日米の子どもの算数問題解決の比較と支援

─ 情報処理アプローチ ─

多　鹿　秀　継

Support for Children's Mathematical Problem Solving in Japan and the United States:An Information-Processing Approach

Hidetsugu TAJIKA

要　旨

本論文の目的は，日米の子どもの算数問題解決とその支援のありかたを，情報処理アプローチの視点から明確にしたものである。即ち，情報処理アプローチによる日米の小学５年生の算数問題解決の比較研究，並びに日米の中学１年生の数学の教科書の分析結果に基づいて，日米の子どもの算数問題解決の特徴と算数問題解決の支援の方策を明示することを目的とする。この目的を達成するために，２つの研究において日米の小学５年生の算数問題解決を比較し，日本の子どもが米国の子どもに比べて，全体としては文章題解決も計算問題の解決も優位な結果を示した。しかしながら，文章題と計算の両タイプの問題解決の結果をそれぞれの国において相対比較したとき，日本の子どもは文章題解決が相対的に弱いことが明確となった。また，日本の数学の教科書は，米国に比べて，例題の説明が適切でかつ問題解決に関連する図表が表示されていることがわかった。これらの成果を踏まえ，教授の四面体モデル（学習者，教材，教授，及び評価）に従って，子どもの算数・数学の支援のあり方，更には多文化の子どもの算数・数学の支援のあり方を吟味した。

キーワード：日米の算数問題解決，子ども，教科書，四面体モデル

1　本論文の目的

本研究は，日米の子どもの算数問題解決とその支援のありかたを，情報処理アプローチの視点から明確にしたものである。即ち，情報処理アプローチによる日米の小学５年生の算数問題解決の比較研究，並びに日米の中学１年生の数学の教科書の分析結果に基づいて，日米の子どもの算数問題解決の特徴と算数問題解決の支援の方策を明示することを目的とする。

このような本研究の目的への接近法（アプローチ）として，心理学のサイドからは，情報処理アプローチと状況学習アプローチを要請することができる。認知心理学における情報処理アプローチでは，子どもの算数問題解決過程の分析に焦点を当て，日米の子どもの問題解決過程における知識

の構成を重視するものである。他方，状況学習アプローチでは，子どもを取り巻く文化や社会による算数学習への影響を分析することで，異文化を背景とした子どもの算数学習の水準における位置づけを明確にし，算数学習の水準の差異を文化や社会におけるコミュニティの差異に還元するものである。本研究では，上述したように，情報処理アプローチによる日米の子どもの算数・数学の問題解決過程を分析し，併せて日米の1中学年生の数学の教科書の比較分析を行った。

また，本研究の第2の目的として，多文化を背景とした子どもの算数問題解決の支援の方策を明示することが含まれる。本研究において言及する多文化の子どもとは，例えば日米比較に見られる米国の子どもに例をみるように，他の国から米国に移住して英語を学習する子どもであり，日本ではブラジルから日本に来て日本語を学習する子どもを意味する。このような多文化を背景とする子どもの算数学習は，単一の文化のもとで生まれ育った子どもの算数学習に比べて，それぞれの国の小学校において，必ずしも十全の成果を収めているとは言い難い（例えば，Moreno, 2010）。本研究では，日米の算数問題解決の分析結果や教科書の比較結果を通して，多文化の子どもの算数問題解決の支援のモデルとして，本来は記憶研究のモデルである四面体モデル（Jenkins, 1979）を紹介し，四面体の各変数並びに変数間の相互作用を重視した支援の方策を提示しよう。

2　算数問題解決の日米の比較研究

この節では，筆者が研究に直接的にかかわった算数問題解決並びに数学の教科書分析の日米比較研究の結果を示す。

2-1　算数問題解決の過程

認知心理学における情報処理アプローチに従って算数文章題解決過程の解明を試みる場合，1つの方法として，解決過程を構成している各下位過程の特徴を各下位過程で使用する知識とのかかわりの観点から説明することがある。通常，算数文章題の解決過程は，文章題を理解する過程と解く過程に区分され，一般に，前者は文章題解決における理解過程と呼ばれ，後者は文章題解決における解決過程と呼ばれる（Hinsley, Hayes, & Simon, 1977; Mayer, 1982; Paige & Simon, 1966; 多鹿 , 1996）。算数文章題の理解過程とは，一文ずつの文章で表記された算数問題の意味内容を理解することであり，かつ文間の関係を理解することからなる。他方，算数文章題の解決過程とは，理解した内容に即して立式を構成し，構成した式を計算することからなる。算数文章題解決は，このように文章題の理解過程と解決過程に区分される。

