Über die Algebra bei Heinrich Schreyber

Ein Beitrag zur Geschichte der Rechenkunst zu Beginn der Neuzeit

Von Wolfgang Kaunzner

Vorwort

In allgemeinen Darstellungen wurde schon oft über Heinrich Schreyber aus Erfurt geschrieben, meistens dann, wenn auch der anderen mathematischen Schriftsteller des 16. Jahrhunderts gedacht wurde. Eine Arbeit von Christian Friedrich Müller: *Henricus Grammateus und sein Algorismus de integris,* Zwickau 1896, bringt zwar die Lebensdaten in ziemlich geschlossener Form, geht allerdings nicht weiter auf das hier betrachtete Buch: *Ayn new kunstlich Buech welches gar gewiß vnd behend lernet nach der gemainen regel Detre, welschen practic, regeln falsi vnd etlichen regeln Cosse mancherlay schöne vnd zuwissen notürfftig rechnung auff kauffmanschafft. Auch nach den proportion der kunst des gesanngs jm diatonischen geschlecht auß zutaylen monochordum, orgelpfeyffen vnd ander jnstrument auß der erfindung Pythagore. Weytter ist hierjnnen begriffen buechhaltten durch das Zornal, Kaps, vnd schuldbuch, Visier zumachen durch den quadrat vnnd triangel mit vil andern lustigen stücken der Geometrey. Gemacht auff der löblichen hoen schul zu Wienn in Osterreich durch Henricum Grammateum, oder schreyber von Erffurdt der sieben freyen künsten Maister* ein, welches im folgenden Rechenbuch genannt wird. Trotzdem finden wir bei Müller, 18 f, den interessanten Hinweis, daß dieses Werk Schreybers erst 1521 in Nürnberg gedruckt wurde[1], obwohl die Widmung an Johannsen Tschertte, — Mitglied des Senats und Hospitalmeister zu Wien, — von 1518 stammt[2]; das heißt, dieses Buch war bereits drei Jahre vor seinem Druck fertig. Vielleicht widersetzte man sich deshalb anfangs der Herausgabe, weil Schreybers Konzept erstmals mehrere Gebiete der Rechenkunst umfaßte, der theoretischen und der praktischen. Es lassen sich einige Nachdrucke mit teils verändertem Titel, aber fast unverändertem Text aufzeigen[3].

[1] C. F. Müller, Henricus Grammateus und sein Algorismus de integris (1896) 19 folgert das Druckjahr aus Daten im Kapitel Buchführung ab Bl. N I^r: Zornal 1521, Kaps 1521, Schuldt Buech 1521; vgl. auch Anm. 41.

[2] Näheres über Tschertte bei: C. F. Müller, Henricus Grammateus, 10 f.

[3] C. F. Müller, Henricus Grammateus, 19.

Die vorher in Deutschland erschienenen mathematischen Drucke sind Rechenbücher, die auf rein praktischen Zweck abgestimmt waren. Wir wissen aber, daß man mit symbolischer Algebra bei uns schon ein gutes halbes Jahrhundert vor Schreyber umzugehen lernte; einige handschriftliche Nachweise belegen uns dies, so z. B.:

eine Textstelle im Münchener Kodex *Clm 14908* aus dem Regensburger Kloster St. Emmeram von 1461[4],
Regiomontans Briefwechsel ab 1463 im Band *Cent V app 56*[c] der Stadtbibliothek Nürnberg[5],
die algebraischen Abhandlungen in den Dresdener Kodices *C 80* und *C 80*[m] bzw. in der Leipziger Handschrift *1470*.

So läßt man das Zeitalter algebraischen Druckes in Deutschland zu Recht mit Schreyber beginnen. Die Skizzierung des betreffenden Abschnittes in seinem Rechenbuch soll Ziel dieser Untersuchung sein. Eine weitere Arbeit Schreybers über Algebra konnte nicht festgestellt werden trotz seiner Ankündigung: *Bin ich geursacht ander künst der Aritmetic vnd Geometrei (als die übrigen regeln Cosse) welche dann nicht alle jn disem buch sein beschryben, darjnnen wunderberliche verporgne ding begriffen, auch von wag vnd gewichten jn den truck zugeben* auf Blatt A II[v]. Vielleicht besprach er sich mit seinem Schüler Christoff Rudolff, der schon 1525, noch zu Schreybers Lebzeiten, seine berühmte *Coss* herausgab[6]. Wurzelrechnungen treten bei unserem Autor nicht auf. Ihnen widmete sich Rudolff erstmals in einem gedruckten deutschen Werk.

Schreyber war einer der ersten deutschen mathematischen Schriftsteller, die auch mit allgemeinen Zahlen arbeiteten. In seiner algebraischen Symbolik verwendete er für die Unbekannte und ihre Potenzen solche Namen, die sich nicht in Abhängigkeit von geometrischen Vorstellungen ergeben, sondern aus der Potenzlehre stammen. Seine algebraische Darstellung ist die erste in deutscher Sprache gedruckte. In seinem Schaffen halten sich deutsche und lateinische Schriften anzahlmäßig etwa die Waage[7]. Sein Rechenbuch schrieb er *allayn vor die jungen anfenger jn der kunst mathematica*[8].

Für die hiesigen Untersuchungen wurde das unvollständige Exemplar von 1521 mit der Signatur *Philos 1117* aus der Staatsbibliothek Regensburg herangezogen. Titelblatt und einige andere Blätter sind herausgerissen. Der algebraische Teil ist vollständig[9].

