

УДК 519.8

А.М. Бондоловский, М.Я. Ковалев

ОПТИМИЗАЦИЯ ГИБКИХ ЦЕН ГОСТИНИЧНЫХ НОМЕРОВ

Предлагается подход к решению задачи отыскания гибких цен гостиницы, максимизирующих прибыль от сдачи номеров гостям. Подход включает определение входных параметров для последующего математического анализа, разделение спроса на несколько категорий, прогнозирование спроса, определение коэффициентов функции спроса и решение задачи математического программирования для оптимизации цен.

Введение

Анализ литературы [1] показал, что большинство исследований по управлению доходами в гостиничном бизнесе посвящены либо прогнозированию спроса, либо оптимизации доходов при условии, что спрос (или его вероятностное распределение) изначально задан. Исследователи дорабатывают существующие методы прогноза и оптимизационные модели, разрабатывают новые, но изредка объединяют их в одну систему по управлению гибкими ценами гостиницы. В настоящей работе рассматриваются: решение задачи динамического ценообразования (Д-цена), включающей все указанные выше аспекты, и интеграция решения в реальные системы управления доходами гостиницы.

Задача Д-Цена – это динамическая и неопределенная задача нахождения цен на номера гостиницы при условии, что спрос чувствителен к цене, и использования критерия максимизации общей прибыли от сдачи номеров гостям. Практическая ситуация, описываемая как задача Д-Цена, возникает при бронировании номеров через интернет-сервис, который автоматически принимает заказы, если они могут быть выполнены.

1. Задача Д-Цена

Задача Д-Цена может быть сформулирована следующим образом. Существуют гостиничные номера нескольких типов и неопределенный спрос нескольких категорий. Категории характеризуются типом гостиничного номера, сезоном высокой или низкой загрузки, продолжительностью проживания гостей в номерах и прочими параметрами. Предполагается, что спрос зависит от цены так, что $f_{\tau,c}(p_{\tau,c}) = a_{\tau,c} - b_c p_{\tau,c}$, где категория c и день τ заданы; $f_{\tau,c}$ – функция спроса (число занятых номеров в категории c в день τ); $p_{\tau,c}$ – цена; $b_c > 0$ – константа, называемая в экономической литературе (см., например, [2]) коэффициентом эластичности, которая отражает чувствительность спроса на номера к изменению цены, и $a_{\tau,c}$ – константа. Предполагается, что известны прошлые значения спроса и цен, а также расходы на обслуживание каждого номера. Необходимо, основываясь на прошлых данных, определить коэффициенты $b_c > 0$ и $a_{\tau,c} > 0$ и найти такие цены, чтобы разница между общим доходом и общими расходами на обслуживание номеров в горизонте планирования была наибольшей, цены находились между установленными нижними и верхними границами и количество заказов не превышало емкости номерного фонда гостиницы.

Задача решается таким образом, что вначале посредством исторических методов прогноза определяются значения b_c и $a_{\tau,c}$. Далее полученные значения используются в задаче математического программирования с вогнутой квадратичной целевой функцией и линейными ограничениями, целью которой является максимизация общей прибыли гостиницы. Решением задачи будет нахождение оптимальных цен $p_{\tau,c}^*$ для каждой категории c и дня τ горизонта планирования. При известных оптимальных значениях цен можно подсчитать соответствующую

щий спрос $a_{\tau,c} - b_{cp_{\tau,c}^*}$. Эти значения спроса показывают загруженность гостиницы на каждый день горизонта планирования и могут быть использованы для планирования расписаний гостиничных служб.

Для решения задачи Д-Цена создано специальное программное обеспечение. Задача математического программирования решается стандартным оптимизационным решателем IBM ILOG CPLEX Optimization Studio Version 12.6 [3].

2. Общая схема решения задачи Д-Цена

Опишем подход к решению задачи Д-Цена на примере некоторой гостиницы Н. Подход включает в себя определение входных параметров для последующего математического анализа, разделение спроса на несколько категорий, прогнозирование спроса, определение коэффициентов функции спроса и решение задачи математического программирования для каждой категории и каждого дня горизонта планирования. Целевая функция задачи является квадратичной по причине перемножения цены и соответствующего значения спроса, линейно зависящего от цены. Максимизация прибыли для каждой категории и каждого дня ведет к максимизации прибыли во всей гостинице в горизонте планирования.