算数文章題解決過程を上記のように理解過程と解決過程に区分したとき，理解過程と解決過程での営みは，各過程において利用される知識の種類によって，それぞれ更にいくつかの下位過程に区分することが可能である（例えば，Bransford & Stein, 1984; Lewis, 1989; Mayer, 1985; Mayer, Larkin, & Kadane, 1984; Polya, 1945; 多鹿 , 1996）。例えば，Polya（1945）は，算数問題解決過程を問題の理解から，計画の立案，計画の実行，及び振り返りまでの4段階に区分している。また，Bransford & Stein（1984）は，問題解決過程の下位過程を区分するとき，問題を発見すること（Identify），問題を定義すること（Define），さまざまな方略を探すこと（Explore），計画を実行すること（Act），及び結果を検討すること（Look）の5段階に分類した。

更に，Mayer（1985）は，問題解決の各下位過程で利用される様々な知識の種類から，問題理解の変換過程，問題理解の統合過程，問題解決のプラン化過程，及び問題解決の実行過程の4つの下位過程を区分し，算数文章題の解決過程を使用する知識との関連に従って提案した。

算数文章題の理解過程を構成する2つの下位過程のうち，まず問題理解の変換過程は，問題文として提示された各文を，言語的知識や概念的知識を使って問題文を理解する。言語的知識とは，記

述されている文章題の文章の読みに関係する知識である。概念的知識とは，例えば 100 cmが 1 mであることを散っているような知識である。また，理解過程の下位過程である問題理解の統合過程では，変換過程において理解された問題文を，スキーマに貯蔵している論理数学的な知識を使って，単に言語的な意味内容の理解に留まらず，何を求めているのか，どのような問題タイプであるのかといった，算数・数学的な理解を深める。論理数学的な知識とは，学習者が授業を通して経験的に営々と築いてきた算数・数学に関する知識といえる。

また，算数文章題の解決過程を構成する 2 つの下位過程のなかで，問題解決のプラン化過程は解決のためのプランや方略をたてるための知識を必要とする。どのような問題タイプであり，何を求めるのかが理解できることで，どのような立式を立てるかのプランが形成される。また，問題解決の実行過程は実際に計算するためのアルゴリズムの知識である手続き的知識を必要とする。プラン化過程において立式が構成されると，構成された式を解くことが求められる。

このように，算数文章題の理解過程を構成する 2 つの下位過程で必要とされる知識は，一般に宣言的知識と呼ばれる。また，算数文章題の解決過程を構成する 2 つの下位過程で必要とされる知識は，プラン化過程が宣言的知識とメタ認知的な知識とを複合した知識であり，実行過程では手続き的知識と呼ばれる知識である。以下では，本研究が依拠する Mayer（1985）の 4 種の問題解決過程の特徴と，各下位過程で使用される知識の特徴を説明しよう。

2-1-1　問題理解の変換過程　問題理解の変換過程とは，与えられた問題文から文単位に個々の内容を理解する過程である。変換過程では，一文毎に表現されている内容を理解しなければならない。それ故，Mayer らも述べるように，変換過程では既述のように算数の事実の知識（例えば，1 ha が 100 a であることや，1 mが 100 cm であること）や文を読解するための言語知識を必要とする。算数世界の基本的事実に関する事実的知識や文章の構文規則に関する言語的知識は，記述されている文章の読解にとって必要不可欠である。これらの知識は，所与の文章題を構成している文毎に，文内容を変えずに記述されている内容を他の分野数式で表現したり，問題文が表現している求答事項を理解するときに必要とされる。Kintsch (1994) は，このような変換過程で構成されるスキーマを textbase と呼んでいる。textbase は個々の文を解剖して文法表現したものであり，文章理解のための基本的な記憶表象である。textbase は算数文章題理解の過程で形成されるスキーマともいえ，文章題を構成している命題の理解を通して形成される表象である。

2-1-2　問題理解の統合過程　問題理解の統合過程とは，変換過程において構成された文単位のスキーマである textbase と，算数・数学に関して学習者が営々として築きあげてきたスキーマとを統合し，問題解決に結びつく問題状況について，意味のあるスキーマ（以下では，メンタルモデルと呼ぶ）を構成する過程である。変換過程において理解された情報を統合する場合，メンタルモデルに従って，どの情報を選択しどの情報を捨象するか決定しなければならない（van Dijk & Kintsch, 1983)。なお，Kintsch（1998）による文章理解のモデルの表現を借りれば，統合過程で働くメンタルモデルは状況モデル（situation model）と呼ばれる。これは，textbase に基づいて理解された問題文の内容を，学習者のもつスキーマに関連づけて理解することからきたものである。即ち，状況モデルとは，算数文章題によって記述されている関係性や状況を心的に表現したスキーマであり，学習者の有するスキーマと問題スキーマと呼ばれる問題のもつ構造との交互作用によって形成されるといえる。Kintsch（1986, 1998）によれば，算数の文章題が正しく解決されるのは，文章題の内容がまず textbase によって正しく表現され，次いでそれが状況モデルに適切に結びつけられることによるであろうことが指摘されている。