Vielleicht tritt Schreyber hierdurch ein bißchen aus der Anonymität heraus,

[4] Vgl. hierzu: C. J. Gerhardt, Zur Geschichte der Algebra in Deutschland, in: Berliner Monatsberichte (1870) 141—143; ferner: M. Curtze, Ein Beitrag zur Geschichte der Algebra in Deutschland im fünfzehnten Jahrhundert, in: Zeitschrift für Mathematik und Physik, Jg. 40, 7 (1895) 49 f.

[5] M. Curtze, Der Briefwechsel Regiomontan's mit Giovanni Bianchini, Jacob von Speier und Christian Roder, in: Urkunden zur Geschichte der Mathematik im Mittelalter und der Renaissance, Teil 1 (1902).

[6] Vgl. hierzu auch C. F. Müller, Henricus Grammateus, 17.

[7] C. F. Müller, Henricus Grammateus, 17—20.

[8] In seinem Rechenbuch Bl. Q II[r].

[9] Der Titel wurde gemäß dem Exemplar mit der Signatur Math P 182[m] der Bayerischen Staatsbibliothek München aufgeführt.

die ihm und seinem Werk anhaftet. Er gibt selbst an, daß er gesammelt habe und nicht am eigentlichen Lehrgebäude der Mathematik mitgearbeitet hat[10]. Erst Gerhardt machte 1867 auf ihn als den ersten deutschen Schriftsteller über Algebra aufmerksam[11]. Wir wissen mittlerweile, daß diese Vorstellung überholt ist[12]. Trotzdem möge die vorliegende Skizze gerechtfertigt sein, *da das „Rechenbüchlin" des Grammateus äußerst selten ist*[13]. Wappler benützte demnach für seine Darstellung ein Exemplar der späteren Auflagen[14].

Die Staatliche Bibliothek Regensburg besitzt das erste gedruckte deutsche Algebrabuch. Dieser Tatsache dürfen sich nur ganz wenige Bibliotheken rühmen. In wessen Besitz das hiesige Exemplar früher war, bedarf einer gesonderten Untersuchung. Der genannten Bibliothek danke ich für die bereitwillige Unterstützung, vor allem hinsichtlich meiner vielen Bücherwünsche.

Schreyber und sein Algebrabuch

Heinrich Schreyber aus Erfurt war ein fruchtbarer mathematischer Schriftsteller. Müller zählt sechs Arbeiten von ihm auf, die teils mehrere Auflagen erlebten und bringt außerdem seinen *Algorismus de integris* von 1523 zum Abdruck. Unser Autor, der vor 1496 geboren wurde, ließ sich 1507 an der Wiener Universität immatrikulieren[15]. Krakau, Wien, Nürnberg, Erfurt und abermals Wien sind die nachgewiesenen Stationen seines weiteren Lebensweges[16]. In Wien fand Schreyber — im Wintersemester 1525 zum zweitenmal als Prokurator der sächsischen Nation gewählt — den Tod[17].

Andreas Stöberl und Georg Tannstetter — beide waren aus Ingolstadt gekommen — haben ihn ausgebildet[18]. In der Vorrede seines Rechenbuches lesen wir: *Vnd grüsset meinen lieben preceptorem vnd hern Jörgen Tansteter, der siben freyen künsten vnd ertzney doctor.* Wie weit Schreyber von diesen Lehrern die Algebra übernahm, wissen wir nicht. Im Nachlaß von Stöberl befand sich eine zum Teil deutsch geschriebene algebraische Abhandlung[19]; sie ist enthalten im Wiener Kodex *5277*. Dessen Entstehungszeit scheint sich bis in die 20er Jahre des 16. Jahrhunderts hinzuziehen[20], also bis in die Tage von Schreybers Wirken in Wien[21]. Ferner sei erwähnt, daß Wien im 15. Jahrhun-

[10] C. F. Müller, Henricus Grammateus, 16.

[11] C. F. Müller, Henricus Grammateus, 3.

[12] Johannes Widmann von Eger hielt im Sommersemester 1486 an der Leipziger Universität bereits algebraische Vorlesungen.

[13] H. E. Wappler, Zur Geschichte der deutschen Algebra im 15. Jahrhundert (1887) 12.

[14] Die entsprechenden Titel bei: C. F. Müller, Henricus Grammateus, 18 f verraten dies.

[15] C. F. Müller, Henricus Grammateus, 7 f.

[16] In Krakau verfaßte Heinrich Schreyber im Jahre 1514 einen *Algorismus proportionum;* vgl. C. F. Müller, Henricus Grammateus, 12, 15 f.

[17] C. F. Müller, Henricus Grammateus, 7—16.

[18] C. F. Müller, Henricus Grammateus, 11; ferner K. Vogel, Die Practica des Algorismus Ratisbonensis, in: Schriftenreihe zur bayerischen Landesgeschichte 50 (1954) 231.

[19] K. Vogel, Die Practica des Algorismus, 231.

[20] H. E. Wappler, Zur Geschichte der deutschen Algebra, 3.

[21] Zu weiteren Quellen vgl. C. F. Müller, Henricus Grammateus, 16.

dert eine Stätte hoher mathematischer Bildung gewesen war, die zwar seit dem Weggang Regiomontans an Bedeutung verloren hatte, aber um 1500 wieder an die frühere Tradition anknüpfen konnte. In der Zwischenzeit hatte Leipzig eine mathematische Blütezeit erlebt, die sich vor allem an der dort betriebenen Algebra nachempfinden läßt. *Jetzt sehen wir, daß bei den durch ihre Nützlichkeit oder durch das Interesse an Unterhaltungsmathematik bestimmten Problemen der alten Rechenbücher allmählich die algebraische Lösung in den Vordergrund tritt*[22]. Scharf zeichnet sich dieser Übergang in Schreybers Rechenbuch ab, wo die Aufgaben, so weit möglich, zuerst arithmetisch durch die Regula falsi und anschließend algebraisch mittels der Coss[23] behandelt und gelöst werden. Es ist anzunehmen, daß von Leipzig her auch Wien mit beeinflußt wurde, vor allem, was die algebraische Symbolik anlangt. Wir sehen Schreyber als einen der Träger dieser Entwicklung in Wien, die in seinem Schüler Christoff Rudolff schließlich einen neuen Glanzpunkt nach Regiomontan erlebte.