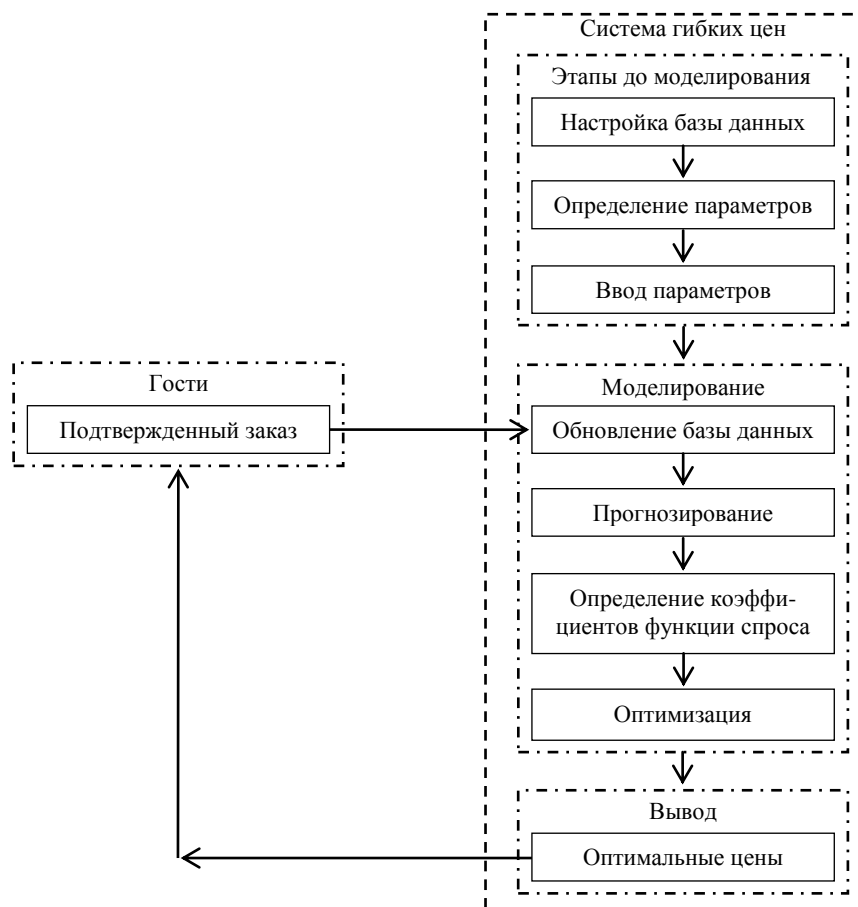
При решении задачи допустим, что разделение спроса на категории ведет к более точным результатам прогнозирования и оптимизации, спрос различных категорий не зависит друг от друга, а спрос эластичен и зависит только от цены.

Быстрое развитие информационных технологий и электронной коммерции поспособствовало росту внедрения систем гибкого ценообразования (СГЦ) в гостиницы и интереса ученых к этой области. Одно только условие, что большинство бронирований номеров поступает через Интернет, облегчает имитацию спроса, динамический пересчет, выставление подходящих цен и автоматическое распределение спроса по соответствующим категориям.

Предлагаемый подход к решению задачи Д-Цена также применяет преимущества современных информационных технологий. Приведем его основные этапы:

1. Настройка базы данных гостиницы для использования СГЦ.
2. Определение следующих входных параметров и переменных:
 - параметров, которые определяют категории спроса;
 - верхних и нижних границ на цены каждой категории и базовые цены;
 - операционных издержек обслуживания каждого типа номера;
 - горизонта планирования.
3. Ввод параметров в СГЦ.
4. Прогнозирование, которое включает:
 - формирование исторических периодов временных рядов количеств заселений в гостиницу для каждой категории;
 - формирование исторических периодов временных рядов продолжительности проживания, связанной с каждым заселением в каждой категории;
 - прогноз числа заселений для каждой категории спроса и дня горизонта планирования;
 - прогноз продолжительности проживания, связанной с каждым заселением, для каждой категории спроса и дня горизонта планирования;
 - арифметический подсчет прогнозируемого числа занятых номеров для каждой категории спроса и дня горизонта планирования.
5. Определение коэффициентов функций спроса путем вычисления:
 - коэффициента при переменной линейной функции спроса каждой категории;
 - константы функции спроса каждой категории.
6. Определение оптимальной цены для каждой категории и дня горизонта планирования.
7. Вывод следующих результатов:
 - оптимальной цены для каждой категории спроса и дня горизонта планирования;
 - ожидаемого количества занятых номеров в каждой категории спроса и дня горизонта планирования.

Этапы 4–7 повторяются после каждого подтвержденного заказа. На рисунке изображена схема взаимодействия процессов СГЦ.



Взаимодействие процессов СГЦ

Опишем подход к решению задачи Д-Цена и соответствующую СГЦ более подробно.

3. Разделение спроса, ввод параметров и переменных

Авторы предлагают разделять спрос на несколько категорий, которые характеризуются набором параметров. Запросы с одинаковым набором значений параметров относятся к одной категории. В исследовании Везефорда и др. [4] делается заключение, что разделение спроса на категории обеспечивает более высокую точность прогноза. Здесь следует отметить: хотя разделение спроса не создает трудностей в решении последующей оптимизационной задачи, оно может разрежать временные ряды спроса, тем самым уменьшая точность прогноза. Поэтому необходимо сохранять разумное соотношение между числом категорий и разреженностью данных в категориях.

Продemonстрируем подход к решению задачи Д-Цена на примере некоторой реальной гостиницы Н. Имеются данные о заказах и ценах этой гостиницы за 2009–2012 гг. Разделим спрос гостиницы Н на категории в соответствии со следующими параметрами: типом сезона (Сезон), днем недели (День), продолжительностью проживания (Длина), временем между датой совершения заказа и датой заселения (ДлинаДо) и классом номера (Класс).

Для гостиницы Н выделяются два сезона. Сезон низкой загрузки (Низкий) включает январь – март и ноябрь. Сезон высокой загрузки (Высокий) включает все месяцы года. Дни недели делятся на будни (Пн–Чт), которые состоят из всех дней с понедельника по четверг, и выходные (Пт–Вс), включающие дни с пятницы по воскресенье. Спрос внутри одного сезона и в один и тот же день недели не подвержен сезонным колебаниям, поэтому параметры Сезон и День позволяют избавиться от необходимости «очищать» спрос от сезонности.

Продолжительность проживания делится на два класса. В первом классе (7–) продолжительность меньше (или равна) семи дней, а во втором (8+) она больше семи дней. Время между датой совершения заказа и датой заселения может быть меньше (или равно) 7 (7–), 8–30 дней (8–30) и больше 30 дней (31+). Подход не рассматривает «заселение от стойки», т. е. без предварительного совершения заказа. В завершение выделяется пять классов номеров: эконом-класс (Э), эконом-плюс (Э+), бизнес-класс (Б), бизнес-плюс (Б+) и люкс (Л).

