

ISSN 1816-0301 (Print)  
ISSN 2617-6963 (Online)

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ**  
**MATHEMATICAL MODELING**

УДК 519.6:536.33:629.78

Поступила в редакцию 13.05.2019  
Received 13.05.2019

Принята к публикации 01.07.2019  
Accepted 01.07.2019

**Математическое моделирование тепловых режимов  
космических аппаратов негерметичного исполнения**

**С. В. Лемешевский<sup>1</sup>, М. М. Чуйко<sup>1</sup>✉, А. И. Шнип<sup>2</sup>, Г. Л. Марцинкевич<sup>1</sup>,  
В. В. Лепин<sup>1</sup>, В. А. Ирхин<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>*Институт математики Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь*  
✉E-mail: chuiko@im.bas-net.by

<sup>2</sup>*Институт тепло- и массообмена имени А. В. Лыкова Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь*

**Аннотация.** Предлагается описание программного комплекса для моделирования тепловых режимов космических аппаратов негерметичного исполнения в условиях полета по круговым и эллиптическим орбитам. Приводятся состав и структура программного комплекса, математические модели тепловых процессов при наличии системы обеспечения тепловых режимов космических аппаратов. Для расчета тепловых процессов используется метод сосредоточенных параметров. Даются результаты вычислительных экспериментов по термостабилизации макета орбитального оптического прибора. Программный комплекс может быть использован при проектировании и создании систем обеспечения тепловых режимов космических аппаратов негерметичного исполнения, а также при определении причин нештатных ситуаций в данных системах на орбите.

**Ключевые слова:** математическая модель, тепловые процессы, космический аппарат, система обеспечения тепловых режимов, лучистый теплообмен, элемент Пельтье

**Для цитирования.** Математическое моделирование тепловых режимов космических аппаратов негерметичного исполнения / С. В. Лемешевский [и др.] // Информатика. – 2019. – Т. 16, № 4. – С. 25–39.

**Mathematical modeling of thermal conditions  
of non-hermetic spacecrafts**

**Sergey V. Lemeshevsky<sup>1</sup>, Mikhail M. Chuiko<sup>1</sup>✉, Aleksandr I. Shnip<sup>2</sup>,  
Grigori L. Martsynkevich<sup>1</sup>, Victor V. Lepin<sup>1</sup>, Uladzimir A. Irkhin<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>*Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus*  
✉E-mail: chuiko@im.bas-net.by

<sup>2</sup>*A. V. Luikov Heat and Mass Transfer Institute of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus*

**Abstract.** A description of the software complex for modeling the thermal conditions of non-hermetic spacecrafts in circular and elliptical orbits is given. The software complex structure, mathematical models of thermal processes in the presence of thermal control system are presented. For thermal processes calculation the method of lumped parameters is used. The results of thermal stabilization for model of orbital optical device are given. The software complex can be used in the design and development of thermal control systems of non-hermetic spacecraft, and in the determination of the causes of emergency situations in these systems in orbit as well.

**Keywords:** mathematical model, thermal processes, spacecraft, thermal control system, radiative heat transfer, Peltier element

**For citation.** S. V. Lemeshevsky, M. M. Chuiko, A. I. Shnip, G. L. Martsynkevich, V. V. Lepin, U. A. Irkhin. Mathematical modeling of thermal conditions of non-hermetic spacecrafts. *Informatics*, 2019, vol. 16, no. 4, pp. 25–39 (in Russian).

**Введение.** Одним из непреходящих условий надежного функционирования космического аппарата (КА) и его систем, а следовательно, и оправдания значительных затрат на его создание является обеспечение необходимого теплового режима элементам КА [1–7].

КА, находящийся вне пределов атмосферы планеты, является объектом, распределение температур в котором определяется полем внешних тепловых потоков, свойствами поверхности аппарата, ориентацией его в пространстве, энергопотреблением бортовой аппаратуры, тепловыми связями в аппарате и рядом других факторов. Так как многие элементы и приборы аппарата работоспособны в строго определенных диапазонах температур, современный КА немалозначим без системы обеспечения теплового режима (СОТР).

Создание СОТР конкретного аппарата включает три стадии:

- расчетно-теоретический анализ процессов теплообмена в КА и теплового режима аппарата в целом, сравнение возможных схем решения задачи обеспечения теплового режима и окончательную расчетную проверку выбранного варианта СОТР;

- экспериментальную проверку и отработку СОТР в наземных условиях главным образом на основе моделирования реальных тепловых условий функционирования КА;

- окончательную проверку и отработку СОТР на основе результатов натурных испытаний.

В связи с тем что экспериментальная отработка требует создания уникальной экспериментальной базы и поэтому, как и отработка при натурных испытаниях, связана со значительными материальными затратами, расчетно-теоретические методы анализа и проверки теплового режима и эффективности СОТР играют весьма важную роль в решении задачи обеспечения теплового режима КА. Они необходимы не только на стадии проектирования СОТР, но и на стадии экспериментальной и натурной проверки принятых технических решений.

Конструкция КА является достаточно сложной для аналитического расчета теплового режима. Особенности теплообмена внутри КА и с окружающим пространством еще более усложняют расчет. Это обуславливает актуальность программных комплексов, которые позволили бы при минимальных трудовых затратах провести всю серию необходимых расчетов и получить достаточно полное представление о тепловом режиме КА.

**Тепловая модель.** При расчете тепловых процессов КА обычно используется метод сосредоточенных параметров [8–10]. Сущность данного метода состоит в следующем: моделируемый объект разбивается на отдельные дискретные элементы таким образом, что температуру каждого элемента в некотором приближении можно считать однородной и изменяющейся только со временем. Эти элементы называются узлами. Каждый узел состоит из одной или нескольких поверхностей с заданными коэффициентами поглощения солнечного излучения  $A_{(s)}$  и степенями черноты  $\varepsilon$ , описывающими их радиационные свойства.

Математическая модель объекта строится как система уравнений теплового баланса для каждого узла и включает тепловые потоки к узлу от лучистого и кондуктивного теплообмена его с другими узлами, потоки от тепловыделяющего оборудования, нагревателей системы терморегулирования и от внешнего окружения (Земли и Солнца). Так как конвективный теплообмен в орбитальных условиях отсутствует, то система дифференциальных уравнений, описывающая тепловую математическую модель объекта, имеет вид

$$c_i \frac{dT_i}{dt} = \sum_{j=1}^N (\alpha_{ij} (T_j - T_i) + \beta_{ij} (T_j^4 - T_i^4)) + \sum_{k=1}^{N_{non}} \alpha_{ik,non} (T_{k,non} - T_i) + \beta_i^{space} (T_{space}^4 - T_i^4) + f_i(t), \quad (1)$$

где  $t$  – время;  $N$  – число узлов;  $i$  – номер узла;  $T_i$ ,  $c_i$  – температура и теплоемкость  $i$ -го узла;  $\alpha_{ij}, \beta_{ij}$  – термические проводимости и коэффициенты лучистой термической связи между  $i$ -м и  $j$ -м узлами соответственно;  $T_{k,non}, N_{non}, \alpha_{ik,non}$  – температуры немоделируемых объектов, их

количество и кондуктивные связи с расчетными узлами;  $T_{space}$  – температура открытого космоса;  $f_i(t) = Q_i^{source}(t) + Q_i^{SOTR}(t) + Q_i^{out}(t)$ ,  $i = 1, \dots, N$ ,  $Q_i^{out}$  – внешние тепловые потоки от Земли и Солнца, поглощенные поверхностью  $i$ -го узла;  $Q_i^{source}$ ,  $Q_i^{SOTR}$  – тепловые потоки к  $i$ -му узлу от тепловыделяющего оборудования и СОТР КА.

