

УДК 614.23.314

**ПІДХІД НА ОСНОВІ АКТУАРНИХ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ДО ЗАДАЧ
СТРАХОВОЇ МЕДИЦИНИ****В. П. Марценюк, Н. Я. Климук, І. Є. Андрущак***Тернопільський державний медичний університет імені І.Горбачевського*

У роботі розвинуто підхід на основі актуарних математичних моделей до задач медичного страхування. Моделі сформульовано в термінах рівнянь Колмогорова та Тіле.

Ключові слова: медичне страхування, рівняння Колмогорова, рівняння Тіле

**ПОДХОД НА ОСНОВЕ АКТУАРНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ К
ЗАДАЧАМ СТРАХОВОЙ МЕДИЦИНЫ****В. П. Марценюк, Н. Я. Климук, И. Е. Андрущак***Тернопольский государственный медицинский университет имени И. Я. Горбачевского*

В работе развит подход на основе актуарных математических моделей к задачам медицинского страхования. Модели сформулированы в терминах уравнений Колмогорова и Тиле.

Ключевые слова: медицинское страхование, уравнение Колмогорова, уравнение Тиле

**APPROACH BASED ON ACTUARIAL MATHEMATICAL MODELS FOR THE
PROBLEMS OF HEALTH INSURANCE****V. P. Martsenyuk, N. Ya. Klymuk, I. Ye. Andrushchak***Ternopil State Medical University by I.Ya. Horbachevsky*

In this work there is developed an approach based on actuarial mathematical models for the problems of health insurance. Models are presented in terms of Kolmogorov and Thiele equations.

Key words: health insurance, Kolmogorov equation, Thiele equation

Вступ. Охорона здоров'я населення України є пріоритетним напрямком соціальної політики держави. Національна програма реформування галузі передбачає модернізацію системи охорони здоров'я і встановлює основні концептуальні пріоритети розвитку медичної галузі країни. Значиме місце у вирішенні проблем національної охорони здоров'я в багатьох країнах світу посідає медичне страхування [1-4]. При цьому одним з основних способів подолання проблем у національних системах охорони здоров'я є використання можливостей медичного страхування з метою підвищення якості медичної допомоги й збереження здоров'я населення.

У рамках розв'язання завдань, передбачених національними проектами, особливого значення набувають науково-практичні дослідження з удосконалення фінансового забезпечення охорони здоров'я. Про-

блеми функціонування системи медичного страхування активно обговорюються на різних рівнях. Сьогодні потрібно переходити від обговорення напрямків удосконалювання до фази інтенсивного впровадження раціональних організаційно-фінансових рішень в області медичного страхування.

Наукові підходи, вироблені в працях по теорії фінансів і страхової справи [1-5], послужили базою для розробки теоретико-методологічних основ сучасного медичного страхування. Разом з тим, інтенсифікація сучасного економічного й соціального розвитку вимагає розширення й поглиблення наукових, методологічних і практичних досліджень в області медичного страхування.

Метою роботи є розвиток теоретико-методологічної бази медичного страхування шляхом розробки актуарних математичних моделей.

© В. П. Марценюк, Н. Я. Климук, І. Є. Андрущак

Матеріали та методи дослідження

Наша модель ґрунтується на припущенні про те, що час, через який клієнт страхової компанії захворіє на хворобу (яка підлягає медичному страхуванню), якщо його вік становить x , є випадковою величиною T_x з неперервним розподілом. Такий розподіл буде повністю описаний, якщо ми знатимемо:

- функцію неперервного розподілу $F_x(t) = P\{T_x \leq t\}$, або

- відповідну функцію щільності $f_x(t)$ або

- силу захворюваності $\mu_{x,t}$. Даний показник введено по аналогії з демографією. Сила захворюваності є швидкістю ймовірності захворіти у віці t для особи, яка зараз має вік x . Вона може бути обчислена як:

$$\mu_{x,t} = -\frac{d}{dt} \ln S_x(t). \text{ Тут } S_x(t) = 1 - F_x(t) - \text{ функція}$$

опірності до хвороби (тобто ймовірність не захворіти до віку t для особи, яка зараз має вік x).

