

ресурсов. Особенность новой методики состоит в том, что она основана на энергетической схеме преобразования ресурсов в перевозочном процессе, что позволяет решать как организационные, так и технологические задачи МПП.

ЛИТЕРАТУРА

1. Хмельов, І. В. Методика аналізу придатності автопоїздів до енергозберігаючих технологій міжнародних вантажних перевезень / І. В. Хмельов // Вісник НТУ: в 2 ч. – Ч. 2. – Київ: НТУ, 2006. – Вип. 13. – С. 216–219.

2. Хабутдінов, Р. А. Методи моніторингу енергетичної ефективності автопоїздів / Р. А. Хабутдінов, І. В. Хмельов // Вісник Національного транспортного університету. – Київ: НТУ, 2006. – Вип. 11. – С. 6–10.

3. Хабутдінов, Р. А. Енергоресурсна ефективність автомобіля / Р. А. Хабутдінов, О. Я. Коцюк. – Київ: УТУ, 1997. – 137 с.

4. Воркут, А. И. Грузовые автомобильные перевозки / А. И. Воркут. – Київ: Вища школа, 1986. – 447 с.

5. Справочник инженера-экономиста автомобильного транспорта / С. Л. Голованенко [и др.]. – Київ: Тэхника, 1991. – 351 с.

Поступила 03.03.2009

УДК 629.113

## РАСЧЕТ КООРДИНАТ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО ЦЕНТРА КОЛЕСА АВТОМОБИЛЯ

*Канд. техн. наук, доц. ГРИЦУК А. К., асп. ЩЕРБИНА А. В.*

*Національний транспортний університет (г. Київ, Україна)*

Как известно, углы установки колес – это конструктивные параметры подвески, которые определяют положение колес как при прямолинейном движении, так и при поворотах автомобиля. Каждой модели автомобиля соответствуют свои индивидуальные углы установки колес и шкворней, обусловленные конструкцией подвески автомобиля [1, 2].

Многие авторы [3–5], исследуя кинематику подвески автомобиля, часто не учитывают такой параметр, как угол схождения колес автомобиля, мотивируя это тем, что величина угла схождения мала и вследствие этого при расчетах данным параметром можно пренебречь. Безусловно, в расчетах при неучете угла схождения колес получаем минимальную погрешность. Но следует отметить, что в последние десятилетия углы установки колес автомобиля уменьшались и на данный момент времени углы развала колес имеют величины порядка  $\pm 45'$ , а схождения  $\pm 20'$ , причем для одного и того же автомобиля. В целом углы развала могут достигать  $\pm 25'$  и даже  $0^\circ$ , а углы схождения колес автомобиля  $\pm 10'$  [6, 7].

Таким образом, углы развала колес автомобиля также имеют малые величины, но, как правило, данные углы при расчетах не учитываются.

Очевидно, что угол схождения необходимо учитывать при теоретических исследованиях кинематики подвески и построении математических моделей для более полного отображения процессов, которые возникают во время работы как подвески, так и автомобиля в целом.

Положение автомобильного колеса в пространстве можно определить через его геометрический центр, т. е. с помощью координат центра колеса. Таким образом, можно утверждать, что центр колеса является характерной точкой, которая отображает установку колес автомобиля с углами развала и схождения. Из конструкции автомобиля известно, что между осью шкворня и управляемым колесом существует промежуточное звено, а именно цапфа [2, 8]. Таким образом, цапфа – это рычаг, начало которого закреплено на оси шкворня, а вто-

рой его конец соединен с центром колеса, и при этом цапфа всегда перпендикулярна к плоскости колеса. Тогда упрощенно процесс установки колеса автомобиля с углами развала и схождения можно изобразить, как показано на рис. 1.