В результате вышеописанной классификации каждый заказ сопоставляется одной из 120 категорий спроса. Число 120 получено как произведение значений параметров категорий, т. е. $120 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$. Пусть c обозначает категорию спроса. Для категорий используются два типа обозначений: $c = 1, \dots, 120$ и $c = (\text{Сезон} = X, \text{День} = Y, \text{Длина} = Z, \text{ДлинаДо} = V, \text{Класс} = W)$, где $X \in \{\text{Низкий}, \text{Высокий}\}$, $Y \in \{\text{Пн-Чт}, \text{Пт-Вс}\}$, $Z \in \{7-, 8+\}$, $V \in \{7-, 8-30, 31+\}$, $W \in \{\text{Э}, \text{Э+}, \text{Б}, \text{Б+}, \text{Л}\}$, например $c = (\text{Сезон} = \text{Высокий}, \text{День} = \text{Пт-Вс}, \text{Длина} = 7-1, \text{ДлинаДо} = 7-, \text{Класс} = \text{Б})$. Следует обратить внимание на то, что дата заселения в гостиницу однозначно определяет тип сезона и тип дня недели.

Другими входными параметрами являются горизонт планирования, издержки на обслуживание номера каждого типа, верхние и нижние границы значений цен в категориях спроса и базовая цена для каждой категории спроса. *Горизонт планирования* – это период времени в будущем, для каждого дня которого, начиная с текущего, необходимо определить оптимальные цены. Устанавливается условие, что цена не должна опускаться ниже издержек на обслуживание номера. Нижние и верхние границы на значения цен определяют диапазон, в котором может изменяться цена категории спроса. Базовая цена – это актуальная конкурентная цена за номер в соответствующей категории спроса, на которую ориентируется менеджер гостиницы. Переменными в задаче являются цены на номера в каждой категории спроса и для каждого дня горизонта планирования. Отметим, что можно вводить либо верхние и нижние границы на значения цен в категориях спроса, либо базовую цену для каждой категории. Если менеджеру гостиницы привычнее работать с границами на значения цен в категориях спроса, то базовая цена рассчитывается как среднее значение этих границ. Если менеджер предпочитает базовую цену, которой может быть последняя реальная цена продажи в категории спроса, то нижние и верхние границы на значения цен могут отклоняться на заданное количество процентов от базовой цены.

Во избежание необходимости ручного ввода границ цен и базовой цены для каждой из 120 категорий менеджеру предлагается ввести границы цен или базовую цену только для одной категории каждого типа номера, а затем установить процентное отклонение от этих эталонных параметров для остальных категорий номера этого типа. Эталонная категория продается по самой высокой цене среди подмножества категорий одного типа номера. Для гостиницы N номера продаются по наибольшей цене в категориях (Сезон = Высокий, День = Пт–Вс, Длина = 7–, ДлинаДо = 7–, Класс = W), где $W \in \{\text{Э}, \text{Э+}, \text{Б}, \text{Б+}, \text{Л}\}$. Границы цен или базовая цена для номеров категорий с параметрами Сезон = Низкий, День = Пн–Чт, Длина = 8+, ДлинаДо = 8–30 и ДлинаДо = 31+ будут автоматически уменьшаться на заданный процент, например на 15, 8, 8, 8 и 15 % соответственно. Менеджер гостиницы определяет и вводит значения этих процентных отклонений.

4. Прогнозирование спроса

Для системы гибких цен выбор метода прогнозирования влияет на точность прогноза. Выбор конкретного метода прогнозирования может зависеть от исторических данных о заселениях и ценах и от специфики глобальной модели управления доходностью. Авторы предлагают использовать исторические методы прогноза, потому что разделение спроса на категории разрежает данные и усложняет отслеживание закономерностей, необходимых для более сложных методов прогноза.

Прогнозирование спроса начинается с формирования двух исторических временных рядов для каждой категории и дня горизонта планирования: количества совершенных заселений и продолжительности пребывания для каждого заселения. Далее спрогнозированное число бу-

дущих заселений и их продолжительности объединяются для получения будущего числа занятых номеров в каждой категории и каждом дне горизонта планирования. Эти числа определяются арифметическими подсчетами.

Менеджеры гостиниц планируют и устанавливают цены ежедневно, еженедельно, ежемесячно, раз в полгода и раз в год. Предлагаемая система способна находить оптимальные цены на периоды планирования до года. Один и тот же метод прогнозирования не может дать одинаковые результаты для краткосрочного, среднесрочного и долгосрочного горизонтов прогнозирования. То же самое верно и для разной степени плотности исторических данных категорий спроса. В результате для периодов планирования до трех месяцев система использует модифицированный метод двойного экспоненциального сглаживания Хольта либо модифицированный метод скользящего среднего, а от трех месяцев и более – модифицированный «метод такого же дня в прошлом году». Выбор метода прогнозирования в краткосрочном периоде до трех месяцев зависит от степени разреженности исторических данных категории спроса. Разреженные данные ведут к неточным оценкам сглаживающих коэффициентов уровня и тренда в модифицированном методе двойного экспоненциального сглаживания Хольта и, соответственно, к погрешности. Поэтому модифицированный метод скользящего среднего применяется для разреженных данных. Данные считаются разреженными, если в одной из категорий на период моделирования хотя бы в один из дней не произошло заселений. Точность экстраполяционных методов прогноза сильно уменьшается с увеличением горизонта планирования. Для увеличения точности прогноза в условиях разреженности спроса все три метода прогноза доработаны авторами.

Опишем каждый из применяемых методов прогноза.

