ИНФОРМАТИКА

2014 апрель-июнь № 2

*ЛОГИЧЕСКОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ*

*УДК 004.33.054*

**В.Н. Ярмолик, С.В. Ярмолик**

# АДРЕСНЫЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ ДЛЯ МНОГОКРАТНОГО ТЕСТИРОВАНИЯ ОЗУ

*Предлагается универсальный метод генерирования адресных последовательностей с заданными свойствами для многократных маршевых тестов оперативных запоминающих устройств. В качестве математической модели используется модификация экономичного способа Антонова и Салеева для формирования последовательностей Соболя. В рамках предлагаемой модели последовательности Соболя являются подмножеством адресных последовательностей, наряду с которыми формируются последовательности кода Грея, анти-Грея, пересчетные и ряд других последовательностей, в том числе последовательности с заданными свойствами.*

## Введение

В настоящее время актуальной является проблема тестирования современных вычислительных систем, таких как встроенные системы (Embedded Systems), системы на кристалле (Systems-on-a-Chip) и сети на кристалле (Nets-on-a-Chip) [1, 2]. Характерной особенностью подобных вычислительных систем является неуклонное увеличение емкости их запоминающих устройств, и в первую очередь оперативных запоминающих устройств (ОЗУ) [1–3]. Соответственно возрастает актуальность их эффективного тестового диагностирования [4, 5]. Тестирование современных ОЗУ с целью обнаружения различных неисправностей предполагает запись в ОЗУ всевозможных его состояний и их считывание, что приводит к нереально большой сложности теста, так как сложность самой тестовой процедуры пропорциональна величине $2^N$, где $N$ – емкость ОЗУ в битах. Поэтому в настоящее время используются и по-прежнему разрабатываются методы построения тестов, которые имеют существенно меньшую сложность, как правило, линейно зависящую от емкости ОЗУ [6, 7]. Эти тесты имеют общее название «маршевые тесты» (March Tests) и доминируют в практических приложениях [8]. При их применении необходимо использование небольшого количества тестовых процедур, которые тем не менее были бы достаточно качественными, т. е. покрывали максимально возможное число различных неисправных состояний ОЗУ, и в первую очередь сложных неисправных состояний [6–8].

Первоначально методы обнаружения сложных неисправностей ОЗУ рассматривались для случая разрушающих тестов [9], т. е. таких тестов, применение которых приводит к потере информации, хранимой в ОЗУ. Следующим шагом в развитии методов тестирования ОЗУ явилось использование неразрушающих тестов [10]. При многократном применении неразрушающего теста для различных состояний запоминающих ячеек ОЗУ в силу перераспределения подмножеств обнаруживаемых и необнаруживаемых неисправностей оказывается возможным достижение 100 %-й полноты покрытия неисправностей ОЗУ [10, 11]. Многократное применение маршевых тестов с различными адресными последовательностями явилось следующим этапом развития неразрушающих тестов, что позволило существенно повысить эффективность тестирования ОЗУ [12, 13]. Однако вопросы выбора оптимальных адресных последовательностей для многократного тестирования ОЗУ, их соотношение и численные оценки эффективности тестирования ОЗУ находятся лишь на начальной стадии исследований [4, 12]. Одной из основных проблем многократного тестирования ОЗУ является ограниченность набора возможных адресных последовательностей и сложность алгоритмов их генерирования [4, 7, 11–13].

В предлагаемой статье рассматривается универсальный метод генерирования широкого набора адресных последовательностей для реализации многократных маршевых тестов ОЗУ.

## 1. Адресные последовательности

Под адресной последовательностью понимают упорядоченную последовательность $m$-разрядных двоичных векторов $A(n) = a_{m-1}a_{m-2}a_{m-3}\ldots a_2a_1a_0$, где $a_i \in \{0, 1\}$, $i \in \{0, 1, 2, \ldots, m-1\}$, и $n \in \{0, 1, 2, \ldots, 2^m-1\}$, однократно принимающих все возможные значения из множества возможных адресов $\{0, 1, 2, \ldots, 2^m-1\}$. Адресная последовательность удовлетворяет следующему основному свойству [4, 7, 12].

***Свойство 1.*** *Адресная последовательность $A(n) = a_{m-1}a_{m-2}a_{m-3}\ldots a_2a_1a_0$ состоит из $2^m$ возможных $m$-разрядных двоичных комбинаций, формируемых в произвольном порядке.*

Подобные последовательности имеют период, равный $2^m$, и называются последовательностями максимальной длины, или последовательностями де Брюйна (de Bruijn sequences) [4, 7, 11, 12]. Общее количество адресных последовательностей, равное

$$2^m! \approx \left(2^m\right)^{2^m} e^{-2^m} \sqrt{2\pi 2^m} \tag{1}$$

для заданного значения $m$ и адресного пространства, состоящего из $2^m$ адресов, принимает астрономические значения.

Среди всевозможных адресных последовательностей выделяют три основных множества. К первому множеству относятся различные *детерминированные* последовательности, включая пересчетные (счетчиковые) последовательности, последовательности Грея, анти-Грея, последовательности с максимальным расстоянием Хэмминга и ряд других [7, 11–13]. Ко второму множеству относятся *псевдослучайные* последовательности, которыми называются последовательности неслучайных чисел, обладающие свойствами случайных последовательностей [2]. К третьему множеству относятся так называемые *квазислучайные* последовательности [2, 4, 14–17]. Такие последовательности в русскоязычной литературе называют ЛПτ-последовательностями [15, 17]. Это означает, что любой последовательный участок последовательности хорошо распределен (более равномерно по сравнению с псевдослучайными последовательностями). В англоязычной литературе их называют последовательностями с малым дискрепансом (Low-Discrepancy Sequence), а их разновидности – по именам авторов [2, 14–16].

Наибольший интерес для целей многократного тестирования вызывают детерминированные последовательности с различными свойствами, которые оцениваются численными характеристиками, такими как расстояние Хэмминга, расстояние Минковского и его модификации [7, 18]. Как показано в [18], выбор адресных последовательностей для обеспечения высокой эффективности тестирования ОЗУ целесообразно осуществлять на основе расстояния Минковского, которое для $\lambda = 1$ принимает вид арифметического расстояния (Манхэттенского расстояния).

## 2. Математическая модель генерирования адресных последовательностей

Последовательности Соболя (Sobol) используют двоичную систему счисления для формирования координат точек в $s$-мерном пространстве и являются широко востребованными для современных приложений [14–17, 19, 20], в том числе для генерирования адресных последовательностей $A(n)$ [2, 4].