Так как основные законы лучистого теплообмена справедливы для замкнутой системы поверхностей, в математическую модель введен дополнительный нерасчетный узел «космос» с фиксированной температурой  $T_{space}$ , представляющий собой сферу с абсолютно черной внутренней поверхностью, которая содержит геометрическую модель КА.

Системы терморегулирования могут быть двух типов: релейные и на основе элементов Пельтье. Принцип построения системы первого типа базируется на том, что для регулируемого узла (или группы узлов) путем подбора радиационных свойств поверхности, применения экранирования или соединения его тепловой трубой с радиатором создается отрицательный средневитковый тепловой баланс, а дефицит тепла компенсируется нагревателями СОТР, контролируемые по показаниям датчиков температуры, которые установлены на регулируемом узле (узлах). Включение и выключение нагревателей элемента СОТР релейного типа зависит от температуры на датчике  $T_C$ , заданной температурной уставки  $T_{stab}$  и величины интервала стабилизации температуры  $[T_{stab} - \Delta T_{stab}, T_{stab} + \Delta T_{stab}]$ . Включение нагревателей фиксированной мощности происходит при выполнении условия  $T_C < T_{stab} - \Delta T_{stab}$ , а выключение – условия  $T_C > T_{stab} + \Delta T_{stab}$ .

В основе работы СОТР на элементах Пельтье (термоэлектрических охлаждающих модулях) лежит эффект поглощения или выделения тепла в местах контактов (спаях) разнородных проводников при протекании постоянного электрического тока в цепи. В тепловой математической модели элемент Пельтье моделируется двумя расчетными элементами: внутренним и наружным спаями с температурами  $T_B$  и  $T_H$ . Количество теплоты, поглощаемое или выделяемое на спаях, зависит от величины и направления тока и вычисляется по формулам

$$Q_B = -k_1 \left( \frac{T_B + T_H - \text{sign}(I)(T_H - T_B)}{2} \right) I + k_2 I^2 + [k_3 (T_H - T_B)],$$

$$Q_H = k_1 \left( \frac{T_B + T_H - \text{sign}(I)(T_H - T_B)}{2} \right) I + k_2 I^2 + [k_3 (T_B - T_H)],$$

где  $k_1, k_2, k_3$  – коэффициенты, определяемые по техническим характеристикам элемента Пельтье.

Величина тока, подаваемая на элемент Пельтье, регулируется с помощью пропорционально-интегрально-дифференцирующего (ПИД) регулятора и зависит от рассогласования измеренной температуры на датчике  $T_C$  и заданной температурной уставки  $T_{stab}$ :

$$I(t) = k_p \left( \Delta T(t) + k_D \frac{d\Delta T(t)}{dt} + k_I \int_0^t \Delta T(t) dt \right), \quad (2)$$

где  $k_p$  – коэффициент пропорциональности;  $k_D, k_I$  – весовые коэффициенты дифференциального и интегрального членов ПИД-регулятора;  $\Delta T = T_C - T_{stab}$ .

**Расчет лучистых связей.** Базовым инструментом расчета лучистого теплообмена является безразмерный угловой коэффициент  $F_{ij}$ , который описывает долю теплового потока, излученного с  $i$ -й поверхности площадью  $S_i$  и попавшего на  $j$ -ю поверхность площадью  $S_j$  для случая абсолютно черных поверхностей. Коэффициент рассчитывается следующим образом [1, 2]:

$$F_{ij} = \frac{1}{S_i} \int_{S_i} \int_{S_j} \frac{\cos \beta_i \cos \beta_j}{\pi r_{ij}^2} dS_j dS_i,$$

где  $r_{ij}$  – расстояние между элементарными площадками  $dS_i$  и  $dS_j$ ;  $\beta_i$  и  $\beta_j$  – углы между направлениями внешних нормалей к площадкам и отрезком  $r_{ij}$ , соединяющим центры элементарных площадок.

Расчет угловых коэффициентов между поверхностями с учетом экранирования является наиболее трудоемкой процедурой в моделировании лучистого теплообмена ввиду большого объема вычислительной работы и сложности определения взаимных видимостей поверхностей. В программном комплексе эта задача решается с помощью триангуляции поверхностей геометрической модели КА и суммирования элементарных угловых коэффициентов между парами треугольников с учетом наличия видимости между ними:

$$F_{ij} = \frac{1}{S_i} \sum_{m=1}^{N_i} \sum_{n=1}^{N_j} a_{nm} \frac{\cos \beta_n \cos \beta_m}{\pi r_{nm}^2} \Delta S_n \Delta S_m,$$

где  $a_{nm}$  – элементы матрицы видимости;  $\Delta S_n$  и  $\Delta S_m$  – площади элементарных площадок (треугольников)  $i$ -й и  $j$ -й поверхностей. Для вычисления матрицы видимостей используется метод трассировки лучей. Если отрезок, соединяющий центры треугольников с номерами  $n$  и  $m$ , не пересекается ни с какими другими треугольниками, то  $a_{nm} = 1$ . В противном случае  $a_{nm} = 0$ .

Для ускорения трассировки лучей применялось построение иерархии ограничивающих объемов (Bounding Volume Hierarchy, BVH), которая сохраняется в виде двоичного дерева [11, 12]. Используется один из типов BVH – AABB-дерева (Axis-Aligned Bounding Box). В AABB-дереве хранится распределение треугольников геометрической модели КА по иерархии ограничивающих объемов. Этот тип структуры данных обладает высокой скоростью поиска треугольников при трассировке лучей.

В случае не абсолютно черных поверхностей каждая пара поверхностей термически взаимодействует не только через прямое излучение между собой, но и через отраженную от других поверхностей часть излучения. В силу этого радиационные термические связи определяются посредством относительных угловых коэффициентов  $F_{ij}$ , площадей излучающих поверхностей  $S_i$  и степеней черноты  $\varepsilon_i$ . Эту зависимость можно найти из следующих базовых соотношений, связывающих результирующие тепловые потоки  $Q_i$  к каждой поверхности от всех других поверхностей замкнутой полости с абсолютными температурами этих поверхностей [13]:

$$\sum_{j=1}^M (\delta_{kj} - F_{kj} (1 - \varepsilon_j)) \frac{Q_j}{S_j \varepsilon_j} = \sum_{i=1}^M (F_{ki} - \delta_{ki}) \sigma T_i^4, \quad k = 1, \dots, M, \quad (3)$$

где  $\delta_{kj}$  – символ Кронекера;  $\sigma$  – постоянная Стефана – Больцмана;  $M$  – общее количество поверхностей, включая открытый космос. Из системы уравнений (3) можно получить следующее выражение для результирующих тепловых потоков:

$$\mathbf{Q} = \sigma \mathbf{G} \mathbf{T}^4, \quad \mathbf{G} = \mathbf{M}^{-1} (\mathbf{F} - \mathbf{I}), \quad (4)$$

где  $\mathbf{I}$  – единичная матрица;  $\mathbf{F}$  – матрица угловых коэффициентов;  $\mathbf{Q}$  – вектор-столбец результирующих потоков;  $\mathbf{T}^4$  – вектор-столбец возведенных в четвертую степень температур поверхностей;  $\mathbf{M}$  – матрица, элементы которой  $m_{kj} = \sum_{j=1}^M (\delta_{kj} - F_{kj} (1 - \varepsilon_j)) \frac{1}{S_j \varepsilon_j}$ .