Пусть d_i – наблюдаемое значение временного ряда в период времени i , т. е. число заселений в гостиницу в день исторического периода i , $i = 1, 2, \dots, t$; \hat{d}_i – спрогнозированное значение d_i , рассчитываемое для корректировки метода; e_i – ошибка прогноза для дня i и $e_i = d_i - \hat{d}_i$. Для оценки точности прогноза используется среднеквадратическая ошибка (*MSE*):

$$MSE = (\sum e_i^2) / T,$$

где T – количество дней в прогнозе; t – последний день исторического периода, т. е. день осуществления прогноза; $\hat{d}_{t'}$ – спрогнозированное число заселений на день t' горизонта планирования, $t' = t + m$, $m = 1, 2, \dots, T$.

4.1. Модифицированный метод двойного экспоненциального сглаживания Хольта (М-Хольт)

Метод двойного экспоненциального сглаживания Хольта представляет собой расширенную версию простого экспоненциального сглаживания [5, 6]. Преимущество метода двойного экспоненциального сглаживания Хольта состоит в том, что он позволяет улавливать среднесрочный тренд временного ряда. Тренд учитывает как внутренние изменения в гостинице, так и внешние эффекты, влияющие на бизнес в регионе. Спрос, разбитый по категориям, имеет слабовыраженный тренд. Авторы пользуются методом Хольта, чтобы сохранить возможность влияния тренда. Метод Хольта является развитием метода экспоненциального сглаживания и дополняет сглаженный уровень временного ряда l_i трендом r_i [5]. Уровень и тренд рассчитываются по формулам

$$l_i = \alpha d_i + (1 - \alpha)(l_{i-1} + r_{i-1}), \quad r_i = \gamma (l_i - l_{i-1}) + (1 - \gamma)r_{i-1},$$

где α – сглаживающий коэффициент ряда, $0 \leq \alpha \leq 1$; γ – сглаживающий коэффициент тренда,

$$0 \leq \gamma \leq 1. \text{ Принято считать, что } l_1 = d_1, \text{ а } r_1 = \frac{(d_2 - d_1) + (d_3 - d_2) + (d_4 - d_3)}{3}.$$

Прогноз на день $i + 1$ находится путем суммирования уровня и тренда:

$$\hat{d}_{i+1} = l_i + r_i.$$

При использовании метода коэффициентам α и γ изначально присваиваем произвольные значения в рамках ограничений. Для дня i рассчитываем сглаженный уровень l_i и вычисляем ожидаемое значение тренда r_i . Рассчитав прогноз \hat{d}_{i+1} , находим ошибку прогноза e_i . После этого процесс повторяем для каждого из дней исторического периода до дня t . Минимизировав среднюю квадратичную ошибку, рассчитанную для всего исторического периода, подбираем оптимальные значения коэффициентов α и γ . Определив оптимальные значения коэффициентов, делаем прогноз на дни горизонта планирования. Для прогноза на m дней вперед за пределы исторического периода применяем формулу

$$\hat{d}_{t+m} = l_t + mr_t,$$

где m – порядковый номер дня горизонта планирования, $m = 1, 2, 3, \dots, T$.

При использовании двойного экспоненциального сглаживания Хольта следует учитывать, что эффективная длина исторического периода зависит от конкретных данных и изменяется от одного месяца до одного года.

Для увеличения точности прогноза модифицируем метод двойного экспоненциального сглаживания Хольта. Оригинальному методу свойственно образовывать дробные значения заселений. Чтобы корректно учесть дробные части заселений и не исказить точность при округлениях, предлагается, начиная с первого дня горизонта планирования, суммировать дробные части числа заселений каждого дня. Как только сумма становится большей либо равной единице, появляется новое заселение. Случайным образом новое заселение добавляется к прогнозу одного из рассмотренных дней. Таким образом не теряется ни один заказ.

4.2. Модифицированное скользящее среднее (М-Среднее)

Скользящее среднее – один из наиболее простых методов прогноза. Прогноз заселений на день $t + 1$ определяется нахождением среднего значения числа заселений N предыдущих дней по формуле

$$\hat{d}_{t+1} = \frac{1}{N} \sum_{i=t-N+1}^t d_i,$$

где \hat{d}_{t+1} – прогноз количества заселений на день $t+1$; d_i – количество заселений в день i ; N – количество предыдущих дней.

Критерием выбора числа N является наименьшая ошибка прогноза. В проведенных экспериментах она достигалась при $N = 8$. Прогноз числа заселений для каждого последующего дня, начиная с $t + 2$, равен значению в день $t + 1$.

Для скользящего среднего достаточно, чтобы исторический период каждой категории состоял из N дней. Метод скользящего среднего был доработан для учета дробных частей так же, как и предыдущий.

4.3. Модифицированный метод «такого же дня в прошлом году» (М-Год)

Метод «такого же дня в прошлом году» для прогноза числа заселений на текущий год использует исторические данные прошлого года. Предполагается, что такой же день недели прошлого года способен правильно оценить порядок числа заселений в текущем году. Например, если в пятницу 48-й недели 2014 г. спрос составлял 23 номера, то в пятницу 48-й недели 2015 г. спрос, возможно, будет таким же.

Для увеличения точности и добавления динамики предлагается модифицировать метод следующим образом. Рассмотрим прогноз числа заселений на день $t + 1$. Допустим, что это пятница. Модифицированный метод «такого же дня в прошлом году» рассматривает число заселений этого же дня в прошлом году, но добавляет к нему среднее значение отклонений этого числа от количества заселений последних четырех пятниц. Если количество заселений в пятницу 48-й недели 2014 г. равно 23 и количества заселений в пятницы 47-й, 46-й, 45-й и 44-й не-

дель 2015 г. равны 25, 26, 23 и 24 соответственно, то спрогнозированное число заселений на пятницу 48-й недели 2015 г. будет равно $24,5 = 23 + (2+3+0+1)/4$. Учет дробных частей заселений происходит способом, аналогичным двум предыдущим методам прогноза.

