声に出して読む数式—その標準化の可能性

植野義明 *

概要

At Mathematics Education Society of Japan, a new research group "Mathematical Reading Aloud SG" was newly established, and the first workshop was held on August 6, 2018. The purpose of this research group is basic research to build a standard for reading mathematical formulas at school based on previous research in educational psychology regarding the educational significance of reading mathematical formulas aloud. Such research is expected to have a direct impact on the educational setting from elementary school to university and should be facilitated by collecting the knowledge and empirical data of many people. In this paper, as a preparation before the above research group starts full-scale, I would like to compare and examine how to read some mathematical formulas included in the curriculum from elementary school to university in Japanese and English.

key words : mathematics education, reading standard, mathematical expressions

1　本稿の目的

数学教育学会において，スタディーグループ「数式音読 SG」が新たに立ち上がり，2018 年 8 月 6 日に第 1 回の研究会が行われた。このスタディーグループでは，数式を声に出して読むこと（音読）の教育的な意義について教育心理学における先行研究 [3, 4] を踏まえつつ，学校現場における数式の読み方のスタンダードを構築するための基礎研究を行うこととされている。このような研究は，小学校から大学までの教育現場に直接的な影響をもつことが予想され，多くの人たちの知見や実証データを集めて進められるべきであろう。そこで，本論考では，小学校から大学までの教育課程に現れるいくつかの数式について日本語と英語による数式の読み方を比較し，上記の研究グループが本格的に始動する前の覚え書きとして，数式の読み方に関する私見を述べてみたい。

* 東京工芸大学工学部工学科　准教授
2019 年 9 月 24 日受理

2　数式の音読をめぐる問題の所在

工学部の 4 年生が質問をするために数学研究室を訪れる場合，その質問は多くの場合，数式の英語での読み方を教えてほしいというものである。4 年生になると，卒業研究などの成果を国際的な学会で発表する機会が生じるが，普段の学部の授業の中では数式の英語での読み方に言及することはほとんどない。工学部の場合，4 年生や修士課程の大学院生から質問される数式の中で特に多いのは，分数や累乗を含む数式である。

母語ではない言語を使用する機会が与えられることによって，数式の読み方というそれまで意識に昇ることが少なかった問題に直面することになる。数式を声に出して読む際にどのように読むべきかは，学生にとってはある段階で習得すべき課題であるが，母語だけを使って学習を進めているとなかなかそこに課題があることを意識しにくい。外国語で発表しなければならない場面に遭遇することによって，それまで見過ごしてきた数式の読み方やその根底にある数式の構造について，改めて考える機会が得られる。本稿では，数式の英語における読み方も参照しながら，日本語における読み方の標準化の可

能性について論ずる。

はじめに述べたように, 近年, 数学教育学会において, 学校教育における数式の読み方を標準化してはどうかという意見が上がり, そのための基礎研究を行うための学会スタディーグループが 2018 年の春に立ち上がって, すでに数回の会合がもたれている。本論考は, 数式の読み方に関する個人的な知見に基づく覚え書きであり, スタディーグループにおいて今後行われる予定の系統的な基礎研究に対する予備的な考察であることをお断りしておきたい。

とくに, 筆者自身は, 数式の読み方を標準化すべきであるか否かについてまだ結論に至っていない。現状では, 学校や教員による数式の読み方のばらつきが散見されるが, この現状に対して標準的な読み方を示すべきであるか否かについて結論を下す前に, まず学校現場の現状について調査することが必要であろう。

数式の読み方に対するばらつきが教育現場の混乱を来たすほどの問題である, あるいは数式の読み方に対する教員の意識の低さが生徒の学習を阻害する要因になっていると認められれば, 標準的な読み方を示すことには一定の意味があるであろう。また, 実際に行われている読み方の中に推奨されるべき読み方が潜在している可能性もある。

さらに, そもそも人間の知能の発達や学習において, 文章を音読することは学習過程のどの段階で現れ, どのような機能を果たしているのだろうか。この点については, これまでの心理学的な研究や実験の成果 [3, 4] があるので, それらを踏まえて考察する必要があるだろう。その際には, （母語および第二言語における）言語獲得および言語習得のプロセスの研究 [6] もまた有力な参考資料になるであろう。数式は厳密な意味では言語であるとは言えないが, その習得過程の一部には第二言語の習得と似た側面があると推測される。

3 いくつかの数式とその読み方

この節では, 数学教育に現れるいくつかの数式の読み方について, これまでの慣習と今後の動向を推測しつつ述べてみたい。

3.1 等号の読み方

等号 $=$ はその左側（左辺）と右側（右辺）が等価であることを表す記号で, この記号が考案される以前は英語のイコール（equal）に相当することばで書かれていた（ヨーロッパで数式のない時代には, 文章が数式の役割を担っていた）。したがって, 等号は動詞であると考えると辻褄（つじつま）が合う。英語で $a = b$ のような等式の後にピリオドを打つ慣習は, その名残であるとも考えられる。数式の中のイコールを扱うときは, 天秤が釣り合っている状態をイメージするとよいかもしれない。

一方, 日本の小学校では $1 + 2 = 3$ のような等式を「イチ足すニはサン」のように習うが, その結果, 等号 $=$ は日本語の格助詞「は」に置き換えて理解されることになる。中学校に上がって, これからは等号を「イコール」と読みましょうといわれても, すでに出来上がったイメージを修正することは困難である。