В общем случае значение координат $n$-го элемента последовательности Соболя вычисляется как поразрядная сумма по модулю два до $m = \lfloor \log_2 n \rfloor$ операндов в зависимости от количества ненулевых компонент двоичного представления $b_{m-1}(n)b_{m-2}(n)\ldots b_1(n)b_0(n)$ числа $n$. Количество операндов может быть снижено до одного при использовании экономичного способа Антонова и Салеева, основанного на представлении числа $n$ в коде Грея [2, 4, 21]. Тогда формирование $n$-го элемента $A(n)$ последовательности Соболя осуществляется в соответствии с соотношением

$$A(n) = A(n-1) \oplus \mathrm{v}_i\,, \;\; n = \overline{0, 2^m - 1}, \;\; i = \overline{0,\; m-1}, \tag{2}$$

в котором к предыдущему элементу $A(n-1)$ последовательности Соболя добавляется только одно модифицированное направляющее число $\mathrm{v}_i$, $i \in \{0, 1, 2, \ldots, m-1\}$[2]. Значение индекса $i$ направляющего числа $\mathrm{v}_i$ в выражении (2) зависит от так называемой последовательности переключений $T_{m-1}$ отраженного кода Грея [22]. Для $m = 4$ эта последовательность имеет вид $T_3$ = 0, 1, 0, 2, 0, 1, 0, 3, 0, 1, 0, 2, 0, 1, 0. Формально последовательность переключений $T_{m-1}$ определяет индекс $i$ изменяемого разряда при переходе от $n_g$ к $n_{g+1}$, где индекс $g$ числа $n_g$ означает представление в коде Грея исходного числа $n = b_{m-1}(n)b_{m-2}(n)\ldots b_1(n)b_0(n)$. Число $n$ в коде Грея может быть получено согласно известному соотношению $n_g = g_{m-1}(n)g_{m-2}(n)\ldots g_1(n)g_0(n) = b_{m-1}(n)b_{m-2}(n)\ldots b_1(n)$ $b_0(n) \oplus 0b_{m-1}(n)\, b_{m-2}(n)\ldots b_2(n)b_1(n)$ [22]. Сумма по модулю два последовательных значений $n_g$ и $n_{g+1}$ кода Грея и определяет индекс $i$ направляющего числа $\mathrm{v}_i$, используемого в выражении (2), последовательность значений которого и представляет собой $T_{m-1}$. Процедура получения последовательности переключений $T_{m-1}$ для $m = 4$ приведена в табл. 1.

Таблица 1

Процедура генерирования последовательности переключений $T_3$

| $n$ | $n = b_3(n)b_2(n)b_1(n)b_0(n)$ | $n_g = g_3(n)g_2(n)g_1(n)g_0(n)$ | $n_g \oplus n_{g-1}$ | $T_3$ |
|---|---|---|---|---|
| | | | 3 2 1 0 | |
| 0 | 0 0 0 0 | 0 0 0 0 | 0 0 0 0 | |
| 1 | 0 0 0 1 | 0 0 0 1 | 0 0 0 1 | 0 |
| 2 | 0 0 1 0 | 0 0 1 1 | 0 0 1 0 | 1 |
| 3 | 0 0 1 1 | 0 0 1 0 | 0 0 0 1 | 0 |
| 4 | 0 1 0 0 | 0 1 1 0 | 0 1 0 0 | 2 |
| 5 | 0 1 0 1 | 0 1 1 1 | 0 0 0 1 | 0 |
| 6 | 0 1 1 0 | 0 1 0 1 | 0 0 1 0 | 1 |
| 7 | 0 1 1 1 | 0 1 0 0 | 0 0 0 1 | 0 |
| 8 | 1 0 0 0 | 1 1 0 0 | 1 0 0 0 | 3 |
| 9 | 1 0 0 1 | 1 1 0 1 | 0 0 0 1 | 0 |
| 10 | 1 0 1 0 | 1 1 1 1 | 0 0 1 0 | 1 |
| 11 | 1 0 1 1 | 1 1 1 0 | 0 0 0 1 | 0 |
| 12 | 1 1 0 0 | 1 0 1 0 | 0 1 0 0 | 2 |
| 13 | 1 1 0 1 | 1 0 1 1 | 0 0 0 1 | 0 |
| 14 | 1 1 1 0 | 1 0 0 1 | 0 0 1 0 | 1 |
| 15 | 1 1 1 1 | 1 0 0 0 | 0 0 0 1 | 0 |

Значения разрядов кода Грея для $m = 4$ определяются в соответствии с соотношениями $g_3(n) = b_3(n)$, $g_2(n) = b_2(n) \oplus b_3(n)$, $g_1(n) = b_1(n) \oplus b_2(n)$, $g_0(n) = b_0(n) \oplus b_1(n)$, полученными согласно выражению $n_g = g_3(n)g_2(n)g_1(n)g_0(n) = b_3(n)b_2(n)b_1(n)b_0(n) \oplus 0b_3(n)b_2(n)b_1(n)$ [22].

Конкретный вид модифицированной последовательности Соболя зависит от так называемых направляющих чисел (direction numbers) $\mathrm{v}_i = \beta_{m-1}(i)\beta_{m-2}(i)\ldots\beta_0(i)$, $i \in \{0, 1, 2, \ldots, m-1\}$ [2].

Необходимо отметить, что модифицированные направляющие числа $\mathrm{v}_i$ в силу ограничений на направляющие числа классических последовательностей Соболя также принимают определенные ограничения [2, 4, 17]. Так, для всех возможных направляющих чисел некоторые их разряды принимают фиксированные значения. Всегда $\beta_{m-1-i}(i) = 1$, $i = \overline{0, m-1}$, и $\beta_{m-1-j}(i) = 0$ для $j > i$, а $\beta_{m-1-i}(i)$ для $j < i$ принимают произвольные значения. Это значит, что для всех возможных последовательностей Соболя $\mathrm{v}_0 = 100\ldots00$, $\mathrm{v}_1 = \beta_{m-1}(1)10\ldots00$, где $\beta_{m-1}(1)$ принимает значение 0 либо 1, $\mathrm{v}_2 = \beta_{m-1}(2)\beta_{m-2}(2)10\ldots00$ и т. д. [2]. В общем случае числа $\mathrm{v}_i$ можно представить в виде нижней треугольной матрицы с единичной диагональю (табл. 2) [4].

Таблица 2

Значения модифицированных направляющих чисел $v_i$

| $v_i$ | $\beta_{m-1}(i)$ | $\beta_{m-2}(i)$ | $\beta_{m-3}(i)$ | … | $\beta_1(i)$ | $\beta_0(i)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $v_0$ | 1 | 0 | 0 | … | 0 | 0 |
| $v_1$ | $\beta_{m-1}(1)$ | 1 | 0 | … | 0 | 0 |
| $v_2$ | $\beta_{m-1}(2)$ | $\beta_{m-2}(2)$ | 1 | … | 0 | 0 |
| … | … | … | … | … | … | … |
| $v_{m-2}$ | $\beta_{m-1}(m-2)$ | $\beta_{m-2}(m-2)$ | $\beta_{m-3}(m-2)$ | … | 1 | 0 |
| $v_{m-1}$ | $\beta_{m-1}(m-1)$ | $\beta_{m-2}(m-1)$ | $\beta_{m-3}(m-1)$ | … | $\beta_1(m-1)$ | 1 |

Соотношение (2) совместно с табл. 2 является обобщенной математической моделью одномерной последовательности Соболя (адресной последовательности), задаваемой $m$ направляющими числами $v_i=\beta_{m-1}(i)\beta_{m-2}(i)\ldots\beta_0(i)$, $i\in\{0, 1, 2, \ldots, m-1\}$. Действительно, как показано в [2], набор значений $\beta_{m-1-i}(i)\in\{0,1\}$ для $j<i$ определяет одну из $q=2^{(m^2-m)/2}$ последовательностей Соболя. Так, для $m$=3 компоненты $\beta_2(1)$, $\beta_2(2)$ и $\beta_1(2)$ могут принимать произвольные значения, определяя одну из возможных последовательностей *SS*1, *SS*2, …, *SS*8 (табл. 3) [4].