Из общих законов лучистого теплообмена следует [1, 2], что элементы матрицы  $\mathbf{G}$  обладают свойствами

$$g_{ij} = g_{ji}, \quad \sum_{j=1}^M g_{ij} = 0$$

и выражение (4) можно записать в виде

$$Q_k = \sigma \sum_{j=1}^M \tilde{g}_{kj} (T_j^4 - T_k^4), \quad k=1, \dots, M, \quad (5)$$

$$\tilde{g}_{ij} = g_{ij}, \quad i \neq j, \quad \tilde{g}_{ii} = 0,$$

где элементы  $\tilde{g}_{kj}$  являются лучистыми связями между поверхностями, рассчитанными с учетом их отражательных свойств. Термические связи  $\beta_{ij}$  в (1) между узлами, состоящими из нескольких поверхностей, вычисляются суммированием лучистых связей между соответствующими поверхностями:

$$\beta_{ij} = \sum_{k \in \gamma_i} \sum_{l \in \gamma_j} \tilde{g}_{kl}, \quad i, j=1, \dots, N, \quad (6)$$

где  $\gamma_i$  и  $\gamma_j$  – множества номеров поверхностей узлов  $i$  и  $j$  соответственно.

**Расчет внешних потоков.** При математическом моделировании тепловых процессов в КА при его полете по орбите необходимо определять циклограммы внешних потоков (прямого и отраженного от Земли солнечного и инфракрасного излучений Земли) к расчетным узлам. При этом необходимо учитывать экранирование радиационных тепловых потоков от Земли и прямого излучения от Солнца. Для определения тепловых потоков от Земли к поверхностям геометрической модели КА производится триангуляция видимого с КА участка Земли (сферического сегмента), размер которого зависит от высоты орбиты. При нахождении падающих потоков от Солнца полагается, что солнечное излучение представляет собой пучок параллельных лучей (бесконечно удаленный точечный источник).

Ориентация элементарной площадки поверхности КА в любой момент времени определяется тремя углами: углом  $\psi_0$  между направлениями из центра Земли на Солнце и на КА и углами  $\psi$  и  $\psi_1$  между внешней нормалью  $\mathbf{n}$  площадки и направлениями на центр Земли и на Солнце соответственно. Указанные углы зависят от времени и определяются движением КА по орбите, его вращением относительно оси собственного вращения, поворотами на угол тангажа, крена и рыскания. Для построения зависимости от времени указанных параметров использовалась мировая (не связанная с суточным вращением Земли) геоцентрическая система координат, в которой направляющие векторы оси орбитального вращения КА  $\mathbf{m}_{orb}$  из центра Земли на Солнце  $\mathbf{n}_s$  и из центра Земли на КА  $\mathbf{n}_{ка}$  имеют вид

$$\mathbf{m}_{orb} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{n}_s = \begin{pmatrix} 0 \\ -\sin(\gamma) \\ -\cos(\gamma) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{n}_{ка}(t) = \begin{pmatrix} \sin(\omega_{II} + \upsilon(t)) \\ 0 \\ -\cos(\omega_{II} + \upsilon(t)) \end{pmatrix},$$

где  $\gamma$  – разворот орбиты (угол между плоскостью орбиты и направлением на Солнце),  $\omega_{II}$  – угол перигея,  $\upsilon(t)$  – истинная аномалия положения КА на орбите,  $\omega_{II} + \upsilon(t)$  – угловое расстояние КА вдоль орбиты от восходящего узла.

Тогда зависимость от времени радиуса-вектора текущего положения КА на орбите в данной системе координат определяется как

$$\mathbf{r}(t) = r(t)\mathbf{n}_{KA}(t), \quad r(t) = a \frac{1 - e^2}{1 + e \cos(\nu(t))},$$

где  $e$  – эксцентриситет,  $a$  – длина большой полуоси эллиптической орбиты.

С целью сокращения количества вычислений в качестве системы координат для расчетов угловых коэффициентов поверхностей КА на Землю и Солнце выбрана строительная система координат КА. В этом случае для каждого момента времени вычисления внешних потоков требуется нахождение в строительной системе координат направляющих векторов из центра Земли на Солнце  $\mathbf{n}_{S,BC}$  и на КА  $\mathbf{n}_{KA,BC}$ :

$$\mathbf{n}_{S,BC}(t) = \left( \mathbf{A}(\mathbf{m}_{sat}, \theta_{sat}(t)) \mathbf{B}_{WCBC} \mathbf{A}_{turn} \right)^{-1} \mathbf{n}_S; \quad (7)$$

$$\mathbf{n}_{KA,BC}(t) = \left( \mathbf{A}(\mathbf{m}_{sat}, \theta_{sat}(t)) \mathbf{B}_{WCBC} \mathbf{A}_{turn} \right)^{-1} \mathbf{A}(\mathbf{m}_{orb}, \nu(t) + \omega_{II}) \mathbf{n}_{KA}, \quad (8)$$

а также перерасчет координат вершин треугольников построенной триангуляции видимого участка Земли.

В выражениях (7) и (8)  $\mathbf{A}(\mathbf{m}, \alpha)$  – матричная функция, определяющая в векторном пространстве поворот на угол  $\alpha$  вокруг оси с направляющим единичным вектором  $\mathbf{m}$ ;  $\mathbf{B}_{WCBC}$  – ортогональная матрица, определяющая поворот строительной системы координат относительно мировой в момент времени  $t = 0$  (момент пересечения КА плоскости эклиптики на солнечной стороне орбиты);  $\theta_{sat}(t)$  – угол поворота КА относительно оси собственного вращения с направляющим вектором  $\mathbf{m}_{sat}$ . Ортогональная матрица  $\mathbf{A}_{turn}$  определяет поворот строительной системы координат по тангажу, крену и рысканью при маневрировании КА:

$$\mathbf{A}_{turn} = \mathbf{A}(\mathbf{m}_r, \alpha_r) \mathbf{A}(\mathbf{m}_{kr}, \alpha_{kr}) \mathbf{A}(\mathbf{m}_{ig}, \alpha_{ig}).$$

В двух частных случаях ориентации КА на орбите (орбитальной и инерциальной) имеем следующие значения определяющих ее параметров:

– для орбитальной ориентации

$$\mathbf{m}_{sat} = \mathbf{m}_{orb}, \quad \theta_{sat} = \nu(t) + \omega_{II};$$

– для инерциальной ориентации

$$\mathbf{m}_{sat} = \mathbf{m}_{orb}, \quad \theta_{sat} = 0.$$

Искомые зависимости от времени углов  $\psi$ ,  $\psi_0$  и  $\psi_1$  определяются следующим образом:

$$\psi(t, \mathbf{n}) = \arccos(\mathbf{n}_{KA,BC}(t) \cdot \mathbf{n}),$$

$$\psi_0(t) = \arccos(\mathbf{n}_{S,BC}(t) \cdot \mathbf{n}_{KA,BC}(t)),$$

$$\psi_1(t, \mathbf{n}) = \arccos(\mathbf{n}_{S,BC}(t) \cdot \mathbf{n}),$$

где  $\mathbf{n}$  – вектор нормали к рассматриваемой площадке в строительной системе координат;  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$  – скалярное произведение векторов  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}$ .

Угловые коэффициенты поверхностей КА относительно Земли

$$F_{k,Earth} = \frac{1}{S_k} \sum_{i=1}^{N_k} F_{di,Earth} \Delta S_i, \quad S_k = \sum_{i=1}^{N_k} \Delta S_i,$$

$$F_{di,Earth} = \frac{1}{\pi} \sum_{j=1}^{N_{Earth}} a_{di,dj} \frac{\cos \beta_i \cos \beta_j}{r_{ij}^2} \Delta S_j$$

и угловые коэффициенты относительно Солнца

$$F_{k,Solar} = \frac{1}{S_k} \sum_{i=1}^{N_k} F_{di,Solar} \Delta S_i, \quad S_k = \sum_{i=1}^{N_k} \Delta S_i,$$

$$F_{di,Solar} = a_{di,Solar} \cos(\mathbf{n}_i, \mathbf{n}_S)$$

определяются с учетом матрицы  $(a_{di,dj}, i=1, \dots, N, j=1, \dots, N_{Earth})$  взаимной видимости элементарных площадок КА и Земли и вектора видимости  $(a_{di,Solar}, i=1, \dots, N)$  элементарных площадок КА и Солнца. Здесь  $\beta_i$  и  $\beta_j$  – углы между радиусом-вектором  $\mathbf{r}_{ij}$ , соединяющим центры площадок  $\Delta S_i$  КА и  $\Delta S_j$  Земли, и внешними нормальными к этим площадкам. Для ускорения вычислений матриц взаимной видимости при трассировке лучей от Земли и Солнца используется ААВВ-дерево треугольников модели КА.