2-1-3　問題解決のプラン化過程　問題解決のプラン化過程とは，正解を得るための数式を適切につ

くる過程である。算数文章題の理解過程において構成されたメンタルモデルに基づいて，解決に適切な方略を選択して決定し，正しく立式するのである。ここで述べる方略とは，正解を得るために問題解決に向けて構成するさまざまな手続きである。当然ではあるが，当該のメンタルモデルを適切に立式に表現するためにはどのような方略がよいかを決定するために，子どもは選択した方略をモニターしなければならない。モニタリングとは，自己の認知行動を監視することであり，この意味からも，ここで使用される知識の一部が，方略をモニターするメタ認知的知識といわれるゆえんである。

また，プラン化過程においては，演算を適用するための方略的知識を必要とする。方略的知識は手続き的知識と考えられる。通常，問題解決過程において使用される方略的知識として，アルゴリズムに関する知識とヒューリスティックスに関する知識が知られている。アルゴリズムとは，1つ1つのステップを踏むことによって正解に達する手続きであり，その方略を適用するときには自動的に正解を得ることのできる手続きである。四則の演算はアルゴリズムが適用される例として知られている。他方，ヒューリスティックスとは，過去経験に基づいて適用の容易な規則を利用して正解に達しようとする手続きであり，その方略を適用したからといって必ずしも正解を得るとは限らない手続きである。公式の適用が容易な算数文章題であれば，子どもは構成したメンタルモデルに基づいて自動的にアルゴリズムに関するスキーマを発動するだろう。他方，公式の自動的な適用は難しいが，過去に正解を得た問題と類似した問題を与えられた場合，子どもは最適の解を得るために，ヒューリスティックスに関するスキーマを利用するだろう。こうして，理解過程において構成したメンタルモデルに適切に対応した数式を示すことが可能となる。

2-1-4　問題解決の実行過程　問題解決の実行過程とは，プラン化過程において構成された数式に計算を適用する過程である。ここでは，四則計算の実行に直接関係する手続き的知識を必要とする。手続き的知識は，計算の仕方や技能にかかわる知識である。

2-2　子どもの算数問題解決の日米比較

まず，Mayer, Tajika, & Stanley (1991) によって実施された，小学5年生を使った日米における算数文章題解決の比較研究を紹介し，次いで Mayer et al. の結果を一般化する目的で実施された Tajika, Mayer, Stanley, & Sims (1997) の日米算数問題解決の比較結果を示そう。

2-2-1　Mayer et al. (1991) による日米算数文章題解決の比較研究　Mayer et al. によって実施された日米の算数文章題解決の研究は，日本側は110名の小学5年生の児童を，米国側は132名の小学5年生の児童を，それぞれ研究の参加者として実施されたものである。算数文章題解決は，上記の4段階の下位過程に対応した問題を構成し，それらの下位問題を日米の小学5年生に解かせた。このことから理解できるように，Mayer et al. によって実施された研究の主たる目的は，単に日米の児童の算数問題解決に関する能力を比較研究することにはなかった。研究の目的は，算数文章題の問題解決に直接かかわりのある3つの下位過程（問題理解の変換過程，統合過程，並びに問題解決のプラン化過程）の解決と，計算問題の解決として位置づけられる4つ目の下位過程である実行過程の解決とを分離し，実行過程に対応した問題で得られた得点（計算問題の得点）を基準得点として，この実行過程の得点の違いによって，日米の小学5年生の文章題問題の解決に直接かかわる3種の下位過程の合計得点（文章題の得点）が，日米の小学5年生においてどのように異なるかあるいは類似しているのかを吟味するものであった。

研究目的を明確にするために，4種類の下位過程の具体的な問題を作成した。それらの問題は，算数文章題の変換過程，統合過程，プラン化過程，及び実行過程に対応する問題からなり，予め因子的妥当性などをチェックして構成された問題であった。

算数文章題の変換過程に対応した問題は，「次の文を式にあらわすと，どのような式ができるでしょうか。」であり，具体例として，「りんごが72個ずつはこにはいっています。はこは6つあります。」のようであった。また，算数文章題の統合過程に対応した問題は，「どのような数字を使えば，次の問題が解けるでしょうか。」であり，問題例として，「おはじきが5個ずつはいっているふくろがあります。1つのふくろのねだんは25円です。あなたは10個のおはじきを買おうと思っています。ふくろをいくつ 買えばよいでしょう。」のようであった。また，算数文章題のプラン化過程に対応した問題は，「どのような計算をすれば，次の問題がとけるでしょうか。」であり，具体的な問題例として，「12個のぼうしと24人の子どもがいます。ぼうしのかぶれない子どもは何人いるでしょうか。」のようであった。