Таблица 3

Последовательности Соболя для $m$=3

| $m$=3 | *SS*1 | *SS*2 | *SS*3 | *SS*4 | *SS*5 | *SS*6 | *SS*7 | *SS*8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 0 0<br>$\beta_2(1)$ 1 0<br>$\beta_2(2)$ $\beta_1(2)$ 1 | 1 0 0<br>0 1 0<br>0 0 1 | 1 0 0<br>1 1 0<br>0 0 1 | 1 0 0<br>0 1 0<br>0 1 1 | 1 0 0<br>0 1 0<br>1 0 1 | 1 0 0<br>1 1 0<br>0 1 1 | 1 0 0<br>1 1 0<br>1 0 1 | 1 0 0<br>0 1 0<br>1 1 1 | 1 0 0<br>1 1 0<br>1 1 1 |
| $A(0)$ | 0 0 0 | 0 0 0 | 0 0 0 | 0 0 0 | 0 0 0 | 0 0 0 | 0 0 0 | 0 0 0 |
| $A(1)=A(0)+v_0$ | 1 0 0 | 1 0 0 | 1 0 0 | 1 0 0 | 1 0 0 | 1 0 0 | 1 0 0 | 1 0 0 |
| $A(2)=A(1)+v_1$ | 1 1 0 | 0 1 0 | 1 1 0 | 1 1 0 | 0 1 0 | 0 1 0 | 1 1 0 | 0 1 0 |
| $A(3)=A(2)+v_0$ | 0 1 0 | 1 1 0 | 0 1 0 | 0 1 0 | 1 1 0 | 1 1 0 | 0 1 0 | 1 1 0 |
| $A(4)=A(3)+v_2$ | 0 1 1 | 1 1 1 | 0 0 1 | 1 1 1 | 1 0 1 | 0 1 1 | 1 0 1 | 0 0 1 |
| $A(5)=A(4)+v_0$ | 1 1 1 | 0 1 1 | 1 0 1 | 0 1 1 | 0 0 1 | 1 1 1 | 0 0 1 | 1 0 1 |
| $A(6)=A(5)+v_1$ | 1 0 1 | 1 0 1 | 1 1 1 | 0 0 1 | 1 1 1 | 0 0 1 | 0 1 1 | 0 1 1 |
| $A(7)=A(6)+v_0$ | 0 0 1 | 0 0 1 | 0 1 1 | 1 0 1 | 0 1 1 | 1 0 1 | 1 1 1 | 1 1 1 |

Математическая модель, описанная соотношением (2) и матрицей направляющих чисел в виде нижней треугольной матрицы с единичной диагональю (см. табл. 2), может быть расширена для случая адресных последовательностей, относящихся не только к квазислучайным последовательностям. В общем случае в качестве порождающей матрицы направляющих чисел $V$ может быть использована любая квадратная матрица

$$V=\begin{vmatrix} \beta_{m-1}(0) & \beta_{m-2}(0) & \beta_{m-3}(0) & \ldots & \beta_0(0) \\ \beta_{m-1}(1) & \beta_{m-2}(1) & \beta_{m-3}(1) & \ldots & \beta_0(1) \\ \beta_{m-1}(2) & \beta_{m-2}(2) & \beta_{m-3}(2) & \ldots & \beta_0(2) \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \beta_{m-1}(m-1) & \beta_{m-2}(m-1) & \beta_{m-3}(m-1) & \ldots & \beta_0(m-1) \end{vmatrix}, \tag{3}$$

построенная из $m$ линейно независимых двоичных векторов $v_i = \beta_{m-1}(i)\beta_{m-2}(i)\ldots\beta_0(i)$, $i=\overline{0,m-1}$.

Для оценки свойств последовательности Соболя $A(n) = a_{m-1}a_{m-2}a_{m-3}\ldots a_1a_0$, используемой в качестве адресной последовательности, в работе [4] введена метрика $M(j)$, $j\in\{0, 1, 2, \ldots, m-1\}$, определяющая количество переключений (изменений) $j$-го разряда $a_j$ кода последовательности

$A(n)$. В общем случае для произвольного значения $j$ величина данной метрики определяется согласно выражению

$$M(j) = \sum_{i=0}^{m-1} \beta_j(i) \times 2^{m-1-i}. \tag{4}$$

Для случая адресных последовательностей Соболя в силу наличия ограничений на значения направляющих чисел выражение для данной метрики принимает вид [4]

$$M(j) = 2^j + \sum_{l=1}^{j} \beta_j(m-1-j+l) \times 2^{j-l}.$$

Из приведенного соотношения, например, следует, что младший разряд $a_0$ кода $A(n) = a_{m-1}\ a_{m-2}a_{m-3}...a_1a_0$ элементов последовательности Соболя изменит свое значение только один раз, так как согласно (4) $M(0) = 1$. Величина $M(1) = 2^1 + \beta_1(m-1)\times 2^0$ в зависимости от значения $\beta_1(m-1)$ может принимать одно из двух значений: 2, если $\beta_1(m-1) = 0$, либо 3, если $\beta_1(m-1) = 1$. Это означает, что следующий разряд $a_1$ кода $x_n = a_{m-1}a_{m-2}a_{m-3}...a_1a_0$ вне зависимости от длины последовательности Соболя изменит свое значение два либо три раза. В случае старшего разряда $a_{m-1}$ имеем $M(m-1) = 2^{m-1}+\beta_{m-1}(1)\times 2^{m-2}+\beta_{m-1}(2)\times 2^{m-3}+\ldots+\beta_{m-1}(m-1)\times 2^0$. Минимальное значение $M_{min}(m-1)$ количества переключений для старшего разряда равняется $2^{m-1}$ в случае, когда $\beta_{m-1}(1) = \beta_{m-1}(2) = \ldots = \beta_{m-1}(m-1) = 0$, а максимальное значение $M_{max}(m-1)$ равняется $2^m - 1$ в случае, когда $\beta_{m-1}(1) = \beta_{m-1}(2) = \ldots = \beta_{m-1}(m-1) = 1$ [4].

Для произвольного разряда $j \in \{0, 1, 2, \ldots, m-1\}$ имеем $M_{min}(j) = 2^j$, а $M_{max}(j) = 2^{j+1} - 1$, откуда следует, что всегда $M(j+1) - M(j) > 0$ для произвольных значений $v_i$, представляющих собой нижнюю треугольную матрицу с единичной диагональю (см. табл. 2). Таким образом, количество переключений возрастает с ростом индекса $j$ разряда кода $A(n) = a_{m-1}a_{m-2}a_{m-3}...a_1a_0$ элементов последовательности Соболя. Приведенные оценки подтверждаются для частного случая последовательностей $SS1, SS2,\ldots, SS8$ для $m = 3$, представленных в табл. 3.

