# 数理思想の教育

本間俊宏

**概　要**　情報社会では，ある問題意識のもとに情報を収集し，選択し，分析し，加工し，そして発信する能力が要請される。もはや，計算が中心，公式にあてはめて問題を解く，知識の注入だけの算数・数学教育では時代の変化に対応しきれなくなってきた。数学の概念・定義・定理・公式や問題の解法などの背景にある数理思想にまで踏み込んだ数学教育が必要である。本論文は数理思想の教育について考察する。

**検索語**　数理思想の教育　アルゴリズム　グラフ理論　ファジィ理論　フラクタル理論　コンピュータ科学の思想　デッドロックの数理　時間逆行の数理

## I　研究の目的

私たちは，マスメディアやインターネットをとおして，その他いろいろな方法で，いつでも，どこでも，誰でも，情報を入手することができる情報社会に突入した。そこでは，誰よりも，どこよりも早く情報を入手し，分析し，意志決定することが他を制することになる。すなわち，情報が社会の基盤となってきた。

したがって，情報社会に生きる子どもたちには，ある問題意識のもとに情報を収集し，選択し，分析し，加工し，そして発信する能力が要請される。もはや，計算が中心，公式にあてはめて問題を解く，知識の注入だけの算数・数学教育では時代の変化に対応しきれなくなってきた。

算数・数学教育では，公式が与えられ，それに基づいて問題を解くという学習形態が多くとられてきた。その結果，小学生は，面積の公式の学習後には，みかんの皮に広さを認めなくなる。それは，面積の公式が適用できないことに

起因する。また，高校生には，導関数を求める計算はできても，その意味することがわかっていない。本学の学生に数学の印象をたずねると，問題が解けたときの喜びをあげるが，数学の内容そのものの印象がでてこない。学生は公式に当てはめて問題を解いた経験しか持ち合わせていない。

本間俊宏（1995）では，数学の概念の背景にある思想にまで踏み込んだ数学教育について考察を試みた。そこでは，数学教育の教材から，整数の除法，実数の構造，微積分，座標と次元，集合，不確定事象などにある思想について考察した。さらに，コンピュータの発達との関連で数理科学からのアプローチとして，アルゴリズム，グラフ理論，ファジィ理論，フラクタル理論などにある思想について考察した。

本間（1996）では，コンピュータ科学の思想，たとえば，「アルゴリズム」についてみると，その学習によって結果にだけ着目していた子どもたちが，プロセスの重要性に気づき，プロセスそのものを楽しむように変質していった。そのことから，コンピュータ科学の思想について，数学教育の視点から考察した。

これらのことより，数学の概念や定理の背景にある数理思想にまで踏み込んだ数学教育が必要であると考える。本論文では，数理思想の教育としてどのような内容があり，その実践はどうすすめるかなどについて考察する。

## II　数学教育の思想性の再考察

本間（1995）では，数学の概念や定理の背景にある思想にまで踏み込んだ数学教育の必要性を提唱した。これを数学教育の思想性と呼んだ。

石川廣美（1997）は，数学教育の思想を学習指導要領の変遷と結びつけて，次のように変遷したと述べている。

生活単元学習　⇒　系統学習　⇒　現代化　⇒　基礎・基本　⇒　新学力観

学習指導要領の改訂とともに，そのときの数学教育の思想も変化する。それ

は学習指導要領の改訂の趣旨を踏まえているともいえる。しかし，石川は，その都度，数学教育の思想が変化することでいいのかという疑問を呈している。

数学教育をすすめるにあたって，その時代の教育の思潮，それも学習指導要領の改訂の趣旨を踏まえた教育の思潮があって，それを数学教育の思想という説が一般にあることから，筆者のいう数学教育の思想性とは意図することが異なると考える。

数学教育の研究に思想性が欠如しているという指摘がなされることがある。それは，多分に，石川が述べた学習指導要領改訂の背景にある教育思潮を指すものと考えられる。

やみくもに数学教育の研究や実践をするのではなく，その意図したことが，そのときの教育思潮に根ざしておることが重要であり，その教育思潮を学習指導要領の改訂の趣旨に求めることは一理のあるところである。

昭和20年代の生活単元学習の反省から昭和30年代の系統学習へ移行した。そこでは，無系統な学習内容に系統性をもたせ，学力の向上に努めた。昭和40年代には，現代数学，なかでも，構造が重視され，集合，群，ベクトル，行列など代数系が新教材として加わった。いわゆる，数学教育の現代化が提唱された。その反動として，昭和50年代には，教材の精選，基礎・基本に返れといわれ，ゆとりということが提唱された。その間に，数学教育国際比較に見られるごとく，計算力はあっても，思考力，創造力に欠ける実態が露呈することにより，平成年代には，新学力観が提唱された。新学力観では，知識や記憶の量的な評価から意欲・関心や思考・論理・創造といった質的な評価へ，評価の視点を移そうとしている。

このように，およそ10年ごとに教育の思潮は変わり，その都度，指導の観点も変わることになる。10年前とは，正反対の指導観があらわれないとも限らない。前述の石川は，新学力観のもと，指導観が学習指導から学習支援に変わっているが，再び，学習指導に戻ることはないのかと疑問を呈している。

