фазных МЛ электроснабжения 0,4 кВ в целом по Армении обусловливает при расчете технических потерь наличие погрешности на уровне 4,4 % общей величины расчетных технических потерь в этих сетях.

3. Реализация дополнительных измерений на 1200 головных участках трехфазных МЛ электроснабжения в сетях 0,4 кВ Армении является экономически обоснованной.

4. Предложенная методика исследования величины коэффициента неравномерности может быть в полной мере применена к неполнофазным схемам электроснабжения коммунально-бытовых потребителей 0,4 кВ.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Ж е л е з к о Ю. С., А р т е м ь е в А. В., С а в ч е н к о О. В. Расчет, анализ и нормирование потерь электрической энергии в сетях: Руководство для практических расчетов. – М.: Изд-во НЦ ЭНАС, 2003. – 280 с.

2. П о т е р и электроэнергии в электрических сетях энергосистем / Под ред. В. Н. Казанцева. – М.: Энергоатомиздат, 1985.

3. М е т о д и к а расчета технологических потерь электроэнергии в электрических сетях напряжением 0,38–35 кВ / Утверждена решением Комиссии по регулированию секторов общественных услуг РА № 65а от 8 октября 2002 г.

4. К р е м е р Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: Учеб. для вузов. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2003. – 543 с.

5. Н а д е ж н о с т ь и эффективность в технике: В 2 т. – Т. 2: Математические методы в теории надежности и эффективности / Под ред. Б. В. Гнеденко. – М.: Машиностроение, 1987. – 280 с.

6. Т р о и ц к и й А. И. Уравновешивание токов нулевой последовательности. – Новочеркасск: ЮРГТУ, 2001. – 170 с.

Представлена Ученым советом Поступила 20.05.2004

УДК 621.372

ОЦЕНКА ПЕРЕДАЧИ МАКСИМАЛЬНОЙ АКТИВНОЙ МОЩНОСТИ В НАГРУЗКУ ДЛЯ АКТИВНЫХ МНОГОПОЛЮСНИКОВ

Докт. техн. наук, проф. БОНДАРЕНКО А. В.

Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет

Канд. техн. наук, доц. МОЖАР В. И., УСТИМОВИЧ В. А.

Белорусский национальный технический университет

Задача «согласования» нагрузки для двух- и четырехполюсных цепей прочно вошла в элементарные курсы теоретической и прикладной электротехники. Однако распространение полученных результатов на многополюсный случай не является тривиальной задачей. Подобная проблема может возникнуть, например, при рассмотрении эффективного энергетического использования нескольких первичных датчиков различного рода: температуры, давления, плотности и т. д. (входы многополюсника), нагруженных после предварительного усиления сигналов каждого из них на резистивную нагрузку или нагрузку, реактивной составляющей которой можно пренебречь, а точную компенсацию путем введения нужной реактивности к каждой нагрузке (выходы многополюсника) производить не рационально или в силу каких-либо ограничений затруднительно. Примерами могут служить и фрагменты энергетической системы некоего объекта или района, распределения системы оптимальных нагревателей или иных потребителей и т. п.

Решению частных аспектов данной постановки вопроса, когда или отсутствуют априорные оценки величины максимума мощности, или импедансные матрицы отвечают обратимой цепи, нагруженной на источники напряжения на внешних портах многополюсника с импедансным описанием, посвящены публикации [1–3]. К сожалению, полученные решения не применимы в случаях вырожденных или особенных матриц многополюсников, нагрузок чисто резистивного характера, наличия зависимых источников напряжения и/или тока и др. Одна из интересных попыток в этом направлении была предпринята в [4], но и в этой работе вопросы необратимости описания цепей и конструктивного алгоритма расчета не ставились. В данной работе, развивающей полученные результаты, рассматриваются некоторые дополнительные решения поставленной проблемы. В отличие от известных подходов обратимся к описанию многополюсной цепи через параметры матрицы проводимостей (что предпочтительнее при определенных соотношениях чисел узлов и контуров цепи, как, например, в случае сложных интегральных схем), содержащей наряду с пассивными элементами зависимые источники (ЗИ) напряжения и/или тока, а также любые преобразователи иммитансов (гираторы, конвертеры, трансформаторы, инвертеры и вырожденные элементы — нуллаторы и нораторы).