В качестве меры различия адресных последовательностей в [13] предложено использование среднего расстояния Хэмминга $AHD[A(n), A(n+k)]$ между двумя последовательностями адресов $A(n)$ и $A(n+k)$, которое для случая $k = 1$ вычисляется согласно выражению

$$AHD[A(n), A(n+1)] = \frac{SHD[A(n), A(n+1)]}{2^m - 1}. \tag{5}$$

Здесь $SHD[A(n), A(n+1)]$ представляет собой суммарное расстояние Хэмминга, которое равняется общему количеству переключений разрядов кода $A(n) = a_{m-1}a_{m-2}a_{m-3}...a_1a_0$ при переходе к адресу $A(n+1)$. Для случая последовательностей Соболя максимальное $AHD_{max}[A(n), A(n+1)]$ и минимальное $AHD_{min}[A(n), A(n+1)]$ значения данной характеристики определяются согласно

$$\begin{aligned} AHD_{\max}[A(n), A(n+1)] &= \frac{\sum_{j=0}^{m-1} M_{\max}(j)}{2^m - 1} = \frac{\sum_{j=0}^{m-1} 2^{j+1} - 1}{2^m - 1} = 2 - \frac{m}{2^m - 1}; \\ AHD_{\min}[A(n), A(n+1)] &= \frac{\sum_{j=0}^{m-1} M_{\min}(j)}{2^m - 1} = \frac{\sum_{j=0}^{m-1} 2^j}{2^m - 1} = 1. \end{aligned} \tag{6}$$

Значения элементов нижней треугольной матрицы (см. табл. 2) модифицированных направляющих чисел задают определенный вид последовательности Соболя. Например, в случае когда $\beta_{m-1-i}(i) = 0$ для всех $j < i$, последовательность Соболя представляет собой одну из последовательностей кода Грея [4]. Для случая когда $\beta_{m-1-i}(i) = 1$ для всех $j < i$, последовательность Соболя (см. табл. 3) представляет собой последовательность Корпута [2, 4].

Приведенный анализ позволяет сформулировать следующее утверждение.

Утверждение 1. Модифицированная последовательность Соболя определяется видом порождающей матрицы $V$, представляющей собой нижнюю треугольную матрицу (унитреугольную матрицу) с единичной главной диагональю.

Характерной особенностью последовательностей Соболя является возрастающая переключательная активность $M(j)$ разрядов кода $a_{m-1}a_{m-2}a_{m-3}...a_1a_0$ при возрастании их индексов. Для подобных последовательностей всегда $M(j + 1) - M(j) > 0$.

### 3. Адресные последовательности

Обобщенная математическая модель, представленная в предыдущем разделе, является расширением математической модели, используемой для модифицированных последовательностей Соболя [2, 4]. Основой данной модели является вид порождающей матрицы $V$ (3), которая и определяет основные свойства адресных последовательностей и идентифицирует их подмножества. Рассмотрим некоторые из них.

*1. Пересчетные адресные последовательности.* В случае пересчетных (счетчиковых) последовательностей, формируемых двоичными пересчетными схемами (счетчиками), наблюдается обратная зависимость для переключательной активности $M(j)$ по сравнению с последовательностями Соболя: частота изменений старшего разряда кода $a_{m-1}a_{m-2}a_{m-3}...a_1a_0$ является минимальной, а количество переключений в конкретном разряде уменьшается с ростом его индекса $j$.

Для получения пересчетных последовательностей необходимо сформировать порождающую матрицу в соответствии с утверждением 2.

Утверждение 2. Пересчетная последовательность определяется видом порождающей матрицы $V$, представляющей собой нижнюю треугольную матрицу относительно побочной единичной диагонали.

Для произвольной пересчетной последовательности элементы матрицы $V$ имеют определенные значения $\beta_i(i) = 1$ и $\beta_j(i) = 0$ для $j > i$ и произвольные значения $\beta_j(i) \in \{0, 1\}$ для $j < i$, $i, j \in \{0, 1, 2, \ldots, m - 1\}$. Примеры подобных последовательностей $CS1, CS2, \ldots, CS8$ для $m = 3$ приведены в табл. 4.

Таблица 4

Пересчетные последовательности для $m = 3$

| $m = 3$ | $CS1$ | $CS2$ | $CS3$ | $CS4$ | $CS5$ | $CS6$ | $CS7$ | $CS8$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 0 1<br>0 1 $\beta_0(1)$<br>1 $\beta_1(2)$ $\beta_0(2)$ | 0 0 1<br>0 1 0<br>1 0 0 | 0 0 1<br>0 1 1<br>1 0 0 | 0 0 1<br>0 1 0<br>1 1 1 | 0 0 1<br>0 1 0<br>1 0 1 | 0 0 1<br>0 1 1<br>1 1 0 | 0 0 1<br>0 1 1<br>1 0 1 | 0 0 1<br>0 1 0<br>1 1 0 | 0 0 1<br>0 1 1<br>1 1 1 |
| $A(0)$ | 0 0 0 | 0 0 0 | 0 0 0 | 0 0 0 | 0 0 0 | 0 0 0 | 0 0 0 | 0 0 0 |
| $A(1) = A(0) + v_0$ | 0 0 1 | 0 0 1 | 0 0 1 | 0 0 1 | 0 0 1 | 0 0 1 | 0 0 1 | 0 0 1 |
| $A(2) = A(1) + v_1$ | 0 1 1 | 0 1 0 | 0 1 1 | 0 1 1 | 0 1 0 | 0 1 0 | 0 1 1 | 0 1 0 |
| $A(3) = A(2) + v_0$ | 0 1 0 | 0 1 1 | 0 1 0 | 0 1 0 | 0 1 1 | 0 1 1 | 0 1 0 | 0 1 1 |
| $A(4) = A(3) + v_2$ | 1 1 0 | 1 1 1 | 1 0 1 | 1 1 1 | 1 0 1 | 1 1 0 | 1 0 0 | 1 0 0 |
| $A(5) = A(4) + v_0$ | 1 1 1 | 1 1 0 | 1 0 0 | 1 1 0 | 1 0 0 | 1 1 1 | 1 0 1 | 1 0 1 |
| $A(6) = A(5) + v_1$ | 1 0 1 | 1 0 1 | 1 1 0 | 1 0 0 | 1 1 1 | 1 0 0 | 1 1 1 | 1 1 0 |
| $A(7) = A(6) + v_0$ | 1 0 0 | 1 0 0 | 1 1 1 | 1 0 1 | 1 1 0 | 1 0 1 | 1 1 0 | 1 1 1 |

Из табл. 4 видно, что $CS8$ представляет собой стандартную двоичную последовательность (Counter Sequence), т. е. последовательность целых чисел, представленных в двоичной системе счисления [12, 13]. Последовательность $CS1$ является классическим отраженным кодом Грея (Reflected Gray Code) [22]. Обобщающим свойством рассматриваемого подмножества адресных последовательностей является убывающая переключательная активность разрядов кода $a_{m-1}a_{m-2}a_{m-3}\ldots a_1a_0$ адреса при возрастании их индексов.

Общее количество пересчетных последовательностей, так же как и последовательностей Соболя, формируемых согласно (2), определяется величиной $q = 2^{(m^2-m)/2}$.