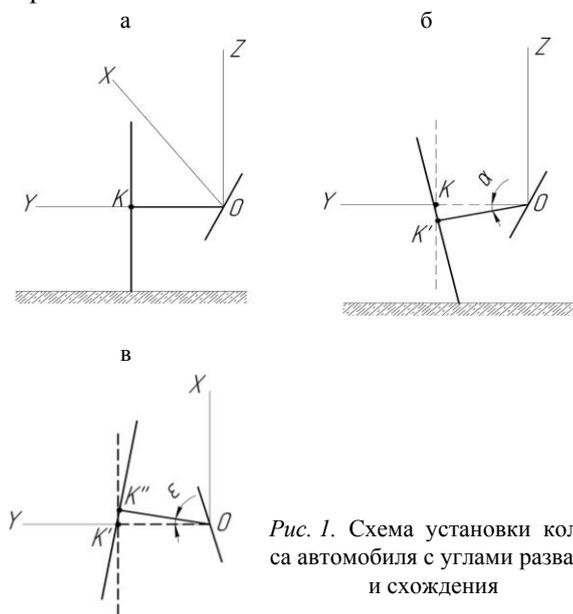


Рис. 1. Схема установки колеса автомобиля с углами развала и схождения

На данной схеме приняты следующие обозначения:  $XYZO$  – основная система координат, при этом ось  $OX$  совпадает с направлением движения автомобиля вперед, а ось  $OZ$  направлена вверх; точка  $K$  – центр левого управляемого колеса автомобиля;  $OK$  – цапфа колеса, длина цапфы равна  $l_{ц}$ , т. е.  $OK = l_{ц}$ ;  $\alpha$  – угол развала колеса автомобиля;  $\epsilon$  – то же схождения.

Отметим, что рис. 1 и 2 отображают установку колеса автомобиля с  $\alpha > 0$  и  $\epsilon > 0$ . Поскольку центр (точка  $O$ ), основной системы координат  $XYZO$  является точкой пересечения осей цапфы и шкворня, ось цапфы при нулевых значениях углов развала и схождения колес автомобиля будет совпадать с осью  $OY$  основной системы координат (рис. 1а). Таким образом, изначально точка  $K$  имеет координаты  $(X_K, Y_K, Z_K)$  или  $(0, l_{ц}, 0)$ , а затем эти координаты изменяются вследствие поворота цапфы  $OK$  на угол  $\alpha$ , т. е. точка  $K$  занимает новое положение в пространстве  $K'$  ( $X'_K, Y'_K, Z'_K$ ) (рис. 1б), и вследствие поворота цапфы на угол  $\epsilon$  точка  $K'$  займет положение  $K''$  (рис. 1в). Таким образом получим новые координаты  $(X''_K, Y''_K, Z''_K)$ .

Решить задачу по нахождению координат точек  $K'$  и  $K''$  можно двумя путями: с помощью проекции радиус-вектора точки  $K$  на соответствующие оси координат или создания матрицы поворота точки  $K$  относительно соответствующей оси. Второй способ определения координат точки  $K$  является более простым и требует меньшего времени для получения конечного результата. Суть этого способа заключается

в определении координат точки после поворота на некоторый угол любых двух осей относительно третьей оси с дальнейшим составлением матрицы поворота и умножении ее на начальные координаты точки [9, 10]. Во избежание ошибок в определении знаков поворота осей координат и для того чтобы расчетная схема как можно больше соответствовала реальному положению колес в пространстве оси координат необходимо поворачивать в противоположную сторону от того направления, в котором поворачивают цапфу при установке колеса с углами развала и схождения.

Таким образом, исходя из изложенных выше рекомендаций будем использовать расчетную схему, в которой поворот осей координат происходит в направлении, противоположном повороту цапфы (рис. 2).

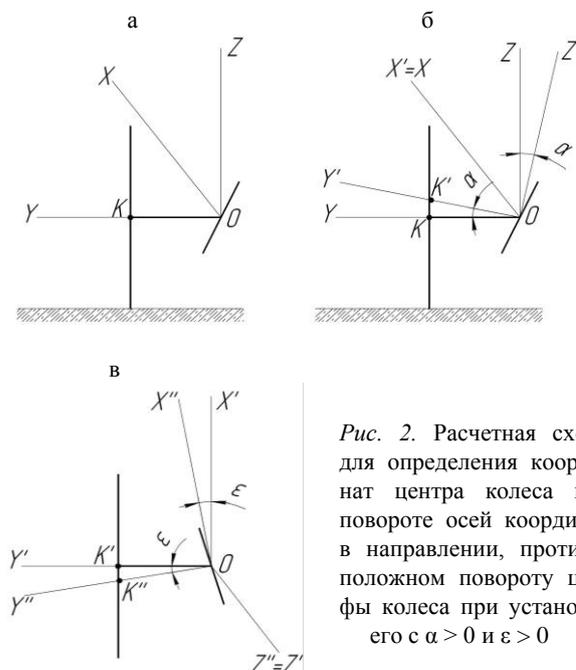


Рис. 2. Расчетная схема для определения координат центра колеса при повороте осей координат в направлении, противоположном повороту цапфы колеса при установке его с  $\alpha > 0$  и  $\epsilon > 0$

На данной схеме, помимо обозначений на рис. 1, приняты следующие обозначения:  $X'Y'Z'O$  – вспомогательная система координат, полученная путем поворота основной системы координат  $XYZO$  на угол  $\alpha$  относительно оси  $OX$ ;  $X''Y''Z''O$  – то же вспомогательной системы координат  $X'Y'Z'O$  на угол  $\epsilon$  относительно оси  $OZ'$ .