Итак, исследованию подлежит необратимая (n + 1)-полюсная неуравновешенная цепь (n + 1-й – общий узел), нагруженная на резистивный многополюсник (рис. 1). Здесь N_0 – многополюсная цепь с независимыми и зависимыми (управляемыми) источниками (или преобразователями энергии), описываемая несимметричной матрицей проводимостей $[\mathbf{Y}_0]$ и векторами напряжений внешних узлов $[u(t)] = [u_1(t), u_2(t), \ldots, u_n(t)]^t$ и токов $[i(t)] = [i_1(t), i_2(t), \ldots, i_n(t)]^t$; t – символ транспозиции матриц; $[\mathbf{G}]$ – резистивная матрица звездной структуры (в случае необходимости можно рассмотреть $[\mathbf{G}]$ отвечающей цепи общего вида).

Проблема состоит в поиске положительной определенной вещественной матрицы $[\mathbf{G}]$, обеспечивающей максимальную потребляемую мощность при установившемся гармоническом режиме на некоторой фиксированной частоте. Задача может быть поставлена и по-иному: при заданной $[\mathbf{G}]$ оценить верхнюю границу значений этой мощности при изменении параметров необратимых элементов в заданных границах или, наконец, при совместном изменении элементов матрицы $[\mathbf{G}]$ и необратимых устройств.

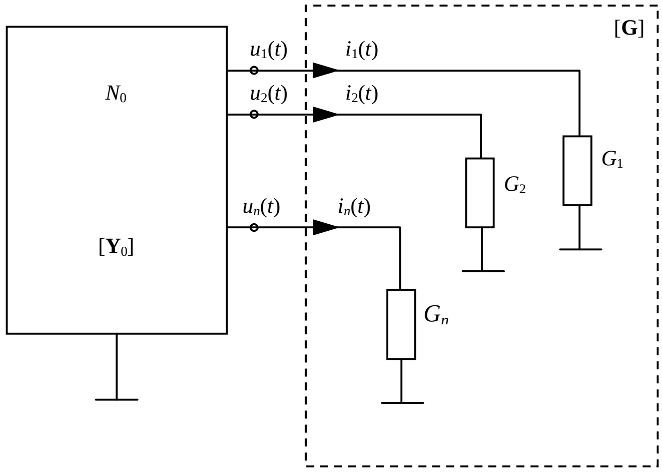

Рис. 1

Рассмотрение вопроса подразумевает выполнение двух этапов. На первом из них определяется многополюсный эквивалент теоремы Нортона для цепи с активными элементами (преобразователями), а на втором – получение искомой оценки необходимых соотношений. После первой стадии решения (также удовлетворяющей заданным инженерным требованиям) получим следующую многополюсную цепь неуравновешенной структуры (рис. 2).