Для оценки свойств пересчетной адресной последовательности используем метрику $M(j)$ (4), которая для данного случая принимает вид

$$M(j) = 2^{m-1-j} + \sum_{l=1}^{m-1-j} \beta_j(j+l) \times 2^{m-1-j-l}.$$

Полученные значения метрики $M(j)$ позволяют оценить среднюю переключательную активность для генерируемой адресной последовательности $A(n)$, которая определяется средним расстоянием Хэмминга. Так, максимально возможная переключательная активность для последовательности Соболя и пересчетной последовательности достигается при всех единичных значениях $\beta_j(i)$ для $j<i$, участвующих в соотношениях для $M(j)$. Эта величина, так же как и минимальная переключательная активность, аналогично последовательностям Соболя определяется соотношениями $M_{max}(j)=2^{j+1}-1$ и $M_{min}(j)=2^j$. Соответственно среднее расстояние Хэмминга $AHD[A(n), A(n+1)]$ между двумя последовательными адресами пересчетной адресной последовательности вычисляется согласно соотношению (6).

*2. Модифицированные квазислучайные и пересчетные последовательности.* Анализ матрицы (3) позволяет идентифицировать еще два множества адресных последовательностей, для которых максимально возможная переключательная активность принимает заметно большее значение, чем для оригинальных модифицированных последовательностей Соболя и пересчетных последовательностей. Эти последовательности назовем модифицированными последовательностями Соболя и пересчетными последовательностями с максимальной переключательной активностью, соответствующими двум следующим утверждениям.

Утверждение 3. Порождающая матрица $V$ модифицированной последовательности Соболя с максимальной переключательной активностью представляет собой верхнюю треугольную матрицу с единичной побочной диагональю.

Утверждение 4. Порождающая матрица $V$ пересчетной последовательности с максимальной переключательной активностью представляет собой верхнюю треугольную матрицу относительно единичной главной диагонали.

Примеры последовательностей из двух указанных множеств приведены в табл. 5.

Таблица 5

Модифицированные квазислучайные и пересчетные последовательности для $m$ = 3

| $m$ = 3 | $SS_m1$ | $SS_m2$ | $SS_m3$ | $SS_m4$ | $m$ = 3 | $CS_m1$ | $CS_m2$ | $CS_m3$ | $CS_m4$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\beta_2(0)\beta_1(0)$ 1<br>$\beta_2(1)$ 1 0<br>1 0 0 | 1 1 1<br>1 1 0<br>1 0 0 | 1 1 1<br>0 1 0<br>1 0 0 | 1 0 1<br>1 1 0<br>1 0 0 | 0 0 1<br>0 1 0<br>1 0 0 | 1 $\beta_1(0)$ $\beta_0(0)$<br>0 1 $\beta_0(1)$<br>0 0 1 | 1 1 1<br>0 1 1<br>0 0 1 | 1 1 1<br>0 1 0<br>0 0 1 | 1 0 1<br>0 1 1<br>0 0 1 | 1 0 0<br>0 1 0<br>0 0 1 |
| $A(0)$ | 0 0 0 | 0 0 0 | 0 0 0 | 0 0 0 | $A(0)$ | 0 0 0 | 0 0 0 | 0 0 0 | 0 0 0 |
| $A(1) = A(0) + v_0$ | 1 1 1 | 1 1 1 | 1 0 1 | 0 0 1 | $A(1) = A(0) + v_0$ | 1 1 1 | 1 1 1 | 1 0 1 | 1 0 0 |
| $A(2) = A(1) + v_1$ | 0 0 1 | 1 0 1 | 0 1 1 | 0 1 1 | $A(2) = A(1) + v_1$ | 1 0 0 | 1 0 1 | 1 1 0 | 1 1 0 |
| $A(3) = A(2) + v_0$ | 1 1 0 | 0 1 0 | 1 1 0 | 0 1 0 | $A(3) = A(2) + v_0$ | 0 1 1 | 0 1 0 | 0 1 1 | 0 1 0 |
| $A(4) = A(3) + v_2$ | 0 1 0 | 1 1 0 | 0 1 0 | 1 1 0 | $A(4) = A(3) + v_2$ | 0 1 0 | 0 1 1 | 0 1 0 | 0 1 1 |
| $A(5) = A(4) + v_0$ | 1 0 1 | 0 0 1 | 1 1 1 | 1 1 1 | $A(5) = A(4) + v_0$ | 1 0 1 | 1 0 0 | 1 1 1 | 1 1 1 |
| $A(6) = A(5) + v_1$ | 0 1 1 | 0 1 1 | 0 0 1 | 1 0 1 | $A(6) = A(5) + v_1$ | 1 1 0 | 1 1 0 | 1 0 0 | 1 0 1 |
| $A(7) = A(6) + v_0$ | 1 0 0 | 1 0 0 | 1 0 0 | 1 0 0 | $A(7) = A(6) + v_0$ | 0 0 1 | 0 0 1 | 0 0 1 | 0 0 1 |

Для модифицированной последовательности Соболя с максимальной переключательной активностью значение $M(j)$ (4) вычисляется согласно выражению

$$M(j) = 2^{m-1-j} + \sum_{l=1}^{j} \beta_j (j-l) \times 2^{m-1-j+l}.$$

Аналогичное выражение справедливо и для пересчетной последовательности с максимальной переключательной активностью:

$$M(j) = 2^{j} + \sum_{l=1}^{m-1-j} \beta_j (m-1-j-l) \times 2^{j+l}.$$

Как в случае модифицированной последовательности Соболя с максимальной активностью (см. утверждение 3), так и пересчетной последовательности с максимальной переключательной активностью (утверждение 4), используя метрику $M(j)$, можно получить аналогичные соотношения для среднего расстояния Хэмминга $AHD[A(n), A(n+1)]$. В этом случае $AHD_{min}[A(n), A(n+1)]$ также равняется 1, что соответствует последовательностям кода Грея $SS_m4 = CS1$ и $CS_m4 = SS1$ (см. табл. 3 и 4). В то же время максимальная переключательная активность для обеих последовательностей $SS_m$ и $CS_m$ определяется согласно соотношению

$$AHD_{\max}[A(n), A(n+1)] = m - 1 + \frac{m}{2^m - 1}. \quad (7)$$

Из последнего выражения видно, что максимальное среднее расстояние Хэмминга (7) значительно больше аналогичной величины для оригинальных модифицированных последовательностей Соболя и пересчетных последовательностей (6), практически на величину, равную $m - 3$.

Общее количество модифицированных последовательностей Соболя и пересчетных последовательностей с максимальной переключательной активностью определяется величиной $q = 2^{(m^2-m)/2}$.

*3. Адресные последовательности с минимальной переключательной активностью.* К данному множеству относятся упоминаемые ранее последовательности кода Грея, пример которых присутствует во всех рассмотренных множествах адресных последовательностей. Действительно, $SS1$ принадлежит множеству модифицированных последовательностей Соболя, $SS_m4$ относится к множеству модифицированных последовательностей Соболя с максимальной переключательной активностью, $CS1 = SS_m4$ представляет собой пересчетную последовательность, $CS_m4 = SS1$ соответствует пересчетной последовательности с максимальной переключательной активностью. Каждой из указанных адресных последовательностей присущи свойства множеств последовательностей, к которым они принадлежат.

В общем случае адресная последовательность с минимальной переключательной активностью (минимальным расстоянием Хэмминга), формируемая согласно (2), обеспечивается матрицей $V$ (3) с минимальным количеством единичных значений. Для произвольного случая подобная матрица строится в соответствии со следующим утверждением.

Утверждение 5. Порождающая матрица $V$ для адресной последовательности с минимальной переключательной активностью состоит из $m$ отличающихся друг от друга строк, каждая их которых содержит по одной единице.