他方，算数文章題の実行過程に対応した問題は，「次の計算をしなさい。」であり，具体例として，「「24＋37＝」，「51－39＝」，「12× 3 ＝」，「36÷ 6 ＝」」のようであった。

変換過程，統合過程，及びプラン化過程に対応した問題は各6問からなり，合計で18問を作成して小学5年生に与えた。また，実行過程に対応した問題は合計で15問作成して両国の小学5年生に与えた。4種の下位過程の文章題はすべてに選択肢が用意され，4つの選択肢から正解を1つ選択させた。3種の文章題の下位過程問題と実行過程の計算問は，ともにそれぞれ15分の時間が与えられた。

勿論ではあるが，上記の問題以外に4つの下位過程に対応する問題を構成することは可能である。特に，統合過程に対応する問題としては，線分図を書かせたり説明される問題がしばしば利用される（Mayer, 2008)。

問題解決のテストの結果，日本の小学5年生が正しく解いた3つの下位過程に対応した文章題の合計得点の平均値は，11.28 点（SD=2.1）であった。これに対して，米国の小学5年生が正しく解いた3つの下位過程に対応した文章題の合計得点の平均値は，6.30点（SD ＝2.3）であった。これら2つの平均値間の差は有意であった（t(240) ＝ 17.53, p<.001)。また，実行過程に対応した計算問題の平均値は，日本の小学5年生が11.20点（SD ＝3.8）であり，米国の小学5年生が7.60点（SD ＝3.7）であった。これら2つの平均値間の差も有意であった（t(240) ＝7.30, p<.001)。2国間の子どもの算数問題解決を，算数文章題と実行過程に対応した計算問題に区分し，両者の平均値を全体的に比較したところ，米国の子どもに対する日本の子どもの得点の優位が示された。このような算数文章題と計算問題の結果の優位は，日米の算数問題を比較した先行研究において，すでに繰り返し報告されているものである（例えば，Stevenson, Lee, & Stigler, 1986)。

Mayer et al.（1991）による日米算数文章題解決の比較研究による original な分析は，研究目的に対応させて，2国間の算数文章題と計算問題の相対比較を行ったところにある。即ち，各国の子どもの文章題テストと計算テストの z 得点をそれぞれ個人別に計算し，「文章題テストの z 得点－計算テストの z 得点」のように両者の差を求め，その平均値を2国間で計算した。その結果，日本の小学5年生では，差の平均値が－.35（SD ＝ .81）で，米国の小学5年生では，差の平均値が .29（SD ＝ .79）であった。この結果は，日本の子どもでは文章題の得点よりも計算の得点がよく，米国の子どもでは文章題の得点が計算得点よりもよいことを示すものであった。

更に，3種の算数文章題の下位過程に対応した問題の合計得点を，4つ目の下位過程に対応した計算問題の得点を上位から下位の5段階に区分した結果にマッチングさせた。即ち，計算得点（7－15点）を，11点以上（1とする），10点（2とする），9点（3とする），8点（4とする），7点（5とする）の5段階に区分した。その結果，1は，日本の子どもで77名，米国の子どもで5名であった。2は，日本の子どもで13名，米国の子どもで5名，3は，日本の子どもで8名，米国の子どもで9名，4は，日本の子どもで5名，米国の

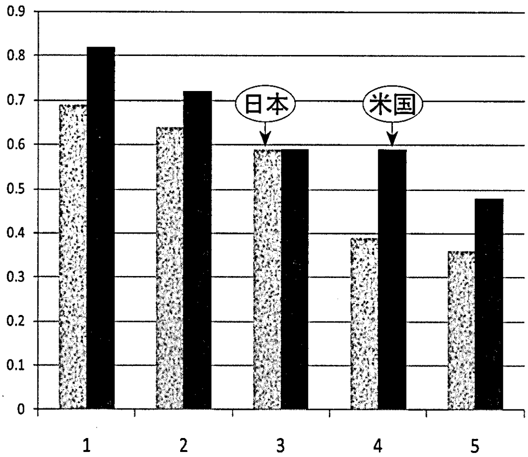

図１　計算得点を基礎にした文章題の正答率
（Mayer et al. (1991) より）

子どもで17名，５は，日本の子どもで６名，米国の子どもで27名であった（図１を参照のこと）。なお，７点未満は日本の子どもで１名，米国の子どもで59名いたが，分析からは削除した。分析から削除した理由は，日本の子どもが１名であることによる。

