# Tamara Rebuge Pereira

A Arte no Ensino e Aprendizagem da Simetria: Uma experiência no 2.º Ciclo do Ensino Básico





# Tamara Rebuge Pereira

A Arte no Ensino e Aprendizagem da Simetria: Uma experiência no 2.º Ciclo do Ensino Básico

# Relatório Final de Estágio

Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo do Ensino Básico

Trabalho efetuado sob a orientação de Professora Doutora Liliana Castilho Professora Doutora Helena Gomes



#### **AGRADECIMENTOS**

Num trabalho deste caráter, conta-se, quase que inevitavelmente, com o apoio e auxílio de uma lista de pessoas que me acompanharam nesta árdua mas prazerosa caminhada. Assim sendo, gostaria de manifestar o meu mais sincero agradecimento a todos aqueles que tornaram possível a conclusão desta etapa:

- À professora Doutora Liliana Castilho, pela forma como orientou o presente estudo, pelo incentivo e pelos ensinamentos, críticas e sugestões.
- À professora Doutora Helena Gomes, uma rara combinação de humildade e profissionalismo, o meu muito abrigada por toda a orientação apoio e paciência com que só um verdadeiro amigo nos pode brindar.
- À minha família sempre presente ao longo da minha vida académica e, em especial, aos meus pais a quem devo muito. Obrigada por tudo...
- Ao meu namorado por todo o apoio, dedicação nos momentos bons e menos bons da elaboração deste estudo, por confiar na minha ambição académica e, especialmente por tudo o que me tem dado ao longo destes anos.
- Um especial agradecimento à minha colega de estágio, Flávia, pelo seu companheirismo, amizade e dedicação ao longo de todo este percurso, sem o seu contributo nada seria possível...
- Às minhas colegas Tânia e Marta o meu profundo obrigada, desejo um dia poder retribuir a ajuda que me prestaram.
- Por fim, à Escola Superior de Educação, respetivos docentes e funcionários, por tudo aquilo que me proporcionou ao longo destes cinco anos.

#### **RESUMO**

Este relatório foi elaborado no âmbito do Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2º Ciclo do Ensino Básico e pretende evidenciar tanto o percurso feito no decorrer das práticas de ensino supervisionadas, como o projeto de investigação na área de Matemática que decorreu no 2.º Ciclo do Ensino Básico (doravante CEB).

O relatório foi estruturado em duas partes. A primeira resume o trabalho desenvolvido ao nível das práticas de ensino supervisionadas, no 1.º e 2.º CEB (aprendizagens, dificuldades e reflexão sobre o trabalho desenvolvido) e, na segunda parte, é apresentado o projeto de investigação.

O projeto desenvolvido tinha como objetivo principal a compreensão do conceito de Simetria, por alunos do 6.º ano de uma escola pertencente ao distrito de Viseu, a partir do trabalho com tarefas que envolviam a análise de elementos de Arte, utilizando materiais didáticos. Trata-se de um estudo de orientação naturalista que adota como instrumentos a observação direta, as notas de campo e a análise documental das resoluções dos alunos.

Os resultados da investigação mostram que a utilização de materiais didáticos durante a resolução de tarefas auxilia a compreensão dos conceitos, por parte dos alunos, e que trabalhar tarefas para estudar a Simetria de elementos de Arte permite estudar contextos ricos e potencializadores de aprendizagens com significado, particularmente porque esses contextos não matemáticos e ligados ao dia a dia ajudam a dar significado à Matemática escolar, permitindo analisar e perspetivar uma Matemática menos abstrata.

Palavras-chave: Arte, Geometria, Simetria, 2.º Ciclo do Ensino Básico, materiais didáticos.

#### **ABSTRACT**

This report was elaborated in the scope of the Masters in Teaching of the 1st Cycle of Basic Education and of Mathematics and Natural Sciences in the 2nd Cycle of Basic Education and intends to highlight both the course done in the course of supervised teaching practices, as the research project in the area of Mathematics that took place in the 2nd Cycle of Basic Education (hereinafter CEB).

The report was structured in two parts. The first one summarizes the work developed at the level of supervised teaching practices, in the 1st and 2nd CEB (learning, difficulties and reflection on the work developed) and, in the second part, the research project is presented.

The main objective of the project was the understanding of the concept of Symmetry by students of the 6th year of a school belonging to the district of Viseu, starting from the work with tasks that involved the analysis of elements of Art using teaching materials. It is a naturalistic study that adopts as instruments direct observation, field notes and documentary analysis of students' resolutions.

The results of the research show that the use of didactic materials during the task resolution helps the students to understand the concepts and that work tasks to study the symmetry of elements of the Art allows to study rich contexts and potentializers of learning with meanings, particularly because these non-mathematical and day-to-day contexts help to give meaning to school mathematics, allowing us to analyze and prospect a less abstract mathematics.

**Keywords:** Art, Geometry, Symmetry, 2nd Cycle of Basic Education, didactic materials.

# Índice

INTRODI	UÇÃO GERAL	1
	- Reflexão crítica sobre as práticas em contexto	
	ntrodutória	
	aracterização dos contextos	
	-	
1.1.	Prática de ensino Supervisionada I e II – Contexto do 1.º CEB	
1.2.	Prática de Ensino Supervisionada III e IV – Contexto do 2.º CEB	
_	reciação crítica das competências desenvolvidas na PES	
2.1.	Prática de Ensino Supervisionada I e II - 1.º CEB	9
2.2.	Prática de Ensino Supervisionada III e IV - 2.º CEB	. 13
3. Sír	ntese global das reflexões críticas sobre as práticas em contexto	. 17
PARTE I	II - Arte no Ensino e Aprendizagem da Simetria: uma experiência	de
Ensino n	o 2.º CEB	. 20
1. Ap	resentação do estudo	. 21
1.1.	Contextualização do estudo	. 21
1.2.	Problema de estudo	. 22
1.3.	Objetivos do estudo	. 24
2. Fu	ndamentação Teórica	. 24
2.1.	Ensino e Aprendizagem da Geometria	. 24
2.2.	Ensino e Aprendizagem da Arte	. 33
2.3.	A Arte Gótica em Portugal e no mundo	. 35
2.4.	Relação entre a Geometria e a Arte	. 38
3. Me	etodologia de investigação	. 40
3.1.	Natureza da investigação	
3.2.	Participantes no estudo e justificação da sua escolha	
3.3.	Procedimento	
3.4.	Técnicas e instrumentos de recolha de dados	
3.5.	Técnicas de tratamento e análise dos dados	
	ervenção Pedagógica	
	, , , , , , , , , , , , , , , , , , , ,	
4.1.		
5 An	válise dos dados	59

5.1.	Tarefa: As imagens por reflexão axial	59
5.2.	Tarefa: Vamos traçar eixos de simetriacom Mira	65
5.3.	Tarefa: Qual é a mais simétrica?	70
5.4.	Tarefa: Simetria de rotação em rosáceas	75
5.5.	Tarefa: Descobrindo Simetrias	77
5.6.	Tarefa: GeCla	82
Conclu	são	85
CONSIDI	ERAÇÕES FINAIS	90
REFERÊ	NCIAS BIBLIOGRÁFICAS	92
ANEXOS	)	97
ÍNDICE D	DE FIGURAS	
_	- modelo de espelho	
Figura 2	- modelo de Mira	29
Figura 3	- estudar Simetrias com papel vegetal	29
_	- GeClaMini	
Figura 5-	questão 1, Eduardo	60
_	- questão 2, Gonçalo	
_	- questão 3, Rui	
_	- questão 3, Telmo	
Figura 9	- questão 3, Eduardo	66
•	) - questão 1, Gonçalo	
_	l - questão 1, Manuel	
	2 - questão 2, Rui	
_	3 - questão 1, respostas da turma	
	4 - questão 3, respostas da turma	
_	5 -questão 2, Rui	
•	6 - gráfico das respostas da turma	
•	7 - imagens, "Qual a mais simétrica?"	
_	3 - decalque, Eduardo	
Figura 19	9 - resposta, Manuel	76

Figura 20 - resposta Eduardo78	3
Figura 21 - resposta Gonçalo79	)
Figura 22 - resposta Manuel80	)
Figura 23 - resposta Rui80	)
Figura 24 - resposta Telmo81	
Figura 25 - imagem GeCla84	ŀ
ÍNDICE DE TABELAS	
Tabela 1 - Sessões e tarefas desenvolvidas44	ŀ
LISTA DE ABREVIATURAS	
CEB – Ciclo do Ensino Básico	
ESE – Escola Superior de Educação	
EVT – Educação Visual e Tecnológica	
GeCla – Gerador e Classificador	
NC – Notas de Campo	
NCTM – National Council of Teachers of Mathematics	
OCEPE - Orientações Curriculares para a Educação Pré-escolar	
PES – Prática de Ensino Supervisionada	
Séc. – Século	
TG - Transformação Geométrica	

# INTRODUÇÃO GERAL

O presente relatório final de estágio, realizado na Escola Superior de Educação de Viseu - Instituto Politécnico de Viseu, no âmbito do curso de Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico (1.º CEB) e Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo do Ensino Básico (2.º CEB), é composto por duas partes. A primeira parte apresenta as reflexões críticas sobre as práticas em contexto, realizadas ao longo dos dois anos do curso de Mestrado, relativas às Práticas de Ensino Supervisionadas (PES) I e II - no 1.º CEB – e III e IV – no 2.º CEB. Já a segunda parte expõe o projeto de investigação desenvolvido no 2.º CEB cujo tema é a Arte no Ensino e Aprendizagem da Geometria, mais em particular da Simetria.

Segundo o National Council of Teachers of Matematics (NCTM, 2007) "a necessidade de compreender e de ser capaz de usar a Matemática na vida quotidiana, e no local de trabalho, nunca foi tão premente" (p. 4) e, é neste sentido, que urge pensar o processo de ensino e aprendizagem, de modo a que os alunos confirmem que a Matemática não só faz sentido nas aulas da área disciplinar mas, também, em todas as outras áreas do saber académico e social. Deste modo, olhar para um elemento de Arte de um ponto de vista geométrico permite que os alunos construam o conhecimento matemático com significado e com a certeza que, de facto, a Matemática estabelece conexões com diversas áreas. Segundo Silva (2015), apreendemos Matemática quando nos damos conta da semelhança entre objetos ou imagens no nosso dia-a-dia e, só depois temos curiosidade de aprender a linguagem e o símbolo para representar o que vemos. Afinal de contas, etimologicamente - Matemática, deriva da palavra Grega *mathematike*, que significa disposição para aprender.

Deste modo, na primeira parte do relatório, encontra-se a caracterização dos contextos onde decorreram as práticas de ensino, a apreciação crítica das competências desenvolvidas ao longo das mesmas, segundo os Padrões de Desempenho Docente e, ainda, uma síntese global das reflexões críticas.

Na segunda parte do relatório é apresentado o projeto de investigação, desenvolvido numa escola do distrito de Viseu, com uma turma do 6.º ano de

escolaridade, onde foi trabalhado o conceito de Simetria, com recurso a elementos de Arte Gótica. Esta parte do relatório está subdividida em 5 capítulos onde, respetivamente, apresentamos a justificação, relevância e objetivos do estudo; a fundamentação teórica do tema e conceitos subjacentes; a metodologia e instrumentos de recolha e análise de dados utilizados na elaboração do projeto; as tarefas e a intervenção pedagógica realizada nas sessões; e no último capítulo, apresentam-se ainda, os resultados obtidos no estudo e as principais conclusões.

Para fechar o presente trabalho, exponho considerações finais do relatório onde não só me refiro às duas partes do trabalho mas, também, a todo o processo de formação na área da docência.

PARTE I - Reflexão crítica sobre as práticas em contexto

#### Nota introdutória

Sabemos que a sociedade e a escola estão em constante transformação e, que por consequência, é cada vez mais exigido ao professor não só a sua adaptação como também uma evolução permanente. Deste modo, acredito que a par da formação contínua e do desenvolvimento profissional, o trabalho de reflexão é uma ferramenta que permite ao professor pensar a sua atitude face ao processo de ensino aprendizagem e assim, melhorar a sua prática.

Ao longo do Mestrado tive a oportunidade de experienciar situações ricas não só em termos didáticos, metodológicos e científicos como também, em termos éticos e socias que, através da reflexão, me possibilitam a compreensão da prática docente. Neste sentido, surge o ponto aqui desenvolvido que reflete as práticas e os momentos vividos nos contextos de 1.º e 2.º CEB, decorridos, respetivamente, no primeiro e segundo ano do curso de Mestrado.

Este ponto encontra-se estruturado em dois tópicos, inicialmente caracterizaram-se os diversos contextos e, posteriormente analisaram-se criticamente as práticas e as competências desenvolvidas ao longo das PES.

# 1. Caracterização dos contextos

As unidades curriculares de PES permitiram-me contactar, de uma forma direta, com a realidade escolar, com diferentes agrupamentos, alunos, supervisores, professores cooperantes e documentos orientadores. Em suma, observei e intervim em distintas realidades e contextos, o que se mostrou uma mais-valia para o meu desenvolvimento pessoal e profissional pois, ao longo de todo o meu percurso futuro irei, com certeza, contactar com diversas situações, todas distintas umas das outras, que exigirão uma capacidade de resposta diversificada. Ora, graças às PES irei munida, para o mundo profissional, de algumas ferramentas para responder aos desafios a encarar na profissão docente, não esquecendo a necessidade de formação contínua.

A caracterização dos contextos realizada de seguida mostra características de dois ciclos de ensino diferentes nos quais se inseriam as unidades curriculares de PES. Todavia, e como o Mestrado é repartido em quatro semestres, ou seja, quatro PES distintas, dentro do 1.º contexto (1.º ciclo do ensino Básico - PES I e II) trabalhei com dois anos de escolaridade distintos e, por consequência, em agrupamentos e escolas diferentes. Já a PES III e a PES IV decorreram no 2.º CEB sempre com a mesma professora cooperante e com as mesmas turmas.

#### 1.1. Prática de ensino Supervisionada I e II – Contexto do 1.º CEB

A PES I e a PES II decorreram no 1.º CEB, todavia, como já foi referido, em distintas escolas e agrupamentos. No primeiro semestre (PES I) trabalhei com uma turma de 2.º ano de escolaridade e no segundo semestre (PES II) com uma turma de 4.º ano de escolaridade. Em ambos os casos, as turmas pertenciam a escolas do distrito de Viseu e, embora a agrupamentos distintos, os dois se situavam no centro da cidade.

Todo o trabalho realizado, ao longo da PES I e da PES II, foi desenvolvido em grupo com o apoio das professoras cooperantes e dos professores supervisores que, me auxiliaram, em todos os momentos, a dar resposta aos

obstáculos e me deixaram à vontade para tomar opções quanto às estratégias de ensino que pretendia pôr em prática.

Relativamente a PES I é de referir que as horas destinadas à prática eram menos do que na PES II, uma vez que só estava na escola dois dias por semana e as aulas decorriam durante o horário da manhã, ou seja, as aulas iniciavam às 8h e terminavam às 13h sendo que, o recreio era às 10h30. Este horário, na minha opinião, tornava-se muito exigente não só para o professor como, também, para os alunos pois o facto de estarem 2h30 dentro de uma sala de aula, sem intervalos ou pausas, faz com que se "cansem" mais facilmente e a aula não seja tão produtiva: "depois [do] tempo de recreio as crianças ficam menos agitadas e mais atentas aos conteúdos das aulas" (Miller, 2009, citado por Pereira, Pereira & Condessa, 2014, p. 68).

A turma era constituída por 26 alunos dos quais 10 rapazes e 16 raparigas com idades compreendidas entre os 7 e 8 anos. O grupo era muito motivado e reagia às tarefas de forma muito positiva, demonstrando grandes capacidades de comunicação, socialização e resolução de conflitos. Eram visíveis mais dificuldades na área disciplinar de Português mas apesar disso, a professora titular de turma, trabalhava todas as áreas disciplinares, respeitando a carga horária que lhe era estipulada pelo Ministério da Educação.

A turma do 4.º ano de escolaridade era constituída, de igual forma, por 26 alunos, dos quais 14 rapazes e 12 raparigas com uma média de idades de 10 anos. De entre estes havia um aluno referenciado com Necessidades Educativas Especiais. Devido ao facto de estar mais avançada no ciclo, era uma turma mais exigente, desafiadora a nível científico e muito participativa. Neste contexto permanecia três dias por semana, o que permitiu ter uma visão diferente do 1.º CEB mas também exigiu uma entrega e concentração maior.

O grupo em questão era muito heterogéneo no que respeita ao aproveitamento, ou seja, havia alunos muito bons e alunos com muitas dificuldades de aprendizagem, o que obrigou a organizar todas as tarefas de uma forma mais minuciosa. Uma das diferenças mais notória entre os dois anos de escolaridade foi a importância dada a cada uma das áreas disciplinares pois, devido às provas de aferição do quarto ano (que ainda se encontravam em vigor

durante a maior parte do ano escolar), a professora titular da turma dispensava mais atenção às áreas curriculares de Matemática e de Português, deixando as outras para segundo plano.

Porém, o que desejamos é que os alunos construam saberes significativos em todas as áreas curriculares, dando a mesma importância a todas elas para que assim, consigam fazer conexões entre os saberes. Segundo Roldão (1999) citado por Lopes (2006, p. 64) o que se pretende "é que a aprendizagem seja significativa e que tenha sentido para quem a recebe. É encontrar os pontos de contacto, de união entre as diferentes disciplinas".

## 1.2. Prática de Ensino Supervisionada III e IV – Contexto do 2.º CEB

As unidades curriculares de PES I e PES II permitiram-me contactar de uma forma direta com a realidade escolar numa só escola ao longo de todo o ano letivo, ou seja, tive a oportunidade de acompanhar turmas durante todo o seu percurso anual, criar laços, observar o trabalho de professores dentro do estabelecimento de ensino e ainda, tornar-me parte da comunidade escolar do estabelecimento em questão. Em suma, esta experiência foi diferente daquelas que já tive oportunidade de experimentar e por isso, considero-a uma mais-valia para o meu percurso académico e profissional.

Neste sentido e como já foi referido, a PES III e a PES IV foram desenvolvidas no 2.º CEB e ocorreram numa única escola. Todavia, importa salientar que o trabalho foi realizado com duas turmas distintas de 5.º ano de escolaridade: na turma n.º 1 lecionei aulas de Matemática e Ciências Naturais e na turma n.º 2 só aulas de Matemática. Em ambos os casos, todo o trabalho foi desenvolvido em grupo com o apoio da professora cooperante que me auxiliou em todos os momentos.