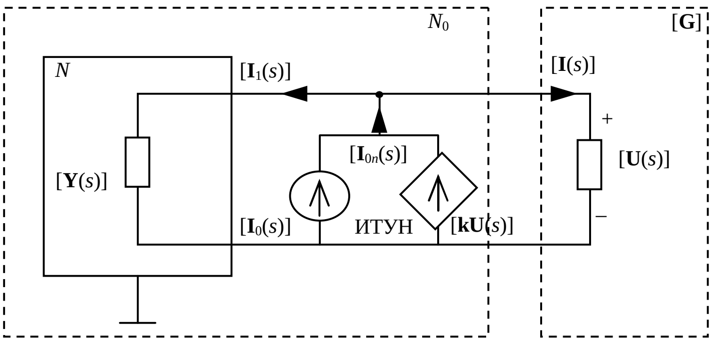

Рис. 2

Структуры других типов могут быть сведены к данной после ряда преобразований [5]. На рис. 2 совместный вектор источников токов $[\mathbf{I}_{0n}(s)]$ $(s = j\omega)$ содержит результаты наложения токов $[\mathbf{I}_0(s)]$ от независимых источников напряжения и тока и источников тока, управляемых напряжениями (ИТУН), т. е. $[\mathbf{kU}(s)]$. Иные виды ЗИ могут быть предварительно преобразованы к данному типу.

Вопросы взаимных преобразований преобразователей иммитансов и зависимых источников произвольного типа, не являющиеся предметом данного рассмотрения, представлены в [5]. На рис. 2 $[\mathbf{Y}(s)]$ – симметрическая $n \times n$ матрица проводимостей пассивной части цепи; $[\mathbf{I}_1(s)]$ – вектор-столбец изображений (в общем случае) токов, протекающих через $[\mathbf{Y}(s)]$;

$[\mathbf{I}(s)]$ – вектор токов в нагрузочных проводимостях с матрицей $[\mathbf{G}]$. Из определения мгновенного значения полной мощности имеем:

$$\mathrm{diag}\{p(t)\} = [u(t)][i(t)];$$

$$[u(t)] = \mathrm{diag}\left\{\frac{1}{2}\left(\dot{U}_{m\rho}e^{j\omega t} + \overset{*}{U}_{m\rho}e^{-j\omega t}\right)\right\};$$

$[i(t)] = \mathrm{diag}\left\{\frac{1}{2}\left(\dot{I}_{m\rho}e^{j\omega t} + \overset{*}{I}_{m\rho}e^{-j\omega t}\right)\right\}$; $\rho = \overline{1,n}$; $\dot{U}_{m\rho}$ и $\dot{I}_{m\rho}$ – комплексные амплитуды напряжения и тока на соответствующем ρ-входе $[\mathbf{G}]$; * – сопряженный комплекс. После перемножения диагональных матриц и перехода к действующим значениям $\dot{U}_\rho$ и $\dot{I}_\rho$ получим

$$\mathrm{diag}\{p(t)\} = \frac{1}{2}\mathrm{diag}\left\{\dot{U}_\rho \dot{I}_\rho e^{j2\omega t} + \overset{*}{U}_\rho \overset{*}{I}_\rho e^{-j2\omega t} + \overset{*}{U}_\rho \dot{I}_\rho + \overset{*}{I}_\rho \dot{U}_\rho\right\}.$$

Средняя (активная) мощность, выделяемая в $[\mathbf{G}]$, составит

$$P = \frac{1}{2}\left([\overset{*}{\mathbf{U}}][\dot{\mathbf{I}}] + [\overset{*}{\mathbf{I}}][\dot{\mathbf{U}}]\right). \qquad (1)$$

Из рис. 2 непосредственно следует, что $[\dot{\mathbf{I}}] = [\mathbf{G}][\dot{\mathbf{U}}]$; так что $[\overset{*}{\mathbf{I}}] = [\overset{*}{\mathbf{U}}][\mathbf{G}]$; $[\overset{*}{\mathbf{G}}] = [\mathbf{G}]$.