日本の小学校では $1 + 2 = 3$ のような等式は扱うが, $3 = 1 + 2$ のような等式はあまり扱わない。そのために, イコールの右側には一意的な答えが来ると思ってしまう子どもが多い。「イチ足すニはサン」と読みながら, 子どもの心の中では, 「イチ足すニ（という問題の答え）は, サン（である）」, あるいは, 「イチ足すニ（という式）は,（計算すると）サン（になる）」という意図として読んでいる可能性が高い。日本語の「は」には, 左辺から右辺に向かって, 原因から結果へ, 問題から解答に向かっていく流れが感じられる。

3.2 不等号の読み方

次に, 不等号の読み方について, 日本語での読み方には混乱がある。

たとえば, $5 > 3$ という不等式は, 英語では Five is greater than three. と自然に, 数式どおりの語順で読むことができる。数式と言語のこのような一致は偶然の結果であるかもしれないが, たいへん好都合であることには変わりがない。

一方, 高校時代の数学の時間に不等式 $5 > 3$ を先

生が何と発音していたかを何人かの大学生に尋ねると, まったく相反する 2 通りの答えが返ってくる。多くの学生は「ゴ, 大なりサン」と言っていたと答えるが, 無視できない割合の学生が「ゴ, 小なりサン」と習ったと言うのである。

逆に言うと, 先生が「エックス, 大なりサン」という声が聞こえてきて, 黒板の文字は見えなかったとすると, 先生が伝えたかった数式は「$x > 3$」である可能性が高いが, 「$x < 3$」である可能性も無視できないことになる。

このような混乱は誤解の原因になるので, どちらかの言い方に統一した方がよいことは明らかである。では, なぜこのような混乱が起こるのだろうか。

等号も不等号も二項関係を表す記号である。いま, 等号の場合と同じように, 不等号の場合も左辺が主語を表していると仮定してみよう。すると, たとえば「$x > 3$」という不等式の「$x >$」の部分は「エックスは大きい」と読むことができる。これで主語と動詞が揃ったので, 残りの「3」は欠けている文要素すなわち補語であろうと考えて「サンよりも」と読む。こうして, 「エックスは大きい, サンよりも」という擬文ができ, 語順を整えると「エックスはサンよりも大きい」となる。これは完全な日本語であるが, なくても分かる部分を削ると「エックス, 大なり, サン」となる。また, このようにすると, 漢文口調に似てくるので唱えやすいことも作用しているだろう。

もう一方の考え方でも, 左辺の「エックス」が主語であることには変わりがない。そして, 不等号「>」では右辺が左辺よりも小さくなることは正しく理解しているものとする。ここで, 不等式でも左辺から右辺への, 問題から答えを導く方向への流れがあると考えると, 右辺は左辺よりも「小さくなる」のであるから, 「$x >$」の部分はとりあえず「エックスより小さいのは？」, あるいは, 「エックスより小さくなったら, その結果は？」という問題の形となる。そしてその答えが右辺の 3 なのである。こうして, 「エックスより小さいのは 3 である」という完全な文ができ, 簡潔に数式らしく読むために枝葉を省くと「エックス, 小なり, サン」となるわけである。

こうして, 数式に書かれていないことばをどう補うか, そして, 数式を左から読んでいき, どこまでを主語と考えるかによって, 同じ不等式「$x > 3$」に対してなぜ 2 通りの読み方が存在するのか, その理由が説明できる。

もちろん, 高校の先生がここまで頭の中で意識化して数式を文に変形しているわけではないかもしれないが, 生成文法流の説明に従えば, このような操作が無意識のうちに働くことによって上述のような 2 通りの読み方が「生成」されるのだろうと推測される。

上で漢文について言及したが, 漢文では比較を表す表現にはどのような文法構造が与えられているのだろうか。

例として, 「青は藍より出(いで)て, しかも藍より青し」という文を考えてみよう。この文は, 標準的な漢文では「青出於藍, 而青於藍」と書くことができ, 後半の「より」が比較の対象を表している。このように, 漢文の比較構文でも, 英語の than に相当することば「於」あるいは「于」が必要である。不等号「>」は漢文では「大于」に相当すると考えれば, 英語による解釈「greater than」とも一致し, 自然に読み, 解釈できることになる。

3.3 累乗と指数表示

2^3 などの指数表示について, 日本語での読み方の規則は単純で問題はないように見える。2^3 は「ニノサンジョウ」, 3^2 は「サンノニジョウ」と読む。一般に, a^n は「a の n 乗」と読むことになっているので, この a と n のところにそのときどきの具体的な数値を当て嵌(は)めれば, 指数表示されたどのような式も原理的には音読することが可能である。原理的にはと書いた理由は, a や b が複雑な数値や式になった場合は規則どおりに読めても, 聞いている人が把握できない可能性があるからである。英語など他の言語を用いた場合にもこの問題は常に存在する。式が複雑になると「係り結び」の関係が耳で聞いているだけでは判断しにくくなるのである。たとえば, 次の数列がある。

$$\sqrt{2}, \sqrt{2}^{\sqrt{2}}, \sqrt{2}^{\sqrt{2}^{\sqrt{2}}}, \sqrt{2}^{\sqrt{2}^{\sqrt{2}^{\sqrt{2}}}}, \ldots$$