Согласно приведенному утверждению подобная порождающая матрица характеризуется тем, что она представляет собой множество отличающихся друг от друга столбцов, содержащих по одной единице. Из этого следует, что каждый столбец обеспечивает одно из возможных значений ($2^0$, $2^1$, $2^2$, …, $2^{m-1}$) переключательной активности. В силу этого последовательность столбцов в матрице, удовлетворяющей утверждению 5, не влияет на среднее значение переключательной активности. Для последовательностей $A(n)$, формируемых с использованием подобных порождающих матриц $V$ (3), $AHD[A(n), A(n+1)] = 1$, а общее их количество равняется $m!$.

*4. Адресные последовательности с высокой переключательной активностью.* С целью получения последовательностей адресов с максимальным расстоянием Хэмминга между соседними адресами $A(n)$ и $A(n + 1)$ за основу может быть взята последовательность переключений $T_{m-1}$ отраженного кода Грея [7, 11]. Такая последовательность имеет инверсную интерпретацию, т. е. текущий элемент последовательности $T_{m-1}$ определяет индекс неизменяемого разряда $A(n)$ при переходе к следующему адресу $A(n + 1)$. В этом случае все разряды, кроме одного, при переходе от $A(n)$ к $A(n + 1)$ будут изменяться. Соответственно расстояние Хэмминга между двумя последовательными адресами будет равняться $m - 1$. Такие последовательности получили название последовательностей анти-Грея [23].

Для обеспечения равенства расстояния Хэмминга величине $m - 1$ в рамках выбранной математической модели генерирования адресных последовательностей очевидным является использование матрицы направляющих чисел (3), инверсной по отношению к случаю, соответствующему утверждению 5. Отметим, что данное утверждение позволяет генерировать адресные последовательности с минимальным расстоянием Хэмминга, равным 1. Рассмотрим несколько примеров использования матриц (3), инверсных по отношению к аналогичным матрицам для последовательностей кода Грея.

Таблица 6

Примеры генерирования последовательностей с максимальной переключательной активностью

| $T_{m-1}$ | $m = 2$ | $m = 3$ | $m = 4$ | $T_{m-1}$ | $m = 4$ |
|---|---|---|---|---|---|
| | $V = \begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix}$ | $V = \begin{matrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{matrix}$ | $V = \begin{matrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{matrix}$ | | $V = \begin{matrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{matrix}$ |
| | 0 0 | 0 0 0 | 0 0 0 0 | 3 | 1 1 0 0 |
| 0 | 1 0 | 1 1 0 | 1 1 1 0 | 0 | 0 0 1 0 |
| 1 | 1 1 | 0 1 1 | 0 0 1 1 | 1 | 1 1 1 1 |
| 0 | 0 1 | 1 0 1 | 1 1 0 1 | 0 | 0 0 0 1 |
| 2 | | 1 1 0 | 0 1 1 0 | 2 | 1 0 1 0 |
| 0 | | **0 0 0** | 1 0 0 0 | 0 | 0 1 0 0 |
| 1 | | **1 1 0** | 0 1 0 1 | 1 | 1 0 0 1 |
| 0 | | **0 1 1** | 1 0 1 1 | 0 | 0 1 1 1 |

В табл. 6 сформированы все возможные комбинации адресов из двух ($m = 2$) и четырех ($m = 4$) бит и, таким образом, получены последовательности анти-Грея с расстоянием Хэмминга, равным $m - 1$. В то же время для $m = 3$ данный подход оказался неработоспособным в силу линейной зависимости между столбцами порождающей матрицы $V$ для нечетных значений $m$ [23].

Адресная последовательность с переключательной активностью, равной $m - 1$ для четных значений $m$, формируемая согласно соотношению (2), обеспечивается матрицей $V$ (3), удовлетворяющей следующему утверждению.

Утверждение 6. Порождающая матрица $V$ для адресной последовательности с переключательной активностью, равной $m - 1$ для четных значений $m$, состоит из $m$ отличающихся друг от друга строк, каждая их которых содержит $m - 1$ единиц.

Для последовательностей, формируемых с использованием подобных порождающих матриц $V$ (3), $AHD[A(n), A(n+1)] = m - 1$. Подобные последовательности формируются только для четных значений $m$, а общее их количество равняется $m!$.

*5. Последовательности с предельно возможной переключательной активностью.* В качестве операции, позволяющей достичь максимальной переключательной активности при генерировании адресных последовательностей, весьма эффективным является использование операции инвертирования всех разрядов предыдущего адреса $A(n)$ для получения последующего его значения $A(n + 1)$. В этом случае расстояние Хэмминга равняется предельно возможному значению, равному $m$. В терминах математической модели, используемой в данной статье, инвертирование всех разрядов кода адреса эквивалентно применению одного из направляющих чисел $v_i$, представляющих собой единичный вектор, т. е. $v_i = 111\ldots1$. Очевидно, что для достижения максимального среднего расстояния Хэмминга необходимо, чтобы таким направляющим числом было число $v_0$. Последующее инвертирование адреса $A(n + 1)$ для получения $A(n + 2)$ приведет к повторению исходного адреса, т. е. $A(n + 2) = A(n)$. Для целей обеспечения предельно возможной средней переключательной активности необходимо перемежающее получение расстояний Хэмминга, равных $m$ и $m - 1$ для последовательных пар адресов $A(n)$, $A(n + 1)$ и $A(n + 1)$, $A(n + 2)$ [23]. Обобщая приведенные рассуждения, можно сформулировать следующее утверждение.

Утверждение 7. Порождающая матрица $V$ для адресной последовательности с предельной максимальной переключательной активностью состоит из одного единичного столбца и $m - 1$ отличающихся друг от друга столбцов, содержащих по одному нулевому значению в каждой из $m - 1$ строк, кроме первой.

Примеры последовательностей из множества, определяемого утверждением 7, для $m = 3$ приведены в табл. 7.

Таблица 7

Последовательности с предельной максимальной переключательной активностью для $m = 3$

| $m = 3$ | $LS1$ | $LS2$ | $LS3$ | $LS4$ | $LS5$ | $LS6$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $V$ | 1 1 1<br>0 1 1<br>1 0 1 | 1 1 1<br>1 0 1<br>0 1 1 | 1 1 1<br>0 1 1<br>1 1 0 | 1 1 1<br>1 1 0<br>0 1 1 | 1 1 1<br>1 1 0<br>1 0 1 | 1 1 1<br>1 0 1<br>1 1 0 |
| $A(0)$ | 0 0 0 | 0 0 0 | 0 0 0 | 0 0 0 | 0 0 0 | 0 0 0 |
| $A(1) = A(0) + v_0$ | 1 1 1 | 1 1 1 | 1 1 1 | 1 1 1 | 1 1 1 | 1 1 1 |
| $A(2) = A(1) + v_1$ | 1 0 0 | 0 1 0 | 1 0 0 | 0 0 1 | 0 0 1 | 0 1 0 |
| $A(3) = A(2) + v_0$ | 0 1 1 | 1 0 1 | 0 1 1 | 1 1 0 | 1 1 0 | 1 0 1 |
| $A(4) = A(3) + v_2$ | 1 1 0 | 1 1 0 | 1 0 1 | 1 0 1 | 0 1 1 | 0 1 1 |
| $A(5) = A(4) + v_0$ | 0 0 1 | 0 0 1 | 0 1 0 | 0 1 0 | 1 0 0 | 1 0 0 |
| $A(6) = A(5) + v_1$ | 0 1 0 | 1 0 0 | 0 0 1 | 1 0 0 | 0 1 0 | 0 0 1 |
| $A(7) = A(6) + v_0$ | 1 0 1 | 0 1 1 | 1 1 0 | 0 1 1 | 1 0 1 | 1 1 0 |