以上のような考察から，筆者のいう数学教育の思想性は，学習指導要領の改訂の趣旨からでてくる教育の思潮とは無縁のものである。

筆者は，数学教育に数学の概念や定理の背景にある思想を教育内容として取り入れることを提唱するのであるが，これからは，数理思想の教育と呼ぶことにする。

## Ⅲ　数理思想の教育の必要性

知識の伝達は，これまでは学校においてなされてきた。しかし，限られた時間では伝達する知識には限界があり，卒業後は子どもが自力で知識を増やす力を養成することを学校に期待されていたはずである。現実は，知識の注入，それも形だけの注入になっている。情報爆発の時代には，知識をこえる情報が氾濫している。

情報は発信側には価値があっても，受信側には価値があるとは限らない。しかし，知識は普遍的な価値のある情報である。知識は受信側には無関係であるとか，ある意図をもって価値がないと判断したとしても，知識そのものは普遍的な価値があると認められているものである。してみると，情報とは，価値があるかないかを判断していない段階のものともいえる。

情報の価値性を議論するには，その方法論の確立が必要である。その獲得のために，知識が普遍的な価値のある情報であるという判断の元になった根底のものを明確にする必要がある。これを，算数・数学教育に限定すれば，概念，定理，公式などの根底にあるもの－これを私は数理思想とよぶ－を議論することとなる。

私は，このような一連の流れの中で数理思想を教育することが必要であると考えるにいたった。

## Ⅳ　数理思想の教育の具体例

数理思想とは何か。それは，数学の概念や定理の背景にある根源的なもの，思想といったものをいう。

先ず，従来からある算数・数学の教材で考察する。

### 1）整数の乗法

どんな場合に，整数の加減乗除の四則ができるのか。どうしたらいいのかわからないという子どもをみかける。かけ算だよとヒントをだせばできる。しかし，なぜかけ算なのかがわからない。どんな場合に，かけ算なのか，たし算でもいいが，その違いは何か。それを押さえる必要がある。これまでは，子どもが個々に納得していたところである。

整数の乗法は，同数累加をもとに，小学校では，

（同じ数）×（いくつ分）＝（全部の数）

として導入する。

同じ数の集まりがいくつかあるときは，足し算でもよいが，掛け算ができるということが実在とのかかわりで納得させる。

### 2）整数の除法

12個のクッキーを本人，兄，妹の3人で分ける方法を述べよと本学の学生に問いかけると，必ずといってよいほど4つずつ分けると返答する。これは，兄弟仲良く平等にの精神の現れか。ここでの分け方は，本人が4個，兄が5個，妹が3個であってもよい。3人とも同数になるようにという条件がつくと，そのもっとも効率のよい分け方が，$12 \div 3 = 4$ より4個ずつとなる。わり算は効率のよい分け方の計算である。

### 3）実数の構造

実数の性質を，実数の構造としてとらえるとき，演算構造，順序構造，位相構造がある。演算構造は，加法構造と乗法構造があり，加法構造と乗法構造の共通した演算構造として群の概念がある。

①演算構造について，

加法構造は，

A1）$a+b=b+a$

A2）$(a+b)+c=a+(b+c)$

A3）$a+x=a$　となる $x$ が存在する。（すなわち，$x=0$）

A4）$a+y=0$　となる $y$ が存在する。（すなわち，$y=-a$）

乗法構造は,

M1) $ab=ba$

M2) $(ab)c=a(bc)$

M3) $ax=a$ となる $x$ が存在する。(すなわち,$x=1$)

M4) $ay=1$ となる $y$ が存在する。(すなわち,$y=1/a$)

群の概念では

G1) $a\circ b=b\circ a$

G2) $(a\circ b)\circ c=a\circ(b\circ c)$

G3) $a\circ e=a$ となる $e$ が存在する。

G4) $a\circ y=e$ となる $y$ が存在する。

これは,実数の加法と乗法に共通した性質,すなわち,交換法則の成立,結合法則の成立,単位元の存在,逆元の存在を抽出することによって,実数の演算の構造を明らかにしようとする。群の概念は,数学教育の現代化のときに学校数学に導入された。群の概念は操作が主であり,構造をみるには格好の教材であるが,文字情報であり,抽象的でありすぎた。

②位相構造について,

整数,有理数,実数の近さについては,

整数の集合では,整数の隣の整数が存在する。これを,整数の離散性という。

有理数の集合では,有理数の隣の有理数は存在しない。数直線上で,有理数は無数に存在する。すなわち,いたるところに有理数が存在する。これを,有理数の稠密性という。

実数の集合では,数直線上で,いたるところに有理数があるものの,実は隙間だらけである。この隙間を埋めるのが無理数である。これによって,数直線は実数で隙間なく埋め尽くされ,これ以上新しい数のはいる余地はない。これを,実数の連続性という。

**4) 微積分**

微分法について,関数を微分して,増減表をかいて,グラフにまとめる。

関数 $y=f(x)$ において,$x=a$ から $x=a+h$ までの平均変化率

$$\frac{f\ (a+h)-f\ (a)}{h}$$

が，$h$ を 0 に限りなく近づけるとき，一定値 $\alpha$ に限りなく近づくならば，$\alpha$ を $x=a$ における変化率（微分係数）という。

