo sobre as possíveis perguntas que os alunos podem fazer, para estar mais preparado para as responder. Neste sentido, considero que consegui auxiliar os alunos nas suas dúvidas e questões, contribuindo para o seu crescimento e desenvolvimento holístico. De todo o processo, esta é uma das parte mais gratificante para mim, sendo a interação criada benéfica para todos os intervenientes, pois eles aprenderam connosco e nós com eles.

Como limites do estágio na promoção do desenvolvimento profissional da formanda destacam-se o pouco tempo de prática, a pressão do tempo e o pouco espaço de manobra facultado à estagiária. Considera-se que o tempo de prática foi curto para conseguir absorver as aprendizagens necessárias, apesar de se estar ciente que apenas com a prática no "mundo real" isso irá suceder.

A pressão de se cumprir o currículo, assim como as avaliações externas que alunos estão sujeitos, geram muitas pressões e preocupações nos professores cooperantes que, por sua vez, limitam o tempo de exploração das professoras estagiárias ou exercem demasiada pressão que se cumpra o tempo estimulado. Parece não existir tempo para a realização de investigações ou para a criatividade dos alunos, aspetos que considero fundamentais na prática de um professor e que espero conseguir explorar futuramente, enquanto professora do 1º e 2º Ciclo do Ensino Básico.

Capítulo 6 – Referências Bibliográficas

Alarcão, I. (2001). Professor-investigador: Que sentido? Que formação? In B. P. Campos (Org.), *Formação profissional de professores no ensino superior* (pp. 21-31). Porto: Porto Editora.

Bell, J. (1997). *Como Realizar um Projecto de Investigação*. Lisboa: Gradiva.

Bishop, A. & Gofree, F. (1986). Classroom organization and dynamics. In Christiansen B., Howson, A. & Otte, M. (Eds.). *Perspetives on mathematics education* (pp. 309-365). Dordrecht: D. Reidel.

Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação - Uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.

Canavarro, A. P. (2011). Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. *Educação e Matemática,* 115, 11-17.

Canavarro, A. P. (2013). Um caso multimédia na formação inicial: contributos para o conhecimento sobre o ensino exploratório da Matemática. *Da Investigação às Práticas*, *3*(2), 125–149.

Canavarro, A. P., Oliveira, H. & Menezes, L. (2012). Práticas do Ensino Exploratório da Matemática: O caso da Célia. In A. P. Canavarro, L. Santos, A. M. Boavida, H. Oliveira, L. Menezes & S. Carreira (Eds.), *Práticas de ensino da Matemática: Atas do Encontro de Investigação em Educação Matemática* (pp. 255-266). Lisboa: SPIEM.

Flick, U. (2005). *Métodos Qualitativos na Investigação Científica*. Lisboa: Monitor.

Fosnot, C. T., & Dolk, M. (2002). *Young mathematicians at work: Constructing fractions, decimals, and percents*. Portsmouth, NH: Heinemann.

Gomes, E. S. & Medeiros, T. (2005). (Re)pensar a prática pedagógica na formação inicial de professores do 1º ciclo do Ensino Básico. In Alarcão, I., Cachapuz, A., Medeiros, T., Jesus, H.P. de (Org.). *Supervisão: Investigações em Contexto Educativo.* Ponta Delgada: Governo Regional dos Açores – Direção Regional da Educação, Universidade dos Açores

Lamon, S. J. (2006). *Teaching Fractions and Ratios for Understanding: Essential Content Knowledge and Instructional Strategies for Teachers*. (2ª ed). New Jersey: Lawrence Erbaum Associates

Matos, J. S. & Serrazina, M. L. (1996). *Didática da Matemática*. Lisboa: Universidade Aberta

McIntosh, A., Reys, B. J., & Reys, R. E. (1992). A proposed framework for examining basic number sense. *For the Learning of Mathematics, 12*(3), 2-8 e 44.

Menezes, L., Rodrigues, C., Tavares, F., & Gomes, H. (2009). *Números Racionais não negativos – tarefas para o 5º ano (materiais de apoio para o professor)*. Lisboa: Ministério da Educação, Direcção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular.

Ministério da Educação. (2008). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação, DGIDC.

Ministério da Educação. (2013). *Programa e Metas Curriculares de Matemática para o Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação.

Monteiro, C. & Pinto, H. (2005). A aprendizagem dos números racionais. *Quadrante*, *14* (1), 89-107.

Monteiro, C. & Pinto, H. (2009). *Desenvolvendo o sentido do número racional*. Lisboa: APM

Monteiro, C., Pinto, H. & Figueiredo, N. (2005). As fracções e o desenvolvimento do sentido do número racional. *Educação e Matemática*, *85*, 47-51.

Moreira, M. A. (2011) Da narrativa (dialogada) na investigação, supervisão e formação de professores. In Moreira, M. A. (org.). *Narrativas dialogadas na investigação, formação e supervisão de professores* (pp. 23-40). Mangualde: Edições Pedago, Lda.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2008). *Princípios e Normas para a matemática escolar*. (2ª ed). Lisboa: APM

Oliveira, H. & Carvalho, R. (2013). Uma experiência de formação, com casos multimédia, em torno do ensino exploratório. In Fernandes, J. A., Martinho, M. H., Tinoco, J., & Viseu, F. (Orgs.). *Atas do XXIV Seminário de Investigação em Educação Matemática*. (pp. 413-426) APM & CIEd da Universidade do Minho.

Oliveira, H., Menezes, L. & Canavarro, A. P. (2013). Conceptualizando o ensino exploratório da Matemática: Contributos da prática de uma professora do 3.º ciclo para a elaboração de um quadro de referência. *Quadrante*, *XXII* (2)

Pinto, H. G. (2011). *O Desenvolvimento do Sentido da Multiplicação e da Divisão de Números Racionais*. (Tese de doutoramento). Instituto da Educação: Lisboa

Pinto, H. G. & Ribeiro, C. M. (2013). Conhecimento e formação de futuros professores dos primeiros anos – o sentido de número racional. *Da Investigação às Práticas, 3* (1), 80-98.

Ponte, J. P. (2002). Investigar a nossa própria prática. In GTI (Org.), *Reflectir e investigar sobre a prática profissional* (pp. 5-28). Lisboa: APM.

Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa, Portugal: APM.

Ponte, J. P. (2006). Estudos de caso em educação matemática. *Bolema, 25*, 105-132.

Ponte, J. P., Quaresma, M. & Branco, N. (2012). Práticas profissionais dos professores de Matemática. *Avances de Investigación en Educación Matemática, 1*, *65-86.*

Quaresma, M. (2010). *Ordenação e Comparação de Números Racionais em Diferentes Representações: Uma Experiência de Ensino*. (Tese de mestrado). Instituto de Ciências: Lisboa

Quaresma, M., & Ponte, J. P. (2012). As tarefas e a comunicação numa abordagem exploratória no ensino dos números racionais. In A. P. Canavarro, L. Santos, A. M. Boavida, H. Oliveira, L. Menezes & S. Carreira (Eds.). *Práticas de ensino da Matemática: Atas do Encontro de Investigação em Educação Matemática* (pp. 215-228). Lisboa: SPIEM.

Sousa, A. (2009). *Investigação em Educação*. Lisboa: Livros Horizonte Lda.

Stake, R. E. (2007). *A Arte da Investigação com Estudos de Caso*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

Stein, M., Engle, R., Smith, M., & Hughes, E. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical Thinking and Learning*, *10*(4), 313–340.

Streefland, L. (1993). The Design of a Mathematics Course: A Theoretical Reflection. *Educational Studies in Mathematics*, *25*, 109-135

Tavares, C. (2012). *Conhecimento dos Futuros Professores do 1º Ciclo do Ensino Básico sobre Números Racionais*. (Tese de mestrado). Instituto de Educação: Lisboa

APÊNDICES

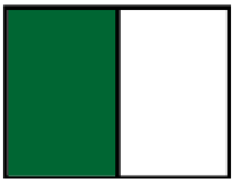
Apêndice A – Teste de Avaliação Diagnóstica

INSTITUTO DE CIÊNCIAS EDUCATIVAS

Teste de Avaliação Diagnóstica - Matemática	Ano Letivo 2013/2014
Estagiária: Cláudia Patrocínio	
Nome: ______________________________ Ano: ____ Turma: ____ Nº ____	

1. Representa de diferentes formas a parte colorida de cada figura, segundo o exemplo:

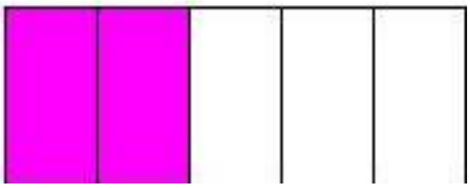
Exemplo:



metade; $\frac{1}{2}$; 0,50; 50%; 1:2

a)

b)



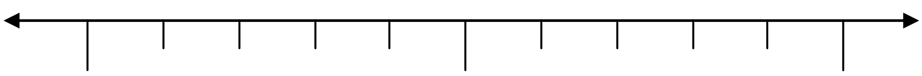
2. A Joana convidou 4 amigas para lanchar em sua casa. Tinham 3 tartes e dividiram-nas igualmente entre elas. Que parte da tarte comeu cada menina? Justifica. (Podes fazê-lo utilizando palavras, desenhos, esquemas ou cálculos).

3. Une uma fração de cada coluna de forma a que juntas completem a unidade.

$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{9}$
$\frac{1}{3}$	$\frac{13}{25}$
$\frac{6}{9}$	$\frac{3}{5}$
$\frac{12}{25}$	$\frac{1}{4}$
$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$

4. No dia do seu aniversário a Rita levou para a escola um saco com 30 rebuçados. Deu aos seus colegas de turma $\frac{3}{5}$ desses rebuçados. Com quantos rebuçados ficou a Rita? Justifica. (Podes fazê-lo utilizando palavras, desenhos, esquemas ou cálculos).

5. Assinala na reta numérica os números: 0,25; $\frac{1}{2}$ 0,75; $\frac{3}{4}$; $\frac{1}{5}$ e 50%.

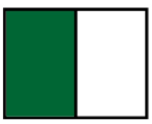


6. Para comprarem um livro de jogos matemáticos, o João gastou $\frac{1}{4}$ do seu dinheiro, enquanto o Dinis gastou $\frac{1}{5}$ do seu dinheiro. Se o preço dos livros foi o mesmo, porque não gastaram a mesma fracção de dinheiro? Justifica. (Podes fazê-lo utilizando palavras, desenhos, esquemas ou cálculos).

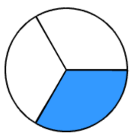
7. Ordena os seguintes números por ordem crescente:
   7.1. 3,10; 4,25; 3,5; 0,635; 4,255; 0,64

   7.2. $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{5}{8}$; 1 ; $\frac{5}{4}$; 1,5

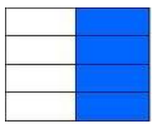
8. Descobre as duas frações que representam a mesma quantidade, circundando as suas alíneas. Explica o teu raciocínio. (Podes fazê-lo utilizando palavras, desenhos, esquemas ou cálculos).



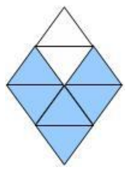
$\boxed{\frac{1}{2}}$



$\boxed{\frac{1}{3}}$



$\boxed{\frac{4}{8}}$



$\boxed{\frac{6}{8}}$

Bom trabalho!

Apêndice B – Narrativa Reflexiva da 1ª sessão – Partilhando Sandes

Narrativa reflexiva – 1ª Sessão: "Partilhando Sandes"

Antes da aula começar, para a realização da tarefa exploratória, que implicava a divisão da turma em grupos de trabalho, reajustei as mesas da sala de modo a formar ilhas, onde os alunos se sentaram consoante as minhas indicações. Desta forma, pretendi não perder tempo útil da aula com estas mudanças. Em relação aos grupos, o meu objetivo consistiu em formar grupos heterogéneos, de modo que os alunos com mais capacidades ajudassem os alunos que têm dificuldades, trabalhando de forma cooperativa.

A aula iniciou-se com a correção do trabalho de casa. Como estratégia de correção, nas figuras onde havia dúvidas, solicitei a ajuda de alguns alunos responderam corretamente ao exercício para explicarem o seu raciocínio aos restantes. Considero que depois da explicação dos alunos poderia ter reformulado as suas respostas de forma a clarificar os conceitos implícitos, principalmente quando a figura representava uma fração equivalente à solicitada no enunciado.

Para introduzir os alunos na tarefa exploratória, penso que o contexto Escutista foi uma mais-valia, servindo como fator de motivação. O sistema de patrulhas funcionou bem, sendo recebido pelos alunos com bastante entusiasmo.

Com o intuito dos alunos não se perderem e conseguirem gerir o tempo que têm para efetuar o trabalho, no início da tarefa, balizei o tempo que disponham e, ao longo da aula, foi alertando para o tempo restante.

Durante a tarefa exploratória, foi-me apercebendo que, na maioria dos grupos, os dois alunos com mais capacidades dominavam a resolução da tarefa, bem como a escolha das estratégias possíveis, enquanto os restantes alunos acomodavam-se e não participavam, ativamente, na construção de uma resposta coletiva. Considero que ao facultar apenas uma folha em branco por grupo, não dando espaço para que os alunos, antes de discutir em grupo, pudessem descobrir individualmente a melhor estratégia de resolução a adotar, tenha contribuído para esta situação. Desta forma, futuramente, penso que deveria ser facultado a cada aluno, o enunciado da tarefa, com espaço para a sua resolução, sendo a mesma organizada de forma diferente. Isto é, primeiro cada aluno resolveria a tarefa individualmente e depois em grupos partilhava-se e discutia-se as diferentes estratégias encontradas, de modo a chegar a um consenso. Assim, penso que o mesmo não voltaria a suceder.

Durante o trabalho de grupo, foi passando pelos mesmos esclarecendo as suas dúvidas, clarificando o enunciado e fazendo algumas questões que levassem os alunos a organizar o seu pensamento, conseguido chegar às respostas corretas. Uma das dificuldades dos alunos consistiu na escrita da linguagem matemática. Reparei que a maioria, para justificar o seu raciocínio utilizava palavras, esquemas ou operações, fornecendo o resultado mas depois não justificava através de símbolos matemáticos. Foi uma preocupação minha que os alunos justificassem as suas estratégias utilizando factos matemáticos e símbolos. Durante a discussão, este objetivo manteve-se.

Para a discussão da primeira parte da tarefa (1.1 e 1.2), depois de avaliar as representações dos alunos, optei por apresentar uma estratégia organizada de forma pictórica, que se encontrava bem estruturada e utilizava como representação de eleição a fração, e uma estratégia formal, onde se utilizava o algoritmo da divisão, sendo a representação em numeral decimal a eleita. Foi minha intenção mostrar e explorar duas estratégias diferentes para os alunos perceberem que pode haver várias maneiras de chegar à mesma resposta.

Na primeira estratégia apresentada, a patrulha Falcões explicou aos restantes a forma como pensaram para chegarem à resposta, evidenciando que cada sandes teria que ser dividida em quatro partes iguais e que cada elemento comeria três dessas partes, logo três quartos. Nesta altura, poderia ter explorado melhor a representação apresentada, questionando no esquema onde se encontrava os três quartos correspondentes a cada elemento, utilizando a legenda para facilitar a compreensão. Com esta representação introduzi de forma indutiva a adição sucessiva das partes da sandes e a multiplicação.

Na segunda estratégia, a patrulha das Panteras explicou que utilizou o algoritmo da divisão, pois tinham três sandes a dividir por quatro elementos. Assim, chegaram é conclusão que cada elemento tinha comido 0,75 da sandes que era o mesmo que 3/4. Nesta altura, evidenciando os resultados de ambas as estratégias, encaminhou-se os alunos para a relação entre 3/4 = 0,75 e, posteriormente, com outra representação de número racional, a percentagem através da igualdade: 3/4 = 0,75 = 75%. Também, referi que o quociente obtido se denomina de dízima, sendo esta finita.

Na resposta à questão 1.2), todas as patrulhas justificaram o seu raciocínio utilizando palavras e, consequentemente, evidenciando uma dificuldade em utilizar símbolos matemáticos para fundamentar as suas resoluções. Assim, em grande grupo, discutiu-se como se poderia, matematicamente, demonstrar que cada elemento comeu menos de uma sandes. Chegando-se à conclusão que $0,75 < 1$, encaminhei os alunos para a representação da unidade na forma de fração 4/4 e, novamente para a utilização do símbolo <, de forma a desenvolver a linguagem matemática dos alunos. Desta forma, escreveu-se no quadro 3/4 < 4/4, evidenciando-se, os significados do numerador e denominador, em ambas as frações,

Devo confessar, que por ser a minha primeira aula, a primeira vez que conduzia uma tarefa exploratória e o facto de esta ser para o meu relatório final, me deixaram bastante nervosa e com alguma pressão, que penso que me dificultou a gestão da aula. Também, o facto da planificação ser muito extensa, com a necessidade de fazer os registos no final da tarefa, me provocaram alguma ansiedade e preocupação em gerir o tempo, pois o carácter exploratório da tarefa implicava facultar algum tempo e espaço para os alunos refletirem sobre a melhor estratégia a adotar.