Relativamente à turma n.º 1, esta era constituída por 19 alunos, 14 com 10 anos de idade, 3 alunos com 11 anos de idade e 2 alunos com 14 anos de idade, todos de nacionalidade portuguesa. De entre o total de alunos, 10 eram do sexo feminino e 9 do sexo masculino e existiam ainda 2 alunos com

Necessidades Educativas Especiais. De forma geral a turma era pouco participativa, apesar de se ter notado uma grande evolução ao longo do ano. Possuíam grandes dificuldades a nível da leitura e interpretação de enunciados e da comunicação. Existiam porém, dois elementos que se destacavam pelo seu ritmo de trabalho, participação e motivação.

No que respeita ao aproveitamento da turma posso dizer que, na sua globalidade, era positivo sendo que a área disciplinar onde revelavam maiores dificuldades era a Matemática. A nível social a turma não apresentava dificuldades comportamentais nem problemas de interação tanto entre pares como com o professor.

Já a turma n.º 2 era constituída por 19 elementos, sendo que existiam 14 alunos com 10 anos de idade, 3 alunos com 11 anos de idade,1 aluno com 12 anos de idade e 1 aluno com 17 anos de idade. De entre os 19 alunos, 9 eram do sexo feminino e 10 do sexo masculino. Existiam dois alunos que se encontravam referenciados com Necessidades Educativas Especiais.

Analogamente esta turma apresentava grandes dificuldades na área da Matemática, nomeadamente, ao nível do raciocínio lógico, da resolução de problemas e da comunicação matemática. Existia também um elemento que se destacava pela sua facilidade de aprendizagem e pelo seu ritmo de trabalho.

A nível comportamental era um grupo que se distraía com grande facilidade, mas não perturbava o decorrer da aula com o seu comportamento. Por fim, a nível social considero que não apresentavam qualquer situação preocupante uma vez que, mostravam uma boa relação quer entre pares quer com os adultos.

Em suma, as turmas eram diferentes no que respeita a níveis de aprendizagem e a conhecimentos prévios, facto que me desafiava em termos de metodologias e estratégias, mas a nível comportamental e social estavam a par uma da outra.

#### 2. Apreciação crítica das competências desenvolvidas na PES

O processo de refletir sobre a ação e avaliar o desempenho é, assumidamente, um processo complexo e moroso mas necessário. Só refletindo sobre a prática podemos compreender o que é preciso modificar. Segundo Alarcão (1996), um bom professor deve ser capaz de "descobrir em si as potencialidades que detém, tem de conseguir ir buscar ao seu passado aquilo que já sabe e que já é e, sobre isso, construir o seu presente e o seu futuro" (p. 8).

Neste sentido, toda a minha formação inicial e, especialmente, esta fase final permitiu-me alcançar um conjunto de competências e capacidades sobre as quais irei debruçar-me de seguida. Para uma melhor visão crítica sobre as aprendizagens adquiridas, a presente reflexão rege-se pelos Padrões de Desempenho Docente estipulados pelo Ministério de Educação, que se encontram divididos em 4 dimensões: i) profissional, social e ética; ii) desenvolvimento do ensino e da aprendizagem; iii) participação na escola e relação com a comunidade educativa; iv) desenvolvimento e formação profissional ao longo da vida.

Estas dimensões auxiliaram-me na elaboração de uma reflexão crítica mais alargada e, como tal, refiro-me a cada uma delas ao longo dos tópicos abaixo.

# 2.1. Prática de Ensino Supervisionada I e II - 1.º CEB

Fazendo uma retrospetiva sobre a experiência de PES em todo o 1.º CEB posso dizer que é para mim o ciclo mais rico de toda Educação Básica mas também, o mais exigente para o professor. O facto de ter um regime de monodocência exige ao professor um maior e mais profundo conhecimento dos seus alunos, uma maior cooperação com toda a comunidade e, ainda, a capacidade para realizar a interdisciplinaridade em sala de aula e entre ciclos.

Numa tentativa de reflexão sobre as práticas, não posso deixar de referir todas as atividades realizadas ao longo das mesmas, tais como, as observações, as planificações e as implementações.

Relativamente às observações considero que estas foram muito pertinentes para conhecer a turma, as suas rotinas e as metodologias a que os alunos estavam habituados, para que posteriormente pudesse adaptar o trabalho às mesmas. "A observação desempenha um papel fundamental na melhoria da qualidade do ensino e da aprendizagem, constituindo uma fonte de inspiração e motivação e um forte catalisador de mudança na escola" (Reis, 2011, p. 11).

Todavia, considero que as observações realizadas nas Práticas não foram suficientes para conhecer as turmas em questão uma vez que, são muitos alunos e todos com características e ritmos diferentes. Assim, mais observações poderiam permitir, na minha opinião, ter uma maior quantidade de informação para planificar de uma forma mais sólida, em função das necessidades das turmas.

Evocando agora os Padrões de Desempenho Docente e, relativamente à primeira dimensão, posso destacar o facto de ter realizado sempre ao longo da prática educativa reflexões críticas orais e escritas sobre a mesma pois considero que a prática reflexiva é parte crucial para um bom desempenho docente e permite melhorar de forma progressiva a ação, de modo a promover aprendizagens significativas e o desenvolvimento de todos os alunos. Para isso, foi de igual modo necessária a constante análise dos documentos orientadores, a nível nacional como os Programas e Metas Curriculares e a nível interno, como o projeto de turma e o projeto educativo, nomeadamente, na planificação das atividades.

"A planificação emerge assim como um processo sistematizado, mediante a qual se pode conferir maior eficiência às actividades educacionais para, em determinado prazo, alcançar um conjunto de metas estabelecidas ou repensar sobre os objectivos não atingidos" (Alvarenga, 2011, p. 14). Neste seguimento, considero o ato de planificar como uma maneira de pensar e refletir sobre as práticas educativas, ou seja, a planificação será uma espécie de "ensaio" não só para a implementação das tarefas, mas também para antecipar as possíveis dificuldades, estratégias e formas de condução durante as sessões.

Ainda neste padrão de desempenho, é de destacar que foi sempre um

foco a promoção do trabalho colaborativo tanto dentro do grupo de estágio como entre grupos pois, este permite partilhar conhecimentos e experiências de modo a proporcionar aos nossos alunos maior sucesso nas suas aprendizagens. Qualquer professor deve ter clara consciência que é um agente ativo na construção e desenvolvimento do conhecimento dos alunos, seja ele a nível científico ou a nível social e moral. Por isso, deve reconhecer essa responsabilidade profissional a fim de, em cada atividade/tarefa proporcionar aos seus alunos aprendizagens significativas (individuais e coletivas).

No que respeita à segunda dimensão, onde se pretende o desenvolvimento do ensino e da aprendizagem e por isso, especial relevância da atividade de planificação e realização das atividades posso dizer que, em todos os momentos, pensei de forma exaustiva as tarefas a realizar, enquadrando-as nos documentos orientadores, rentabilizando materiais e recursos a fim de atingir o desenvolvimento de competências por parte dos alunos.

A atividade de planificação inicialmente foi complexa devido ao facto de ser algo novo e de não estar consciente das necessidades da turma e, por isso, havia sempre algum aspeto que, inconscientemente, não era pensado com a profundidade que gostaria. Todavia, com o avançar do tempo apercebi-me que pensar previamente e de forma crítica nas tarefas a implementar, no tempo dispensado a cada uma delas, nos materiais a utilizar, nas estratégias mais adequadas a cada elemento da turma e na avaliação das mesmas fazia com que conseguisse tirar maior proveito de cada tarefa e que, por consequência, os alunos retirassem um maior número de aprendizagens das mesmas. Da mesma forma que pensei cada tarefa também tinha plena consciência que os alunos não eram todos iguais e que cada um deles possuía um ritmo de trabalho distinto, ou seja, alguns terminavam mais rapidamente as tarefas e por isso, era necessário pensar em estratégias para que estes não estivessem simplesmente "à espera" que os colegas terminassem como, por exemplo, resolver desafios extra que estivessem de acordo com os conteúdos que estavam a ser lecionados.

Contudo, a atividade de planificação assemelha-se à elaboração de um mapa que nos ajuda a pensar antecipadamente e por isso, é aberta e passível

de sofrer alterações no momento da implementação de acordo com as necessidades dos alunos. Esta é, para mim, uma capacidade fundamental de qualquer professor: ser capaz de agir alterando aquilo que tinha proposto com o objetivo de proporcionar aos seus alunos uma aprendizagem de maior qualidade. No meu caso foi também necessário, por vezes, aquando da implementação das tarefas, repensar a estrutura da planificação, visando colmatar as dificuldades demonstradas pelos alunos no momento.

Relativamente à dimensão "participação na escola e relação com a comunidade educativa", tive a oportunidade de planificar e implementar uma tarefa com o envolvimento parental cujo êxito foi notório pois a motivação dos alunos com o facto de terem a família envolvida em atividades escolares superou as minhas expectativas e a tarefa foi elaborada com sucesso por parte de todos os alunos, talvez porque este género de atividades não são tão comuns como desejaríamos em contexto escolar.

Por fim, relativamente à última dimensão (desenvolvimento e formação profissional ao longo da vida) e como já foi mencionado, é de extrema relevância que o professor se mantenha atualizado cientificamente e socialmente para que possa proporcionar aos seus alunos aprendizagens mais enriquecedoras, até porque a sociedade e as ideias curriculares estão em constante evolução. Deste modo, a formação contínua e a autoformação tornam-se práticas indispensáveis na vida de qualquer professor, independentemente do ciclo ou área de ensino em que exerce a sua prática. Assim, para além de me manter atualizada através das aulas na Escola Superior de Educação (ESE), procurei participar em ações de formação ("Olhares sobre a Educação") e em atividades promovidas pela Câmara Municipal de Viseu com a participação da ESE que envolviam o trabalho com crianças (Academia Dão Petiz) para que pudesse não só atualizar e adquirir conhecimentos como, também, vivenciar novas experiências que se mostraram ricas para o meu futuro pessoal e profissional. A prática docente inclui um conjunto enorme de desafios e para os resolver o professor deve possuir uma vasta panóplia de conhecimentos.

A PES no 1.º CEB, devido ao número elevado de horas que a ela destinei, exigiu uma grande dedicação que, no final, se veio a revelar muito satisfatória.

Porém, houve também momentos/assuntos em que senti mais dificuldades, nomeadamente, senti-me reticente no que respeita à lecionação de conteúdos na área de Português, mais precisamente, conteúdos gramaticais. Mas, com a ajuda das professoras cooperantes e dos professores supervisores consegui ultrapassar os meus receios com êxito.

Esta experiência no 1.º CEB ajudou também a que percebesse que escolhi a área de formação profissional certa pois, a área disciplinar onde me senti mais à vontade a lecionar foi a área da Matemática, mesmo com todas as supostas dificuldades "inatas" dos alunos na mesma.

Como desafios levo, destas práticas, a vontade de pensar e investigar sobre o conceito de interdisciplinaridade e a implementação da mesma em sala de aula pois, para um estagiário (que passa um tempo limitado num contexto) é muito difícil ligar conhecimentos, áreas disciplinares e ciclos, uma vez que não possui conhecimento suficiente sobre o contexto da turma/grupo e a realidade de cada aluno. Gostaria ainda de continuar a aprofundar os conhecimentos relativos às áreas disciplinares do 1.º CEB, principalmente no que respeita à parte pedagógica.

Em suma, a passagem por este ciclo permitiu a aquisição de conhecimentos fulcrais para uma futura atividade como docente e, mais importante que isso, permitiu-me refletir sobre vivências, momentos e situações, reflexões essas que, com certeza, serão muito úteis futuramente. De igual forma, acredito que a passagem pelo 1.º CEB foi uma experiência impulsionadora para o trabalho no 2.º CEB, pois conhecer ao pormenor o ciclo antecedente e o trabalho que se realiza no mesmo permite melhorar a prática letiva e antever dificuldades possíveis na implementação de tarefas.

# 2.2. Prática de Ensino Supervisionada III e IV - 2.º CEB

Passando agora ao trabalho realizado durante o estágio no 2.º CEB posso dizer que foi uma experiência muito diferente de todas as outras já vivenciadas, nomeadamente, do 1.º CEB, tanto a nível das práticas letivas como a nível do

ambiente escolar em questão. Por ser um ciclo onde cada professor é especializado em uma ou duas áreas disciplinares, no meu caso Matemática e Ciências Naturais, exige da parte do professor uma boa preparação científica e metodológica em cada uma delas, ainda que o professor deva conhecer, de forma geral os currículos das outras áreas.

Quanto ao ambiente escolar e, comparando com o ciclo antecedente, posso dizer que se trata de um sistema organizado de forma díspar devido à maior quantidade de alunos e de professores. Foi interessante ver como funcionam, dentro da instituição, os conselhos científicos e os conselhos de turma, pois consegui observar claramente a necessidade de colaboração e cooperação entre toda a comunidade escolar.

A minha presença no contexto exigiu a elaboração e planificação de diversas atividades contextualizando-as de acordo com os Padrões de Desempenho Docente, já referidos anteriormente. A primeira dimensão, tal como o nome indica, refere-se a uma vertente ética e social da profissão docente, ou seja, à responsabilidade que esta profissão exerce, ou deve exercer, a nível social. Aqui entra portanto, a noção do papel individual quer no ensino, quer perante os alunos. No que respeita a esta dimensão, considero que desenvolvi um bom trabalho, pois ao longo de todo o ano letivo, à semelhança da prática anterior e após cada tarefa posta em prática com as turmas, fazia uma ata ou reflexão a fim de poder melhorar o meu desempenho. Reconhecer assim, que tudo aquilo que é elaborado, referido e exemplificado dentro da sala de aula tem, não só repercussões a nível académico e científico, como também a nível social e ético no aluno. Penso que o professor não deve, de modo algum, subestimar a influência que pode ter no desenvolvimento e nas escolhas futuras dos seus alunos.

Ainda dentro deste descritor, onde se inclui a promoção da qualidade do ensino e da escola, devo dizer que na planificação das minhas aulas tinha sempre o cuidado de estar em consonância com os documentos curriculares estipulados a nível nacional e ainda, que todas as atividades eram pensadas tendo em conta o contexto escolar dos alunos uma vez que se tratava de uma escola numa vila e não na cidade de Viseu. É de salientar que considerei também

aquilo que eram as necessidades do estabelecimento e da comunidade educativa, sendo um desses exemplos, o Clube de Matemática, posto em prática ao longo do ano letivo.

Nesta dimensão importa ainda clarificar que considero que esta é uma dimensão transversal a todas as outras e por isso, existem evidências da mesma ao longo de todo o relatório.

Relativamente à segunda dimensão, desenvolvimento do ensino e da aprendizagem, onde se encontram englobadas as atividades de planificação, operacionalização e regulação, atento que talvez seja aquela em que se notou um maior sucesso. Isto porque, cada aula era pensada e discutida com máximo rigor tendo sempre em consideração os documentos curriculares, os materiais e as opções didáticas que permitissem alcançar os objetivos propostos e colmatar as necessidades de cada elemento da turma.

Considero importante o trabalho com diversos materiais, principalmente aqueles que são muito próximos dos alunos tais como as tecnologias, às quais os alunos têm fácil acesso e são utilizadores assíduos das mesmas, pois podem ser claros motivadores e facilitadores de aprendizagens. Aqui, gostaria ainda de ter experimentado novas metodologias que acredito serem uma mais-valia para o processo de ensino aprendizagem mas tal não foi possível, uma vez que o currículo é de facto muito extenso e nem sempre é possível trabalhar em salas com determinadas condições. Penso, também, que a escola está formatada para o trabalho tradicional que é, no momento, mais rápido e corresponde às expectativas mínimas.

Graças ao facto da atividade de planificação ser aberta e de termos duas turmas diferentes de 5.º ano de escolaridade na área de Matemática foi possível e necessário, várias vezes, a alteração e adequação da planificação inicial, visando o sucesso dos alunos.

Já na área das Ciências Naturais, contra as minhas expectativas, tive algumas dificuldades quanto ao rigor e à detenção de conhecimento profundo em todos os conteúdos. Esta área abrange conteúdos do saber muito amplos e por isso, tinha que preparar ainda melhor cada atividade planificada. Tenho consciência que o professor não deve ser só dono do conhecimento científico,

mas também deve saber empregá-lo proporcionando aos seus alunos uma maior e mais eficaz aprendizagem (Pinto, 2009).

No que diz respeito à participação na escola e na relação com a comunidade educativa importa referir que gostaria de ter envolvido nas atividades a família dos alunos, professores e auxiliares educativos pois, a minha experiência passada mostrou-me que o envolvimento da comunidade é uma mais-valia para o processo de ensino aprendizagem. Porém, infelizmente, em nenhum momento foi possível a implementação deste tipo de atividades.

A cooperação entre áreas disciplinares no 2.º CEB nem sempre é fácil pois os docentes estão carregados de responsabilidades para terminar o programa curricular a tempo e, como tal, evitam envolver-se em qualquer atividade extra. Todavia, enquanto professora, considero que de nada serve explorar o currículo rapidamente se não estivermos dispostos a repensá-lo a nível interno, poupando tempo, recursos e aulas recorrentemente expositivas que nada de bom oferecem quer ao professor quer aos alunos.

Todo o trabalho ao longo do ano letivo, mesmo aquele que tinha uma vertente avaliativa individual, foi sempre elaborado em grupo uma vez que o trabalho colaborativo nos ajudava a pensar, planificar e executar as tarefas de uma forma mais concisa e, consequentemente, mais enriquecedora. Importa que os professores reconheçam o valor de ensinar juntos mas também de aprender juntos. Segundo Milheiro (2013) "com a colaboração aprende-se a ser pessoa pela ação, a dar e a receber ajuda, a estar implicado num compromisso no qual se avança e se vê o colega a avançar, reforçando-se os sentimentos de confiança e respeito baseados no conhecimento e na troca de experiências" (p. 4).

Ainda nesta dimensão, tive oportunidade de organizar, junto com os docentes, uma visita de estudo à Estação de Tratamento de Águas e à Estação de Tratamento de Águas Residuais do distrito de Viseu, na qual participei quer na organização quer na realização da própria visita. Gostaria aqui de ter participado mais amplamente na organização, de modo a aprender todos os procedimentos necessários para a planificação e realização de uma visita de estudo.

Como contribuição para a comunidade de alunos, fui responsável por um Clube de Matemática, já mencionado neste relatório, ao longo de todo o ano letivo. Na escola não existia nenhum clube do género e eram notórias as dificuldades e a desmotivação dos alunos pela área da Matemática. Julgo que clubes ou atividades extracurriculares pensadas para a aprendizagem informal dos alunos, podem ajudar a melhorar os pré-conceitos que os mesmos têm em relação às áreas do saber. Todavia, é deveras crucial que nestes contextos os docentes ouçam as expectativas dos alunos e os temas que eles gostariam de ver desenvolvidos, pois o trabalho será nulo se tornarem estes clubes numa extensão da sala de aula.