図１から理解できるように，実行過程である計算問題の得点を上位から下位の５段階に区分して，日米の子どもの３種類の文章題の下位過程の問題の得点をプロットしたところ，米国の子どもが日本の子どもよりも文章題の得点が高いことが示された。

2-2-2　Tajika et al.（1997）による日米算数文章題解決の比較研究　次に，Mayer et al.（1991）を追試・発展させたTajika et al.（1997）の研究を紹介しよう。彼らは，２つの研究（研究１と研究２）を実施することで，Mayer et al.（1991）の結果を追認し，更には日米の子どもが問題解決において使用する方略の違いを明確にした。

研究１と研究２はそれぞれ同一の小学５年生が参加し，日本の小学５年生が104名，米国の小学５年生が99名であった。研究１はMayer et al.（1991）の追試であり，４種類の算数問題解決の下位過程に対応した問題を解かせた。日米の全体の比較，相対的な比較，並びに計算結果を７段階に区分して３種の文章題解決の得点を比較したところ，Mayer et al.（1991）の結果を追認した。

次いで，研究２では，３種の下位過程に対応した文章題の課題に替えて，２種類の１ケタの数字を正しくあてはめるマスターマインドの課題を使い，子どもの問題解決時に使用する方略の特徴と計算得点との関連を分析した。マスターマインドの課題では，子ども２種類の１ケタ数字をあてはめ，その結果に対する研究者のフィードバックを参考にしながら，できるだけ少ない試行数で，研究者の考えている正解の２数にたどりつかなければならない。できるだけ少ない試行数で正解の２数にたどりつくためには，子どもは研究者から提示されたフィードバックを効果的に利用することで，誤った方略使用を避けなければならない。誤った方略を適用することで，正解までの試行数が増加することになる。マスターマインドの課題はMayer et al.（1991）で使用した３種の下位過程に対応した文章題と同一の特性を測定する課題ではない。しかしながら，マスターマインドの課題も，算数文章題の３つの下位過程に対応した問題と同様に，問題解決における知識の適用に基づき一種の問題解決課題といえる。マスターマインド課題において特に必要とされるのは，解答に対して与えられたフィードバックをどのように利用するかという方略使用の知識を必要とするものと考えられる。

研究２の結果，日本の小学５年生は上位から下位における７段階の計算結果のすべての段階で，米国の小学５年生よりも正解に多くの試行数を費やしたことが示された。

3　中学１年生の数学教科書の日米比較研究

ここでは，中学１年生の正負の数の加減問題の章を分析した数学教科書の日米比較研究の結果を紹介しよう。使用した数学の教科書は，日本側では当時日本の中学生の授業で使用していた啓林館の教科書を含めた３種類であり，米国はカリフォルニア州において採用されている４種類であった。

数学の正負の数の加減問題の章における教科書の分析では，4種類の要素を中心に分析した。4種類の要素は，加減問題の例題とその説明，例題に対応する適切な図表，加減の練習問題，及び正負の数の加減問題の理解には不適切な図表の4要素であった。これら4種類の要素が日米の教科書の総ページ数に占める割合を，2名の評定者によって求めた。

その比較結果を4点についてまとめよう。まず，正負の数の加減問題の例題とその説明の要素についてである。正負の数の加減問題の説明について，単語数の比較から日米を比較したところ，日本の説明は米国に比べて4倍の長さであった。また，日本では，正負の数の加減問題の例題や具体的な類推問題の数が多く，例題については米国の3倍あり，具体的な類推（例えば，東西への移動などによって正負の数を理解するような類推）は9倍と多いことがわかった。例題に対応する適切な図表に関して，日本では，正負の数の加減問題を適切に表現した図が米国に比べて3倍と多いことが分かった。加減の練習問題に関して，米国の教科書では総ページ数の45%にわたって練習問題が掲載されているのに対し，日本の教科書では19%の割合を占めるにすぎなかった。正負の数の加減問題の理解には不適切な図表については，日本の教科書には加減問題に無関連な不適切な図表はまったくないのに対し，米国の場合には総ページ数の19%を占めていた。

総じて，正負の数の加減問題の章を掲載した日本の数学教科書では，問題解決の手続きの説明にページを割き，多様な表象（言葉，記号，図表）をバランスよく配置することで，有意味な説明を行い，説明の内容が統合されかつ一貫した構造をもっているといえる。これに対し，米国では，練習問題と不適切な図を含む図表にページを割いている傾向が読み取れた。