Переключательная активность рассмотренной последовательности состоит из суммы переключательных активностей разрядов адресов, определяемых утверждением 7. Для любой подобной матрицы эта сумма включает слагаемые $(2^m - 1) - 0$, $(2^m - 1) - 1$, $(2^m - 1) - 2^1$, $(2^m - 1) - 2^2$, …, $(2^m - 1) - 2^{m-2}$. Для матриц $V$, отвечающих данным требованиям, получим

$$AHD_{\max}[A(n), A(n+1)] = m - \frac{1}{2} + \frac{1}{2(2^m - 1)}. \tag{8}$$

Очевидно, что данное значение $AHD_{\max}[A(n - 1), A(n)]$ (8) является максимально достижимым [7, 11, 23].

## 4. Адресные последовательности для многократного тестирования ОЗУ

Тестирование современных ОЗУ с использованием многократных маршевых тестов и увеличение их эффективности за счет применения различных сочетаний адресных последовательностей является весьма актуальной задачей [3, 5, 7]. Очевидно, что для достижения максимальной полноты покрытия неисправностей ОЗУ в результате многократного применения маршевых тестов необходимо, чтобы адресные последовательности, применяемые для каждого прохода теста, максимально отличались друг от друга. В простейшем случае это означает, что на одной и той же позиции двух последовательностей должны быть адреса, максимально отличные друг от друга. Подобное требование реализовывалось в классических маршевых тестах [9]. В сопряженных фазах теста, как правило, применяется возрастающая $A_{incr}(n)$ = 000…00, 000…01, 000… 10,… , 111…11 (в десятичной системе счисления: 0, 1, 2, …, $2^m - 1$) и убывающая последовательности адресов $A_{decr}(n)$ = 111…11, 111…10, 111…01, …, 000…00 ($2^m - 1$, $2^m - 2$, $2^m - 3$, … , 0). Доказано, что данное сочетание адресных последовательностей является оптимальным с точки зрения покрывающей способности неисправностей ОЗУ [7, 9]. В общем случае выбор набора адресных последовательностей требует обоснованного формального подхода. В качестве меры различия адресных последовательностей часто используется арифметическое расстояние [7, 12].

Классическое расстояние Минковского между двумя адресными последовательностями $A_v(n)$ и $A_w(n)$, $n\in\{0, 1, 2, \ldots, 2^m - 1\}$, при выполнении равенства $\lambda = 1$ для его параметра $\lambda$ принимает вид арифметического расстояния [24]:

$$D_{Manh.}[A_v(n), A_w(n)) = \sum_{n=0}^{2^m-1} \left|A_v(n) - A_w(n)\right|. \tag{9}$$

Расстояние Минковского, частным случаем которого является арифметическое расстояние (9), как правило, используется как мера различия, а не мера подобия между объектами [25]. Для данной меры различия в случае двукратного тестирования ОЗУ, когда последовательно применяются адресные последовательности $A_{incr}(n)$ и $A_{decr}(n)$, значение метрики различия оказывается максимальным и определяется согласно выражению [12]

$$D_{Manh\_\max}[A_{incr}(n), A_{decr}(n)] = \sum_{n=0}^{2^m-1} \left|2^m - 2n - 1\right| = 2^{2m-1}.$$

Весьма эффективным подходом для получения различных адресных последовательностей в терминах арифметического расстояния является инвертирование определенных разрядов $A_{incr}(n)$ для получения модифицированной последовательности $A_{mod}(n)$ из исходной $A_{incr}(n)$ [12].

Проведенный анализ свидетельствует о необходимости генерирования адресов $A_{decr}(n)$ в обратной последовательности по отношению к оригинальной адресной последовательности $A_{incr}(n)$ и различных их модификаций как результата инвертирования определенных разрядов $A_{incr}(n)$. В рамках выбранной модели генерирования адресных последовательностей (2) в силу эквивалентности операций сложения и вычитая по модулю два ($\oplus$), а также симметричности последовательности переключений $T_{m-1}$ отраженного кода Грея формирование последовательности убывающих $A_{decr}(n)$ адресов по отношению к $A_{incr}(n)$ соответствует следующему утверждению.

Утверждение 8. Убывающая последовательность адресов $A_{decr}(n)$, $n \in \{0, 1, 2, \ldots, 2^m - 1\}$, по отношению к возрастающей последовательности $A_{incr}(n)$, для которой $A_{incr}(i) = A_{decr}(2^m - 1 - i)$, генерируется с использованием соотношения (2) и той же порождающей матрицы $V$, что и для генерирования $A_{incr}(n)$ при начальном адресе $A_{decr}(0)$, равном $A_{incr}(2^m - 1)$.

В силу эквивалентности операции сложения по модулю два с единицей ($a_i \oplus 1$) и операции отрицания $\overline{a_i}$ справедливо следующее утверждение.

Утверждение 9. Модифицированная последовательность адресов $A_{mod}(n)$, $n \in \{0, 1, 2, \ldots, 2^m - 1\}$ как результат инвертирования определенных разрядов возрастающей последовательности $A_{incr}(n)$ генерируется с использованием соотношения (2) и той же порождающей матрицы $V$, что и для формирования $A_{incr}(n)$, при начальном адресе $A_{incr}(0)$, содержащем в инвертируемых разрядах единичные значения, а в остальных разрядах – нулевые значения.

Отметим, что данные утверждения справедливы для последовательностей, описанных в разд. 3 и сформированных на основании соотношения (2) и порождающей матрицы $V$ (3). В качестве примера приведем последовательность $LS1$ с предельной максимальной переключательной активностью для $m = 3$ (см. табл. 7). Рассматривая $LS1$ как возрастающую последовательность $LS_{incr}$, в табл. 8 приведем ряд ее модификаций.

Таблица 8

Примеры модификаций последовательности $LS1$

| $m = 3$ | $LS_{incr} = a_2a_1a_0$ | $LS_{decr} = a_2a_1a_0$ | $LS_{mod1} = \bar{a}_2a_1a_0$ | $LS_{mod2} = a_2a_1\bar{a}_0$ |
|---|---|---|---|---|
| $V$ | 1 1 1<br>0 1 1<br>1 0 1 | 1 1 1<br>0 1 1<br>1 0 1 | 1 1 1<br>0 1 1<br>1 0 1 | 1 1 1<br>0 1 1<br>1 0 1 |
| $A(0)$ | 0 0 0 | 1 0 1 | 1 0 0 | 0 0 1 |
| $A(1) = A(0) + v_0$ | 1 1 1 | 0 1 0 | 0 1 1 | 1 1 0 |
| $A(2) = A(1) + v_1$ | 1 0 0 | 0 0 1 | 0 0 0 | 1 0 1 |
| $A(3) = A(2) + v_0$ | 0 1 1 | 1 1 0 | 1 1 1 | 0 1 0 |
| $A(4) = A(3) + v_2$ | 1 1 0 | 0 1 1 | 0 1 0 | 1 1 1 |
| $A(5) = A(4) + v_0$ | 0 0 1 | 1 0 0 | 1 0 1 | 0 0 0 |
| $A(6) = A(5) + v_1$ | 0 1 0 | 1 1 1 | 1 1 0 | 0 1 1 |
| $A(7) = A(6) + v_0$ | 1 0 1 | 0 0 0 | 0 0 1 | 1 0 0 |

Действительно, с помощью начального адреса $LS_{decr}(0) = LS_{incr}(2^3 - 1) = 1\ 0\ 1$ для порождающей матрицы, используемой для $LS_{incr}$, формируется последовательность $LS_{decr}$, обратная по отношению к $LS_{incr}$ (см. табл. 8), что соответствует утверждению 8. В то же время $LS_{mod1}$ и $LS_{mod2}$, приведенные в табл. 8, соответствуют утверждению 9.