Somit ist es nicht verwunderlich, daß Schreyber seine algebraischen Regeln stark an der *Lateinischen Algebra* aus dem jetzt Dresdener Kodex *C 80* orientiert zu haben scheint. Dieses Manuskript entstand an der Leipziger Universität. Der genannte Umstand veranlaßte schon Wappler[24] zu der Annahme, daß unser Autor Kenntnis von diesem Werk hatte[25]. Es spielt hierbei nur eine untergeordnete Rolle, daß er eine andere Terminologie als die Leipziger Schule verwendet, nämlich *pri, se, ter, quart, quint* usw. für die Potenzen der Unbekannten. Vielleicht ein Zugeständnis an Chuquet, in dessen *Triparty* 1484 die Bezeichnungen: *nombre linear, nombres seconds, nombres tiers, nombres quartz* usw. auftreten[26]. Obwohl erst 1880 gedruckt, besaß dieses Buch durch handschriftliche Verbreitung großen Einfluß[27].

Unser Autor hat sein Buch in mehrere Abschnitte gegliedert. Aus seiner Einleitung entnehmen wir, daß er von Tschertte aufgefordert worden war, seine aus der Kunst der Arithmetik und Geometrie zusammengetragenen Regeln zu veröffentlichen. Er verwendet durchwegs die neuen indisch-arabischen Ziffern. Im einzelnen behandelt er die Kapitel:

1) Erklären der Spezies: Numerieren — lehrt Schreiben und Lesen von Ziffern und Zahlen; Addieren; Multiplizieren; Subtrahieren; Dividieren. Auf die Abweichung in der Reihenfolge gegenüber sonst wurde bereits hingewiesen[28]. Er schließt z. B. die Multiplikation an die Addition an: *In dieser operation werden funden alle aigenschafft der addition.* Wir haben hier einen ersten

[22] K. Vogel, Die Practica des Algorismus, 231.

[23] *Deutsche Coss* ist zur Bezeichnung für die hier betriebene Algebra geworden. Das Wort ist entlehnt aus cosa = res, Sache, Ding.

[24] H. E. Wappler, Zur Geschichte der deutschen Algebra, 12.

[25] C. F. Müller, Henricus Grammateus, 15 führt an, daß Schreyber um das Jahr 1523 in Erfurt war, wo Adam Ries 1522 die Stelle eines Rechenmeisters bekleidete. Ries besaß einmal den Kodex C 80, wie durch persönliche Eintragung nachgewiesen werden konnte. Vielleicht nahm Schreyber gar schon früher Einblick in dieses Werk, denn er stammte aus Erfurt.

[26] M. Cantor, Vorlesungen über Geschichte der Mathematik II ([2]1900) 355.

[27] M. Cantor, Vorlesungen über Geschichte der Mathematik II, 347.

[28] M. Cantor, Vorlesungen über Geschichte der Mathematik II, 396.

Anhaltspunkt dafür, wie stark von unserem Verfasser die Beziehung Addition — Multiplikation empfunden wird, die Verbindung der thetischen und später der lytischen Rechenoperationen. In der Gegenüberstellung der Gesetze in arithmetischen und geometrischen Folgen bricht sich diese Auffassung erneut Bahn. Unter diesem Gesichtspunkt betrachtet, ist Schreybers Rechenbuch das interessanteste seiner Zeit.

Für den Zahlbereich unter 10 ist angegeben:

$$a \cdot b = (10 - a)\,(10 - b) - 10\,((10 - a) - b) \text{ und}$$
$$a \cdot b = 10\,b - (10 - a)\,b,$$

natürlich in Worten und anhand von Beispielen aufgezeigt. Die 2. Formel stammt aus dem lateinischen Algorithmus des Georg von Peurbach. Negative Zahlen werden nicht zugelassen, denn bei der Subtraktion stoßen wir auf: *Ain sicherung. Die vnther zal sol nicht übertreffen die öbern doch mag sie jr gleich sein als* $\frac{720}{720}$*;* bei der Division: *Vnd das aller meist jn dieser kunst den jungen schullern ist übung.* Durch die Neunerprobe versucht man die Richtigkeit im Ergebnis zu kontrollieren[29].

2) Linienrechnen: Num; Add; Mult; Sub; Div. Münzbezeichnungen: fl, ß; in Nürnberg: lb, ₰, Heller. Gewichte: c, lb, lot, quintet, Pfenniggewicht. Die Regel mit dem Finger der linken Hand besagt: Legt man einen Finger auf eine Linie, dann ist diese nun die Einerlinie. Der Finger heißt Zeiger.

3) Umrechnungstabellen in Gewicht, Maß, Münze und Zeit.

4) Regel detri in ganzen Zahlen, auch ein Beispiel auf den Linien. In: *Wie sich hadt a zum b also hat sich c zum d. Auch wie sich had a zum c also had sich b zum d* stoßen wir hier erstmals auf allgemeine Zahlen.

5) Bruchrechnen; einfache Brüche heißen schlechte (schlichte).

6) Regel detri in Brüchen. Hinweis auf die jetzt übliche Regel bei den Kaufleuten, welche z. B. aussagt: $\frac{3}{4} = \frac{3}{4}$; $2\frac{3}{4} = \frac{2 \cdot 4 + 3}{4}$.