4　子どもの算数問題解決と数学教科書の日米比較研究結果の説明

では，子どもの算数問題解決の日米比較研究結果をどのように説明するのか。ここでは，子どもの算数問題解決結果を説明するために，Mayer et al.（1991）の研究で提唱された学習機会説（exposure hypothesis）を中心に，日米比較研究結果を説明しよう。

学習機会説は算数の学習に接する機会に言及する仮説である。学習機会説は，学習機会の全体的側面と学習機会の相対的側面からなる。学習機会の全体的な側面から日本の子どもの優位性を説明すると，日本の子どもは米国の子どもに比べて，算数の基本的な問題（計算問題や文章題）を学習する機会が多いことによるというものである。この仮説はStevensonらの一連の研究結果からも首肯される（例えば，Stevenson et al., 1986; Stevenson & Stigler, 1992）。日本の子どもは米国の子どもに比べて，フォーマルな授業時間としての算数の学習時間が多く，算数を学習する機会が多いというものである。最近は日本の子どもの算数の学習時間が減り，算数の学力が低下したとの報告がPISAやTIMSSの結果に基づいて議論され，学習時間の削減は当該の教科の学力の低下と関連が深いとみなされている。学習機会説に従えば，算数文章題と計算問題の平均値としての得点について，米国の子どもに対する日本の子どもの算数学力の優位が全体的に示されたことは，この学習機会説の適切性を物語るといえる。

他方，学習機会の相対的側面から日本の子どもと米国の子どもの算数問題解決の結果を考察すると，日本の子どもは算数計算問題への学習機会が算数文章題の学習機会に比べて多く，逆に米国の子どもでは文章題への学習機会が多いと考えられる。しかしながら，日本の算数の授業を考えるとき，計算問題の方が学習機会が多いという学習時間からみた学習機会よりも，日本の算数学習では言語依存による算数問題への学習機会が少ないことを指摘できるであろう。

日本の子どもの算数の授業を考えると，ごく少数の問題を様々な角度から徹底して吟味する授業アプローチをあげることができる。このことは，中学生の数学の教科書の分析からも理解されるも

のである。日本の教科書は，例題や意味のある説明を中心に有意味な教材の配列が行われ，統合された構造をもつ内容で構成されていた。そのような教科書を使って，授業では子どもの言語使用に依存した授業ではなく，子どもの熟慮を強調し，少ない数の問題を丁寧に１つ１つ吟味する授業が進められることが一般的である。換言すれば，ごく少数の問題を，多面的・多角的に吟味して理解する授業方法がとられるといえる。１つの問題を多面的に分析・吟味する授業も大切であるが，たとえ算数といえども子ども同士の討論を中心とした言語に依存した授業を実施することも必要であると思われる。日本の子どもが概念的理解や因果的説明が弱いことも，言語に依存した学習の機会が少ないことが一因と考えられるだろう。

これに対して，多様な文化を背景にもつ米国では，まず英語による言語理解が学校教育において基礎となる。米国のデータは Los Angeles の北西部に位置する Santa Barbara のいくつかの公立小学校から得たものであった。そこでは，メキシコからの移民の子どもが多数通学していた。それ故，算数の問題解決においても，英語という言語に依存した解決が求められていた。たとえ算数・数学の教科書において多数の例題や練習問題が用意されているとしても，それらの問題を解かせるに先立って，言葉によるやり取りを重視した授業が展開されている。子どもたちが例題や練習問題の基礎の解決過程を理解したとすると，あとは一般的に多くの練習問題を解かせるだけの授業である。言語による授業を優先することで，米国では，言語依存の授業が計算問題の結果よりも算数文章題の結果の優位を生み出したといえる。

5　四面体モデルを基礎にした算数問題解決の支援環境

記憶の想起に影響を与える様々な変数を明確にするために，Jenkins（1979）は４種の変数とそれらの変数間の組み合わせによる交互作用を示す四面体を提案した。四面体における変数間の交互作用については，２変数間の組み合わせが中心であった。図２に示すように，四面体における変数とは，学習者変数，学習材料変数（図２では，教材変数），方向づけ課題変数（図２では，教授変数），及び想起の基準となる課題変数（図２では，評価変数）の４種の変数であった。学習者変数とは，学習者の能力や興味，あるいは知識などによる影響を意味しており，子どもと大人の比較や健常者と健忘症患者との比較などの研究に見られる。学習材料変数とは，例えば単語と絵を材料として用いることで，感覚の様相，体制化，材料の構造化への異なる影響を考慮したものである。方向づけ課題変数とは，教示や方向づけによって想起に影響を与えるものであり，記憶研究では処理水準の研究がよく知られている（Cermak & Craik, 1979）。最後に，想起の基準となる課題変数とは，記憶研究における伝統的なテストである再生と再認に代表されるテスト変数であり，問題解決や転移のテストも含まれる。

