

『総合的な学習』へのアプローチ

—「数学の思想とモデリング」の視点から—

本 間 俊 宏

概要 『総合的な学習』をめぐる諸問題について、これまでの教育実践をもとに数学の思想とモデリング、さらに、情報処理のシステム化の視点から考察する。

検索語 『総合的な学習』 数学の思想 モデリング 情報処理 総合学習 総合科学

I 研究の目的・方法

平成10年告示の学習指導要領において『総合的な学習の時間』が小・中・高に導入された。大学の教職課程では「総合演習」が必修化され、本学児童教育学科では「総合学習の研究」を開設することにした。

筆者は「なぜ数学を学ぶのか」という子どもたちの問いかけに答えるべく、身のまわりの事象の解明のなかで、数学を創り、理論化するという教育実践を積み重ねてきた。それらは、今、議論されようとしている『総合的な学習』に通じるものがある。前述の教育実践をとおして、『総合的な学習』をめぐる諸問題について、数学の思想とモデリング、さらに、情報処理のシステム化の視点から考察する。

II 教育実践から

身のまわりの事象の解明のなかで、数学を創り、理論化するという教育実践のなかから、本論文では、

- 1) 教材開発「川の汚れ」
- 2) 授業「内輪差・外輪差」
- 3) 小学校6年生「卒業研究」

について述べる。

本学教授

(1) 教材開発「川の汚れ」

本間俊宏・滝内武司・奥村薫は、1981年に小学校5年生の量の学習として、生きた算数の教材開発のために川の汚れを量化しようと大阪・猪名川などから川の水を汲み取った。そして、大阪教育大学附属池田小学校の理科室でビーカーにそれら川の水を入れ、蒸発させ、残った不純物を測定した。この教材開発は本間俊宏・滝内武司・奥村薫(1981)にまとめた。

それによると、川の汚れ具合を調べるために、以下の手順で実験を試みた。

- ① ビーカーに入れる川の水の体積をメスシリンダーで測る。
- ② ビーカーの重さを上皿天秤で測る。
- ③ 測った川の水を熱して全部蒸発させる。
- ④ 水を蒸発させた後のビーカーの重さを測る。
- ⑤ 2回目に測ったビーカーの重さと、1回目に測ったビーカーの重さの差を求める。

次のような実験の結果を得た。

	体積 (l)	重さ (g)
A川	1	0.3
B川	1.5	0.4
C川	3	0.5
D川	0.5	0.1

川の水1 l当たりの不純物の重さを求めると、

$$\text{A川 } 0.3 \div 1 = 0.3$$

$$\text{B川 } 0.4 \div 1.5 = 0.27$$

C川 $0.5 \div 3 = 0.17$

D川 $0.1 \div 0.5 = 0.2$

A川の水が一番汚れており、C川の水が一番汚れてないといえる。

これは、川の水に含まれている汚れの中で、水に溶けている汚れで、蒸発しないものと、水中に解けずに浮かんでいる砂、粘土、ごみ等をあわせたもので、川の水の混合度を調べたことになる。

この実験について、数学の教師が自然界にチャレンジしたことに、理科の教師は自分たちの領域に進出したことに驚異を感じていた。それでも、数学の教師のチャレンジに評価を与えた。

(2) 授業「内輪差・外輪差」

山岸雄策(1982)の先行研究をもとに、本間俊宏・寺田幹治・大西慶一・森裕一(1985)では「自動車の内輪差・外輪差」の教材開発を試みた。さらに、本間俊宏・森裕一(1986)では前述の教材開発に改善を加え、1986年6月に大阪教育大学附属天王寺中学校3年生に授業を試みた。