Esta situação foi visível, principalmente na segunda parte da tarefa, onde fui obrigada a dar mais tempo aos alunos para realizem a mesma, uma vez que estavam a ter alguma dificuldade em perceber o objetivo da questão e as estratégias a adotar. Foi necessário, em algumas patrulhas, reformular a questão e explicar o que implicava o "será que foi justo", para os alunos entenderem o que fazer.

Para a discussão da segunda parte da tarefa, depois de avaliar as representações dos alunos, optei por apresentar novamente uma estratégia organizada de forma pictórica e que utilizava como representação de eleição a fração, apesar de estar pouco organizada e explícita. Esta pertenceu à patrulha dos Esquilos, que explicou que dividiu cada sandes em seis partes iguais, distribuindo cada parte por cada elemento. Assim, chegou à conclusão que cada elemento tinha comido 5/6 da sandes. Nesta altura introduzi de forma indutiva a adição sucessiva e a multiplicação das partes da sandes.

Como segunda estratégia, optei novamente por uma formal, onde se utilizava o algoritmo da divisão, sendo a representação em numeral decimal a utilizada pelos alunos. Mais uma vez, foi minha intenção mostrar e explorar duas estratégias diferentes para os alunos perceberem que pode haver várias maneiras de chegar à mesma resposta. A patrulha das Panteras explicou que dividiu as cinco sandes pelos seis elementos e obtive 0,8333…, referendo que o algarismo três se repete e é infinito. Nesta altura, encaminhei novamente os alunos a representarem com símbolos matemáticos o seu pensamento e, estabelecendo-se a ponte com a alínea anterior, chegou-se à conclusão que 0,75 < 0,83, logo o chefe não tinha sido justo. Continuando um trabalho com diferentes formas de representação, explorei a relação 5/6 = 0,83, bem como o facto de 0,83 ser uma dízima infinita periódica.

Por falta de tempo, não foi possível cumprir a planificação, uma vez que não foram efetuados os registos no caderno diário, nem realizada uma síntese final. Para esta situação contribuiu o facto de a prática do ensino exploratório ser uma novidade quer para mim, quer para os alunos. Os alunos demoraram algum tempo a resolverem a tarefa, assim como a escrever as suas resoluções no quadro e a explicá-las. Para a estagiária, verificou-se alguma dificuldade em gerir o tempo facultado aos alunos para a resolução da tarefa, assim como da discussão coletiva.

Cláudia Patrocínio

Apêndice C – Pedido de autorização aos Encarregados de Educação

Exmo. Sr. Encarregado de Educação

Sou estagiária da disciplina de Matemática e estou a realizar o Mestrado em Ensino do 1º e do 2º ciclo do Ensino Básico, no Instituto Superior de Ciências Educativas. No âmbito do relatório final do mestrado, realizarei uma investigação que tem por objetivo compreender como se desenvolve o sentido de número racional, numa turma do 5º ano de escolaridade.

A investigação será desenvolvida durante o presente ano letivo, no Instituto de Ciências Educativas, na turma do 5º A, tendo já sido autorizada pela respetiva Direção Pedagógica. Para o seu desenvolvimento será necessário proceder à gravação, em áudio e em vídeo, de algumas aulas de Matemática e recorrer à realização de entrevistas para conhecer a opinião dos alunos relativamente ao assunto em estudo. Para o efeito, solicito a sua autorização para entrevistar, filmar e audiogravar o contexto de aula com o seu educando. Saliento que os dados recolhidos serão usados exclusivamente como materiais de trabalho, estando garantida a privacidade e anonimato dos participantes. Manifesto, ainda, a minha inteira disponibilidade para prestar qualquer esclarecimento que considere necessário.

Na expetativa de uma resposta favorável, subscrevo-me com os melhores cumprimentos.

A Investigadora

Cláudia Patrocínio

(Estagiária Cláudia Patrocínio)

Autorização

Eu,..., Encarregado de Educação do aluno ...., nº.............., da turma..............., autorizo que a estagiária Cláudia Patrocínio entreviste e grave, em áudio e em vídeo, o meu educando, no âmbito da investigação que me foi dada a conhecer.

Data: ..../......../2014

....

(Assinatura do Encarregado de Educação)

Apêndice D – Guião da entrevista realizada à professora cooperante

Guião de Entrevista à Professora Cooperante

A presente entrevista enquadra-se no estudo da problemática evidenciada no decorrer da Prática de Ensino Supervisionada, onde se pretende perceber como se desenvolve o sentido de número racional, numa turma do 5º ano de escolaridade, através de uma abordagem de carater exploratório.

Neste sentido, a realização desta entrevista tem como objetivos centrais: recolher alguns dados pessoais e profissionais sobre a docente orientadora; conhecer o perfil e as suas práticas; as suas conceções sobre os números racionais não negativos e a prática do ensino exploratório da Matemática; conhecer as estratégias ou recursos utilizados nas aulas; e sua opinião sobre a implementação do plano de ação, bem como as suas expetativas e resultados observados.

Questões/tópicos orientadoras(es) da interação verbal		
Temas	**Objetivos**	**Questões/Tópicos**
Dados Pessoais e Profissionais	• Conhecer a área de docência; • Compreender se os anos de serviço influenciam a satisfação/motivação sentida; • Conhecer as funções desempenhadas pela professora cooperante na escola.	• Formação inicial • Área de docência • Anos de serviço • Tempo de serviço nesta escola • Funções desempenhadas nesta escola.
Autoconceito enquanto docente	• Compreender o nível de satisfação em relação à profissão; • Compreender os motivos que levar à escolha desta área profissional; • Promover a consciencialização para a sua prática.	• Porque se tornou professora? • Como se descreveria hoje, enquanto docente e quanto à sua prática? • Está satisfeita com a profissão?
Ensino-aprendizagem dos números racionais	• Perceber se a professora cooperante denota dificuldades no ensino-aprendizagem dos números racionais não negativos, com o intuito de corroborar com o quadro teórico;	• Tendo em conta a sua experiência profissional, qual o tópico matemático que os alunos do 5º ano manifestam

	• Compreender que estratégias utiliza para atender às dificuldades e particularidades individuais dos alunos.	mais dificuldade? • Em relação aos números racionais não negativos, quais são as dificuldades dos alunos? • Que estratégias utiliza para colmatar as dificuldades evidenciadas pelos alunos?
A prática do ensino exploratório da Matemática	• Compreender que conceções a professora cooperante tem em relação à prática do ensino exploratório da matemática; • Entender a importância atribuída às tarefas exploratórias e suas vantagens; • Constatar se a professora cooperante recorre a esta prática de ensino e implementa tarefas exploratórias, no seu dia-a-dia.	• O que pensa sobre o ensino exploratório da Matemática? • Recorre à prática do ensino exploratório da Matemática? • Considera importante a implementação das tarefas exploratórias? Porquê?
Implementação do plano de ação	• Verificar se a professora cooperante considera que o plano de ação implementado contribuiu para o desenvolvimento do sentido de número racional? • Compreender se o plano de ação correspondeu às espectativas iniciais da professora cooperante; • Perceber as implicações do plano de ação na futura prática da professora cooperante.	• Considera que as tarefas exploratórias implementadas contribuíram para o desenvolvimento da compreensão do sentido de número dos alunos? Porquê? • Considera que as expetativas que tinha, inicialmente, em relação à implementação destas tarefas, foram superadas? • Após a implementação destas tarefas, tenciona incluir mais o ensino exploratório na sua prática? Porquê?

Apêndice E – Transcrição da entrevista realizada à professora cooperante

I: Antes demais queria agradecer-lhe pela sua colaboração e disponibilidade para a presente entrevista.

I: Vamos começar a falar sobre a sua formação inicial, dos seus anos de serviço, as funções que desempenha aqui no colégio…

PC: Acabei a minha formação em 2002 e desde 2002 leciono no ICE. O meu último ano do curso estagiei em matemática aqui no ICE e depois houve a oportunidade de ficar cá a lecionar e convidaram-me para ficar.

I: Então a sua formação inicial acaba por ser então só para a área da matemática e das ciências.

PC: Sim. Tirada no Instituto de Ciências Educativas.

I: Porque é que se tornou professora?

PC: Em boa verdade o meu gosto sempre foi mais virado para a biologia. No fim do meu ensino secundário, depois não surgiu oportunidade de enveredar pela biologia e então segui para a área do ensino, que teria de ser sempre ligada às Ciências. Na altura julgava eu que o meu gosto seria as Ciências da natureza, agora chamada as ciências naturais, mas o grande desafio colocou-se com a matemática e cada vez mais leciono matemática em vez de ciências naturais.

I: Como se descreveria hoje, enquanto docente e em relação à sua pratica?

PC: Bom, eu creio que cada vez mais nos temos de ser originais e versáteis, porque os conhecimentos dos nossos alunos são cada vez mais diversificados, surpreendem-nos, e tentar inovar e ser diferente de ano para ano, ou seja, o facto de nós estarmos a lecionar, e no meu caso pessoal estar a lecionar há 12 anos, eu não posso dizer que todos os anos são anos iguais. Não só em função dos alunos que vão sendo diferentes, mas também relativamente aquilo que nós nos propomos a fazer. Temos de ir melhorando, inovando e diversificando.

I: Procura então formação também na área da matemática e das ciências, que é a sua formação inicial, para possibilitar essa diversidade…

PC: Mesmo que nem sempre seja através de formações, pelo menos de pesquisa.

I: E está satisfeita com a sua profissão?

PC: Sim. É sem dúvida uma profissão muito exigente. Não podemos ser hipócritas ao ponto de dizer que é tudo fácil, não é. É uma profissão que exige de nos, todos os dias, todos os anos exige cada vez mais de nós. Nós temos que ter essa capacidade de nos adaptarmos e de nos irmos adaptando. Mas sim, sou feliz e gosto muito de ensinar.

I: Tendo em conta a sua experiência profissional, qual o tópico matemático que os alunos do 5º ano manifestam mais dificuldade?

PC: Curioso…! É assim, no que respeita aos números e operações eles franzem sempre o nariz ao logaritmo da divisão. Tudo o que implica dividir para eles, é uma dor de cabeça. Mas depois, de uma forma geral creio que praticamente todos… gostam de uma forma geral de todas as unidades.

I: E referente aos números racionais. Nota dificuldades na aprendizagem dos alunos?

PC: Só a nível de comparação e ordenação, porque depois quando eles interiorizam as regras das operações com números racionais, eles rapidamente ultrapassam essas dificuldades que inicialmente podem surgir. Tirando a comparação e ordenação, muitas vezes tem a ver com interpretação das situações problemáticas. Aí surgem algumas dificuldades. E apesar de saberem as regras das operações nem sempre conseguem resolver as situações problemáticas mesmo tendo esses conhecimentos.

I: E quando surgem essas dificuldades, que estratégias costuma utilizar?

PC: há sempre truques que nós podemos usar com eles e alertá-los para algumas palavras, ou até mesmo para aquilo que realmente está a ser pedido portanto. E ai temos de trabalhar a interpretação dos alunos. Sempre que é possível, arranjar algum truque, alguma forma de mecanizar a interpretação ou o raciocínio deles, é aquilo que faço.

I: O que pensa sobre o ensino exploratório da Matemática?

PC: Eu acho que e extremamente útil e uma forma muito eficaz de os alunos adquirirem conhecimentos. Contudo, acho que o excesso de conteúdos que nos temos de trabalhar ao nível do 2º ciclo e, uma vez que os nossos alunos têm de ser sujeitos a uma avaliação externa, nem sempre nos permite usar com alguma regularidade esse tipo de atividades.

I: Então recorre na sua prática à utilização deste tipo de tarefas exploratórias?

PC: Sim, às vezes, ou através de jogos.

I: Considera importante a implementação de tarefas exploratórias? Porquê?

PC: Sim, porque eles conseguem através de um raciocínio próprio, chegar aquilo que supostamente iriamos nós debitar. Assim são eles que conseguem pensar e automaticamente como são eles que chegam a esse pensamento sozinhos, memoriza muito mais facilmente aquilo que nós iriamos limitarmo-nos a dizer.

I: Em relação às sessões desenvolvidas por mim, considera que essas tarefas exploratórias contribuíram para o desenvolvimento da compreensão do sentido de número dos alunos?

PC: Claro que sim.

I: De que forma?

PC: E assim, eu acho que eles ficaram com uma noção mais clara das diferentes formas como um número racional pode ser representado, o que para eles futuramente vai ser bastante útil.

I: Considera que foram adequadas às características da turma?

PC: Claro que sim.

I: Porquê?

PC: Porque é uma turma sedenta de conhecimento. E uma turma que gosta muito de participar, e isso foi notório no desenvolvimento das atividade, e acho que fez todo o sentido.

I: Considera que as expetativas que tinha, inicialmente, em relação à implementação destas tarefas foram superadas? Porquê?

PC: Eu creio que foram, as expectativas iniciais foram superadas. Porque… ou seja, nós tivemos resultados positivos com elas, os nossos alunos chegaram… obtiveram conhecimentos, chegaram sozinhos a esses conhecimentos portanto foi útil e foram eficazes.

I: Após a implementação destas tarefas, tenciona incluir mais o ensino exploratório na sua prática? Porquê?

PC: É como digo, eu acho que é muito útil mas nem sempre é possível. Sempre que é possível eu recorro a ele.

I: Muito obrigada, pela sua colaboração.

Legenda:

I – Investigadora

PC – Professora cooperante

Apêndice F – Análise de conteúdo do inquérito por entrevista à professora cooperante

Categorias	Subcategorias	Evidências	Síntese
Prática Pedagógica da Docente	**Visão enquanto docente**	"(…) julgava eu que o meu gosto seria as Ciências da natureza (…) mas o grande desafio colocou-se com a Matemática e cada vez mais leciono Matemática em vez de ciências naturais." "É sem dúvida uma profissão muito exigente (…). É uma profissão que exige de nos, todos os dias, todos os anos exige cada vez mais de nós." "(…) sou feliz e gosto muito de ensinar."	Apesar do gosto inicial pelas Ciências Naturais, a professora constatou que a Matemática assumiu-se como o seu grande desafio e área de interesse. A professora considera que a profissão de docente é muito exigente, mas admite estar satisfeita e feliz, realçando o gosto que tem por ensinar.
	Papel do docente	"(…) eu creio que cada vez mais nos temos de ser originais e versáteis, porque os conhecimentos dos nossos alunos são cada vez mais diversificados, surpreendem-nos, e tentar inovar e ser diferente de ano para ano (…)" "(..) eu não posso dizer que todos os anos são anos iguais. Não só em função dos alunos que vão sendo diferentes, mas também relativamente àquilo que nós nos propomos a fazer. Temos de ir melhorando, inovando e diversificando." "Nós temos que ter essa capacidade de nos adaptarmos e de nos irmos adaptando." "(…) mesmo que nem sempre seja através de formações, pelo menos de pesquisa."	A professora considera que, cada vez mais, os docentes têm de ser originais e versáteis devido às particularidades de cada aluno. Afirma que, em função dos alunos, todos os anos são diferentes, havendo a necessidade de modificar, inovar e diversificar a sua prática. Para se adaptar e inovar, a professora prefere pesquisar pois nem sempre é possível fazer formações.
	Dificuldades dos alunos	"(…) no que respeita aos números e operações eles franzem sempre o nariz ao logaritmo da divisão. Tudo o que implica dividir para eles, é uma dor de cabeça." "(…) de uma forma geral creio que praticamente todos… gostam de uma forma geral de todas as unidades."	A professora realça o algoritmo da divisão como a grande dificuldade dos alunos.

Considerações sobre o ensino-aprendizagem dos números racionais não negativos	**Dificuldades dos alunos**	"Só ao nível de comparação e ordenação, porque depois quando eles interiorizam as regras das operações com números racionais, eles rapidamente ultrapassam essas dificuldades que inicialmente podem surgir." "(…) tem a ver com interpretação das situações problemáticas. Aí surgem algumas dificuldades. E apesar de saberem as regras das operações nem sempre conseguem resolver as situações problemáticas mesmo tendo esses conhecimentos."	A professora salienta que as dificuldades dos alunos nos números racionais não negativos prendem-se com a comparação e ordenação e com a interpretação de situações problemáticas. Refere, também, que as dificuldades que possam surgir são ultrapassadas quando os alunos interiorizam as regras das operações.
	Estratégias para colmatar as dificuldades dos alunos	"Há sempre truques que nós podemos usar com eles e alertá-los para algumas palavras ou até mesmo para aquilo que realmente está a ser pedido". "(…) temos de trabalhar a interpretação dos alunos." "Sempre que é possível, arranjar algum truque, alguma forma de mecanizar a interpretação ou o raciocínio deles, é aquilo que faço."	Para colmatar as dificuldades dos alunos, a professora refere que utiliza truques ou palavras-chave com o intuito de mecanizar a interpretação e o raciocínio dos alunos. Salienta, ainda, um trabalho ao nível da interpretação dos alunos.
Considerações sobre a prática do ensino exploratório da Matemática	**Visão sobre a prática do ensino exploratório**	"Eu acho que é extremamente útil e uma forma muito eficaz de os alunos adquirirem conhecimentos." "(…) acho que o excesso de conteúdos que nós temos de trabalhar ao nível do 2º ciclo e, uma vez que os nossos alunos têm de ser sujeitos a uma avaliação externa, nem sempre nos permite usar com alguma regularidade esse tipo de atividades." "(…) eu acho que é muito útil, mas nem sempre é possível. Sempre que é possível eu recorro a ele."	A professora considera a prática de ensino exploratório bastante útil e eficaz para os alunos adquirem conhecimentos. Contudo, realça que a extensão do currículo do 2º ciclo, bem como a realização dos exames nacionais, não permitem a utilização de práticas exploratórias.