Jenkins（1979）の四面体における２変数間の交互作用，例えば学習者変数と学習材料変数の交互作用については，学習者変数としてチェスの熟達者とチェスの初学者を用い，学習材料変数としてチェスのコマの配置を操作した研究を考えればよいだろう。ゲームの途中でコマの配置を熟達者と初学者に記銘させた後に再生させるとき，熟達者の成績が優れていることが知られている。他方，チェスのコマをランダムに配列して記憶させたとき，両学習者の間に想起の量に違いはないことが示されている（Chase & Simon, 1973）。

このような Jenkins（1979）の記憶の四面体の

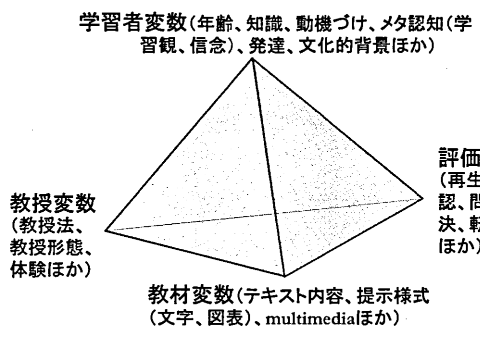

図２　四面体モデル（Jenkins (1979) を参考）

モデルを，多文化の子どもの算数問題解決の支援モデルとして適用しようとするものである。多文化の子どもの算数問題解決を支援するための環境を設定する場合に，四面体の各頂点を構成する4種の変数を考慮した支援の環境を中心とするものである。勿論，記憶研究と学校教育における学習環境のモデルとは，4種の変数の命名を同じものとすることはできない。学校学習を構成する主要な変数は，教師，学習者，及び教材である。当然，教師にかかる変数としてどのように教えるかという教授方法，並びに学習成果を吟味するための評価も含まれるであろう。その結果，算数問題解決を支援する四面体モデルの各変数は，学習者変数，教材変数，教授変数，及び評価変数の4種として同定できる。以下では，算数問題解決を支援する四面体モデルの4種の変数，学習者変数，教材変数，教授変数，及び評価変数の特徴をみよう。

学習者変数は，子どもの能力や知識，興味や動機づけが含まれる。また，メタ認知も考慮する必要がある。この変数は，様々な文化をもつ子どもの変数である。それ故，子どもの文化的背景を考慮し，問題解決過程を支援するための知識の統合やメタ認知の活性化を促す方策を吟味することが重要となるだろう。

教材変数は，子どもの文化的背景を考慮した教材の内容を作成することが望まれる。ブラジル出身の子どもとフィリピン出身の子どもでは，異なる文化や社会の環境のもとで生活してきているであろう。また，世界の共通の教材提示媒体として，コンピュータを利用することがこれからの学習では求められる。文化的背景をうまく取り込んだマルティメディア教材の開発が1つの好例といえるだろう。

教授変数は，教室の多様な文化を尊重し，公正で公平な授業環境を用意するためにも，エンパワーを生み出す教室文化のもとで実施できる授業を求めるべきである。そのためには，子どもの違いに着目することで，学習方略指導の工夫が求められる。ある子どもは暗記に依存した処理が得意であり，他の子どもは意味理解に基づく処理が得意であるとき，教師はそれぞれの個人差に対応した指導法を工夫する必要があるだろう。そのためにも，教師はティームを組むことも求められる。

最後に評価変数は，子どもの学習成果を評価することにかかわる変数である。ここでは，評価を通して子どもを理解することが求められる。評価は子どもの序列化ではない。子ども理解の手段である。子ども理解の具体としては，認知面，情意面，あるいは運動面など，多様な理解が可能である。言い換えれば，子どもの人格の理解であり尊重である。子どもの人格を含む全体像を尊重して理解するためにも，形成的評価の徹底が求められる。最近の学習方略研究では，学習方略として記銘時の方略だけでなく，テスト時の検索方略の重要性が指摘されている。検索時の学習方略としてよく知られているのがテスト効果と呼ばれるものであり，テストを繰り返すことによる長期の記憶の促進効果である（Karpicke, Bulter,& Roediger, 2009; Roediger & Karpicke, 2006)。このようなテスト効果に見られる方略も取り入れることが必要である。

1つの変数のみの支援を行うのではなく，少なくとも2つ以上の変数間の組み合わせを考えて支援することが可能である。

例えば，2種類の変数の組み合わせの例として，学習者変数の1つである学習者の適性と教授変数の1つである指導法との組み合わせを考えてみよう。この組み合わせは，教育心理学の領域ではよく知られているように，ATI（適性処遇交互作用 Aptitude-Treatment Interaction）を考慮した教授・学習環境の設定による支援である。この場合の適性は，通常の教室における子ども一人ひとりの知的能力やパーソナリティに限定されるのではなく，文化の違いを背景にした子どもの情報処理タイプの違いや認知スタイルの差異なども考えることができる。このような2変数を組み合わせることによって，一人ひとりの子どもに同一のものを提供するのではなく，子どもが自らの学習可能性を引き出せるような支援環境を設定することが可能であると考える。

6 引用文献

Bransford, J.D., & Stein, B. (1984). *The IDEAL problem solver.* New York: Freeman.

