

Universidad de Medellín

INCIDENCIA DE LOS FACTORES DEL CONTEXTO EN EL DESEMPEÑO EN MATEMÁTICAS DE LOS ESTUDIANTES DE BÁSICA SECUNDARIA EN COLOMBIA*

Recibido: 30 de enero de 2017 • Aprobado: 23 de agosto de 2017

DOI: 10.22395/seec.v20n44a8

Juan Byron Correa Fonnegra**

Carlos Andrés Orejuela Ríos***

RESUMEN

Este artículo evalúa la incidencia de los factores contextuales sobre el desempeño en matemáticas de los estudiantes de básica secundaria clasificados por el desempeño, bajo o alto, según las pruebas PISA 2012, controlado por el tipo de colegio. La aplicación de los modelos lineales jerárquicos a los resultados de matemáticas de la prueba PISA 2012 permite concluir que tanto el entorno escolar como el familiar ejercen una alta influencia en el desempeño académico de los estudiantes de básica secundaria en Colombia. Asimismo, se encuentra que, el entorno escolar tiene mayor peso en los colegios privados independientes en el grupo de alto desempeño, mientras que el familiar influye en mayor proporción en los públicos y en los privados en concesión, en el grupo de bajo desempeño.

PALABRAS CLAVE

Desempeño en matemáticas; incidencia del contexto en educación; análisis multinivel; Colombia.

CLASIFICACIÓN JEL

I21, I24

CONTENIDO

Introducción; 1. Revisión de literatura; 2. Marco teórico; 3. Metodología: modelos multinivel univariado y multivariado; 4. Descripción de la muestra; 5. Estimación. 6. Conclusiones; Bibliografía.

* Este artículo es producto del proyecto de investigación: *Diferencias en el desempeño académico entre y dentro de los colegios en Colombia*, financiado por el Icfes, código 54-2014, desarrollado en el Grupo de Investigación Economía Regional y Ambiental –GERA– de la Facultad de Ciencias Sociales y Económicas de la Universidad del Valle, Cali, Colombia, durante el año 2014.

** Matemático y magíster en Economía Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia. Profesor e investigador, departamento de Economía, Universidad del Valle, Cali, Colombia. Miembro del Grupo de Investigación Economía Regional y Ambiental –GERA–. Dirección postal 760032. Teléfono (2)3212306. Correo electrónico: juan.correa@correounivalle.edu.co

*** Economista y magíster en Economía Aplicada, Universidad de Valle, Cali, Colombia. Investigador miembro del Grupo de Investigación en Economía Regional y Ambiental –GERA–. Dirección postal 760032. Teléfono (2)3212322. Correo electrónico: carlos.orejuela@correounivalle.edu.co

INCIDENCE OF CONTEXT FACTORS IN BASIC HIGH SCHOOL MATHEMATICAL PERFORMANCE IN COLOMBIA

ABSTRACT

This article evaluates the incidence of contextual factors on the mathematical performance of basic high school students classified according to their performance (low or high), pursuant to 2012 PISA Test, controlled by the type of school. Application of hierarchical linear models to mathematical results in 2012 PISA Test allows concluding that school environment and family exercise a high influence on the academic performance of basic high school students in Colombia. Likewise, it has been found that the school environment has a stronger influence at independent private schools in the high-performance group; family environment has a stronger influence in public schools and leased private schools in the low-performance group.

KEY WORDS

Mathematical performance; incidence of context on education; multi-level analysis; Colombia.

JEL CLASSIFICATION

I21, I24

CONTENT

Introduction; 1. Revision of literature; 2. Theoretical framework; 3. Methodology: univariate and multivariate multilevel models; 4. Sample description; 5. Estimation; 6. Conclusions; Bibliography.

INCIDÊNCIA DOS FATORES DO CONTEXTO NO DESEMPENHO EM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA SECUNDÁRIA NA COLÔMBIA

RESUMO

Este artigo avalia a incidência dos fatores contextuais sobre o desempenho em matemática dos estudantes de educação básica secundária classificados pelo desempenho, baixo ou alto, conforme as provas do Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA, em inglês), controlado pelo tipo de colégio. A aplicação dos modelos lineares hierárquicos aos resultados de matemática da prova PISA 2012 permite concluir que tanto o contexto escolar quanto o familiar exercem alta influência no desempenho acadêmico desses estudantes na Colômbia. Além disso, constata-se que o ambiente escolar tem maior peso nos colégios particulares independentes no grupo de alto desempenho, enquanto o familiar influencia em maior proporção nos públicos e nos particulares em concessão, no grupo de baixo desempenho.

PALAVRAS-CHAVE

Desempenho em matemática; incidência do contexto na educação; Análise multinível; Colômbia.

CLASSIFICAÇÃO JEL

I21, I24

CONTEÚDO

Introdução; 1. Revisão de literatura; 2. Referencial teórico; 3. Metodologia: modelos multinível, univariado e multivariado; 4. Descrição da amostra; 5. Estimativa. 6. Conclusões; Bibliografia.

INTRODUCCIÓN

El estudio propone evaluar la incidencia de los factores contextuales en el rendimiento en matemáticas de los estudiantes de básica secundaria colombianos clasificados en nivel bajo o alto de desempeño, según la clasificación de la prueba PISA 2012, controlando por el tipo de colegio (privado independiente, privado en concesión o público).

Las brechas en la calidad de la educación son atribuibles a múltiples factores y aunque es difícil determinar un orden, el mayor grado de responsabilidad se le atribuye a la idiosincrasia del hogar y a las características de las instituciones educativas. Por parte del hogar, autores como Coleman *et al.* (1966), Reardon (2012), Vivas (2008), Vivas, Correa y Domínguez (2011) han identificado que las características del hogar son el factor que ejerce la mayor influencia sobre el desempeño académico de los estudiantes. El nivel socioeconómico y la estructura del hogar determinan características individuales en los miembros del hogar que inciden de manera directa y positiva sobre el rendimiento escolar. Sin embargo, la alta desigualdad socioeconómica entre los hogares y también entre las regiones ejerce una influencia negativa sobre el proceso de formación, propiciando altas brechas en los resultados académicos.

Según Bourdieu (2000), la condición social propicia regularidades asociadas al entorno, además de estructuras de prácticas y hábitos duraderos que configuran un estado habitual. La clase social de la que proceden los individuos determina el tipo de socialización, asimismo, proporciona en los niños un sentido de lo que es cómodo o natural, lo que el autor llama *habitus*. Las estructuras que se generan producto del entorno físico y afectivo de la familia y de la escuela son uno de los determinantes del amplio diferencial en los logros académicos tanto en el interior de las escuelas como entre ellas. Los estudiantes con ventajas socioeconómicas llegan a la escuela, en promedio, mayor y mejor estructurados, condición que facilita el proceso de formación.

El estudio de formación de habilidades de Cunha y Heckman (2007) plantea que los estudiantes en desventaja, aquellos que no cuentan con los beneficios de su entorno ni con la posibilidad de ingresar a colegios privados con altas dotaciones, participan de procesos de formación ineficientes, tanto en el hogar como en el colegio, lo que trae consigo estructuras débiles unidas a amplias brechas académicas, estas últimas, muy costosas y casi imposibles de cerrar.

Por el lado de las instituciones, García *et al.* (2014) encuentran que las brechas en los logros académicos se generan por múltiples causas, entre las que se encuentra

el amplio diferencial existente en la capacidad de las entidades territoriales para desempeñar la administración de la educación. El sistema de gestión descentralizado, alcanzado luego de varias reformas a la educación¹, tuvo como objetivo resolver las necesidades educativas de las regiones y, por ende, de las escuelas. Aunque, el modelo ha mostrado avances importantes, aun se evidencian problemas, entre ellos, las amplias brechas tanto en el acceso como en la calidad de la educación.

Las pruebas estandarizadas de evaluación del desempeño académico aplicadas por la OCDE definen estructuras anidadas, estudiantes agrupados dentro de los colegios; por tanto, la metodología más adecuada para realizar el análisis es la de modelos de regresión lineal jerárquicos. Esta busca resolver los problemas de estimación que generan las estructuras de anidamiento de los datos; además, permite evaluar la proporción de las diferencias en los resultados que es atribuida a las escuelas.

De las estimaciones se puede concluir que las variables que presentan la mayor influencia sobre el desempeño son: en el grupo de alto desempeño, el efecto de públicos; en el grupo de bajo desempeño, la estructura del hogar, el índice socioeconómico, el clima escolar y la educación preescolar. En ambos grupos las variables tienen un efecto positivo sobre el rendimiento académico. Asimismo, la variable que mide la mayor proporción del diferencial entre los grupos de alto y bajo desempeño es el efecto de los pares; al tomar esta variable como *proxy* de los *habitus*, se concluye que las mayores diferencias entre los grupos se deben a las regularidades asociadas al entorno de los estudiantes.

Los resultados obtenidos describen una dirección similar a lo encontrado en los diferentes estudios tomados como referentes; en general, se destaca la importancia de fortalecer la dotación cultural de los estudiantes, en especial de aquellos que están en condiciones de desventaja económica. Esta conclusión del estudio puede ser considerada como una propuesta de política educativa en la que se debería trabajar con el objetivo de reducir las brechas en el desempeño entre los estudiantes pertenecientes a diferentes tipos de institución.

Para desarrollar el trabajo descrito, este documento se divide en siete secciones, incluyendo la introducción. En la primera parte se presenta la revisión de literatura; a continuación, se plantea el marco teórico; en la tercera parte se desarrolla la metodología; en la cuarta se describe la muestra utilizada y se analizan las estadísticas descriptivas de las variables a utilizar; la quinta sección contiene los resultados y el análisis de la estimación de los modelos, y por último, se presentan las conclusiones.

¹ Ley General de Educación o Ley 115 de 1994; Ley 715 del 2001 y decreto 526 del 2002.

1. REVISIÓN DE LITERATURA

El desempeño de los estudiantes colombianos en las pruebas de conocimiento adolece de los mismos problemas identificados en países no solo de Latinoamérica sino del orden mundial, a pesar de las diferencias económicas y culturales con nuestro país. El trabajo de Coleman *et al.* (1966) para Estados Unidos identificó que la mayor fuente de desigualdad en los logros académicos entre estudiantes es el entorno familiar. Las familias desempeñan un papel tan o más importante en el proceso de formación de los niños que las mismas escuelas. Al analizar el desempeño de los estudiantes de alto y bajo nivel socioeconómico, Reardon (2012) encontró que las brechas se forman de un acumulado de factores producto de la creciente desigualdad del ingreso observada a partir de los años cincuenta. Esta situación ha transformado la relación entre el ingreso del hogar, las características socioeconómicas y el desempeño académico de los niños, donde las familias de ingreso elevado realizan mayores inversiones en el desarrollo cognitivo de los niños que las familias de bajos ingresos; estas familias no solo tienen mayores ingresos, también tienen acceso a otros recursos familiares y sociales: visitas a museos, viajes e interacción con otras culturas, padres con altos niveles de educación. Conscientes de esta situación, en los últimos años las familias de clase media se han enfocado en invertir más en el desarrollo de las habilidades cognitivas de los niños.