Три составляющие внешнего теплового потока, падающего на  $k$ -ю поверхность КА (инфракрасный поток собственного излучения Земли  $Q_{ir,k}$ , поток прямого солнечного излучения  $Q_{ds,k}$  и поток отраженного от Земли солнечного излучения  $Q_{rs,k}$ ), определяются по формулам

$$Q_{ir,k} = S_k F_{k,Earth} \frac{1-a}{4} C,$$

$$Q_{rs,k} = S_k F_{k,Earth} \varphi_3(\psi_0) a C,$$

$$Q_{ds,k} = S_k F_{k,Solar} \varphi_4(\psi_0) C,$$

где  $a$  – альbedo Земли;  $C$  – солнечная постоянная;  $\varphi_3(\psi_0) = 0,5(\cos \psi_0 + |\cos \psi_0|)$ ;  $\varphi_4(\psi_0)$  – функция определения периода нахождения КА в тени Земли, экранирующей прямое солнечное излучение:

$$\varphi_4(\psi_0) = \begin{cases} 0 & \text{для } |\mathbf{r} - (\mathbf{r} \cdot \mathbf{n}_S) \mathbf{n}_S| < R_{Earth} \text{ и } \mathbf{r} \cdot \mathbf{n}_S < 0, \\ 1 & \text{для остальных случаев.} \end{cases} \quad (9)$$

Для внешних потоков, так же, как и для внутренних, возникает задача перераспределения отраженной части падающего на некоторую поверхность потока по всем остальным поверхностям. При этом будем учитывать, что прямое и отраженное от Земли солнечное излучение распределяется по поверхностям замкнутой полости по тем же законам, что и инфракрасное, только вместо степеней черноты ту же роль играют коэффициенты поглощения солнечного излучения  $A_{(S)}$ . Суммарный внешний поток, поглощенный  $i$ -м узлом, вычисляется через падающие потоки по формуле

$$Q_i^{out} = \sum_{l \in \gamma_i} \sum_{k=1}^{M-1} \left( \tilde{g}_{lk} \frac{Q_{ir,k}}{S_k} + \tilde{g}_{lk} \frac{Q_{rs,k} + Q_{ds,k}}{S_k} \right),$$

где  $\tilde{g}_{lk}$  и  $\tilde{g}_{lk}$  – лучистые связи между поверхностями  $l$  и  $k$ , рассчитанные с учетом степеней черноты и коэффициентов поглощения солнечного излучения соответственно.

**Программно-моделирующий комплекс.** Моделирование тепловых режимов КА негерметичного исполнения в условиях орбитального полета вокруг Земли предполагает выполнение следующих этапов:

- выбора и разработки трехмерной геометрической модели КА;
- определения угловых и разрешающих коэффициентов между поверхностями узлов;
- задания орбитальных данных и определения циклограмм внешних лучистых потоков от Земли и Солнца;
- задания кондуктивных термических связей между узлами объекта;
- выбора математической модели СОТР (задания каналов системы, описания расположения нагревателей и датчиков, параметров ПИД-регуляторов для элементов Пельтье, мощностей нагревателей каналов релейного типа);
- задания циклограмм мощностей источников тепловыделения, температур немоделируемых объектов;
- расчета с учетом отражательных свойств поверхностей радиационных связей между узлами, внешних поглощенных потоков и решения систем дифференциальных уравнений (1);
- визуализации, анализа и интерпретации результатов моделирования.

С целью решения данной задачи разработан программно-моделирующий комплекс для разработки орбитальных систем терморегулирования КА, обеспечивающий возможность расчета тепловых режимов узлов КА для полетных заданий по круговым и эллиптическим орбитам. Программный комплекс включает в себя модуль разработки трехмерной геометрической модели КА, модуль построения триангуляции поверхностей, модуль генерации матриц лучистых связей, модуль расчета циклограмм внешних тепловых потоков, предпроцессор подготовки математической модели, модуль решения систем дифференциальных уравнений (1), постпроцессор для визуализации и постобработки информации. Главное окно программного комплекса содержит строку меню, панель работы с проектами, панель инструментов для запуска программных модулей, панель управления отображением триангуляции объекта, окно визуализации 3D-модели объекта, окна «Проект», «Разбиение», «Орбитальные данные», «Геометрия», «Окно сообщений» (рис. 1).

Для создания и редактирования трехмерной геометрической модели объекта предназначен 3D-конструктор. В него включены следующие примитивы: параллелепипед, пирамида, конус, цилиндр, треугольник, четырехугольник, линия, ломаная. Примитивы «линия» и «ломаная» предназначены для задания образующих при генерации как замкнутых, так и незамкнутых поверхностей вращения (цилиндрических, конических). Включена возможность трансформации (перемещения, поворота, масштабирования) выделенных объектов (поверхностей) геометрической модели. Для обеспечения доступа к поверхностям сложных геометрических объектов в 3D-конструкторе реализована система слоев.

Информация о геометрической модели КА, различных вариантах построенных для нее тепловых моделей, а также результаты моделирования тепловых процессов хранятся в файле проекта. В рамках проекта для сгенерированной трехмерной геометрической модели объекта могут быть разными способами произведены разбиения ее на расчетные узлы. Для каждого разбиения могут быть построены различные триангуляции поверхностей расчетных узлов. Для каждой триангуляции могут быть рассчитаны матрицы угловых коэффициентов и определены циклограммы внешних падающих потоков для заданных пользователем условий полета (орбитальных данных).

Модуль подготовки орбитальных данных служит для задания и корректировки параметров орбиты (эксцентриситета, длины большой полуоси, угла разворота плоскости орбиты относительно направления Земля – Солнце, направляющего вектора оси орбитального вращения КА в мировой системе координат), данных о связи строительной и мировой систем координат, циклограмм смены ориентации КА на орбите, данных о маневрировании КА.

Орбитальные данные и результаты триангуляции поверхностей геометрической модели КА являются входными данными модуля построения циклограмм внешних потоков.