Вышеперечисленные методы прогноза позволяют по каждой категории получать ежедневные количества заселений на определенный горизонт планирования. Однако специфика предлагаемой системы гибких цен подразумевает еще и необходимость прогноза продолжительности пребывания в гостинице для каждого заселения. Существующее разделение категорий по диапазонам продолжительностей установлено для возможности дифференциации цены и не детализирует продолжительность пребывания. Если расширить число значений параметра длительности пребывания до максимально возможного срока пребывания в гостинице, то необходимость в прогнозе продолжительности пребывания отпадает. Чтобы определить, на сколько ночей останутся гости по каждому заселению, используются приведенные выше методы прогнозирования. Кроме того, для каждой категории в дополнение к временному ряду с ежедневным количеством заселений формируется последовательность количеств проведенных ночей для каждого заселения. В табл. 1 показаны заселения в прошлом для некоторой категории, а в табл. 2 – продолжительность пребывания для каждого заселения. Согласно выбранному методу прогноза продолжительности заселения экстраполируются в будущее и последовательно присваиваются каждому спрогнозированному заселению.

Для получения будущих значений спроса исторические методы прогноза используют только свершившиеся заселения. Однако на момент осуществления прогноза могут существовать заказы на заселение в горизонте планирования, которые будут отменены до заселения. Чтобы спрогнозировать, какие заказы будут отменены, проводится эксперимент. Для каждого заказа случайным образом выбрасывается число от 0 до 1. Если случайное число меньше либо равно вероятности отмены заказа в рассматриваемой категории, то заказ отменяется. Вероятность отмены заказа в каждой категории рассчитывается из исторических данных и равна доли отмененных заказов от общего числа всех заказов. Рассматриваемая система гибких цен не требует проведения более точного эксперимента, показывающего, за сколько дней до заселения заказ будет отменен. Подтвержденные (без возможности отмены) заказы не добавляются к спрогнозированному числу заселений. Они уменьшают число свободных номеров в рассматриваемые дни заселения.

Таблица 1

Прогноз числа заселений

Дата	Кол-во заселений	Индексы заселений
26.09.2010	0	
01.10.2010	3	54, 55, 56
02.10.2010	0	
03.10.2010	0	
08.10.2010	0	
09.10.2010	1	57
10.10.2010	0	
15.10.2010	2	58, 59
16.10.2010	0	

Таблица 2

Прогноз продолжительностей заселений

Дата	Индексы заселений	Кол-во ночей
01.10.2010	54	2
01.10.2010	55	2
01.10.2010	56	2
09.10.2010	57	1
15.10.2010	58	2
15.10.2010	59	2

Результат прогнозирования является промежуточным. Для установления зависимости спроса от цены предполагается, что спрогнозированные заселения будут проданы по цене последней продажи на момент прогноза. Спрогнозированное число заселений и указанная цена соответствуют точке в прямоугольной системе координат «спрос – цена» для каждой категории и каждого дня горизонта планирования. Эта точка и рассчитанный по историческим данным коэффициент эластичности определяют конкретную линейно убывающую функцию зависимости спроса от цены. Далее эта функция используется в оптимизационной модели.

5. Оптимизация цен

Рассмотрим некоторую категорию спроса c и день горизонта планирования τ . Предполагается, что спрос для этой категории и дня представляет собой линейную функцию $f_{\tau,c}(p_{\tau,c}) = a_{\tau,c} - b_c p_{\tau,c}$, где $b_c > 0$ – коэффициент эластичности и $a_{\tau,c} > 0$ – константа. Отметим, что в отличие от товаров первой необходимости и элитных товаров спрос на гостиничные номера чувствителен к цене и в большинстве случаев возрастает при ее снижении.

5.1. Коэффициент эластичности

Коэффициент эластичности b_c определяется методом простой линейной регрессии, который размещает прямую линию по отношению к заданному набору точек таким образом, чтобы сумма квадратов расстояний от точек до прямой была наименьшей. Для получения более точных расчетов коэффициента b_c важно использовать исторические данные о занятых номерах за весь имеющийся период. Независимой переменной функции регрессии является цена на номер, скорректированная с учетом инфляции, а зависимой – число номеров, проданных по этой цене. Построенная линия представляет собой историческую функцию спроса, и ее наклон определяет коэффициент эластичности b_c . Коэффициент эластичности подвержен изменению только в долгосрочном периоде под влиянием внешних экономических факторов. Следовательно, рассчитанный по историческим данным, он не зависит от τ и одинаков для всех дней горизонта планирования одной категории. Напротив, константа $a_{\tau,c}$ функции спроса $f_{\tau,c}$ зависит и от категории спроса c , и от дня τ .

При расчете коэффициента эластичности исторические цены подсчитываются с учетом инфляции следующим образом:

$$P_a = \frac{P_h}{1 + RI_x},$$

где P_a – цена, прошедшая инфляционную очистку; P_h – историческая цена без учета инфляции; RI_x – уровень инфляции в рассматриваемый месяц x . Уровень инфляции определяется по формуле $RI_x = \frac{CPI_x - CPI_0}{CPI_0}$, где CPI_x – индекс потребительских цен в рассматриваемый месяц, а CPI_0 – индекс потребительских цен в базовый месяц, который является последним месяцем доступного исторического периода. В Республике Беларусь индексы потребительских цен публикуются на официальном сайте Национального статистического комитета [7].