Por último, mas talvez com um dos papéis mais importantes, a dimensão do desenvolvimento e formação profissional ao longo da vida. Sabemos que qualquer professor, independentemente do ano ou ciclo no qual trabalha, deve manter-se informado e atualizado pois, só assim será capaz de proporcionar aos seus alunos aprendizagens úteis e enriquecedoras. Nesta perspetiva, a formação contínua e a autoformação tornam-se práticas indispensáveis na vida de qualquer profissional de educação.

Tendo isto em consideração procurei, tal como no ano letivo anterior, participar em ações formativas e atividades que exigiam o trabalho com crianças em vários contextos, tais como: os Olhares sobre a Educação, que me proporcionaram visões abrangentes sobre vários temas da educação deixandome munida de novas perspetivas educativas; o concurso Mentes Brilhantes, que ajudou a entender o trabalho das crianças em relação à Matemática e me deu a oportunidade de lidar com as mesmas em contextos informais. Para além destes exemplos, frequentei também pequenas formações de Suporte Básico de Vida o que, na minha opinião, devia ser obrigatório para qualquer adulto que lide diariamente com crianças e, por último, um curso de Língua Gestual Portuguesa pois a prática docente tem um conjunto interminável de desafios e nunca saberei com que realidade poderei vir a trabalhar.

#### 3. Síntese global das reflexões críticas sobre as práticas em contexto

O professor para ensinar deve possuir uma quantidade de saberes quer do foro académico, quer do social e ético. A formação inicial permitiu-me a aquisição de inúmeras competências, graças à teoria estudada e à prática exercida, que deixaram alguma bagagem a ter em conta enquanto futura profissional de educação. Todavia, é imperativo salientar que, independentemente do contributo da formação inicial, a formação do professor deve ser contínua e gradual.

Acredito que o perfil do professor dita não só a qualidade do ensino, mas também o sucesso dos seus alunos e, como tal, este tem o dever de enriquecer a sua prática momento a momento.

Após a reflexão crítica acima apresentada e, em forma de conclusão, sou capaz de referir que, como pontos positivos, valorizei todas as dimensões propostas pelos Padrões de Desempenho Docente ao longo do meu trabalho. Todas as minhas intervenções tiveram um carácter diversificado, tive sempre em consideração a integração do currículo e a promoção da interdisciplinaridade e, por último, desenvolvi sempre uma boa relação com toda a comunidade educativa.

Como pontos menos positivos aponto, no 1.º CEB, a pouca dinamização de atividades de Expressão Musical por falta de conhecimento científico nesta área, ou seja, algo em que devo apostar na minha formação futuramente. No 2.º CEB, considero que a inexistência de atividades que envolvessem toda a comunidade foi um ponto fraco no trabalho até porque, já me tinha apercebido anteriormente, que atividades deste teor têm um alto nível de sucesso.

Todavia, importa acrescentar que em ambos os contextos foi notória a minha preocupação e esforço em desempenhar o melhor papel, visando sempre a maior qualidade de ensino para os alunos.

Antes de terminar, gostaria de acrescentar que todas as dimensões (de Desempenho Docente) devem ser uma preocupação presente em qualquer professor mas, na minha opinião, o desempenho do professor deve ser visto e avaliado como uma interação entre dimensões, ou seja, como um todo. Assim sendo, considero que ao longo destes estágios contemplei todas as dimensões descritas mas reconheço também, que o trabalho poderia ser melhorado,

nomeadamente, a nível da dimensão profissional, social e ética e da dimensão participação na escola e relação com a comunidade escolar.

PARTE II - Arte no Ensino e Aprendizagem da Simetria: uma experiência de
Ensino no 2.º CEB

# 1. Apresentação do estudo

# 1.1. Contextualização do estudo

A Matemática está presente no nosso quotidiano e desde muito cedo nos deparamos com ela em diversas situações. Assim, urge compreendê-la e explorá-la o mais cedo possível porque "quanto mais cedo a criança se familiarizar com os conceitos e processos matemáticos, mais cedo fará conexões e relacionará a realidade com os conhecimentos adquiridos" (Pedro, 2014, p. 20). A escola é, talvez, o lugar onde contactamos pela primeira vez, de uma maneira formal, com a Matemática e, mais especificamente, com a Geometria.

A Simetria é um conteúdo extremamente rico e estruturante, que assume nas orientações curriculares de Matemática do Ensino Básico bastante relevância. Contudo, a ideia de Simetria nem sempre é bem compreendida, refletindo-se diretamente nos resultados dos alunos. Um estudo realizado por Tempera (2010, citado por Menezes, et al. 2014) revela que os conhecimentos dos alunos em Geometria são muito reduzidos, particularmente, no que respeita à "identificação de figuras planas congruentes que tenham sofrido uma transformação geométrica" (p. 245). Todavia, o conceito de Simetria não é exclusivo da área da Matemática. Esta sempre serviu o Homem na procura da beleza e da harmonia estética das obras e, é por isso, utilizada na Arquitetura, na azulejaria, nas pavimentações e em muitos outros elementos de Arte.

A Arte é, na maior parte das vezes, tida como um simples meio para desenvolver o sentido de estética e beleza do Homem porém, ela é muito mais abrangente. A Arte intervém na formação global e no desenvolvimento dos indivíduos. Com o pretexto de contemplar e compreender a beleza e magnitude das obras proponho o desenvolvimento das capacidades de perceção e visualização espacial dos alunos, capacidades essas cruciais para o desenvolvimento do conceito matemático de Simetria.

Assim sendo, a presente investigação engloba duas áreas do saber a

Matemática e a Arte que se encontram intimamente relacionadas, "a matemática é uma ciência que se integra no património cultural da humanidade. A diversidade de aplicações da matemática faz com que não possa ser ignorado o seu papel de ferramenta ao serviço de outras ciências ou actividades profissionais" (Albuquerque, Nápoles, Rocha Santos, Serrazina & Veloso, 2005, p. 5). Reconheço ainda que num paradigma de escolas inclusivas e interdisciplinares, a Arte pode ser vista também como um veículo potencializador destas duas correntes, ou seja, esta serve como instrumento de conexão, pois permite o desenvolvimento de aprendizagens ligadas a várias áreas do conhecimento (Eisner,1972).

Deste modo, tenho como propósito principal contribuir para melhorar o processo de ensino-aprendizagem da Simetria nas suas diversas dimensões, desenvolvendo nos alunos a visualização espacial e as capacidades criadoras, ao mesmo tempo que lhes damos a conhecer as principais características da Arte Gótica, corrente artística presente no currículo do Ensino Básico. Barbosa (1991) citada por Matos (2011) diz que "é impossível desenvolver o pensamento divergente, o pensamento visual e o conhecimento representacional sem a arte e que estes são fundamentais para o desenvolvimento da educação formal ou informal" (p. 21).

Em suma, esta investigação surge em torno de duas áreas – Matemática e Arte - tendo a Simetria como ponto de ligação.

#### 1.2. Problema de estudo

As orientações curriculares de Matemática do Ensino Básico contemplam o estudo da Simetria ao longo dos diversos ciclos. Porém, sabemos que a aquisição de conceitos geométricos acaba por ser uma das principais dificuldades dos alunos no processo de ensino-aprendizagem. Segundo um estudo realizado a professores de Matemática do 1.º CEB, o subdomínio da Matemática em que os alunos têm mais dificuldade é a Geometria, nomeadamente, no conteúdo de Simetria por "os alunos nem sempre

conseguirem orientar-se corretamente no espaço" (Viseu, Menezes & Almeida, 2013, p. 174). Neste mesmo estudo, as Transformações Geométricas encontram-se num dos conteúdos menos apreciados pelos professores no ensino da Geometria.

Debruçando-me sobre as práticas em sala de aula, posso depreender que a constatação acima referida parece derivar de dois problemas centrais: em primeiro lugar, a dificuldade em compreender a relação da Matemática com o meio envolvente e, em segundo lugar, por consequência do primeiro, as falhas significativas que os alunos demonstram a nível de capacidades cruciais da aprendizagem da Geometria, tais como, as capacidades associadas à visualização espacial. Claro está que estes problemas culminam, na maior parte das vezes, num desinteresse dos alunos em aprender Matemática e os seus conteúdos.

Veja-se que a Matemática é caracterizada como uma ciência rica que nos mune de ferramentas úteis na resolução de problemas do dia-a-dia pois no trabalho matemático estão implícitas diversas capacidades cognitivas, como a visualização espacial. Deste ponto de vista, importa alertar as nossas escolas para o papel desta ciência em contexto real, ou seja, urge a compreensão da ligação da Matemática com a realidade extramatemática, pois só assim os alunos serão capazes de compreender e utilizar as ideias matemáticas em qualquer contexto (Abrantes et. al., 1998).

Assim, acredito que a Arte pode servir de veículo potencializador do desenvolvimento da capacidade de visualização espacial, uma vez que nas Artes o estudo da Simetria tem um carácter visual, ou seja, é utilizada desde há séculos atrás, para assegurar e manter a beleza e o equilíbrio das obras. De igual modo, esta ligação entre a Arte e a Geometria, permite criar contextos significativos, onde as aprendizagens se revestem de maior sentido pelo facto de partirem de uma realidade familiar, ao mesmo tempo que lhes damos a conhecer a importância do património artístico.

Deste modo e, perante o que foi apresentado, defini como problema central da investigação:

De que forma os alunos do 2.º CEB desenvolvem o conceito de Simetria

a partir de tarefas que envolvem a análise de elementos de Arte Gótica?

## 1.3. Objetivos do estudo

Tendo por base a problemática já enunciada anteriormente, é necessária a delimitação e definição dos objetivos que pretendo atingir com o presente estudo. Deste modo, os objetivos gerais definidos são os seguintes:

- Identificar as ideias que os alunos possuem em relação ao conceito de Simetria;
- Compreender a forma como os alunos analisam as Simetrias em elementos da Arte;
- Compreender de que modo os materiais manipuláveis e tecnológicos podem ajudar na análise da Simetria e na construção de figuras com Simetria;
- Avaliar a utilização e inclusão da Arte na aula de Matemática.

## 2. Fundamentação Teórica

#### 2.1. Ensino e Aprendizagem da Geometria

# 2.1.1. As orientações curriculares de Geometria para os 1.ºs anos do Ensino Básico

Um olhar atento sobre a educação não deve desprezar nenhum momento e, apesar da presente investigação ter foco no 2.º CEB, importa analisar os passos iniciais de aprendizagem da criança.

Embora a Educação Básica formal só tenha início no 1.º CEB não podemos descurar todas as aprendizagens visadas e efetuadas na educação Pré-escolar. Aqui, a educação funciona de forma mais flexível e, por isso os

saberes são abordados em articulação plena. Não obstante, a Matemática é nas OCEPE (2016), merecedora de um local de destaque dentro da área de conteúdo de Expressão e Comunicação, sendo-lhe reconhecido um "papel essencial na estruturação do pensamento" (p. 6).

No que respeita, particularmente, ao domínio da Geometria as OCEPE preveem que na educação Pré-escolar, se deve desenvolver nas crianças a capacidade de classificar, organizar e relacionar objetos quanto às suas propriedades; e o pensamento espacial através da "vivência do espaço e do tempo" (p. 79).

Estas orientações reconhecem ainda que a abordagem à Geometria deve passar, obrigatoriamente, pelo desenvolvimento das capacidades de orientação espacial e visualização espacial. Referindo que "a orientação espacial diz respeito ao conhecimento do local onde a criança está e como se movimenta no seu meio" (p. 80) e que neste contexto, as crianças devem conseguir descrever relações espaciais e localizações. Quanto à visualização espacial dizem que "é um processo que envolve a construção e manipulação de imagens mentais de objetos a 2 ou 3 dimensões" (p. 80) isto implica que as crianças consigam descrever objetos, utilizar mapas simples e fazer esquemas.

Se quiser estudar ainda a abordagem feita nas OCEPE às Transformações Geométricas e Simetria, vejo que não mostram evidências diretas mas fazem menção à capacidade de deslizar, rodar, refletir e projetar objetos no plano e no espaço. Propõem ainda, que para o desenvolvimento destas capacidades se faça recurso de materiais manipuláveis como os espelhos.

Nas OCEPE constatei múltiplas referências ao ensino gradual da Matemática, em particular da Geometria, facto que também é observável no currículo do ciclo seguinte ou seja, no 1.º CEB. Este encontra-se divido em quatro anos de escolaridade e o currículo de Matemática dos mesmos está organizado por domínios, dentre eles, a Geometria e Medida.

Na parte respeitante à Geometria, o programa deste ciclo visa dois conteúdos centrais que são desenvolvidos ao longo de todo o ciclo: localização e orientação no espaço e figuras geométricas. No 1.º CEB aposta-se no

desenvolvimento do reconhecimento visual dos objetos e de conceitos elementares tais como, ponto, correspondência entre pontos, linha, reta, semirreta e segmento de reta, entre outros, que constroem objetos complexos.

Encontrei também, ao longo do programa, conceitos como amplitude de ângulos, deslocamento de pontos, igualdade de amplitudes e distâncias e congruência entre ângulos, que são evidências claras dos primeiros passos nas ideias de Transformação Geométrica e Simetria e que servirão de fundamento ao posterior estudo destes conceitos.

Já no 2.º CEB, dividido em 5.º e 6.º ano de escolaridade, introduzem-se propriedades Geométricas e conceitos que o Ministério da Educação (2013) considera "tão elementares quanto fundamentais" (p. 14). Aqui, estudam-se conceitos como paralelismo, perpendicularidade, ângulos e polígonos e suas propriedades, etc.

No 6.º ano de escolaridade surge então um novo conteúdo denominado Isometrias do plano cujo desenvolvimento envolve a abordagem das Transformações Geométricas reflexão e rotação, as Transformações Geométricas como isometrias e a Simetria de reflexão e de rotação.

O programa faz, para este conteúdo, alusão à utilização de materiais manipuláveis, pelo menos àqueles considerados necessários ao desenho e medida. Importa salientar que encontrei uma pequena referência à utilização de programas de geometria dinâmica.

Olhando para as outras áreas disciplinares e, para finalizar a análise do currículo do Ensino Básico do ponto de vista geométrico, vi também que o Programa de Educação Visual e Tecnológica (EVT) e as Metas Curriculares de Educação Visual do 2.º CEB, apesar de não fazerem referência à Simetria, têm preocupações da Geometria aquando da produção de elementos artísticos.

Para o 5.º ano de escolaridade, as Metas Curriculares de Educação Visual (2012), visam a compreensão e distinção de elementos e traçados geométricos simples e a divisão de polígonos e/ou circunferências em partes iguais. No 6.º ano de escolaridade preocupam-se com que os alunos conheçam as interações entre os objetos e o espaço, nomeadamente, que os alunos sejam capazes de distinguir e reconhecer a posição do objeto no espaço.

#### 2.1.2. Os materiais didáticos no ensino e aprendizagem da Geometria

A comunidade de educadores de Matemática tem dado especial relevância a uma perspetiva construtivista do conhecimento, onde a criança se mostra auto motivada para construir o saber de uma forma autónoma e espontânea. Com efeito, já a perspetiva Piagetiana nos dizia que na fase concreta – dos 6 aos 12 anos de idade – as crianças operam sobre o raciocínio concreto, ou seja, são capazes de pensar sobre objetos e situações experimentadas mas nunca, de forma direta, sobre o abstrato isoladamente. Ora, como forma de levar as crianças a fazer a passagem entre o concreto e o abstrato esta perspetiva e, também a comunidade Matemática, dá especial enfâse à utilização de materiais didáticos.

Segundo Ribeiro (1995) pode-se definir material didático como "qualquer recurso a ser utilizado na sala de aula com o objetivo de facilitar o processo de ensino-aprendizagem" (p. 6) e acrescenta ainda que os materiais podem ser, especificamente concebidos para o ensino (manuais escolares, representações de sólidos geométricos, fichas de trabalho, transparências, etc.) ou, pelo contrário, serem pensados para outro fim mas apresentarem potencialidades como facilitadores de aprendizagem (calculadoras, computadores, *softwares*, etc.), o autor denomina estes últimos como materiais não estruturados.

De entre todos os materiais didáticos, salientam-se ainda os materiais manipuláveis, que Ribeiro define como "objetos concretos que incorporam objetos matemáticos, apelam a diferentes sentidos e podem ser tocados, movidos, rearranjados e manipulados pelas crianças" (p. 7). Matos e Serrazina (1996) definem estes materiais como "objectos ou coisas que o aluno é capaz de sentir, tocar, manipular e movimentar (...) objectos reais que têm aplicação no dia-a-dia ou podem ser objectos que são usados para representar uma ideia" (p. 193).

A manipulação de materiais tem um grande peso na construção do conhecimento pois, para além de proporcionarem um ambiente de trabalho participativo e ativo, constituem também um meio visual e experimental no desenvolvimento do pensamento espacial e geométrico. Não obstante, todos os

materiais didáticos – estruturados e não estruturados – devem ser pensados e inseridos em sala de aula em consonância tanto com as tarefas implementadas, como com as necessidades do grupo, pois só assim será possível avaliar o sucesso dos mesmos (Ponte & Serrazina, 2000).

As ideias geométricas são abstratas e, como tal, os materiais didáticos tornam-se uma mais-valia no desenvolvimento de capacidades espaciais estruturantes da Geometria. Para investigar Simetria em sala de aula existem diversos materiais tais como a Mira, o papel vegetal ou o GeCla, que foram os materiais escolhidos para a presente investigação.

#### O GeoRefletor ou Mira

As Miras (ou GeoRefletores), a par dos espelhos, são materiais muito populares no trabalho das Transformações Geométricas e da Simetria. Isto porque, ambos permitem modelar e identificar a transformação reflexão.

O espelho (Figura 1) é um objeto construído em vidro que reflete imagens mas não as sobrepõem e, por isso há, por vezes, uma parte da imagem que fica oculta. Já a Mira (Figura 2), material plástico e semiopaco, também faz a reflexão da imagem (tal como o espelho) mas permite ainda, ver o prolongamento da mesma, ou seja, permite ver graças à sua transparência a imagem do outro lado do material.



Figura 1 - modelo de espelho



Figura 2 - modelo de Mira

# Papel Vegetal

O papel vegetal (ou transparente) não foi, originalmente, pensado para uma utilização educativa porém, apresenta grandes potencialidades, principalmente, no que respeita ao trabalho das Transformações Geométricas e da Simetria.