Таким образом, согласно (1), получим

$$P = [\overset{*}{\mathbf{U}}][\mathbf{G}][\dot{\mathbf{U}}]. \qquad (2)$$

Опуская аргумент $s = j\omega$, с учетом очевидных соотношений для токов:

$$[\dot{\mathbf{I}}_1] = [\mathbf{Y}][\dot{\mathbf{U}}];\ [\dot{\mathbf{I}}] = [\dot{\mathbf{I}}_0] + [\mathbf{k}\dot{\mathbf{U}}] - [\dot{\mathbf{I}}_1]$$

несложно установить результирующее выражение для исследования активной мощности, выделяемой в $[\mathbf{G}]$:

$$P = [\overset{*}{\mathbf{I}}_0]([\mathbf{G}] + [\overset{*}{\mathbf{Y}}] - [\overset{*}{\mathbf{k}}])^{-1}[\mathbf{G}]([\mathbf{G}] + [\mathbf{Y}] - [\mathbf{k}])^{-1}[\dot{\mathbf{I}}_0]. \qquad (3)$$

Далее положим $[\mathbf{Y}] - [\mathbf{k}] = [\mathbf{Y}]'$, тогда при фиксированных токах источников $[\dot{\mathbf{I}}_0]$ максимальная мощность в (3) обеспечивается при выполнении максимума следующей матричной функции:

$$[\mathbf{Y}_m]^{-1} = \left([\mathbf{G}] + [\overset{*}{\mathbf{Y}}]'\right)^{-1}[\mathbf{G}]\left([\mathbf{G}] + [\mathbf{Y}]'\right)^{-1}. \qquad (4)$$

Вопросы устойчивости неособенных матриц в круглых скобках здесь не рассматриваются. В (4) $[\mathbf{Y}_m]^{-1}$ предполагается положительно определенной матрицей по характеру самой постановки задачи (2).

Искомая оценка соответствует минимуму $[\mathbf{Y}_m]$

$$[\mathbf{Y}_m] = [\mathbf{Y}]' + [\overset{*}{\mathbf{Y}}]' + [\mathbf{G}] + [\mathbf{Y}]'[\mathbf{G}]^{-1}[\overset{*}{\mathbf{Y}}]' . \qquad (5)$$

Сначала остановимся лишь на варианте переменной матрицы $[\mathbf{G}]$. В результате придем к выводу о необходимости поиска экстремального значения матричной функции (при заданной матрице $[\mathbf{k}]$)

$$[\mathbf{F}(\mathbf{G},\mathbf{k})] = [\mathbf{G}] + [\mathbf{Y}]'[\mathbf{G}]^{-1}[\overset{*}{\mathbf{Y}}]' . \qquad (6)$$

Таким образом, поиск условий получения максимального значения P сводится к установлению области экстремальных значений (согласно (3)) следующей квадратичной формы с учетом (6):

$$\left|[\overset{*}{\mathbf{I}}_0][\mathbf{Y}_m]^{-1}[\dot{\mathbf{I}}_0]\right| \le \left|[\overset{*}{\mathbf{I}}_0]([\mathbf{Y}]' + [\overset{*}{\mathbf{Y}}]')[\dot{\mathbf{I}}_0]\right| + \left|[\overset{*}{\mathbf{I}}_0][\mathbf{F}(\mathbf{G},\mathbf{k})][\dot{\mathbf{I}}_0]\right| ,$$

где

$$\left|[\overset{*}{\mathbf{I}}_0][\mathbf{F}(\mathbf{G},\mathbf{k})][\dot{\mathbf{I}}_0]\right| = \left|[\overset{*}{\mathbf{I}}_0]([\mathbf{G}] + [\mathbf{Y}]'[\mathbf{G}]^{-1}[\overset{*}{\mathbf{Y}}]')[\dot{\mathbf{I}}_0]\right| . \qquad (7)$$

Сформулируем следующую теорему.

Теорема. Пусть $[\mathbf{Y}_m]^{-1}$ относится к классу положительно определенных матриц и $[\dot{\mathbf{I}}_0] \ne [\mathbf{0}]$; $[\mathbf{Y}]' = [\mathbf{Y}] - [\mathbf{k}]$, тогда при $[\mathbf{k}] = \text{const}$ и $[\mathbf{G}] = \text{var}$ получим

$$P_{\max} = \sup_{[\mathbf{Y}_m]^{-1}}([\overset{*}{\mathbf{I}}_0][\mathbf{Y}_m]^{-1}[\dot{\mathbf{I}}_0])$$

при выборе $[\mathbf{Y}_m] = [\mathbf{Y}]' + [\overset{*}{\mathbf{Y}}]' + 2[\mathbf{G}]$; $[\mathbf{G}] = \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n\}^{\frac{1}{2}}$; причем $\lambda_i, i = \overline{1,n}$ – собственные числа произведения матриц $[\overset{*}{\mathbf{Y}}]'[\mathbf{Y}]'$.