7) Textaufgaben, teils mit Überschriften versehen, und zwar: Münzumrechnungen, Vergleichung verschiedener Ellen, Fuhre über Land, Schneider Regel, Regel des Gewinns, Gewinn, Verlust, Stich, Gesellschaft, Silber Rechnung, Münze zu bessern, Münze zu ringern, Goldrechnung.

8) Wälsche Praktik. Eine von Italien ausgegangene Methode, mittels immer kleiner gewählter Bruchteile die Regel detri zu umgehen; sie hielt sich jahrhundertelang.

9) Regula falsi, der doppelte falsche Ansatz, nach der Coss *die kunstreichste, durch welche man sucht etlicher frag berichtung.* Wir lesen: *Ist zu viel setze +. Ist aber zu wenig setz —*[30].

10) *Fahet an ain newe vnnd besunder art der rechnung gezogen auß den regeln Cosse gleichformig in der übung allain das die namen der quantitet*

[29] Bei C. F. Müller, Henricus Grammateus, 20 erfahren wir, daß in Schreybers Rechen- und Visierbüchlein von 1523 die Probe mit 7 neu hinzutritt. Sie soll gerechter sein als die Neunerprobe.

[30] Hier unterrichtet K. Vogel, Die Practica des Algorismus, 187 f.

sein vorandert mit genügsamer vrsach hernach erzelt[31]. Die alten Weisen suchten einen kurzen Weg, ihre Schüler in der hochberühmten Kunst der Arithmetik zu unterrichten. Ihre Rechnung *von einem Dinge* oder *de re* begannen sie mit: *es sey ain radix.* Nach Art der Aufgabe folgte noch: *census, cubus, census de censu* usw. Von den vielen noch folgenden Bezeichnungen möchte er hier gar nichts erwähnen. Die drei Arten von Zahlen, welche nun zur Verwendung kommen, sind: *numerus linealis* oder *radix; numerus superficialis* oder *quadratus; numerus corporalis* oder *cubicus.* Die Unbekannte in einer Rechnung ist die *prima quantitas.*

Werden Zahlen in rechte Proportion gesetzt, dargetan an 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, dann ist

1) die 3., 5., 7. usw. ein Quadrat,
2) die 4., 7., 10. usw. ein cubicus numerus.

Nachdem die ersten Glieder einiger Proportionen angeführt wurden, folgt die Einführung in die Hochzahlrechnung. Man *verzeichne* jede Quantität mit der Zahl ihrer Ordnung, die man darüber setze:

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9 . . .	16
1	2	4	8	16	32	64	128	256	512 . . .	65536

Vier Regeln zeigen Anwendungsmöglichkeiten auf:

1) Will man *gevierte Zahlen* (Quadratzahlen) finden, dann suche man die geraden Zahlen der oberen Reihe auf und lese darunter ab. Halbieren einer Zahl der oberen Reihe führt in der unteren zum Quadratwurzelziehen.
2) Ein *numerus quadrangularis* (Viereckszahl) entsteht, wenn man eine ungerade Zahl von oben in zwei Summanden zerlegt. So: $\overset{7}{128}$ wird zu $\overset{3+4}{8 \cdot 16}$
3) Eine oben durch 3 teilbare Zahl führt zu einem *numerus cubicus* in der unteren Reihe. Um dessen 3. Wurzel zu finden, teilt man oben durch 3.
4) Will man eine *körperliche Zahl* der unteren Reihe in drei Faktoren zerlegen, dann spalte man die oben stehende in drei Summanden auf:
   $\overset{10}{1024}$ wird zu $\overset{2+3+5}{4 \cdot 8 \cdot 32}$

11) Die Gleichungslehre beginnt mit den Worten: *Also endtlich sein ditz die namen welche man braucht in gegenwertiger rechnung als numerus also geschryben N; 1a: pri; 2a: se; 3a: ter; 4a: quart; 5a: quint; 6a: sex. Numerus bedewt nichts anders dan ain vnitet oder 1. darein werden resoluirt alle andere quantitet etc.* Die Potenzen der Unbekannten heißen also Quantitäten oder Namen. Schreyber gebraucht seine von den anderen Mathematikern abweichende Bezeichnung beliebig durcheinander. *Ain Algorithmus in gantzen, nutz den regeln Cosse* wird aufgegliedert in: Add; Mult; Sub; Div. Ab jetzt wird geläufig mit plus und minus gerechnet, denn: *als + ist vnnd, — mynnder.*

a) Die drei Terme:

$$(ax \pm b) + (cx \pm d)$$
$$(ax + b) + (cx - d)$$
$$(ax - b) + (cx + d)$$

[31] Schreyber weist also darauf hin, daß er für die Potenzen der Unbekannten andere Namen gebraucht als gewöhnlich.

werden geprobt, indem man für 1 pri einen Zahlwert wählt, der das Beispiel zur Identität führt; diese Art der Probe war damals üblich.

b) Die Multiplikation wird eingeleitet mit zwei Regeln:

1) *Numerus N vorandert kainer quantitet namen als wann ich multiplicir 4N durch 4 pri so komen 16 pri.*
2) *Wann du multiplicirst zu samen zwo quantitet so entspringt (wie du dann vor hin gehört hast) ein quantitet, über welcher stet die zal welche sich erzaigt, wann solche obgesatzte zal der zwayer quantitet zusamen zu multipliciren addirst, als ich wil multipliciren 3 se durch 4 ter: so hast du 12 quint: dann 2 vnd 3 machen 5 etc.*

