

ресурсов. Особенность новой методики состоит в том, что она основана на энергетической схеме преобразования ресурсов в перевозочном процессе, что позволяет решать как организационные, так и технологические задачи МТП.

ЛИТЕРАТУРА

1. Хмельов, І. В. Методика аналізу придатності автопоїздів до енергозберігаючих технологій міжнародних вантажних перевезень / І. В. Хмельов // Вісник НТУ: в 2 ч. – Ч. 2. – Київ: НТУ, 2006. – Вип. 13. – С. 216–219.

2. Хабутдінов, Р. А. Методи моніторингу енергетичної ефективності автопоїздів / Р. А. Хабутдінов, І. В. Хмельов // Вісник Національного транспортного університету. – Київ: НТУ, 2006. – Вип. 11. – С. 6–10.

3. Хабутдінов, Р. А. Енергоресурсна ефективність автомобіля / Р. А. Хабутдінов, О. Я. Коцюк. – Київ: УТУ, 1997. – 137 с.

4. Воркут, А. И. Грузовые автомобильные перевозки / А. И. Воркут. – Київ: Вища школа, 1986. – 447 с.

5. Справочник инженера-экономиста автомобильного транспорта / С. Л. Голованенко [и др.]. – Київ: Тэхника, 1991. – 351 с.

Поступила 03.03.2009

УДК 629.113

РАСЧЕТ КООРДИНАТ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО ЦЕНТРА КОЛЕСА АВТОМОБИЛЯ

Канд. техн. наук, доц. ГРИЦУК А. К., асп. ЩЕРБИНА А. В.

Національний транспортний університет (г. Київ, Україна)

Как известно, углы установки колес – это конструктивные параметры подвески, которые определяют положение колес как при прямолинейном движении, так и при поворотах автомобиля. Каждой модели автомобиля соответствуют свои индивидуальные углы установки колес и шкворней, обусловленные конструкцией подвески автомобиля [1, 2].

Многие авторы [3–5], исследуя кинематику подвески автомобиля, часто не учитывают такой параметр, как угол схождения колес автомобиля, мотивируя это тем, что величина угла схождения мала и вследствие этого при расчетах данным параметром можно пренебречь. Безусловно, в расчетах при неучете угла схождения колес получаем минимальную погрешность. Но следует отметить, что в последние десятилетия углы установки колес автомобиля уменьшались и на данный момент времени углы развала колес имеют величины порядка $\pm 45'$, а схождения $\pm 20'$, причем для одного и того же автомобиля. В целом углы развала могут достигать $\pm 25'$ и даже 0° , а углы схождения колес автомобиля $\pm 10'$ [6, 7].

Таким образом, углы развала колес автомобиля также имеют малые величины, но, как правило, данные углы при расчетах не учитываются.

Очевидно, что угол схождения необходимо учитывать при теоретических исследованиях кинематики подвески и построении математических моделей для более полного отображения процессов, которые возникают во время работы как подвески, так и автомобиля в целом.

Положение автомобильного колеса в пространстве можно определить через его геометрический центр, т. е. с помощью координат центра колеса. Таким образом, можно утверждать, что центр колеса является характерной точкой, которая отображает установку колес автомобиля с углами развала и схождения. Из конструкции автомобиля известно, что между осью шкворня и управляемым колесом существует промежуточное звено, а именно цапфа [2, 8]. Таким образом, цапфа – это рычаг, начало которого закреплено на оси шкворня, а вто-

рой его конец соединен с центром колеса, и при этом цапфа всегда перпендикулярна к плоскости колеса. Тогда упрощенно процесс установки колеса автомобиля с углами развала и схождения можно изобразить, как показано на рис. 1.