Для доказательства теоремы воспользуемся неравенством Коши–Шварца

$$\left([\overset{*}{\mathbf{I}}_0][\mathbf{Y}_m]^{-1}[\dot{\mathbf{I}}_0]\right)\left([\overset{*}{\mathbf{I}}_0]'[\mathbf{Y}_m][\dot{\mathbf{I}}_0]\right) \ge \left\|[\overset{*}{\mathbf{I}}_0][\dot{\mathbf{I}}_0]\right\|_2^2 \text{ (квадрат нормы).}$$

Отсюда найдем, что

$$P_{\max} \ge \frac{\left\|[\overset{*}{\mathbf{I}}_0][\dot{\mathbf{I}}_0]\right\|_2^2}{[\overset{*}{\mathbf{I}}_0][\mathbf{Y}_m][\dot{\mathbf{I}}_0]} .$$

Производя нормировку для упрощения выражений $\left\|[\overset{*}{\mathbf{I}}_0][\dot{\mathbf{I}}_0]\right\|_2 = 1$, получим

$$\sup_{[\mathbf{Y}_m]}\left|\frac{1}{[\overset{*}{\mathbf{I}}_0][\mathbf{Y}_m][\dot{\mathbf{I}}_0]}\right| \Rightarrow \inf_{[\mathbf{F}]}\left|\{[\overset{*}{\mathbf{I}}_0]([\overset{*}{\mathbf{Y}}]' + [\mathbf{Y}]' + [\mathbf{F}(\mathbf{G},\mathbf{k})])[\dot{\mathbf{I}}_0]\}\right|_{[\overset{*}{\mathbf{I}}_0][\dot{\mathbf{I}}_0]=1} .$$

Но $\inf_{[\mathbf{F}]} |[\overset{*}{\mathbf{I}}_0]([\overset{*}{\mathbf{Y}}]' + [\mathbf{Y}]')[\dot{\mathbf{I}}_0]| \le \inf_{[\mathbf{F}]} |[\overset{*}{\mathbf{I}}_0][\mathbf{Y}_m][\dot{\mathbf{I}}_0]| \le \inf_{[\mathbf{F}]}\{ |[\overset{*}{\mathbf{I}}_0]([\overset{*}{\mathbf{Y}}]' + [\mathbf{Y}]')[\dot{\mathbf{I}}_0]| +$

$+|[\overset{*}{\mathbf{I}}_0][\mathbf{F}(\mathbf{G},\mathbf{k})][\dot{\mathbf{I}}_0]|\}$.

С учетом (7) условия получения экстремума правой части приведут к поэлементному дифференцированию членов матриц в круглых скобках, позволяющему установить связь их норм (например, эвклидовых):

$$\|[\mathbf{G}]\|^2 = \left\| [\overset{*}{\mathbf{Y}}]'[\mathbf{Y}]' \right\| \ge 0, \qquad (8)$$

где $[\mathbf{G}] = \mathrm{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n\}^{\frac{1}{2}}$.

Члены диагональной матрицы $\lambda_i, i = \overline{1, n}$ – собственные числа $[\overset{*}{\mathbf{Y}}]'[\mathbf{Y}]'$. Так что нахождение минимума выражения (5) с учетом соотношений (7) и (8) приведет к искомой оценке $P_{\max}$ при предварительно найденном векторе $[\dot{\mathbf{I}}_0]$ и рассчитанных (выбранных) $[\mathbf{G}]$ и/или $[\mathbf{k}]$.