Чрезмерная разреженность данных некоторых категорий и влияние непредсказуемых факторов могут вызывать образование отрицательных значений коэффициента эластичности b_c . В связи с предположением, что функция спроса не возрастает, отрицательные значения коэффициентов b_c считаются отклонением от закона. При возникновении подобных случаев b_c приравнивается к нулю.

Константа $a_{\tau,c}$ рассчитывается по формуле $a_{\tau,c} = \hat{z}_{\tau,c} + b_c p_c^0$, где p_c^0 – базовая цена категории c и $\hat{z}_{\tau,c}$ – спрогнозированное число занятых номеров этой категории в день τ .

5.2. Оптимизационная модель

Критерием оптимизационной модели служит максимизация общей прибыли гостиницы. Входными данными являются параметры $a_{\tau,c}$ и b_c для каждой функции спроса $f_{\tau,c}$, нижние и верхние границы значений цен каждой категории c , издержки на обслуживание каждого типа номера и количество свободных номеров каждого типа в каждый день τ горизонта планирования. Модель представляет собой задачу математического программирования

$$\max \sum_{c=1}^k \sum_{\tau=t+1}^{t+T} (a_{\tau,c} - b_c p_{\tau,c}) (p_{\tau,c} - h_c) - W \sum_{c=1}^k \sum_{\tau=t+1}^{t+T} y_{\tau,c} \quad (1)$$

при условии, что

$$L_{\tau,c} \leq p_{\tau,c}, \tau = t + 1, \dots, t + T, c = 1, \dots, k; \quad (2)$$

$$p_{\tau,c} \leq U_{\tau,c} + y_{\tau,c}, \tau = t + 1, \dots, t + T, c = 1, \dots, k; \quad (3)$$

$$a_{\tau,c} \geq b_c p_{\tau,c}, \tau = t + 1, \dots, t + T, c = 1, \dots, k; \quad (4)$$

$$p_{\tau,c} \geq h_c, \tau = t + 1, \dots, t + T, c = 1, \dots, k; \quad (5)$$

$$\sum_{c \in M_j} (a_{\tau,c} - b_c p_{\tau,c}) \leq R_{\tau,j}, \tau = t + 1, \dots, t + T, j = 1, \dots, 5; \quad (6)$$

$$p_{\tau,c_1} \leq p_{\tau,c_2}, c_1 \in M_1, c_2 \in M_2, \tau = t + 1, \dots, t + T; \quad (7)$$

$$p_{\tau,c_2} \leq p_{\tau,c_3}, c_2 \in M_2, c_3 \in M_3, \tau = t + 1, \dots, t + T; \quad (8)$$

$$p_{\tau,c_3} \leq p_{\tau,c_4}, c_3 \in M_3, c_4 \in M_4, \tau = t + 1, \dots, t + T; \quad (9)$$

$$p_{\tau,c_4} \leq p_{\tau,c_5}, c_4 \in M_4, c_5 \in M_5, \tau = t + 1, \dots, t + T; \quad (10)$$

$$p_{\tau,c} \geq 0, y_{\tau,c} \geq 0, \tau = t + 1, \dots, t + T, c = 1, \dots, k, \quad (11)$$

где $p_{\tau,c}$ и $y_{\tau,c}$ – переменные, а исходными данными являются:

$[t + 1, t + T]$ – горизонт планирования;

$L_{\tau,c}$ – нижняя граница на цену $p_{\tau,c}$;

$U_{\tau,c}$ – верхняя граница на цену $p_{\tau,c}$;

h_c – издержки на обслуживание номера в категории c ;

$R_{\tau,j}$ – количество номеров типа j , свободных в день τ ;

$y_{\tau,c}$ – вспомогательная переменная, которая позволяет нарушать верхние границы цен, когда эти границы делают область допустимых решений пустой;

W – достаточно большое число, большее оптимального значения прибыли для задачи, в которой верхние границы цен отсутствуют. Например, W может быть равно сумме наибольших значений функций $(a_{\tau,c} - b_c p_{\tau,c})(p_{\tau,c} - h_c)$ при условии, что существуют всего два ограничения $p_{\tau,c} \geq h_c$ и $a_{\tau,c} \geq b_c p_{\tau,c}$ по всем τ и c . При таком W , если существует допустимое решение с $y_{\tau,c} = 0$, в любом оптимальном решении также будет выполняться равенство $y_{\tau,c} = 0$ для всех τ и c ;

M_j – множество всех категорий, которые включают номера типа j . Предполагается, что множества M_j пронумерованы по неубыванию цен на номера.

Целевая функция (1) состоит из общей прибыли с положительным знаком и штрафов за расширение верхних границ цен с отрицательным знаком. Отметим, что штрафы за расширение границ являются искусственными и не влияют на реальную прибыль. Положительные значения переменных y указывают, насколько менеджеры гостиниц могут превысить верхние границы цен для уравнивания спроса и предложения в случаях чрезмерного спроса. Возможность превышать верхние границы цен позволяет менеджерам не отказывать гостям. Неравенства (2) и (3) определяют нижние и верхние границы цен соответственно. Ограничения (4) гарантируют, что спрос будет принимать только неотрицательные значения. Неравенства (5) требуют, чтобы цена не опускалась ниже издержек на обслуживание номеров. Ограничения (6) обеспечивают непревышение суммы запрашиваемых номеров каждого типа в разных категориях в день τ над числом свободных номеров типа j в этот день. Ограничения (7)–(10) поддерживают иерархию цен между типами номеров.

Оптимизационная модель не допускает избыточного бронирования. Может случиться, что прогнозируемый при базовой цене спрос превысит доступное количество номеров. В этих случаях модель будет поднимать цены для сокращения спроса с тем, чтобы не нарушать ограничений на свободные ресурсы.