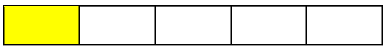
	Importância das tarefas exploratórias	“(…) eles conseguem através de um raciocínio próprio, chegar àquilo que supostamente iriamos nós debitar.” “(…) são eles que conseguem pensar e, automaticamente ,como são eles que chegam a esse pensamento sozinhos, memorizam muito mais facilmente aquilo que nós iriamos limitarmo-nos a dizer.” “Sim, às vezes, ou através de jogos.”	A professora reconhece as vantagens da utilização das tarefas exploratórias, pois os alunos conseguem pensar de forma autónoma e efetuar um raciocínio próprio e, assim, conseguem mais facilmente memorizar os conteúdos. Menciona que, às vezes, utiliza tarefas exploratórias ou jogos matemáticos.
Considerações sobre as tarefas desenvolvidas/ implementação do plano de ação	**Contributos para os alunos**	“(…) é uma turma sedenta de conhecimento (…) que gosta muito de participar e isso foi notório no desenvolvimento das atividades (…)” “(…) eu acho que eles ficaram com uma noção mais clara das diferentes formas como um número racional pode ser representado, o que para eles futuramente vai ser bastante útil.”	A professa salienta que foi notório a participação dos alunos e na sua vontade em querer saber, no decorrer das tarefas. Destaca que os alunos ficaram com uma noção mais clara das diferentes formas de representação do número racional, aspeto fundamental para o seu futuro.
	Expetativas/ Aspetos positivos da docente	“(…) as expectativas iniciais foram superadas. Porque (…) nós tivemos resultados positivos com elas, os nossos alunos (…) obtiveram conhecimentos, chegaram sozinhos a esses conhecimentos, portanto foi útil e foram eficazes.”	A professora admite que as expetativas que inicialmente tinha foram superadas, pois verificaram-se aprendizagens significativas nos alunos. Realça que os alunos adquiriram conhecimentos matemáticos através de um raciocínio próprio, reconhecendo a utilidade e eficácia das tarefas implementadas.

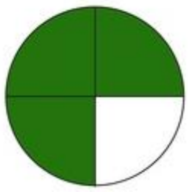
Apêndice G – Teste de Avaliação Final

INSTITUTO DE CIÊNCIAS EDUCATIVAS

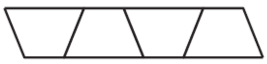
Teste de Avaliação Final - Matemática	Ano Letivo 2013/2014
Estagiária: Cláudia Patrocínio	
Nome: ______________________________ Ano: ____ Turma: ____ Nº ____	

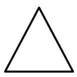
1. Representa de diferentes formas a parte colorida de cada figura:

a) 

b) 

2. Encontra um todo possível para cada uma das figuras seguintes, tendo em conta a informação dada:

(a)  é $\frac{1}{2}$ do todo.

(b)  é $\frac{1}{5}$ do todo.

3. Numa pastelaria, 6 amigas pediram 4 tartes e dividiram-nas igualmente entre elas. Cada menina comeu mais ou menos que uma tarte? Justifica. (Podes fazê-lo utilizando palavras, desenhos, esquemas ou cálculos).

4. No seu aniversário, a Ana recebeu uma caixa com 24 bombons. No mesmo dia, comeu $\frac{1}{4}$ dos bombons e no dia seguinte comeu $\frac{2}{3}$ dos restantes. Quantos bombons comeu a Ana, no segundo dia? Justifica. (Podes fazê-lo utilizando palavras, desenhos, esquemas ou cálculos).

5. Circunda as duas frações equivalentes, em cada um dos grupos de quadro frações. Justifica. (Podes fazê-lo utilizando palavras, desenhos, esquemas ou cálculos).

c) $\boxed{\frac{1}{2} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{2}{4} \quad \frac{3}{4}}$

b) $\boxed{\frac{5}{9} \quad \frac{9}{12} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{4}{12}}$

c) $\boxed{\frac{2}{6} \quad \frac{1}{5} \quad \frac{3}{10} \quad \frac{1}{3}}$

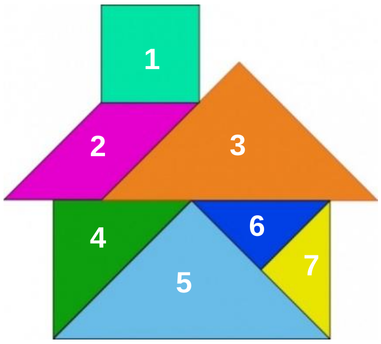
6. Faz a correspondência entre as diferentes representações do mesmo número, conforme o exemplo:

$\frac{1}{2}$ •	• $2\frac{1}{2}$
1,6 •	• $\frac{3}{12}$
0, 25 •	• 0,5
2,5 •	• $\frac{3}{4}$
75% •	• $1\frac{3}{5}$
$\frac{2}{5}$ •	• 40%

7. Para comprarem um puzzle matemático, a Inês gastou $\frac{1}{3}$ do seu dinheiro, enquanto a Maria gastou $\frac{1}{4}$ do seu dinheiro. Se o preço do puzzle foi o mesmo, porque não gastaram a mesma fração de dinheiro? Justifica. (Podes fazê-lo utilizando palavras, desenhos, esquemas ou cálculos).

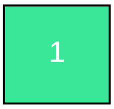
8. Ordena os seguintes números por ordem crescente:
$\frac{1}{10}$; 0, 234; $1\frac{3}{4}$; 1,25; 0,24; $\frac{4}{5}$; 67%; $1\frac{1}{2}$

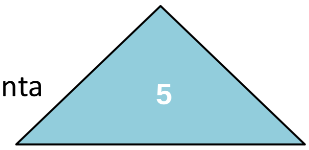
9. Observa a seguinte figura:



9.1. Se 

representar um meio, qual é o polígono que representa a unidade? Porquê?

9.2. Se 

representar duas unidades o que representa 

Porquê?

Bom trabalho!

Apêndice H – Análise dos testes de avaliação final dos alunos

Análise qualitativa por questão

Questão nº 1 - Esta questão tinha como objetivo averiguar a compreensão dos alunos no significado de fração parte-todo, em unidades continuas, bem como a utilização de diferentes representações dos números racionais, para apresentar a mesma grandeza.

a) Constatou-se que cerca de metade da turma representou, corretamente, a parte colorida da figura utilizando três representações diferentes do número racional, nomeadamente a representação em numeral decimal, em fração e em percentagem. Dois alunos utilizaram duas representações diferentes, a fração e a verbal. Os restantes ou utilizaram apenas a fração ou das representações apresentadas apenas a fração se encontrava correta.

b) Verificou-se que nove alunos representaram, corretamente, a parte colorida da figura utilizando três representações diferentes do número racional, nomeadamente a representação em numeral decimal, em fração e em percentagem. Cinco alunos utilizaram duas representações diferentes, a fração e a verbal ou a fração e a percentagem. Os restantes ou utilizaram apenas a fração ou das representações apresentadas apenas a fração se encontrava correta.

Síntese: Neste teste, não foi facultado nenhum exemplo aos alunos contrariamente ao teste de diagnóstico. Apesar da representação em fração continuar a ser a mais utilizada, alguns alunos já conseguem apresentar outras representações do número racional, manifestando capacidade de conversão entre as várias representações. No que respeita ao significado de fração parte-todo, a maioria dos alunos demonstra conhecimento relativo ao mesmo.

Questão nº 2 - Esta questão tinha como objetivo a reconstrução da unidade, utilizando-se o significado de fração parte-todo. Esta questão foi de difícil compreensão para os alunos, sendo a investigadora obrigada a negociar o significado de "1/2 do todo" e "1/5 do todo". Como não ficou explícito, no enunciado, o tipo de unidade a utilizar, discreta ou contínua, foram aceites respostas com ambas as situações.

a) Constatou-se que cerca de metade da turma conseguiu reconstruir a unidade, apesar de as oito partes, em que a unidade estava dividida, não serem exatamente iguais. Os restantes alunos não realizaram a questão ou apresentaram representações da unidade incorretas.

b) Verificou-se mais de metade da turma conseguiu reconstruir a unidade, apesar de as cinco partes, em que a unidade estava dividida, não serem exatamente iguais. Os restantes alunos não realizaram a questão ou apresentaram representações da unidade incorretas.

Síntese: A maioria os alunos conseguiu reconstruir a unidade, após a negociação de significados efetuada pela investigadora. A unidade representada ora aparecia como contínua ora como discreta. A escolha recaiu tendo em conta a figura dada no enunciado, onde intuitivamente os alunos escolhiam a unidade que melhor servia os seus interesses.

Questão nº 3 - Nesta questão pretendia-se averiguar a compreensão dos alunos no significado de fração como quociente, em unidade contínua, em situações de partilha equitativa, e a comparação com a unidade de referência. Desta vez, corrigiu-se a ambiguidade do enunciado, salientando-se que eram seis amigas para quatro sandes.

Neste sentido, apenas um aluno resolveu a tarefa aplicando o significado de fração como quociente, obtendo a fração 4/6 e utilizando uma representação pictórica (as quatro tartes divididas em seis fatias cada) para justificar o seu raciocínio. Por sua vez, este aluno comparou a fração com um, chegando à conclusão que cada menina comeu menos que uma tarde. Alguns alunos chegaram à resposta ao utilizar representações pictóricas ou esquemas, dividindo a unidade em seis ou três partes iguais, evidenciando nessas representações o seu raciocínio, sem apresentar cálculos formais. Contudo, a maioria da turma, utilizando representações informais para demonstrar o seu raciocínio, mas sem retirar conclusões das mesmas.

Síntese: A maioria dos alunos utilizou representações pictóricas como estratégia de resolução e a fração continuou a ser a representação mais utilizada pelos alunos. No que respeita ao significado de fração como quociente, foi notório que ainda necessita de ser trabalhada em contextos de partilha equitativa, com unidade contínua, apesar de ter existido um maior grau de envolvimento dos alunos na tentativa de resolução da tarefa. Em relação à comparação com a unidade, nenhum aluno utilizou símbolos ou matemática formal para estabelecer essa comparação.

Questão nº 4 - Com esta questão pretendia-se averiguar o conhecimento dos alunos sobre o significado de fração como operador multiplicativo, em unidade discreta.

Constatou-se que 4 alunos, utilizando o significado de fração como operador conseguiram perceber que a Ana comia 12 rebuçados no segundo dia. Um aluno, também, chegou à mesma conclusão, mas recorrendo a representações formais, nomeadamente, efetuando cálculos através das operações da divisão e subtração, ou seja utilizando o significado de fração como quociente.

A maioria dos alunos não respondeu ou apresentou estratégias formais com cálculos incorretos ou incoerentes.

Síntese: Apesar de a maioria dos alunos continuarem sem conhecimento do significado de fração como operador, pôde-se constatar que alguns já o reconhecem, o compreendem e o utilizam para resolver os problemas apresentados, evidenciando domínio desses procedimentos multiplicativos e reconhecendo a fração como cardinal de um conjunto discreto. Contudo, dever-se-á continuar a trabalhar este significado com a turma.

Questão nº 5 - A presente questão teve o intuito de averiguar a noção de frações equivalentes.

Verificou-se que, apenas, 4 alunos circundaram corretamente os três pares de frações equivalentes. Nestes casos, os alunos justificaram as suas respostas utilizando métodos formais como a simplificação de frações e a multiplicação pelo mesmo número natural ou métodos de informação como as palavras. Outros quatro alunos circundaram, corretamente, dois pares de frações equivalente, utilizando as mesmas estratégias para justificar o seu raciocínio. Seis alunos apenas identificaram o par 1/2 e 2/4, justificando por ambos representarem a metade. A restante turma não identificou as frações equivalentes ou realizou uma identificação incorreta.

Síntese: Mais de metade dos alunos já manifestaram conhecimento da regra de equivalência de frações, utilizando símbolos e matemática formal de forma significativa, para justificar as suas opções.

Questão nº 6 - Esta questão tinha como objetivo a correspondência entre diferentes representações do mesmo número, com o intuito de averiguar a familiaridade dos alunos na utilização de diferentes representações e conversão entre elas.

Pôde-se verificar que cerca de metade dos alunos da turma, efetuaram corretamente as ligações entre a diferentes representações dos números racionais. Alguns alunos (6) conseguiram unir representações de números de referência como 3/4 com 75% ou 2/5 com 40%, mas manifestaram dificuldade quando implicava os numerais mistos ou grandezas menos habituais como 3/12. Os restantes alunos não efetuaram as ligações ou uniram números não representavam a mesma quantidade.

Síntese: Cerca de metade dos alunos manifestam familiaridade com as diferentes representações do número racional, incluído o numeral misto, evidenciando perceção da grandeza envolvida em cada número, o que origina uma utilização de símbolos e matemática formal de forma significativa. A restante turma necessita de continuar a trabalhar a conversão entre as diferentes representações do número racional.

Questão nº 7 - Com esta questão pretendia-se perceber se os alunos sabiam que cada fração tem sempre subjacente uma unidade e conseguiam comparar frações unitárias.

A maioria dos alunos continuou a não conseguiu entender o que lhe foi pedido, apresentando respostas em branco ou incoerentes, utilizando representações formais ou verbais. Quatro alunos justificaram o seu raciocínio utilizando estratégias verbais, referindo que as amigas não tinham utilizado a mesma fração de dinheiro, porque não tinham a mesma quantidade de dinheiro. Um aluno apresentou como estratégia de resolução o significado de fração como quociente, mas efetuou de forma errada o algoritmo da divisão, não conseguindo encontrar a resposta certa. Apenas dois alunos explicaram o seu raciocínio comparando as frações utilizando símbolos matemáticos como “>”. De realçar que um destes alunos utilizou a regra das frações equivalentes, encontrando uma fração equivalente de denominador igual para ambas as frações dadas, percebendo assim qual a grandeza maior.

Síntese: Alguns alunos demonstram conhecimento sobre a importância da unidade de referência. Contudo, esta realidade continua a ser uma dificuldade que deve continuar a ser trabalhada, bem como a comparação de frações em situações contextualizadas.

Questão nº 8 - A presente questão teve a intenção de averiguar o conhecimento dos alunos na ordenação e comparação de diferentes representações dos números racionais.

Verificou-se que apenas cinco alunos conseguiram ordenar corretamente os números racionais apresentados. Destes alunos, três manifestaram ter sentido de numero racional, pois conseguiram perceber a grandeza de cada uma das representações, efetuando a sequência correta utilizando cálculo mental. Os outros dois alunos converteram todas as representações em numeral decimal, para poderem perceber a sequência correta.

A restante turma não efetuou a questão ou apresentou sequências sem a mínima noção da quantidade por detrás de cada numero racional.

Síntese: A maioria dos alunos continua a manifestar dificuldades na ordenação e comparação de diferentes formas de representação do número racional, mostrando que não reconhecem as grandezas em causa. Considerou-se, igualmente, que parece não existir uma estratégia eficaz de comparação, principalmente se existem várias representações.

Questão nº 9 - Por último a presente questão teve o intuito de averiguar nos alunos o significado de fração como medida (área) e a compreensão da unidade de referência.

a) Nesta questão, metade dos alunos identificou corretamente o polígono que representava a unidade. A maior parte destes alunos identificaram o polígono quatro, justificando através de relações de grandeza referindo trata-se do dobro do polígono seis (a metade). Outra justificação incidiu no facto, de a soma das áreas dos políginos seis e sete (com áreas iguais) ser igual à área do polígono quatro. Houve ainda alunos que mencionaram que com a soma de dois polígonos seis, obtinham o polígino quatro. Apenas um aluno indicou outra possibilidade, ao referir como unidade o polígono um, pois este também era o dobro do polígono seis.

   A restante metade não respondeu ou deu respostas incoerentes, não compreendendo o significado de fração como medida (área).

b) Nesta alínea, os alunos demonstraram dificuldade em perceber as relações de grandeza entre os polígonos indicados, sendo que mais de metade não conseguiu encontrar a relação correta. Alguns alunos (6) perceberam que o polígono cinco correspondia a quatro unidades, justificando através de relações de grandeza, referindo trata-se do dobro do polígono um, que representava duas unidades. Outra justificação incidiu no facto, de a soma das áreas dos políginos seis e sete (com áreas iguais) ser igual à área do polígono um, que por sua vez é igual ao polígono quatro, que representa duas unidades, e é metade do polígono cinco, logo este último representa quatro unidades.

Síntese: Metade dos alunos da turma conseguiu estabelecer relações de grandeza entre os polígonos, mostrando alguma compreensão do significado de fração como medida, apesar de não apresentarem resoluções formais e escolherem representações pictóricas e verbais para justificar o seu raciocínio. Também, manifestam compreensão da unidade de referência e perceção que esta muda consoante a situação que é colocada, isto é, o número racional subjacente.