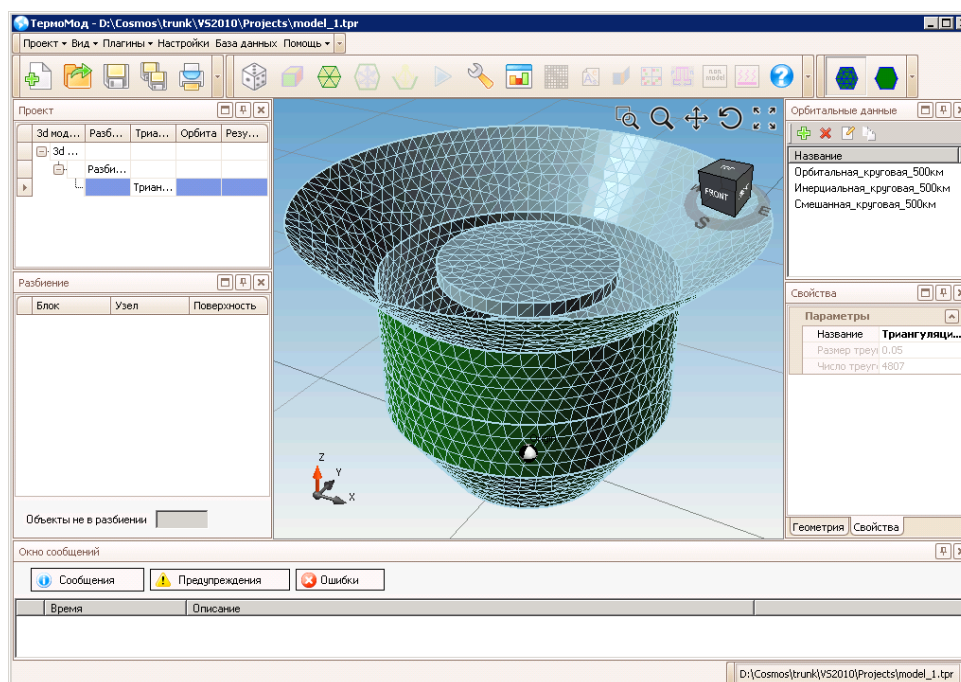


Рис. 1. Главное окно программного комплекса

Модуль задания теплофизических параметров состоит из следующих подмодулей: генерации теплоемкостей; задания радиационных характеристик поверхностей узлов (степени черноты и коэффициента поглощения) и кондуктивных термических связей; задания параметров СОТР релейного типа и элементов Пельтье, немоделируемых объектов и тепловыделяющих элементов (рис. 2).

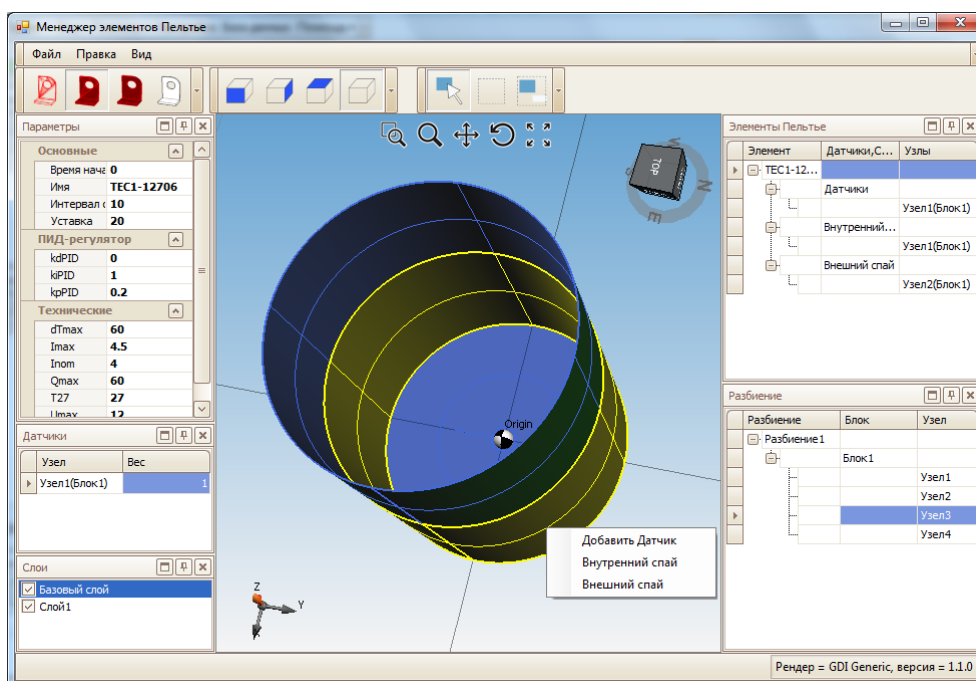


Рис. 2. Окно задания параметров элементов Пельтье

Для численного решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений (1) в программно-алгоритмический комплекс включены неявный метод Эйлера, алгоритм Рунге – Кутты четвертого порядка с автоматическим выбором шага и алгоритм Дормана – Принса 5(4).

Модуль визуализации результатов моделирования предназначен для представления в удобной графической форме результатов моделирования либо на экране монитора, либо при выводе на печать. Пользователю предоставляется возможность выбора узлов, для которых необходимо представить в графической форме изменение температур и внешних потоков.

В программный комплекс включены базы данных по материалам и покрытиям, наиболее часто применяемым в космическом машиностроении. База содержит значения плотностей, удельных теплоемкостей, коэффициентов теплопроводности (для материалов), а также излучательные свойства поверхностей: степени черноты и коэффициенты поглощения солнечного излучения (для материалов и покрытий).

**Вычислительный эксперимент. Модель 1.** Ниже представлены результаты моделирования тепловых режимов упрощенного макета зеркального орбитального оптического прибора. Его геометрическая модель представляет собой открытый цилиндр диаметром 0,565 м и высотой 0,7 м, который можно трактовать как бленду. Основание цилиндра соответствует зеркалу прибора, а открытое основание – это апертура. Бленда в модели разбита на два пояса. Таким образом, модель содержит три узла: первый – зеркало, второй – пояс 1 (0,4 м), третий – пояс 2 (0,3 м), теплоемкости которых  $c_1 = 2460$ ,  $c_2 = 3200$ ,  $c_3 = 3270$  Дж/К. Степени черноты и коэффициенты поглощения солнечного излучения составляли  $\varepsilon = A_{(S)} = 0,95$  для поверхности бленды и  $\varepsilon = A_{(S)} = 0,06$  для зеркала. Внутренние ненулевые кондуктивные связи:  $a_{12} = a_{21} = 0,1$ ,  $a_{23} = a_{32} = 0,021$  Вт/К.

Оптический прибор расположен в открытой для апертуры полости корпуса КА с термостабилизированными стенками при температуре  $T_{КА} = 20$  °С, который является немоделируемым объектом. Термические кондуктивные связи расчетных узлов с корпусом КА составляют по 0,01 Вт/К.

Параметры СОТР релейного типа: нагреватель мощностью 30 Вт на узле 2, датчик – на узле 1. Заданная температура стабилизации составляла  $T_{stab} = 20$  °С с пределами допустимого диапазона изменения температуры  $\pm 0,5$  °С относительно  $T_{stab}$ .

Параметры полетного задания: высота орбиты 500 км, угол  $\gamma = 0$ , ориентация КА орбитальная (апертура оптического прибора ориентирована на Землю).

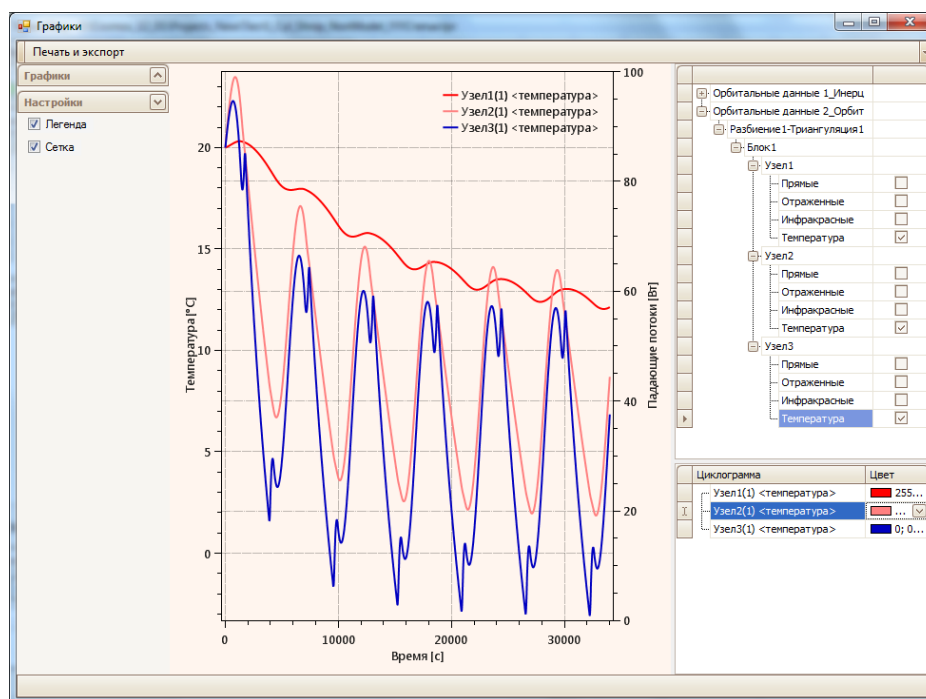
Общее число треугольников при триангуляции геометрической модели оптического прибора составило 1602 (задаваемые максимальные размеры сторон треугольников – 0,05 м), а число треугольников сферической поверхности «открытый космос» – 760.