## Заключение

В статье рассмотрена модель генерирования адресных последовательностей как результат обобщения экономичного способа Антонова и Салеева, используемого для формирования последовательностей Соболя. Применение предложенной модели позволяет формировать широкий спектр адресных последовательностей – от простейших квазислучайных последовательностей до последовательностей с различными свойствами, необходимыми для тестирования ОЗУ. В рамках предложенной модели оказывается возможным формирование множеств адресных последовательностей, имеющих большие значения арифметических расстояний между ними.

## Список литературы

1. Иванюк, А.А. Проектирование встраиваемых цифровых устройств и систем / А.А. Иванюк. – Минск : Бестпринт, 2012. – 338 с.

2. Ярмолик, С.В. Квазислучайное тестирование вычислительных систем / С.В. Ярмолик, В.Н. Ярмолик // Информатика. – 2013. – № 3 (39). – С. 92–103.

3. Semiconductor Intellectual Property: Continuing on the Path to Growth. ASIC IP report. Semico Research Corp. – Seville, Spain, 2007. – 100 p.

4. Yarmolik, V.N. Generating Modified Sobol Sequences for Multiple Run March Memory Tests / V.N. Yarmolik, S.V. Yarmolik // Automatic Control and Computer Sciences. – 2013. – Vol. 47, № 5. – P. 242–247.

5. VLSI Test Principles and Architectures Design for Testability / L.T. Wang [et al.]. – San Francisco : Morgan Kaufmann Publishers is an imprint of Elsevier, 2006. – 808 p.

6. Sharma, A.K. Semiconductor Memories: Technology, Testing, and Reliability / A.K. Sharma. – London : John Wiley & Sons, 2002. – 480 p.

7. Ярмолик, С.В. Маршевые тесты для тестирования ОЗУ / С.В. Ярмолик, А.П. Занкович, А.А. Иванюк. – Минск : Издательский центр БГУ, 2009. – 270 с.

8. Sharma, A.K. Advanced Semiconductor Memories: Architectures, Designs, and Applications / A.K. Sharma. – London : John Wiley & Sons, 2003. – 652 p.

9. Goor, A.J. Testing Semiconductor Memories, Theory and Practice / A.J. Goor. – UK, Chichester : John & Sons, 1991. – 536 p.

10. Nicolaidis, M. Theory of Transparent BIST for RAMs / M. Nicolaidis // IEEE Transaction on Computers. – 1996. – Vol. 45, № 10. – P. 1141–1156.

11. Yarmolik, S.V. Address sequences and backgrounds with different Hamming distance for multiple run March tests / S.V. Yarmolik // IEEE Int. J. Appl. Comput. Sci. – 2008. – Vol. 18, № 3. – P. 329–339.

12. Ярмолик, С.В. Многократные неразрушающие маршевые тесты с изменяемыми адресными последовательностями / С.В. Ярмолик, В.Н. Ярмолик // Автоматика и телемеханика. – 2007. – № 4. – С. 126–137.

13. Ярмолик, В.Н. Адресные последовательности для многократных маршевых тестов / В.Н. Ярмолик, С.В. Ярмолик // Автоматика и вычислительная техника. – 2006. – № 5. – С. 59–68.

14. Halton, J.H. On the efficiency of certain quasi-random sequences of points in evaluating multi-dimensional integrals / J.H. Halton // Numerische Mathematics. – 1960. – Vol. 2, № 1. – P. 84–90.

15. Niederreiter, H. Point sets and sequences with small discrepancy / H. Niederreiter // Monatshefte fur Mathematik. – 1987. – Vol. 104, № 4. – P. 273–337.

16. Chi, H. Computational investigations of quasi-random sequences in generating test cases for specification-based tests / H. Chi, E.I. Jones // Proc. of the 38 Winter Conference, ser. WSC’06. Winter Simulation Conf. Monterey. – CA, USA, 2006. – P. 975–980.

17. Соболь, И.М. Точки, равномерно заполняющие многомерный куб / И.М. Соболь. – М. : Знание, 1985. – 32 с.

18. Ярмолик, С.В. Анализ количественных характеристик различия при тестировании ОЗУ / С.В. Ярмолик, А.Н. Курбацкий, В.Н. Ярмолик // Информатика. – 2008. – № 3(19). – С. 90–98.

19. Chen, T.Y. Quasi-Random Testing / T.Y. Chen, R. Merkel // IEEE Transaction on Reliability. – 2007. – Vol. 56, № 3. – P. 562–568.

20. Joe, S. Constructing Sobol sequences with better two-dimensional projections / S. Joe, F. Kuo // SIAM J. Sci. Comput. – 2008. – № 30. – P. 2635–2654.

21. Антонов, И.А. Экономичный способ вычисления ЛПτ-последовательностей / И.А. Антонов, В.М. Салеев // Журн. вычисл. матем. и матем. физ. – 1979. – Т. 19, № 1. – С. 243–245.

22. Savage, C. A survey of combinatorial Gray code / C. Savage // SIAM Review. – 1997. – Vol. 39, № 4. – P. 605–629.

23. Yarmolik, S.V. Modified Gray and Counter Sequences for memory test address generation / S.V. Yarmolik, V.N. Yarmolik // Proc. 13th Int. Conf. Mixed Design of Integrated Circuits and Systems (MIXDES’06). – Gdynia, Poland : Technical University of Lodz, 2006. – P. 572–576.

24. Thompson, A.C. Minkowski Geometry / A.C. Thompson. – N.Y. : Cambridge U.P., 1996. – 364 p.

25. Tubbs, J.D. A note on binary template matching / J.D. Tubbs // Pattern Recogn. – 1989. – Vol. 22, № 4. – P. 359–366.

**Поступила 22.11.2013**

*Белорусский государственный университет*
*информатики и радиоэлектроники,*
*Минск, П. Бровки, 6*
*e-mail: yarmolik10ru@yahoo.com,*
*yarmolik@cosmostv.by*

**V.N. Yarmolik, S.V. Yarmolik**

## ADDRESS SEQUENCES FOR MULTI RUN RAM TESTING

A universal approach for generation of address sequences with specified properties is proposed and analyzed. A modified version of the Antonov and Saleev algorithm for Sobol sequences generation is chosen as a mathematical description of the proposed method. Within the framework of the proposed universal approach, the Sobol sequences form a subset of the address sequences. Other subsets are also formed, which are Gray sequences, anti-Gray sequences, counter sequences and sequences with specified properties.