La segregación es otra consecuencia de la creciente desigualdad del ingreso y, por tanto, tiene un alto impacto en las escuelas: los niños ricos van a la escuela con otros niños ricos y los pobres lo hacen con niños de similar condición socioeconómica. Varios estudios analizan la contribución negativa de la segregación residencial sobre el desempeño académico entre los que se destacan (Arnott & Rowse, 1987), Reardon (2012) y (Benabou, 1993). En un estudio para Colombia con base en la prueba Saber 5.º, (Duarte & Bos, 2012) encuentran que el 65% de los estudiantes obtuvo puntajes insatisfactorios en la prueba de matemáticas, resultados que fueron obtenidos por estudiantes con condición socioeconómica en desventaja que asisten a instituciones del sector público y a escuelas ubicadas en el área rural. Las características de las escuelas, por su parte, explican cerca del 40% de la variabilidad del aprendizaje. Este resultado evidencia el fuerte problema de inequidad que presenta el sistema educativo colombiano. Según la OECD (2016), se requiere de políticas sólidas que permitan contrarrestar la segregación en Colombia ya que esta no solo reduce el desempeño académico, sino que, además, afecta de manera negativa la cohesión social.

La concentración de estudiantes que viven en vecindarios de estratos sociales similares induce a que estos asistan a colegios con características similares. Por

tanto, como lo plantean Arnott y Rowse (1987), las interacciones en la vida social no son producto del azar: las clases sociales tienden a reproducirse a través de la educación; estos comportamientos impulsan diferentes procesos de interacción social que de una u otra forma se fortalecen en el colegio. Tramonte y Willms (2010), afirman que los procesos de enseñanza-aprendizaje tienden a fortalecerse cuando todos los estudiantes en el aula presentan altos niveles de capital cultural (Tramonte & Willms, 2010); en caso contrario, según Manski (1993), estos tienden a comportarse según el promedio del grupo.

En cuanto al género de los estudiantes, característica que ha sido estudiada en Colombia desde muchos puntos de vista, es de especial atención en este estudio dada la magnitud de la brecha. Según los estudios OECD (2013) e ICFES (2013), los resultados de PISA 2012 indican que, entre los países participantes, Colombia presenta una de las mayores brechas. En las áreas de matemáticas y ciencias los hombres son quienes obtienen ventajas en el desempeño, tendencia que cambia a favor de las mujeres en el área de lenguaje. A partir de un modelo de entrada-proceso-salida, Ma (2008) analiza la influencia de los antecedentes familiares en las diferencias de género. El trabajo permite concluir que entradas como las características familiares, las influencias del hogar, los valores sociales y culturales de la familia inciden de forma diferente en las experiencias escolares según sea el contexto y el clima interno del colegio. Por tanto, los factores sociales y familiares son un instrumento fundamental para explicar las diferencias de género, más que las funciones cognitivas.

Por el lado de las instituciones, una revisión de las políticas y prácticas del sistema educativo colombiano en básica secundaria deja ver la necesidad de cambios importantes a fin de alcanzar una mejora sustancial en la calidad de la educación. En este sentido, dada la alta variabilidad en los desempeños que se observa entre los colegios, cerca del 60%, García *et al.* (2014) consideran que el lugar más adecuado para intervenir es el colegio. La OECD (2016) recomienda una intervención de mediano plazo dirigida a la construcción de un currículo que permita establecer objetivos, contenidos y resultados esperados comunes, y que especifique la clase de conocimientos, competencias y valores que deberían ser enseñados a los estudiantes con un criterio de igualdad.

La contribución de la familia sobre el desempeño académico del estudiante debe ser evaluada no solo desde los diferentes tipos de capital sino, además, desde la estructura familiar: si el estudiante vive en un hogar biparental o monoparental, si ambos padres son biológicos o no. Astone y McLanahan (1991) encuentran que los niños que viven en hogares monoparentales o con padrastros reciben un estímulo

más bajo y menor ayuda en las actividades escolares –menores niveles de atención, de actitud, de expectativas, así como menores tasas de retención– que los niños de hogares biparentales. Identifican, además, que las diferencias en las expectativas educativas de los padres, el estilo de crianza y la participación de los niños en actividades de ocio estructuradas explican parte de las diferencias de transmisión del estado de la estructura familiar.

Coleman (1988) identifica el capital social con la capacidad que poseen las personas para trabajar en grupos, con base en un conjunto de normas y valores compartidos. Basadas en el planteamiento de Coleman, Astone y McLanahan (1991) resaltan que un niño puede vivir en compañía de sus dos padres, pero su acceso al capital social depende de la voluntad y la habilidad de los mismos para proveerle tiempo, atención y receptividad a los avances que presente.

2. MARCO TEÓRICO

Sea R un escalar que denota el resultado en la prueba del estudiante i , y sean F y G dos vectores de características personales y socioeconómicas asociadas al estudiante F y al grupo G , donde el primero es exógeno; además, el término de perturbación u , que se construye a partir de la habilidad no observada de los individuos. La versión lineal del modelo definido en Vivas (2008) toma la siguiente forma:

$$R = \alpha + \beta E[R | G] + E[F | G]' \gamma + F' \lambda + u \quad [1]$$

Dado que u es no observable, se define una expresión para esta, se toma en (1) el valor esperado condicional sobre G y F , donde $E[u | G, F] = G' \delta$. Luego se obtiene:

$$E(R | G, F) = \alpha + \beta E[R | G] + E[F | G]' \gamma + E[F | G]' \lambda + G' \delta \quad [2]$$

La ecuación fundamental de interacción social, (2), representa el desempeño esperado dados los vectores (R, G, F) y la variable aleatoria u , donde $(\alpha, \beta, \gamma, \lambda, \delta)$ representa el vector de parámetros que mide los diferentes tipos de efectos que inciden en el desempeño: β endógenos, γ contextuales, δ correlacionados y λ el efecto directo que genera el entorno familiar.

Si los vectores $E[R | G]$, $E[F | G]$, F y G son tratados como exógenos, los parámetros $(\beta, \gamma, \lambda, \delta)$ capturan los efectos directos sobre el desempeño, pero dado que $E[R | G]$ y $E[F | G]$ dependen de G , el modelo presenta un claro problema de identificación en el sentido de Manski (1993).

Al aplicar esperanza condicional respecto a F en la ecuación (2), se obtiene:

$$E[R | G] = \alpha + \beta E[R | G] + E[F | G]' \gamma + E[F | G]' \lambda + G' \delta \quad [3]$$

La colinealidad presente en (3), que deriva la no identificación de los parámetros, sugiere una solución para $E[R|G]$, que al remplazarla en (2) y se obtiene:

$$E(R|G,F) = \frac{\alpha}{1-\beta} + E[F|G]' \frac{\gamma + \lambda\beta}{1-\beta} + G' \frac{\delta}{1-\beta} + F'\lambda \quad [4]$$

La ecuación (4) elimina el problema de identificación; no obstante, los efectos endógenos y los contextuales se agrupan en un mismo término y no es posible distinguirlos luego del proceso de estimación. Una solución al problema es imponer restricciones sobre los parámetros, por ejemplo, suponer que ambos efectos, contextuales y correlacionados, son nulos, lo que conduce a una ecuación de desempeño identificada que solo depende de variables socioeconómicas. Una especificación adecuada de (4) es:

$$R_{ij} = \frac{\alpha}{(1-\beta)} + \lambda F_{ij} + \phi S\hbar c_j + \frac{\gamma + \lambda\beta}{(1-\beta)} \bar{F}_{(-i)j} + \varepsilon_j + v_{ij}$$

En donde R_{ij} son los puntajes en la prueba del estudiante i que pertenece a la escuela j ; F_{ij} es un vector que contiene características individuales y del entorno familiar del alumno; $\bar{F}_{(-i)j}$ representa el nivel socioeconómico medio de los compañeros de clases (excluyendo al individuo i); $S\hbar c_j$ define el vector de atributos asociados a la escuela j ; ε_j y v_{ij} son los errores aleatorios para escuela y de alumno, respectivamente; λ , ϕ y $(\gamma + \lambda\beta)/(1-\beta)$ son los parámetros asociados al entorno familiar, al escolar y el efecto de los compañeros de clase, respectivamente.

3. METODOLOGÍA: MODELOS MULTINIVEL UNIVARIADO Y MULTIVARIADO

El comportamiento de los desempeños, como se muestra en la tabla 1, sugiere la necesidad de una evaluación en las colas de la distribución con el fin de determinar los factores que inducen a alcanzar un desempeño alto o bajo.

Para la evaluación de los factores se utilizarán diferentes estructuras. Se parte de un modelo multinivel univariado, con el fin de evaluar la influencia de los factores contextuales, tanto en el total de la muestra como en los grupos de bajo y alto desempeño. El modelo multivariado permite evaluar el grado de correlación entre los desempeños de ambos grupos.

La partición de la muestra en los dos grupos de desempeño –bajo y alto– permite utilizar tanto un modelo multinivel univariado como uno multivariado. En los dos grupos definidos, los desempeños son independientes para el estudiante, pero para el colegio estos desempeños están correlacionados; la evaluación de esta justifica el utilizar el modelo lineal jerárquico multivariado.

El modelo lineal jerárquico permite evaluar las diferencias en los desempeños entre los estudiantes y entre las escuelas, y se define como:

$$\begin{aligned}
 y_{ij} &= \beta_{0j} + \sum_{k=1}^K \beta_{kj} \mathbf{X}_{kij} + \varepsilon_{ij} \\
 \beta_{0j} &= \beta_0 + u_{0j} \\
 \beta_{kj} &= \beta_k + u_{kj} \\
 u_{kj} &\sim N(0, \sigma_u^2) \quad \text{y} \quad \varepsilon_{ij} \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)
 \end{aligned} \tag{5}$$

Donde: Y_{ij} corresponde a los desempeños en la prueba Matemáticas en los diferentes grupos (muestra completa, bajo desempeño y alto desempeño); la matriz X_{ij} contiene la información que explica las variaciones en los diferentes niveles de desempeño; los términos u_{0j} , u_{kj} y ε_{ij} son las perturbaciones aleatorias, independientes entre sí, cada una sigue una distribución normal con media cero y varianza constante.