この数列が収束することは数学愛好者の間では良く知られているが, それを示すために各項を正確に発音する必要はないだろうし, 本稿が目標としている学校教育における数式の音読方式の標準化というテーマに関しては, ある程度以上に複雑な式は登場しない。

しかし, 統計数学では, 次のような形の関数の微分や積分の式までは登場することになる。

$$e^{x^2}$$

この式はよく (1)「e の x 二乗」と読まれることがあるが, 正確には (2)「e の x の二乗乗」である（と筆者は思う）。言語には省略が付き物で, (1) の読み方の方が簡潔で口調が良く感じるかもしれないが, (2) の読み方の方が論理的には正確である。単純さと正確さのどちらを採るかは, 天動説と地動説の対立のように科学史において常に重要なテーマであり続けてきたが, 言語運用上においても常に存在する問題である。

累乗については, このような規則的な言い方の他にもうひとつの読み方の系統があり, それは数ではなく固有名を使った表し方である。たとえば, x^2 は「x の二乗」と読んでもいいが,「x の平方」と読むこともできる。x^3 は「x の三乗」と読んでもいいが,「x の立方」と読むこともできる。これらの 2 種類の表現を見比べると, 結局「平方」とは「二乗」の意味であり,「立方」とは「三乗」の意味であると言える。(四乗以上については系統に属さない, つまり固有な言い方はない)。このように同じ意味の言葉が 2 つあるのは「無駄」であるからどちらかに統一しようと考える人が現れても不思議ではなく, 実際, 現代の教育現場では「平方」と言う人はほとんどいない。「平方」は死語になりつつあるのだろうか。

最近は, 日本の大学への留学生が増えてきており, 日本でも一部の授業を英語で行う大学がでてきた。一方で, 折角日本で学んでいるのだから, 高度な学問の内容を日本語で学びたいという需要もあるようだ。実際, 日本語は論理的な思考に適さない言語ではない。多くの人たちが日本語を母語ではなく共通語として使用することによって, 日本語の特有の表現や不必要に不規則な表現は淘汰されつつあるのではないかと思う。そのひとつの表れが「平方」が死語に向かいつつあるという現象ではないかと思う。

しかし,「平方」や「立方」という言葉は他の言葉の一部となる場合もあり, そのようなときには「平方」が「二乗」という意味だということを知らないと困ることがある。たとえば, 面積の単位である「平方メートル」や体積の単位である「立方メートル」は「平方」が「二乗」,「立方」が「三乗」の意味であることを知っているとより納得がいく。また, ピタゴラスの定理を「三平方の定理」というが, なぜこれを三平方というのか, 三平方が何を意味しているのかを知らない人も最近は増えているようである。

「二乗（にじょう）」には他に「自乗（じじょう）」という言い方もある。「三の二乗は九」と言っても「三の自乗は九」と言ってもことばの響きはあまり変わらないが, 若年世代では「自乗」が通じなくなっており, 数学を教える場合は注意しなければならない。

二乗と三乗については平方と立方という固有の名詞があるのに対して, 四乗以上については固有の名詞がないのは, わたしたちの生活の中で, あるいは自然界において, 二乗と三乗には特別な意味があることと整合している。これは「三平方の定理」を「三つの二乗に関する定理」と読み替えれば解決するほど簡単な問題ではないようだ。

英語でも, たとえば, e^2 は e squared あるいは e to the second と言い, e^3 は e cubed あるいは e to the third と言うのに対し, 四乗以上については e to the fourth のような言い方しかない。ここで, square には名詞として「正方形」の意味もあり, 同様に cube には「立方体」の意味もある。一方, 古代中国では「正方形」の「方」は, この 1 文字で「正方形」を意味していたことは興味深い。

英語ではこのように累乗の指数を表現するのに序数詞が使われる。英語の数詞には基数詞と序数詞という 2 系統があり, 基数詞はものの個数を表す数, 序数詞はものの順序を表す数という役割分担がある。基数詞と序数詞の違いは決定的で, 小さい数では one, two, three と first, second, third のよ

うに全く違う語形を伴う。四番目以降では four と fourth のように原則として基数詞に一定の語尾 -th を付加することによって規則的に序数詞を作ることができる。日本語や中国語でも序数の概念はあり表現も可能であるが, たとえば日本語では「二番目」,「三番目」あるいは「第二」,「第三」のように数詞自体の形は変わらず, 助数詞のようなものを付加するだけで作られるので, 言語の中に文法的に組み込まれた別系統の数詞という印象は受けない。

なお, スペインの少数民族であるカタルーニャ人の使用言語であるカタルーニャ語は数に関してさらに複雑で, その文法書では, 基数詞, 序数詞に加えて倍数詞という品詞があることになっている [8]。倍数詞は英語の once, twice, thrice, ..., あるいは double, triple, ... に相当する意味を表しているが, それが四倍, 五倍（あるいは四回, 五回）と, 単語の系統としてずっと先まで存在している。英語では, ある数から先は four times などのような複合語で代用されてしまい, 独立な単語としては存在しない。