Síntese final: Tendo em conta os resultados manifestados no presente teste de avaliação final, constatou-se um aumento na compreensão dos alunos em todos os componentes do número racional e, consequentemente, um melhor entendimento do sentido de número racional.

Em relação à componente familiaridade com os diferentes significados das frações em contexto, de uma forma geral os alunos manifestam uma melhor compreensão do significado fração como quociente, operador e parte-todo. Também, manifestaram maior conversão entre as várias representações dos números racionais e noção de unidade de referência, conseguindo estabelecer algumas relações de grandeza. Apesar de ainda existirem dificuldades ao nível da ordenação e comparação, alguns alunos já conseguem estabelecer essas relações utilizando várias representações dos números racionais.

Como estratégias de resolução e explicação do seu raciocínio, os alunos variam entre representações mais informais, como as pictóricas e as verbais, e representações mais formais, com cálculos algébricos, evidenciando formalização de alguns procedimentos. Continuam a escolher a fração como representação de eleição, demonstrando que é com esta representação que se sentem mais à vontade ou que tiveram mais contacto ao longo do seu percurso académico.

Apêndice I – Cronograma do processo de investigação

Fases do Plano de investigação			Fevereiro	Março	Abril	Maio	Junho	Julho	Agosto	Setembro
Fases do Plano de investigação	**Conceção**	Período de Observação	■							
		Aplicação do Teste de Avaliação Diagnóstica	■							
		Seleção da problemática	■							
		Negociação com instituição	■							
		Solicitar autorizações	■							
	Planeamento	Redação do Plano de ação	■							
		Elaborar o cronograma	■							
		Reunião com a professora orientadora		■						
		Entrega do Plano de ação		■						
	Execução	Revisão Teórica	■	■	■	■	■	■	■	
		Aplicação das Tarefas:								
		1ª Sessão: "Partilhando Sandes"		■						
		2ª Sessão: "*Raid* de patrulhas"		■						
		3ª Sessão: "Lanche em patrulha"		■						
		4ª Sessão: "Teatro de Sombras"			■					
		5ª Sessão: "Ida ao Supermercado"				■				
		Aplicação do Teste de Avaliação Final				■				
		Entrevista à professora orientadora				■				
	Conclusão	Organização de dados					■	■		
		Análise de dados					■	■	■	
		Avaliação do plano de ação							■	■
		Redação final								■
		Entrega do relatório final								■

Apêndice J – Planificação Global do Plano de ação

Planificação Global do Plano de ação

Unidade Programática: Números Racionais não negativos						
Temas / domínios	**Conteúdos/ Tópicos matemáticos**	**Objetivos específicos de Aprendizagem**	**Tarefas/estratégias**	**Recursos**	**Tempo**	**Avaliação**
Números racionais não negativos	- Noção e representação do número racional; - Comparação e ordenação.	- Relacionar diferentes representações dos números racionais não negativos; - Compreender e usar um número racional como relação parte-todo e medida; - Identificar frações equivalentes a uma dada fração; - Exploração da linguagem matemática; - Explicar e justificar os processos, resultados e ideias matemáticos, recorrendo a exemplos e contra-exemplos; - Representar informações e ideias matemáticas de diversas formas.	Tarefa: ”Construir a bandeira da patrulha”;	- Enunciados da tarefa; - Folhas de papel branco (A4); - Tiras de papel; - Quadro; - Marcadores.	90minutos	- Grelhas de Observação do grupo de trabalho: Indicadores: (Demonstra autonomia, atitudes, interesse, participação, defesa das ideias com objetividade, empenho em concretizar os objetivos propostos, o domínio dos conhecimentos, o cumprimento das normas de funcionamento da sala de aula);

						- Análise das gravações áudio e das videogravações; - Registos elaborados pelos alunos.
		- Relacionar diferentes representações dos números racionais não negativos; - Compreender e usar um número racional como quociente; - Resolução de problemas de partilha equitativa onde o quociente é uma dízima finita e uma dízima infinita periódica; - Representar sob a forma de fração um número racional não negativo dado por uma dízima finita; - Comparação de frações com a unidade; - Representar informações e ideias matemáticas de diversas formas.	Tarefa: "Partilhando sandes"	- Enunciados da tarefa; - Folhas de papel branco (A4); - Quadro; - Marcadores.	90 minutos	
		- Relacionar diferentes representações dos números racionais não negativos; - Comparar e ordenar números racionais representados de diferentes formas tendo como valores de	Tarefa: "Raid de	- Enunciados da tarefa; - Folhas de papel branco (A4);	90 minutos	

		referência de 1/2 e 3/4. - Localizar e posicionar na reta numérica um número racional não negativo, representado nas suas diferentes formas; - Representar informações e ideias matemáticas de diversas formas.	patrulhas”	- Quadro; - Marcadores.		
		- Relacionar diferentes representações dos números racionais não negativos; - Reconhecer frações que representam números maiores que a unidades; - Escrever frações impróprias em forma de numeral misto e vice-versa; - Distinguir frações próprias de frações impróprias. - Representar informações e ideias matemáticas de diversas formas.	- Tarefa: “Lanche em patrulha”	- Enunciados da tarefa; - Folhas de papel branco (A4); - Quadro; - Marcadores.	90 minutos	
		- Relacionar diferentes representações dos números racionais não negativos; - Identificar e explorar as relações existentes entre frações equivalentes;		- Enunciados da tarefa; - Folhas de papel	90 minutos	

		- Explorar relações fracionárias entre as diferentes peças do tangram comparando diferentes peças com a unidade, o tangram; - Reconstrução da unidade de referência; - Representar informações e ideias matemáticas de diversas formas.	Tarefa: “Teatro de sombras”	branco (A4); - Quadro; - Marcadores.		
		- Resolução de problemas onde a fração surge como operador em contexto discreto; - Introdução da operação da multiplicação com números racionais; - Definir o produto de um número natural por uma fração; - Representar informações e ideias matemáticas de diversas formas.	Tarefa: “Ida ao supermercado”	- Enunciados da tarefa; - Folhas de papel branco (A4); - Quadro; - Marcadores.	90 minutos	

Apêndice K – Enunciado da 1º Tarefa

Tarefa – "Construir a bandeira da patrulha"

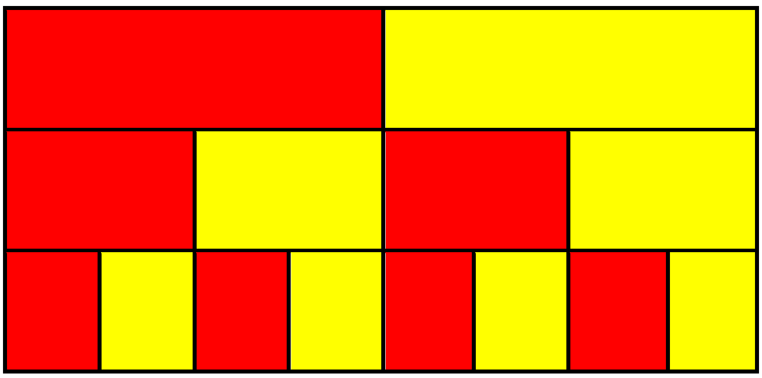
Para construir a bandeira da patrulha serão utilizadas três tiras de papel geometricamente iguais.

1) Dobra as tiras em partes iguais: - a primeira em duas, a segunda em quatro e a terceira em oito. Representa de diferentes formas as partes obtidas.

2) Compara as partes das três tiras obtidas por dobragem. Regista as tuas conclusões.

3) Para construir a bandeira em tecido, segundo o modelo abaixo apresentado, determina a razão entre cada um dos comprimentos das partes obtidas após as dobragens e o comprimento da bandeira. Experimenta fazer o mesmo para a largura da bandeira. Regista as tuas conclusões.

Modelo:



Apêndice L – Planificação da 1ª sessão – Partilhando Sandes

Planificação de Matemática

Data: 11-03-2014 – 3ª feira

Docente: Cármen Gama
Estagiária: Cláudia Patrocínio

Público Alvo: 5º ano
Duração: 90 min.

Unidade Programática: Números Racionais não negativos

Temas / domínios	Conteúdos/ Tópicos matemáticos	Objetivos específicos de Aprendizagem	Tarefas/estratégias	Recursos	Tempo	Avaliação
Números racionais não negativos	- Noção e representação do número racional; - Comparação e ordenação.	- Relacionar diferentes representações dos números racionais não negativos; - Compreender e usar um número racional como quociente; - Resolução de problemas de partilha equitativa onde o quociente é uma dízima finita e uma dízima infinita periódica; - Representar sob a forma de fração um número racional não negativo dado por uma dízima finita; - Comparação de frações com a unidade; - Representar informações e ideias matemáticas de diversas formas.	- Abertura das aulas; - Correção do trabalho de casa; - Tarefas "Partilhando sandes" - Sumário	- Manual de Matemática do 5º ano; - Enunciados da tarefa; - Folhas de papel branco (A4); - Lápis e borracha; - Quadro; - Marcadores.	10minutos 80minutos	- Grelhas de Observação do grupo de trabalho: Indicadores: (Demonstra autonomia, atitudes, interesse, participação, defesa das ideias com objetividade, empenho em concretizar os objetivos propostos, o domínio dos conhecimentos, o cumprimento das normas de funcionamento da sala de aula); - Análise das gravações áudio e das filmagens; - Registos elaborados pelos alunos.

Descrição das Atividades/Estratégias

A estagiária inicia a aula escrevendo o número das lições e a data no quadro. Seguidamente, passando por todos os alunos, procede-se à verificação da realização dos trabalhos de casa e, posteriormente, a correção dos mesmos no quadro. Os alunos acompanham a correção, sendo a mesma realizada através das suas respostas e justificações. As dúvidas dos alunos poderão ser esclarecidas recorrendo a diferentes estratégias: explicação dos colegas de turma, esclarecendo o significado do numerador e denominador, rodando as figuras (através do Word), ou através de dobragens de folhas. A correção do trabalho de casa deverá ser projetada no quadro para facilitar o esclarecimento de dúvidas.

Correção do trabalho de casa:

Ex.1 – A; F; G; H.

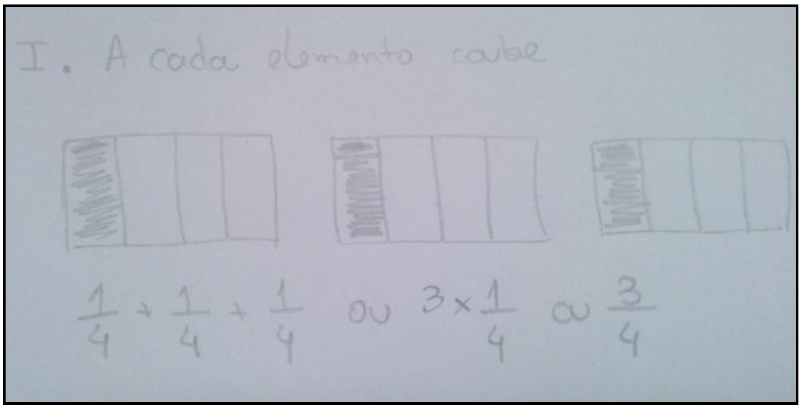
Ex. 2 – D; H; I; J e L.

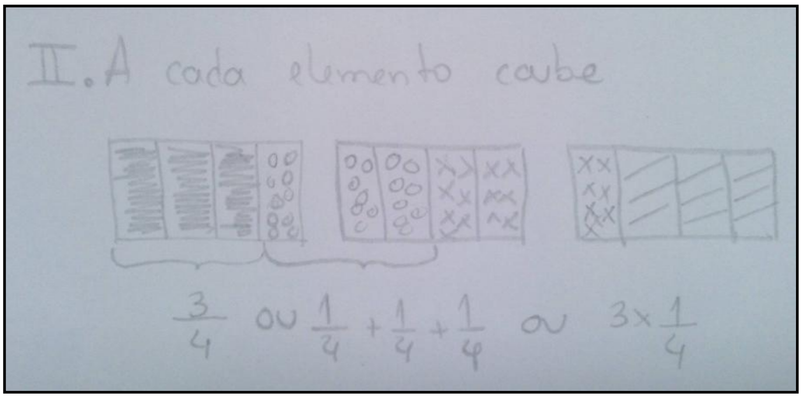
De seguida, será realizada a tarefa exploratória "Partilhando Sandes". Para introduzir o contexto escutista, a estagiária explica que sentiu alguma curiosidade na turma quando referiu que era chefe de escuteiros. Salientando a importância da matemática para a realização de algumas tarefas escutistas, a estagiária explica que será neste contexto que vão desenvolver algumas tarefas matemáticas e aprender algumas características do Escutismo. Continuando, explica que os escuteiros trabalham em patrulhas, pequenos grupos autónomos que trabalham cooperativamente, sendo necessário dividir a turma formando essas patrulhas. Nesta altura, é importante relembrar o que significa trabalhar em grupo. Assim, a turma é dividida em grupos de quatro ou três elementos e são facultados 30 segundos para cada grupo efetuar a escolha do nome da patrulha, que terá de ser um animal.

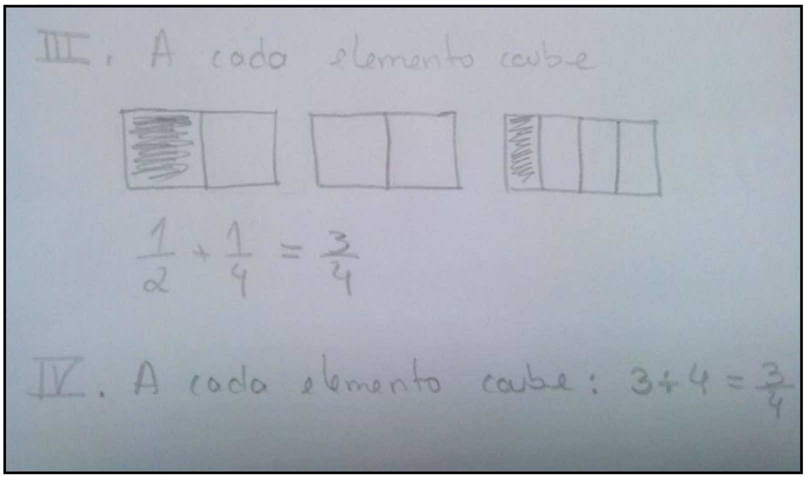
Com as patrulhas formadas, será projetado a primeira parte do enunciado da tarefa (alínea 1, 1.1 e 1.2), facultando-se 20 minutos para os alunos a efetuaram (Nota: o tempo é uma estimativa, mas poderá ser ajustado). Durante este tempo, a estagiário poderá esclarecer dúvidas e auxiliar os grupos, no entanto, pretende-se que o trabalho seja autónomo, de forma a se perceber o modo como os grupos apresentam a informação e elaboram o seu pensamento matemático. Após o termino do tempo, será realizada uma discussão em turma, a partir das produções dos alunos, sendo estas selecionadas de entre os grupos, pela estagiária, conforme a pertinência das mesmas para a discussão. Desta forma, pretende-se discutir as diferentes estratégias de resolução e as representações a que os alunos chegaram, criando-se momentos de partilha e aprendizagem coletiva.

Para resolver as tarefas os alunos poderão fazer as seguintes resoluções:

1.1.

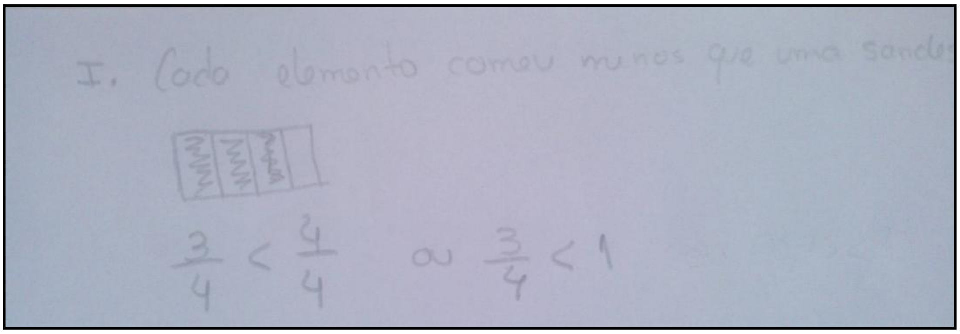


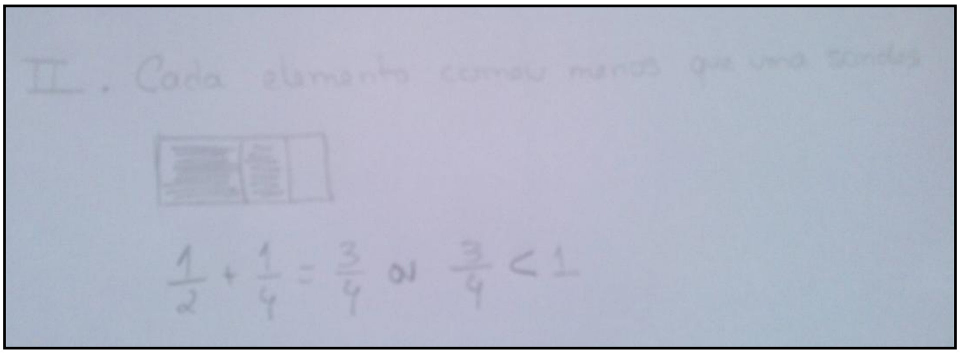


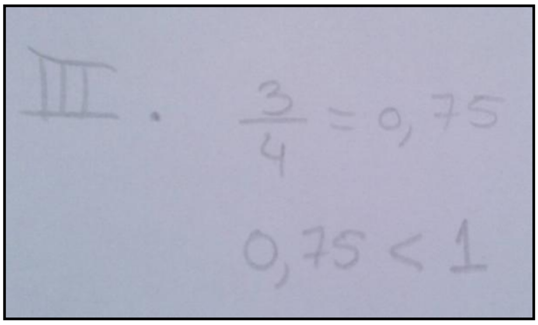


Se todas as soluções acima apresentadas não surgirem, a estagiária pode propor que os alunos encontrem outras formas de representar a informação. Contudo, deverão ser encontradas e exploradas pelo menos duas estratégias diferentes. No decorrer desta alínea será introduzido as várias representações de número racional (e.g. ¾ = 0,75 = 75%) e também o significado de fração como quociente de dois números (3/4 = 3:4) e por sua vez a definição de número racional (qualquer quociente entre números inteiros com divisor diferente de zero). As operações podem surgir de forma intuitiva.