Son varias las limitaciones en la información, lo que restringe la utilización de algunos modelos. Primera, la partición de la muestra en los grupos de bajo y alto desempeño no permite aplicar el mismo modelo al resto de los datos; los ubicados en el centro, este grupo además de presentar desempeños muy similares, presenta características igualmente muy similares. Segunda, una muestra muy pequeña o con características muy similares implica poca variabilidad entre las observaciones en especial para escuelas; luego al estimar por mínimos cuadrados generalizados iterados (IGLS, por su sigla en inglés), se rechaza la hipótesis de no independencia para escuelas. La alternativa de utilizar el modelo de componentes de varianza multivariado definido en Goldstein (2011) se da por el interés de estimar la correlación de los desempeños entre las escuelas en ambos grupos de desempeño.

El modelo se define:

$$\begin{aligned}
 Y_{1ij} &= \mathbf{X}_{1ij} \beta_{1j} + u_{1j} + \varepsilon_{1ij} \\
 Y_{2ij} &= \mathbf{X}_{2ij} \beta_{2j} + u_{2j} + \varepsilon_{2ij} \\
 \begin{pmatrix} u_{1j} \\ u_{2j} \end{pmatrix} &\sim N(0, \Omega_u), \Omega_u = \begin{pmatrix} \sigma_{u1}^2 & \sigma_{u12} \\ \sigma_{u21} & \sigma_{u2}^2 \end{pmatrix} \\
 \begin{pmatrix} \varepsilon_{1ij} \\ \varepsilon_{2ij} \end{pmatrix} &\sim N(0, \Omega_\varepsilon), \Omega_\varepsilon = \begin{pmatrix} \sigma_{\varepsilon1}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{\varepsilon2}^2 \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{6}$$

Donde el subíndice 1 corresponde a los alumnos clasificados con desempeño bajo y el subíndice 2 a los de desempeño alto; X_{kij} es el vector de información que influencia la probabilidad de pertenecer a un determinado nivel de desempeño.

El análisis del problema propuesto inicia con la construcción de las variables a tener en cuenta en el estudio; luego se construyen las estadísticas descriptivas de las variables para después realizar las estimaciones de los modelos multinivel.

4. DESCRIPCIÓN DE LA MUESTRA

La prueba PISA diseñada por la OECD² permite hacer un estudio comparativo de los logros de los jóvenes de 15 años de edad. En total, participaron 65 países, entre ellos Colombia, en donde se evaluaron 9.073 estudiantes pertenecientes a 352 instituciones. La prueba que evalúa tres competencias clave (matemáticas, lectura, y ciencias) en el año 2012 tuvo énfasis en el área de matemáticas, lo que quiere decir que a los estudiantes se les evalúa un amplio número de características que se considera inciden sobre el desempeño en matemáticas.

El análisis preliminar del comportamiento por niveles de desempeño en matemáticas, según la clasificación de la OECD (véase tabla 1), evidencia la alta proporción de alumnos, 70,62%, que alcanzan puntajes por debajo del umbral inferior definido por la OECD (420 puntos), porción denotada como de nivel bajo; una porción también alta, 19,65%, se ubica en el nivel dos (nivel medio) y solo cerca del 10% obtiene resultados comparables con los alcanzados en los países desarrollados con puntajes superiores a 482, porción definida como nivel alto.

Tabla 1. Proporción de estudiantes por niveles de desempeño en matemáticas

| Puntaje mínimo | Nivel | Número de estudiantes | Porcentaje | Porcentaje acumulado |
|----------------|-------|-----------------------|------------|----------------------|
| Menor a 358 | 0 | 3352 | 36,94 | 33,94 |
| 358 – 419,9 | 1 | 3055 | 33,67 | 70,62 |
| 420 – 481,9 | 2 | 1783 | 19,65 | 90,27 |
| 482 – 544,9 | 3 | 671 | 7,40 | 97,66 |
| 545 – 606,9 | 4 | 178 | 1,96 | 99,63 |
| 607 – 668,9 | 5 | 31 | 0,34 | 99,97 |
| 669 o más | 6 | 3 | 0,03 | 100,00 |

Fuente: PISA 2012. Cálculos de los autores

² Los datos utilizados son de acceso público. No obstante, en caso de requerir la base de datos utilizada en las estimaciones, pueden solicitarla al correo: juan.correa@correounivalle.edu.co

El conjunto de variables seleccionadas para explicar el desempeño en la prueba tiene en cuenta aspectos del estudiante y de su entorno familiar, así como de la institución educativa a la que pertenece. El hogar y su entorno, así como el de la institución, son los factores que mayor influencia tienen sobre el desempeño académico. La dificultad que tiene intervenir el hogar, dada su heterogeneidad, convierte al colegio en el mejor escenario hacia donde se deben apuntar las políticas de mejoramiento de la calidad de la educación.

Como medida de las variaciones por colegio, el tipo de institución, variable cualitativa que define la titularidad del colegio³ –privado independiente, privado en concesión o público– toma como referencia los colegios privados independientes. El ambiente del aprendizaje escolar dentro y fuera del aula de clase es una de las características que incide de forma directa sobre el desempeño de los estudiantes; una medida de percepción desde el punto de vista del director del colegio está dada en el Índice de clima escolar (*Studlim*; se espera que un mejor ambiente escolar represente una ganancia en los resultados en la prueba tanto para estudiantes como para colegios.

Para estudiantes, son tenidos en cuenta: el nivel socioeconómico, factores sociodemográficos como el género y la estructura familiar, además de una medida de interacción en el aula y las autopercepciones de los estudiantes. El índice de nivel social, económico y cultural (ISEC) es un índice estandarizado, construido con media cero y desviación estándar uno; para los países de la OECD se espera que un incremento en el índice propicie un aumento en el desempeño. La brecha entre hombres y mujeres en el desempeño es medida a partir de la variable sexo, variable dicotómica que toma el valor uno si es hombre, y cero si es mujer. La estructura familiar mide si el estudiante vive en un hogar nuclear; luego la variable, *fnuclear* toma el valor uno si el hogar es nuclear, y cero, en otro caso.

El índice de los compañeros de clases (*Efecto par*) se construye como el promedio del ISEC por colegio menos el efecto del estudiante *i*. Este índice mide el efecto sobre el desempeño del estudiante de los procesos de interacción dentro del aula de clase.

³ Cuando una entidad territorial certificada presenta insuficiencia o limitaciones en su sistema educativo oficial a través de los establecimientos educativos, esta puede contratar la prestación del servicio educativo con entidades particulares, Ley 1294 de 2009. Para adelantar el proceso de contratación, el Decreto 2355 del 2009 establece 3 modalidades de contratación:

- Concesión del servicio educativo con aporte de infraestructura física y dotación.
- Contratación de la prestación del servicio educativo por un año lectivo para determinado número de estudiantes.
- Administración del servicio educativo con las iglesias, donde la entidad territorial podrá aportar infraestructura física, docentes y personal administrativo.

Por tanto, adicional a las instituciones públicas y privadas, ya definidas, se genera otro tipo de institución que es llamada institución privada en concesión.

El autoconcepto se define como las autopercepciones que los individuos construyen a través de las experiencias con el ambiente en el que se desenvuelven, como plantean Shavelson, Hubner y Stanton (1976). La latente simultaneidad del autoconcepto con el desempeño académico invita a construir el instrumento índice de autoconcepto general que será utilizado en lugar del índice calculado por la OECD. También se incluyen como regresoras las interacciones entre los índices de efecto par, autoconcepto y clima escolar con el tipo de institución, con el fin de evaluar el efecto diferencial de estas variables sobre el desempeño de los estudiantes que pertenecen a estos colegios.

Análisis descriptivo

La relación entre el desempeño en matemáticas con el sexo del estudiante y la titularidad del colegio se explora en la tabla 2. Por titularidad, el desempeño de los colegios privados independientes, en promedio fue 88,3 puntos más alto que el de los privados en concesión, y de 76,7 que el de los públicos, diferencia que permanece constante entre los colegios al considerar el sexo: 88,4 y 77,1 puntos, respectivamente (hombres), y 88,8 y 77,7 puntos, respectivamente (mujeres), siempre a favor de los privados. Por sexo, los hombres con un diferencial de 25,7 puntos, en promedio, respecto a las mujeres, presentan los mejores desempeños, condición que se conserva en los tres tipos de instituciones, privados independientes, en concesión y públicos. La brecha entre hombres y mujeres fluctúa alrededor de 26 puntos en los tres tipos de colegios, pero los privados independientes presentan la mayor variabilidad en los desempeños, seguido de los públicos, en especial en el grupo de los hombres.

Tabla 2. Desempeño en matemáticas según tipo de colegio y sexo

| <i>Variab</i> les | <i>Estadísticos</i> | <i>Privados independiente</i> | <i>Privados en concesión</i> | <i>Públicos</i> | <i>Total</i> |
|-------------------|---------------------|-------------------------------|------------------------------|-----------------|--------------|
| Mujer | Promedio | 441,1 | 352,3 | 363,4 | 371,4 |
| | Desv. estándar | 70,9 | 58,7 | 60,1 | 66,2 |
| | observaciones | 532,0 | 321,0 | 3.846,0 | 4.699,0 |
| Hombre | Promedio | 467,0 | 378,6 | 389,9 | 397,1 |
| | Desv. estándar | 78,3 | 63,3 | 66,0 | 71,3 |
| | observaciones | 412,0 | 261,0 | 3.338,0 | 4.011,0 |
| Total | Promedio | 452,4 | 364,1 | 375,7 | 383,3 |
| | Desv. estándar | 75,3 | 62,1 | 64,3 | 69,8 |
| | observaciones | 944,0 | 582,0 | 7.184,0 | 8.710,0 |

Fuente: PISA 2012. Cálculos de los autores

La evaluación de la relación del ISEC con el desempeño en matemáticas se analiza en el gráfico 1. Las líneas horizontales en cada diagrama representan los promedios de los países de la OECD (494 puntos), de Colombia (376 puntos) y los diferentes niveles de desempeño. Asimismo, las líneas verticales indican el valor promedio del ISEC para los estudiantes colombianos, para los países de la OECD (-1,12 y 0, respectivamente) y para algunos percentiles (p25, p50, p75 y p90); los diagramas se observan por tipo de colegio (privado independiente, en concesión y público).