これは，微小区間では平均変化率が一定，すなわち，1次式で近似することを意味する。

このことは，関数を微小区間ごとに1次式で近似することであり，それら1次式のグラフの右上がりと右下がりがもとの関数の増減を表すことになる。

**5）座標と次元**

空間の点は座標軸を設定することにより表すことができる。$n$本の座標軸では，$n$個の実数の組で1点を表現する。これは，$n$次元とよばれる。いわゆる，整数次元の存在である。空間認識や図形を議論するときは次元の概念は重要である。

**6）集合**

範囲の確定した集まりを集合として議論する。これは，共通な特徴をもつものを同じ仲間として意識させるところに集合を扱う意義がある。

**7）不確定事象**

不確定事象は，大量観察により規則性を見いだし，その事象の特性を解明する。さらに，予測などに適用している。

このように従来からある算数・数学の教材から，整数の乗法・除法，実数の演算構造・位相構造，微積分，整数次元，集合，確率統計などにある思想について考察した。

このように，数学の概念や定理が形成される過程を考察することにより，なにが抽象され，また，なにが捨象されたかを明確にする。これは，子どもが先入観として，数学の概念や定理は完成された疑う余地のないものであるということを排除することになる。そこには新しい発想を受け入れる余地が生まれる可能性があることを示唆してくれる。そのような例を次に述べる。

コンピュータの発達と関連して，1960年代頃から数理科学の理論として発展してきた諸理論には，新しい数理思想を形成するものがある。

次に，新しい数理思想について考察する。

**8）アルゴリズム**

アルゴリズムそのものを学習することをコンピュータ科学との関連で考察する。

8人の子どもの背比べを考える。

子どもは，実際に8人の子どもを見れば，簡単に背比べができる。しかし，100人の背比べは簡単にはいかない。コンピュータと同様に，人間でも2人の子どもの背比べが基準になる。そこで，子どももコンピュータと同じ条件で背比べを考えることにした。

子どもは，勝ち抜きを考えたり，トーナメントを考えたり，総当たりを考えたりして，それらを図や線で表現した。

これは，背比べのアルゴリズムを子ども自身の手で創出しようというものである。背比べを完成するプロセスは効率を度外視すればいろいろあり，その表現も記号や図を用いていろいろあることがわかる。

これは，結果にだけ着目する従来の学習とは異なる側面を提供することになる。このようなアルゴリズムの授業の後で文章題を解かせたところ，これまでは答えしか出さなかった子どもたちが，記号や図や線を用いて解答のプロセスを表現した。これは，子どもたちが，アルゴリズムの学習（背比べ）により，解答のプロセスに関心を示し，その方法が会得できたことによるといえよう。

実際に，A～Hまでの8人から，仮にAが1位であるとすると，これはAとB～Hの7人と比べることになる。すなわち，Aが1位であることは，7回の比較で確定する。次に，仮にBが2位であるとすると，BとC～Hの6人と比べることになり，Bが2位であることは，6回の比較で確定する。この繰り返しにより8人の背比べが完了する。したがって，$7+6+\cdots\cdots+2+1=28$となり，28回の比較で確定する。

柳本朋子(1994)の小学校の実践では，比較の回数よりも比べることのアルゴリズムに視点をおいた。

しかし，中学校以上では，比較の回数を少なくするアルゴリズムに視点をおくことになる。1回の比較で大小の情報が得られることを利用する。結果は，17回の比較で確定する。さらに，別の方法として，8人を4人ずつの2組に分け，各組で比較する。その上で，各組の上位から比較する。この方法でも17回の比較で確定する。並び方によっては14回の比較で確定する。

このアルゴリズムの学習の視点は，結果の回数でなく，比較が確定するまでのプロセスにある。

### 9）グラフ理論

事象を構造として把握することは問題解決の手法としての意義がある。現代化では，数学の構造が提唱され，群がそのモデルであった。

近年は，点とそれらを連結する線の間の関係を議論の対象とするグラフ理論が注目されている。

例えば，10個の都市があり，それら都市の間に航空路を開設するとき，効率の良い方法は何か。都市を点とし，航空路を線としたグラフに表現する。従来は何通りあるかといったことが議論されたが，ここでは，航空路そのものがどのように開設すべきかが議論の対象となる。10個の都市が相互に航空路を開設したのでは，時間的には一番早いが航空機が一番多く必要とする。また，10個の都市を環状に結ぶ航空路を開設すると航空機は少なくてすむが時間がかかりすぎる。そこで，拠点の都市を設け，他の9都市との間に航空路を開設すると，拠点都市を経由すれば他のどの都市とも結ばれ，時間的にも航空機の数もある程度節約できる。このようなことは，グラフに表現することで，問題解決が促進される。

実際に，10個の都市間相互に開設する路線図は，グラフ理論では完全グラフ$K_{10}$になる。辺の数を求めるのに図をかくことは大変なので計算で求めることになる。ここに計算することの意義がでてくる。すなわち，ある都市から他の9個の都市への路線があり，そのことは10個の都市に適用できるから，路線の