1.2.





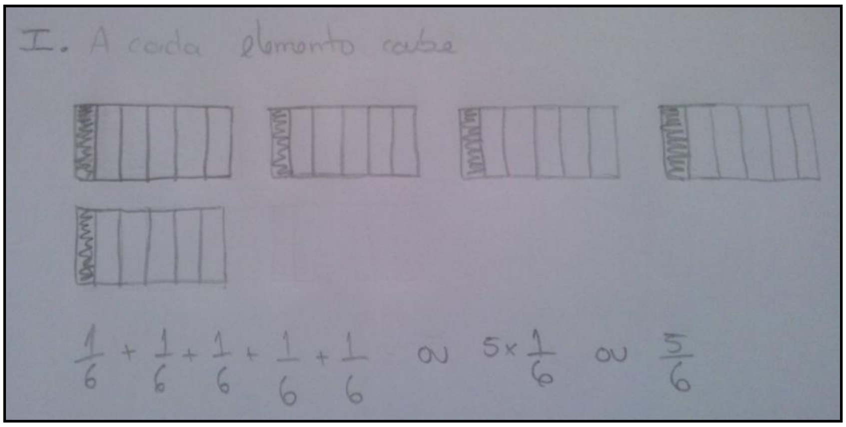


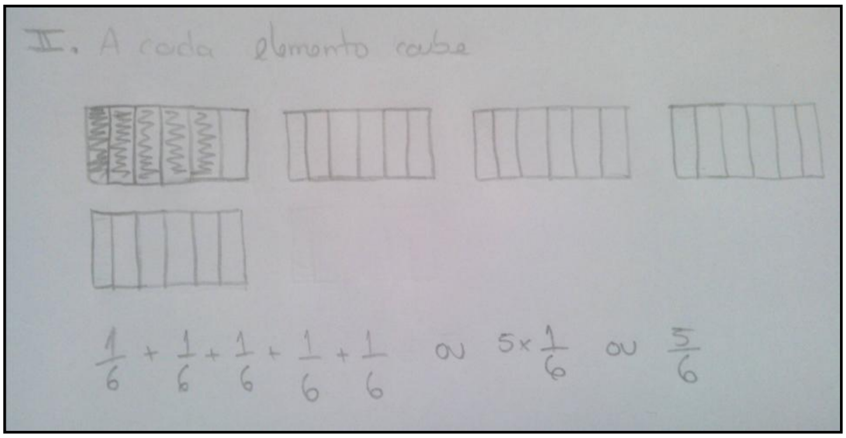
Novamente, se todas as soluções acima apresentadas não surgirem, a estagiária pode propor que os alunos encontrem outras formas de representar a informação. Contudo, deverão ser encontradas e exploradas pelo menos duas estratégias diferentes. Comparar números menores que um com a unidade e representar a unidade por uma fração cujo numerador é igual ao denominador, são pontos a explorar nesta alínea.

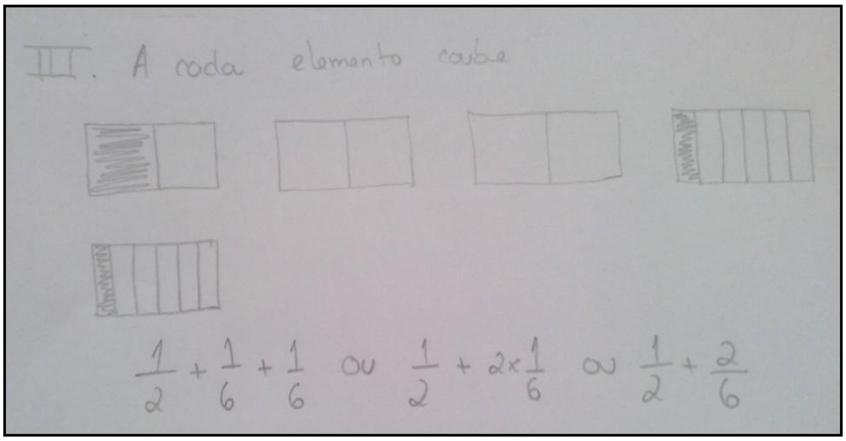
Após a discussão da primeira parte da tarefa, será projetada a segunda parte (alínea 2 e 2.1), sendo esperado que alunos com representações menos elaboradas na primeira parte, devido à discussão já realizada e estratégias apresentadas, sejam capazes de organizar o seu raciocínio de forma mais elaborada. Será facultado 15 minutos para a realização da tarefa (Nota: o tempo é uma estimativa, mas poderá ser ajustado). Após o termino do tempo, será novamente realizada uma discussão em turma, a partir das produções dos alunos, sendo estas selecionadas de entre os grupos, pela estagiária, conforme a pertinência das mesmas para a discussão de modo a se apresentar diferentes estratégias de resolução e as representações a que os alunos chegaram.

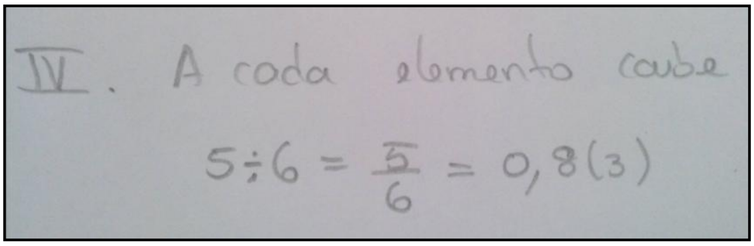
Para resolver esta alínea os alunos poderão fazer as seguintes resoluções:

2.1.

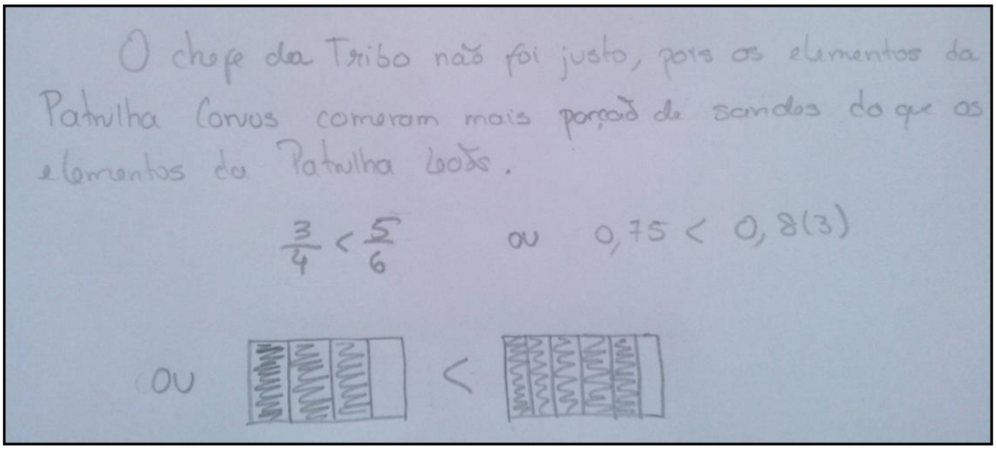








Os alunos terão de perceber que porção de sandes comeu cada elemento da Patrulha Leões, para poder responder à questão. Novamente, se todas as soluções acima apresentadas não surgirem, a estagiária pode propor que os alunos encontrem outras formas de representar a informação. Contudo, deverão ser encontradas e exploradas pelo menos duas estratégias diferentes. No decorrer desta alínea continuará a ser trabalhado as várias representações de número racional (e.g. 5/6 = 0, 83(3)= 83,3%) e também o significado de fração como quociente de dois números (3/4 = 3:4) e a definição de número racional. As operações podem surgir, mais uma vez de forma intuitiva.



Para responderem à questão, os alunos terão de comparar as quantidades de sandes que coube às duas patrulhas. Assim, pretende-se abordar a comparação de números representados por frações, ou por meio de numerais decimais fazendo-se a ligação com os esquemas dos alunos e incentivando-se à linguagem oral dos numerais e das frações.

Posteriormente, a estagiária orienta os alunos para as representações obtidas em numeral decimal, questionando os alunos se encontram alguma diferença entre as mesmas. Pretende-se que os alunos percebem que uma corresponde a uma dízima finita (0, 75) e outra a uma dízima infinita periódica (0,8333…) e consigam dar mais exemplos, podendo recorrer a uma máquina calculadora. O conceito de dízima, dízima finita, dízima infinita periódica, dízima infinita não periódica, período da dízima e sua representação, é introduzido para estagiária na discussão. Também, através da representação de dízimas finitas será explorada o conceito de fração decimal.

Após da tarefa exploratória, serão efetuados os seguintes registos no caderno diário:

Números Racionais

Chama-se **número racional** a qualquer quociente entre números inteiros com divisor diferente de zero.

Ex: ¾ = 3 : 4

- Podem ser representados por uma **dízima** (representada por um numeral decimal) ou um **número inteiro**.

  Ex: 3/4 = 3: 4 = 0, 75 ; 21/7 = 21:7 = 3

Dízima

- **Finitas** – quando a parte decimal é finita. Ex: 2/5 = 2: 5 = 0,4
- **Infinitas** – quando a parte decimal é infinita.
  - **Não Periódicas –** os algarismos da parte decimal não se repetem.

    Ex: 3/13 = 0,230769…
  - **Periódicas –** os algarismos da parte decimal a partir de certa altura repetem-se. Aos algarismos que se repetem chamamos **período** da dízima.

    Ex: 5/6 = 5:6 = 0,63 (3) ; 1/11 = 0, 090 (90)

- Qualquer dízima finita pode transformar-se numa **fração decimal.** As fracções cujo denominador é 10, 100, 1000 ou outra potência de 10 chamam-se **fracções decimais**.

  Ex: 0,63 = 63/100 ; 1,2 = 12/10

A aula terminará com a escrita do sumário e do trabalho de casa (mat5 pág. 108, ex.1 e 2) no quadro pela estagiária e no caderno diário pelos alunos.

Enunciado da tarefa

Tarefa – "Partilhando sandes"

1) A patrulha dos corvos é composta por 4 elementos. Numa saída de campo, levaram para o lanche 3 biscoitos para partilhar igualmente.

1.1) Que porção de sandes comeu cada elemento? Descreve o processo que utilizaste para responder à questão. Podes fazê-lo utilizando palavras, desenhos, material, esquemas ou cálculos.

1.2) Cada elemento do grupo comeu mais ou menos que uma sandes? Explica o teu raciocínio.

2) Na mesma saída de campo, a patrulha dos leões, composta por 6 elementos teve direito a 5 sandes para partilhar igualmente.

2.1) Será que o chefe da tribo foi justo na divisão das sandes pelas duas patrulhas? Justifica. Podes fazê-lo utilizando palavras, desenhos, material, esquemas ou cálculos.

Apêndice M – Planificação da 2ª sessão – *Raid* de patrulhas

Planificação de Matemática

Data: 26-03-2014 – 4ª feira

Docente: Cármen Gama
Estagiária: Cláudia Patrocínio

Público Alvo: 5º ano
Duração: 90 min.

Unidade Programática: Números Racionais não negativos

Temas / domínios	Conteúdos/ Tópicos matemáticos	Objetivos específicos de Aprendizagem	Tarefas/estratégias	Recursos	Tempo	Avaliação
Números racionais não negativos	- Noção e representação do número racional; - Comparação e ordenação.	Relacionar diferentes representações dos números racionais não negativos; - Comparar e ordenar números racionais representados de diferentes formas tendo como valores de referência de ½ e ¾. - Localizar e posicionar na reta numérica um número racional não negativo, representado nas suas diferentes formas; - Representar informações e ideias matemáticas de diversas formas.	- Abertura das aulas; - Tarefa: "Raid de patrulhas"; - Sumário	- Enunciados da tarefa; - Folhas de registo; - Folhas de papel branco (A4); - Lápis e borracha; - Quadro; - Marcadores.	1 minuto 85minutos 4minutos	- Grelhas de Observação do grupo de trabalho - Indicadores: (Demonstra autonomia, atitudes, interesse, participação, defesa das ideias com objetividade, empenho em concretizar os objetivos propostos, o domínio dos conhecimentos, o cumprimento das normas de funcionamento da sala de aula); - Registos elaborados pelos alunos.

Descrição das Atividades/Estratégias

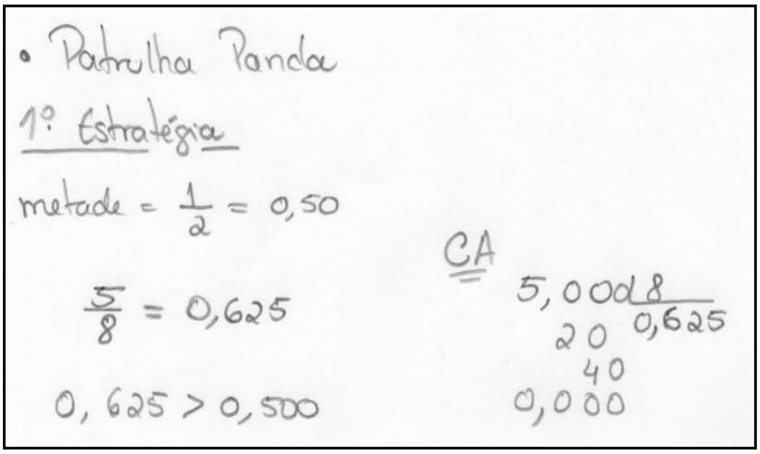
A estagiária inicia a aula escrevendo o número das lições e a data no quadro.

Seguidamente, será realizada a tarefa exploratória “*Raid* de patrulhas”. Continuando, a trabalhar num contexto escutista, os alunos assumem, como grupo de trabalho, as patrulhas já formadas e identificadas, aquando da tarefa exploratória anterior. Para não se perder tempo útil da aula, quando os alunos entram na sala já estão formadas as seis ilhas (carteiras organizadas em grupo) necessárias para a realização da tarefa exploratória. Os alunos sentam-se em patrulha, havendo o cuidado de ninguém ficar de costas para o quadro e de, em cada patrulha, sentar, lado a lado, pares heterogéneos.

Seguidamente, será facultado a cada aluno um enunciado com a primeira parte da tarefa (alínea 1, 1.1 e 1.2), uma folha em branco e uma folha de registo. Para que cada aluno reflita no exercício proposto, é solicitado que cada elemento tente resolver as alíneas sozinho, utilizando a folha em branco, e depois partilhe em patrulha as estratégias elaboradas. Posteriormente, em patrulha é decidida a estratégia a apresentar e todos os elementos registam-na na folha de registos. Será facultado 15 minutos para a realização da primeira parte da tarefa. (Nota: o tempo é uma estimativa, mas poderá ser ajustado). Durante este tempo, a estagiária poderá esclarecer dúvidas e auxiliar os grupos, no entanto, pretende-se que o trabalho seja autónomo, de forma a se perceber o modo como os grupos apresentam a informação e elaboram o seu pensamento matemático. Após o termino do tempo, será realizada uma discussão em turma, a partir das produções dos alunos, sendo estas selecionadas de entre os grupos, pela estagiária, conforme a pertinência das mesmas para a discussão. Desta forma, pretende-se discutir as diferentes estratégias de resolução e as representações a que os alunos chegaram, criando-se momentos de partilha e aprendizagem coletiva.