交差点で自動車が左折しようとするとき、左側にいる歩行者やバイクがその自動車と接触し、自動車に巻き込まれるという左巻き込みの事故が発生することがある。

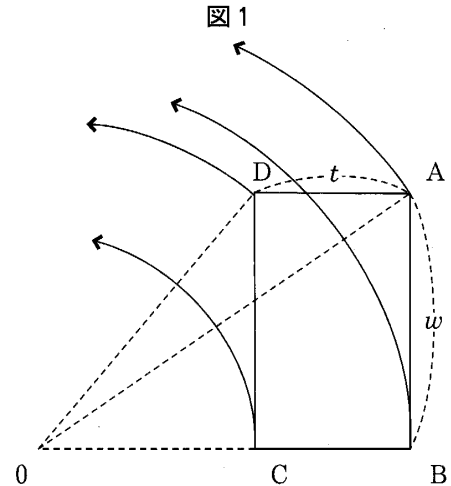
また、交差点の停止線が狭い道路では引っ込んでいることがある。

このような事象の解明のために、自動車の旋回メカニズムを考察する。

長方形 ABCD において、頂点 A, B, C, D をタイヤとする。実際は、前輪 A, D より前の部分(これを前部オーバーハングという)と後輪 B, C より後の部分(これを後部オーバーハングという)があるが、モデル化のために無視した。すなわち、自動車を長方形 ABCD とする。自動車の旋回は、後輪軸 BC の延長上に旋回中心 O があり、タイヤ A, B, C, D は点 O を中心に回転する。このとき前輪のタイヤ A, D の回転角をそれぞれ α, β とする。

辺 AD の長さをトレッドといい、 $t(m)$ とする。

辺 AB の長さをホイールベースといい、 $w(m)$ とする。(図1)



$OA=r_1, OB=r_2, OC=r_3, OD=r_4$ とすると、 $\angle AOB = \alpha, AB=w$ だから

$$r_1 \sin \alpha = w \quad \therefore r_1 = \frac{w}{\sin \alpha}$$

$$r_2 = \frac{w}{\tan \alpha} = \sqrt{r_1^2 - w^2}$$

$$r_3 = r_2 - t$$

$$r_4 = \sqrt{r_3^2 + w^2}$$

r_1 は最小回転半径として既知である。したがって、 r_2, r_3, r_4 は三平方の定理を用いて求めるので、三角比の知識がなくても中学校3年生で学習しうる。

まず、左巻き込みの事故の発生を分析する。タイヤ A, B, C, D の軌跡はそれぞれ円 A, B, C, D である。円 C の内部であれば安全領域であるが、円 C の外部かつ円 D の内部は危険領域である。2つの円 C, D の半径の差 $OD-OC$ を内輪差という。左巻き込みの事故はこの内輪差によって発生する。

そこで、歩行者やバイクの位置の安全性のモデル化を試みる。点 P (歩行者やバイクの位置) は車体左側 DC より l_1 , 前輪 AD の延長線より l_2 の距離とする。(図2)

旬から卒業の直前の3月中旬までの1ヶ月間であった。中道一夫・植山睦子（当時、同校教諭）は、今まで学習してきたことの仕上げとして、トータル的に学ぶことを意図して、6年生の担任であった平成8年度・9年度の2年間、この自由研究を「卒業研究」として位置付けた。3～4人のグループによる共同研究で、子どもたちは、各自の問題意識のもとに、その解決策も考えた。そのなかで、必要な数学もつくっていた。

●平成8年度のテーマ

- ①「定員はどうして決まるのか」
－乗り物の定員調べ－
- ②「私たちの1日の歩数と食事」
－1日何歩で何カロリー？－
- ③「身の回りの分数」
－分数は本当に必要か－
- ④「走ったあとの体の変化」
－西宮市小学生駅伝大会の練習を通して－
- ⑤「人間の身長について」
－僕たちの3年後の身長は－
- ⑥「黄金比について」
－本当に美しい長方形とは－
- ⑦「鉄道の定期の料金や運賃について」
－もしも札幌・鹿児島間の定期があったとしたら－
- ⑧「迷路づくり」
－ちょっと引き返してみませんか－
- ⑨「学校の食堂利用状況調査」
－何曜日に利用者が多いのか－
- ⑩「ミニ四駆の速さ」
－セッティングによる速さの違い－
- ⑪「学校周辺の交通量調査」
－安全な横断歩道－
- ⑫「6年生の量感」
－学校の敷地面積や教室の容積の測定－

●平成9年度のテーマ

- ⑬「かん電池について」
－かん電池の種類－
- ⑭「学校の食堂利用状況調査Ⅱ」
－食堂人気メニューアンケート－

- ⑮「ぬくぬくカイロについて」
－袋に表示されている温度や持続時間は正しいのか－
- ⑯「電車でGO！」
－甲子園口～立花間の時間と速度の関係－
- ⑰「現代の子どものココロ」
－あなたが幸せなときはどんなときですか－
- ⑱「1日の生活時間」
－学年による生活時間の違い－
- ⑲「登校時間調査」
－登校時間の分布－
- ⑳「コンビニの比較」
－一番便利なコンビニを追求する－
- ㉑「鉄道の駅間の距離」
－都心との関係－
- ㉒「現代ゲーム事情」
－人気のあるゲームは？－
テーマの番号は考察のために筆者が通し番号をつけた。