Com este tipo de papel, posso decalcar a imagem e posteriormente "rodar" em torno de um centro, "deslizar" numa determinada direção ou simplesmente, "virar o papel" por forma a que exista uma reta coincidente. Assim, estou claramente a modelar as transformações rotação, translação e reflexão de modo muito intuitivo. Da mesma forma, se rodar o decalcado sobre a imagem original facilmente identifico se a imagem possui ou não Simetria de rotação e de que ordem, tarefa que mentalmente é mais exigente e que deverá ser feita mais à frente (Figura 3).



Figura 3 - estudar Simetrias com papel vegetal

## GeCla – Gerador e Classificador de imagens

O GeCla, abreviatura de Gerador e Classificador, é um programa gratuito de computador que o *Atractor*<sup>1</sup> desenvolveu no âmbito da Simetria. Este programa permite, tal como o nome sugere, classificar imagens planas e gerar padrões, frisos e rosáceas. É de salientar, que o GeCla também tem um caráter lúdico uma vez que possui uma modalidade de competição (via internet inclusive).

A sua utilização como ferramenta didática é ainda escassa, mas apresenta diversas potencialidades pois, para além dos alunos poderem modelar a imagem de forma a obter um determinado resultado, esta ferramenta possui ainda dois níveis de aprendizagem: com ajuda, para alunos iniciantes no trabalho da Simetria e das TG e sem ajuda, para a fase final quando os alunos já dominam os conteúdos.

Para além de níveis de aprendizagem distintos, o GeCla possui também uma outra versão, o GeClaMini (Figura 4) que, embora idêntica, apenas contempla a reflexão, a rotação e a translação e é de mais fácil utilização – por estes motivos esta foi a versão escolhida para esta investigação.



Figura 4 - GeClaMini

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Associação sem fins lucrativos cujo objetivo é atrair o público para a Matemática (<u>www.atractor.pt</u>)

Dois dos conteúdos dominantes da Geometria, como já foi referido anteriormente, são as Transformações Geométricas e a Simetria que, embora distintos, estão diretamente relacionados. Deste modo, importa não só compreender a diferença como também delimitar o que se entende por cada uma delas e, neste campo, os investigadores são bastante consensuais.

Comecei então pelo conceito de Transformação Geométrica que, de acordo com Coxeter (1989) pode ser definido como "uma correspondência de um-para-um entre todos os pontos do plano (ou do espaço)" (p. 29), ou seja, uma transformação é, em Geometria, uma correspondência biunívoca entre pontos do plano ou do espaço. "Pode acontecer que os membros de um par de pontos coincidam, ou seja, que P' coincida com P; neste caso P é chamado de ponto invariante da transformação" (p. 29). Segundo Palhares (2004) se uma transformação da figura preservar distâncias então é uma isometria ou uma transformação congruente. De igual forma Oliveira (1997) refere que se uma figura se deslocar sem modificar a forma nem as dimensões (mover-se rigidamente) de modo a sobrepor-se a outra, então as figuras são congruentes.

Existem quatro tipos de isometrias a rotação, a reflexão, a translação e a reflexão deslizante, porém, o currículo do 2.º CEB só contempla as duas primeiras e por isso, debrucei-me mais minuciosamente sobre elas dando apenas uma breve definição das outras.

A translação é uma isometria que translada um objeto numa determinada direção, ou seja, "corresponde a uma deslocação retilínea" (Palhares, 2004, p. 337) e como tal, está sempre associada a um vetor. Quando aplicamos uma translação a um ponto estamos a deslocá-lo no sentido, direção e comprimento que corresponde a um vetor. A translação quando associada a um vetor nulo transforma os pontos em si mesmos. Chama-se a isto, a transformação identidade (Palhares, 2004).

A reflexão deslizante corresponde a uma imagem refletida num espelho que de seguida é deslocada na direção desse mesmo espelho, ou seja, "chamase reflexão deslizante à composta de uma reflexão sobre *r*, com uma translação

em que o vetor associado tem a mesma direção que *r*" (Palhares, 2004, p. 347). Um exemplo ilustrativo do que é uma reflexão deslizante são as pegadas de um homem quando caminha em linha reta. Se aqui, ao contrário do que acontecia na translação, o vetor for nulo então não consideramos uma reflexão deslizante mas apenas uma reflexão.

A reflexão é uma isometria oposta, ou seja, modifica a orientação dos ângulos, mas transforma, de igual modo, uma figura noutra congruente a partir do eixo de reflexão ou eixo de simetria. Em termos de imagem mental a reflexão corresponde "à aplicação de um espelho" (Palhares, 2004). Esta isometria é considerada por Coxeter (1989) um tipo "especial de isometria", em que os pontos invariantes pertencem a uma linha, chamada eixo de reflexão.

Qualquer reflexão possui uma reflexão inversa, a identidade. Todavia, a identidade não é considerada uma reflexão e por isso, a composta destas duas reflexões nunca será por si só um grupo. Quer isto dizer, que a composta de duas reflexões de eixos paralelos resultará numa translação e a composta de duas reflexões de eixos concorrentes será uma rotação (Palhares, 2004).

Uma rotação é uma isometria que consiste em rodar uma figura em torno de um ponto fixo segundo uma determinada amplitude e direção de modo a que, a figura resultante fique globalmente invariante. Assim sendo, para obter uma rotação é necessário fixar um ponto, em torno do qual vamos rodar a imagem, é preciso também definir a amplitude do ângulo e o sentido, pode ser no sentido retrógrado que usa amplitudes negativas ou no sentido direto que faz uso de amplitudes positivas. Importa também salientar que para qualquer rotação o centro nunca se desloca e por isso, é o ponto invariante da transformação (Palhares, 2004).

Quanto à ideia de Simetria que é considerada pela Associação de Professores de Matemática (2006) "uma das [ideias] mais ricas em matemática e, em particular, na geometria" (p. 9) não obstante, isto apresenta-se como uma noção pouco clara no seio educacional. Segundo Palhares (2004) "qualquer isometria que transforme uma dada figura nela própria diz-se uma simetria" (p. 358) e "o conjunto de todas as simetrias de uma dada figura é o conjunto simétrico dessa mesma figura" (p. 359).

Deste modo, posso dizer que uma figura possui Simetria se, e só se, nela identificarmos isometrias, ou seja, "dizemos que uma figura é simétrica [quando lhe] podemos aplicar certas isometrias, chamadas operações de simetria, que deixam a figura globalmente inalterada enquanto permutamos as suas partes" (Coxeter, 1989, p. 30). Assim, todas as figuras possuem Simetria devido à sua identidade, ou seja, "ao contar as operações de simetria de uma figura, é usual incluir a identidade; qualquer figura tem simetria trivial" (p. 30), apesar desta contagem não ser comum ao nível das orientações curriculares dos primeiros anos.

Para finalizar veja-se que, segundo Silva (2015), uma figura possui Simetria por reflexão se "existir um eixo ou um plano que divide o objeto em duas partes, sendo cada uma das quais a imagem ao espelho da outra" (p. 76) e, por outro lado, uma figura possui Simetria por rotação quando "existe um ponto/centro em torno do qual o objeto pode ser rodado segundo algum ângulo sem que mude o seu aspeto global" (p. 82).

## 2.2. Ensino e Aprendizagem da Arte

# 2.2.1. As orientações curriculares de Arte para os 1ºs anos do Ensino Básico

A Arte não tem, no currículo do Ensino Básico, um tópico que lhe seja exclusivo, ou seja, aparece sempre associada a um outro domínio, área curricular ou área disciplinar.

Na Educação Pré-escolar e no 1.º CEB a abordagem à Arte é feita focando-se, na sua maioria, na produção de objetos artísticos, ou seja, denomina-se Arte o desenho, a pintura, a dança, entre outros elementos produzidos pela criança. Aqui, pude também observar uma preocupação por fomentar nas crianças o respeito quer pelo património artístico, quer pelas diversas culturas mas, nos currículos para estes ciclos não existe qualquer referência à abordagem de estilos artísticos em sala de aula.

Já no 2.º CEB o mesmo não se verificou. A Arte insere-se na área

disciplinar de História e Geografia de Portugal que procura integrar as duas componentes – História e Geografia- respeitando os saberes próprios de cada uma.

O programa (ME, 1991) da disciplina acima referida encontra-se estruturado em torno de três grandes temas: *A Península Ibérica – lugar de passagem e fixação, Portugal no Passado* e *Portugal hoje*. Cada um destes, está dividido em subtemas que estão centrados em episódios e/ou períodos de tempo da História nacional. Os conceitos selecionados no programa destinam-se a ser abordados ao longo dos dois anos de escolaridade, 5.º e 6.º ano, e a distribuição dos conteúdos por cada ano é feita pelas Metas Curriculares do 2.º CEB (2013) que irei analisar posteriormente.

Quanto aos temas centrais e, de uma forma genérica, pude constatar que no 1.º e 3.º temas há uma maior preocupação pelos saberes geográficos, ou seja, com o conhecimento do espaço físico, da localização e dos recursos naturais mas existe também, a abordagem às comunidades e povos responsáveis pela formação de Portugal. Aqui, é referida a herança quer cultural quer artística dos povos pioneiros e é ressalvada a importância da arqueologia. Já o 2.º tema, *Portugal no Passado* e, como a nomenclatura pressupõe, é direcionado para uma componente histórica.

Olhando para as Metas Curriculares, a Arte é abordada sempre associada a povos e/ou correntes artísticas marcantes no território Português e pressupõem-se que os alunos conheçam aspetos e características de algumas delas.

No 5.º ano de escolaridade são abordados os vestígios dos Muçulmanos, Visigodos e Romanos no território nacional, do ponto de vista artístico e cultural, são analisadas as características da cultural medieval e do património artístico Português quer no país, quer nas colónias, é estudado o Estilo Manuelino e ainda, a Arte Românica e Gótica – aspeto central do presente trabalho. Quanto à Arte Gótica as Metas Curriculares referem apenas que os alunos devem ser capazes de "identificar algumas características [...] da arte gótica, em edifícios localizados no território Nacional" (p. 9).

Por fim, no 6.º ano de escolaridade é abordada a Arte Barroca, a

Arquitetura de Ferro, a Arte Revivalista e ainda, a importância da preservação do património arquitetónico, cultural e ambiental e respetivas medidas para prevenção da destruição dos mesmos.

# 2.3. A Arte Gótica em Portugal e no mundo

A Arte Gótica teve origem na Europa na fase final da Idade Média, mais precisamente, no séc. XII. Segundo Janson (1998) "a nenhum outro estilo precedente pode ser fixada a origem com tanto rigor como ao Gótico" (p. 301). Os historiadores apontam, sem qualquer hesitação, França como o berço deste estilo e a partir daqui, rapidamente se difundiu para as diversas partes do mundo até ao séc. XIV.

Ao contrário da precisão na sua data e região de "nascimento" o porquê da sua denominação não é, até aos dias de hoje, tão claro. Gozzoli (1986) sugere que o nome Gótico possa ter sido adotado pelos Renascentistas como sinónimo de Bárbaro por simples oposição ao estilo Românico. Todavia e, tal como nos dizem Almeida e Barroca (2002), o Gótico não surgiu por força de uma negação do estilo Românico mas sim por uma necessidade de mudança e superação. Pode-se considerar o estilo Gótico "o produto de uma sociedade dinâmica, em evolução, que despedaçara as grilhetas do feudalismo" (Gozzoli, 1986, p. 6). Devido a esta evolução progressiva existe, em alguns monumentos, a dificuldade na classificação estilística pois, podemos observar nos mesmos uma mistura entre elementos do Românico tardio e do Gótico inicial como é o caso da Sé do Porto em Portugal.

Claro está que, sendo França o berço desta corrente as suas cidades são ricas em Arquitetura do estilo Gótico que, tal como muitos outros, tem características particulares e definidoras e podem ser observadas, por exemplo e no caso de França, em Notre-Dame — Paris, na Catedral de Beauvais, Notre-Dame de Amiens, entre outros edifícios que definem o apogeu Gótico Francês. Contudo, reduzir este estilo a catedrais seria um erro crasso uma vez que, se manifesta em edifícios com funções e espacialidades diversas, tais como,

igrejas, paços e muralhas de cidades (Almeida & Barroca, 2002).

Em Portugal o Gótico surgiu no séc. XIII, sob o reinado de D. Sancho II, tendo maior enfâse no sul do país, mas podemos observar manifestações deste tipo de Arte e contemplar a sua magnitude e diversidade em vários edifícios ao longo do território, por exemplo, no Mosteiro da Batalha, na Catedral de Santa Maria Maior de Lisboa, no Paço dos Duques em Barcelos, na Igreja Matriz de Espinho, na Ermida de Santa Catarina de Monsaraz, na Igreja de Santa Maria dos Olivais em Tomar, entre muitos outros exemplos.

Importa referir que o estilo Gótico se estende a muito mais do que a Arquitetura havendo também, ainda que mais tardias, manifestações do mesmo na pintura e na escultura. No entanto, é na Arquitetura que se pode identificar com maior facilidade e precisão as suas características.

## 2.3.1. A Arquitetura do estilo Gótico

A Arquitetura Gótica surgiu numa época em que as inovações técnicas já tinham um significativo avanço e por isso, já era possível uma organização, especialização e qualificação dos mestres pedreiros. Com efeito, algumas das peças que compõem os edifícios parecem molduras com decoração muito semelhante. O material utilizado por estes artistas era o calcário ou o granito, dependendo da abundância dos mesmos na área de construção. Era também usual neste estilo, mais a partir do séc. XIV, a utilização de siglas ou das inicias dos mestres (Almeida & Barroca, 2002).

Esta corrente artística tem como fundo uma perspetiva escolástica e teológica, que acreditava na aproximação a Deus não só pela fé como também pela razão. Evidentemente, estas crenças estão plasmadas nos edifícios Góticos através das características que tão bem o definem, como por exemplo, a especial preocupação pelos traçados geométricos e pela procura da luminosidade, associada à luz divina (Janson, 1998).

Olhando para a estrutura dos edifícios Góticos conseguimos verificar que "toda a planta está coerentemente ligada por uma nova espécie de ordem geométrica" (Janson, 1998, p. 301) e, facilmente constatamos que o que melhor distingue o estilo, para além da grandiosa verticalidade, é a leveza dos edifícios.

Tal facto, só foi possível graças à construção de majestosas abóbodas<sup>2</sup> de nervuras ou ogivas que suportadas por arcobotantes<sup>3</sup> depositam o peso, desde o local mais alto, nos contrafortes<sup>4</sup> que surgem no exterior do edifício. Estando assim o maior peso visível apenas no exterior não admira que "o interior pareça tão assombrosamente etéreo e ligeiro" (p. 301).

No exterior temos ainda o portal central que vem, na maior parte dos casos, retirar a robustez externa do edifício com uma fusão harmoniosa entre a Arquitetura e a Escultura. As arquivoltas, quase que desenhadas na parede, erguem-se completamente esculpidas com figuras de anjos e santos e, também o tímpano<sup>5</sup> surge na sua plenitude ricamente ornamentado (Gozzoli, 1986).

No interior a subdivisão é feita por naves e nestas pode-se observar uma clara relação entre a pouca largura e a grande altura dos edifícios Góticos. Uma vez que, a estrutura Gótica permite que o peso seja suportado pelos pilares, arcobotantes e contrafortes as paredes são quase inexistentes, tendo sido substituídas por janelas de grandes dimensões, vitrais coloridos e rosáceas que, para além de enriquecerem a decoração, funcionavam como portais para a luz solar misticamente vista como divina.

As rosáceas<sup>6</sup> são aberturas circulares, geralmente utilizadas na cabeceira dos edifícios ou no transepto, constituídas por um esquema fortemente geométrico e, normalmente, finalizadas com vitrais de uma beleza visual inigualável. Este elemento marca a Arquitetura Gótica não só pelo seu peso decorativo mas também, por ser um magnífico complemento à iluminação dos edifícios. Geralmente, a decoração das rosáceas é feita de forma radial mas existem algumas, ainda que em número mais reduzido, que possuem um elemento central tal como representações de personagens bíblicas, figuras do Zodíaco ou das estações do ano (Marques, 2007).

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Formada por nervuras cruzadas é uma cobertura semiesférica sustentada em pilares

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Estrutura construída no exterior para neutralizar pressão

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Pilar saliente numa parede com a finalidade de a reforçar e descarregar o peso para o chão

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> Espaço triangular interno do portal

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup> Janela circular de grandes dimensões e muito trabalhada

As rosáceas e os vitrais são "integrados num conjunto maravilhosamente equilibrado e coerente" (Janson, p. 305), dando especial relevância à harmonia, à disposição geométrica e a proporção, ou seja, se no lado exterior do edifício comtemplamos uma soberba estrutura geométrica que, segundo Gozzoli (1986), em alguns casos é regida pelos cânones geométricos rigorosos, no interior ressalta a magnitude de pequenos vidros policromos que "coam" a luz solar.

# 2.4. Relação entre a Geometria e a Arte

A Matemática, em particular a Geometria, e a Arte possuem um ponto indiscutível em comum, seja ele a criatividade como geradora de ideias. Desde os primórdios da humanidade que a Arte se serve da Geometria para estudar planos, perspetivas e métodos de construção, como é exemplo a Arquitetura. E a Geometria também faz uso da Arte nas formas e figuras, nas representações e em vários outros exemplos (Alsina, Burguês & Fortuny, 1989).

Se pensarmos bem, sem a Arte não seria possível a existência da Geometria Descritiva nem da Teoria da Simetria pois, estas apenas surgiram pela necessidade de, respetivamente, pintar e construir a três dimensões e estudar a base de construção de mosaicos, padrões e frisos.

Ora, por tudo aquilo que foi acima enunciado é clara a mais-valia em pensar didaticamente a junção entre a Arte e a Geometria pois, a aprendizagem desta última, devido ao seu caráter abstrato, deve ser feita de uma forma integradora, com atividades diversificadas e que envolvam situações do real/concretas, a fim de que os alunos consigam adquirir conceitos fundamentais para mais tarde mobilizar de modo formal.

Tendo em conta esta perspetiva já em 1989 Alsina, Burguês e Fortuny propunham três formas possíveis de integrar a Arte no ensino-aprendizagem da Geometria: Observação direta de elementos geométricos artísticos, que pressupõe a análise de elementos geométricos na observação direta de edifícios ou fotografias dos mesmos; Observação indireta de elementos geométricos artísticos, aqui pretende-se a observação de relações geométricas, como a

escala; e por último, *Criação artística baseada na Geometria,* que como o nome indica prende-se com o facto de dar asas à criatividade tendo por base os conhecimentos geométricos.

Os autores supracitados, tal como Rossi e Bisognin (2009), acreditam que o estudo das formas no espaço deve ser feito a partir do mundo físico, de modo a que seja possível explorar, observar e visualizar objetos e criar conexões entre a Matemática e as outras áreas do conhecimento. Contudo e, apesar destas teses, os estudos que envolvem a relação entre a Geometria e a Arte em contexto educacional são quase inexistentes.