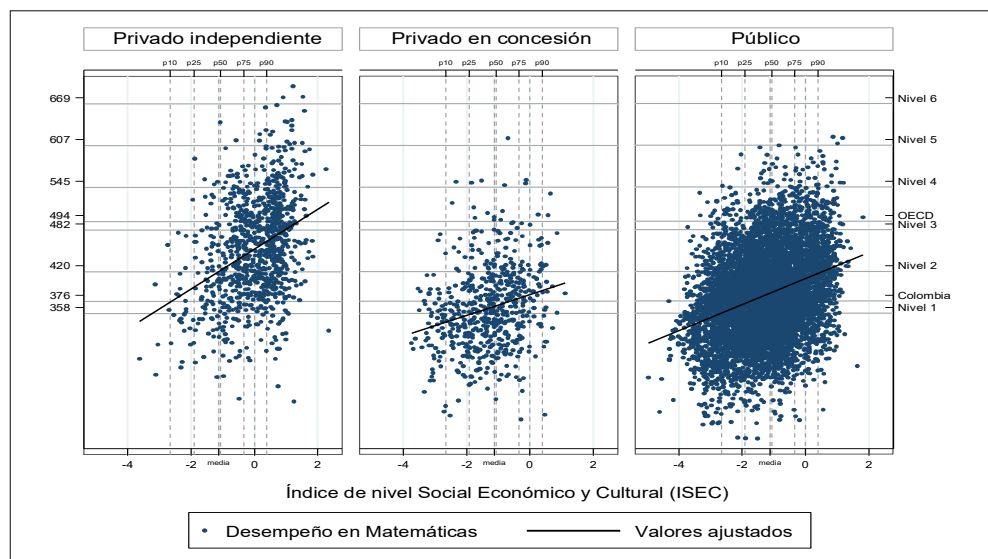
La relación positiva que describen los diagramas en el gráfico 1 indica que un incremento en el ISEC de los estudiantes conduce a un aumento del desempeño en matemáticas en los tres tipos de colegios. Pero, dado que el comportamiento de los desempeños en los colegios privados independientes presenta valores más altos en el ISEC –gran proporción por encima del valor medio de -1,2 y que supera el percentil 90– se espera una mayor influencia en el grupo de alto desempeño.

En los colegios privados en concesión se observa un reducido número de estudiantes con ISEC en el percentil 90, así como el bajo número que alcanza desempeños en el nivel 4 o más alto. Deducciones similares se obtienen a partir del diagrama de los colegios privados, aunque en este grupo la alta proporción de estudiantes permite una participación más nutrida tanto en el percentil 90 como en el nivel 4 de desempeño. En la parte baja de la distribución, los puntos ubicados en la región delimitada por los desempeños por debajo a 420 puntos e ISEC inferiores a -1,2 deja ver bajos niveles socioeconómicos asociados a bajos desempeños en matemáticas. Pero ¿qué tanto de esta relación en realidad se debe a las características del hogar?

Los diagramas permiten concluir que los hogares en donde los padres presentan bajos niveles de educación, empleos de baja calidad y carencias en el hogar, presentan una escasa influencia sobre el desempeño del estudiante. Preocupa que la gran mayoría de estos estudiantes, con estas características, estén matriculados en los colegios públicos y en los privados en concesión.

El efecto de las interacciones dentro del aula de clases se evalúa a partir del efecto de los pares, variable proxy de la dotación de capital social y cultural del estudiante dentro del colegio. Los puntos en el gráfico 2 describen las altas diferencias en las dotaciones de capital social y cultural de los estudiantes de los colegios privados independientes, privados en concesión y públicos. La tendencia creciente descrita por los puntos en los tres diagramas indica que los procesos de interacción en el aula tienen un efecto positivo sobre el desempeño.

Gráfico 1. Desempeño en matemáticas versus el ISEC, según tipo de colegio

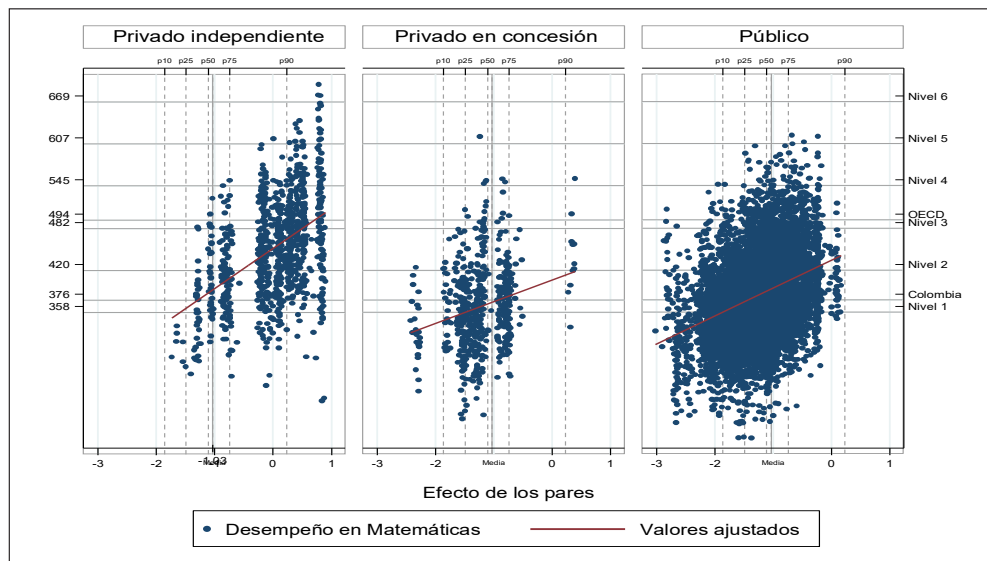


Fuente: PISA 2012. Cálculo de los autores

En los colegios privados independientes, la interrelación entre el efecto de los pares y el desempeño se describe en la intercepción de las líneas del percentil 90 del efecto par y los desempeños superiores a 420 puntos (gráfico 2). La fuerte pendiente de la línea de ajuste evidencia la importancia de altas dotaciones de capitales tanto sociales como culturales; estos proporcionan algunas ventajas al estudiante según pertenezca a las comunidades en las cuales interactúa con compañeros con similares niveles de dotación y desempeño. Un comportamiento muy diferente se observa en el diagrama de los estudiantes pertenecientes a los colegios privados en concesión: la mayoría se ubica por debajo del percentil 75 con desempeños inferiores a 420 puntos –niveles 1 y 2 de desempeño–; en este grupo la línea de ajuste deja ver un menor aprovechamiento de las interacciones entre los compañeros en el aula.

En los colegios públicos, la relación describe mayor proporción de estudiantes con niveles de desempeño inferiores a 482 puntos. La baja pendiente de la línea de ajuste describe el leve aporte del efecto de los pares en los resultados en la prueba. El otro grupo definido por los estudiantes con desempeño superior a 482 puntos o de alto desempeño indica la existencia de una alta proporción de colegios públicos en los cuales los procesos de interacción en el aula tienen una contribución positiva sobre los logros académicos.

Gráfico 2. Distribución del desempeño en matemáticas versus efecto par, según tipo de colegio

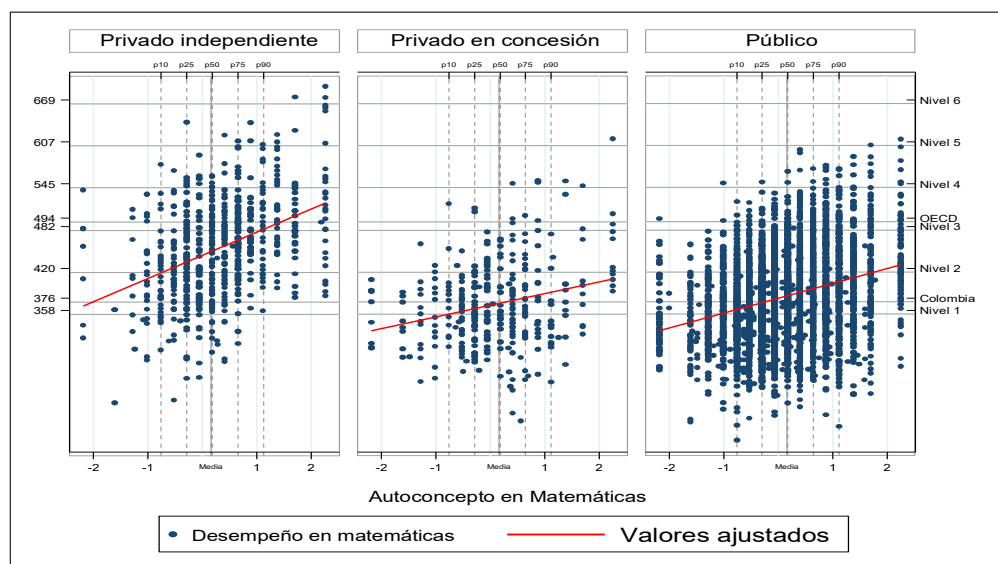


Fuente: PISA 2012. Cálculo de los autores

La tendencia creciente en la gráfica 2 describe la influencia positiva que tienen los efectos contextuales sobre el desempeño; esta indica que los estudiantes que provienen de hogares con ventajas o desventajas sociales y culturales se relacionan en el colegio con pares que provienen de hogares con similares características. Bourdieu (2000) y Coleman (1988) afirman que el capital social afecta el desempeño individual y tiende a ser similar al desempeño del grupo de referencia. Según Benabou (1993), un estudiante en una clase con alumnos de alto desempeño tendrá que trabajar menos para adquirir un nivel adecuado de educación, comparado con el caso de estar en una clase con compañeros poco motivados.

La influencia del autoconcepto sobre el desempeño en la prueba según el tipo de colegio, gráfico 3, muestra que las autopercepciones del estudiante respecto al desempeño de sus compañeros de clase como al suyo propio en las otras áreas tiene una influencia positiva en matemáticas, de forma especial en los colegios privados independientes. En los colegios privados en concesión, así como en los públicos, la pendiente de la línea de ajuste es bastante suave, lo cual indica que el aporte del autoconcepto en matemáticas en el desempeño es muy leve.