Die Multiplikation von Potenzen der Unbekannten führt bei Schreyber gleich zu einer Betrachtung der Regeln der Hochzahlrechnung. Wir müssen annehmen, daß die betreffenden Vorlagen hauptsächlich in Handschriften zu suchen sind, nachdem sich in den bekannten gedruckten Büchern nur wenig hiervon findet. Die Lehre von den Hochzahlen zieht sich ab hier mit immer umfassender werdender Problematik durch die Bücher der Nachfahren durch, wobei Rudolffs Vorzug die Rückkehr zu der gewohnten Bezeichnungsweise ist und Stifel bereits den Übergang in den Bereich der negativen Exponenten, — der oben stehenden Zahlen, — vollzieht und somit das Rechnen mit Logarithmen in greifbare Nähe rückt. Unbeantwortet bleibt, wie weit Schreyber in Abhängigkeit von Leipziger Manuskripten[32] und vom Werk Chuquets in der Frage der Hochzahlrechnung steht[33]. Bei Schreyber ist der Weg aus der Hochzahlrechnung zur Gleichungslehre evident[34]. Anhand der geometrischen Folge der Potenzen von 2 zeigt unser Autor den Übergang von einem Zahlwert zu der allgemeinen Potenz, die er darstellt, und von dort zum algebraischen Namen dieser Potenz auf. So finden wir sinngemäß den Weg: 2^3 wird zu 8, dann über 3a zu ter. Gemäß

0	1	2	4	8	16	32	64
1	N	1a	2a	3a	4a	5a	6a
2	1a	2a	3a	4a	5a	6a	7a
4	2a	3a	4a	5a	6a	7a	8a
8	3a	4a	5a	6a	7a	8a	9a
16	4a	5a	6a	7a	8a	9a	10a
32	5a	6a	7a	8a	9a	10a	11a
64	6a	7a	8a	9a	10a	11a	12a

N	1a	2a	3a	4a	5a	6a	7a	8a	. . .	12a
1	2	4	8	16	32	64	128	256	. . .	4096

[32] H. E. Wappler, Zur Geschichte der deutschen Algebra, 12.

[33] M. Cantor, Vorlesungen über Geschichte der Mathematik II, 350 f.

[34] Vgl. die ausführliche Darlegung bei C. J. Gerhardt, Zur Geschichte der Algebra in Deutschland, in: Berliner Monatsberichte (1867) 50—52. Die größere Ausführlichkeit in der Hochzahlrechnung bei Stifel kommentiert Scheibel, Einleitung zur mathematischen Bücherkenntniß II (1775/81) 513 bei Besprechung von Schreybers Rechenbuch wie folgt: Freylich gab Stifel in der Arithmetica integra von 1544 die Sache deutlicher an.

lernt man eine Zahl der ersten Spalte mit einer der ersten Zeile zu multiplizieren: *multiplicire sie zusamen vnnd suche den product in den zalen palde gesatzt vnder der tafelnn, vnd merck eben was darüber stet sol gleich so vil machen als die zal zusamen addirt, welche do werden funden über den zwayen zalen, welche man hat zusamen multiplicirt.* Auch die Beispiele, in denen die Vorzeichenmultiplikation aufgezeigt wird, probt unser Verfasser; z. B.: *Nym 1 prima sey 2 N.*

c) Mit einem Appell an die Vernunft fordert er beim Subtrahieren: *Ain sicherung. Als dan oben in dem gemainen algorithmo ist gesagt, so schaw dz die position, welche man subtrahirt, nicht ober treffe die andern als dan die vernunfft lernt.* Abgehandelt werden die vier Regeln, die sich aus $(ax \pm b) - (cx \pm d)$ durch die Kombinationen zwischen den Koeffizienten und Vorzeichen ergeben; natürlich folgt auch die Probe, hier mit $x = 4$.

d) Wenn eine Quantität durch eine andere geteilt wird, *so kumbt ain quantitet, welche zal der ordnung geaddirt zu der zal der ordnung der quantitet des taylers, gybt die ordentliche zal der quantitet die do getaylt ist worden . . . Wirdt aber die klainer quantitet diuidirt durch ain grösser, so entspringt ain bruch. Als 2 se getaylt durch 4 tertz, setz also* $\frac{2\ \textit{secun}}{4\ \textit{terti}}$. Konsequent wie bei der Multiplikation wird auch bei der Division verfahren, denn wir finden:

Die quantitet welch man taylt

Die quantitet welche taylt.

	1a	2a	3a	4a	5a	6a	7a	8a
1a	N	1a	2a	3a	4a	5a	6a	7a
2a	$\frac{1a}{2a}$	N	1a	2a	3a	4a	5a	6a
3a	$\frac{1a}{3a}$	$\frac{2a}{3a}$	N	1a	2a	3a	4a	5a
4a	$\frac{1a}{4a}$	$\frac{2a}{4a}$	$\frac{3a}{4a}$	N	1a	2a	3a	4a
5a	$\frac{1a}{5a}$	$\frac{2a}{5a}$	$\frac{3a}{5a}$	$\frac{4a}{5a}$	N	1a	2a	3a
6a	$\frac{1a}{6a}$	$\frac{2a}{6a}$	$\frac{3a}{6a}$	$\frac{4a}{6a}$	$\frac{5a}{6a}$	N	1a	2a
7a	$\frac{1a}{7a}$	$\frac{2a}{7a}$	$\frac{3a}{7a}$	$\frac{4a}{7a}$	$\frac{5a}{7a}$	$\frac{6a}{7a}$	N	1a
8a	$\frac{1a}{8a}$	$\frac{2a}{8a}$	$\frac{3a}{8a}$	$\frac{4a}{8a}$	$\frac{5a}{8a}$	$\frac{6a}{8a}$	$\frac{7a}{8a}$	N

Was auß solcher taylung kumbt.[35]

[35] Im Dresdener Kodex C 80^m auf Bl. 35^v treffen wir auf ein entsprechendes Schema bis zur 4. Potenz. Dort sind die Kästchen, wo Brüche stehen müßten, nicht besetzt. Laut M. Cantor, Vorlesungen über Geschichte der Mathematik II, 355 führt Chuquet bereits negative Exponenten und den Exponenten 0 ein.