Se pensarmos em Transformação Geométrica e Simetria vemos que estas sempre foram empregadas pelo Homem nas mais diversas áreas, como por exemplo, na Arquitetura, na Arte, no Artesanato, na Engenharia e na própria Ciência, "instintivamente, a simetria torna uma figura mais agradável ou um espaço mais acolhedor, e por isso é frequentemente utilizada por arquitetos, designers e artistas plásticos" (Silva, 2015, p. 72).

Assim sendo, se olharmos para elementos de Arte através de uma perspetiva geométrica iremos perceber que, já há muito tempo atrás, o homem demonstrava preocupação pela beleza das formas e que é possível analisarmos essas obras do ponto de vista geométrico. Podemos, inclusive, olhar para as pinturas rupestres da pré-história e ver a Simetria a ser implementada. Outros povos utilizavam nas suas obras a Simetria de reflexão que, mesmo feitas de uma forma intuitiva, podem ser analisadas como Transformações Geométricas (Silva, 2015).

Esta investigação encontra-se então, inserida num paradigma interdisciplinar da educação, ou seja, procura a combinação dos saberes visando estudar um só tema. Esta combinação implica a interação entre disciplinas para obter uma visão unificada do saber. Pacheco (2001) considera que a interdisciplinaridade "procura abordar conteúdos curriculares a partir da integração ou da visão global de diferentes disciplinas" (p. 84) e que é uma estratégia fundamental para a aprendizagem eficaz dos conteúdos.

Deste modo e, em suma, acredito que aliando a Geometria à Arte em sala de aula serei capaz de melhor desenvolver nos alunos as capacidades

associadas à visualização espacial, que tão valiosas se mostram na assimilação efetiva dos conceitos de Transformação Geométrica e Simetria. Através desta relação espero não só desenvolver a curiosidade Matemática, mas também e, em simultâneo, desenvolver o interesse pelo património artístico.

# 3. Metodologia de investigação

# 3.1. Natureza da investigação

A presente investigação enquadra-se num paradigma qualitativo porque o objetivo principal é estudar situações e pessoas no seu ambiente natural compreendendo as suas perceções individuais (Bell, 2004). Assim, o estudo decorre no contexto sala de aula e pretende compreender, através da aplicação de tarefas, o impacto no processo de ensino aprendizagem do conceito de Simetria.

Na orientação metodológica, este estudo comtempla um caráter naturalista, comum nas abordagens qualitativas, que se baseia, de modo geral, na observação direta do contexto em estudo. Na recolha dos dados foram utilizados instrumentos próprios dos métodos qualitativos tais como: as notas de campo (NC) e as produções dos alunos. Ainda, no tratamento e análise dos dados optei por recorrer à análise de conteúdo.

# 3.2. Participantes no estudo e justificação da sua escolha

Os participantes do estudo foram alunos de uma turma de 6.º ano de escolaridade, diferente daquelas com as quais me encontrava a estagiar, pertencente a uma escola do distrito de Viseu. A turma era constituída por 18 elementos com idades compreendidas entre os 11 e os 13 anos de idade. A seleção desta turma fez-se por oportunidade e prendeu-se com o facto de ser a única turma, do ano de escolaridade em causa, disponível para a realização do

estudo.

A turma tinha, em geral, muitas dificuldades de aprendizagem, principalmente, no que respeita à área de Matemática. Sendo o aproveitamento do período antecedente negativo. Não obstante, os alunos demonstram grande capacidade de comunicação, expressão oral e interesse em aprender determinados conteúdos.

A nível social a turma não apresentava qualquer dificuldade de integração, ou seja, todos os elementos se mostravam perfeitamente integrados no grupo e a sua relação com os adultos era bastante boa.

A implementação do estudo decorreu em paralelo com a PES IV sendo que, esta teve a duração de, aproximadamente, 3 semanas. Durante este tempo procedi à observação do grupo, à realização das tarefas e à observação da participação dos alunos nas mesmas. As tarefas foram por mim e como tal, assumi o papel de observadora participante.

#### 3.3. Procedimento

Para a realização da presente investigação foram necessárias 6 sessões de 90 minutos onde foram desenvolvidas 6 tarefas: As imagens por reflexão axial; Vamos traçar eixos de simetria...com Mira; Qual é a mais simétrica?; Simetria de rotação em rosáceas; Descobrindo Simetrias; GeCla. Estas foram planificadas e estruturadas de acordo com o Programa de Matemática, para o ano de escolaridade em questão, e com a planificação anual de atividades fornecida pela professora titular da turma.

Posto isto, a primeira etapa foi o pedido de autorização para a implementação do estudo tanto ao agrupamento (cf. Anexo i) onde a escola se encontrava inserida como aos Encarregados de Educação (cf. Anexo ii) dos alunos envolvidos. Estes documentos continham uma breve explicação da investigação e solicitavam a autorização para fazer registos fotográficos e/ou vídeo das sessões.

Posteriormente e, com o decorrer do estudo, eu distribuí pelos alunos, ao

longo das diversas sessões, um conjunto de tarefas com o objetivo de avaliar e aplicar os conhecimentos. Estas tarefas foram parte integrante dos instrumentos de recolha de dados e foram analisadas posteriormente na análise dos resultados.

#### 3.4. Técnicas e instrumentos de recolha de dados

Estando este estudo inserido no paradigma qualitativo, as técnicas utilizadas para recolher a informação foram a observação participante, as notas de campo e a análise documental.

A observação participante ocorre, segundo Estrela (1984), "quando, de algum modo, o observador participa na vida do grupo por ele estudado" (p. 31), ou seja, este tipo de observação permite que o observador seja ativo na situação observada sem afetar o seu papel de observador. Neste sentido e, como o investigador se encontra a exercer dois papéis, esta técnica requer um registo rigoroso e pormenorizado de todos os dados que possam ser relevantes para a investigação e, é neste contexto que surgem as notas de campo. Aqui, registei, após cada sessão, tudo aquilo que os alunos diziam e/ou demonstravam e que considerava importante estudar.

Por fim, recorri à análise documental para retirar toda a informação útil das respostas e produções dos alunos. A análise documental tem como propósito "proceder à descrição objetiva, sistemática e, eventualmente quantitativa [dos] conteúdos" (Amado, Costa & Crusoé, 2013, p. 303), ou seja, esta técnica permite observar o conteúdo e, a partir desta observação, retirar conclusões.

Deste modo, a conjugação destes instrumentos/técnicas de pesquisa permitiu-me construir uma rede de informações, concebida a partir de distintas fontes e, assim, possuir um maior número de dados para dar resposta ao problema da investigação.

#### 3.5. Técnicas de tratamento e análise dos dados

Terminada a recolha dos dados é necessário proceder à análise dos mesmos. Para isso, socorri-me da análise de conteúdo.

Segundo Quivy e Campenhoudt (1998, p. 227) a análise de conteúdo pode ser definida como, "a possibilidade de tratar de forma metódica informações e testemunhos que apresentam um certo grau de profundidade e complexidade", ou seja, podemos ver a análise de conteúdo como um conjunto de procedimentos que nos permitem fazer uma leitura das informações sistemática e pormenorizada. Os dados qualitativos tratam, tal como o nome induz, alguma qualidade ou característica que não se pode medir mas sim classificar. Todavia, é possível servirmo-nos de contagens, percentagens, proporções ou taxas para sumariar esses dados quantitativamente – como é caso o presente estudo.

# 4. Intervenção Pedagógica

## 4.1. Apresentação das tarefas

Este trabalho trata a Simetria na Arte Gótica e desenvolveu-se no 6.º ano de escolaridade. Como tal, envolve duas áreas disciplinares – a Matemática e a História e Geografia de Portugal – e promove, de alguma forma, a interdisciplinaridade.

Mais importa dizer que todas as intervenções pedagógicas que abaixo são descritas, se apoiaram numa perspetiva de ensino exploratório visando a resolução, por parte dos alunos, de tarefas de forma autónoma e desafiadora. As tarefas foram pensadas de uma forma sequencial, ao longo de todas as sessões, procurando uma conexão de ideias, objetivos e aprendizagens.

Resumo na seguinte tabela (tabela 1) as 6 sessões com indicação das tarefas realizadas no decorrer das mesmas. É de notar que todas as sessões têm uma duração de 90 minutos por ser o tempo estipulado a nível nacional para

as aulas da área disciplinar de Matemática no ciclo em questão.

Tabela 1 - Sessões e tarefas desenvolvidas

Sessões	Atividades/ tarefas	Duração
	desenvolvidas	
Sessão 1	PPT- Características da	90 min.
	Arte Gótica e relação	
	com a Geometria (em	
	particular com a	
	Simetria)	
Sessão 2	Tarefa – As imagens por	90 min.
	reflexão axial	
Sessão 3	Tarefa – Vamos traçar	90 min.
	eixos de simetriacom	
	Mira	
	Tarefa – Qual é a mais	
	simétrica?	
Sessão 4	Tarefa - Simetria de	90 min.
	rotação em rosáceas	
Sessão 5	Tarefa – Descobrindo	90 min.
	Simetrias	
Sessão 6	Tarefa – GeCla	90 min.

Importa salientar que apesar do foco deste trabalho ser a Simetria resolvi, com a sugestão da professora titular da turma, incluir o estudo das Transformações Geométricas no início das sessões, por razões curriculares e porque, de facto, o estudo da Simetria de figuras é indissociável do estudo das Transformações Geométricas.

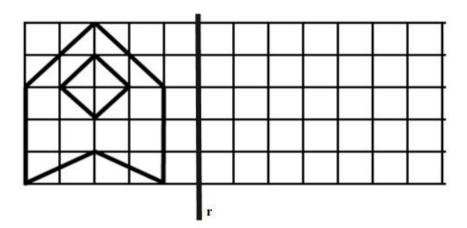
# Tarefa- As imagens por reflexão axial

# **Apresentação**

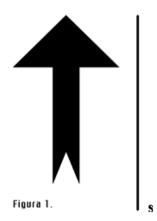
Apresento, a seguir, o enunciado da tarefa "As imagens por reflexão axial", cujo objetivo geral era construir imagens de figuras planas por reflexão e teve a duração de 90 minutos.

## Enunciado da tarefa

 Usando as quadrículas, completa a figura (a negrito no quadriculado), de modo a que a obtida seja uma reflexão



2. Determina, usando régua e compasso, a imagem da figura 1 por reflexão do eixo s.



3. A seguinte rosácea pertence à Igreja de Santa Maria dos Olivais em Tomar. Esta igreja é considerada Monumento Nacional desde 1910 e é um dos mais simbólicos edifícios da Arte gótica em Portugal.
Repara que a rosácea contém, no seu interior, uma estrela de cinco pontas! Constrói, usando régua e compasso, o transformado da estrela presente na rosácea, por reflexão do eixo t.



1

A tarefa era constituída por três questões com grau de dificuldade crescente. Na questão 1 pretendia que os alunos construíssem o transformado da figura recorrendo apenas ao quadriculado. Na questão 2, os alunos deviam determinar a imagem da figura, recorrendo ao material manipulável, por reflexão do eixo s e, por último, na questão 3 pedia que se procedesse à construção do transformado da estrela da imagem da rosácea. É de salientar, que todas as questões que envolviam elementos de Arte tinham uma breve apresentação e identificação do respetivo edifício a que pertencem.

#### A aula

Esta tarefa foi implementada após uma sessão prévia que teve como finalidade reavivar conhecimentos já adquiridos pelos alunos, tanto no que respeita ao conceito de reflexão como Transformação Geométrica, como às características do estilo e Arte Gótica. Nessa mesma sessão, elaborei uma discussão para alertar os alunos sobre a relação da Simetria com a Arte, para tal utilizei uma apresentação recorrendo ao software *Powerpoint* (Anexo iii). Posto isto e por forma a introduzir a tarefa, procedi à construção, no quadro, do transformado de um triângulo [ABC] enquanto os alunos acompanharam todo o processo no seu caderno.

Após todos terem terminado distribuí a tarefa e durante o tempo de resolução acompanhei o trabalho dos alunos, auxiliando-os sempre que necessário, sem influenciar as suas resoluções. Importa dizer que, aquando da resolução da questão 3, discuti com os alunos o facto de se tratar de uma fotografia de uma rosácea (representação a duas dimensões) construída num edifício e, por isso, era importante não considerar possíveis imperfeições (até porque os edifícios vão sofrendo alterações ao longo do tempo). Finalizada a resolução e correção da tarefa dei lugar a uma discussão, em grande grupo, das principais dificuldades e as ideias que deveriam ser recordadas para as próximas tarefas.

De seguida, para trabalhar o conceito de Simetria de reflexão, sugeri a realização de uma figura por reflexão para concluir, depois, que a figura completa tem Simetria de reflexão. Nesse sentido, distribuí tiras de papel dobradas ao meio e solicitei aos alunos que desenhassem e recortassem a parte do triângulo que refletida permite obter o todo. Quando terminado, deviam traçar com lápis a reta no local de dobragem com o objetivo de constatarem, ao abrir o papel, que a figura desenhada possuía um eixo que a dividia em duas partes geometricamente iguais e, por isso, o triângulo possuía Simetria de reflexão.

Para terminar a sessão, coloquei questões para averiguar os conhecimentos que os alunos adquiriram e desenvolveram durante a resolução da tarefa e as suas dificuldades.

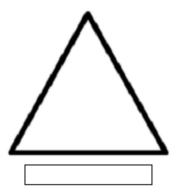
# Tarefa- Vamos traçar eixos de simetria...com Mira

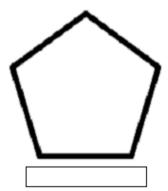
# **Apresentação**

Esta tarefa tinha como principal objetivo traçar eixos de simetria. Para tal, foi fornecido aos alunos uma Mira com a qual deviam resolver todas as questões. A aplicação da tarefa decorreu num período de 45 minutos, uma vez que nos 90 minutos regulamentares da aula foram aplicadas duas tarefas ("Vamos traçar eixos de simetria... com Mira" e "Qual é a mais simétrica?").

#### Enunciado da tarefa

1. Assinala todos os eixos de simetria que consegues identificar em cada um destes polígonos regulares, de modo a que as duas partes resultantes sejam geometricamente iguais. Regista o número de eixos de cada polígono.





- 1.1. O que podes concluir?
- 2. Traça os eixos de simetria das seguintes imagens







- 3. As seguintes imagens são relativas à Igreja de Santa Maria do Olival em Tomar que, provavelmente, te será familiar de outras tarefas!
  - 3.1. Assinala todos os eixos de simetria de cada uma das imagens.





3.2. Quantos eixos de simetria de reflexão tem cada uma das figuras?
O que podes concluir?

A tarefa "Vamos traçar eixos de simetria...com Mira" era constituída por 3 questões. A primeira prendia-se com o facto de que os alunos compreendessem a Simetria de reflexão em polígonos regulares, ou seja importava apurar que nestes polígonos há tantos eixos de simetria como vértices da figura. Nas questões seguintes apresentaram-se imagens de rosáceas e de elementos de Arte Gótica, respetivamente, a fim de que os alunos traçassem os eixos de simetria de cada figura.

#### A aula

Para iniciar a sessão e introduzir a tarefa discuti com os alunos o conceito de eixo de simetria e a forma como este deve ser traçado, aproveitando para apresentar a Mira ao grupo e o modo como esta se utiliza. Importava referir que

este material é semelhante ao espelho, mas translúcido, ou seja que permite ver através dele. Posto isto, distribuí a tarefa e solicitei aos alunos que a resolvessem. Aquando da resolução, observei atentamente o manuseamento da Mira, por parte dos alunos.

Na questão 2, prestei especial atenção ao facto de os alunos poderem considerar ou não as diferentes tonalidades da imagem, uma vez que a tarefa se encontrava impressa a preto e branco. Porém, não julguei qualquer uma das possibilidades, apenas levei os alunos a verem ambas as perspetivas. Na correção referi que em situações ambíguas, como a que estava em questão, deveríamos sempre optar por aquela que apresentava Simetria de maior ordem. Por último, discuti com os alunos as resoluções apresentadas e esclareci as dúvidas e dificuldades demonstradas.

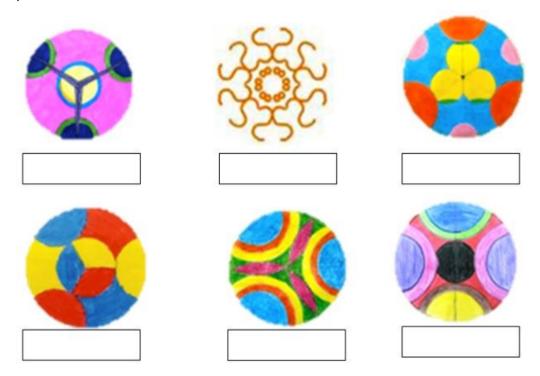
## Tarefa- Qual é a mais Simétrica?

# **Apresentação**

A tarefa "Qual a mais Simétrica?" foi implementada em 45 minutos e tinha como objetivo geral identificar Simetrias de reflexão em imagens dadas. Aqui, os alunos tinham à sua disposição diversos materiais manipuláveis (Mira, régua, esquadro e espelhos) contudo era opcional usá-los ou não na resolução da tarefa.

#### Enunciado da tarefa

 Compara o número de eixos de reflexão de cada figura. Qual das figuras possui mais Simetria?



2. Conseguirias desenhar uma figura com mais Simetria do que a figura mais simétrica da questão anterior? Se sim, como?

A tarefa englobava apenas duas questões, na questão 1 os alunos deviam definir a ordem de Simetria de cada figura e, posteriormente indicar aquela que era a mais simétrica ou que tinha maior ordem de Simetria. Aqui, importava apurar se os alunos recorriam ou não aos materiais manipuláveis para chegar à resolução.

A questão 2 foi preparada com o intuito de avaliar as conceções dos alunos quanto à elaboração de figuras com Simetria.

# A aula

Para a introdução da tarefa expliquei de forma breve, aos alunos o conceito de ordem de Simetria, referindo que se temos um número *x* de eixos de

simetria então a Simetria da nossa imagem é de ordem x. Por exemplo, na questão 1 da tarefa "Vamos traçar eixos de simetria...com Mira" podemos dizer que o triângulo tem Simetria de ordem 3 e o pentágono tem Simetria de ordem 5, logo o pentágono é mais simétrico que o triângulo.

De seguida, distribuí a tarefa e solicitei que os alunos a resolvessem, de forma individual, colocando à sua disposição os materiais manipuláveis. A utilização, ou não, destes materiais ficou ao critério dos alunos.

Na questão 2, pretendia que os alunos pensassem e conjeturassem sobre formas de construir figuras com Simetria. Para tal, na folha de resposta dispunham de espaço para expor o seu raciocínio por extenso ou recorrendo a representações.