合計は $9 \times 10 = 90$。しかし，路線は2つの都市から相互に数えているから，$90 \div 2 = 45$ が求める路線の数である。次に，乗り継ぐことを考慮すると路線図は，グラフ理論でいう道 $P_{10}$ や閉路 $C_{10}$ あるいは二部グラフ $K_{1,9}$ になる。

ここには，文字情報から画像情報への転換がみられる。構造をグラフとして把握することが重要になってきた。

### 10) ファジィ理論

不確定な事象，すなわち，「あいまいさ」には，大量観察によって規則性が見いだされる蓋然的な事象と定義や解釈のあいまいさによる事象がある。

前者は確率統計として数学教育に取り入れられている。後者はファジィ理論として，近年，とくに注目されてきた。

ファジィ理論は，地下鉄の運転制御，洗濯機やルームエアコンの自動制御など身近なところで応用されており，「ファジイ」は「あいまい」という意味で日常会話にも登場する。従って，子どもたちにも親しみのある言葉である。しかし，子どもたちはその本質を理解しているといえるだろうか。

ファジィ理論では，ファジィ集合を導入する。数学でいう集合（ファジィ理論では，クリスプ集合という）が範囲の確定した集まりを議論の対象とするために，中年の集まりは集合の対象にならなかった。これは，中年ということばの解釈のあいまいさのために集合，すなわち，数学の対象にならなかったといえる。ファジィ集合は，中年の集まりへの所属度を与えることによって数学の対象にしようとする。

本間俊宏・寺田幹治・金谷博史(1994)は中・高校生の調査から，ファジィ理論の学校数学への導入の可能性を述べている。

①「ファジィ」ということばについては，

全員がテレビのCMで知っていると答え，その意味は，「あいまい」といい，掃除機，クーラー，洗濯機などに利用されていると答えた。

②「ファジィ利用の効果」については，

「あいまい」からくることばのひびきとして，従来の機械にかわって人間らしい判断，すなわち，融通が利くだろうという期待をよせている。しかし，

低学年には，わからないという回答も多い。

③所属度については，

実例は0～1までの数値を示したが，1.3 として1をこえるもの，大多数が0～1へ所属度を決めるときに，逆に1～0へとする子どもがいた。

その後の調査では，所属度の実例を与えずに生の認識をさぐったところ，A，B，C；60，80，90；4～7，8～10，1～3などと表現した。「あいまいさ」の量化に多様な考えがあることがわかる。また，所属度の決め方には客観性を要請する意見が半数あった。

④ファジィ集合の演算（または，かつ）については，

「背の高い力士の集まり」「太っている力士の集まり」については，各力士の所属度を付加することでファジィ集合を構成した。次に，「背が高いかまたは太っている力士の集まり」「背が高くかつ太っている力士の集まり」について，各力士の所属度を決めさせたが誰もできなかった。そこで，通常の集合の和集合，共通集合を指導し，再び，「または」については，「要素をたくさんとるようにするにはどうすべきか，max，minをとればどうなるか」と示唆したところ，「maxをとればよい」と答えた。「かつ」については，「要素を制限するようにするにはどうすべきか」と示唆したところ，「minをとればよい」と答えた。これらのことから，max，min によるファジィ集合の演算は理解されることがわかる。

**11）フラクタル理論**

微積分の思想，すなわち，ニュートンの思想は変化を微細化していくと，究極的には1次式近似，すなわち，直線で近似できるということである。しかし，究極においても自己相似を崩さない事象が存在する。これは脱ニュートンの思想である。また，2次元，3次元といった整数次元では表現できない事象が存在する。これが有理数次元，すなわち，フラクタル次元である。これは，次元の概念の拡張である。このような事象に対処するのがフラクタル理論である。

自己相似な図形をコンピュータ・グラフィックスとして表現する。その際，再帰的処理を行う。フラクタルの特性である自己相似な縮小写像を扱うが，ど

こまでいっても自己相似性はくずれないところに，究極では１次式で近似できることとは異なった現象があることにいきあたる。

## Ⅴ　数理思想とコンピュータ科学の思想

人間の思考形態や行動様式の分析など人間の認知構造をもとに，コンピュータは構築されてきた。逆に，コンピュータの構築とともに発展してきたコンピュータ科学の基礎からの知見をもとに，子どもの潜在的な数理や論理の構造を明らかにし，従来の算数・数学教育からは引き出せなかった，その意味で新しい数理思想について考察する。

たとえば，Ⅳの８）で論じた「アルゴリズム」では，その学習によって結果にだけ着目していた子どもたちが，プロセスの重要性に気づき，プロセスそのものを楽しむように変質したという。その延長上で，コンピュータ科学の思想，とくに，デッドロックの数理と時間逆行の数理について，数理思想の視点から，小学校の実践をもとに考察する。

### １）デッドロックの数理

コンピュータ科学の基礎の１つであるオペレーティングシステムに関連して，２つのタスクが１つのリソースを要求したときに発生するデッドロックの現象をとりあげて，子どもの潜在的な数理や論理の構造を考察する。