Gráfico 3. Distribución del desempeño en matemáticas versus autoconcepto, según tipo de colegio

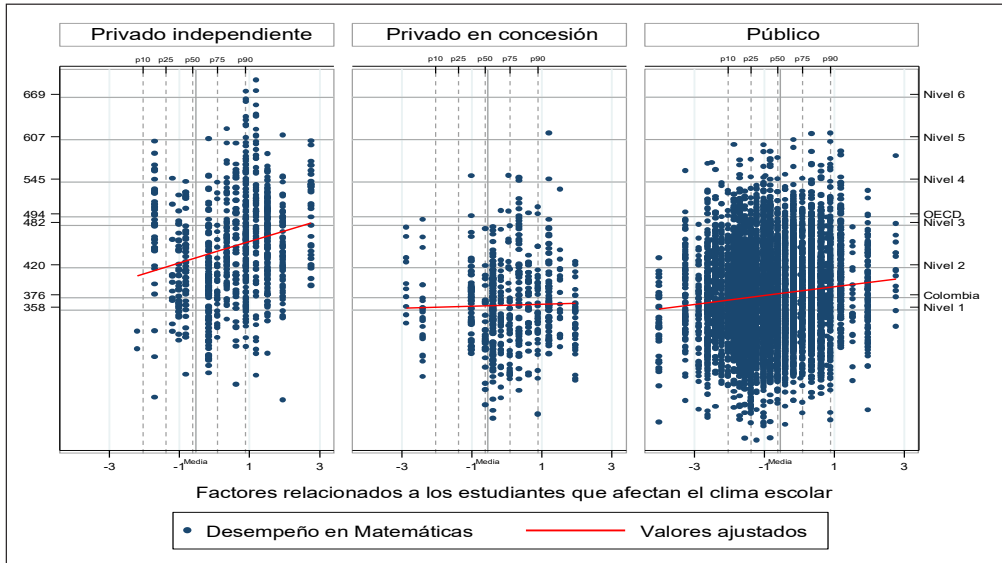


Fuente: PISA 2012. Cálculos de los autores

El clima escolar pondera características que hacen referencia al comportamiento de los estudiantes que podrían obstaculizar su proceso de aprendizaje: faltar, escaparse o llegar tarde a clase; faltas de respeto al profesor; consumo de alcohol o drogas y *bullying*, entre otros. Se espera que un mayor valor en el índice de clima escolar aporte de manera positiva en el desempeño de los estudiantes, lo cual se evidencia en las pendientes de la línea de ajuste en cada tipo de colegio, y es mayor para los colegios privados independientes.

Al segmentar por tipo de colegio, se observa que condiciones más favorables en los componentes del índice de clima escolar tienen un mayor aporte en el desempeño del estudiante y que la contribución más baja se observa en los colegios privados en concesión, seguido de los públicos. La pendiente de la línea de ajuste es mayor en los colegios privados independientes; le siguen los públicos y por último los privados en concesión; una pendiente más alta indica un ambiente académico con mayores y mejores condiciones para la docencia.

Gráfico 4. Distribución del desempeño en matemáticas versus clima escolar, según tipo de colegio



Fuente: PISA 2012. Cálculos de los autores

5. ESTIMACIÓN

Esta sección presenta los resultados de las estimaciones del modelo definido en la sección 4, modelo que es estimado para tres grupos: la muestra completa de estudiantes y los grupos de desempeño bajo y alto. En cada grupo se evalúa la magnitud y la dirección del efecto de las variables sobre el desempeño en matemáticas, además de la proporción de variabilidad explicada por las escuelas.

5.1. Modelos: muestra completa y grupos de bajo y alto desempeño

El proceso de estimación parte del modelo nulo –sin covariables– que permite calcular la variación total en cada una de las partes estocásticas del modelo; luego se introducen los conjuntos de variables y se evalúa su efecto sobre el rendimiento en matemáticas, así como el aporte a la explicación de la variabilidad del término de error en cada nivel de jerarquía. Esta estructura establece la estimación de seis modelos que se presentan en las tablas 3 y 4. Los coeficientes de las variables que resultan significativas en cada modelo reflejan la influencia de la variable en la explicación del desempeño académico.

Los resultados de la estimación para los tres grupos –muestra completa y grupos de bajo y alto desempeño– se presentan en las tablas 3 y 4. El modelo 1 indica que el promedio global para Colombia en la prueba de Matemáticas fue de 381,8 puntos, con desviación estándar de 2,58. La variación del desempeño entre escuelas fue evaluada a partir del intervalo del 95% de confianza que toma valores entre 288,6 y 475,0 puntos, e indica que, en la muestra completa, el desempeño promedio de las escuelas toma valores que no superan el nivel 2 dentro de la clasificación PISA. En los grupos de bajo y alto desempeño, el promedio global fue de 352,5 y 517,6 con desviaciones estándar de 1,31 y 1,71 puntos, respectivamente. Los intervalos del 95% de confianza evidencian la realidad de los resultados promedio, desempeño bajo (309,1; 395,8 puntos) y desempeño alto (488,6; 546,6 puntos); el primer grupo no supera el valor umbral del nivel bajo, mientras que el segundo alcanza promedios comparables a los obtenidos en los países desarrollados. La distancia entre los límites superior e inferior indica la concentración en el interior de los grupos, mientras que en la muestra completa la distancia es muy amplia (186,5 puntos); en los grupos de bajo y alto desempeño hay mayor similitud, 86,7 y 58,0 puntos, respectivamente.

La correlación intraclase que mide la proporción de la variación de los resultados que es atribuible a las diferencias entre los colegios valida la hipótesis de que Colombia tiene un sistema educativo con altos niveles de segregación. Mientras en la muestra completa el 42,0% de las diferencias se les atribuye a las escuelas, en el grupo de bajo desempeño esta explica solo el 22,9% y en las de alto se reduce al 16,4%. Esta medida indica que, los estudiantes que provienen de hogares con alto nivel socioeconómico asisten a colegios con compañeros de idéntica condición social; por su parte, a los colegios con desventajas socioeconómicas asisten alumnos que provienen de hogares con similares condiciones.

Los factores sociodemográficos son incluidos en el modelo 2. La variable de sexo (hombre) indica el efecto diferencial en el desempeño a favor de los hombres. En promedio, en la muestra completa los hombres alcanzaron 26,1 puntos más que las mujeres en la prueba de Matemáticas. En los grupos de desempeño bajo y alto, aunque la magnitud de la brecha es más pequeña, la dirección permanece igual (10,8 y 9,2 puntos respectivamente), resultado similar al obtenido en el análisis descriptivo.

Tabla 3. Modelos multinivel univariados estimados: muestra completa y grupos de desempeño bajo y alto

| Variables | Modelo 1 | | | Modelo 2 | | | Modelo 3 | | |
|----------------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|----------------------|
| | Muestra completa | Grupo bajo desempeño | Grupo alto desempeño | Muestra completa | Grupo bajo desempeño | Grupo alto desempeño | Muestra completa | Grupo bajo desempeño | Grupo alto desempeño |
| Parámetros de efectos fijos | | | | | | | | | |
| Constante | 381,8 (2,58)*** | 352,5 (1,31)*** | 517,6 (1,71)*** | 367,7 (2,67)*** | 346,1 (1,48)*** | 513,7 (3,30)*** | 417,9 (6,36)*** | 358,4 (4,51)*** | 521,6 (6,60)*** |
| Sexo: hombre | | | | 26,1 (1,35)*** | 10,8 (1,16)*** | 9,2 (2,91)*** | 26,3 (1,37)*** | 11,0 (1,17)*** | 10,0 (2,90)*** |
| Hogar nuclear | | | | 12,1 (1,32)*** | 9,8 (1,14)*** | -2,9 (2,65) | 12,4 (1,36)*** | 9,4 (1,15)*** | -2,1 (2,74) |
| Pre primaria | | | | | | | 7,7 (2,07)*** | 7,7 (1,68)*** | 2,1 (5,64) |
| Colegio privado en concesión | | | | | | | -75,4 (9,43)*** | -24,6 (5,94)*** | -8,9 (8,56) |
| Colegio público | | | | | | | -65,4 (6,37)*** | -20,4 (4,34)*** | -17,3 (3,57)*** |
| Parámetros de efectos aleatorios | | | | | | | | | |
| Varianza 2do. nivel | 2.172,9 (176,2)*** | 469,6 (45,39)*** | 210,0 (38,73)*** | 1.918,5 (160,1)*** | 379,3 (40,16)*** | 227,2 (42,01)*** | 1.157,9 (105,8)*** | 330,4 (36,35)*** | 121,9 (30,29)*** |
| | 3.004,3 (45,49)*** | 1.583,0 (28,78)*** | 1.074,1 (53,84)*** | 2.809,5 (47,72)*** | 1.434,1 (30,21)*** | 1.064,7 (55,33)*** | 2.802,3 (48,89)*** | 1.420,8 (30,35)*** | 993,6 (55,56)*** |
| Estadísticos | | | | | | | | | |
| Log de verosimilitud | -49.705,5 | -32.996,3 | -4.385,6 | -39.711,4 | -24.834,7 | -4.122,6 | -37.606,3 | -24.051,4 | -3.478,3 |
| BIC | 99.438,4 | 66.018,9 | 8.791,6 | 79.467,2 | 49.711,9 | 8.278,9 | 75.283,4 | 48.170,4 | 7.009,1 |
| ICC | 42,0 % | 22,9 % | 16,4 % | 40,6 % | 20,9 % | 17,6 % | 29,2 % | 18,9% | 10,9% |
| Nro. de estudiantes | 9.073 | 6.407 | 883 | 7.284 | 4.865 | 830 | 6.913 | 4.719 | 708 |
| Nro. de escuelas | 352 | 346 | 201 | 352 | 345 | 199 | 333 | 328 | 187 |

Notas: Valores *t* entre paréntesis

Probabilidades *p*: * Significativo al 10%; ** Significativo al 5%; *** Significativo al 1%.