No final, todos os alunos apresentaram as suas resoluções e discutiramnas em grande grupo, de forma a que todos pudessem ter conhecimento das diferentes metodologias utilizadas.

# Tarefa- Simetria de rotação em rosáceas

## Apresentação

Esta tarefa foi implementada numa sessão de 90 minutos e tinha como objetivo geral identificar e caracterizar Simetrias de rotação em imagens dadas. Para resolver a tarefa os alunos tinham à sua disposição papel vegetal.

#### Enunciado da tarefa

- A seguinte fotografia é de uma rosácea que pertence à Igreja do Salvador de Paço de Sousa em Penafiel. Esta Igreja foi edificada no século XIII e é considerada Monumento Nacional desde 1910.
  - Identifica o centro de rotação;
  - Diz qual o número de Simetrias de rotação;
  - Caracteriza o ângulo de rotação.



- 2. A fotografia da rosácea abaixo pertence a uma parede do Convento de Santa Clara em Santarém e foi edificada no século XIII. Este convento é um dos monumentos mais emblemáticos dentro do estilo Gótico e é, tal como Igreja anterior, considerado Monumento Nacional.
  - Identifica o centro de rotação;
  - Diz qual o número de Simetrias de rotação;
  - Caracteriza o ângulo de rotação.



A presente tarefa era constituída por 2 questões ambas com fotografias de elementos de Arte, passíveis de serem observadas em Portugal nomeadamente na Igreja do Salvador de Paço de Sousa (Penafiel) e no Convento de Santa Clara (Santarém). Em ambas as questões pretendia que os alunos fossem capazes de identificar o centro de rotação das imagens, referir a ordem de Simetria e caracterizar o ângulo de rotação, para isso deveriam utilizar o papel vegetal disponibilizado.

#### A aula

No início da sessão discuti com os alunos o conceito de Simetria de rotação, para isso recorri a uma apresentação no software *Powerpoint* (Anexo iv). Aqui importava referir o que se entende por Simetria de rotação e a forma como a podemos caracterizar, ou seja, as suas propriedades.

No decorrer da apresentação, os alunos eram desafiados a dar resposta a um conjunto de questões relacionadas com o conceito trabalhado. Neste sentido, primeiramente os alunos perante a primeira imagem apresentada deviam dizer se esta possuía, ou não, Simetria de rotação e consequentemente, qual o seu centro, a sua amplitude e o seu sentido.

Seguidamente, distribuí a tarefa e pedaços de papel vegetal, para que os alunos procedessem à sua resolução. Inicialmente deveriam decalcar as imagens para o papel vegetal e posteriormente usar os decalques para auxiliar as suas resoluções. Aqui observei a forma como estes utilizaram o material e também as estratégias que utilizaram para caracterizar a Simetria de rotação das imagens. No final, todos os alunos apresentaram as suas resoluções e explicaram aos colegas todas as opções metodológicas utilizadas nas mesmas.

#### **Tarefa- Descobrindo Simetrias**

# Apresentação

Esta tarefa foi implementada como forma de consolidação de

conhecimentos e como tal tinha como objetivo principal identificar Simetrias de reflexão e rotação em figuras dadas. A sua aplicação decorreu num período de 90 minutos e para a sua resolução não foi disponibilizado nenhum material.

#### Enunciado da tarefa

1. Lembras-te da rosácea abaixo? Pertence à Igreja de Santa Maria do Olival em Tomar. Caracteriza a simetria da fotografia da rosácea da Igreja (simetrias que admite, as respetivas ordens e, caso exista Simetria de rotação, a amplitude dos ângulos correspondentes)!



A única questão que constituía esta tarefa englobava uma imagem de uma rosácea já trabalhada anteriormente na tarefa "Vamos traçar eixos de Simetria...com Mira". Porém, aqui pretendia que os alunos caracterizassem a Simetria, tanto de rotação como de reflexão, da imagem, exigindo assim, que os alunos utilizassem todos os conhecimentos adquiridos e desenvolvidos durante as sessões anteriores.

#### A aula

Numa fase inicial revi, em conjunto com os alunos, todos os conteúdos abordados anteriormente, nomeadamente a Simetria de reflexão e de rotação, com o intuito de introduzir a tarefa e ao mesmo tempo reavivar os conhecimentos que seriam necessários para a sua resolução.

De seguida, distribuí a tarefa e expliquei aos alunos que apenas poderiam utilizar o material de desenho para a sua resolução. Esperava que os alunos conseguissem dar resposta à questão sem a utilização de qualquer outro material manipulável, a fim de perceber se havia, ou não, melhorias na capacidade de visualização dos alunos.

Após a resolução, dei oportunidade aos alunos para que estes pudessem apresentar e explicar os seus raciocínios, bem como as dificuldades sentidas aquando a resolução individual da tarefa.

Por fim, por forma a sintetizar todos os conhecimentos desenvolvidos no decorrer de todas as tarefas dinamizei uma discussão, colocando um conjunto de questões aos alunos, relativos aos conceitos trabalhados, bem como à relação entre a Simetria e a Arte.

#### Tarefa- GeCla

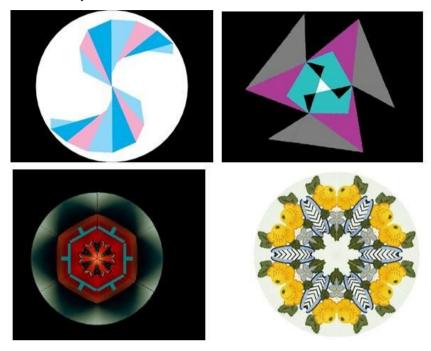
## **Apresentação**

A tarefa foi implementada numa sessão de 90 minutos e tinha como objetivo principal classificar e gerar imagens com Simetria recorrendo à ferramenta GeCla. A sua resolução foi concretizada a pares, uma vez que a escola não dispunha de computadores suficientes para a resolução individual da tarefa

## Enunciado da tarefa

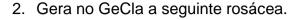
 Com a ajuda do gerador e classificador de Simetrias classifica as seguintes imagens:

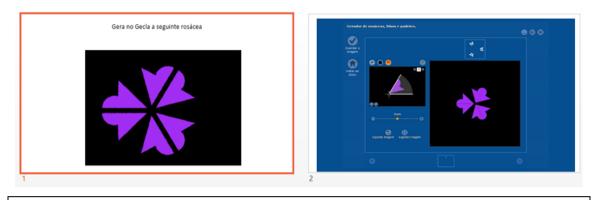
# Com ajuda



# Sem ajuda







A aula

Para introduzir a tarefa procedi à apresentação e explicação da ferramenta GeCla. Referi que esta é usada para gerar e classificar Simetria em imagens, nomeadamente as Simetrias de reflexão, rotação e translação. A ferramenta inclui três tipos de trabalho: classificar, gerar e competir, porém na sessão só foram explorados os dois primeiros. Após esta explicação solicitei aos alunos que resolvessem a questão 1.

Durante a resolução desta questão os alunos deviam classificar as imagens com e sem ajuda (opções disponibilizadas pela ferramenta). Aqui supervisionei o trabalho dos pares e auxiliei sempre que necessário.

Na questão 2 solicitei que gerassem uma imagem respeitando os procedimentos do GeCla, os alunos teriam de escolher a imagem fundamental, a cor e os carimbos a utilizar. No final, deviam guardar a imagem gerada para que posteriormente fosse projetada e analisada pelos restantes elementos da turma.

Para terminar, permiti que os alunos explorassem as potencialidades da ferramenta livremente, uma vez que o GeCla possui uma galeria de imagens passíveis de ser utilizadas para a aplicação das diferentes Simetrias.

#### 5. Análise dos dados

Este capítulo destina-se à discussão dos dados obtidos a partir do trabalho proposto. Em particular, analisei as estratégias utilizadas e as dificuldades reveladas por cinco alunos, por considerar ser um número satisfatório de elementos para conseguir retirar conclusões com variedade de estratégias e resoluções. Estes alunos foram selecionados por serem referências, tanto pela positiva como pela negativa, relativamente ao seu nível de desempenho na aula de Matemática e, como eu ainda não conhecia os elementos da turma, foram indicados pela professora cooperante.

Quando entendi pertinente, acrescentei também ideias a partir da análise das resoluções dos restantes alunos da turma, de forma a caracterizar melhor os 5 alunos em estudo, as suas ideias, estratégias e dificuldades. Para tal e, como já foi referido, toda a informação foi recolhida através das produções dos alunos e da observação direta, complementados pelas notas de campo retiradas durante e após cada sessão.

Todos os nomes apresentados são fictícios para garantir a confidencialidade de todos os intervenientes.

## 5.1. Tarefa: **As imagens por reflexão axial**

#### Aluno 1 - Eduardo

O Eduardo demonstrou, numa fase inicial, algumas dificuldades na manipulação da régua e do compasso que foram sendo colmatadas com o desenvolver da tarefa, ou seja, notaram-se melhorias no trabalho com o material manipulável de questão para questão. Na questão 1 (figura 5) sentiu necessidade de primeiramente identificar e depois transformar pontos fundamentais (A,B,C,D,E,F,G,H,I e J) e só depois conseguiu completar a figura, o que parece revelar que pode evoluir em termos de visualização espacial (nomeadamente ao nível da perceção de relações espaciais) pois, após ser questionado sobre a necessidade de marcar esses pontos, o aluno alegou que

sem os pontos devidamente marcados não era capaz de visualizar o seu transformado.

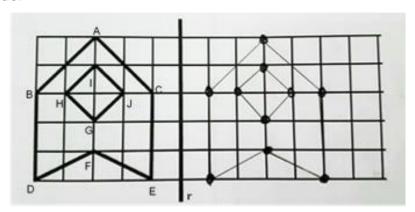


Figura 5- questão 1, Eduardo

Já na questão 2 notou-se uma melhoria na manipulação da régua e, apesar de demostrar pequenas dificuldades com o compasso, resolveu a questão sem dificuldades. Conseguiu identificar e transformar pontos fundamentais para iniciar a transformação da figura e respeitou todas as propriedades da reflexão.

Todavia, foi na questão três que o Eduardo obteve maior sucesso até porque se tinha mostrado, durante a sessão anterior, muito fascinado com a relação entre a Arte e a Geometria. Nesta questão mostrou ter capacidade de visualização no que respeita à capacidade de perceção figura-fundo, pois conseguiu sem qualquer problema concentrar-se apenas na estrela de cinco pontas que devia transformar. Identificou os pontos fundamentais e transformou a imagem ponto a ponto sem dificuldades o que se deve também, à melhoria na manipulação dos materiais. É de salientar que as dificuldades de visualização apresentadas na questão 1, numa imagem sob papel quadriculado, não foram demonstradas aqui pois facilmente conseguiu focar-se no elemento que pretendia transformar, mesmo com a necessidade de abstração inerente.

# Aluno 2 - Gonçalo

O Gonçalo, tal como o Eduardo, precisou, ao contrário do que se esperava devido à utilização do quadriculado, de identificar pontos fundamentais para transformar a imagem. Todavia, não apresentou dificuldades na manipulação da

régua e resolveu a questão com sucesso.

Na questão 2 (figura 6) marcou as retas perpendiculares ao eixo de reflexão sem qualquer dificuldade utilizando duas réguas, porém não respeitou a igualdade das medidas dos comprimentos dos segmentos de reta da fronteira da figura nem a distância dos pontos dos segmentos em relação ao eixo. Quanto à manipulação do compasso notaram-se algumas dificuldades que, depois de trabalharmos nesse sentido, foram melhoradas significativamente na questão seguinte.

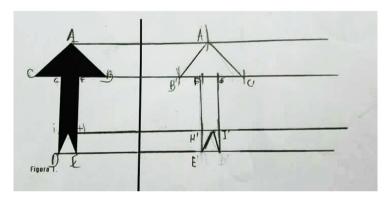


Figura 6 - questão 2, Gonçalo

A última questão foi aquela em que o Gonçalo despendeu mais tempo pois não conseguia visualizar a imagem como uma figura de duas dimensões (portanto sem profundidade), ou seja, mostrou alguma dificuldade em iniciar a resolução da questão. Apesar disso, o aluno conseguiu, com ajuda de um colega, superar a sua dificuldade e identificou pontos fundamentais para transformar a estrela. A partir daí não apresentou quaisquer dificuldades e realizou a tarefa com sucesso. Foi, inclusive, a questão em que o aluno obteve melhor desempenho.

## Aluno 3 - Manuel

O Manuel foi o aluno que obteve maior sucesso na realização da tarefa como um todo sendo que, não há nenhuma questão em que se destaque de forma significativa. Não demostrou qualquer dificuldade nem na manipulação

dos materiais nem na transformação de figuras. Isto pode estar relacionado com o facto deste aluno ter frequentado uma escola distinta, dos restantes colegas, durante o 1.º CEB. Segundo o Manuel, o trabalho com estes materiais manipuláveis era uma prática comum dentro da sala de aula. Alegava, ainda, que durante o 4.º ano de escolaridade teve momentos destinados apenas ao trabalho com régua, compasso e esquadro. A facilidade na manipulação dos materiais ajudou, claramente, ao sucesso na realização da tarefa, pois conseguia traçar retas perpendiculares e marcar os transformados das imagens ponto a ponto.

Na questão que envolvia elementos de Arte e que exigia uma capacidade de abstração maior, por serem figuras reais e portanto com três dimensões e imperfeições naturais, o aluno também não demonstrou dificuldades mostrandose até muito empenhado no trabalho.

#### Aluno 4 - Rui

O Rui, tal como o Manuel, não demostrou dificuldades na manipulação dos materiais o que fez com que obtivesse maior sucesso na resolução das questões 1 e 2. Porém, mostrou algumas falhas em traçar retas perpendiculares ao eixo, nomeadamente na questão 3 o que não se manifestou na questão anterior. Com efeito, a questão 3 (figura 7) foi aquela em que o aluno teve menor sucesso, ou seja, para além de não conseguir traçar as retas perpendiculares de forma correta, também demostrou dificuldade em fazer o transformado da imagem ponto a ponto.

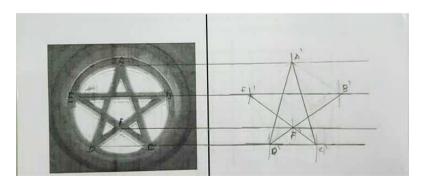


Figura 7 - questão 3, Rui

Penso que as dificuldades que o Rui apresentou na resolução da tarefa

possam estar relacionadas com o facto de ser uma questão diferente do habitual, o aluno alegou até que fazer o transformado de "imagens de Arte às vezes se torna difícil porque temos que nos abstrair de pequenas coisas" (NC 1). Sendo o Rui um aluno extremamente metódico, sentindo-se mais confiante em questões mais fechadas e com tarefas mais rotineiras, pode sentir-se pouco confiante na realização de tarefas menos rotineiras, uma vez que as dificuldades que apresentou na questão 3 desta tarefa não foram notórias nas outras questões.

## Aluno 5 - Telmo

O Telmo não apresentou qualquer dificuldade na manipulação da régua mas o mesmo não se verificou em relação ao compasso e ao esquadro. Na questão 1 e, numa fase inicial, não respeitou a distância dos pontos dos segmentos de reta em relação ao eixo de reflexão. Contudo, e após olhar para o transformado, apercebeu-se rapidamente do erro e retificou-o sem dificuldade.

Já na questão 2 apresentou dificuldades na manipulação do esquadro e da régua e, como tal, não foi capaz de traçar as perpendiculares corretamente o que fez com que não respeitasse algumas das propriedades da reflexão. Identificou de forma correta pontos fundamentais para iniciar a TG, transformouos mas não os nomeou de forma correspondente. Apesar de tudo, foi nesta questão que o aluno apresentou o melhor desempenho.

Na questão 3 notou-se uma ligeira melhoria no processo de traçar retas perpendiculares após trabalharmos nesse sentido. Contudo, demonstrou dificuldades em abstrair-se de tudo o que faz parte da rosácea para além da estrela, como podemos ver na figura 8, o que fez com que demorasse mais a resolver a questão e também a unir os transformados dos pontos para obter a imagem.

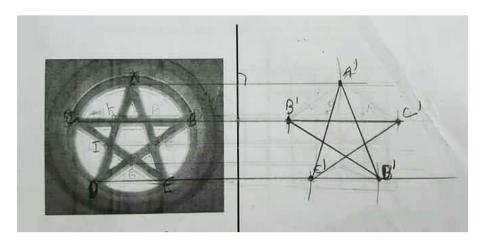


Figura 8 - questão 3, Telmo

Quanto à turma, nesta tarefa, notou-se uma dificuldade, quase geral, na manipulação dos materiais manipuláveis (régua e esquadro) o que pode estar diretamente relacionado com o facto de os alunos não os utilizarem com regularidade no nível de ensino em questão. Por consequência no problema anterior, os alunos que demonstraram maior dificuldade na manipulação dos materiais foram também aqueles que apresentaram maiores dúvidas na realização da tarefa, principalmente no que respeita a traçar retas perpendiculares a um eixo de reflexão e a marcar os transformados das imagens ponto a ponto, por reflexão axial, com o compasso. Contudo, foram melhorando ao longo da realização das tarefas.

Na questão 1, apenas 3 dos 18 alunos não conseguiram respeitar a igualdade da distância dos pontos da figura e dos respetivos transformados em relação ao eixo, uma das propriedades da reflexão, o que pode estar relacionado com a dificuldade de visualização dos alunos ou com uma dificuldade concetual. Aqui notou-se também que os alunos, de um modo geral, não tinham, durante o 1.º CEB, realizado tarefas com contextos de Arte e com utilização de materiais o que também pode ter contribuído para o tempo dispensado na resolução da mesma.

A questão 2 foi, de toda a tarefa, aquela em que se obteve menor sucesso isto devido, principalmente, à dificuldade em traçar retas perpendiculares ao eixo de reflexão para iniciar o transformado da figura. Apenas 4 alunos resolveram a questão corretamente. Existiram ainda, alguns elementos que nomearam os

transformados dos pontos de forma incorreta, ou seja, como se de uma translação se tratasse e não de uma reflexão.

Já na questão 3, que envolvia uma fotografia de uma rosácea, notou-se, com base nas resoluções dos alunos, uma melhoria significativa na manipulação dos materiais e talvez por este motivo seja a questão com maior sucesso, pois 11 dos 18 alunos conseguiram resolvê-la sem dificuldades aparentes e 4 conseguiram o transformado da estrela mas não nomearam os pontos da imagem transformada de forma correta. A turma não demonstrou qualquer dificuldade em abstrair-se de pormenores próprios de elementos artísticos e conseguiram, de igual forma, proceder ao transformado da figura. Dos 3 alunos que não conseguiram dar resposta à questão, 1 não utilizou qualquer tipo de material manipulável por opção própria e os outros dois não respeitaram as propriedades da reflexão.