平成8年度のテーマは、算数をバックにしているが、平成9年度のテーマは、バックの算数がややうすくなり、総合学習的な色あいが強くでている。これは、指導する教師の意図があり、子どもの自由な発想を取り入れるために、平成9年度は算数という制限をゆるめたことによる。

子どもたちの問題意識は次のように類別される。

学校	⑨⑭⑲
算数	③⑥⑧⑫
遊び	⑩⑳
健康	②④⑤⑰
生活	⑬⑮⑱⑳
交通	①⑦⑪⑯⑳

以上のテーマのなかから類ごとに代表例について考察する。

<例1：学校>

⑭「学校の食堂利用状況調査Ⅱ」

⑨では、学校の食堂利用状況調査として、学年・曜日毎のアンケート調査であった。そのなかで曜日によって利用率の差がでることに着目し、それはメニューにも一因があると推測した。そこで、

人気メニューのアンケート調査を実施した。その結果、高学年になるほど好きなメニューが多様化していることも分かった。

これは、次年度の学年が継続研究として取り組んだ研究である。

<例2：算数>

⑥「黄金比について」

黄金比1:1.618は、私たちに美しく見えるのかということに疑問を持ち、縦と横の比がいろいろな長方形について、その美しさのアンケート調査を1～5年生にした。1:2(23.6), 1:1.5(20.0), 1:2.5(18.2)の順になった。()内の数値は平均の割合である。

1:1.5に集中するものとの予想が外れたことに戸惑いを感じて、性格テストの影響かと分析した。フィボナッチの数列のなかの黄金比、図形のなかの黄金比などから、黄金比は不滅と感じていた。

<例3：遊び>

⑩「ミニ四駆の速さ」

プラモデルカーのミニ四駆のパーツやローラーを組み替えることによって、スピードと安定性を実験した。曲線主体のコースでは、車体の前、中、後に種々の直径のローラーをつけて走行実験した。同様に、直線主体のコースでは、車体の前、後に種々の直径のローラーをつけて走行実験した。遊びのなかにも算数の知識が必要ということが分かり楽しかったと述べている。

<例4：健康>

⑤「人間の身長について」

小学校6年生になると身長の伸び方に個人差のあることに疑問を持ち、3年後の身長を予測した。

「新しい保健」(東京書籍)の「身長ののびかたのちがい」のグラフから、その人の伸びに似ているグラフをもとに推測していた。

<例5：生活>

⑮「ぬくぬくカイロについて」

どんなカイロに人気があるかアンケート調査をした。そのなかで人気のあるカイロについて、温かさや持続時間について測定した。カイロによって差のあること、値段との関連からの考察も試み

た。外気中での測定しかしていない。袋に表示してある持続時間は、懐中でのことかもしれないので、次年度の継続研究を望んでいた。

<例6：交通>

①「定員はどうして決まるのか」

通学時の電車の乗客数に疑問を持ち、定員数を調べた。予測として、

N先生 : 座席数+吊革

子どもT : 座席数+吊革+ドアのまわりの人数
×ドアの数

実際に、定員136の車両で調べた。

N : $48+88=136$

T : $48+88+4 \times 8=168$

交通科学博物館に問い合わせ、N先生の予測で合っていたことを確認した。

これらの代表例のうち、アンケート調査によるデータを統計処理している例としては、⑭、⑥、⑮などである。項目ごとに順位付けをしている。

モデリング的な例は⑤と①である。⑤は、身長の伸び方のモデルとなるグラフから、自分たちの身長の伸び方を予測している。また、①は、乗客定員数の式の仮説を立て、専門家に確認している。

実験による測定値のデータ処理は⑩と⑮である。主として順位付けである。

⑥は、数学の内容をさらに追究している。

子どもは、これまでに学んだ算数・数学を活用して、問題解決に取り組んでいる。

子どものテーマとその内容について分析する。

1) 問題意識

学校 ⑨⑭⑲

算数 ③⑥⑧⑫

遊び ⑩⑳

健康 ②④⑤⑰

生活 ⑬⑮⑱⑳

交通 ①⑦⑪⑯⑳

学校内のことに関心を示したのは13.6%、算数・数学や遊びに関心を示したのは27.3%、健康、生活、交通など社会のことに関心を示したのは59.1%であった。また、平成8年度生は算数・数学に関心を示したのに、平成9年度生は生活に関心を