Алгоритм решения задачи для определения координат центра колеса автомобиля с учетом углов развала и схождения может быть выполнен в следующей последовательности.

Определим координаты точки  $K$  после поворота системы координат  $XYZO$  относительно оси  $OX$  на угол  $\alpha$

$$K' = M_{OX} K, \quad (1)$$

где  $M_{OX}$  – матрица поворота относительно оси  $OX$  на угол  $\alpha$ ;  $K'$  – координаты точки  $K$  в основной системе координат  $XYZO$ .

Тогда координаты центра колеса после поворота системы координат  $X'Y'Z'O$  относительно оси  $OZ'$  на угол  $\epsilon$  найдем по формуле

$$K'' = M_{OZ'} K', \quad (2)$$

где  $M_{OZ'}$  – матрица поворота относительно оси  $OZ'$  на угол  $\epsilon$ ;  $K''$  – координаты точки  $K$  в системе координат  $X''Y''Z''O$ .

При этом выражение (2) с учетом формулы (1) будет иметь вид

$$K'' = M_{OZ'} M_{OX} K. \quad (3)$$

С учетом

$$M_{OZ'} M_{OX} = M_{\Sigma}, \quad (4)$$

где  $M_{\Sigma}$  – общая матрица поворота точки  $K$ , формула (3) примет вид

$$K'' = M_{\Sigma} K. \quad (5)$$

Или в матричной форме

$$\begin{pmatrix} X''_K \\ Y''_K \\ Z''_K \end{pmatrix} = M_{\Sigma} \begin{pmatrix} X_K \\ Y_K \\ Z_K \end{pmatrix}. \quad (6)$$

В соответствии с рис. 2б матрица поворота относительно оси  $OX$  на угол  $\alpha$

$$M_{OX} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}. \quad (7)$$

А матрица поворота относительно оси  $OZ'$  на угол  $\epsilon$  имеет вид (рис. 2в)

$$M_{OZ'} = \begin{pmatrix} \cos \epsilon & \sin \epsilon & 0 \\ -\sin \epsilon & \cos \epsilon & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Тогда в соответствии с (4) общая матрица поворота примет вид

$$M_{\Sigma} = \begin{pmatrix} \cos \epsilon & \sin \epsilon & 0 \\ -\sin \epsilon & \cos \epsilon & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}.$$

То есть

$$M_{\Sigma} = \begin{pmatrix} \cos \epsilon & \sin \epsilon \cos \alpha & \sin \epsilon \sin \alpha \\ -\sin \epsilon & \cos \epsilon \cos \alpha & \cos \epsilon \sin \alpha \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Таким образом, полученная общая матрица поворота (9) есть не что иное как направляющие косинусы точки  $K$  или цапфы  $OK$  при переходе от основной системы координат  $XYZO$  к вспомогательной системе координат  $X''Y''Z''O$ .

Из курса аналитической геометрии известно [9], что сумма квадратов направляющих косинусов любой точки или прямой равна единице. Следовательно, если полученная общая матрица поворота верна, то сумма квадратов любой ее строки должна быть равна единице:

$$\begin{aligned} \cos^2 \epsilon + \sin^2 \epsilon \cos^2 \alpha + \sin^2 \epsilon \sin^2 \alpha &= 1; \\ \sin^2 \epsilon + \cos^2 \epsilon \cos^2 \alpha + \cos^2 \epsilon \sin^2 \alpha &= 1; \\ \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1, \end{aligned}$$

т. е. полученная общая матрица поворота точки  $K$  (9) является верной.

Подставив полученное значение общей матрицы поворота в формулу (6), получим:

$$\begin{pmatrix} X''_K \\ Y''_K \\ Z''_K \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \epsilon & \sin \epsilon \cos \alpha & \sin \epsilon \sin \alpha \\ -\sin \epsilon & \cos \epsilon \cos \alpha & \cos \epsilon \sin \alpha \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_K \\ Y_K \\ Z_K \end{pmatrix} \quad (10)$$

или

$$\begin{pmatrix} X_K'' \\ Y_K'' \\ Z_K'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_K \cos \varepsilon & Y_K \sin \varepsilon \cos \alpha & Z_K \sin \varepsilon \sin \alpha \\ -X_K \sin \varepsilon & Y_K \cos \varepsilon \cos \alpha & Z_K \cos \varepsilon \sin \alpha \\ 0 & -Y_K \sin \alpha & Z_K \cos \alpha \end{pmatrix}. \quad (11)$$

То есть

$$\begin{aligned} X_K'' &= X_K \cos \varepsilon + Y_K \sin \varepsilon \cos \alpha + Z_K \sin \varepsilon \sin \alpha; \\ Y_K'' &= -X_K \sin \varepsilon + Y_K \cos \varepsilon \cos \alpha + Z_K \cos \varepsilon \sin \alpha; \quad (12) \\ Z_K'' &= -Y_K \sin \alpha + Z_K \cos \alpha. \end{aligned}$$