#### 5.2. Tarefa: Vamos traçar eixos de simetria...com Mira

#### Aluno 1- Eduardo

O Eduardo foi, nesta tarefa, o aluno que mais se destacou de forma positiva comparativamente à turma em geral, uma vez que demonstrou grande destreza tanto no manuseamento da Mira como na identificação de eixos de Simetria de imagens.

Na questão 1 o aluno identificou, traçou e enumerou os eixos de Simetria dos polígonos e conseguiu ainda concluir que em polígonos regulares a ordem de Simetria de reflexão é igual ao número de lados da figura. De igual forma, na questão 2 e 3 foi capaz de traçar todos os eixos de Simetria de forma exímia. Note-se, por exemplo, na questão 3 (figura 9) que todos os eixos passam pelo centro e que poderíamos dobrar a imagem por qualquer eixo e os pontos das duas partes coincidiriam.

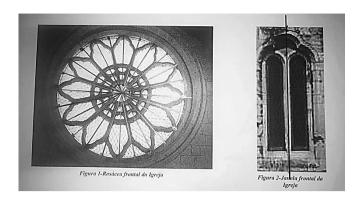


Figura 9 - questão 3, Eduardo

Importa salientar que na tarefa anterior o Eduardo apresentou algumas dificuldades de visualização que não se fizeram notar na presente tarefa. Este facto parece revelar que o trabalho com a Mira facilitou ao aluno a resolução das questões.

## Aluno 2 – Gonçalo

O Gonçalo revelou muita dificuldade em trabalhar com a Mira, mesmo após intervenção, não conseguiu visualizar a transparência da imagem e não considerou a espessura do material aquando da marcação dos eixos de simetria, o que influenciou a sua resolução da tarefa.

Na questão 1, por exemplo, o aluno foi capaz de dizer quantos eixos de simetria admitiam o triângulo e o pentágono, mas não obteve sucesso na marcação dos eixos. Não considerou o centro nem o facto de que cada eixo deve dividir a imagem em duas partes geometricamente iguais (figura 10). Esta situação verificou-se também em todas as outras questões da tarefa, uma vez que não se notaram melhorias no trabalho com o material.



Figura 10 - questão 1, Gonçalo

#### Aluno 3 - Manuel

O Manuel revelou alguma dificuldade em identificar e traçar os eixos de simetria do triângulo na questão 1, mas após a intervenção para o ajudar a compreender o trabalho com a Mira ultrapassou a dificuldade e no pentágono notou-se uma clara melhoria na marcação dos eixos (figura 11).

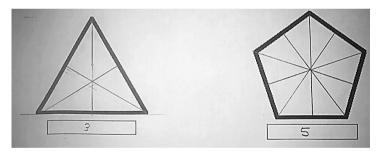


Figura 11 - questão 1, Manuel

Na questão 2 e relativamente à primeira imagem traçou os eixos de simetria de forma correta, porém nas restantes apresentou algumas dúvidas dizendo que pelo facto das imagens estarem em tons de cinza não conseguia identificar os eixos de Simetria com clareza. Quando questionado com a possibilidade de não considerar a cor na terceira imagem o aluno alegou que, nesse caso, a imagem teria infinitos eixos e por isso a ordem de Simetria de reflexão seria infinita.

Na última questão o Manuel conseguiu identificar a ordem de Simetria de reflexão de ambas as imagens, todavia ao delimitar os eixos da rosácea não teve

o cuidado de identificar o centro da imagem o que fez com que não traçasse os eixos com rigor.

#### Aluno 4 - Rui

O Rui apresentou algumas dificuldades iniciais em trabalhar com a Mira que, após intervenção, foram sendo colmatadas ao longo da tarefa. Na questão 2, por exemplo, não mostrou dificuldades em manusear o material mas traçou alguns eixos que não são eixos de simetria da imagem e, como podemos ver abaixo (figura 12), após constatar este facto, com a ajuda da Mira, rasurou-os. Acredito que isto seja uma estratégia da parte do aluno, pois em caso de dúvida considerou mais fácil traçar o eixo para depois confirmar com o material se seria ou não um eixo de simetria da imagem. Este facto revelou, na minha opinião, que os materiais manipuláveis não têm necessariamente um fim estipulado e, por isso podem ser utilizados numa fase inicial para ajudar a traçar os eixos mas também, numa fase mais avançada apenas para confirmar o trabalho já realizado.

Também na imagem 3, que pode ser vista na figura 12, utilizou a mesma estratégia, traçou vários eixos para concluir que caso a cor não fosse considerada então a ordem de Simetria de reflexão seria infinita e que se a cor fosse considerada a ordem seria 1 destacando o eixo de Simetria a que se refere.

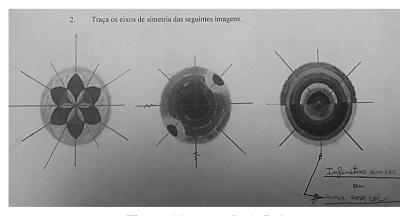


Figura 12 - questão 2, Rui

#### Aluno 4 - Telmo

O Telmo acertou no número de eixos de simetria que cada uma das imagens, presentes na tarefa, admitia. Não demostrou dificuldades significativas

no trabalho com a Mira, o que pode ter facilitado a resolução da tarefa. Após a resolução o aluno referiu que este material "é simples de usar e facilmente me habituei a mexer com ela" (NC1).

No entanto, foi dos únicos alunos que não retirou nenhuma conclusão onde era solicitado (questões 1.1 e 3.1), limitou-se apenas a dizer o número de eixos de simetria de cada imagem. Penso que isto foi apenas uma opção do aluno, pois oralmente ele foi dizendo que o triângulo tinha 3 lados e 3 eixos de simetria, o pentágono 5 lados e 5 eixos de simetria e que a rosácea tinha 12 pétalas e 12 eixos, o que me leva a acreditar que o aluno retirou as conclusões mas optou por não as registar.

No que respeita à turma, nesta tarefa, notou-se uma dificuldade geral em traçar eixos de simetria o que, na minha opinião, se deve ao facto da turma nunca ter trabalhado com a Mira. Os alunos conseguiram, na sua maioria, identificar o número de eixos de simetria que cada imagem admitia e até imaginar o posicionamento relativo dos mesmos, mas aquando da sua marcação não consideraram o centro da imagem ou não foram capazes de ver a transparência, através da Mira, no outro lado do papel. Este problema foi também notório na resolução do Gonçalo (apresentada anteriormente). Contudo, verificou-se que, quase a totalidade dos alunos, após intervenção, melhorou na manipulação do material e, consequentemente foi obtendo melhores resultados questão após questão.

Ainda e, apesar das dificuldades, a maioria dos alunos conseguiu dar resposta de forma acertada ao número de eixos de simetria dos polígonos regulares presentes na tarefa e retirar conclusões tais como: "O número de lados é o mesmo dos eixos de simetria em polígonos regulares" e "Posso concluir que o número de lados corresponde ao número de eixos, mas, só acontece nos polígonos regulares" (figura 13).



Figura 13 - questão 1, respostas da turma

De igual modo, responderam acertadamente à questão 3 da tarefa "Vamos traçar eixos de simetria...com Mira", que incluía as imagens da rosácea e da janela e, também extraíram conclusões como "A primeira figura tem 12 eixos e a segunda imagem tem 1 eixo; as imagens mais complexas tem mais eixos e a segunda tem menos porque é linhas retas" e "Na rosácea há 12 eixos e na janela há 1 eixo. Posso concluir que na rosácea, há 12 eixos, porque há 12 pétalas e, na janela, há um eixo, porque há 2 janelas" (figura 14).



Figura 14 - questão 3, respostas da turma

De forma geral e, com base nas resoluções e no trabalho dos alunos, posso ressalvar que a Mira se mostrou mais útil para confirmar Simetrias do que para marcar os eixos. Isto porque a Mira, apesar de ser um material refletor e translucido, possui uma espessura considerável que devemos ter em conta aquando da sua utilização. É de notar que a turma nunca tinha trabalhado antes com Mira, o que também teve grande peso nos resultados, uma vez que os alunos não estavam familiarizados com o material. No entanto, depois dos alunos compreenderem o uso do material, ele mostrou-se bastante importante no auxílio na resolução das tarefas.

#### 5.3. Tarefa: Qual é a mais simétrica?

#### Aluno 1- Eduardo

O Eduardo mostrou desde o início algumas dificuldades na manipulação da régua o que também se manifestou na presente tarefa aquando da marcação dos eixos. Porém acertou a ordem de Simetria de reflexão de todas as imagens o que leva a crer que o aluno não possui dificuldades de visualização, pois identificou os eixos sem recorrer a qualquer material manipulável.

Na questão 2 alegou que bastava desenhar um círculo cuja "Simetria é infinita" para ter uma imagem mais simétrica que a anterior (de ordem 6).

#### Aluno 2- Gonçalo

O Gonçalo, na questão 1, marcou vários eixos que não eram eixos de simetria da figura e que posteriormente apagou, pois com o auxílio da Mira verificou que não estavam no local certo. Este facto faz-me acreditar que o aluno demonstra alguma dificuldade em visualizar a posição dos eixos, dificuldade essa que foi colmatada com a ajuda do material acertando na ordem de Simetria de reflexão de todas as imagens. Todavia, como conclusão da resolução o aluno disse que "a figura dois tem mais desenhos e por isso tem mais Simetrias, acontece sempre quanto mais complexa mais simétrica" (NC 2), neste caso o comentário do aluno mostrou que conseguiu facilmente perceber, das imagens dadas, qual a mais simétrica. Porém, não é sempre assim e o aluno não poderá fazer desta uma conclusão geral.

A resposta à questão dois foi similar à do Eduardo, "uma imagem circular sem qualquer desenho pode ter eixos de simetria infinitos e por isso é mais simétrica que a anterior" (NC 3).

#### Aluno 3- Manuel

O Manuel tal como o Gonçalo conseguiu dizer a ordem de Simetria de todas as imagens, mas devido à dificuldade na manipulação da Mira não marcou todos os eixos por forma a que todos eles passassem no centro da imagem. Isto porque, como já foi referido, a Mira possui alguma espessura que deve ser considerada aquando da marcação de eixos.

Já na questão 2 o aluno referiu que um círculo teria pelo menos 360 eixos de simetria, associando um eixo a cada grau e ignorando os seus submúltiplos, ou seja, não conseguiu observar que um círculo teria Simetria de ordem infinita. Referiu ainda que a rosácea da tarefa anterior tinha Simetria de ordem 12 e por isso era mais simétrica que a imagem em questão.

#### Aluno 4- Rui

O Rui acertou na ordem de Simetria de reflexão de todas as imagens e traçou os eixos de forma correta apenas com a utilização da régua. Deu-se também conta de que poderia ou não considerar as diferenças de cor em

algumas imagens e explicitou-o na resolução. Resolveu a questão com facilidade e conseguiu, tal como todos os outros, chegar a resposta final.

Na questão 2 o Rui foi o único que não deu uma resposta direta mas elaborou 2 figuras (figura 15) mais simétricas do que a imagem da questão anterior. Quando questionado sobre a forma como as elaborou disse ter recorrido à divisão dos 360º pelo número de eixos que pretendia obter, disse também que "depois de a construir pintei a imagem para que ela ficasse com menos Simetria, porque se ficasse em branco tinha infinitas" (NC 4). Mais uma vez importa salientar que neste momento o aluno ainda não conhecia a Simetria de rotação nem a transformação Rotação e as suas propriedades.

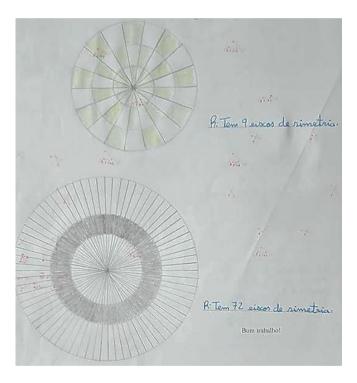


Figura 15 -questão 2, Rui

#### Aluno 5- Telmo

Relativamente à questão 1 o Telmo, tal como o Rui, não só respondeu acertadamente à ordem de Simetria de reflexão de todas as imagens como também traçou os eixos de forma correta. Considerou que podia ou não ter em conta as diferenças de cor e explicitou-o na resolução. Todavia, este aluno não conseguiu dar resposta à questão 2, disse saber que era possível mas não tinha

ideia de como o conseguiria.

Quanto à turma, na presente tarefa (questão 1), optei por organizar os dados num gráfico circular (figura 16) por forma a facilitar a leitura dos mesmos. Assim, no gráfico abaixo considera-se que o aluno "acertou" quando conseguiu dizer a ordem de Simetria de reflexão da imagem, mesmo que não tenha marcado ou não tenha tido muito rigor na marcação dos eixos. De igual modo, considera-se que o aluno "errou" quando não foi capaz de dizer a ordem de Simetria de reflexão da imagem.

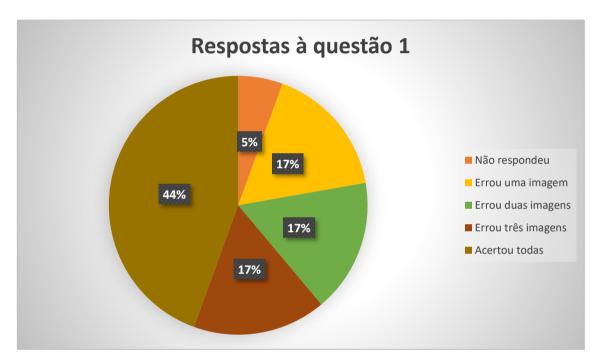


Figura 16 - gráfico das respostas da turma

Assim sendo, pode-se observar no gráfico que oito dos dezoito alunos acertaram a ordem de Simetria de reflexão de todas as imagens presentes na tarefa, um dos alunos não respondeu à questão e nove erraram uma, duas ou três imagens. Porém, todos os alunos conseguiram dizer qual a imagem mais simétrica. As imagens que suscitaram maior dificuldade e, por consequência, aquelas que os alunos mais erraram foram as imagens 1, 5 e 6 ilustradas abaixo respetivamente (figura 17).

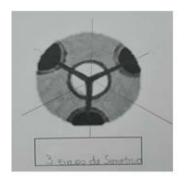






Figura 17 - imagens, "Qual a mais simétrica?"

Na questão 2 as respostas variaram apenas entre três argumentos. Alguns alunos alegaram já ter trabalhado durante as sessões imagens mais simétricas do que aquela que se apresentava na pergunta, sendo que houve até quem enumerasse a imagem trabalhada. Outros defenderam que bastava desenhar um polígono regular com mais de seis lados (visto que a ordem de Simetria da imagem presente na questão é 6) que a ordem de Simetria iria ser superior à da imagem e, por fim, a maior parte dos alunos referiu o círculo como uma imagem com Simetria superior assumindo que esta teria ordem de simetria infinita. Aqui, os alunos associaram, de forma intuitiva uma vez que o conceito ainda não tinha sido abordado, um maior número de Simetrias à Simetria de rotação pois entenderam que rodando os eixos x vezes em torno de um ponto obtinham um x número de simetrias.

Destas respostas posso deduzir que os alunos entenderam o conceito de ordem de simetria e que são capazes de perceber, mesmo sem ter a imagem presente (o que revela capacidades de visualização), qual a ordem da mesma. É de salientar que o conceito de ordem de Simetria não está previsto nos documentos curriculares para este ano de escolaridade mas, como podemos observar, os alunos compreenderam-no sem qualquer dificuldade.

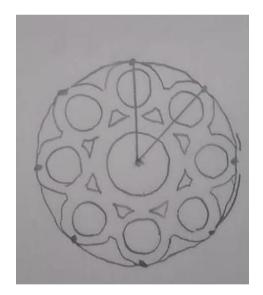
# 5.4. Tarefa: Simetria de rotação em rosáceas

#### Aluno 1- Eduardo

O Eduardo decalcou as imagens sem qualquer dificuldade e traçou no papel vegetal a imagem fundamental (figura 18), o que me leva a concluir que percebeu sem dificuldade qual o elemento que se repetia e quantas vezes.

Na figura 1 o aluno marcou o centro de rotação e caracterizou o ângulo de rotação dizendo ser de 45°, 90°,135°,180°,225°,270°,315° e 360°. Todavia, não referiu a ordem de Simetria de rotação da imagem mesmo estando subentendido, pela caracterização dos ângulos de rotação, que percebeu ser de ordem 8.

Na figura 2, tal como na anterior, o Eduardo respondeu a tudo o que lhe foi solicitado de forma correta.



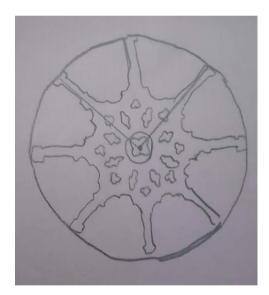


Figura 18 - decalque, Eduardo

## Aluno 2- Gonçalo

O Gonçalo demonstrou alguma dificuldade em selecionar elementos fundamentais a decalcar para dar resposta à tarefa e em utilizar corretamente os termos rotação e reflexão, uma vez que apesar de ter dado resposta correta a tudo que lhe foi solicitado fez confusão e utilizou o termo Simetria de reflexão em vez de Simetria de rotação. Contudo, mais tarde, explicou ter sido um lapso

porque compreendia que quando uma "imagem roda em torno de um ponto numa determinada amplitude e sentido falamos de rotação e não de reflexão" (NC 5).

#### Aluno 3- Manuel

O Manuel demonstrou grande destreza no decalque das imagens e deu resposta às questões de forma correta. Quanto à caracterização do ângulo de rotação o aluno explicou que, na primeira imagem, depois de ver que a ordem de Simetria de rotação seria 8 dividiu os 360° por 8 e obteve 45°, ângulo da imagem fundamental, de seguida fez adições sucessivas de 45° até obter uma soma de 360°. Este raciocínio revela que o aluno é capaz de resolver problemas de várias formas e utilizando vários conhecimentos adquiridos anteriormente. Enquanto os colegas recorreram ao transferidor para medir o ângulo de rotação ele pensou numa outra estratégia que considerou mais rápida e eficiente.

Para além do trabalho que lhe era solicitado o Manuel fez ainda a caracterização da Simetria de reflexão da imagem e demonstrou grande curiosidade pelo facto da imagem ter ambas as Simetrias e com a mesma ordem. Após explicação prévia, por parte da investigadora, registou que a rosáceas com Simetria de rotação e de reflexão dá-se o nome de rosáceas diedrais (figura 19).