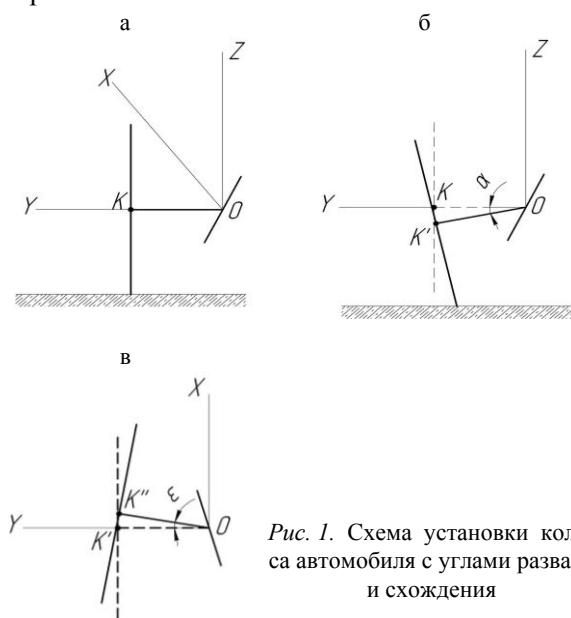


Рис. 1. Схема установки колеса автомобиля с углами развала и схождения

На данной схеме приняты следующие обозначения: $XYZO$ – основная система координат, при этом ось OX совпадает с направлением движения автомобиля вперед, а ось OZ направлена вверх; точка K – центр левого управляемого колеса автомобиля; OK – цапфа колеса, длина цапфы равна $l_{ц}$, т. е. $OK = l_{ц}$; α – угол развала колеса автомобиля; ϵ – то же схождения.

Отметим, что рис. 1 и 2 отображают установку колеса автомобиля с $\alpha > 0$ и $\epsilon > 0$. Поскольку центр (точка O), основной системы координат $XYZO$ является точкой пересечения осей цапфы и шкворня, ось цапфы при нулевых значениях углов развала и схождения колес автомобиля будет совпадать с осью OY основной системы координат (рис. 1а). Таким образом, изначально точка K имеет координаты (X_K, Y_K, Z_K) или $(0, l_{ц}, 0)$, а затем эти координаты изменяются вследствие поворота цапфы OK на угол α , т. е. точка K занимает новое положение в пространстве K' (X'_K, Y'_K, Z'_K) (рис. 1б), и вследствие поворота цапфы на угол ϵ точка K' займет положение K'' (рис. 1в). Таким образом получим новые координаты (X''_K, Y''_K, Z''_K) .

Решить задачу по нахождению координат точек K' и K'' можно двумя путями: с помощью проекции радиус-вектора точки K на соответствующие оси координат или создания матрицы поворота точки K относительно соответствующей оси. Второй способ определения координат точки K является более простым и требует меньшего времени для получения конечного результата. Суть этого способа заключается

в определении координат точки после поворота на некоторый угол любых двух осей относительно третьей оси с дальнейшим составлением матрицы поворота и умножении ее на начальные координаты точки [9, 10]. Во избежание ошибок в определении знаков поворота осей координат и для того чтобы расчетная схема как можно больше соответствовала реальному положению колес в пространстве оси координат необходимо поворачивать в противоположную сторону от того направления, в котором поворачивают цапфу при установке колеса с углами развала и схождения.

Таким образом, исходя из изложенных выше рекомендаций будем использовать расчетную схему, в которой поворот осей координат происходит в направлении, противоположном повороту цапфы (рис. 2).

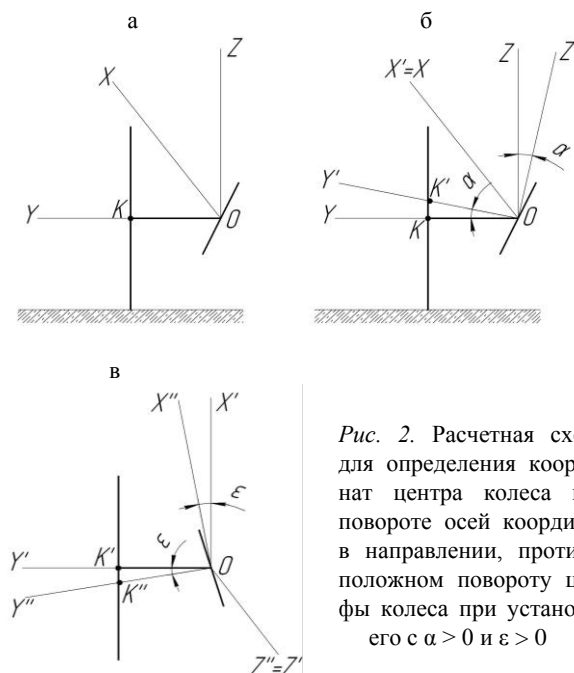


Рис. 2. Расчетная схема для определения координат центра колеса при повороте осей координат в направлении, противоположном повороту цапфы колеса при установке его с $\alpha > 0$ и $\epsilon > 0$

На данной схеме, помимо обозначений на рис. 1, приняты следующие обозначения: $X'Y'Z'O$ – вспомогательная система координат, полученная путем поворота основной системы координат $XYZO$ на угол α относительно оси OX ; $X''Y''Z''O$ – то же вспомогательной системы координат $X'Y'Z'O$ на угол ϵ относительно оси OZ' .