Fuente: PISA 2012. Cálculos de los autores

Tabla 4. Continuación. Modelos multinivel univariados estimados: muestra completa y grupos de desempeño bajo y alto

| Variables | Modelo 4 | | | Modelo 5 | | | Modelo 6 | | |
|---|--------------------|----------------------|----------------------|--------------------|----------------------|----------------------|--------------------|----------------------|----------------------|
| | Muestra completa | Grupo bajo desempeño | Grupo alto desempeño | Muestra completa | Grupo bajo desempeño | Grupo alto desempeño | Muestra completa | Grupo bajo desempeño | Grupo alto desempeño |
| Parámetros de efectos fijos | | | | | | | | | |
| Constante | 423,7 (5,6)*** | 364,8 (4,10)*** | 518,3 (6,47)*** | 413,1 (5,90)*** | 360,4 (5,22)*** | 510,4 (8,25)*** | 406,4 (6,50)*** | 355,8 (5,61)*** | 510,0 (8,74)*** |
| Sexo: hombre | 24,9 (1,35)*** | 10,4 (1,15)*** | 11,2 (2,85)*** | 21,6 (1,62)*** | 10,2 (1,42)*** | 9,8 (3,41)*** | 21,6 (1,62)*** | 10,2 (1,42)*** | 9,1 (3,43)*** |
| Hogar nuclear | 11,0 (1,34)*** | 8,5 (1,14)*** | -2,6 (2,72) | 10,9 (1,59)*** | 9,2 (1,39)*** | -3,7 (3,28) | 10,9 (1,60)*** | 9,3 (1,40)*** | -3,7 (3,29) |
| Pre primaria | 3,6 (2,05)* | 4,7 (1,68)*** | 0,8 (5,58) | 4,3 (2,41)* | 6,5 (2,02)*** | -1,3 (6,58) | 4,4 (2,42)* | 6,7 (2,03)*** | -1,0 (6,55) |
| Colegio privado en concesión | -26,6 (15,91)* | -4,6 (11,40) | 6,9 (16,96) | -11,6 (16,64) | -1,4 (12,47) | 31,7 (26,16) | -5,6 (16,82) | 2,9 (12,61) | 30,4 (26,21) |
| Colegio público | -18,6 (6,34)*** | 4,8 (4,56) | -5,1 (5,27) | -12,2 (6,90)* | 6,5 (5,53) | -0,8 (7,55) | -4,4 (7,43) | 11,7 (5,88)** | -0,1 (8,11) |
| ISEC | 11,1 (0,72)*** | 6,5 (0,61)*** | 4,2 (1,54)*** | 9,3 (0,85)*** | 6,0 (0,74)*** | 1,8 (1,93) | 9,3 (0,85)*** | 6,0 (0,74)*** | 1,2 (1,95) |
| Efecto par y la interacción con el tipo de colegio | | | | | | | | | |
| Efecto par | 44,5 (7,89)*** | 8,9 (5,81) | 17,4 (5,88)*** | 40,3 (8,25)*** | 2,0 (6,29) | 23,3 (7,47)*** | 37,0 (8,40)*** | -3,2 (6,72) | 24,6 (7,55)*** |
| | -14,9 (14,20) | 3,0 (10,09) | -7,8 (17,05) | -9,6 (14,53) | 6,6 (10,46) | -3,7 (21,60) | -6,9 (14,60) | 11,8 (10,72) | 1,9 (21,97) |
| Público y Efecto par | -18,4 (8,48)** | 6,3 (6,11) | -11,7 (7,11) | -14,0 (8,81) | 13,4 (6,56)** | -16,9 (8,87)* | -11,4 (8,96) | 18,1 (6,99)** | -18,7 (8,96)** |
| | | | | | | | | | |
| Autoconcepto y la interacción con el tipo de colegio | | | | | | | | | |
| Autoconcepto | | | | 51,8 (15,22)*** | 27,2 (20,19) | 19,2 (16,36) | 53,8 (16,46)*** | 22,3 (20,60) | 18,0 (16,75) |
| | -47,5 (27,06)* | | | -47,5 (27,06)* | -43,9 (27,88) | -59,7 (63,06) | -49,0 (27,21)* | -39,0 (28,23) | -25,6 (66,52) |
| Público y Autoconcepto | | | | -21,5 (16,24) | -14,2 (20,77) | -16,0 (21,14) | -23,8 (16,47) | -9,9 (21,16) | -14,8 (21,39) |
| | | | | | | | | | |
| Clima escolar y la interacción con el tipo de colegio | | | | | | | | | |
| Clima escolar | | | | | | | 10,9 (4,45)** | 8,0 (3,91)** | 1,1 (3,02) |
| | | | | | | | | | |

| Variables | Modelo 4 | | | Modelo 5 | | | Modelo 6 | | |
|----------------------------------|-----------------------|-----------------------|----------------------|-----------------------|-----------------------|----------------------|-----------------------|-----------------------|----------------------|
| | Muestra completa | Grupo bajo desempeño | Grupo alto desempeño | Muestra completa | Grupo bajo desempeño | Grupo alto desempeño | Muestra completa | Grupo bajo desempeño | Grupo alto desempeño |
| En concesión y Clima escolar | | | | | | | -13,7 (6,89)** | -8,0 (5,26) | 13,2 (10,22) |
| Público y Clima escolar | | | | | | | -8,6 (4,74)* | -6,3 (4,04) | 0,3 (3,69) |
| Parámetros de efectos aleatorios | | | | | | | | | |
| Varianza 2do. nivel | 648,3 (64,51)*** | 202,5 (25,51)*** | 86,3 (26,08)*** | 602,2 (65,15)*** | 163,8 (26,34)*** | 121,7 (40,55)*** | 592,4 (62,76)*** | 162,3 (26,23)*** | 120,8 (40,96)*** |
| Varianza 1er. nivel | 2.727,0 (47,62)*** | 1.391,8 (29,77)*** | 980,8 (54,69)*** | 2.389,9 (53,06)*** | 1.278,4 (35,28)*** | 916,7 (65,67)*** | 2.390,3 (70,45)*** | 1.278,9 (35,38)*** | 904,8 (65,65)*** |
| Estadísticos | | | | | | | | | |
| Log de verosimilitud | -37.371,3 | -23.894,9 | -3.466,7 | -23.556,9 | -14.891,6 | -2.249,3 | -23.383,8 | -14.805,8 | -2.202,5 |
| BIC | 74.848,7 | 47.891,5 | 7.012,1 | 47.248,1 | 29.911,1 | 4.596,6 | 47.348,0 | 29.763,4 | 4.521,2 |
| ICC | 19,2 % | 12,7 % | 8,1 % | 20,1 % | 11,4 % | 11,7 % | 19,9 % | 11,2 % | 11,8 % |
| Nro. de estudiantes | 6.901 | 4.708 | 708 | 4.394 | 2.957 | 461 | 4.362 | 2.940 | 452 |
| Nro. de escuelas | 333 | 328 | 187 | 332 | 327 | 153 | 330 | 325 | 152 |

Notas: Valores t entre paréntesis

Probabilidades p: * Significativo al 10%; ** Significativo al 5% *** Significativo al 1%

Fuente: PISA 2012. Cálculos de los autores

La estructura familiar del estudiante es un reflejo del potencial acompañamiento de los padres en el proceso de aprendizaje. Los resultados obtenidos con base en la muestra completa y en el grupo de bajo desempeño están en la línea de los hallazgos de Astone y McLanahan (1991). Pertenecer a un hogar nuclear aporta en promedio 12,1 y 9,8 puntos al desempeño, respectivamente, lo que confirma la importancia del acompañamiento en las tareas escolares. Sin embargo, en el grupo de alto desempeño este efecto es no significativo, resultado que no sorprende, dado que este grupo de estudiantes llegan al proceso con más y mejores *habitus* y, por lo general asisten a colegios con mejor dotación e infraestructura y, por tanto, los apoyos académicos son proporcionados en la institución.

La variable preprimaria mide, entre otras cosas, el potencial académico de los estudiantes. Los programas de educación temprana producen efectos no solo cognitivos, sino que ayudan en la formación de características como la socialización, pero estos varían según la condición socioeconómica del estudiante, de acuerdo

con Barnett (1995). Según el modelo, los estudiantes que asistieron a programas de educación temprana presentan ventajas significativas, tanto en la muestra completa como en el grupo de bajo desempeño; el diferencial de 7,7 puntos en ambos modelos así lo muestra, aunque en el grupo de alto desempeño el efecto es no significativo, esto debido a la baja proporción de estudiantes que no se matricularon en preprimaria.

La variable tipo de colegio predice a partir de la muestra completa que los estudiantes que asisten a colegios privados independientes alcanzan en promedio 75,4 puntos más que los de colegios privados en concesión, y 64,5 puntos más que quienes asisten a los públicos. En el grupo de bajo desempeño, los valores estimados muestran una brecha significativa también a favor de los colegios privados independientes, aunque las diferencias son mucho menores, 24,6 y 20,4 puntos respecto a los privados en concesión y a los públicos, respectivamente. Un panorama muy diferente se evidencia en el grupo de alto desempeño, mientras las diferencias respecto a los colegios en concesión son no significativas, dada la escasa representatividad, en relación a los públicos la brecha estimada se reduce en gran proporción. Los resultados confirman los hallazgos del análisis descriptivo.

En el modelo 4 se incluyen las variables de contexto: el índice social, económico y cultural, y el efecto par, así como su interacción con el tipo de colegio. Respecto al nivel socioeconómico, el análisis descriptivo desveló la amplia brecha a favor de los estudiantes con ventajas, resultado ya analizado en la literatura, que es corroborado en las estimaciones tanto en la muestra completa (11,1 puntos) como en los grupos de bajo y alto desempeño (6,5 y 4,2 puntos, respectivamente). La amplia desigualdad de ingresos producto de la segregación ocupacional es quizá la principal causa de estas diferencias, dado que permite inversiones diferenciadas en el desarrollo cognitivo y acceso diferenciado a los recursos familiares y sociales, similar a lo encontrado en Reardon (2012) para Estados Unidos.

El efecto de los pares y su interacción con el tipo de colegio permite medir el efecto de las interacciones dentro del aula de clase de los estudiantes que asisten a instituciones similares. Las estimaciones, al igual que el análisis descriptivo, muestran que la ganancia promedio alcanzada producto del efecto de los pares en el aula de clase es significativa; (Brock & Durlauf, 2001) plantean que esta ganancia depende directamente de las decisiones de los demás en el grupo de referencia de ese individuo, en comparación con el tipo de dependencia que se produce a través de la intermediación del hogar como también del colegio.

El modelo valida la hipótesis de que los estudiantes que asisten a un mismo colegio, en promedio, tienen condiciones sociales y culturales similares, pero,

además, induce que las interrelaciones presentan una influencia positiva sobre los resultados en la prueba, aunque estas solo son significativas en la muestra completa y en el grupo de alto desempeño. No obstante, se presenta el problema descrito en Manski (1993): es imposible identificar si la influencia corresponde a un efecto endógeno, a uno exógeno o si son efectos correlacionados.

Las estimaciones indican que, luego de controlar por las demás características, el efecto directo de un aumento unitario en el efecto par, el estudiante obtiene en promedio 44,5 puntos adicionales en la prueba, cuando se considera la muestra completa. La interacción del efecto par con el tipo de colegio, en este mismo grupo, muestra que al pertenecer a un colegio privado independiente -donde el entorno familiar promedio del alumno es más alto y las dotaciones del colegio son en promedio mejores- el puntaje promedio se incrementa en 14,9 puntos respecto a asistir a un colegio privado en concesión, y de 18,4 puntos si estudia en uno público. De forma similar, en el grupo de alto desempeño, el efecto par proporciona una ganancia promedio de 17,4 puntos. Pero, en el grupo de bajo desempeño el efecto es no significativo, resultado esperado dado el grado de homogeneidad respecto a las condiciones socioeconómicas. La interacción entre el efecto par con el tipo de colegio, en los grupos de bajo y alto desempeño, es no significativa en ambos grupos.