Выражения (1)–(11) – это задача математического программирования с вогнутой квадратичной целевой функцией и линейными ограничениями. Целевая функция вогнута, так как она

представляет собой сумму вогнутых квадратичных функций одной переменной. Задача может быть решена стандартным оптимизационным решателем, например IBM ILOG CPLEX Optimization Studio Version 12.6 [3].

Отметим, что задача (1)–(11) может быть разложена на T подзадач. Каждая подзадача рассматривает один день τ , $\tau = t + 1, \dots, t + T$. Оптимальное решение исходной задачи определяется оптимальными решениями подзадач.

Оптимизация – последний этап разрабатываемой системы динамического ценообразования. Решение задачи (1)–(11) определяет оптимальные цены $p_{\tau,c}^*$ для каждой категории c и дня τ горизонта планирования и оптимальные значения вспомогательных переменных $y_{\tau,c}^*$. Определив оптимальные цены $p_{\tau,c}^*$, можно рассчитать соответствующий спрос $a_{\tau,c} - b_c p_{\tau,c}^*$. Значения спроса могут быть использованы для оценки загрузки гостиницы и, соответственно, планирования деятельности обслуживающего персонала.

При возникновении ситуации, когда период пребывания заказа начинается в одной категории (сезон низкой загрузки или будни), а заканчивается в другой категории (сезон высокой загрузки или выходные), предлагается разделить период пребывания на несколько частей, каждая из которых соответствует одной категории, и рассчитывать цены для каждой части.

Решение задачи (1)–(11) может быть проанализировано и подтверждено или изменено лицами, принимающими решения. Подтвержденное решение передается на веб-сайт и становится доступным потенциальным гостям гостиницы.

Предложенное решение позволяет гостиницам реализовывать одну из двух стратегий принятий заказов. В соответствии с первой стратегией гостиница принимает любой заказ в случае наличия свободного номера. Вторая стратегия предписывает принимать заказы в каждой категории до оптимального прогнозного количества $a_{\tau,c} - b_c p_{\tau,c}^*$. Заказы, превышающие оптимальное количество, должны отклоняться. Эффективность второй стратегии сильно зависит от точности прогноза. Независимо от выбора стратегии предлагается обновлять цены после каждого совершенного (оплаченного) заказа. Также предлагается установить несколько горизонтов планирования разной продолжительности, например 1, 7, 31, 90, 180 и 360 дней, и обновлять цены для всех них одновременно. Увеличение продолжительности горизонта планирования сокращает точность прогноза и соответственно качество решений. В связи с этим решения для коротких горизонтов планирования более приоритетны по сравнению с решениями для долгосрочных периодов.

6. Компьютерный эксперимент

Для оценки эффективности предлагаемой системы гибких цен проведен компьютерный эксперимент, целью которого является сравнение реального дохода гостиницы N в прошлом периоде со смоделированным потенциальным доходом, сгенерированным системой за тот же прошлый период, который называется *сравнительным периодом*, при условии, что зависимость спроса от цены описывается функциями $f_{\tau,c}$.

При проведении эксперимента использовалась конфиденциальная финансовая информация. Поэтому все входные числовые значения были умножены на один и тот же коэффициент и округлены. Издержки на обслуживание номеров h_c равны 50 для всех типов номеров. Базовые цены наиболее дорогих категорий номеров классов Э, Э+, Б, Б+ и Л равны 139, 149, 159, 175 и 189 соответственно. Процентные отклонения для категорий c параметрами Сезон = Низкий, День = Пн–Чт, Длина = 8+, ДлинаДо = 8–30 и ДлинаДо = 31 + равны 20, 10, 10, 10 и 15 % соответственно. В эксперименте использован метод прогноза М-Среднее.

Период в прошлом равен 90 дням. Закрепленный день t разделил его на два периода: первоначальный исторический период, равный 30 дням и включающий дни $t-29, t-28, \dots, t$, и первоначальный горизонт планирования, равный 60 дням и включающий дни $t+1, t+2, \dots, t+60$. Для сравнительного периода были выбраны 14 дней $t+31, t+32, \dots, t+44$ по той причине, что ни один заказ, осуществленный в день t и обладающий параметром ДлинаДо = 31+, не может быть реализован в день $t+30$ или раньше.

...Таблица 3

Сравнение доходов

Сценарий «низкий рост»			Сценарий «высокий рост»			Сценарий «устойчивый»					
Но- мер	Дни сравни- тельного периода	Реальный доход	Смоделиро- ванный доход	Но- мер	Дни сравни- тельного периода	Реальный доход	Смоделиро- ванный доход	Но- мер	Дни сравни- тельного периода	Реальный доход	Смоделиро- ванный доход
1	11.09.11	142,5	1441,6	1	05.03.12	0	162,9	1	15.07.11	0	1561,2
2	12.09.11	0	624,7	2	06.03.12	285	162,2	2	16.07.11	527,5	1472,0
3	13.09.11	0	261,0	3	07.03.12	0	149,0	3	17.07.11	325	979,2
4	14.09.11	487,5	606,2	4	08.03.12	142,5	190,9	4	18.07.11	152,5	829,6
5	15.09.11	782,5	471,7	5	09.03.12	557,5	1404,1	5	19.07.11	822,5	108,0
6	16.09.11	1907,5	382,2	6	10.03.12	1167,5	474,3	6	20.07.11	162,5	447,6
7	17.09.11	507,5	1774,4	7	11.03.12	0	172,8	7	21.07.11	842,5	100,1
8	18.09.11	477,5	1701,8	8	12.03.12	325	135,2	8	22.07.11	822,5	411,5
9	19.09.11	0	745,2	9	13.03.12	152,5	449,2	9	23.07.11	822,5	468,0
10	20.09.11	0	556,2	10	14.03.12	152,5	337,3	10	24.07.11	182,5	1146,0
11	21.09.11	0	878,4	11	15.03.12	162,5	212,2	11	25.07.11	0	591,4
12	22.09.11	0	938,6	12	16.03.12	945	710,3	12	26.07.11	0	463,5
13	23.09.11	3025	1034,6	13	17.03.12	872,5	731,8	13	27.07.11	0	423,2
14	24.09.11	1270	608,8	14	18.03.12	0	663,9	14	28.07.11	152,5	663,3
Общий доход за период		8600,0	12 025,4	Общий доход за период		4762,5	5956,1	Общий доход за период		4812,5	9664,7
Рост			39,8%	Рост			25,0%	Рост			100,8%
				Средний рост							55,2%