Jeder dieser Brüche ist *in den kleinsten Namen zu reduzieren,* z. B.:

$\frac{4\ \text{ter}}{2\ \text{oc}}$, $\frac{4\ \text{se}}{2\ \text{sep}}$, $\frac{4\ \text{pri}}{2\ \text{sext}}$, $\frac{4\,\text{N}}{2\ \text{quint}}$. Probe über Potenzen von 2.

So dir aber wirdt auff geben ain taylung, vnd der tayler hat mancherlay namen, so setz in schlechtlichen vnder die quantitet die man taylt (vnd die mag auch mancherlay namen haben) mache ain strich darzwyschen. Als

$$\frac{4\ \textit{ter} + 5\ \textit{se}}{\textit{getaylt durch}\ 2\ \textit{pri} + 4\ \textit{N}}\,.$$

Vnd so ich nun nenne ain quantitet als dann obengeschryben getaylt nach auffgab ist gleich 3 1/4 pri. Das ist wann ich tayle 4 ter + 5 se durch 2 pri + 4 N so komen 3 1/4 pri ist die frag wie viel ist 1 pri . . . Ein gebrochenes Polynom wird also einem algebraischen Ausdruck gleichgesetzt, bei Schreyber von der Form ax, bei Rudolff ist es eine Konstante. Erst Stifel dividiert Polynome wirklich durch. Nachdem die hier auftretende quadratische Gleichung noch nicht gelöst werden kann, wird man vorläufig damit vertröstet, *das die pri sey 2 N.*

Im folgenden werden Brüche der Form $\frac{ax^r}{bx^s}$ addiert, multipliziert, subtrahiert oder dividiert. Wahllos steht hier z. B. für x^5: quint, 5a, 5t. Probe wie üblich.

Am Beispiel: *4 pri geben 16 se wie viel geben 12 tertz + 4 N. Facit 48 quart + 16 pri* und an seiner Umkehrung, nämlich: *12 ter + 4 N geben 48 quart + 16 pri wie viel geben 4 pri* erkennen wir aufgrund der Regel: *Wie offt es also kumbt so multiplicire den tailer durch das welches komen sal, vnd der product ist gleich der quantitet die mann getailt hat* nochmals, daß wegen der Lösung: *Facit* $\frac{192\ \text{quint} + 64\ \text{se}}{12\ \ \text{ter} + 4\ \ \text{N}}$ *vnd es sal wider komen die mittel quantitet als 16 se hierumb ist das yetz gesatzt gleich 16 se* unser Autor die Division von Polynomen als Rechenoperation nicht kennt oder vermeidet. Wir nehmen wahrscheinlich zu Recht an, daß dieses Problem, wie es selbständig erstmals von Stifel bewältigt wird[36], aus der Proportion hervorging. Rudolff führt hierbei auch nicht weiter aus als unser Verfasser.

12) Quadrat- und Kubikwurzelziehen mit der Anweisung, durch übergesetzte Punkte die 2er und 3er Gruppen zu kennzeichnen. Es wird empfohlen, vier bzw. sechs Nullen an den Radikanden anzuhängen, um ein genaueres Ergebnis zu erzielen; das Resultat ist anschließend durch 100 zu teilen. Rudolff übernimmt dieses Verfahren. Schreyber begibt sich auch einmal in die 60er Teilung: *als auß 7 ist radix 1* $\frac{91}{100}$ *oder 54 minuten 36 se* bei der 3. Wurzel.

13) *Von der vorgleychung der quantitet zusammen welche sich haben jn der proportion nachaynander, sindt zu mercken etliche schone regel auß welchen dann entspringt ain groser vorstant vieler subtiler rechnung.* Aus den sechs Formen, die von Alchwarazmi in seiner Gleichungslehre diskutiert worden waren, hatten sich bis um das Jahr 1500 24 Fälle herausgebildet; es waren lineare bzw. auf Grad zwei rückführbare Gleichungen und solche, deren Wesen im Ausziehen höherer Wurzeln bestand. Schreyber ließ nur mehr sieben verschiedene Gleichungstypen zu; es ist noch nicht geklärt, wie weit ihm

[36] J. Tropfke, Geschichte der Elementar-Mathematik II (³1933) 118 führt an, daß die Division von Polynomen nicht vor dem 16. Jahrhundert erschien.

dies als Verdienst anzurechnen ist; denn in der *Lateinischen Algebra* im *C 80* auf Blatt 350^{r}f erscheinen diese sieben Regeln in fast gleicher Reihenfolge[37], ebenso im Leipziger Kodex *1470* auf Blatt 479^{r}f. Wir befinden uns an einer wirklichen Nahtstelle zwischen handschriftlicher und gedruckter algebraischer Übermittlung. Rudolff übte acht Fallunterscheidungen durch. Stifel ließ auch negative Gleichungskoeffizienten zu, bzw. er schuf — wahrscheinlich im Anschluß an Rudolffs Gedankengang — seine Universalregel für algebraische Ansätze[38].