Один із підходів полягає в припущенні, що є відомою функція неперервного розподілу $F_x(t)$ (мається на увазі, що вона була оцінена, використовуючи відповідні статистичні дані). Це можна зробити на основі таблиці захворюваності I (тут I - ймовірність захворіти у віці x років), яку можна використати для обчислення оцінок параметрів страхового полісу (ОПП).

Припустимо, що нам відомо силу захворюваності у кожному віці. Зобразимо це схематично:

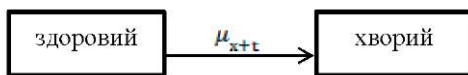


Рис. 1. Схема для представлення контракту медичного страхування.

Задачу медичного страхування можна сформулювати таким чином. При відомій силі захворювання для кожного віку $t_{x,t}$ потрібно знайти всі ймовірності і ОПП, які потрібні для знаходження страхової суми та премії, визначених в страховому полісі.

Пропонований підхід полягає у вирішенні звичайного диференціального рівняння Колмогорова для знаходження ймовірності «не захворіти»:

$$\frac{d}{dt} {}_t P_x = - {}_t P_x \mu_{x+t}$$

Тут і надалі в роботі використовуватимуться позначення актуарної математики ${}_t P_x = S_x(t)$. В якості початкового стану розглядаємо ${}_0 P_x = 1$. Задача полягає у відшуванні ${}_t P_x$ для всіх $t > 0$.

Для обчислення резервного капіталу з часом $V(t)$ що є визначальним при укладанні контракту медичного страхування, пропонується використовувати рівняння Тіле:

$$\frac{d}{dt} V(t) = V(t)\delta + \bar{P}_x - \mu_{x,t}(1 - V(t)).$$

Тут \bar{P}_x - розмір страхової премії. Рівняння Тіле дозволяє обчислити нам вартість страхового полісу а також ОПП будь-яких грошових операцій. Граничною умовою у цьому випадку є кінцева умова швидше ніж початкова.

Дуже рідко $\mu_{x,t}$ має настільки просту форму (наприклад константа), що ми можемо знайти розв'язки в явному вигляді. У той же час майже завжди розв'язки можуть бути знайдені чисельно. Ми зробимо це використовуючи найпростіший метод - схему Ейлера.

Результати та їх обговорення

З першого погляду підхід на основі рівнянь Колмогорова та Тіле здається більш складним, ніж просте використання таблиці захворюваності. Це дійсно так, хоча на сьогодні, завдяки потужним обчислювальним комп'ютерним методам, він є цілком реальним.

Переваги такого підходу проявляються при розгляді більш складних контрактів. Так, на рис. 2 наведено модель, яка лежить в основі медичного страхування на випадок втрати працездатності з метою заміщення втрачених заробітків.

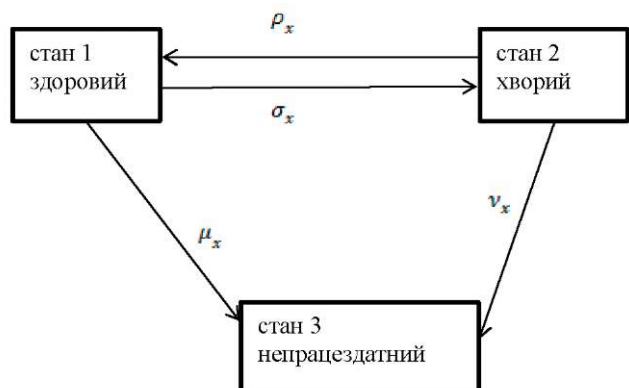


Рис. 2. Модель, яку можна використати для представлення контракту страхування на випадок непрацездатності.

Ми могли б сформулювати цю модель в умовах випадкового часу, коли відбуваються події, аналогі випадкового часу захворіти T . Це надзвичайно складно і обчислення ймовірності і ОПП за допомогою цього підходу є неперспективним.