Para resolver as alíneas os alunos poderão utilizar as seguintes estratégias:

1.1)


• Patrulha Panda

1ª Estratégia

metade $= \frac{1}{2} = 0,50$

$\frac{5}{8} = 0,625$

$0,625 > 0,500$

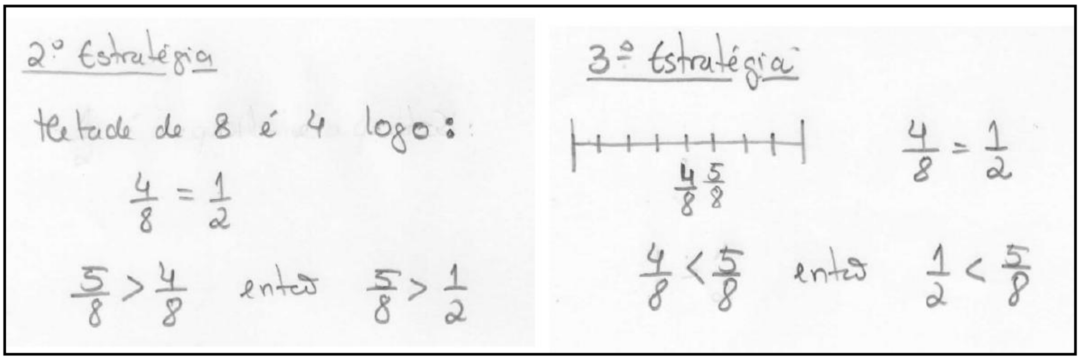
CA

$5,000 \div 8 = 0,625$

20

40

0,000



Para resolver esta alínea os alunos têm que perceber que metade do percurso, corresponde a ½ ou 0,50 ou 50%. Assim, as patrulhas devem utilizar um destes valores para comparar com os valores dados na alínea.

Na primeira estratégia, os alunos poderão calcular o quociente de cada fração, comparando posteriormente os numerais decimais obtidos. Nesta estratégia, a estagiária poderá ter que alertar os alunos para o cálculo correto do algoritmo da divisão e relembrar que só podem comparar os numerais decimais se tiverem o mesmo número de casas decimais.

Na segunda estratégia, a estagiária poderá encaminhar os alunos a perceberem que se comparam uma fração com a metade, então poder utilizar a representação pictórica (uma figura dividida em oito partes iguais, onde se pinta metade) para facilitar a compreensão de que 4/8 é igual a 1/2. Desta forma percebem que se 5/8, considera mais uma parte das oito total, então tem de ser superior à metade. Poderá ser necessário relembrar o significado do numerador e do denominador.

Na terceira estratégia, a estagiária encaminha os alunos a utilizarem a reta numérica e a perceber que podem dividi-la em partes iguais, consoante o número do denominador. Desta forma, assinalam a metade e o número de partes consideradas consoante o numerador.

Para as restantes patrulhas, indicadas na alínea, podem ser utilizadas as mesmas estratégias de resolução. Se as estratégias acima apresentadas não surgirem, a estagiária questiona os alunos sobre outras formas de resolver a questão, de forma a que todas sejam trabalhadas. Os alunos deverão responder à pergunta da alínea 1.1., na folha de registo, escrevendo por exemplo: "As patrulhas Panda e Cobra tinham percorrido mais de metade do caminho."

1.2. Nesta alínea os alunos podem proceder de duas formas:

1) Efetuar o quociente de cada fração, através do algoritmo da divisão, de forma a obter todos os valores em numeral decimal para, posteriormente, conseguir representar cada fração na reta numérica. A estagiária poderá ter que relembrar que para assinalar na reta numérica utilizando-se os valores dados, ou seja, as frações.

2) Dividir a reta consoante o número de partes referidas em cada denominador. Neste processo, a divisão da reta em partes iguais, vai sendo efetuada uma fração de cada vez.

Resolução:

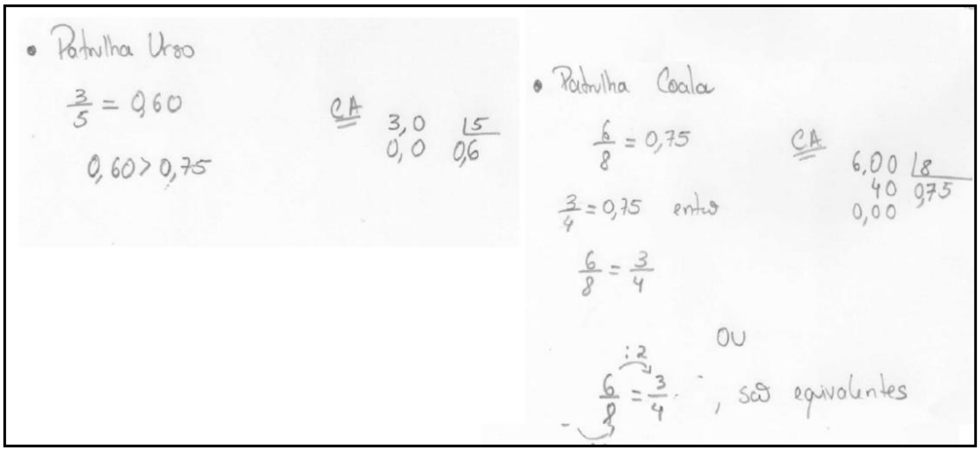
1/6 ; 3/9 ; 4/10 ; 2/4 ; 4/7 ; 5/8 (ordem crescente na reta numérica)

Após a discussão da primeira parte da tarefa, será facultado o enunciado da segunda parte da tarefa (alínea 2, 2.1. e 2.2) e a respetiva folha de registo (apêndice III) a cada aluno. A forma de resolução em patrulha, desta alínea, procede nos mesmos moldes que a anterior, sendo facultado igualmente 15 minutos para a sua realização (Nota: o tempo é uma estimativa, mas poderá ser ajustado). Após o termino do tempo, será novamente realizada uma discussão em turma, a partir das produções dos alunos, sendo estas selecionadas de entre os grupos, pela estagiária, conforme a pertinência das mesmas para a discussão de modo a se apresentar diferentes estratégias de resolução e as representações a que os alunos chegaram.

2.1.

Para resolver esta alínea os alunos têm que perceber que se falta menos de um quarto do percurso para chegar a Ourém, então quer dizer que o chefe da tribo quer saber quais são as patrulhas que já percorreram mais de ¾ do percurso. Assim, as patrulhas devem utilizar o valor 3/4 para comparar com os valores dados na alínea.

Para resolver esta alínea, os alunos poderão utilizar as seguintes estratégias:



Novamente, se todas as soluções acima apresentadas não surgirem, a estagiária pode propor que os alunos encontrem outras formas de representar a informação. Os alunos deverão responder à pergunta da alínea 2.1., na folha de registo, escrevendo por exemplo: "Às patrulhas Raposa e Cobra falta menos de um quarto do caminho para chegar a Ourém."

Na alínea 2.2, os alunos necessitam de perceber que para ordenar as patrulhas, precisam que os valores estejam todas na mesma representação de número racional. Assim, podem utilizar três estratégias diferentes:

a) Utilizar uma representação decimal. Para isso, os alunos podem aproveitar os cálculos já efetuados na alínea anterior ou representar as frações e as percentagens dadas por numerais decimais.

b) Utilizar uma representação em fração decimal, transformando os valores em fração decimal.

c) Utilizar uma representação em percentagem, calculando a percentagem correspondente a cada patrulha.

Resolução:

1º – patrulha Cobra; 2º - patrulha Raposa; 3º - patrulhas Mocho e Coala; 4º - patrulha Panda; 5º - patrulha Urso.

Após da tarefa exploratória, serão efetuados os seguintes registos no caderno diário:

Comparação e ordenação de números racionais

- Dadas duas **frações com o mesmo denominador**, representa um número maior a que tiver o maior numerador.

  Ex: 3/8 < 5/8

- Dadas duas **frações com o mesmo numerador**, representa um número maior a que tiver o menor denominador.

  Ex: 1/6 < 1/2

- Para comparar **frações com numerados e denominadores diferentes**, substituímos essas frações por outras equivalentes com o mesmo denominador.

Nota: Só podemos comparar números racionais representados de diferentes formas, depois de escrevê-los sob a mesma forma, utilizando frações ou numerais decimais.

A aula terminará, escrevendo-se o sumário e o trabalho de casa (exercícios não realizados na aula) no quadro pela estagiária e no caderno diário pelos alunos.

Sumário: Tarefa exploratória "*Raid* de Patrulhas": comparação e ordenação de números racionais.

Tarefa “*Raid* de patrulhas”

As patrulhas da tribo de Caneças foram realizar um *raid* desde o seu campo escutista até à cidade de Ourém.

Campo

Ourém

1) Ao meio-dia, o chefe de tribo encontrou-se com todas as patrulhas. Após o encontro, verificou que cada patrulha, do total do percurso, tinha percorrido as seguintes distâncias:

Nome da patrulha	**Distancia percorrida do total do percurso**
Panda	$\frac{5}{8}$
Raposa	$\frac{4}{9}$
Urso	$\frac{1}{6}$
Mocho	$\frac{4}{10}$
Cobra	$\frac{4}{7}$
Coala	$\frac{2}{4}$

1.1) Ajuda o chefe de tribo a perceber quais as patrulhas que já tinham percorrido mais de metade do caminho?

1.2) Representa a posição de cada patrulha no percurso indicado.

2) Ao final da tarde, o chefe de tribo encontrou-se novamente com todas as patrulhas. Após o encontro com cada uma, o chefe de tribo verificou que cada patrulha, do total do percurso, tinha percorrido as seguintes distâncias:

Nome da patrulha	**Distancia percorrida do total do percurso**
Panda	$0{,}72$
Raposa	$0{,}84$
Urso	$\frac{3}{5}$
Mocho	$75\ \%$
Cobra	$90\ \%$
Coala	$\frac{6}{8}$

2.1) Ajuda o chefe de tribo a perceber quais as patrulhas que falta menos de um quarto do percurso para chegar a Ourém?

2.2) Se as patrulhas continuarem com o mesmo ritmo de caminhada, qual será a ordem de chegada à cidade de Ourém?

Apêndice N – Planificação da 3ª sessão – Lanche em patrulha

Planificação de Matemática

Data: 28-03-2014 – 4ª feira

Docente: Cármen Gama
Estagiária: Cláudia Patrocínio

Público Alvo: 5º ano
Duração: 90 min.

Unidade Programática: Números Racionais não negativos

Temas / domínios	Conteúdos/ Tópicos matemáticos	Objetivos específicos de Aprendizagem	Tarefas/estratégias	Recursos	Tempo	Avaliação
Números racionais não negativos	- Noção e representação do número racional; - Comparação e ordenação.	- Relacionar diferentes representações dos números racionais não negativos; - Reconhecer frações que representam números maiores que a unidades; - Escrever frações impróprias em forma de numeral misto e vice-versa; - Distinguir frações próprias de frações impróprias. - Representar informações e ideias matemáticas de diversas formas.	- Abertura das aulas; - Correção do trabalho de casa. - Tarefa: "*Lanche em patrulha*"; - Registos no caderno diário - Sumário	- Manual de Matemática do 5º ano; - Enunciados da tarefa; - Folhas de registo; - Folhas de papel branco (A4); - Lápis e borracha; - Quadro; - Marcadores.	1 minuto 10minutos 60minutos 18minutos 1minuto	- Grelhas de Observação do grupo de trabalho - Indicadores: (Demonstra autonomia, atitudes, interesse, participação, defesa das ideias com objetividade, empenho em concretizar os objetivos propostos, o domínio dos conhecimentos, o cumprimento das normas de funcionamento da sala de aula); - Registos elaborados pelos alunos.

Descrição das Atividades/Estratégias

A estagiária inicia a aula escrevendo o número das lições e a data no quadro, prosseguindo com a correção e verificação do trabalho de casa.

Correção do trabalho de casa (mat 5 pág. 111, ex.5)

5. O Pedro comeu mais bolo, porque $\frac{3}{4} > \frac{2}{5}$.

Os alunos podem utilizar como estratégia a divisão das frações e obtenção da dízima correspondente.

$\frac{3}{4} = 0{,}75$ $\frac{2}{5} = 0{,}40$ $0{,}75 > 0{,}40$

Ou comparar utilizando uma fração decimal, recorrendo à estratégia de multiplicar o numerador e denominador pelo mesmo número de modo a se obter no denominador 10, 100, 1000, ….

$\frac{3 \times 25}{4 \times 25} = \frac{75}{100}$ $\frac{2 \times 20}{5 \times 20} = \frac{40}{100}$ $\frac{75}{100} > \frac{40}{100}$

Seguidamente, será realizada a tarefa exploratória “Lanche em patrulha”. Continuando, a trabalhar num contexto escutista, os alunos assumem, como grupo de trabalho, as patrulhas já formadas e identificadas. Para não se perder tempo útil da aula, quando os alunos entram na sala já estão formadas as seis ilhas (carteiras organizadas em grupo) necessárias para a realização da tarefa exploratória. Os alunos sentam-se em patrulha, havendo o cuidado de ninguém ficar de costas para o quadro e de, em cada patrulha, sentar, lado a lado, pares heterogéneos.

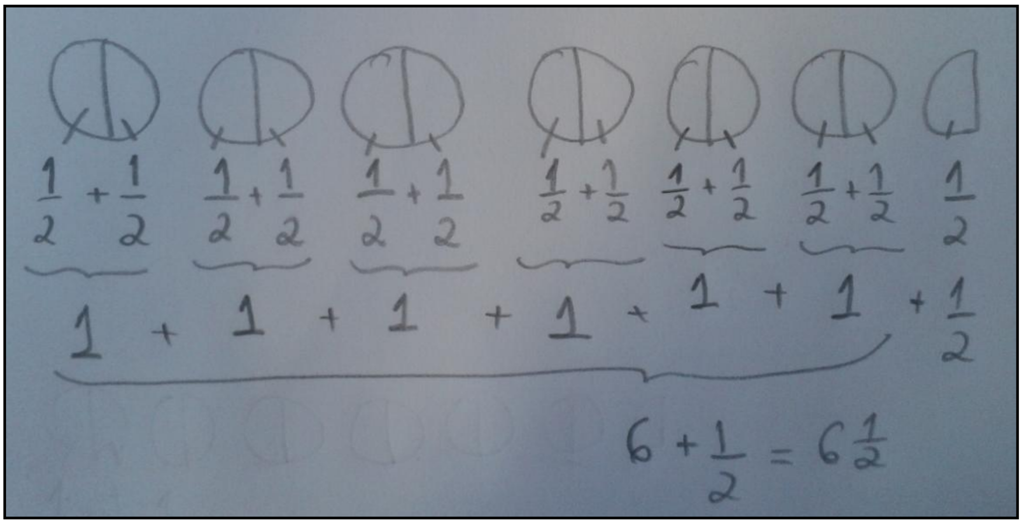
Depois, será facultado a cada aluno um enunciado com a tarefa, uma folha em branco e uma folha de registo. Para que cada aluno reflita no exercício proposto, é solicitado que cada elemento tente resolver as alíneas sozinho, utilizando a folha em branco, e depois partilhe em patrulha as estratégias elaboradas. Posteriormente, em patrulha é decidida a estratégia a apresentar e todos os elementos registam-na na folha de registos. Será facultado 20 minutos para a realização da tarefa. (Nota: o tempo é uma estimativa, mas poderá ser ajustado). Durante este tempo, a estagiária poderá esclarecer dúvidas e auxiliar os grupos, no entanto, pretende-se que o trabalho seja autónomo, de forma a se perceber o modo como os grupos apresentam a informação e elaboram o seu pensamento matemático. Após o termino do tempo, será realizada uma discussão em turma, a partir das produções dos alunos, sendo estas selecionadas de entre os grupos, pela estagiária, conforme a pertinência das mesmas para a discussão. Desta forma, pretende-se discutir as diferentes estratégias de resolução e as representações a que os alunos chegaram, criando-se momentos de partilha e aprendizagem coletiva.

Resolução da tarefa:

1.1) Para resolver esta alínea, os alunos têm de perceber que a unidade corresponde a uma laranja e que, neste caso, temos mais que uma unidade pois existem seis laranjas e meia. Segundo, têm que dividir a unidade em partes iguais (denominador), sendo intuitivo a divisão em duas partes iguais (Poderão surgir outras divisões como em quatro partes iguais, cujo raciocínio também deve ser equacionado). Terceiro, têm de perceber quantas metades (numerador) de laranja possuem se a dividiram ao meio.

Assim, Os alunos podem utilizar quadro representações para responder à questão.

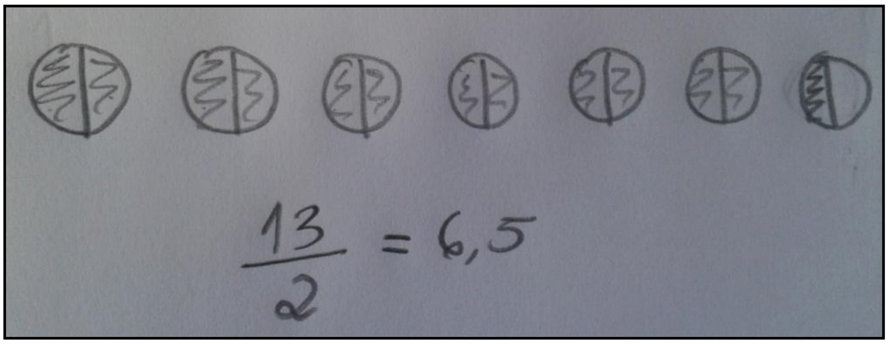
I – Os alunos podem já ter sido familiarizados com o numeral misto e utilizar a sua representação para responder à questão: $6\,\frac{1}{2}$ **.**



II – Utilizar a fração 13/2

III – Utilizar o numeral decimal 6,5. Podem ser encaminhados para esta representação através da divisão da fração, utilizando-se o algoritmo da divisão.