Алгоритм решения задачи для определения координат центра колеса автомобиля с учетом углов развала и схождения может быть выполнен в следующей последовательности.

Определим координаты точки K после поворота системы координат $XYZO$ относительно оси OX на угол α

$$K' = M_{OX} K, \quad (1)$$

где M_{OX} – матрица поворота относительно оси OX на угол α ; K' – координаты точки K в основной системе координат $XYZO$.

Тогда координаты центра колеса после поворота системы координат $X'Y'Z'O$ относительно оси OZ' на угол ϵ найдем по формуле

$$K'' = M_{OZ'} K', \quad (2)$$

где $M_{OZ'}$ – матрица поворота относительно оси OZ' на угол ϵ ; K'' – координаты точки K в системе координат $X''Y''Z''O$.

При этом выражение (2) с учетом формулы (1) будет иметь вид

$$K'' = M_{OZ'} M_{OX} K. \quad (3)$$

С учетом

$$M_{OZ'} M_{OX} = M_{\Sigma}, \quad (4)$$

где M_{Σ} – общая матрица поворота точки K , формула (3) примет вид

$$K'' = M_{\Sigma} K. \quad (5)$$

Или в матричной форме

$$\begin{pmatrix} X''_K \\ Y''_K \\ Z''_K \end{pmatrix} = M_{\Sigma} \begin{pmatrix} X_K \\ Y_K \\ Z_K \end{pmatrix}. \quad (6)$$

В соответствии с рис. 2б матрица поворота относительно оси OX на угол α

$$M_{OX} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}. \quad (7)$$

А матрица поворота относительно оси OZ' на угол ϵ имеет вид (рис. 2в)

$$M_{OZ'} = \begin{pmatrix} \cos \epsilon & \sin \epsilon & 0 \\ -\sin \epsilon & \cos \epsilon & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Тогда в соответствии с (4) общая матрица поворота примет вид

$$M_{\Sigma} = \begin{pmatrix} \cos \epsilon & \sin \epsilon & 0 \\ -\sin \epsilon & \cos \epsilon & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}.$$

То есть

$$M_{\Sigma} = \begin{pmatrix} \cos \epsilon & \sin \epsilon \cos \alpha & \sin \epsilon \sin \alpha \\ -\sin \epsilon & \cos \epsilon \cos \alpha & \cos \epsilon \sin \alpha \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Таким образом, полученная общая матрица поворота (9) есть не что иное как направляющие косинусы точки K или цапфы OK при переходе от основной системы координат $XYZO$ к вспомогательной системе координат $X''Y''Z''O$.

Из курса аналитической геометрии известно [9], что сумма квадратов направляющих косинусов любой точки или прямой равна единице. Следовательно, если полученная общая матрица поворота верна, то сумма квадратов любой ее строки должна быть равна единице:

$$\begin{aligned} \cos^2 \epsilon + \sin^2 \epsilon \cos^2 \alpha + \sin^2 \epsilon \sin^2 \alpha &= 1; \\ \sin^2 \epsilon + \cos^2 \epsilon \cos^2 \alpha + \cos^2 \epsilon \sin^2 \alpha &= 1; \\ \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1, \end{aligned}$$

т. е. полученная общая матрица поворота точки K (9) является верной.

Подставив полученное значение общей матрицы поворота в формулу (6), получим:

$$\begin{pmatrix} X''_K \\ Y''_K \\ Z''_K \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \epsilon & \sin \epsilon \cos \alpha & \sin \epsilon \sin \alpha \\ -\sin \epsilon & \cos \epsilon \cos \alpha & \cos \epsilon \sin \alpha \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_K \\ Y_K \\ Z_K \end{pmatrix} \quad (10)$$

или

$$\begin{pmatrix} X_K'' \\ Y_K'' \\ Z_K'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_K \cos \varepsilon & Y_K \sin \varepsilon \cos \alpha & Z_K \sin \varepsilon \sin \alpha \\ -X_K \sin \varepsilon & Y_K \cos \varepsilon \cos \alpha & Z_K \cos \varepsilon \sin \alpha \\ 0 & -Y_K \sin \alpha & Z_K \cos \alpha \end{pmatrix}. \quad (11)$$

То есть

$$\begin{aligned} X_K'' &= X_K \cos \varepsilon + Y_K \sin \varepsilon \cos \alpha + Z_K \sin \varepsilon \sin \alpha; \\ Y_K'' &= -X_K \sin \varepsilon + Y_K \cos \varepsilon \cos \alpha + Z_K \cos \varepsilon \sin \alpha; \quad (12) \\ Z_K'' &= -Y_K \sin \alpha + Z_K \cos \alpha. \end{aligned}$$