示している。これは、Ⅲで述べたように指導する教師の意図、すなわち、総合学習をめざすことによる影響と推察される。

2) 情報の収集方法

アンケート ③⑨⑫⑭⑰⑱⑲⑳㉑㉒

測定 ④⑤⑥⑧⑩⑮⑯

調査 ①②⑦⑪⑬⑳

アンケート調査は40.9%であり、多くは全校児童に協力を求めている。実験や測定によるものが31.8%、アンケートによらずに自分たちで調査したものが27.3%であった。

3) 分析方法

表 ⑬⑭⑮⑳

グラフ ④⑤⑯⑰⑱⑲㉑

割合 ②③⑥⑧⑨⑩⑪⑫⑳

式 ①⑦

表にまとめたもの18.1%、グラフにまとめたもの31.8%、割合で表したものの40.9%、式に表したものの9.2%である。

4) 反応

自分 ②③④⑤⑥⑧⑩⑫⑬⑮⑯⑰⑲㉑

在校生⑨⑪⑭⑱⑲

社会 ①⑦⑳㉑

まとめのところで自分へのことととらえたもの59.1%、在校生によびかけたもの22.7%、社会のことととらえたもの18.2%である。

5) 実際の確認

専門家・書物 ①②⑤⑥⑦⑬⑳㉑

測定 ④⑧⑩⑫⑮⑯

調査 ③⑨⑪⑭⑰⑱⑲㉑

専門家や書物から結論を確認をしたのは36.4%、実験や測定による確認は27.3%、調査による確認は36.3%である。

これらの卒業研究は、中道・植山の指導のもとに、子どもたちがワープロを打ち、冊子にまとめた。さらに、父母や5年生を招待し、6年生全体の発表会を開催した。

Ⅲ 考察

「なぜ数学を学ぶのか」という子どもたちの問いかけに答えるべく、身のまわりの事象の解明のなかで、数学を創り、理論化するという実践の延長上に総合学習があることを見通し、数学の思想とモデリング、さらに、情報処理のシステム化の視点から考察する。

(1) 川の汚れ－数学の周辺領域へ

生きた算数の教材開発のために川の汚れを量化しようとして取り組んだが、理科の教師をゆさぶることになった。数学の教師が理科の領域へ進出した初期の教材開発である。

(2) 自動車の内輪差・外輪差－総合学習の原点として

「自動車の内輪差・外輪差」についての教材開発を本間俊宏・寺田幹治・大西慶一・森裕一(1985)では、数学の関連領域である数理科学への試みとして次のように述べた。「子どもたちの生きる力となる数学の創造をめざし、その教材開発の一環として、数理科学への試みについて報告する。現時点での中学校・高等学校は領域別、体系的に理路整然とすすめられている。私たちの試みは、身のまわりにある実在から、たとえば、道路や住宅の設計などのテーマのもとに、これらの事象の解明あるいは達成を通して、数学を構築し、そこで用いられたあるいは創造された数学をもとに、あるテーマを解決するものである。ここでの数学はあるテーマの解決のために、小さい1つの数学の世界(これをコンパクトな数学あるいは閉じた数学とよぼう)を構成することにする、このような数学を道路の数学、住宅の数学などとよぶことにしよう。そこでは、従来の教育課程にとらわれず、必要とする数学がとり入れられることになる。とくに、私たちのめざした数理科学では、次の諸点に留意している。

① あるテーマの解決のための作業化。

② パソコンの利用のためのアルゴリズム化、

プログラミング化。

③ パソコンを用いてのあるテーマの解決。

④ 教育としての位置づけ。」

この試みが以後の課題解決学習、さらには総合学習へと発展したといえる。

今一度、この原点を考察する。

算数・数学の学習がややもすると大学・高校・中学入試のためになっている。そのような状況下で子どもたちから「なぜ算数や数学を学ぶのか」という疑問を筆者はつきつけられた。子どもたちは、こんなことを学習して何の役に立つのか、自分たちの生活と関わりない、教室だけの話ではないかと反論したいのである。このようなとき、教師は、今は役に立たなくても、将来きっといいことがあるよと、いわゆる「待ちの論理」を展開する。しかし、筆者は、子どもたちの疑問に真正面から取り組もうとしたのである。今、生きている子どもたちが、今、学ぶことに意義あるものしよう、実在の事象の解明というテーマの中で、実際に数学を創造し、理論化した。現在の筆者の研究テーマは進化して「数学の思想とモデリング」となっている。