IV – Utilizar uma representação pictórica

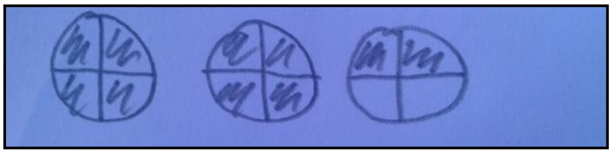


Caso não surjam todas as estratégias acima apresentadas, a estagiária deve encaminhar os alunos para as mesmas, questionando os alunos sobre outras formas de resolver a questão, de forma a que todas sejam trabalhadas. Os alunos deverão responder à pergunta da alínea 1.1., na folha de registo, escrevendo por exemplo: "Na lancheira, havia $6\frac{1}{2}$ de laranjas."

Nesta alínea, a estagiária deverá introduzir a noção de fração própria e imprópria e explicar que as frações impróprias podem obter-se através da soma de um número inteiro com uma fração própria e serem representadas na forma de numeral misto. Também, será evidenciado a fração representativa da unidade de forma a se chegar ao número inteiro no numeral misto e a operação $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$.

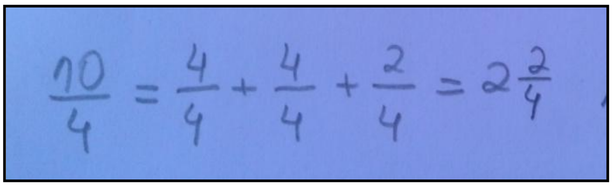
1.2.) Nesta alínea os alunos podem proceder de várias formas:

I – Representação pictórica da fração 10/4



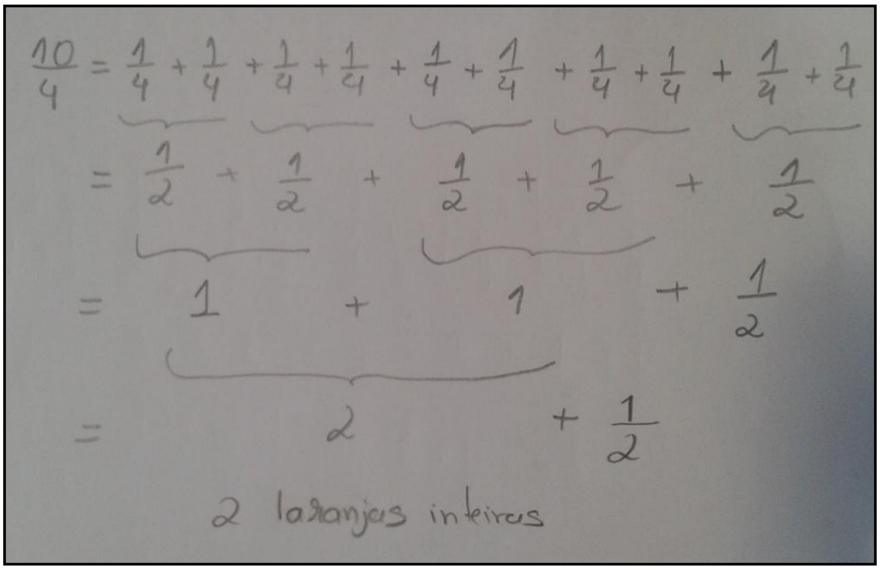
2 laranjas inteiras

II – Representação formal, que pode surgir da representação pictórica

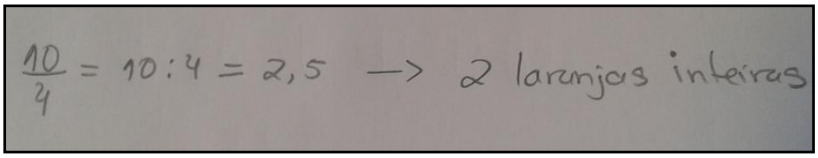


2 laranjas inteiras

III – Outra representação formal, que pode surgir da representação pictórica



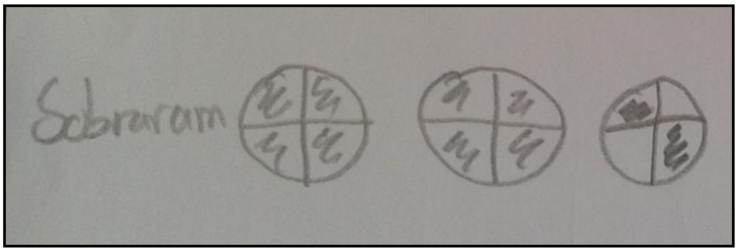
IV – Representação da dizima da fração – algoritmo da divisão



Caso não surjam todas as estratégias acima apresentadas, a estagiária deve encaminhar os alunos para as mesmas, questionando os alunos sobre outras formas de resolver a questão, de forma a que todas sejam trabalhadas. Os alunos deverão responder à pergunta da alínea 1.2., na folha de registo, escrevendo por exemplo: "Sobraram duas laranjas inteiras."

Nesta alínea, a estagiária deverá continuar a estimular a utilização dos conceitos introduzidos na alínea anterior (fração imprópria e numeral misto). As operações surgem de forma indutiva. Também, será evidenciado a fração representativa da unidade de forma a se chegar ao número inteiro no numeral misto e a operação $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$.

1.3)



Nesta alínea os alunos são levados a representar pictoricamente uma fração imprópria. Nesta alínea deverá ser explorado a conversão de uma fração imprópria para um numeral misto e vice-versa.

Síntese (Registos no quadro)

Frações próprias e frações impróprias

Chamam-se **frações próprias** às frações que representam um número menor que 1. O numerador é menor que o denominador. (N<D)

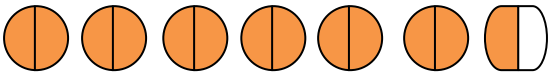
Ex: ½

As frações que representam um número maior que 1, denominam-se de **frações impróprias**. Neste caso, o numerador é maior que o denominador. (N>D)

Ex: 9/4

- Todas as frações impróprias podem ser obtidas através da soma de um número inteiro com uma fração própria e serem representadas por um **numeral misto** (representação simplificada da soma, omitindo-se o sinal de adição).

Ex: $6\,\frac{1}{2}$



A aula terminará, escrevendo-se o sumário e o trabalho de casa (mat. 5, pág. 113, ex.3) no quadro pela estagiária e no caderno diário pelos alunos.

Sumário: Correção do trabalho de casa

Tarefa exploratória “Lanche em Patrulhas”: frações próprias e impróprias; representação em numeral misto.

Enunciado da tarefa

Tarefa: “*Lanche em patrulha*”

1. **1.1)** Quando a patrulha Serpente foi lanchar havia na lancheira do grupo, seis laranjas e meia. Representa de diversas formas o número de laranjas que havia na lancheira.

1.2.) Quando terminaram de lanchar ficaram na lancheira $\frac{10}{4}$ de laranjas. Quantas laranjas inteiras sobraram? Descreve o processo que utilizaste para responder à questão. Podes fazê-lo utilizando palavras, desenhos, esquemas ou cálculos.

1.3.) Desenha uma figura que represente quantas laranjas sobraram.

Folhas de registo

Tarefa “*Lanche em patrulha*”

1) 1.1)

R:____

1.2)

R:____

1.3)

Apêndice O – Planificação da 4ª sessão – Teatro de sombras

Planificação de Matemática **Data:** 02-04-2014 – 4ª feira

Docente: Cármen Gama **Público Alvo:** 5º ano
Estagiária: Cláudia Patrocínio **Duração:** 90 min.

Unidade Programática: Números Racionais não negativos						
Temas / domínios	**Conteúdos/ Tópicos matemáticos**	**Objetivos específicos de Aprendizagem**	**Tarefas/estratégias**	**Recursos**	**Tempo**	**Avaliação**
Números racionais não negativos	- Noção e representação do número racional; - Comparação e ordenação.	- Relacionar diferentes representações dos números racionais não negativos; - Identificar e explorar as relações existentes entre frações equivalentes; - Explorar relações fracionárias entre as diferentes peças do tangram comparando diferentes peças com a unidade, o tangram; - Reconstrução da unidade de referência; - Representar informações e ideias matemáticas de diversas formas.	- Abertura das aulas; - Correção do trabalho de casa. - Tarefa: "*Teatro de sombras*"; - Sumário	- Manual de Matemática do 5º ano; - Enunciados da tarefa; - Folhas de registo; - Folhas de papel branco (A4); - Lápis e borracha; - Quadro; - Marcadores.	1 minuto 10minutos 78minutos 1minuto	- Grelhas de Observação do grupo de trabalho - Indicadores: (Demonstra autonomia, atitudes, interesse, participação, defesa das ideias com objetividade, empenho em concretizar os objetivos propostos, o domínio dos conhecimentos, o cumprimento das normas de funcionamento da sala de aula); - Registos elaborados pelos alunos.

Descrição das Atividades/Estratégias

A estagiária inicia a aula escrevendo o número das lições e a data no quadro, prosseguindo com a correção e verificação do trabalho de casa.

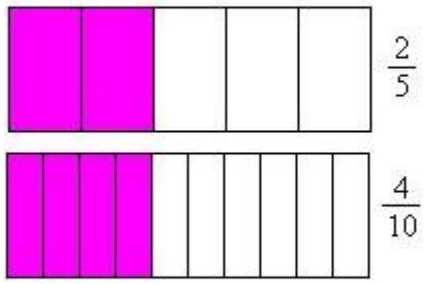
Correção do trabalho de casa (Ainda não foi marcado)

Seguidamente, será realizada a tarefa exploratória "Teatro de Sombras". Continuando, a trabalhar num contexto escutista, os alunos assumem, como grupo de trabalho, as patrulhas já formadas e identificadas. Para não se perder tempo útil da aula, quando os alunos entram na sala já estão formadas as seis ilhas (carteiras organizadas em grupo) necessárias para a realização da tarefa exploratória. Os alunos sentam-se em patrulha, havendo o cuidado de ninguém ficar de costas para o quadro e de, em cada patrulha, sentar, lado a lado, pares heterogéneos.

Depois, será facultado a cada aluno um enunciado com a tarefa, uma folha em branco, uma folha de registo e um tangram em papel. Para que cada aluno reflita no exercício proposto, é solicitado que cada elemento tente resolver as alíneas sozinho, utilizando a folha em branco, e depois partilhe em patrulha as estratégias elaboradas. Posteriormente, em patrulha é decidida a estratégia a apresentar e todos os elementos registam-na na folha de registos. Será facultado 20 minutos (10+10) para a realização da tarefa (Nota: o tempo é uma estimativa, mas poderá ser ajustado). Durante este tempo, a estagiária poderá esclarecer dúvidas e auxiliar os grupos, no entanto, pretende-se que o trabalho seja autónomo, de forma a se perceber o modo como os grupos apresentam a informação e elaboram o seu pensamento matemático. Após o termino do tempo, será realizada uma discussão em turma, a partir das produções dos alunos, sendo estas selecionadas de entre os grupos, pela estagiária, conforme a pertinência das mesmas para a discussão. Desta forma, pretende-se discutir as diferentes estratégias de resolução e as representações a que os alunos chegaram, criando-se momentos de partilha e aprendizagem coletiva.

Resolução da tarefa:

1) Os alunos poderão não saber o que são frações equivalentes. Desta forma, caso os restantes colegas não saibam esclarecer a dúvida, a estagiária irá explicar, dizendo que são frações que representam o mesmo número (dízima). Para facilitar a compreensão poder-se-á dar um exemplo, recorrendo a uma tablete de chocolate:

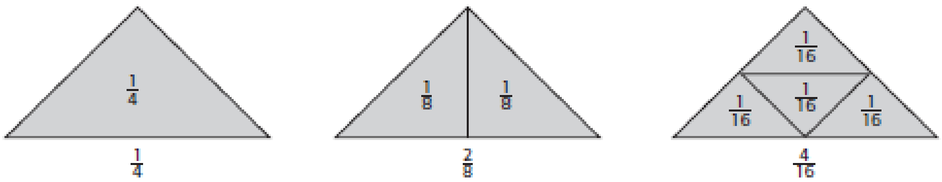


Para resolver as seguintes alíneas, os alunos, também, têm de perceber que a totalidade da área do tangram representa a sua unidade.

1.1) Para resolver esta alínea, os alunos têm de perceber que parte do tangram corresponde a ¼, selecionando, por exemplo, o polígono correspondente. De seguida, poderão sobrepor outras peças mais pequenas para averiguar quais preenchem a mesma área. Posteriormente, têm de perceber a que parte do tangram essas partes mais pequenas correspondem. Em vez de sobrepor, os alunos poderão dividir o polígono correspondente a ¼ em partes iguais e, posteriormente, perceber a que partes do tangram correspondem.

Os alunos podem etiquetar as várias partes do tan

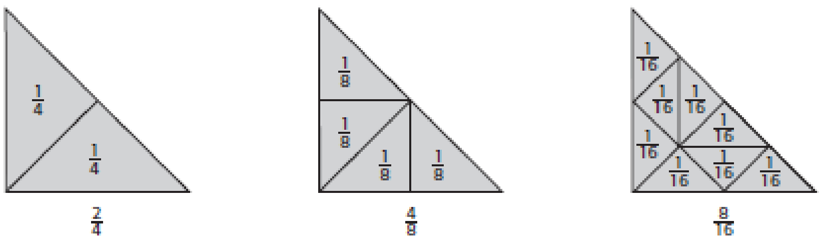
Exemplo:



1.2) Para resolver esta alínea, os alunos têm de perceber que parte do tangram corresponde a ½ , selecionando, por exemplo, os polígonos correspondentes. De seguida, poderão sobrepor outras peças mais pequenas para averiguar quais preenchem a mesma área. Posteriormente, têm de perceber a que parte do tangram essas partes mais pequenas correspondem.

Em vez de sobrepor, os alunos poderão dividir os polígonos correspondentes a ½ em partes iguais e, posteriormente, perceber a que partes do tangram correspondem.

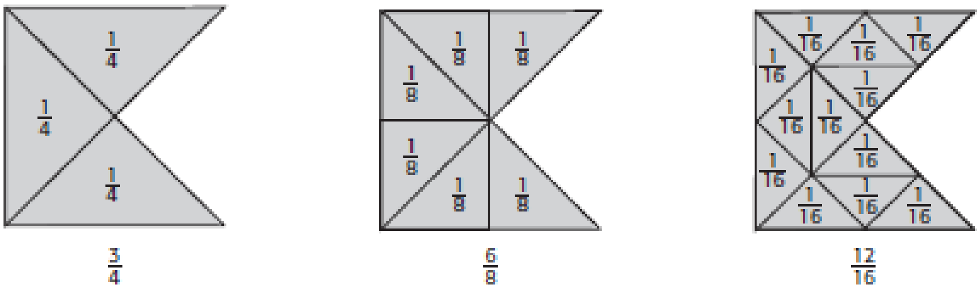
Exemplo:



1.3) Para resolver esta alínea, os alunos têm de perceber que parte do tangram corresponde a ¾ , selecionando, por exemplo, os polígonos correspondentes. De seguida, poderão sobrepor outras peças mais pequenas para averiguar quais preenchem a mesma área. Posteriormente, têm de perceber a que parte do tangram essas partes mais pequenas correspondem.

Em vez de sobrepor, os alunos poderão dividir os polígonos correspondentes a ¾ em partes iguais e, posteriormente, perceber a que partes do tangram correspondem.

Exemplo:



Nestas alíneas, caso não surjam todas as resoluções acima apresentadas, a estagiária deve encaminhar os alunos para as mesmas, questionando os alunos sobre outras formas de resolver a questão, de forma a que todas sejam trabalhadas. Nestas alíneas, a estagiária deverá introduzir a noção de fração equivalente e explicar como se pode obter a mesma: multiplicando ou dividindo os termos da fração pelo mesmo número natural. A operação da adição surge intuitivamente.

2) Desta vez, a unidade de referência é diferente consoante a informação fornecida em cada alínea. Esta situação deve ser evidenciada aos alunos na discussão.

2.1) Nesta alínea são aceites três respostas: o polígono amarelo, o azul e o cor-de-rosa. Caso não surjam todas as possibilidades, a estagiária deve encaminhar os alunos para as mesmas, questionando os alunos sobre outras formas de resolver a questão. Os alunos poderão utilizar o tangram em papel e sobrepor as peças ou dividir em partes iguais as peças do tangram, para perceberem qual representa a unidade.

2.2) Nesta alínea são aceites duas respostas: o polígono amarelo-torrado e o verde. Caso não surjam todas as possibilidades, a estagiária deve encaminhar os alunos para as mesmas, questionando os alunos sobre outras formas de resolver a questão. Os alunos poderão utilizar o tangram em papel e sobrepor as peças ou dividir em partes iguais as peças do tangram, para perceberem qual representa a unidade.