コンピュータはデッドロックの現象が発生したとき，それを解消するためにはリセットをすることが最終手段であるが，子どもは身の回りの事象の中でどのように考えるか。どんなところでデッドロックの現象を経験しているか。子どもの生き様とのかかわりで考察しうるものである。

デッドロックの現象は，記号論理・形式論理との関連では矛盾律に相当するともいえる。子どもは，相対立する論理構造をどのように捉えるか。自分と他者を意識した捉え方ができるか。これらのことを，子どもの生活環境とのかかわりで考察する。

中道一夫・植山睦子は勤務校の子どもたちを対象として調査を実施した。両

名は，子どもたちに「デッドロック＝行きづまり現象」として，具体例をあげて説明した。子どもたちには，体験にもとづく例を文章とその内容を絵や図に表現させ，その解決策も示させた。

調査は，これまでに3回実施した。

第1回　1995年8月　6年生

第2回　1996年7月　6年生

第3回　1997年7月　5年生

第1回の調査は，本間俊宏・大西慶一(1996a)に，第2回の調査は，本間・大西(1996b)に，それぞれまとめた。本論文では，条件（調査方法・時期）が類似している第2回と第3回の調査を比較，考察する。

デッドロックの現象を，何と何がぶつかり合うのかという構造から，次の3つのタイプに類別した。これを，構造別とよぶことにする。

Ⅰ型　1つのことが単に行き詰まる

Ⅱ型　2つのことが対立して，動きがとれなくなる

Ⅲ型　ぐるぐる循環して終わりがない

この構造別の比較は第1表のようになる。各表の( )内の数値は，％を表す。

| | 5年生 | 6年生 |
|---|---|---|
| Ⅰ | 1 ( 2.4) | 3 ( 7.1) |
| Ⅱ | 39 ( 95.2) | 33 ( 78.6) |
| Ⅲ | 1 ( 2.4) | 6 ( 14.3) |
| 計 | 41 (100.0) | 42 (100.0) |

**第1表　構造別比較**

さらに，文章の内容から，何を関心事としているかで，次の6つに類別した。これを，関心別とよぶことにする。

a型　学習に関すること

b型　自分を中心として

c型　友人とのかかわりで

d型　学校に関すること

e型　塾に関すること

f型　社会に関すること

この関心別の比較は，第2表のようになる。

とくに，構造別Ⅱ型について，関心別の比較は第3表のようになる。

構造別について比較すると，5年生，6年生ともⅡ型が3／4以上であるが，6年生ではⅢ型というやや複雑な例をあげている。

関心別について比較すると，5年生，6年生ともc(友人)型が1／3強である。5年生ではb(自分)型が1／2弱であるのに，6年生ではf(社会)型が2／5である。これを，Ⅱ型に限定しても同様なことがいえる。

高学年では，デッドロックの数理の構造を2つのことがぶつかりあって動きのとれなくなっていることと捉えている。1つのことが何らかの原因で動けなくなっているという漠然とした捉え方でなく，そこには相手があることを意識している。第1回調査では，構造別Ⅰ型は38.8%，Ⅱ型は50.6%，Ⅲ型は10.6%であった。このときの調査では，文章による表現だけで，その内容を絵や図で表現させなかったので，構造化がすすまなかったと推察する。また，筆者らの分析においても，子どもの意図した内容にまでいたらず，第2回，第3回の調査と比較して，Ⅰ型が高率となった。

Ⅲ型に差があるのは，6年生には構造への視野の広がりがあることが伺える。

関心別では，友人とのかかわりで捉えているのは，学年による差はさほどなく，関心の高いことを示している。5年生は自分を中心とした話題に関心が高いが，6年生は社会に目を向け，自分から離れて客観的な話題に関心を示している。ここにも，視野の広がりが伺える。

| | a | b | c | d | e | f | 計 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5年生 | 0 ( 0.0) | 20 (48.8) | 15 (36.6) | 3 ( 7.3) | 1 ( 2.4) | 2 ( 4.9) | 41 (100.0) |
| 6年生 | 3 ( 7.1) | 4 ( 9.5) | 15 (35.7) | 3 ( 7.1) | 0 ( 0.0) | 17 (40.6) | 42 (100.0) |

**第2表　関心別比較**

| | a | b | c | d | e | f | 計 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5年生 | 0 ( 0.0) | 20 (51.3) | 14 (35.9) | 2 ( 5.1) | 1 ( 2.6) | 2 ( 5.1) | 39 (100.0) |
| 6年生 | 2 ( 6.1) | 3 ( 9.1) | 13 (39.4) | 3 ( 9.1) | 0 ( 0.0) | 12 (36.3) | 33 (100.0) |

**第3表　Ⅱ型の関心別比較**

第3回調査の5年生の例をもとに考察する。①はデッドロックの例，②はその解決策である。

（　）内のローマ数字は，構造別を表す。

a（Ⅰ）①テストのさいごの問題でわからなくなりいきづまりになった。

②もう一度問題をよく見なおして，前の問題もみてみたが，時間になり，けっきょくかいけつできなかった。

b（Ⅱ）①学校から帰ってテレビをみようとしたら，お母さんが勉強してからテレビを見ろといった。それで，ぼくはテレビを見てから勉強するといって口論になった。

②僕がさきに勉強をして，その後すぐテレビを見た。

c（Ⅱ）①ぼくと弟が別々のおかしをもっていて，弟はぼくのおかしが食べてみたいらしく，ぼくも弟の持っているおかしを食べてみったくて，弟は「そっちのちょっとくれたらこっちのもやる」といったので，ぼくも同じことをいってるうちに行きづまった。