なぜ英語などの言語では累乗の指数を表すのに序数詞を用いるのだろうか。その理由としては, 累乗の指数は, 数を累乗するときの回数を表しており, 単純な量としての数ではないという意識があることが考えられるだろう。回数が序数になる感性には納得できるものがある。たとえば, 2^{10} は簡単には two to the tenth というが, ことばを補えば, two raised to the tenth power ということになるであろう。数は累乗すれば驚くほど大きくなるのであり, そこに raise（持ち上げる）という動詞が使われるのも, また, 累乗を power（力）と呼ぶのも何となく頷ける。

工学系の論文ではもう少しややこしい累乗が出てくる。たとえば, $10^{2.38}$ などである。これを発音するのには, 2.38 という小数を序数詞化しなければならないが, その方法はよくわからない。もともと小数は「半端な」数であり, 序数には似つかわしくない。また, $10^{\frac{1}{2}}$ のような分数指数も日本語なら簡単に発音できるが, 英語ではどのように読むのだろうか。

ここまでは, 伝統的な数学教育における累乗の読み方を示してきたが, この「a の n 乗」という言い方は現代では文法的に複雑で冗長に感じられるようである。確かに, 高校で指数の計算を教えたり, 指数関数が混じった方程式の問題を解くときにはこのような式が頻出し, それらをいちいち「a の n 乗」と言っていたのではわかりにくいし時間がかかる。そこで,「a 底の n」という新しい読み方を使っている教員もいるようである。このような言い方は年配の世代にはまだ耳慣れないが, 今後は広まっていくかもしれない。

「a 底の n」を「a」「底の」「n」と三つに分解してみれば,「五足す三」,「四掛ける七」と同じように, 二項演算子を対象である二つの項の間に挟む形をしている。その意味では「a の n 乗」よりは合理的であるともいえるだろう。

3.4 分数の読み方

日本語と英語との対比では, 分数についても累乗と同じような特徴が見られる。すなわち, 英語には日本語文法にはない序数詞があり, それがなぜかわからないが分母に用いられる。

たとえば, $\frac{3}{7}$ を日本語では「七分の三」と読み, それは全体を七つに等分したものから三つを取るという意味である。これは中国語の「七分之三」という表現方法がもとになっている。これに対して英語などの西洋の言語では three-seventh という。ここで, 序数詞 seventh が「七等分したひとつ」を指し, それが三つあるという意味なので, 意味的には日本語と同じであるが語順が逆である。語順が違うだけで意味は同じともいえるが, 語順の違いは認識順序を支配し, 人間の思考活動に目に見えない影響を及ぼしている。「七分の三」は, まず全体を七つ分であると認識した上で, そのうちの三つ分を指示している。髪の毛を「七三に分ける」と言えば, 全体を十だと考えた上で七対三の比率に分けている。同じことを英語で表現すると, 語順の上からはまず三つあると言っておいてから, 何が三つあるのかを後から明かす。わたしには, 分数の計算においては中国語や日本語を用いる方が論理的に量を把握できるように思われる。

英語には $\frac{1}{2}$ と $\frac{1}{4}$ を意味する固有なことば, half と quarter がある。日常生活の中で二等分と四等分をとくによく用いたことの結果であろう。日本語では, 六ヶ月を半期, 三ヶ月を四半期といい, 円の半分を半円, 円の四分の一を四分円ということはあっても, 四分の一を一語で表す一般的なことばはない。

なぜ英語では分母を序数詞化するのだろうか。その理由を考えると, 生活の中で生活資源を二等分, 三等分などに等分することはなかなか骨の折れる仕事であり, また人間が社会生活を営む上では公平性を担保する重要な仕事であったことが関係していると思われる。それに対して, 分子は分けられたものを必要な個数だけ集めてくる動作に対応しているので, これは普通の個数を表す数詞と同じ基数詞でよいと考えたのであろう。

3.5 順列と組合せ

文科省の指導要領では, 高校数学において, 順列と組合せの記号 ${}_nP_k$, ${}_nC_k$ を教えることになっているが, その読み方までは書かれていない。高校の教員はそれぞれに工夫してこの記号を読んでいることになる。

どちらでも同じなので, 以下では組合せの記号 ${}_nC_k$ について考えてみよう。過去に行われたある調査によると, これを「エヌ・シー・ケー」と読んでいる教員と「シーのエヌ・ケー」と読むと答えた教員の数はほぼ同数であった。では, どちらの読み方が正しいのであろうか。おそらくは, 「どちらも正しい」が正解だろう。

「エヌ・シー・ケー」は「棒読み」と呼ぶことができ, あまり芸のない読み方だと思われるかもしれないが, 板書をノートする際には聞こえてくる通りに左から順に書けばいいので, ノートが取りやすい。一方, 「シーのエヌ・ケー」という読み方は「意味読み」と呼ぶことができるだろう。コンビネーション（組合せ）を頭文字で表している C がこの記号の意味の根幹を示しており, n と k は記号 C についている「添え字」つまり, 番号のようなものなのである。そのようにこの記号の意味を解釈すると, 「シーのエヌ・ケー」と読むのが最も相応しいように思えてくる。現在, 「思慮深い」高校教員の間では, 「シーのエヌ・ケー」と読む読み方が密かに浸透しつつある。

ところで, 筆者は ${}_nC_k$ を授業では, 「n 個から k 個を取る組合せ」と読むこともあり, これが日本語として最もわかりやすい読み方ではないかと思う。個人的には「シーのエヌ・ケー」という読み方には何か人工的でペダンティックなものを感じ, 筆者自身はそのように読むことをしない。