С учетом $X_K = 0$, $Y_K = l_{\text{ц}}$, $Z_K = 0$ зависимость, характеризующая функциональную зависимость координат центра колеса от углов развала и схождения (12), примет вид:

$$\begin{aligned} X_K'' &= l_{\text{ц}} \sin \varepsilon \cos \alpha; \\ Y_K'' &= l_{\text{ц}} \cos \varepsilon \cos \alpha; \quad (13) \\ Z_K'' &= -l_{\text{ц}} \sin \alpha. \end{aligned}$$

Очевидно, что система уравнений (12), помимо того, что отображает функциональную зависимость координат центра колеса от углов развала и схождения, также позволяет перейти от системы координат $XYZO$ к системе координат $X''Y''Z''O$, т. е., зная координаты любой точки в системе координат $XYZO$, можем определить координаты этой точки в системе координат $X''Y''Z''O$. Чтобы решить эту задачу в обратной последовательности, т. е., зная координаты точки в системе координат $X''Y''Z''O$, найти координаты этой точки в системе координат $XYZO$, необходимо общую матрицу поворота (9) транспонировать и умножить на координаты точки в системе координат $X''Y''Z''O$ таким образом:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = M_{\Sigma}^T \begin{pmatrix} X'' \\ Y'' \\ Z'' \end{pmatrix}; \quad (14)$$

$$M_{\Sigma}^T = \begin{pmatrix} \cos \varepsilon & -\sin \varepsilon & 0 \\ \sin \varepsilon \cos \alpha & \cos \varepsilon \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \varepsilon \sin \alpha & \cos \varepsilon \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}; \quad (15)$$

$$\begin{aligned} X &= X'' \cos \varepsilon - Y'' \sin \varepsilon; \\ Y &= X'' \sin \varepsilon \cos \alpha + Y'' \cos \varepsilon \cos \alpha - Z'' \sin \alpha; \quad (16) \\ Z &= X'' \sin \varepsilon \sin \alpha + Y'' \cos \varepsilon \sin \alpha + Z'' \cos \alpha. \end{aligned}$$

ВЫВОД

Очевидно, что схождение колес влияет на различные параметры и факторы движения ав-

томобиля, а зависимости (12) и (13) позволяют при дальнейших расчетах описывать кинематику подвески с учетом функциональной зависимости координат центра колеса от углов развала и схождения. А это в свою очередь позволит на стадии проектирования автомобиля уточнить уравнения его движения и тем самым приблизить расчетные характеристики автомобиля к его реальным показателям. При проведении расчетов, например момента сил, от равнодействующих в пятне контакта, относительно оси шкворня общая погрешность при неучете углов схождения может достигать 5–7 %, а использование (12) позволяет снизить общую погрешность расчетов до 3 %.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Основы** конструкции автомобиля / А. М. Иванов [и др.]. – М.: За рулем, 2006. – 336 с.
2. **Ларин, А. Н.** Колесные узлы современных автомобилей / А. Н. Ларин, Е. Е. Черток, А. Н. Юрченко. – Харьков: С.А.М., 2004. – 260 с.
3. **Дугельный, В. Н.** Улучшение показателей курсовой устойчивости легкового автомобиля с учетом силовой неоднородности его шин: дис. ... канд. техн. наук: 05.22.02 / В. Н. Дугельный. – Киев: НТУ, 2006. – 136 с.
4. **Черненко, С. М.** Підвищення стійкості колісного керуючого модуля проти коливань, викликаних гідравлічним підсилювачем кермового керування автомобіля: дис. ... канд. техн. наук: 05.22.02 / С. М. Черненко // Кременчуцький держ. політехнічний ун-т. – Киев, 2005. – 145 с.
5. **Волков, В. П.** Теорія експлуатаційних властивостей автомобіля: навч. посібник / В. П. Волков. – Харків: ХНАДУ, 2003. – 292 с.
6. **Мир** легковых автомобилей: автокаталог. – 2007. – М.: За рулем, 2006. – 424 с.
7. <http://www.rucar.net>
8. **Тарасик, В. П.** Теория движения автомобиля: учеб. для вузов / В. П. Тарасик. – СПб.: БХВ – Петербург, 2006. – 478 с.
9. **Корн, Г.** Справочник по математике: для науч. работников и инж. / Г. Корн, Т. Корн. – М., 1974. – 832 с.
10. **Синг, Дж. Л.** Классическая динамика / Дж. Л. Синг. – М., 1963. – 450 с.

Поступила 03.03.2009