El modelo 5 evalúa la contribución sobre el desempeño del índice de auto-concepto y su interacción con el tipo de colegio. El modelo confirma el aporte positivo de una mayor autopercepción por parte del estudiante sobre el logro en matemáticas; un aumento de una unidad en el índice proporciona en promedio 51,8 puntos adicionales, cuando las demás variables permanecen constantes, aunque en los grupos de bajo y alto desempeño, el aporte de índice sobre el rendimiento pierde relevancia; una explicación es la baja variabilidad de los resultados: en ambos grupos los estudiantes obtienen resultados muy similares como lo indican las estadísticas descriptivas.

El modelo 6 resalta la importancia del clima escolar en el rendimiento académico. Los resultados permiten concluir que fortalecer las normas institucionales con el fin de mejorar el ambiente escolar y, por tanto, el comportamiento de los estudiantes induce una mejora en el proceso enseñanza-aprendizaje. Las estimaciones indican que, tanto en la muestra completa como en el grupo de bajo desempeño, un aumento de una unidad en el índice, *ceteris paribus*, proporciona un incremento en el desempeño promedio de 10,9 y 8,0 puntos, respectivamente. Pero en el grupo de alto desempeño, el resultado es no significativo, resultado que era de esperarse. La interacción de la variable de clima escolar con el tipo de institución permite ver en la

muestra completa una caída en los retornos promedio en ambos tipos de colegios, privados en concesión y públicos, respecto a los privados independientes, aunque al dividir la muestra el efecto es no significativo.

Respecto a la correlación intraclase, las variables incluidas desde el modelo 1 hasta el 7 explican una alta proporción de la variación entre escuelas: cerca del 54 % al utilizar la muestra completa; 44 % en el grupo de bajo desempeño, y 51 % en el de alto desempeño, pero queda por explicar cerca del 50 %. La mayor proporción de las diferencias entre las escuelas es explicada en los modelos 3 y 4, en la muestra completa y en el grupo de alto desempeño, lo que indica que las variables de contexto como el tipo de institución, el nivel socioeconómico y el efecto par, son las que presentan la mayor influencia. En el grupo de bajo desempeño, las brechas entre escuelas son explicadas también por el nivel socioeconómico y el efecto par, pero, además, por el índice de autoconcepto.

5.2. Modelo multivariado para ambos grupos de desempeño

La estimación del modelo multivariado presentado en la tabla 5 utiliza como variables dependientes los resultados en la prueba de matemáticas de los estudiantes clasificados con bajo y alto desempeño. Los coeficientes de este modelo presentan niveles de significancia similares a los obtenidos en los modelos individuales presentados en las tablas 3 y 4; no obstante, la ganancia de la estimación está en que este permite explicar el grado de interrelación de los desempeños entre las escuelas.

La correlación estimada en los seis modelos entre los interceptos en el nivel de escuela es positiva y significativa. Esta es una medida de las amplias diferencias en el desempeño promedio entre los estudiantes con alto y bajo desempeño, a pesar de la alta correlación entre los logros de los estudiantes de alto desempeño y los logros de quienes presentan bajo desempeño. El coeficiente de correlación entre los dos grupos en el nivel escuelas toma, en el modelo 1, el valor de 0,76, y tiende a la unidad en la medida en que se agregan variables al modelo. Este resultado, unido al continuo descenso del coeficiente de correlación intraclase, en más de 10 puntos, equivalentes al 50 % de la variación, evidencia la fuerte desigualdad del sistema educativo colombiano, tanto entre los colegios como dentro de ellos. La amplia variabilidad entre los desempeños promedio no es más que una medida de la segregación del sistema escolar.

Determinar las razones de la amplia variabilidad en los resultados en la prueba dentro de los colegios plantea un amplio tema de estudio, pero no se cuenta con la información que permita realizar un estudio a fondo.

Tabla 5. Modelo multinivel multivariado: grupos de desempeño bajo y alto

| Variables | Modelo 1 | | Modelo 2 | | Modelo 3 | | Modelo 4 | | Modelo 5 | | Modelo 6 | |
|---|----------------|---------------------|----------------|---------------------|----------------|---------------------|----------------|---------------------|----------------|---------------------|----------------|---------------------|
| | Valor Estimado | Desviación estándar | Valor Estimado | Desviación estándar | Valor Estimado | Desviación estándar | Valor Estimado | Desviación estándar | Valor Estimado | Desviación estándar | Valor Estimado | Desviación estándar |
| Parámetros de efectos fijos | | | | | | | | | | | | |
| Estimaciones para el grupo de bajo desempeño | | | | | | | | | | | | |
| Constante | 354,6 | (1,27)*** | 346,6 | (1,63)*** | 359,8 | (4,68)*** | 366,0 | (4,30)*** | 363,9 | (5,17)*** | 360,4 | (5,46)*** |
| Sexo: hombre | | | 12,2 | (1,43)*** | 12,2 | (1,44)*** | 11,7 | (1,42)*** | 10,2 | (1,42)*** | 10,1 | (1,42)*** |
| Hogar nuclear | | | 10,3 | (1,42)*** | 10,3 | (1,44)*** | 9,3 | (1,41)*** | 9,1 | (1,39)*** | 9,3 | (1,40)*** |
| Pre primaria | | | | | 10,0 | (2,06)*** | 6,3 | (2,05)*** | 6,5 | (2,02)*** | 6,7 | (2,03)*** |
| Colegio privado en concesión | | | | | -27,8 | (5,99)*** | -5,4 | (5,63) | 2,6 | (7,13) | 4,7 | (7,29) |
| Colegio público | | | | | -24,0 | (4,34)*** | -1,0 | (4,37) | 1,9 | (5,36) | 5,7 | (5,59) |
| ISEC | | | | | | | 6,3 | (0,75)*** | 6,0 | (0,74)*** | 6,0 | (0,74)*** |
| Efecto par | | | | | | | 13,3 | (1,92)*** | 14,4 | (1,95)*** | 13,7 | (1,98)*** |
| Autoconcepto y la Interacción con el tipo de colegio | | | | | | | | | | | | |
| Autoconcepto | | | | | | | | | 33,4 | (20,08) | 30,4 | (20,41) |
| En concesión y Autoconcepto | | | | | | | | | -50,4 | (27,79) | -47,0 | (28,09) |
| Público y Autoconcepto | | | | | | | | | -20,1 | (20,66) | -17,7 | (20,98) |
| Clima escolar y la Interacción con el tipo de colegio | | | | | | | | | | | | |
| Clima escolar | | | | | | | | | | | 7,3 | (3,70)** |
| En concesión y Clima escolar | | | | | | | | | | | -7,2 | (5,17) |
| Público y Clima escolar | | | | | | | | | | | -5,5 | (3,84) |
| Estimaciones para el grupo de alto desempeño | | | | | | | | | | | | |
| Constante | 511,5 | (2,03)*** | 507,7 | (3,93)*** | 519,3 | (8,03)*** | 517,6 | (7,94)*** | 509,1 | (8,17)*** | 509,2 | (8,72) |
| Sexo: hombre | | | 10,7 | (3,53)*** | 11,2 | (3,56)*** | 11,2 | (3,52)*** | 11,7 | (3,36)*** | 11,3 | (3,39) |
| Hogar nuclear | | | -3,7 | (3,26) | -3,7 | (3,42) | -3,8 | (3,41) | -3,3 | (3,24) | -3,3 | (3,26) |
| Pre primaria | | | | | 1,3 | (6,74) | 0,9 | (6,74) | -0,4 | (6,48) | -0,2 | (6,45) |
| Colegio privado en concesión | | | | | -9,9 | (10,08) | 11,2 | (11,00) | 13,2 | (16,01) | 7,1 | (17,06) |
| Colegio público | | | | | -19,4 | (4,40)*** | 1,0 | (6,45) | 1,7 | (7,39) | 2,6 | (8,00) |
| ISEC | | | | | | | 3,2 | (2,00) | 2,4 | (1,91) | 1,7 | (1,93) |
| Efecto par | | | | | | | 13,4 | (4,40)*** | 13,7 | (4,22)*** | 14,6 | (4,30) |
| Autoconcepto y la Interacción con el tipo de colegio | | | | | | | | | | | | |
| Autoconcepto | | | | | | | | | 16,9 | (16,31) | 14,5 | (16,725) |
| En concesión y Autoconcepto | | | | | | | | | -41,3 | (62,33) | -13,0 | (66,234) |
| Público y Autoconcepto | | | | | | | | | -13,1 | (20,91) | -10,4 | (21,19) |
| Clima escolar y la Interacción con el tipo de colegio | | | | | | | | | | | | |
| Clima escolar | | | | | | | | | | | 1,4 | (3,17) |

| Variables | Modelo 1 | | Modelo 2 | | Modelo 3 | | Modelo 4 | | Modelo 5 | | Modelo 6 | |
|----------------------------------|----------------|---------------------|----------------|---------------------|----------------|---------------------|----------------|---------------------|----------------|---------------------|----------------|---------------------|
| | Valor Estimado | Desviación estándar | Valor Estimado | Desviación estándar | Valor Estimado | Desviación estándar | Valor Estimado | Desviación estándar | Valor Estimado | Desviación estándar | Valor Estimado | Desviación estándar |
| En concesión y Clima escolar | | | | | | | | | | | 8,9 | (9,96) |
| Público y Clima escolar | | | | | | | | | | | -0,4 | (3,79) |
| Parámetros de efectos aleatorios | | | | | | | | | | | | |
| Varianza del segundo nivel | | | | | | | | | | | | |
| Varianza(cons _1) | 390,8 | (41,44)*** | 346,3 | (40,03)*** | 262,2 | (33,61)*** | 155,7 | (24,44)*** | 175,8 | (25,71)*** | 176,8 | (25,87)*** |
| Corr(cons _1,cons _2) | 0,76 | (0,13)*** | 0,74 | (0,13)*** | 0,94 | (0,18)*** | 0,93 | (0,24)*** | 1,00 | (0,21)*** | 1,01 | (0,21)*** |
| Varianza(cons _2) | 294,8 | (74,76)*** | 325,9 | (81,15)*** | 198,4 | (66,15)*** | 146,2 | (58,03)*** | 156,8 | (55,97)*** | 155,4 | (56,33)*** |
| Varianza del primer nivel | | | | | | | | | | | | |
| Varianza(cons _1) | 1474,7 | (34,73)*** | 1355,8 | (36,67)*** | 1355,4 | (37,14)*** | 1324,6 | (36,30)*** | 1277,9 | (35,04)*** | 1278,6 | (35,15)*** |
| Corr(cons _1,cons _2) | 0,0 | (0,000) | 0,0 | (0,000) | 0,0 | (0,000) | 0,0 | (0,000) | 0,0 | (0,000) | 0,0 | (0,000) |
| Varianza(cons _2) | 1096,1 | (72,88)*** | 1063,1 | (73,70)*** | 1019,9 | (76,86)*** | 1015,0 | (76,12)*** | 916,4 | (68,94)*** | 906,9 | (69,01)*** |
| Estadísticos | | | | | | | | | | | | |
| Log de Verosimilitud | -23.031,3 | | -18.242,0 | | -17.320,3 | | -17.204,3 | | -17.140,9 | | -17.009,9 | |
| BIC | 46.121,5 | | 36.574,0 | | 34.778,9 | | 34.579,5 | | 34.517,8 | | 34.304,3 | |
| ICC: modelo bajo desempeño | 20,9 % | | 20,3 % | | 16,2 % | | 10,5% | | 12,1% | | 12,1% | |
| ICC: modelo alto desempeño | 21,2 % | | 23,5 % | | 16,3 % | | 12,6% | | 14,6% | | 14,6% | |
| Nro. de observaciones | 4511 | | 3598 | | 3425 | | 3418 | | 3418 | | 3392 | |
| Nro. de escuelas | 351 | | 350 | | 331 | | 331 | | 331 | | 329 | |