Циклограммы падающих внешних потоков рассчитывались для одного витка орбиты с временным шагом 100 с. Максимальный шаг интегрирования систем дифференциальных уравнений составлял 10 с. Начальные температуры узлов задавались равными 20 °С. Интервал опроса датчиков СОТР составлял 10 с.

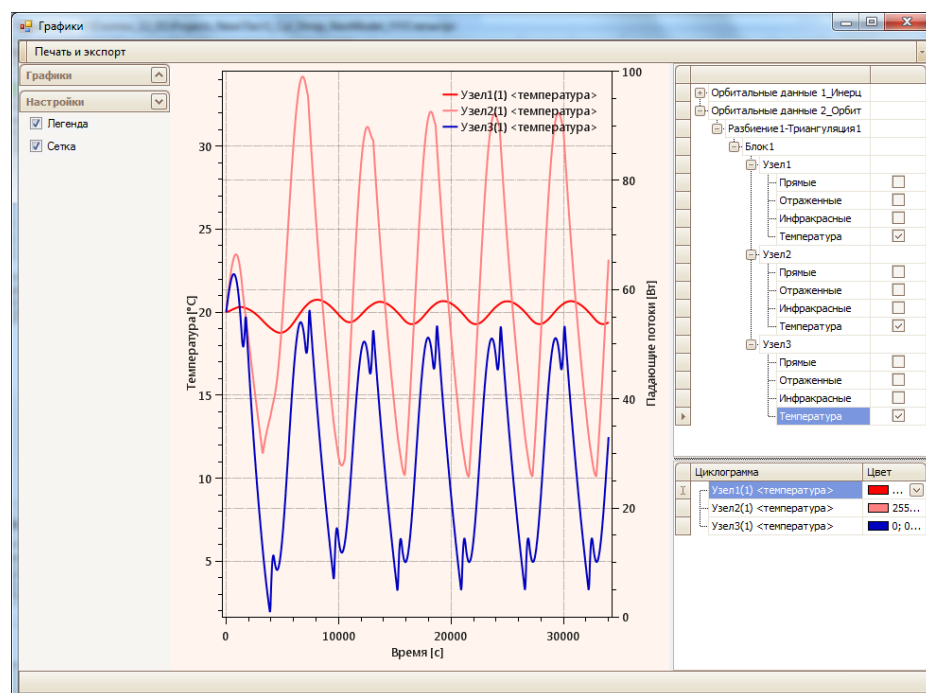
На рис. 3, а представлены рассчитанные циклограммы температур узлов оптического прибора для шести витков орбиты без терморегулирования. Результаты моделирования показывают, что при выключенной СОТР прибор захлаживается до недопустимых температур и в течение шести витков его тепловой режим остается еще далеким от установившегося.

При включенной СОТР (рис. 3, б) установившийся режим практически достигается уже на третьем витке, а температура зеркала (узел 1) колеблется около коридора  $20 \pm 0,5$  °С. Пилообразная кривая на графике отвечает циклограмме температуры узла 2, на котором установлен нагреватель СОТР, а нижние и верхние изломы кривой соответствуют моментам включения и выключения этого нагревателя. На графике кривой видно, что включение нагревателя происходит в момент достижения узлом 2 температуры 19,5 °С, а выключение – температуры 20,5 °С. Однако, поскольку нагреватель и датчик установлены на разных узлах, возникает эффект тепловой инерции, заключающийся в том, что температура зеркала (узел 1) продолжает падать, несмотря на включение нагревателя. Это происходит в силу того, что температура ближайшего к зеркалу элемента (узел 2) все еще остается меньшей, чем его собственная. Падение сменяется ростом только после того, как температура узла 2 превысит температуру зеркала. До этого мо-

мента температура зеркала успевае опуститься более чем на градус ниже границы температурного коридора. Аналогичная картина, но еще более выраженная, наблюдается и на верхней границе температурного коридора при отключении нагревателя СОТР. Вследствие этого термостабилизация зеркала происходит в температурном интервале, более широком, чем определено температурной уставкой. Данное явление хорошо известно в практике терморегулирования, и его следует учитывать при разработке схемы терморегулирования.

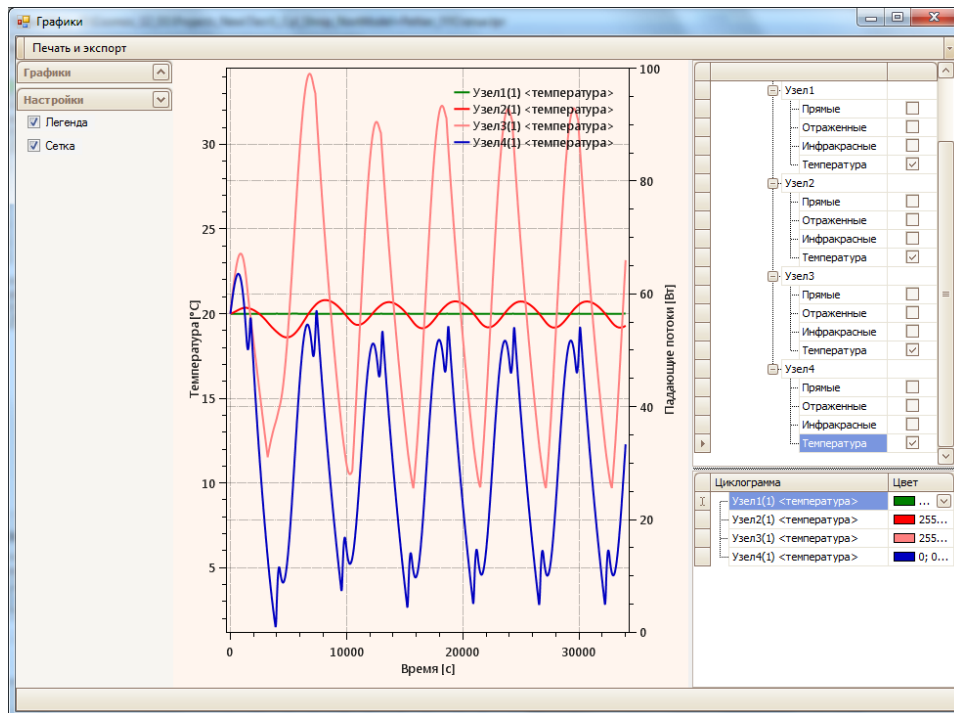


а)