②器の中に全部いれてから，かきまぜて，それを食べた。

d（Ⅱ）①AくんとBくんにポケモン本の1，2巻をかしてあげた。また，その子二人はAくんのもっている1巻，Bくんのもっている2巻をこうかんしたいといいます。しかし，Aくんは早く2巻をわたしたら1巻をわたすといいます。BくんはBくんで1巻を早くわたしたら2巻をわたすといいます。そうしてAくんとBくんは争っていました。

②二人のどちらかさきにゆずればこういうもんだいはおきません。また，ジャンケンなどでさきにわたす順をきめると話しがすぐにまとまります。

e（Ⅲ）①A君とB君とC君がゲーム大会をしました。対戦相手を決めるとき，C君はB君と戦いたいのですが，B君は「A君にかてたならいいよ」といい，A君は「C君にかてたらいいよ」といいます。

②A君とB君が対戦して，かった方か負けた方がC君と戦えばよい。

第1回，第2回の調査と同じように，デッドロックの現象の解決策には，話

し合い，譲り合いの精神が現れている。とことん追いつめられたという感覚ではない。人間の知恵で何とか努力次第で解決できると考えている。しかし，a君のように，時間切れであきらめたという例もある。c君のように，全部集めてかきまぜるという発想の転換も見られる。コンピュータはデッドロックの現象が発生したとき，それを回避する方法が仕組まれている。それが機能しないときは，リセットしてご破算にすることになる。子どもは，多様な方法を考えついている。

デッドロックの数理を子どもたちはどのように捉えているか。小学校5年生と6年生について，比較，考察した。小学校高学年では，2つのことがぶつかりあって動きがとれなくなる現象を日常的に経験しており，そのぶつかり合う構造も把握できている。文章で表現できない部分は，絵や図に表現することにより，その構造を把握している。5年生と6年生の違いは，視野の広がりにでている。5年生では，自分を中心に考え，主観的である。6年生は，デッドロックの構造を2つのことだけでなく，3つ以上のことがからんでいる構造にまで視野を広げている。また，自分を離れて，社会のなかのできごとに関心を示し，客観的である。

これまでの調査で明らかになったことをまとめる。

① デッドロックの現象は小学校高学年では日常的に経験している。

② 文章・絵・図に表現することで，デッドロックの構造を把握できてくる。

③ 子どもの例から，その子どもの環境が把握できる。

④ 5年生よりも6年生と学年がすすむと，経験にも視野の広がりがあらわれる。

すなわち，自己中心から社会へ，主観から客観へ視野が広がる。

**2）時間逆行の数理**

コンピュータのオペレーティングシステムにおけるデッドロックの解決策としては，リセットによりデッドロックそのものを消滅させることが多い。しかし，デッドロックが生起する以前の状態に戻すことができれば，そのようなデッ

ドロックを回避することが可能になる。それは時間を逆行させることによりデッドロックの生起する以前の状態に戻すことである。これを，本論文では「時間逆行の数理」という。

中道・植山の勤務校の小学校6年生は卒業直前になると自由研究に取り組む。昨年(1997年2月)は両名の指導により，1つのグループに自分たちで迷路を作成させ，クラスの子どもたちにその迷路を解いてもらい，途中で間違う回数や迷路を解く時間を調べ，それをまとめさせた。迷路で行き詰まればもとに戻ることを繰り返して解き進めていく。これは，時間逆行の数理を子どもが潜在的に進めてきたものだと予想できる。

筆者らは，子どもが迷路を解くことをとおして時間逆行の数理をどのように捉えているかを考察することにした。

グループの作成した迷路は，スタートからはじめて途中で①に到達すれば，別のところにある②に飛び，そこからはじめて③に到達すれば，別の④に飛び，そのような繰り返しの中でゴールに到達するというゲーム感覚の複雑な迷路であった。

迷路を解くに際しては，鉛筆で路に沿って線を書き込み，途中で行き詰まっても線を消さずにそのまま残し，ゴールまで到達するように指示した。

39人の子どもたちが迷路(図1)にチャレンジした。迷路を作成した子どもたちは解答に要した時間も調べた。

迷路の解き方は次の4つのタイプに分かれた。

Ⅰ型　スタートから左へ進み，ストレートに左側の②へ到達し，右下の②から④，⑤と進み，ゴールへ到着する。

Ⅱ型　スタートから左へ進み，左下の①から右側の①へ，さらに左側の②へ到達し，右下の②から④，⑤と進み，ゴールへ到着する。

Ⅲ型　スタートから右へ進み，左側の②へ到達し，右下の②から④，⑤と進み，ゴールへ到着する。

Ⅳ型　スタートから右へ進み，右側の①へ到達し，左下の①から左側の①へ到

達し，右下の②から④，⑤と進み，ゴールへ到着する。
これら4つのタイプ別の集計は次のようである。

| タイプ | 解答者 | 解答に要した時間 | 間違い0 | 1回 | 2回 | 3回 | 4回 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Ⅰ型 | 19名 | 17秒～1分53秒 | 15名 | 3名 | 0名 | 1名 | 0名 |
| Ⅱ型 | 8名 | 50秒～1分55秒 | 0名 | 2名 | 1名 | 2名 | 3名 |
| Ⅲ型 | 6名 | 29秒～1分10秒 | 2名 | 2名 | 2名 | 0名 | 0名 |
| Ⅳ型 | 6名 | 29秒～1分24秒 | 2名 | 2名 | 1名 | 1名 | 0名 |