筆者のモデリングは、既成の数学にとらわれず、現在体系化されつつあるホットな理論も射程に入れて、問題がよりうまく解決することをとおして、未完成な理論をうまく発展させることもありうるということである。

前述のように「交差点で自動車が左折しようとするとき、左側にいる歩行者やバイクがその自動車と接触し、自動車が巻き込まれるという左巻き込みの事故が発生することがある。また、交差点の停止線が狭い道路では引っ込んでいることがある。このような事象の解明のために、自動車の旋回メカニズムを考察する。」として、

数学の関連領域である数理科学、ここでは、自動車工学の知見を事象の解明にどう取り込むか。モデル化するか。事象の解明のために、数学をベースとして諸科学の知見をどう取り込むか、ここに、総合学習への原点として位置付けられる教育実践であるといえる。

さらに、事象の解明への流れを情報処理の視点から考察するに至った。それは、平林宏朗・本間俊宏・大西慶一・森裕一（1994）のなかで、筆者らが「身のまわりの問題解決の実際例として、自動車による左巻き込み—自動車の内輪差」として、情報処理のシステム化の視点から論じた。

情報処理のシステム化とは、次のような手順で情報を処理することである。

- ① 問題の意識化
- ② 情報の収集・選択
- ③ 情報の分析・加工
- ④ 情報の発信・評価
- ⑤ 情報の蓄積・破棄

以下、情報処理のシステム化にそって考察する。

① 問題の意識化

「左巻き込みの事故は、どのようにして発生するか。それは自動車が左折するとき、歩行者やバイクが、自動車と十分離れていれば起きないが、接近しているときに起きる。自動車が左に旋回することと関係がないだろうか。そのとき歩行者やバイクは、自動車とどのような位置関係になるのだろうか。」

このように、対象となる問題を意識化することが重要である。問題意識をもって行動するとき、その行動範囲の中で問題解決がすすむのである。

② 情報の収集・選択

「自動車の旋回時のメカニズムを、自動車工学の書物から収集したり、実際の自動車の諸元を、自動車のパンフレットから収集する。また、左巻き込みの事故の様態を新聞・テレビの報道より探し出す。先行研究を探すのも重要である。」

このように、問題の意識化にもとづいて、情報を収集し、さらに選択する。その際、問題の解決の見通しをもつことが重要である。収集にあたっては、行動範囲を広げる努力も必要である。インターネットからの情報検索も射程に入れてよい。

③ 情報の分析・加工

「左巻き込みの事故は、どのように生じるかを分析する。それは、自動車の内輪差によって引き起こされることがわかる。自動車の最小回転半径

を用いて、自動車の左旋回の状況を作図する。これによって、歩行者やバイクの安全圏を考察する。」

このように、問題を構造的にとらえ、問題点が明確になるように分析する。この中で、数学が創り出され、理論化し、事象を解明する。

④ 情報の発信・評価

「分析や加工をもとに、解明された結果を発表する。そのとき、主張すべきことをどのように伝えるかが問題となる。ここでは左巻き込みのときの自動車と歩行者などの接触の状況をコンピュータを用いてシミュレーションしてみよう。」

このように、解明された問題を発表する。発表方法には、いろいろある。教師は授業として取り組むのもよい。学生や生徒はレポートしてまとめるのもよい。インターネット上でホームページとして世界に公表するのもよい。このように、発信するだけでなく、価値のある情報であるか評価することも大切である。

⑤ 情報の蓄積・破棄

「分析の結果と発信した内容をキーワードをつけて、データベース化する。」

このように、価値のある情報として評価を得た情報は、データベース化し、いつでも検索ができるようにキーワードをつける。不要になった情報は破棄する。

「なぜ数学を学ぶか」という子どもの問いかけに答えるべく、身のまわりの事象の解明に取り組み、教材化した実践例をもとに考察した。

(3) 小学生の卒業研究－総合学習の視点

本間俊宏(1999)では、小学生の卒業研究として、総合学習ともいえる実践例を考察した。そのなかで、今後の課題として次のように論じた。

「子どもが各自の問題意識のもとに、研究に取り組むとき、事象をモデリングし、そのバックにある数理を解明することを教師は意図的に指導することが必要である。その視点から、平成8年度生と平成9年度生の取り組みの差は、私たちに数学の思想をバックとしたモデリングの考察に示唆を与えている。