2.3) Nesta alínea os alunos deverão perceber que o polígono verde representa duas unidades. Desta forma, poderão utilizar o tangram em papel e sobrepor as peças para perceberem qual representa a unidade.

A aula terminará, escrevendo-se o sumário e o trabalho de casa (mat. 5, pág. 115, ex.1 e 2) no quadro pela estagiária e no caderno diário pelos alunos.

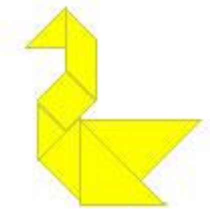
Sumário: Correção do trabalho de casa

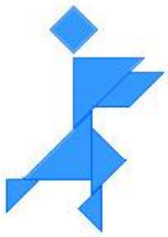
Tarefa exploratória “Teatro de Sombras”: frações equivalentes e unidade de referência.

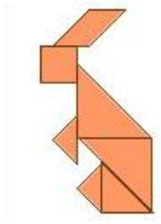
Enunciado da tarefa

Tarefa: "*Teatro de Sombras*"

Numa velada, as patrulhas da tribo da Ramada vão realizar um teatro de sombras. As sombras serão construídas com as peças do tangram.







Para ganharem material para a tarefa, as patrulhas terão de resolver enigmas matemáticos, utilizando as peças do tangram. Ajuda as patrulhas a descobrirem os seguintes enigmas:

1) Com a ajuda do tangram, descobre frações equivalentes a:

1.1) $\frac{1}{4}$

1.2) $\frac{1}{2}$

1.3) $\frac{3}{4}$

2) Observa a seguinte figura formada com as peças do tangram:

2.1) Se o polígono vermelho representar um meio, qual é o polígono que representa a unidade? Justifica.

2.2) Se o polígono roxo representar um quarto, qual é o polígono que representa a unidade? Justifica.

2.3) Se o polígono cor-de-rosa representar a unidade, o que representa o polígono verde? Justifica.

Folhas de registo

Tarefa "*Teatro de Sombras*"

2) 1.1)

1.2)

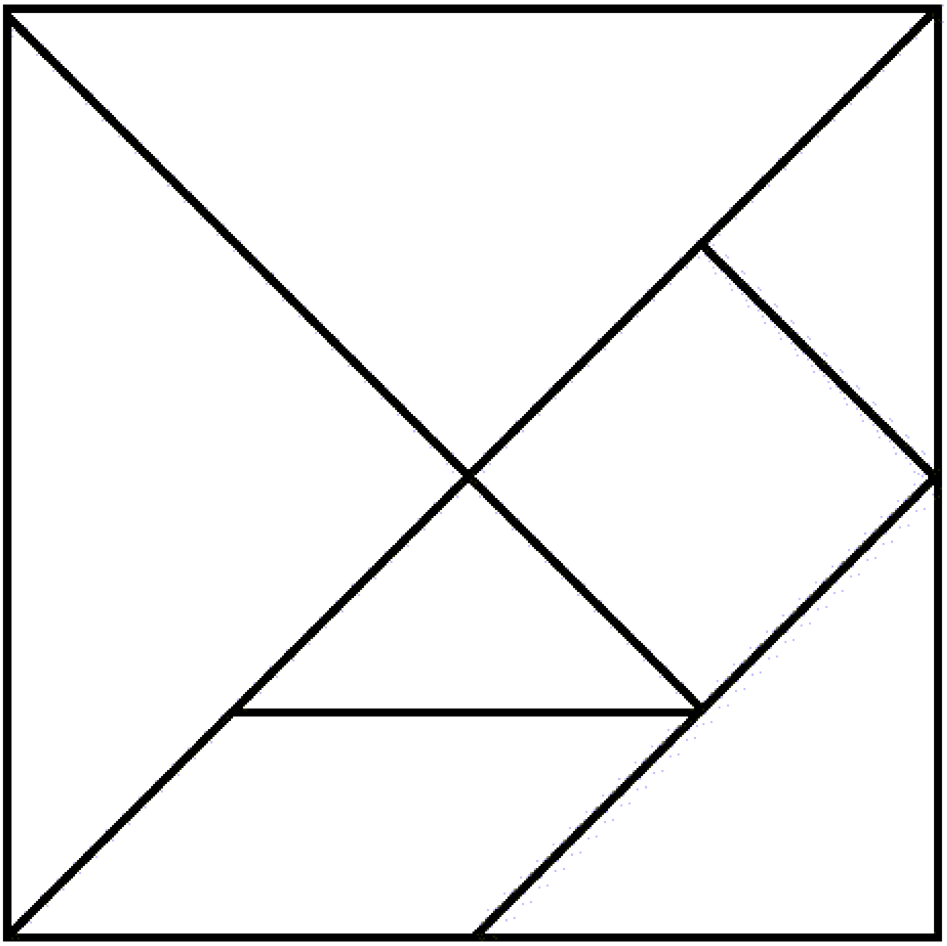
1.3)

3) 2.1)

2.2)

2.3)

Tangram



Apêndice P – Planificação da 5ª sessão – Ida ao supermercado

Planificação de Matemática

Data: 02-05-2014 – 6ª feira

Docente: Cármen Gama

Estagiária: Cláudia Patrocínio

Público Alvo: 5º ano

Duração: 90 min.

Unidade Programática: Números Racionais não negativos

Temas / domínios	Conteúdos/ Tópicos matemáticos	Objetivos específicos de Aprendizagem	Tarefas/estratégias	Recursos	Tempo	Avaliação
Números racionais não negativos	- Noção e representação do número racional; - Comparação e ordenação.	- Resolução de problemas onde a fração surge como operador em contexto discreto; - Introdução da operação da multiplicação com números racionais; - Definir o produto de um número natural por uma fração; - Representar informações e ideias matemáticas de diversas formas.	- Abertura das aulas; - Correção do trabalho de casa; - Tarefa: "Ida ao supermercado" - Registos - Sumário	- Manual de Matemática do 5º ano; - Lápis e borracha; - Enunciados da tarefa; - Folhas de papel branco (A4); - Quadro; - Marcadores.	8minutos 70minutos 7minutos 5minutos	- Grelhas de Observação do grupo de trabalho: Indicadores: (Demonstra autonomia, atitudes, interesse, participação, defesa das ideias com objetividade, empenho em concretizar os objetivos propostos, o domínio dos conhecimentos, o cumprimento das normas de funcionamento da sala de aula); - Registos elaborados pelos alunos.

Descrição das Atividades/Estratégias

A estagiária inicia a aula escrevendo o número das lições e a data no quadro. Seguidamente, passando por todos os alunos, procede-se à verificação da realização dos trabalhos de casa e, posteriormente, a correção dos mesmos no quadro. Os alunos acompanham a correção, sendo a mesma realizada através das suas respostas e justificações.

Correção do trabalho de casa (não apresento, pois ainda não sei qual é)

Seguidamente, será realizada a tarefa exploratória "Ida ao supermercado". Continuando, a trabalhar num contexto escutista, os alunos assumem, como grupo de trabalho, as patrulhas já formadas e identificadas. Para não se perder tempo útil da aula, quando os alunos entram na sala já estão formadas as seis ilhas (carteiras organizadas em grupo) necessárias para a realização da tarefa exploratória. Os alunos sentam-se em patrulha, havendo o cuidado de ninguém ficar de costas para o quadro e de, em cada patrulha, sentar, lado a lado, pares heterogéneos.

Depois, será facultado a cada aluno um enunciado com a tarefa, uma folha em branco e uma folha de registo. A tarefa será realizada em duas partes, sendo a primeira parte referente à primeira alínea (1.1) e a segunda parte à segunda alínea (1.2).

1º Parte:

Para que cada aluno reflita no exercício proposto, é solicitado que cada elemento tente resolver a alínea sozinho, utilizando a folha em branco, e depois partilhe, em patrulha, as estratégias elaboradas. Posteriormente, em patrulha é decidida a estratégia a apresentar e todos os elementos registam-na na folha de registos. Será facultado 15 minutos para a realização da alínea (Nota: o tempo é uma estimativa, mas poderá ser ajustado). Durante este tempo, a estagiária poderá esclarecer dúvidas e auxiliar os grupos, no entanto, pretende-se que o trabalho seja autónomo, de forma a se perceber o modo como os grupos apresentam a informação e elaboram o seu pensamento matemático. Após o termino do tempo, será realizada uma discussão em turma, a partir das produções dos alunos, sendo estas selecionadas de entre os grupos, pela estagiária, conforme a pertinência das mesmas para a discussão. Desta forma, pretende-se discutir as diferentes estratégias de resolução e as representações a que os alunos chegaram, criando-se momentos de partilha e aprendizagem coletiva.

Resolução da alínea 1.1 - Os alunos podem utilizar as seguintes estratégias para responder à questão:

I – Utilizar a adição sucessiva:

1º Resolução

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=\frac{7}{2}$

(Adição sucessiva)

II – Utilizar a representação de numeral misto

2º Resolução

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=$

$=\frac{2}{2}+\frac{2}{2}+\frac{2}{2}+\frac{1}{2}=$

$=1+1+1+\frac{1}{2}=3\frac{1}{2}$

III – Utilizar a representação de numeral decimal

3º Resolução

$0,5+0,5+0,5+0,5+0,5+0,5+0,5$

$1+1+1+0,5=3,5$

IV – Utilizar a representação de numeral misto e depois efetuar a operação da adição, reduzindo ao mesmo denominador.

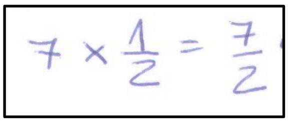
4º Resolução

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=$

$1+1+1+\frac{1}{2}=3\frac{1}{2}=3+\frac{1}{2}=\underset{(\cdot 2)}{3}+\frac{1}{2}$

$=\frac{6}{2}+\frac{1}{2}=\frac{7}{2}$

V – Utilizar a operação da multiplicação.



Caso não surjam todas as estratégias acima apresentadas, a estagiária deve encaminhar os alunos pelo menos para as resoluções I, II e V, questionando os alunos sobre outras formas de resolver a questão ou outras formas de representação da informação. Os alunos deverão responder à pergunta da alínea 1.1., na folha de registo, escrevendo por exemplo: "A patrulha dos Golfinhos tem de comprar $\frac{7}{2}$ de sumo de laranja."

Nesta alínea, a estagiária deverá introduzir a multiplicação utilizando a expressão:

$$\text{n x} \frac{a}{b} = \frac{a}{b} \text{ x n} = \frac{n\ x\ a}{b}$$

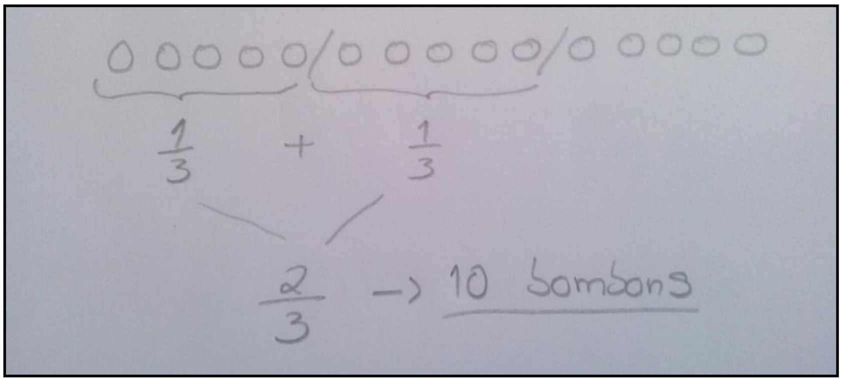
Desta forma, a propriedade comutativa da multiplicação poderá ser recordada.

2º Parte

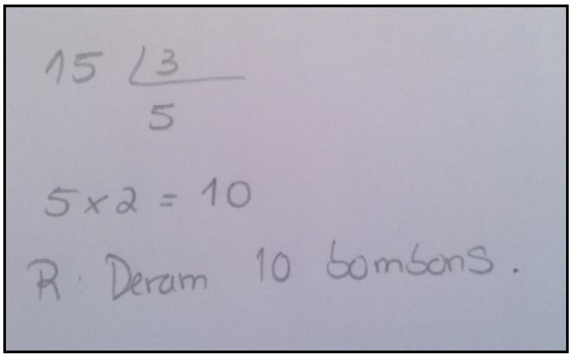
O mesmo processo será efetuado para a alínea 1.2., sendo facultado igualmente 15 minutos para a resolução da tarefa.

Resolução da alínea 1.2 - Os alunos podem utilizar as seguintes estratégias para responder à questão:

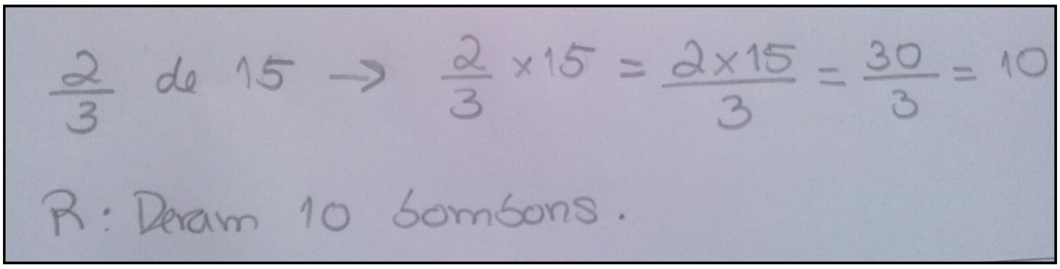
I – Representação pictórica dos rebuçados



II – Representação formal



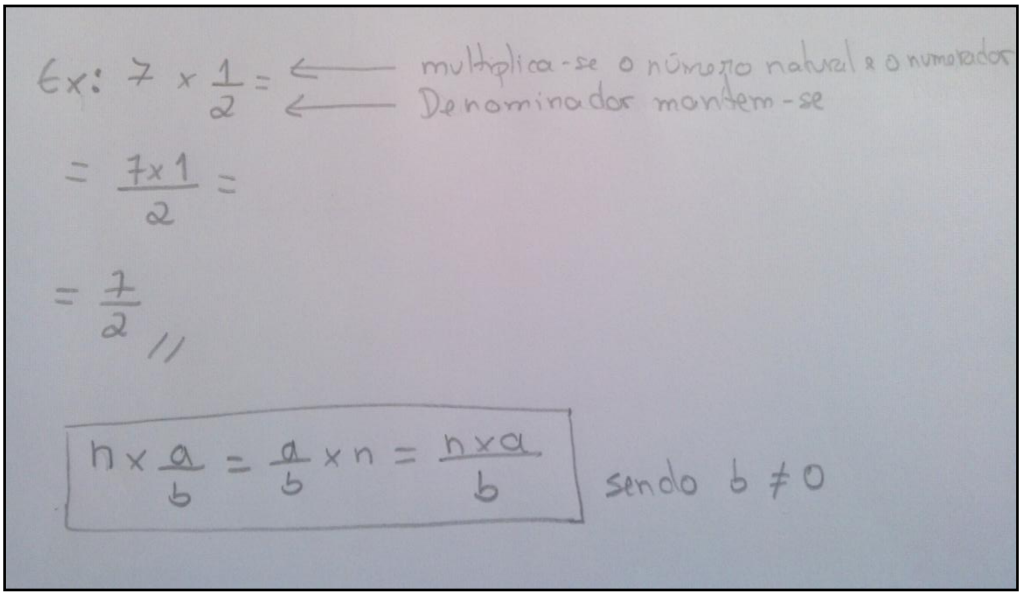
III – Representação formal, utilizando a multiplicação (fração como operador)



Caso não surjam todas as estratégias acima apresentadas, a estagiária deve encaminhar os alunos pelo menos para a resolução I e III, de forma a que a multiplicação seja trabalhada assim como o significado de fração como operador. Os alunos deverão responder à pergunta da alínea 1.2., na folha de registo, escrevendo por exemplo: "A patrulha Golfinho deu 10 bombons."

Síntese (Registos no quadro)

Produto de um número natural por uma fração



A aula terminará com a escrita do sumário e do trabalho de casa (mat5 pág. 126, ex. 1) no quadro pela estagiária e no caderno diário pelos alunos.

Sumário: Correção do trabalho de casa

Tarefa exploratória “Ida ao supermercado”: produto de um número natural por uma fração.

Tarefa: "*Ida ao supermercado*"

1) A patrulha dos Golfinhos preparava-se para acampar durante uma semana e foi ao supermercado comprar os mantimentos que necessitava.

1.1) A patrulha sabe que bebe $\frac{1}{2}$ de sumo de laranja por dia. Que quantidade de sumo de laranja precisa de comprar para uma semana? Justifica.

Descreve o processo que utilizaste para responder à questão. Podes fazê-lo utilizando palavras, desenhos, esquemas ou cálculos.

1.2) No supermercado a patrulha comprou um saco com 15 bombons. Ao chegar ao campo deu $\frac{2}{3}$ desses bombons, à patrulha das Águias. Quantos rebuçados deu a patrulha dos Golfinhos à patrulha das Águias?

Descreve o processo que utilizaste para responder à questão. Podes fazê-lo utilizando palavras, desenhos, esquemas ou cálculos.

Tarefa "*Ida ao supermercado*"

1) 1.1)

R:____

1.2)

R:____