子どもたちの解答例(図2)について述べる。

A：Ⅰ型。間違いなし。解答に要した時間22秒
B：Ⅰ型。間違い1回。解答に要した時間17秒
(39人で1番早い)
C：Ⅰ型。間違い3回。解答に要した時間
1分53秒
D：Ⅱ型。間違い1回。解答に要した時間53秒
E：Ⅱ型。間違い2回。解答に要した時間50秒
F：Ⅱ型。間違い4回。解答に要した時間
1分55秒
(39人で1番遅い)
G：Ⅲ型。間違いなし。解答に要した時間29秒
H：Ⅲ型。間違い1回。解答に要した時間40秒
I：Ⅲ型。間違い2回。解答に要した時間
1分10秒
J：Ⅳ型。間違いなし。解答に要した時間48秒
K：Ⅳ型。間違い1回。解答に要した時間29秒
L：Ⅳ型。間違い3回。解答に要した時間45秒

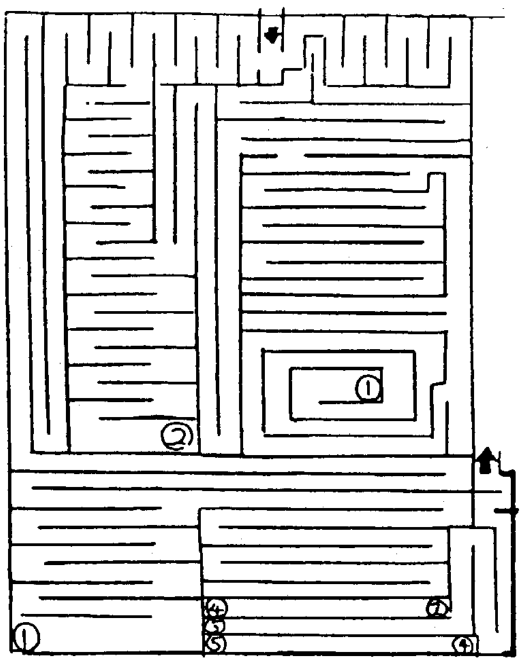
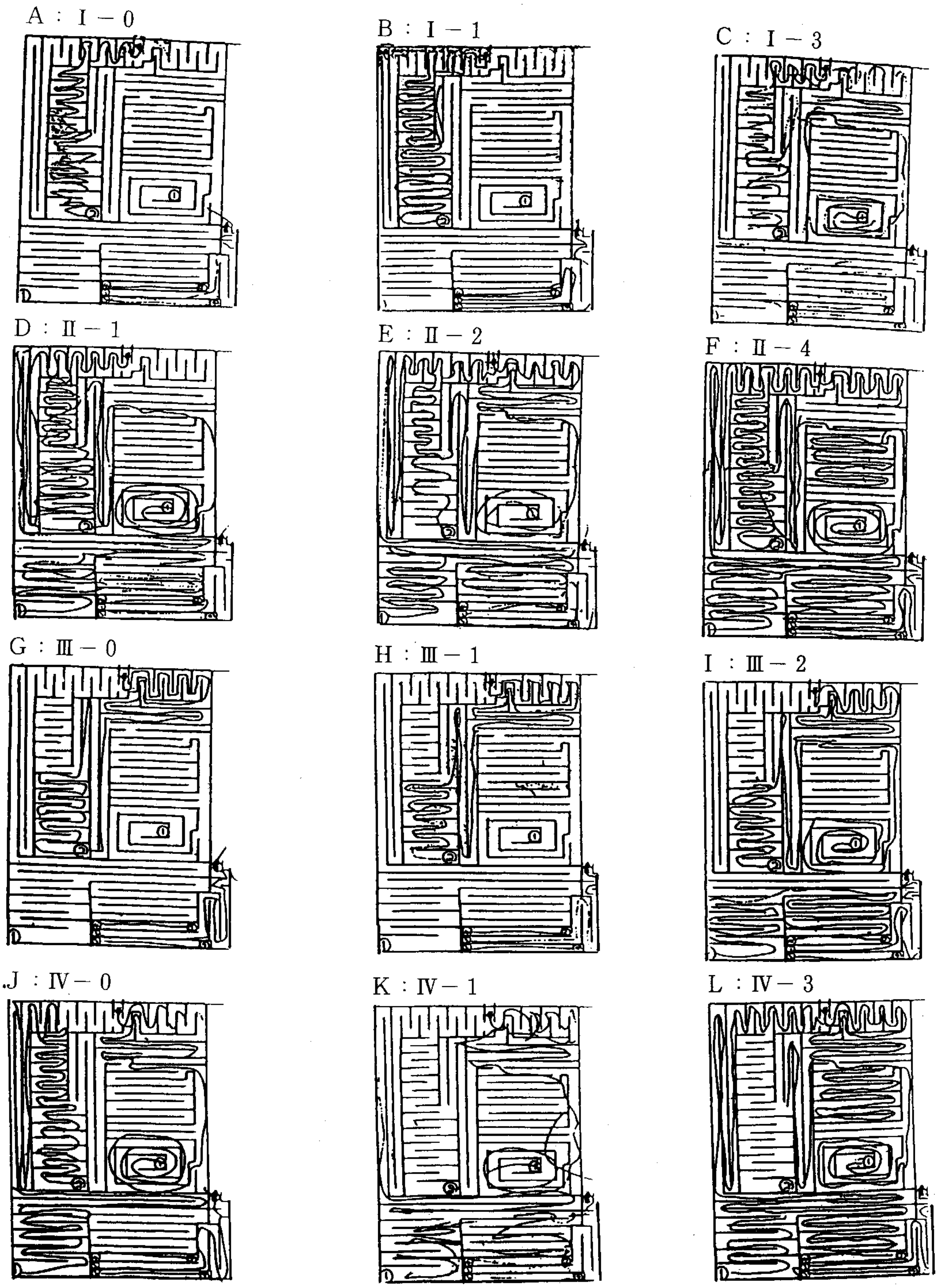