Примечание 1. Информация о нарушении условий пассивности $[\mathbf{Y}]$ для цепи неуравновешенной структуры (матрица $[\mathbf{Y}]$ должна быть доминантно-диагонального типа с отрицательными внедиагональными элементами) как раз и содержится в матрице $[\mathbf{k}]$, так что $[\mathbf{Y}_0] - [\mathbf{k}] = [\mathbf{Y}]$, где $[\mathbf{Y_0}]$ – заданная матрица произвольного типа.

Примечание 2. Разумеется, подобная теорема может быть сформулирована, как это сказано ранее, и для другого случая выбираем исходную матрицу $[\mathbf{G}]$, а оптимизируем $[\mathbf{k}]$, возможен и совместный вариант поиска оптимума (5).

Следствие. Для нормальной матрицы $[\mathbf{Y}]'$ $\sum_{(i)} |\lambda_i| = \sum_{(i)} |\mu_i|^2$ и расчет мощности можно произвести по собственным числам $\mu_i, i = \overline{1, n}$ исходной матрицы $[\mathbf{Y}]'$.

Следует заметить, что поиск оптимального решения может быть произведен как численным экспериментом (о нем пойдет речь ниже), так и с помощью синтеза активной нелинейной многополюсной цепи по методу L. Chua [7], т. е. нелинейного программирования (при наличии ограничений) для минимизации целевой скалярной функции

$$\Phi(G) = \left| [\overset{*}{\mathbf{I}}_0][\mathbf{F}(\mathbf{G},\mathbf{k})][\dot{\mathbf{I}}_0] \right|, \quad G \in R^n,$$

при выполнении ограничений:

$$f(G) = \sum_{a=1}^{n} G_a \ge 0;\; G_a \ge 0;\; f(G) \in R^n.$$

Решение задачи, как показано в [7], обусловлено двумя условиями – стабильностью системы и существованием стационарных точек следующей функции:

$$\overline{G}(G) = \Phi(G) + \sum_{j=1}^{n} \int_0^{f_j(G)} g_j(u)du,$$

где $G=[G_1, G_2, \ldots, G_n]^t$, а $g_j(G)$ выбрано в виде $g_j(G)=\begin{cases}0 & \text{при } u>0;\\ \dfrac{u}{R} & \text{при } u\le 0.\end{cases}$

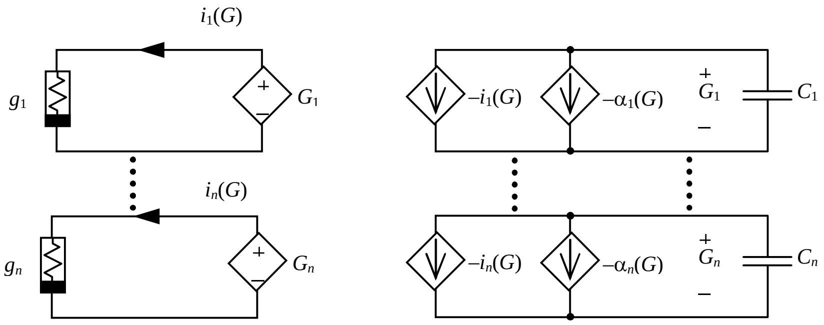

Рис. 3

Для нелинейной цепи (рис. 3) можно получить следующую систему нелинейных уравнений (при сопоставлений напряжений и проводимостей):

$$C_i\frac{dG_i}{dt}=\alpha_i(G)+\sum_{j=1}^{n} i_j\beta_{ji}(G)=\alpha_i(G)+i_i(G),$$

причем: $i_i(G)=g_i(f_i(G))=g_i(G_i)$; $\alpha_i(G)=-\dfrac{\partial\Phi(G)}{\partial G_i}$; $\beta_{ji}(G)=-\dfrac{\partial f_j(G)}{\partial G_i}=\begin{cases}-1, & i=j;\\ 0, & i\ne j.\end{cases}$

Рассмотрим ряд иллюстративных примеров.