とくに、総合学習が小学校から大学に至るまで要請されている。大学の教職課程では教員免許法の改正により、教職科目に総合演習が必修化された。これは、小中高の総合学習の延長上に位置づけられる。

筆者は、情報処理のシステム化という視点から、大学でのレポート作成や卒業論文等の指導を試みている。このような視点から、総合学習に取り組むことを提唱したい。

ここでの情報処理では、コンピュータはツールとして用いることになる。

総合学習においては、合科的に何か調べるだけでなく、問題意識をもって何か訴えるものがなくてはならない。この視点から、甲子園学院小学校の6年生の卒業研究は、情報処理のシステム化を意識したものではないが、結果としては、問題意識をもって、研究に取り組んでいる。これは、指導者である中道・植山が、筆者といつも共同研究してきたことによると考える。常に、問題意識をもって、研究に取り組んできたそのことが子どもの指導にも反映したものである。」

何でもありの総合学習ではなくて、問題意識のもとに情報を集め、考察した結果を発信するというシステムを確立したい。そのなかで算数・数学の位置づけも明らかになると期待する。

IV 今後の課題

『総合的な学習の時間』は、国際理解、情報、環境、福祉・健康を柱として、教科を離れ、子どもたちの自主性のもと、何でもありの感を呈している。数学の教師の立場からは、数学をバックにもつことを要請することは数学の教師の傲慢さでありエゴであろうか。

冒頭で述べたように、筆者は「なぜ数学を学ぶのか」という子どもたちの問いかけに答えるべく、身のまわりの事象の解明のなかで、数学を創り、理論化するという教育実践を積み重ねてきた。

決して、今日の『総合的な学習の時間』を想定したわけではない。このような教育実践の延長上

に問題解決型の学習，課題解決学習，さらには，総合学習が出現したといえる。

事象の解明という問題意識のもとに，数学をはじめ，諸科学の知見を統合する，いわば総合科学といった学際的な科学をバックに学習するのが総合学習であろう。その際，事象の解明のための理論を構築する目的で，モデリングが必要となる。さらに，事象の解明をすすめるために，コンピュータをツールとして，筆者のいう「情報処理のシステム化」による情報処理の手順が学習の手引きとなる。

教科の教師は，各自の教科をベースにした総合学習を展開すればよいと考える。

他領域への進出を遠慮することはない。むしろ，総合学習のバックに総合科学という学際的な科学が確立することを期待したい。

『総合的な学習の時間』と『総合学習』の違いを論じるよりも，諸科学の知見を子どもたちがどうトータル的に学習するか議論を深めたい。

参考文献

- 本間俊宏・滝内武司・奥村薫(1981)「量と関数」カラー版生きた算数5年の4 ぎょうせい PP.29-36
- 山岸雄策(1982)「自然と社会の算数・数学」一光社
- 本間俊宏・寺田幹治・大西慶一・森裕一(1985)「数理科学への試みー自動車と道路の数学ー」数学教育研究 第15号
大阪教育大学数学教室 PP.75-88
- 本間俊宏・森裕一(1986)「数理科学への試み(第2報)ー内輪差・外輪差の授業実践からー」数学教育研究 第16号
大阪教育大学数学教室 PP.45-57
- 本間俊宏・大西慶一・柳本朋子(1998)「数理思想とモデリングー小学生の卒業研究」1998年度数学教育学会秋季例会発表論文集 PP.158-160
「卒業研究」(平成8年度・9年度) 甲子園学院小学校
- 平林宏朗・本間俊宏・大西慶一・森裕一(1994)「情報処理ーその実際と理論ー」 槇書店
- 本間俊宏(1997)「数理思想の教育」
日中数学教育学会 発表論文集 PP.37-42
- 本間俊宏(1999)「数学の思想とモデリングー小学生の

卒業研究からー」 数実研・研究紀要 実践研究第12号 数学教育実践研究会 PP.1-6