Schreyber diskutiert seine sieben Regeln der Reihe nach durch und belegt sie durch Beispiel und Probe. Bei Fall Nummer fünf wird einmal nur die 1., dann nur die 2. Lösung der quadratischen Gleichung als richtig zugelassen, obwohl jeweils beide Lösungen zu positivem Resultat geführt hätten. Der Art nach, wie unser Autor vorgeht, könnte man ohne weiteres meinen, die Gleichung habe sich aus der Proportion entwickelt. Jedem neuen Gleichungstyp wird eine neue fortlaufende Proportion zugrunde gelegt, aus welcher das dann folgende Zahlenbeispiel gestellt wird. Eine sehr sinnfällige Idee, um die Lehre von den Gleichungen und der Proportion miteinander zu verknüpfen. Rudolff geht jeweils von der *proportio dupla* aus und findet dadurch — er betrachtet zusätzlich noch $ax^{n+4} + bx^{n+2} = cx^n$ — stets das Ergebnis $x = 2$. Er führt bei jeder Regel eine hinreichend große Anzahl von Beispielen an.

Im besprochenen Rechenbuch finden wir:

a) $ax^{n+1} = bx^n$. *In allen proportion gehenden ordentlich nachainander also das sich zwen namen mit aynander vorgleychen, so sal des ersten namen zal durch des andern namen zal diuidirt werden, vnd der quocient sagt der frag berichtung. Nym vor dich die zal jn der proportion dupla als*

N	1	2	3	4	5	6
1	2	4	8	16	32	64

Er rechnet das Beispiel: *2 sext ist gleich 4 quint oder 2 pri ist gleich 4N Facit 1 pri 2 N.*

b) $ax^{n+2} = bx^n$. *Weytter so jn proportionirten zalen, sich zwen namen zusamen vorgleichen welche nicht stehen nachaynander sunder es ist ayn quantitet darzwischen . . . Schreyb vor dich die zal jnn proportione tripla als*

N	pri	2	3	4	5	6
1	3	9	27	81	243	729

Hier folgt: *3 tertz seyn gleych 27 pri.*

c) $ax^{n+3} = bx^n$ wird aufgezeigt an der proportio quadrupla, aus der die Angabe: *2 quint ist gleich 128 se* stammt.

d) In der Diskussion von $ax^{n+2} + bx^{n+1} = cx^n$ und im folgenden werden allgemeine Zahlen verwendet. Die proportio quintupla dient als Basis für die Fragestellung: *2 quart + 1 tertz seyn gleych 55 se.* Gemäß Schreyber hat die Gleichung $x^2 + px = q$ nur die eine Lösung $x = Q\left(\frac{p^2}{4} + q\right) - \frac{p}{2}$[39], in unserem Falle $x = 5$.

[37] H. E. Wappler, Zur Geschichte der deutschen Algebra, 12.

[38] Stifel konnte trotzdem nicht jede quadratische Gleichung lösen, wie etwa $x^2 + 4x + 5 = 0$.

[39] Das Zeichen Q bedeutet: Quadratwurzel aus.

e) Die Gleichung $ax^{n+2} + bx^n = cx^{n+1}$ hat die Rechenvorschrift: *Multiplicire das halbtayl b in sich vnd von dem product subtrahire a vnd des übrigen radix quadrata sol addirt werden zum halben tayl b so kumbt valor 1 pri: Auch begibt es sich das sulchs vnder zeitten wirdt subtrahirt vom halben tayl b Schreyb die zal nachaynander jn der proportion sextupla als*

N	pri	se	3a	4a	5a	6a
1	6	36	216	1296	7776	46656

Die Aufgaben: *2 se + 18 N sein gleich 15 pri* und *2 se + 500 N sein gleich 95 1/3 pri* werden jeweils nur nach einer Lösung hin betrachtet, wobei $x^2 + q = px$ einmal nur zu $x = \frac{p}{2} + Q\,(\frac{p^2}{4} - q)$, dann zu $x = \frac{p}{2} - Q\,(\frac{p^2}{4} - q)$ führt. Wir verstehen aber nun vielleicht diese willkürlich erscheinende Anweisung. Unser Autor baute sein Beispiel aus der starren Anordnung der Glieder der geometrischen Folge mit Quotient 6 auf. Was sollte hier eine Lösung, die nicht 6 war, der Wert nämlich, der von vorneherein feststand? Wir befinden uns zwar in einer Zeit, in der die Multiplikationsregel: *minus mal minus ist plus* wohlbekannt ist und gelehrt wird, wo aber die Wurzel aus 9 nur 3 und nicht auch —3 ist, weil ja auch eine negative Zahl noch keine Daseinsberechtigung besaß. Rudolff geht ursprünglich auch so vor wie Schreyber, korrigiert dies aber in seiner 1526 erschienenen *Künstlichen Rechnung*.

f) Auf die proportio septupla greift Schreyber zurück, um mittels der Rechenvorschrift $ax^{n+1} + bx^n = cx^{n+2}$ die Unbekannte in: *Nun vorgleich ich 12 pri + 24 N mit 2 10/49 se* zu finden. Wir sind nicht mehr überrascht, hier in $px + q = x^2$ nur das eine Resultat $x = Q\,(\frac{p^2}{4} + q) + \frac{p}{2}$ dargeboten zu erhalten, nämlich $x = 7$. Dieses Ergebnis fügt sich in die Ausgangsposition ein. Es muß nicht gesondert erwähnt werden, daß in unserem Rechenbuch nur positive Koeffizienten im Gleichungsansatz auftreten.

g) Der nächste Gleichungstyp hat die Form $ax^{n+4} = bx^n$. Der proportio octupla sind folgende Zahlbeziehungen entnommen: *Ich sprich 5 quint sein gleych 20480 pri.* Man ziehe zweimal hintereinander die Quadratwurzel.