Пример 1. Пусть исходная комплексная матрица проводимостей составляет:

$$[\mathbf{Y}]=\begin{bmatrix}2 & 0\\ 0 & j\end{bmatrix};\ j=\sqrt{-1},$$

а матрица источников $[\mathbf{k}]=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$(по существу – обычные единичные проводимости), тогда:

$$[\mathbf{Y}]'=[\mathbf{Y}]-[\mathbf{k}]=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & j-1\end{bmatrix};\ [\overset{*}{\mathbf{Y}}]'=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & -j-1\end{bmatrix};\ [\overset{*}{\mathbf{Y}}]'[\mathbf{Y}]'=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 2\end{bmatrix}.$$

Собственные числа согласно теореме выбраны как $\lambda_1=1$ и $\lambda_2=2$, тогда из (8):

$$[\mathbf{G}]=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & \sqrt{2}\end{bmatrix};\ [\mathbf{Y}_m]=[\overset{*}{\mathbf{Y}}]'+[\mathbf{Y}]'+2[\mathbf{G}]=\begin{bmatrix}4 & 0\\ 0 & -2+2\sqrt{2}\end{bmatrix}.$$

Искомая оценка $P_{\max}$ составит:

$$P_{\max}\le[\overset{*}{\mathbf{I}}_0]\begin{bmatrix}1/4 & 0\\ 0 & \dfrac{1}{2\left(\sqrt{2}-1\right)}\end{bmatrix}[\dot{\mathbf{I}}_0]\Bigg|_{[\overset{*}{\mathbf{I}}_0][\dot{\mathbf{I}}_0]=1}=0{,}75+0{,}5\sqrt{2}\ \text{(Вт)}.$$

Она же совпадает с точным значением $P_{\max}$, которое в данном элементарном случае еще несложно проверить.

Пример 2. Для матрицы $[\mathbf{Y}] = \begin{bmatrix} 1+j & 2j \\ 2j & 2+j \end{bmatrix}$ и $[\mathbf{k}] = \begin{bmatrix} 0 & j \\ j & 0 \end{bmatrix}$ произвести оценку сверху.

Ясно, что $[\mathbf{Y}]' = \begin{bmatrix} 1+j & j \\ j & 2+j \end{bmatrix}$; $\overset{*}{[\mathbf{Y}]'}[\mathbf{Y}]' = \begin{bmatrix} 3 & 2-j \\ 2+j & 6 \end{bmatrix}$; $\lambda_1 = 2{,}682^2$; $\lambda_2 = 1{,}344^2$.

$$P_{\max} \le [\overset{*}{\mathbf{I}}_0]\left(\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5{,}364 & 0 \\ 0 & 2{,}688 \end{bmatrix}\right)^{-1} [\dot{\mathbf{I}}_0]\Bigg|_{[\overset{*}{\mathbf{I}}_0][\dot{\mathbf{I}}_0]=1} = 0{,}285 \text{ Вт}.$$

Прямая процедура оптимизации выражения для активной мощности с помощью программы «Mathcad 2001» привела к результату $P_{\max}$ = 0,268 Вт, найденному, согласно (3), из следующего выражения:

$$P = \frac{G_1(G_2 + k_1 + 2)^2 + G_2(G_1 + k_2 + 1)}{[(G_1+1)(G_2+2) + k_1 k_2]^2 + (G_1 + G_2 + 3 + k_1 + k_2)^2}.$$

Пример 3. Оценить верхнюю границу P для чисто вещественной матрицы:

$$[\mathbf{Y}] = \begin{bmatrix} 2{,}5 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix};\ [\mathbf{k}] = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix};\ [\dot{\mathbf{I}}_0] = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