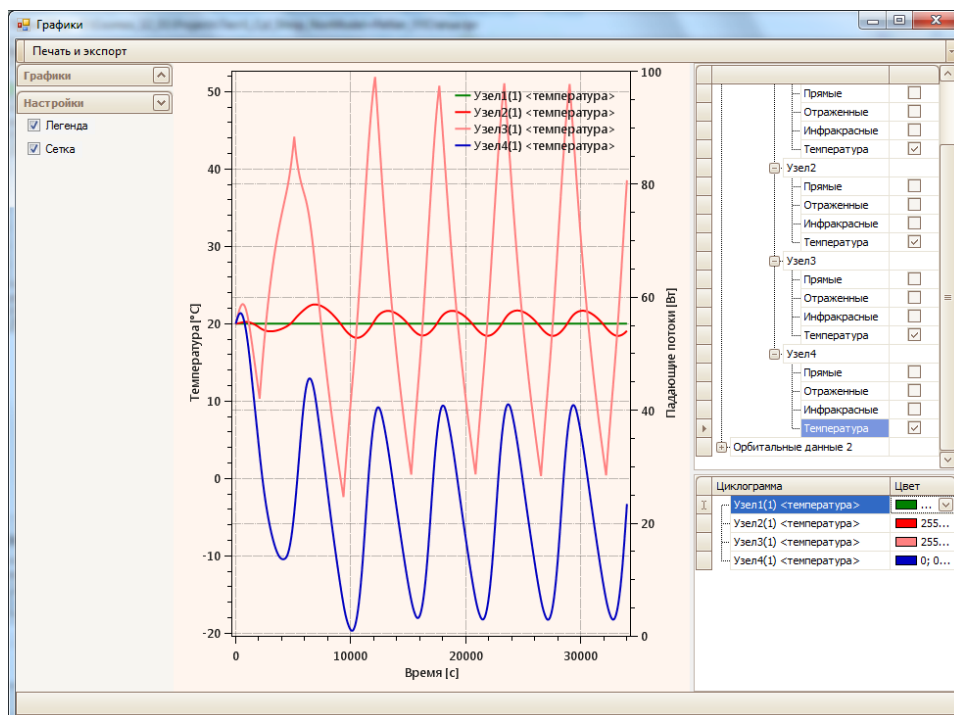


б)

Рис. 3. Циклограммы температур расчетных узлов оптического прибора:  
а) без терморегулирования; б) с включенной СОТР релейного типа



а)



б)

Рис. 4. Циклограммы температур расчетных узлов зеркально-линзового прибора. СОТР релейного типа и элемент Пельтье TEC1-12706: а) орбитальная ориентация КА; б) инерциальная ориентация КА

**Модель 2.** В последнее время в терморегулировании КА все большее применение находят элементы Пельтье [14], которые позволяют поддерживать постоянную температуру узла даже в случае, если баланс падающих к узлу тепловых потоков положителен. Для иллюстрации работы СОТР такого типа взят упрощенный макет катодиотрического (зеркально-линзового) оптического прибора. Его геометрическая модель совпадает с рассмотренной выше моделью 1 за

исключением того, что основание цилиндра разбито на два узла: круг диаметром 0,0565 м (линзовый окуляр), центр которого совпадает с центром основания цилиндра, и оставшуюся часть основания – кольцо (главное зеркало).

Таким образом, модель содержит четыре узла: 1 – линзовый окуляр, 2 – главное зеркало, 3 – пояс 1 бленды (0,3 м), 4 – пояс 2 (0,3 м), теплоемкости которых  $c_1 = 246$ ,  $c_2 = 2214$ ,  $c_3 = 3200$ ,  $c_4 = 3270$  Дж/К. Степени черноты и коэффициенты поглощения солнечного излучения составляли  $\varepsilon = A_{(s)} = 0,95$  для поверхности бленды и  $\varepsilon = A_{(s)} = 0,06$  для линзового окуляра и зеркала. Ненулевые кондуктивные связи между узлами:  $a_{12} = a_{21} = 0,01$ ,  $a_{23} = a_{32} = 0,1$ ,  $a_{34} = a_{43} = 0,021$  Вт/К. На термические кондуктивные связи расчетных узлов 2–4 с корпусом КА приходится по 0,01 Вт/К.

Наряду с СОТР релейного типа (модель 1) для более точной стабилизации температуры линзового окуляра использовался элемент Пельтье ТЕС1-12706 с внутренним спаем на линзовом окуляре и внешним спаем на основном зеркале. Номинальное напряжение питания 12 В, максимальный ток при номинальном напряжении 4,5 А, мощность устройства 60 Вт, наибольшая разница температур, которую дает модуль, 60 °С, размер 40×40×4 мм, вес до 25 гр.

Для линзового окуляра задавалась температура стабилизации  $T_{stab} = 20$  °С. Величина тока, подаваемая на элемент Пельтье, регулировалась с помощью ПИД-регулятора с коэффициентами  $k_p = 0,2$ ,  $k_D = 0$ ,  $k_I = 1$  (2).

Использовались орбитальные данные из модели 1. На рис. 4, а показаны рассчитанные циклограммы температур узлов зеркально-линзового оптического прибора для шести витков орбиты с включенными СОТР на основе элемента Пельтье на узле 1 и с релейной СОТР на узле 2. Видно, что температура на узле 1 поддерживается стабильной с высокой точностью. На практике такая точность достигаться, конечно, не будет в силу того, что точность большинства современных температурных датчиков и точность поддержания постоянства параметров источников питания значительно ниже.

На рис. 4, б представлены циклограммы температур узлов зеркально-линзового прибора для инерциальной ориентации КА (апертура оптического прибора ориентирована на Землю в начальный момент времени и сохраняет направление в течение всего витка). В этом случае оптимальной является мощность нагревателя 70 Вт. Это объясняется тем, что апертурное отверстие на значительной части витка направлено в открытый космос и баланс внешних потоков, падающих на прибор, меньше, чем в случае орбитальной ориентации.

**Заключение.** В последние десятилетия в связи с бурным развитием вычислительной техники в практике научных исследований и технических разработок вместо дорогостоящего физического эксперимента все более широко внедряется компьютерное моделирование. Однако создание достаточно детальной и адекватной тепловой математической модели такого объекта, как КА, также требует значительных затрат трудовых ресурсов. Одним из путей их сокращения является создание универсальных программно-алгоритмических комплексов для моделирования тепловых процессов КА. В данной работе представлен образец такого комплекса.

С помощью программного комплекса пользователь может генерировать трехмерную геометрическую модель КА, определять ее разбивку на расчетные узлы и блоки, задавать теплофизические свойства расчетных узлов, параметры системы обеспечения теплового режима и бортового тепловыделяющего оборудования, параметры околоземной орбиты и ориентации на орбите, вычислять все необходимые параметры тепловой математической модели, а затем на ее основе рассчитывать нестационарный тепловой режим КА на орбите. На основе такого моделирования можно отрабатывать принципиальные схемы организации СОТР, их технические параметры, выявлять уязвимые места, находить причины возникновения нештатных ситуаций в орбитальных условиях.

#### Список использованных источников

1. Основы теплопередачи в авиационной и ракетно-космической технике / В. С. Авдеевский [и др.]. – М. : Машиностроение, 1992. – 528 с.