数式の読み方について, 森毅は, 「そもそも数式は意味を伝えるためのものであり, 読むためのものではないから, 数式に関しては正しい読み方というものはないのだ」とあるところで述べている。数式は各自が勝手に, 都合の良い読み方をすればいいのである。たしかに, もし, その時々の目的に応じて, 最も相応しい読み方を選び取る能力があれば,読み方の自由を保証する方がよいだろう。今後, 数式の標準的な読み方が提案される時代が来るかもしれないが, それがある 1 通りの読み方以外を認めない教条主義的な方向に作用しないことを望む。

記号 ${}_nC_k$ において, C は combination の頭文字であり, それは日本語で「組合せ」なのだから, 記号 C を「組合せ」と読むことは理に適っている。そして, この記号に付いた添え字 n と k はそれぞれ全体の数, 部分の数を表しているのだから, 少々長いが, 大手を振って「n 個から k 個を取る組合せ」と読んでよいのである。

記号には意味があり, ${}_nC_k$ という記号が文章の中で何かの意味を指し示すべく使われている場面では「n 個から k 個を取る組合せ」と読むのが日本語として最も相応しいであろう。しかし, ${}_nC_k$ のような記号がたくさん登場する計算の最中(さなか)ではこれをいちいち読み下していたのでは煩わしいことであろう。計算規則を使って式を順次機械的に変形していく場面では, 式の読み方や意味に意識を向けることはむしろ計算の妨げになるかもしれない。そのような局面では, 「棒読み」が自然で便利である。

こう読むと決めたら, いつもその読み方をしなければならないとするなら, それは教条主義的な数学的活動になってしまう。日本語の発音や文法がひと

りひとり少しずつ違ってもすべて日本語であるように, 数式の読み方も個人によって違っていてもいいし, 同じ人でも場面によって違えていいのではないだろうか。標準的な読み方は多様な読み方の中のひとつの参考として機能すればよいと思う。

ところで, 英語では $_nC_k$ を何と読んでいるのだろうか。あるアメリカの教科書では $_nC_k$ は「n choose k」と読むと書かれている。これはなかなか優れたやり方であると思う。まず,「n choose k」は足し算の式「$3+5$」を「三足す五」と読むのと同じように, 二項演算子を演算の対象である二つの項の間に置く考え方に整合している。C を二つの数 n と k の間に置かれた演算記号であると考えれば, $_nC_k$ という記号も,「n choose k」という読み方も一貫して説明できる。さらに, これは偶然なのであるが, 記号 C は choose（選ぶ）の頭文字でもある！

3.6　四則演算

加減乗除の四つの演算（二項演算）を四則演算という。すなわち, 足し算 $1+2$, 引き算 $3-1$, 掛け算 2×4, 割り算 $6\div 3$ である。これらを日本の小学校では「一足す二」,「三引く一」,「二掛ける四」,「六割る三」と読むが, すべて「数」「動詞」「数」という形で統一されている。

小学校で習うこのような読み方に対して, 異議を唱える人がいる。このような読み方は,「一に二を足す」,「三から一を引く」,「二に四を掛ける」,「六を三で割る」のような（動詞が目的語の後に続く）日本語の本来の語順に比べて, 自然ではないというのである。数式の読みを必要に応じてこのような方式にスイッチすることがいつでも可能であるという前提の上で, 小学校における伝統的な四則演算の式の読み方はそれはそれとしてそのまま使い続けるのがよいだろう。

これにはいくつか理由があるが, まずそれが伝統的な読み方であるからである。すなわち, 教育においては文化の連続性を保つことがある程度必要である。

それから, 前節で述べたように, アメリカのある教科書では $_nC_k$ を「n choose k」と読んでいるという事実がある。これも英語の語順からは「不自然」であるが, 数式が自然言語の語順に従わない場合でもそれが便利であればそのように読まれるという例を示している（英語の語順では the number of ways to choose k items from a given set of n items のようになるであろう）。

英語では, one plus two, three minus one, two times four, six over three のように数式をそのまま左から読めば英語になるのに, 日本語ではそうではないので日本語は英語に比べて数式を扱うのには不利であると主張する人がいるが本当にそうであろうか。ここに書いた数式読み下し英語は, 自然な語順に合致した英語なのだろうか。やはり, 数式を読み下すための不自然さは英語でも感じられる。逆にいうと, 数式はある意味で交通標識などのような視覚的な言語, サイン言語であるといえるかもしれない。そして, 意味が式の形から視覚的に把握しやすいという数式の性質は, 数学に対するわたしたちの理解を大いに助けているのである。

数式のこうした表意文字的な性格を示唆するひとつの例として, 英語圏の教科書では, 組合せの数 $_nC_k$ を $\binom{n}{k}$ と書くことも多いことを挙げておこう。これなどは, n 個の中から k 個を選び取る感じが視覚的な上下関係によって直観的に把握しやすく表現されていると思う。