С учетом  $X_K = 0$ ,  $Y_K = l_{\text{ц}}$ ,  $Z_K = 0$  зависимость, характеризующая функциональную зависимость координат центра колеса от углов развала и схождения (12), примет вид:

$$\begin{aligned} X_K'' &= l_{\text{ц}} \sin \varepsilon \cos \alpha; \\ Y_K'' &= l_{\text{ц}} \cos \varepsilon \cos \alpha; \quad (13) \\ Z_K'' &= -l_{\text{ц}} \sin \alpha. \end{aligned}$$

Очевидно, что система уравнений (12), помимо того, что отображает функциональную зависимость координат центра колеса от углов развала и схождения, также позволяет перейти от системы координат  $XYZO$  к системе координат  $X''Y''Z''O$ , т. е., зная координаты любой точки в системе координат  $XYZO$ , можем определить координаты этой точки в системе координат  $X''Y''Z''O$ . Чтобы решить эту задачу в обратной последовательности, т. е., зная координаты точки в системе координат  $X''Y''Z''O$ , найти координаты этой точки в системе координат  $XYZO$ , необходимо общую матрицу поворота (9) транспонировать и умножить на координаты точки в системе координат  $X''Y''Z''O$  таким образом:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = M_{\Sigma}^T \begin{pmatrix} X'' \\ Y'' \\ Z'' \end{pmatrix}; \quad (14)$$

$$M_{\Sigma}^T = \begin{pmatrix} \cos \varepsilon & -\sin \varepsilon & 0 \\ \sin \varepsilon \cos \alpha & \cos \varepsilon \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \varepsilon \sin \alpha & \cos \varepsilon \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}; \quad (15)$$

$$\begin{aligned} X &= X'' \cos \varepsilon - Y'' \sin \varepsilon; \\ Y &= X'' \sin \varepsilon \cos \alpha + Y'' \cos \varepsilon \cos \alpha - Z'' \sin \alpha; \quad (16) \\ Z &= X'' \sin \varepsilon \sin \alpha + Y'' \cos \varepsilon \sin \alpha + Z'' \cos \alpha. \end{aligned}$$

## ВЫВОД

Очевидно, что схождение колес влияет на различные параметры и факторы движения ав-

томобиля, а зависимости (12) и (13) позволяют при дальнейших расчетах описывать кинематику подвески с учетом функциональной зависимости координат центра колеса от углов развала и схождения. А это в свою очередь позволит на стадии проектирования автомобиля уточнить уравнения его движения и тем самым приблизить расчетные характеристики автомобиля к его реальным показателям. При проведении расчетов, например момента сил, от равнодействующих в пятне контакта, относительно оси шкворня общая погрешность при неучете углов схождения может достигать 5–7 %, а использование (12) позволяет снизить общую погрешность расчетов до 3 %.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Основы** конструкции автомобиля / А. М. Иванов [и др.]. – М.: За рулем, 2006. – 336 с.
2. **Ларин, А. Н.** Колесные узлы современных автомобилей / А. Н. Ларин, Е. Е. Черток, А. Н. Юрченко. – Харьков: С.А.М., 2004. – 260 с.
3. **Дугельный, В. Н.** Улучшение показателей курсовой устойчивости легкового автомобиля с учетом силовой неоднородности его шин: дис. ... канд. техн. наук: 05.22.02 / В. Н. Дугельный. – Киев: НТУ, 2006. – 136 с.
4. **Черненко, С. М.** Підвищення стійкості колісного керуючого модуля проти коливань, викликаних гідравлічним підсилювачем керування автомобіля: дис. ... канд. техн. наук: 05.22.02 / С. М. Черненко // Кременчуцький держ. політехнічний ун-т. – Киев, 2005. – 145 с.
5. **Волков, В. П.** Теорія експлуатаційних властивостей автомобіля: навч. посібник / В. П. Волков. – Харків: ХНАДУ, 2003. – 292 с.
6. **Мир** легковых автомобилей: автокаталог. – 2007. – М.: За рулем, 2006. – 424 с.
7. <http://www.rucar.net>
8. **Тарасик, В. П.** Теория движения автомобиля: учеб. для вузов / В. П. Тарасик. – СПб.: БХВ – Петербург, 2006. – 478 с.
9. **Корн, Г.** Справочник по математике: для науч. работников и инж. / Г. Корн, Т. Корн. – М., 1974. – 832 с.
10. **Синг, Дж. Л.** Классическая динамика / Дж. Л. Синг. – М., 1963. – 450 с.

Поступила 03.03.2009