**図1**

子どもは迷路で行き止まりになると，そこから戻って別の路へ進めている。これは時間逆行を無意識のうちに行っていることになる。デッドロックでは何らかの形で相手があって行きづまると考え，その解決策は話し合うことしている。しかし，迷路では勝手に行き詰まったのだから，行き詰まる前の状態に戻そうとしている。また，少しぐらい行き詰まっても回復する能力があれば，慎重に考えるよりも早くゴールに到着している。

調査対象になった子どもたちは私立中学校を受験した。Bは最難関校に合格

図2




した。少しぐらいの間違いを気にせずに直ぐに軌道修正できるタイプが最難関校に合格するとも考えられる。間違いが気になって慎重になるタイプのAは難関校に合格している。迷路を解くことは子どもの性格ともかかわっている。

## Ⅵ　今後の課題

計算や公式の適用が中心の数学教育からもっとその背景にある数理思想にまで踏み込んだ数学教育の必要性を論じてきたが，これをカリキュラムとしてどのように構築するかはこれからの実践の中で明らかにしていきたい。

次に，コンピュータ科学の基礎からの知見より，デッドロックの数理と時間逆行の数理について子どもの潜在的な数理構造を調べた。何と何とがどのようにかかわりあうかをビジュアルに表現することにより，子どものとりあげた現象を構造化することの方向性はでてきた。子どもの経験や性格，生活環境などがトータルで表出された。形式論理に見られない別の論理構造が，身の回りの実在とのかかわりで顕在化しうることの方向性がでてきた。これまでにない論理構造を顕在化するための基礎研究である。子どもの社会性，性格などとの関連の検証を積み重ね，さらには，教材化の道をさぐりたい。

付記　とくに，Ⅴの研究（デッドロックの数理，時間逆行の数理）については，分析と考察に助言をいただいた大西慶一氏(大阪女子短期大学助教授・本学非常勤講師)と調査と実践を担当していただいた中道一夫氏・植山睦子氏（甲子園学院小学校教諭）に対して研究の協力に謝意を表する。

## 〔参考文献〕

徳田雄洋（1990）「はじめて出会うコンピュータ科学」（全8巻）岩波書店
本間俊宏・寺田幹治・金谷博史(1994)「ファジィ理論の学校数学への導入」
　　1994年度数学教育学会秋季例会　発表論文集 PP.155-158
柳本朋子(1994)「小学校におけるアルゴリズムの教育について」
　　1994年度数学教育学会春季年会　発表論文集 PP.60-63
本間俊宏(1995)「数学教育の思想性の考察」児童教育学研究第14号
　　神戸親和女子大学児童教育学会　PP.20-30
本間俊宏(1996)「数学教育の思想性の考察(第2報)」児童教育学研究第15号
　　神戸親和女子大学児童教育学会　PP.23-30
本間俊宏・大西慶一(1996a)「コンピュータ科学の基礎，その教育の研究と実践－Ⅲ」

1996年度数学教育学会春季年会　発表論文集 PP.125-128
本間俊宏・大西慶一(1996b)「コンピュータ科学の基礎，その教育の研究と実践－Ⅵ」
1996年度数学教育学会秋季例会　発表論文集 PP.98-101
本間俊宏・大西慶一(1997)「コンピュータ科学の基礎，その教育の研究と実践－Ⅻ」
1997年度数学教育学会秋季例会　発表論文集 PP.132-134
石川廣美(1997)「数学教育の流転と責任」算数教育46－1　日本数学教育学会　P.(3)
本間俊宏(1997)「数理思想の教育」日中数学教育学研究会　発表論文集 PP.37-42