似たような例として, 平方剰余記号, あるいはルジャンドル記号と呼ばれる記号 $\left(\frac{a}{p}\right)$ がある。これは初等整数論において, 素数 p と互いに素な整数 a に対して, a が p を法として平方剰余であるかどうかを計算するときに使われる。平方剰余記号を専門の数学者がどのように読んでいるのか, 筆者は知らないが, 案外, 日本では,「p 分の a」という（とんでもない）読み方をしている数学者が多いのではないだろうか。ともあれ, この記号の意味は視覚的にはたいへん理解しやすい。

このように, 数式は視覚的に意味をとりやすいことが読み方に優先する第一条件である。

3.7 和の記号と積分の記号

たくさんのものを加え合わせるとき,

$$a_1 + a_2 + \cdots a_n$$

と書いてもよいが, これを

$$\sum_{k=1}^{n} a_k$$

とより簡潔に書くことができる。ただし, k はもとの式にはない新しい文字（束縛変数）で, これが 1 から n までを「駆け抜ける」（runs through）ことによって和の記号が完結する。積分の記号

$$\int_a^b f(x)\,dx$$

も構造は似ており, 今度は x が束縛変数で, これが a から b までを「駆け抜ける」わけである。

和の記号や積分の記号の読み方は教育現場では「棒読み」が多いと思うが, 棒読みは意味がわかっている生徒が対象である。そこで, ときには「意味読み」を織り交ぜることを推奨したいと思う。

たとえば, 上の和の記号であれば, 「k が 1 から n まで（の範囲）を加えることの a_k」と読むのである（わたしは a_k を個人的に「エー・サブ・ケー」と読んでいる）。また, 積分の記号であれば, 「x が a から b まで（の範囲）を積分することの $f(x)\,dx$」と読む。これは, 動作を指示してから動作対象についてのデータを与える語順となっている。また, これは日本の珠算の読み上げ算で「ご破算(はさん)で願いましては」と言ってから数値の読み上げに入る口調を真似たものでもあり, あくまでも筆者の私案である。

$f(x)\,dx$ は「エフ・エックス・ディー・エックス」でよいだろう。これはある意味において $f(x)$ と dx の積であると考えられることは, 高校の教員も（生徒に教える必要はないが）知っておいた方がよいだろう。

3.8 微分の記号, とくに偏微分の記号

関数 $y = f(x)$ の導関数を y' とか $f'(x)$ と書く記号が一般的に広まっているが, この「$'$」を日本ではダッシュ（dash）と読む習慣である。ところで, 海外ではプライム（prime）と読むことが多い。英語圏でどのように発音しているかは LaTeX のコマンド名に反映されていることが多いので, 逆に LaTeX のコマンド名から英語での数式の読み方がわかることがある。

ところで, 英語圏でも「′」をダッシュと読んでいた時代や地域があることが最近実証された [7]。長い間, わたしたち日本人はダッシュは明治の数学者による誤訳であると信じてきたが, ここでダッシュという読みも誤訳とばかりはいいきれないことが証明されたことになる。

偏微分の記号はどうだろうか。∂ と入力するときにもちいる LaTeX のコマンドは`\partial` であることから, LaTeX の発祥の地であるアメリカ合衆国には記号 ∂ を partial と発音する人が多くいるらしいとわかる。∂ は偏微分の記号であるので, その意味を採って partial と読むことは理に適っているように思われる。しかし, ∂ は確かに偏微分の記号として微積分の授業の中で初めて出会う記号であるが, それ以外の意味で使われる場面もあるし, また, 微分記号 d を変形したものであり, 字体としても d に似ていることから, ディーと同じように, 意味ではなく単なる文字の 1 つとして簡単に読みたいこともある。アメリカでは ∂ をデルと読む人がいる。日本のワープロでも「でる」と平仮名で入力すると変換候補の 1 つとして全角の「∂」が現れるようになっている。カタカナ日本語では「デル」であるが, 英語では del だろうか, それとも der だろうか。これには, de の後ろに子音 r を付けて発音する人も, 子音 l を付けて発音する人もいるようであり, 同じアメリカ人でも人によって流儀が違うようだ。なお, 日本語には r と l の区別がない（正確に言うと, r という発音も l という発音も存在しない）ので, 日本人にはどちらも「デル」と聞こえる。

なぜ ∂ を「デル」というのだろうか。∂ は先にも書いたように微分記号「d」を変形したものである。ヨーロッパ諸言語の文字の中には単語の途中に用いられるときと最後に用いられるときとで形が異なるものがある。もっとも良く知られているものはギリシャ文字のシグマ（の小文字）である。

中世では単語の最後では d という文字は ∂ と書く習慣があった。これが丸い形をしているので, 英語で round d あるは, ドイツ語で d rund（デールント）と呼ばれることがあるので, この「デールント」が縮まって「デル」になったとも考えられる。すると, 英語での発音は del よりも der の方が辻褄が合う。

一方で, ∂ はギリシャ文字の δ にも字形が似ている。∂ を del と発音する人においては, ギリシャ文字 δ の発音 delta からの類推が働いているのかもしれない。

4　数式の音読についての考え方

前節では, 初等教育（中学校・高等学校から大学初年次まで）の数学に現れる数式の中から, 学校現場で話題にされることが多いいくつかの例について考察した。

本節では, 教科書などの記述から推測される英語圏における数式の扱われ方と日本での実情を比較しながら, そもそも数式を音読することについて, その意義や注意すべき事柄を含めてどのような考え方があるのかを考察してみよう。