Согласно теореме имеем

$$P_{\max} \le [1 \quad -2]\left(\begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 6 \end{bmatrix} + 2\begin{bmatrix} \sqrt{\lambda_1} & 0 \\ 0 & \sqrt{\lambda_2} \end{bmatrix}\right)^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix} = 0{,}473 \text{ Вт}.$$

При этом матрица проводимостей нагрузок равна

$$[\mathbf{G}] = \begin{bmatrix} 3{,}889 & 0 \\ 0 & 1{,}458 \end{bmatrix}.$$

Численный эксперимент показал, что при этих данных $P_{\max}$ = 0,299 Вт, а оптимальное значение мощности при той же матрице $[\mathbf{k}]$ $P_{\max}$ = 0,346 Вт для $G_1 = 6{,}5$ См; $G_2 = 3{,}25$ См.

Пример 4. Пусть, подобно примеру 2, $[\mathbf{Y}] = \begin{bmatrix} 1+j & 2j \\ 2j & 2+j \end{bmatrix}$, а $[\mathbf{k}] = \begin{bmatrix} 0 & -2{,}718+j \\ 22{,}321+j & 0 \end{bmatrix}$ содержит комплексные, значительно отличающиеся друг от друга члены матрицы $[\mathbf{k}]$, тогда $\lambda_1 = 8{,}78$,

$\lambda_2 = 505{,}84$; $[\mathbf{G}] = \mathrm{diag}\{2{,}963;\ 22{,}49\}$, и оценка мощности приведет к $P_{\max} \le 21{,}3$ Вт.

Численный эксперимент дал: $[\mathbf{G}] = \mathrm{diag}\{1{,}833;\ 20{,}361\}$; $P_{\max} = 6{,}778$ Вт. Следует подчеркнуть сильную зависимость результатов анализа, отображаемых в среде «Mathcad 2001», от незначительного изменения исходных данных для поиска экстремума, т. е. форму рельефа при четырех переменных.

В заключение отметим, что произвольную матрицу $[\mathbf{Y}]'$ можно рассматривать в виде суммы эрмитовой и косоэрмитовой составляющих, причем оценку норм последней можно выполнить отдельно

$$\left\| [\mathbf{Y}_{\text{кэ}}]' \right\|_2^2 \ge \sum_{i=1}^{n} \left| \lambda_i \right|^2$$

относительно первой части [1]. Возможно также оценить и КПД системы, так как при уже найденных элементах $[\mathbf{G}]$ это уже несложно выполнить.

ВЫВОДЫ

1. Предложена методика оценки условий передачи максимальной активной мощности для многополюсных цепей.
2. Данная методика проиллюстрирована рядом примеров.

ЛИТЕРАТУРА

1. Намбиар К. К. Обобщение теоремы о максимуме передаваемой мощности» // ТИИЭР. – 1969. – Т. 57, № 7. – С. 186–187.
2. Desoer C. A. The Maximum Power transfer theorem for n-ports // IEEE Trans. on Circ. Theory. – 1973. – Vol. CT-20. – P. 328–330.
3. Vidyasagar M. Maximum power transfer in n-ports with passive loads // IEEE Trans. on Circ. α Syst. – 1974. – Vol. CAS-21. – P. 327–330.
4. Флендерс Х. О максимуме передаваемой мощности // ТИИЭР. – 1976. – Т. 64, № 1. – С. 114–115.
5. Madhu S. Linear Circuit Analysis, Prentice Hall Int. Edition. – N. J. 07632. – 833 p.
6. Хорн Р., Джонсон Ч. Матричный анализ / Пер. с англ. – М.: Мир, 1989. – 655 с.
7. Chua L. O., Kennedy M. P. Neural networks for nonlinear programming // IEEE Trans. Circ. Syst. – 1988. – Vol. 35. – P. 554–582.

Представлена кафедрой
электротехники и электроники

Поступила 15.04.2005