In knapper Form werden alle Regeln nochmals zusammengefaßt. Die Abkehr von der bisher geübten dogmatischen Lehrmethode klingt deutlich an in: *Ain Cautel. Wann do stet jn ainer position der zwayer die sich mit ainander vorgleichen, das zaich + so subtrahir sein zal von seinem gleichen jn der andern position, wird aber funden — so addire die selbig zal zu der jn der andern position als wann ich sprech: 4 pri + 8 N ist gleych 16 N: alhie subtrahire 8 von 16 so plaibt 8 vnd sprich 4 pri sein gleich 8 N.* Mit dieser Sicherung — sie sagt nichts anderes aus, als daß man einen Summanden auf einer Gleichungsseite fortschafft, wenn man ihn mit entgegengesetztem Vorzeichen beidseitig addiert — hebt sich Schreyber im Bemühen, seinen Rechenweg verständlich zu gestalten, über seine Vorgänger hinaus. Nicht mehr ein *Thu ihm also* wird vorangeschickt wie in den kaufmännischen Rechenbüchern, sondern der Studierende kann den Gedankengang selbst nachempfinden. In einigen der folgenden Rechenaufgaben zeigt sich diese Absicht deutlich.

14) *Volgendt exempla durch die regel falsi vnd die ersten regel Cosse.* 27 Aufgaben zum vorigen Stoff, drei als unbenannte, die anderen als praktische Beispiele. 15 Fragestellungen sind gemäß der ersten Regel gewählt und werden sowohl durch die Regula falsi, als auch durch die Coss gelöst; ab

Nr. 16, wo die zweite Regel geübt wird, nur mehr algebraische Bearbeitung. In Aufgabe Nr. 7 sehen wir, daß dort, wo wir wahrscheinlich mehrere Unbekannte einführen und auf Grad 2 ausweichen würden, hier jeweils mit 1 pri angesetzt und schrittweise im Dreisatz gearbeitet wird. So werden als linear getarnte quadratische Beispiele mittels der Regula falsi und der Coss gelöst; auch Aufgabe 10 mit dem Ansatz $x \cdot x \cdot \frac{9}{8} = 45\,x$ auf Blatt K III v f[40]. In den Aufgaben Nr. 12 und 13 bestimmt man die Höhe eines Turmes dadurch, daß von zwei Fußpunkten aus, deren Fluchtentfernung vom Turm bekannt ist, die Spitze anvisiert wird. Auch diese sind einfache Dreisatzaufgaben. Ein weiterer Anhaltspunkt dafür, wie eng die Lehre von den Gleichungen ursprünglich mit der Proportionslehre verknüpft war und wie wenig Geometrie von den deutschen Mathematikern der beginnenden Neuzeit betrieben wurde.

Es wäre interessant zu wissen, wie Schreyber die Fragen zur 5. Regel anging. Er bringt je ein Beispiel und schreibt vor: *Mache es nach der Regel.*

15) Musiktheorie.

16) Buchführung mit Zornal (Journal), Kaps (Kapsel bzw. Kassabuch als Aufzeichnung des in einer Kapsel verwahrten Bargeldes) und Schuldbuch. Es handelt sich um die älteste nachgewiesene deutsche Darstellung[41].

17) Faß- und Visierrechnung mit Tabellen. Wir finden auch die Historie vom delischen Problem erzählt.

Nicht nur die Aufgaben Schreybers lebten in den Büchern seiner Nachfahren fort, — sie selbst waren bereits dem überlieferten Stoff entnommen, — sondern auch die Art, wie er die einzelnen Probleme anging. Wir wissen, daß Rudolff sich mancher dieser Überlegungen anschloß; etwa dort, wo ein gebrochenes Polynom nicht durchdividiert, sondern einem Zahlwert gleichgesetzt wird, so daß eine Gleichung entsteht. Der Beachtung wert ist auch, wie sich die Hochzahlrechnung von Schreyber über Rudolff zu Stifel hinzieht, der schließlich die Reihe der Exponenten in den negativen Bereich hin fortsetzte. Der Nachfolgende versuchte hierbei jeweils, die Ausführungen umfangreicher und anschaulicher darzubringen als sein Vorgänger. Schließlich sei noch erwähnt, daß auch Adam Ries bereits 1524 in seiner nicht gedruckten *Coss* auf den Verfasser unseres Rechenbuches hinweist; so: *vnd eur achtparkeitt geweysett an den wol erfarnenn wohlgelartenn Magistrum Henricum gramatheus Mathematicum, der kürtzlich angefangen Zu schreybenn, auch etwas von der Coss berurtt, Der in lateinischer Zungen erfarenn Die bucher Euclidis vnd andere Zur sach dinendtt gelesenn. Aber eur achtparkeit hatt mich solchs nicht erlasen wolln, sonder vormeltt wie berurtter Heinrich schreiber Mathematicus vnd magister sich vnderstehe der Astronomey itzt Zu diser Zeit, Die weil ich auch etzlich Jar schul gehaltenn, vil vnd mancherley fragenn mir Zu gekomen, vleysigklich ersucht Dieselbigen nichtt Zubergenn, Wie uil biß hero gethan*[42]. Wir entnehmen hieraus nochmals, daß Schreybers Rechenbuch wahr-

[40] Der Hinweis bei F. Unger, Die Methodik der praktischen Arithmetik in historischer Entwickelung (1888) 48 hat diese Stelle wahrscheinlich zum Anlaß.

[41] Vgl. hierzu M. Cantor, Vorlesungen über Geschichte der Mathematik II, 397 und F. Unger, Die Methodik der praktischen Arithmetik, 47 f.

[42] Zitiert aus B. Berlet, Die Coß von Adam Riese (1892) 34.

scheinlich erst 1521 gedruckt wurde und zum anderen, wie hoch wir dieses Buch mit den Regeln der Coss einzuschätzen haben; kam es doch zu einer Zeit heraus, in der die dogmatische Lehrmethode noch in voller Blüte stand und — man sehe Riesens Worte — die Kunst der Algebra von den Eingeweihten immer noch als Geheimwissenschaft behandelt wurde.