4.1　数式は文章の一部である

欧米の大学レベルの教科書や学会論文では, 本文から独立した数式（ディスプレイスタイルの数式）の中にも, 日本語の句読点に相当するカンマやピリオドが含まれていることが多い。一方, 日本の小学校から大学までの教科書では, 数式の中に句読点は一切含まれていない。

これは単なる慣習の違いであり, このことから直ちに, 欧米人は日本人とは異なり数式も言語の一部であることを正しく理解していると結論するのは早計であろう。

日本人は, 明治時代に最初はオランダ語を通して, そして, その後主として英語を通して, 西洋数学を取り入れたが, そのときに数式を日本語に翻案して読む読み方までは完全に手が回らなかったと思われる。日本語と英語の構造の違いの大きさに幻惑されたまま成り行きで決まったことが多かったに違いない。

たとえば, 方程式を解いて $x = 3$ という解が得られたとき, 日本語の教科書では, ピリオドを付けて $x = 3.$ とすることはない。数式を文章の中に取り込むには, 「$x = 3$ である。」とするしかないが, そうすると教科書が「である。」だらけになって, あまり読みやすくなくなってしまう。このように数式を日本語文の中に整合的に取り込むには何らかの工夫が必要であり, わたしたち日本人はまだこの問題を解決してはいないのだと考えることができる。

日本の数学の教科書では, 数式が挿入されるとそこで文章の構造（係り結びの関係）が一旦切れてしまう。数式は説明の本文から独立した挿絵のようなものとして扱われていると思うことができる。

等号（=）は小学校で「は」と読まれ, それが成人になるまで固定化されるケースが多い。中学校に上がって等号を「イコール」と読み替えることを習っても, それによって数学の何が変化したのかを理解できるような教育は多くの場合行われていない。単なる名称変更であり, 生徒の立場からは読み替える意味がわからないように教えられている。「は」という日本語の助詞から, 「イコール」というもとは英語の動詞 equals であるものの読み方に変えることによって, 等式に対する認識をどのように改めなければならないのか, その意図が不明のまま成人にまでなってしまうケースがたいへん多い。

英語であれば, = という記号自体が動詞であるので, 最後にピリオドを打つだけで数式が文章の構造をもつことになる。日本ではむしろ, 数式はイラストのようなものであって, 文章の構成要素ではないと観念してしまった方が紙面編集上は楽である。

4.2　数学の文章（数式混じり文）の文法上の問題

大学の微積分の教科書において, 増加関数や導関数などの概念を説明する際に, 説明の前置きとして, 「関数 $f(x)$ において」のような状況設定から始めることはごく普通に行われている。あるとき工学部 1 年生の学生から, 教科書にあるこのような文章の意味が取りにくいと指摘を受けたことがあった。すなわち, 「関数 $f(x)$」という表現の意味がわからない

とのことだった。

わたしは学生からこの質問を受けたとき, 最初, この学生が何がわからないのかがわからなかったが, しかし, 話しているうちに, これは日本語の文法上の問題であることがわかった。本稿で論じている数式の読み方の問題とは少し論点がずれるが, このような文法構造は数学の読み物の中にも多用されているので, ここで少し注意を喚起しておきたい。

たとえば, ベクトルを 1 つの文字で表記するとき, 高等学校では $\overrightarrow{a}$, 大学では $\boldsymbol{a}$ などと表し, 教師は「ベクトル・エー」と発音するものとわたしは思っていた。ところが, 最近の高等学校の先生はこれを「エー・ベクトル」と読んでいるようである。

「関数 $f(x)$」という表現を国文法的に解析すると,「関数」と「$f(x)$」が同格で並んでいる。同格とは, 同じ品詞の単語が 2 つ並ぶ現象で, このような文法構造は便利であるため, 世界の多くの言語に存在する。日本語の母語話者であるわたしたちは, 同格という文法構造を意識するまでもなく, 同格（である 2 語）を含む文章を理解できる。

おそらく, 質問をした学生も, 普段の日本語においては「刑事コロンボ」や「機関車トーマス」のような同格を用いた表現を困難なく理解していることであろう。ところが, 同格で並んだ二語のうちの一方が数式になったとたんに, 文法構造がわからなくなるらしいのである。

ベクトルの話に戻ると, $\overrightarrow{a}$ を「ベクトル・エー」と読むのは「刑事コロンボ」と同じ同格で,「ベクトルであって, その名がエーであるもの」と解釈すべき構造を持っている。「関数 $f(x)$」も文法的な構造は同じである。これに対して,「エー・ベクトル」と読むと, 今度は「福田首相」や「小泉首相」などという言い方と同じになり, 首相にも何人かいるので, 名前を冠して呼んだということになる。こちらは, とくに同格について知らなくても理解できる。

数学の文章で同格のような文法構造を使うべきかどうかは, 文章の基礎となっている現代の日本語において, その文法構造が廃れつつあるのかどうかによって判断すべきだろう。

関数の場合は,「$f(x)$ 関数」と書いて「エフ・エックス・かんすう」と読んでも理解しやすさが改善されるとは思えないので, 同格を用いることを避けるには,「ある関数があり, それを $f(x)$ という記号で表すことにすると」とするか,「$f(x)$ という記号で表された関数があるとすると」のような記述方法を用いることになるだろう。