Эксперимент проводился на ПК с процессором Intel Core i5×2 ГГц и 4 ГБ оперативной памяти в операционной системе MS Windows 8.1 Pro (64 bit). Для решения задачи математического программирования (1)–(11) использовался решатель IBM ILOG CPLEX Optimization Studio Version 12.6 [3]. Были рассмотрены три сценария. Каждый сценарий характеризовался разной скоростью и объемом изменения спроса в горизонте планирования по сравнению с историческим периодом и, соответственно, разными прошлыми периодами по 90 дней. В сценарии «устойчивый» ежедневное количество заселений в историческом периоде мало отличается от ежедневного количества заселений в горизонте планирования. Сценарии «медленный рост» и «быстрый рост» характеризуются медленным и быстрым ростом ежедневного количества заселений в горизонте планирования по сравнению с ежедневными количествами заселений в историческом периоде.

В каждом сценарии алгоритм запускался для $\tau = t, t + 1, t + 13$. При каждом запуске система пользовалась историческим периодом $\tau - 29, \tau - 28, \dots, \tau$ и определяла цены на горизонт планирования $\tau + 1, \tau + 2, \dots, \tau + 60$. Смоделированный доход рассчитывался для дня сравнительного периода $\tau + 31$. Результаты эксперимента приведены в табл. 3.

Эксперимент продемонстрировал, что предлагаемая система гибких цен увеличивает средний доход гостиницы по сравнению с доходами от продаж при статичной политике ценообразования. Кроме того, благодаря тому что структура издержек гостиницы характеризуется высокими постоянными и низкими переменными издержками, увеличение доходов вносит относительно больший вклад в прибыль, чем в доход. При более низких переменных издержках вклад в общую прибыль будет выше.

Нулевые значения реального дохода в дни сравнительных периодов объясняются отсутствием продаж номеров в эти дни. Система гибких цен показала наибольший рост дохода в сценарии «устойчивый», при котором значения спроса в горизонте планирования слабо отличались от значений в историческом периоде. Высокая точность прогноза внесла значительный вклад в общий рост дохода. Скорость изменения будущего спроса уменьшила точность прогноза в сценариях «низкий рост» и «высокий рост», однако не повлияла на положительное увеличение дохода.

Заключение

В статье описан подход к решению задачи Д-Цена и соответствующая система определения гибких цен гостиницы. Подход предполагает разделение спроса гостиницы на несколько категорий, прогнозирование значений коэффициентов функции спроса и решение задачи математического программирования с вогнутой квадратичной целевой функцией и линейными ограничениями для отыскания оптимальных цен для каждой категории и дня горизонта планирования.

С точки зрения объема требуемых вычислительных ресурсов (времени работы процессора и памяти) предлагаемый подход является более предпочтительным, чем существующие методы стохастического программирования, динамического программирования и нечеткого математического программирования решения задач определения гибких цен.

Список литературы

1. Бондоловский, А.М. Обзор моделей управления доходностью в гостиничном бизнесе / А.М. Бондоловский // Информатика. – 2014. – № 10. – С. 66–83.
2. Houthakker, H. Harvard economic studies / H. Houthakker, L. Taylor. – Harvard : Harvard University Press, 1970. – Vol. 126. – 321 p.
3. IBM. ILOG CPLEX Optimization Studio. IBM [Electronic resource]. – 2015. – Mode of access : <http://goo.gl/9Uy8PA>. – Date of access : 10.12.2015.
4. Weatherford, L.R. Forecasting for hotel revenue management: testing aggregation against disaggregation / L.R. Weatherford, S.E. Kimes, D.A. Scott // Cornell Hotel and Restaurant Administration Quarterly. – 2001. – Vol. 42. – P. 53–64.

5. Gardner, E. Exponential smoothing: The state of the art – Part ii / E. Gardner // Intern. J. of Forecasting. – 2006. – Vol. 22, no. 4. – P. 637–666.
6. Forecasting uncertain hotel room demand / M. Rajopadhye [et al.] // Information Sciences. – 2001. – Vol. 132, no. 1–4. – P. 1–11.
7. Национальный статистический комитет Республики Беларусь [Электронный ресурс]. – 2015. – Режим доступа : http://belstat.gov.by/ofitsialnaya-statistika/otrasli-statistiki/tseny/operativnaya-informatsiya_4/. – Дата доступа : 11.09.2015.

Поступила 02.02.2016

*Объединенный институт проблем
информатики НАН Беларуси,
Минск, Сурганова, 6
e-mail: andrei.bandalouski@gmail.com*

A.M. Bandalouski, M.Y. Kovalyov

OPTIMIZING HOTEL DYNAMIC PRICES

An approach to solve a problem of determining optimal dynamic prices for hotel rooms is suggested. It includes selection of input parameters for the succeeding mathematical analysis, disaggregation of the demand into several categories, demand forecasting, simulation of demand-price relations, and a mathematical programming model for price optimization.