Cermak, L.S., & Craik, F.I.M. (Eds.). (1979). *Levels of processing in human memory.* Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Chase, W.G., & Simon, H.A. (1973). Perception in chess. *Cognitive Psychology, 1*, 33-81.

Hinsley, D.A., Hayes, J.R., & Simon, H.A. (1977). From words to equations. In M.A. Just & P.A. Carpenter & (Eds.), *Cognitive processes in comprehension* (pp. 89-106). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Jenkins, J.J. (1979). Four points to remember: A tetrahedral model of memory experiments. In L.S. Cermak & F.I.M. Craik (Eds.), *Levels of processing in human memory* (pp. 429-446). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Karpicke, J.D., Butler, A.C., & Roediger, H.L., III. (2009). Metacognitive strategies in student learning: Do students practise retrieval when they study on their own? *Memory, 17*, 471-479.

Kintsch, W. (1986). Learning from text. *Cognition and Instruction, 3*, 87-108.

Kintsch, W. (1994). Text comprehension, memory, and learning. *American Psychologist, 49*, 294-303.

Kintsch, W. (1998). *Comprehension.* Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Lewis, A.B. (1989). Training students to represent arithmetic word problems. *Journal of Educational Psychology, 81*, 521-531.

Mayer, R.E. (1982). Memory for algebra story problems. *Journal of Educational Psychology, 74*, 199-216.

Mayer, R.E. (1985). Mathematical ability. In R.J. Sternberg (Ed.), *Human abilities: An information-processing approach* (pp. 127-150). New York: Freeman.

Mayer, R.E. (2008). *Learning and instruction* (2nd ed.). Upper Saddle River, NJ: Pearson.

Mayer, R.E., Larkin, J.H., & Kadane, J. (1984). A cognitive analysis of mathematical problem solving ability. In R.J. Sternberg (Ed.), *Advances in the psychology of human intelligence.* Vol.2 (pp. 231-273). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Mayer, R.E., Sims, V., & Tajika, H. (1995). A comparison of how textbooks teach mathematical problem solving in Japan and the United States. *American Educational Research Journal*, 32, 443-460.

Mayer, R.E., Tajika, H., & Stanley, C. (1991). Mathematical problem solving in Japan and the United States: A Controlled comparison. *Journal of Educational Psychology, 83*, 69-72.

Moreno, R. (2010). *Educational psychology.* Hoboken, NJ: John Wiley & Sons.

Paige, J.M., & Simon, H.A. (1966). Cognitive processes in solving algebra word problems. In B. Kleinmuntz (Ed.), *Problem solving: Research, method, and theory* (pp.51-119). New York: John Wiley & Sons.

ポリア，G. 柿内賢信（訳）（1954）．いかにして問題を解くか　丸善（Polya, G. (1945). *How to solve it.* Princeton, NJ: Princeton University Press.）

Roediger, H.L., III., & Karpicke, J.D. (2006). The power of testing memory: Basic research and implications for educational practice. *Perspectives on Psychological Science, 1*, 181-210.

Stevenson, H.W., Lee, S-Y., & Stigler, J.W. (1986). Mathematics achievement of Chinese, Japanese, and American children. *Science, 231*, 693-699.

Stevenson, H.W., & Stigler, J.W. (1992). *The learning gap: Why our schools are falling and what we can learn from Japanese and Chinese education.* New York: Summit Books.

多鹿秀継（1996）．算数問題解決過程の認知心理学的研究　風間書房

Tajika, H., Mayer, R.E., Stanley, C., & Sims, V. (1997). Mathematical problem-solving processes of students in Japan and the United States: A cross-cultural comparison. *Psychologia, 40*, 131-140.

van Dijk, T.A., & Kintsch, W. (1983). *Strategies of discourse comprehension.* San Diego, CA: Academic Press.

7 付記

本論文は，2011年７月に開催された日本教育心理学会第53回総会自主企画「多文化の子どもの算

数・理科学習－認知研究と文化研究の対話－」において発表した内容をまとめたものである。