このように,「関数 $f(x)$ について, 以下の性質が成り立つとする」のような従来からの数学的記述方法は, 同格というやや高度な（あるいは使用頻度の低い）文法構造に頼ることによって表現の簡潔さが保たれているということができる。

高等学校の「ベクトル」の単元では同格の使用による簡潔な表現方法が少なくとも会話文では崩壊しつつあり, この傾向がさらに続くと, 将来は,「△ABC」と書いて「さんかっけい・エー・ビー・シー」と読むことも規範的な日本語表現から外されていくことになるのかもしれない。

4.3 記号の読み方を 1 通りに決めてよいのか

音読標準化の理念は数式の標準的な読み方を示し, 読み方を統一しようということだと受け取られやすい。実際, ある発達段階ではそのような規格化が有効である場合もあるだろう。

整数の集合 $\mathbb{Z} = \{\cdots, -2, -1, 0, 1, 2, \cdots\}$ では, 四則演算のうち, 加法, 減法, 乗法が可能であるが, 除法はできる場合とできない場合がある。たとえば, 6 は 3 で割り切れるが, 4 では割り切れない。このことの認識は重要で, 素数などの整数論の概念を定義する基本的な動機となる。

「整数 b が整数 a で割り切れる」ことを整数論では「$a|b$」と書き, 多用される記号となっている。ところが, 実際に整数論的な事象を扱ったり, 証明を考える際には, この記号を「整数 a が整数 b を割り切る」と読みたい事態が出来（しゅったい）する。「割り切る」という動詞は標準的な日本語には存在しないが, 英語では「divides」と言うことが可能なので, それに似た表現があれば便利である。数学が専門ではない人に「割り切る」という異様な日本語の使用を強要することができないので, 初等的な教科書では,「b は a の倍数である」,「a は b の約数である」という言

い方が専ら使われる。また,「b を a で割った余りが 0 である」のように表現したい場合もある。

数学においては, 言語や記号は証明の道具であり, 論理的には同値な主張であってもいくつかの異なる表現（ニュアンスの異なる表現法）が存在することは, 証明を発見するための思考を助ける。このような場合,「1 つの数式には 1 つの読み方」という原則を押しつけることは数学的活動に対して明らかに害があるだろう。

5　結語

以上, いろいろな数式について述べながら, 考えられる問題点について言及してきた。初等数学で必要な数式の中でここで述べられたかったものもある。

数式は基本的に各人が好きなように読めばよいのであるが, 教育現場では事情が違うかもしれない。最初に述べたように, 標準的な読み方が提案される時代が来るかもしれず（実際, インターネット上には, 数式の推奨される読み方のリストがすでに存在している）, そうすることによって, 西洋の言語を漢字を使って翻訳し, 日本語だけを使ってある程度までは高等教育が受けられるようにした明治の人たちの智恵がさらに数式にまで拡充される結果となるのかもしれない。一方, ひとつの標準的な読み方が教育行政によって強要されることによって, テクノロジーを含めた日本の数学的文化活動が貧弱なものになる可能性もまた考慮しなければならないと考える。

数式音読には, 言語学的な側面や認知科学的な側面も関係しており, 数学者や数学教育者だけでは解決できない問題もあると思われる。数式音読の標準化の研究が今後どのような道程を辿っていくのかを注意深く見守りたい。

参考文献

[1] Zvi Artstein, Mathematics and the Real World: The Remarkable role of Evolution in the Making of Mathematics, Prometheus Books, Amherst NY, 2014 (translated from Hebrew by Alan Hercberg).

[2] Daniel Kahneman, Thinking, Fast and Slow, international reprint edition by Farrar Straus & Giroux, 2013, paperback.

[3] 高橋麻衣子, 文理解における黙読と音読の認知過程—注意資源と音韻変換の役割に注目して, 教育心理学研究, 2007, 55, 538–549.

[4] 高橋麻衣子, 人はなぜ音読をするのか—読み能力の発達における音読の役割教育心理学研究, 2013, 61, 95–111.

[5] 山本喜久, 仁科エミ, 村上郁也, 唐津治夢,『感じる脳・まねられる脳・だまされる脳（科学のとびら 59)』東京化学同人 (2016)

[6] 鈴木孝明, 白畑知彦『ことばの習得—母語獲得と第二言語習得』くろしお出版 (2012)

[7] 田野村 忠温,「ダッシュ, プライム」,『数学セミナー』2018 年 8 月号, pp.54–58.

[8] 田澤耕著『カタルーニャ語文法入門』, 大学書林, 1991.

[9] 山口遙司『日本語を作った男—上田万年とその時代』集英社インターナショナル, 2016.

[10] Cynthia McCallister, Unison Reading: Socially Inclusive Group Instruction for Equity and Achievement, Corwin Press, 2010.

[11] 柴田勝征『算数教育と世界歴史言語学』花伝社, 2014.

[12] 柴田勝征『言語 VS 認知の脳内抗争史』花伝社, 2015.

[13] 井上ひさし『國語元年』新潮社, 1986.

[14] 銀 林浩, 銀林純『基礎からわかる数・数式と図形の英語』日興企画, 1999.

[15] 鵜沼 仁『数・式・記号の英語』丸善株式会社, 2003.

[16] 小松勇作編『数学 英和・和英辞典』共立出版株式会社, 1979.