2. Залетаев, В. М. Расчет теплообмена космического аппарата / В. М. Залетаев, Ю. В. Капинос, О. В. Сургучев. – М. : Машиностроение, 1979. – 208 с.
3. Внешний теплообмен космических объектов / Г. П. Кобранов [и др.]. – М. : Машиностроение, 1977. – 104 с.
4. Моделирование тепловых режимов космического аппарата и окружающей его среды / под ред. Г. И. Петрова. – М. : Машиностроение, 1971. – 380 с.
5. Фаворский, О. Н. Вопросы теплообмена в космосе / О. Н. Фаворский, Я. С. Каданер. – М. : Высшая школа, 1967. – 248 с.
6. Гушин, В. Н. Основы устройства космических аппаратов / В. Н. Гушин. – М. : Машиностроение, 2003. – 272 с.
7. Залетаев, С. В. Программный комплекс теплового проектирования и анализа тепловых режимов космических аппаратов / С. В. Залетаев, Р. М. Копяткевич // Космонавтика и ракетостроение. – 2014. – № 4. – С. 84–91.
8. Тепловое проектирование систем терморегулирования оптико-электронной аппаратуры космических аппаратов на основе математического моделирования / А. И. Шнип [и др.] // Тепло- и массоперенос–2011 : докл. Минского Междунар. форума по тепломассообмену. – Минск : ИТМО имени А. В. Лыкова НАН Беларуси, 2011. – С. 86–90.
9. Gilmore, D. G. *Spacecraft Thermal Control Handbook. Vol. 1: Fundamental Technologies* / D. G. Gilmore. – The Aerospace Press, 2002. – 854 p.
10. Karam, R. D. *Satellite Thermal Control for Systems Engineers* / R. D. Karam. – Gaithersburg, Maryland, 1998. – 274 p.
11. Zhang, X. Interactive collision detection for deformable models using streaming AABBs / X. Zhang, Y. J. Kim // *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*. – 2007. – Vol. 13, no. 2. – P. 318–329.
12. Van den Bergen, G. Efficient collision detection of complex deformable models using AABB trees / G. van den Bergen // *Journal of Graphics Tools*. – 1997. – Vol. 2, no. 4. – P. 1–13.
13. Зигель, Р. Теплообмен излучением : пер. с англ. / Р. Зигель, Дж. Хауэлл. – М. : Мир, 1975. – 935 с.
14. Семена, Н. П. Особенности использования термоэлектрических преобразователей в системах терморегулирования космического применения / Н. П. Семена // Теплофизика и аэромеханика. – 2013. – Т. 20, № 2. – С. 213–224.

---

## References

1. Avduevsky V. S., Galicejskij V. M., Glebov G. A., Danilov Ju. I., Drejcer G. A., ..., Solncev V. P. Osnovy teploperedachi v aviacionnoj i raketno-kosmicheskoy tehnike. *Fundamentals of Heat Transfer in Aviation and Rocket and Space Technology*. Moscow, Mashinostroenie, 1992, 528 p. (in Russian).
2. Zaletaev V. M., Kapinos Yu. V., Surguchev O. V. Raschet teploobmena kosmicheskogo apparata. *Heat Transfer Calculation of Spacecraft*. Moscow, Mashinostroenie, 1979, 208 p. (in Russian).
3. Kobranov G. P., Tsvetkov A. P., Belov A. I., Suhnev V. A. Vneshnij teploobmen kosmicheskikh objectov. *External Heat Exchange of Space Objects*. Moscow, Mashinostroenie, 1977, 104 p. (in Russian).
4. Modelirovanie teplovyh rezhimov kosmicheskogo apparata i okruzhayushchey ego sredy. *Spacecraft and its Environment Thermal Conditions Simulation*. G. I. Petrov (ed.). Moscow, Mashinostroenie, 1971, 380 p. (in Russian).
5. Favorsky O. N., Kadaner Ya. S. Voprosi teploobmena v kosmose. *Heat Transfer in Space*. Moscow, Vyschaya shkola, 1967, 248 p. (in Russian).
6. Gushchin V. N. Osnovy ustrojstva kosmicheskikh apparatov. *Fundamentals of Spacecraft Design*. Moscow, Mashinostroenie, 2003, 272 p. (in Russian).
7. Zaletaev S. V., Kopyatkevich R. M. Programnyj kompleks teplovogo proektirovaniya i analiza teplovyh rezhimov kosmicheskikh apparatov [Software package of a thermal design and an analysis of spacecraft thermal conditions]. *Kosmonavtika i raketostroenie [Space and Rocket Science]*, 2014, no. 4, pp. 84–91 (in Russian).
8. Shnip A. I., Marach S. O., Brin A. A., Ivankin P. S. Teplovoe proektirovanie system termoregulirovaniya optiko-elektronnoj apparatury kosmicheskikh apparatov na osnove matematicheskogo modelirovaniya [Design of thermal control system for spacecraft optoelectronic equipment]. *Teplo- i massoperenos–2011: doklady Minskogo Mezhdunarodnogo foruma po teplomassoobmenu [Heat and Mass Transfer–2011: Reports of the Minsk International Forum on Heat and Mass Transfer]*. Minsk, A. V. Luikov Heat and Mass Transfer Institute of the National Academy of Sciences of Belarus, 2011, pp. 86–90 (in Russian).

9. Gilmore D. G. *Spacecraft Thermal Control Handbook. Vol. 1: Fundamental Technologies*. The Aerospace Press, 2002, 854 p.
10. Karam R. D. *Satellite Thermal Control for Systems Engineers*. Gaithersburg, Maryland, 1998, 274 p.
11. Zhang X., Kim Y. J. Interactive collision detection for deformable models using streaming AABBs. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 2007, vol. 13, no. 2, pp. 318–329.
12. Van den Bergen, G. Efficient collision detection of complex deformable models using AABB trees. *Journal of Graphics Tools*, 1997, vol. 2, no. 4, pp.1–13.
13. Siegel R., Howell J. *Thermal Radiation Heat Transfer*. New York, McGraw-Hill Book Co., 1972, 803 p.
14. Semena N. P. Osobennosti ispol'zovaniya termojelektricheskikh preobrazovatelej v sistemah termoregulirovaniya kosmicheskogo primeneniya [The features of application of thermoelectric converters in spacecraft systems of temperature control]. *Teplofizika i aeromehanika [Thermophysics and Aeromechanics]*, 2013, vol. 20, no. 2, pp. 213–224 (in Russian).

### Информация об авторах

*Лемешевский Сергей Владимирович*, кандидат физико-математических наук, директор Института математики Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь.

E-mail: svl@im.bas-net.by

*Чуйко Михаил Матвеевич*, кандидат физико-математических наук, ведущий научный сотрудник отдела вычислительной математики Института математики Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь.

E-mail: chuiko@im.bas-net.by

*Шнип Александр Иванович*, кандидат физико-математических наук, заведующий лабораторией теории переноса Института тепло- и массообмена имени А. В. Лыкова Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь.

E-mail: shnip@hmti.ac.by

*Марцинкевич Григорий Леонидович*, кандидат физико-математических наук, научный сотрудник отдела вычислительной математики Института математики Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь.

E-mail: martsynkevich@im.bas-net.by

*Лепин Виктор Васильевич*, кандидат физико-математических наук, ученый секретарь Института математики Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь.

E-mail: lepin@im.bas-net.by

*Ирхин Владимир Александрович*, младший научный сотрудник отдела информационных технологий Института математики Национальной академии наук Беларуси, Минск, Беларусь.

E-mail: vovair@im.bas-net.by

### Information about the authors

*Sergey V. Lemeshevsky*, Cand. Sci. (Phys.-Math.), Director, Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus.  
E-mail: svl@im.bas-net.by

*Mikhail M. Chuiko*, Cand. Sci. (Phys.-Math.), Leading Researcher of the Department of Computational Mathematics, Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus.  
E-mail: chuiko@im.bas-net.by

*Aleksandr I. Shnip*, Cand. Sci. (Phys.-Math.), Head of the Drying Thermal Processes Laboratory, A. V. Luikov Heat and Mass Transfer Institute of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus.  
E-mail: shnip@hmti.ac.by

*Grigori L. Martsynkevich*, Cand. Sci. (Phys.-Math.), Researcher of the Department of Computational Mathematics, Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus.  
E-mail: martsynkevich@im.bas-net.by

*Victor V. Lepin*, Cand. Sci. (Phys.-Math.), Scientific Secretary, Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus.  
E-mail: lepin@im.bas-net.by

*Uladzimir A. Irkhin*, Junior Researcher of the Department of Information Technologies, Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Belarus, Minsk, Belarus.  
E-mail: vovair@im.bas-net.by