Але, якщо ми припустимо, що відомо «сили», що керують переходами між трьома станами, аналоги до сили захворювання $\mu_{x,t}$, то легко можна записа-

$$\begin{aligned} {}_h P_x &\approx {}_0 P_x + h \frac{d}{dt} P_x \Big|_{t=0} = {}_0 P_x + h [-{}_0 P_x \mu_{x+0}] = 1 - h \mu_x \\ {}_{2h} P_x &\approx {}_h P_x + h \frac{d}{dt} P_x \Big|_{t=h} = {}_h P_x + h [-{}_h P_x \mu_{x+h}] = 1 - h \mu_x - h(1 - h \mu_x) \mu_{x+h} \\ {}_{3h} P_x &\approx {}_{2h} P_x + h \frac{d}{dt} P_x \Big|_{t=2h} = {}_{2h} P_x + h [-{}_{2h} P_x \mu_{x+2h}] \end{aligned}$$

І так далі. Такі обчислення легко можна програмувати в будь-якому із наступних програмних засобів: електронні таблиці; мови програмування (наприклад, Java); стандартні математичні пакети (наприклад, Maple, Matlab, Mathematica).

Зауважимо, що схема Ейлера є найпростішим обчислювальним методом для вирішення диференціального рівняння. Однак, це один з найповільніших і найменш точних методів. Тому на практиці доцільно використовувати більш ефективні чисельні методи.

Розв'язання диференціального рівняння Тіле. Ми можемо розв'язати диференціальне рівняння Тіле двома способами.

$$V(n-h) \approx V(n) - h \frac{d}{dt} V(t) \Big|_{t=n} = V(n) - h [V(n) \delta + \bar{P} - \mu_{x+n} (1 - V(n))]$$

$$V(n-2h) \approx V(n-h) - h \frac{d}{dt} V(t) \Big|_{t=n-h} = V(n-h) - h [V(n-h) \delta + \bar{P} - \mu_{x+n-h} (1 - V(n-h))]$$

$$V(n-3h) \approx V(n-2h) - h \frac{d}{dt} V(t) \Big|_{t=n-2h} = V(n-2h) - h [V(n-2h) \delta + \bar{P} - \mu_{x+n-2h} (1 - V(n-2h))]$$

і т.д.

Висновки. 1. В роботі запропоновано актуальний підхід до побудови математичних моделей, які можуть бути використані при розробці полісів медичного страхування.

2. За допомогою рівняння Колмогорова, знаючи силу захворюваності можна здійснювати розрахунок залеж-

ти аналоги рівняння Колмогорова і рівняння Тіле і потім розв'язати їх чисельно.

Розв'язок рівняння Колмогорова. Застосувавши метод Ейлера до рівняння Колмогорова ми отримуємо:

1. Вперед від початкової умови:

$$V(0) = 0$$

2. Назад від кінцевої умови:

$$V(n) = 0 \text{ або } V(0) = 1$$

При розв'язуванні рівняння Тіле початкове значення дуже часто є невідомим. У той же час ми майже завжди знаємо кінцеве значення. Тому ми розв'яжемо рівняння Тіле починаючи від кінцевої умови. Застосувавши метод Ейлера з розміром кроку k ми маємо:

них від часу ймовірностей клієнта страхової компанії не захворіти на захворювання, що розглядається.

3. За допомогою рівняння Тіле пропонується розраховувати залежний від часу резервний капітал, що є визначальним при укладанні договору медичного страхування.

Література

1. Кудрявцев А. А. Страхование здоровья: опыт Великобритании. А. А. Кудрявцев, Р. Г. Плам, Г В. Чернова - М. : Анкил, 2003. - 216 с.
2. Система страхования в здравоохранении : учеб.-метод. пособие / Ю. П. Лисицын и др. - М. : Федер. фонд ОМС, 2001.- 223 с.
3. Азаматов Д.М. Страховая медицина. Социально-фило-

- софский анализ (на материалах Респ. Башкортостан) / Д. М. Азаматов, О. М. Иванова - Уфа, М. : 1999. - 263 с.
4. Миронов А. А. Медицинское страхование / А. А. Миронов, А. М. Таранов, А. А. Чейда - М. : Наука, 1994. - 312 с.
5. Актуарная математика : пер. с англ.; под ред. В. К. Малиновского / Бауэрс Н., Гербер Х., Джонс Н., Несбит С. - М. : Янус-К, 2001.