Notas: Valores *t* entre paréntesis

Probabilidades *p*: * Significativo al 10%; ** Significativo al 5%; *** Significativo al 1%

Fuente: PISA 2012. Cálculos de los autores

6. CONCLUSIONES

Los resultados alcanzados en el estudio confirman la importancia de los factores contextuales en el rendimiento académico de los estudiantes de básica secundaria en Colombia; asimismo, dan evidencia del efecto diferencial que tienen estos factores sobre los grupos de estudiantes que se encuentran en condición de bajo o alto desempeño, y de cómo varían, en magnitud, dirección y significancia, según sea el grupo y la institución a la que pertenecen.

El estudio proporciona evidencia estadística de la importancia que tienen el entorno escolar y el entorno familiar sobre el desempeño académico de los estudiantes colombianos. El entorno escolar, medido por los índices de efecto par

y de clima escolar, reafirma la necesidad de fortalecer los procesos de interacción social y cultural en el hogar y en su entorno. También valida la repercusión que tiene el ambiente escolar sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje. Los resultados son significativos en los tres tipos de colegios, aunque el diferencial promedio respecto a los colegios privados independientes es positivo respecto a los públicos, y negativo respecto a los privados en concesión. Este resultado permite concluir que un nivel bajo en el índice de clima escolar tiene contribución incluso negativa sobre el desempeño del estudiante.

El entorno familiar, medido por el ISEC y la estructura familiar, como era de esperarse, tiene una influencia más alta en el grupo de bajo desempeño; en el de alto desempeño, el efecto termina absorbido por el resultado de los pares. La estructura familiar, por su parte, deja en evidencia la importancia que tiene sobre el desempeño que el estudiante haga parte de un hogar biparental.

En el grupo de bajo desempeño, donde las características del hogar influyen de forma positiva, pero donde en promedio se encuentran padres con bajos niveles de educación, acompañados de bajo estatus ocupacional y carencia de recursos económicos y culturales, los resultados indican, según Manski (1993), que el desempeño académico es explicado en una alta proporción por la influencia exógena que ejercen los compañeros de clases sobre un alumno particular. Por el contrario, los estudiantes ubicados en el grupo de alto de desempeño, dado que cuentan con condiciones sociales, económicas y culturales similares, tienden a comportarse de manera similar; además, reciben los mismos beneficios de la escuela, por tanto, en promedio, tienen una alta dotación de *habitus*. Luego en este grupo los logros académicos son explicados por la influencia de efectos correlacionados.

Al considerar la muestra completa, las autopercepciones de los estudiantes, medidas por del índice de autoconcepto, describen una influencia positiva en los colegios privados independientes, y en menor escala en los privados en concesión. Las habilidades cognitivas que afectan características como la motivación, la autoestima y el desarrollo intelectual, presentan diferencias significativas solo en la muestra completa. La partición describe grupos de estudiantes muy homogéneos en cuanto a la parte cognitiva; luego no es posible que el modelo identifique diferencias en los resultados.

Como se observa en diferentes estudios para Colombia, las brechas de género en el rendimiento en matemáticas están a favor de los hombres. En este estudio el diferencial es estable en ambos grupos –bajo y alto desempeño–, en el primer grupo la magnitud de la brecha es un poco más alta. Estas brechas pueden ser

producto de una mezcla de factores sociales, económicos y culturales, asociados con estereotipos y reproducción de roles, que llegan a incidir en las expectativas y motivaciones de los estudiantes.

La alta correlación entre los desempeños promedio de los colegios que se encuentran en los grupos de alto y bajo desempeño, así como la alta correlación intraclase en el modelo inicial dejan en evidencia el alto grado de desigualdad académica no solo entre los colegios sino también dentro de ellos.

Los resultados permiten, además, proponer algunas recomendaciones de política pública y educativa. Son tantos los elementos que inciden en el ambiente y el desempeño escolar que las políticas deben atender a los contextos particulares de los colegios sin caer en posibles generalizaciones sobre el desempeño de los estudiantes, como es el caso de las diferencias por sector, en donde se piensa que los colegios privados obtienen siempre mejores resultados que los públicos, desconociendo las diferencias observadas por grupos en la distribución.

La fuerte segregación observada entre los diferentes tipos de instituciones educativas requiere de políticas enfocadas, inicialmente, a disminuir las brechas entre las escuelas más que dentro de ellas, y a mejorar los recursos educativos de los colegios, aunque su implementación depende de la capacidad generalizada no solo de las entidades territoriales y municipios certificados sino también de las escuelas, dado que hay que tener en cuenta que la capacidad varía de forma amplia tanto entre los municipios como entre las escuelas.

El estudio en su desarrollo hace referencia a las diferencias entre y dentro de las instituciones; no obstante, el análisis de los resultados está dirigido a evaluar las diferencias entre los colegios; solo con la correlación intraclase se analiza la proporción que es explicada por las diferencias entre las escuelas. Por un lado, podría afirmarse que esta es una de las falencias del estudio, ya que los resultados del modelo final indican que aún falta un 19% de variabilidad por explicar. Pero, por otro lado, queda abierta una línea de investigación que permita encontrar los determinantes de estas diferencias.

BIBLIOGRAFÍA

- Arnott, R. y Rowse, J. (1987). Peer group effects and educational attainment. En: Journal of Public Economics, Elsevier, Vol. 32, No. 3, p. 287-305.
- Astone, N. M. y McLanahan, S. S. (1991). Family Structure, Parental Practices and High School Completion. En: American Sociological Review, Vol. 56, No. 3, p. 309-320.
- Barnett, W. S. (1995). Long-Term Effects of Early Childhood Programs on Cognitive and School

- Outcomes. En: The Future of Children, Vol. 5, No. 3, p. 25-50.
- Benabou, R. (1993). Workings of a City: Location, Education, and Production. En: The Quarterly Journal of Economics, Vol. 108, No. 3, p. 619-652.
- Bourdieu, P. (2000). Poder, derecho y clases sociales. 2a Edición, España: Desclée de Brouwer, 232p.
- Brock, W. A. y Durlauf, S. N. (2001). Discrete Choice with Social Interactions. En: The Review of Economic Studies, Vol. 68, No. 2, p. 235-260.
- Coleman, J. (1988). Social Capital in the creation of Human Capital. En: American Journal of Sociology, Vol. 94, p. S95-S120.
- Coleman, J.; Campbell, E.; Hobson, C.; McPartland, J.; Mood, A.; Weinfeld, F. y York, R. (1966). Equality of Educational Opportunity. Washington, D.C.: U.S. Government Printing Office, 746p.
- Cunha, F. y Heckman, J. (2007). The technology of skill formation. En: American Economics Review, Vol. 97, No. 2, p. 31-47.
- Duarte, J. y Bos, M. S. (2012). Desigualdad en los Aprendizajes de los Alumnos Colombianos. En: Aporte No. 17, BID, 8p.
- García J., S.; Maldonado C., D.; Perry R., G.; Rodríguez O., C. y Saavedra C., J. E. (2014). Tras la excelencia docente: cómo mejorar la calidad de la educación para todos los colombianos. Bogotá: Fundación Compartir, 450p.
- Goldstein, H. (2011). Multilevel Statistical Models - 4ta. Ed. Chichester, United Kingdom: John Wiley & Sons Ltda, 384p.
- ICFES (2013). Análisis de las diferencias de género en el desempeño de estudiantes colombianos en matemáticas y lenguaje. Bogotá: Icfes, 168p.
- Ma, X. (2008). Within-School Gender Gaps in Reading, Mathematics, and Science Literacy. En: Comparative Education Review, The University of Chicago Press, Vol. 52, No. 3, august, p. 437-460.
- Manski, C. F. (1993). Identification of Endogenous Social Effects: the Reflection Problem. En: The Review of Economic Studies, Vol. 60, No. 3, p. 531-542.
- OECD (2013). PISA 2012 Results: What Students Know and Can Do – Student Performance in Mathematics, Reading and Science, Volume I, Revised edition. <http://dx.doi.org/10.1787/9789264201118>: OECD Publishing.
- OECD (2016). Revisión de políticas nacionales de educación: la educación en Colombia. OCDE-MINEDUCACIÓN, 336p.
- Reardon, S. (2012). The widening academic achievement gap between the rich and the poor: New evidence and possible explanations. R. Murnane & G. Duncan (Eds.), New York: Russell Sage Foundation Press, 50p.

- Shavelson, R.; Hubner, J. y Stanton, G. (1976). Self-concept: Validation of construct interpretations. En: Review of Educational Research, Vol. 46, No. 3 (Summer), p. 407-441.
- Tramonte, L. y Willms, J. D. (2010). Cultural capital and its effects on education outcomes. En: Economics of Education Review, Vol. 29, No. 2, p. 200–213.
- Vivas P, H. (2008). Educación, background familiar y calidad de los entornos locales en Colombia. Universitat Autònoma de Barcelona (UAB), Departament d'Economia Aplicada: Tesis Doctoral, 295p.
- Vivas P., H.; Correa, J. B. y Domínguez, J. A. (2011). Potencial de logro educativo, entorno socioeconómico y familiar: una aplicación empírica con variables latentes. En: Sociedad y Economía, No. 21, p. 99-124.