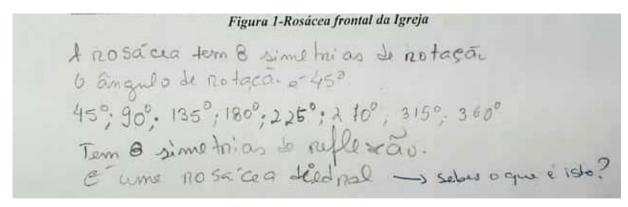


Figura 19 - resposta, Manuel

#### Aluno 4- Rui e Aluno 5- Telmo

O Rui e o Telmo, à semelhança do Manuel, não só responderam de forma correta e completa a tudo o que era solicitado, como também caracterizaram as imagens quanto à Simetria de reflexão e traçaram todos os eixos de forma

correta.

Estes alunos também demonstraram curiosidade quanto ao facto das rosáceas, representadas nas imagens, serem diedrais e em conjunto com o Manuel chegaram à conclusão que se a ordem de Simetria de reflexão for x e a ordem de Simetria de rotação for y então, a ordem de Simetria da figura é x+y o que demonstra boa capacidade de raciocino lógico-dedutivo por parte destes alunos.

Quanto à turma posso dizer que esta tarefa foi aquela que me permitiu ver um maior empenho por parte dos alunos. Tinha como objetivo caracterizar a Simetria de rotação das duas imagens presentes na mesma recorrendo à utilização de papel vegetal.

O material já era conhecido pela turma, porém noutros contextos que não a aula de Matemática ou a Simetria, facto comprovado pelo Aluno 5- Telmo quando diz que já tinha utilizado papel vegetal "para desenhos mas não para fazer geometria" (NC 6). Contudo, todos os alunos utilizaram o material de forma adequada e conseguiram referir a ordem de Simetria de rotação de ambas as imagens e o respetivo centro de rotação. Este facto leva-me a admitir que o papel vegetal se revelou, neste contexto, potencializador de aprendizagens e um brilhante recurso para trabalhar o conceito de Simetria associado a elementos artísticos em sala de aula.

No trabalho com o material apenas surgiu dificuldade em delimitar quais os elementos que era necessário decalcar no papel vegetal para dar resposta à questão, o que não se mostrou uma obstrução mas fez com que os alunos dedicassem mais tempo para realizar a tarefa.

# 5.5. Tarefa: Descobrindo Simetrias...

Na resolução desta tarefa foi notório que os cinco alunos não sentiram qualquer dificuldade, todos conseguiram dar resposta de forma correta ao que lhes era solicitado. Todavia, existem pequenas divergências nas opções metodológicas que cada um tomou para dar resposta à tarefa, tais como traçar

ou não os eixos de simetria, imagens fundamentais e a utilização de materiais manipuláveis. Assim, colocamos abaixo as suas resoluções.

## Aluno 1- Eduardo

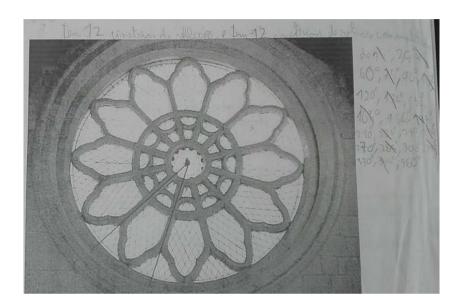


Figura 20 - resposta Eduardo

O Eduardo utilizou apenas a régua para resolver a tarefa e, como se pode ver na imagem (figura 20) não procedeu à marcação dos eixos de simetria, marcou só a uma imagem fundamental da figura. Ao lado da mesma, podemos ver que o aluno pensou, inicialmente, que a amplitude do ângulo de rotação seria de 15° e calculou todos os outros. Porém, mais tarde apercebeu-se de que o ângulo de rotação seria 30° e optou por rasurar as amplitudes erradas.

# Aluno 2- Gonçalo

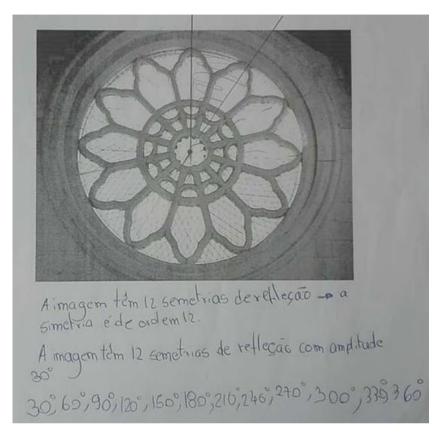


Figura 21 - resposta Gonçalo

O Gonçalo, tal como o Eduardo, optou apenas por marcar a imagem fundamental (figura 21) alegando que esta estratégia facilitava a posterior contagem pela figura. Fez uso da régua e do transferidor mas apenas para verificar o seu raciocínio. Aquando da caracterização da Simetria de rotação o aluno enganou-se e escreveu reflexão em vez de rotação contudo a caracterização está correta.

## Aluno 3- Manuel

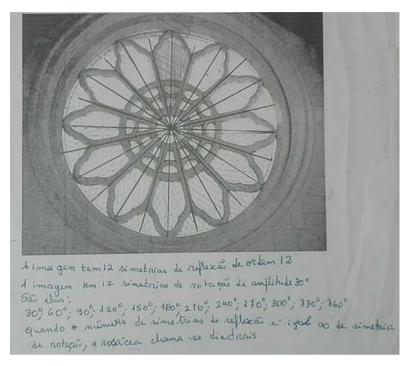


Figura 22 - resposta Manuel

Já o Manuel, como podemos ver na figura 22, traçou todos os eixos de simetria com o auxílio da régua e marcou a imagem fundamental a partir dos mesmos. O material utilizado para resolver a tarefa foi apenas a régua. Este aluno sentiu ainda necessidade de referir que a rosácea em questão era diedral pelo facto de possuir o mesmo número de Simetrias de rotação e reflexão.

#### Aluno 4- Rui

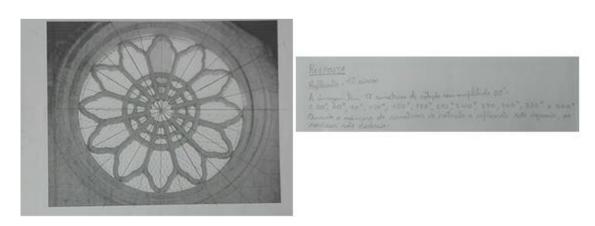


Figura 23 - resposta Rui

O Rui (figura 23) optou por uma resolução semelhante à do Manuel, traçou todos os eixos de simetria da figura e marcou a imagem fundamental, identificou as amplitudes dos ângulos de rotação e mencionou o facto da rosácea ser diedral. Este aluno optou por usar o transferidor para verificar se a amplitude dos ângulos que tinha definido estava correta.

#### Aluno 5- Telmo

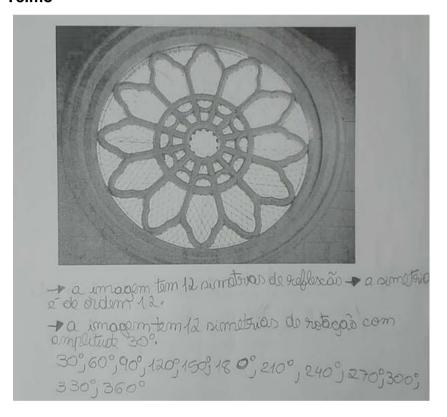


Figura 24 - resposta Telmo

O Telmo (figura 24) foi o único que não procedeu nem à marcação dos eixos de simetria nem a delimitação da imagem fundamental. Este aluno não utilizou qualquer material o que nos pode revelar que melhorou significativamente a sua capacidade de visualização.

Durante a resolução este aluno referiu que sendo a figura uma imagem de uma rosácea diedral cuja ordem de Simetria de reflexão era 12, então a ordem de Simetria de rotação seria 12 também e 360° a dividir por 12 era 30, logo a amplitude do ângulo de rotação era de 30°. Isto é, o aluno foi capaz de resolver a tarefa apenas com os conhecimentos adquiridos no decorrer das sessões, ele

utilizou o seu raciocínio lógico-dedutivo para ir dando resposta ao que lhe era solicitado.

No que diz respeito à turma, os alunos não mostraram dificuldades em realizar a tarefa. A figura presente na mesma, relativa à rosácea da Igreja de Santa Maria do Olival, já tinha sido trabalhada anteriormente (tarefa 2) quanto à Simetria de reflexão o que pode ter facilitado a análise dos alunos. Contudo, também não foram notórias dificuldades na caracterização da Simetria de rotação. Os alunos identificaram facilmente uma imagem fundamental e de seguida procederam à consequente contagem dessa imagem pela figura. Por fim, para obter a amplitude do ângulo de rotação os alunos dividiram os 360º pelo número de rotações. Este facto pode revelar que houve uma melhoria significativa na visualização espacial, pois nas tarefas iniciais os alunos sentiam necessidade de medir todos os ângulos utilizando o transferidor.

Importa ainda salientar que para a realização do trabalho todos os alunos optaram apenas por utilizar a régua e o transferidor, material que utilizaram não para marcar/descobrir as Simetrias mas para verificar as suas ideias e resoluções. Esta opção pode mostrar que os materiais são importantes numa fase inicial, de introdução, para preparar os alunos para um posterior trabalho mais abstrato. Veja-se que nesta fase o grupo já foi capaz de visualizar as transformações que a figura admite sem recorrer a qualquer material. Acrescentar ainda que a opção tomada pelos alunos de utilizar a régua e o transferidor para verificar os eixos de reflexão e a amplitude dos ângulos pode significar que os materiais são também importantes para validar os procedimentos que fazemos mentalmente.

#### 5.6. Tarefa: GeCla

A sessão que incluía o trabalho com o *GeCla* foi, inicialmente, planificada para o trabalho individual por parte dos alunos, porém como o material tecnológico da escola era insuficiente foi necessário modificar o plano para o

trabalho a pares, o que dificultou significativamente a análise do trabalho individual dos alunos uma vez que eu tinha de apoiar todos os grupos durante a sessão. O *GeCla* é um programa que, como já foi referido no subcapítulo *2.1.2: GeCla*, para explorar todas as suas potencialidades precisa de estar ligado à rede de internet o que não foi possível e, por isso não conseguimos trabalhar em "modo competição". No entanto, apesar dos contratempos referidos este programa mostrou-se uma valiosa ferramenta para classificar e gerar Simetrias em sala de aula. O programa é orientado e adequado para crianças com a faixa etária em questão pois, os alunos não só compreenderam o trabalho com as Simetrias já suas conhecidas (reflexão e rotação), como também com a Simetria de translação, conteúdo que não é abordado neste ano de escolaridade.

O grupo entendeu facilmente a utilidade e forma de trabalhar com o programa e, passado pouco tempo já conseguiam manipulá-lo sozinhos o que pode ser comprovado com os comentários dos alunos, o Aluno 4 - Rui disse que "achei mais engraçado o GeCla para desenvolvermos as capacidades de medir uma Simetria de rotação, translação e assim ver as coisas que fomos aprendendo" (NC 7); o Aluno 2 - Gonçalo alegou que com a ferramenta "aprendi que podíamos medir as Simetrias muito facilmente, era muito fácil de trabalhar...podíamos utilizá-lo nos testes" (NC 8).

De uma forma geral, todos os alunos atingiram o objetivo proposto, não havendo nenhum elemento ou par que se destacasse. Deste modo, conseguiram classificar sem dificuldade quase todas as imagens, com a exceção de uma (figura 25), e foram capazes de gerar a imagem que lhes foi solicitada.



Figura 25 - imagem GeCla

Quanto à imagem acima os pares tiveram dificuldade em perceber que não possui Simetria de reflexão e que, por isso, tem apenas quatro Simetrias de rotação (incluindo a imagem fundamental). Sendo esta uma imagem para classificar em modo "sem ajuda" o GeCla não lhes fornecia nenhum apoio e apenas verificavam que a classificação estava incorreta no fim, pois nesta ferramenta basta falhar uma das classificações para o programa considerar a classificação totalmente errada. Após se verificar que a dificuldade era geral, permiti aos grupos que tirassem as suas dúvidas no modo "com ajuda" e facilmente perceberam que a imagem tinha apenas Simetria de rotação cuja ordem era 4. Aqui, pode-se verificar que o GeCla não é apenas uma mais valia para iniciar ou treinar o trabalho com Simetrias, mas também é um excelente recurso para retirar dúvidas dos alunos neste conteúdo, uma vez que as imagens a trabalhar podem ser inseridas no programa.

Devido ao facto desta sessão ter tido um produto semelhante em todos os alunos e de ter sido realizada a pares, não foi elaborada uma análise individual aos cinco alunos.

### Conclusões do estudo

Finalizado o presente estudo importa relembrar que a questão central era compreender de que forma os alunos do 2.º CEB desenvolvem o conceito de Simetria a partir de tarefas que envolvem a análise de elementos de Arte. Mais concretamente, pretendia-se perceber as ideias dos alunos em relação ao conceito de Simetria, já iniciado no ciclo anterior, as estratégias dos mesmos na análise das Simetrias em imagens representativas de elementos de Arte, compreender de que modo os materiais didáticos podem ajudar na análise da Simetria e na construção de figuras com Simetria e avaliar a utilização e inclusão da Arte na aula de Matemática. Neste sentido, o trabalho apresentado permitiu refletir sobre alguns aspetos que importa sintetizar.

No início do estudo verificou-se que os alunos, em geral, não compreendiam e/ou não recordavam o conceito de Simetria como seria de esperar. A razão pode estar no facto de no ciclo precedente apenas se abordar este conceito na perspetiva de Simetria de reflexão e de uma forma muito simplificada. No que respeita às ideias sobre a Arte Gótica, notou-se que os alunos já possuíam algum conhecimento prévio, mas o seu uso para tarefas deste tipo era escasso. Assim concluo que os conhecimentos prévios dos alunos em relação aos conceitos acima citados eram reduzidos ou precisavam de ser relembrados. Porém, esta situação não se assumiu como um obstáculo ao estudo, servindo até como um ponto de motivação e interesse para os alunos.

Relativamente aos tipos de Simetria estudados posso concluir, contrariamente ao que seria mais natural esperar, que os alunos apresentaram mais dificuldades na compreensão da Simetria de reflexão do que na Simetria de rotação de figuras. Esta situação pode ser justificada pelo facto dos alunos não possuírem os conhecimentos prévios relativos à reflexão e neste nível de ensino as orientações curriculares assumam que esse tópico já foi trabalhado antes. A Simetria de rotação foi iniciada neste ciclo e, por isso, de forma mais aprofundada, até pelos conhecimentos que os alunos já têm nesta fase. Também foi interessante verificar que os alunos no início do seu trabalho neste tema, não

pensavam na Simetria das figuras na sua globalidade mas por partes/pontos das figuras. Pensavam em pontos "estratégicos" e só depois na figura completa.

Quanto à análise de Simetrias em elementos de Arte posso constatar que, numa fase inicial, os alunos apresentavam mais dificuldades no trabalho com este contexto comparativamente ao trabalho em contextos puramente matemáticos ou da vida real mas com imagens geometricamente mais simples. Acredito que este problema possa ter origem na escassa capacidade de visualização dos alunos, no facto de estes não estarem familiarizados com tarefas deste teor e com a necessidade de abstração necessária à identificação de Simetrias em fotografias de elementos de Arte, uma vez que nestes casos, como em qualquer caso ligado à vida real, é necessário compreender que os objetos não são modelos matemáticos, sendo preciso "desprezar" falhas na construção, partes que foram ruindo com o tempo, entre outros.

Os materiais manipuláveis mostraram-se uma mais valia neste estudo, uma vez que para além de servirem para um envolvimento maior dos alunos, também se tornaram um meio facilitador de aprendizagens, em particular um meio para ajudar a desenvolver a visualização. A régua e esquadro trouxeram muitos problemas, inesperados, ao trabalho dos alunos. Isso pode ter acontecido porque poucas vezes utilizaram os dois materiais em simultâneo. Depois de compreenderem como os poderiam usar, tornaram-se materiais simples mas eficazes. A Mira era um material desconhecido pelos alunos, o que inicialmente se revelou uma dificuldade. Estes conseguiram facilmente identificar eixos de simetria com o auxílio do material. Porém, o mesmo não se verificou aquando da marcação de eixos de simetria em imagens. Isto porque, a Mira possui uma espessura que deve ser considerada quando utilizada para traçar eixos e, além disso, alguns alunos não eram capazes de ver o refletido através da Mira. A Mira tem propriedades refletoras e de transparência e a sua utilização no estudo da Simetria é bastante interessante mas, de facto, é necessário estar familiarizado com ela.

Quanto ao papel vegetal importa dizer que se tornou um grande aliado para o trabalho de compreensão da Simetria de rotação, uma vez que os alunos não apresentaram qualquer dificuldade e a motivação foi notória no decorrer de toda a tarefa. Este material já era conhecido dos alunos, mas noutro contexto, o que facilitou o trabalho com o mesmo, como já foi referido anteriormente. De qualquer forma, um aspeto menos positivo no trabalho com o papel vegetal é o tempo que pode ser perdido no desenho, para depois o papel vegetal permitir a comparação das rotações. Quando se têm que fazer opções sobre os elementos a registar no papel, podem surgir dificuldades por parte de alguns alunos que podem optar por desenhar tudo.

O GeCla foi, de entre todos os materiais, aquele que teve maior impacto nos alunos apesar de nunca terem contactado com o mesmo. Isto deriva do facto de os alunos não estarem acostumados a inserir as tecnologias na aula de Matemática e pelo GeCla ser uma ferramenta de fácil e intuitiva utilização. O GeCla sendo uma ferramenta de Geometria permite a manipulação de figuras com propriedades fixas e dos seus transformados, o que ajuda a generalizar a ideia de Simetria em figuras.

No que respeita à relação entre a Simetria e a Arte posso referir que os alunos se familiarizaram rapidamente com a inclusão desta na aula de Matemática. Inicialmente, alguns referiram não existir nenhuma relação entre as duas áreas mas posteriormente, foram mudando de opinião e nas questões que envolviam a análise de imagens com elementos de Arte tiveram um melhor desempenho.

Assim, parece poder concluir-se que os alunos desenvolveram positivamente os conceitos de Simetria de reflexão e de rotação e que a Arte como contexto se mostrou um veículo potencializador de aprendizagens assim como os materiais didáticos utilizados. Gradualmente os alunos foram demonstrando um interesse e sucesso maior nas tarefas que envolviam a relação entre as duas áreas, o que demonstra uma compreensão clara das potencialidades da utilização da interdisciplinaridade no processo de aprendizagem. De qualquer forma, o facto de se tratarem objetos de Arte Gótica levou a um desafio maior para os alunos porque os elementos dessa Arte são rebuscados e geometricamente mais complexos. Quanto aos materiais didáticos, também estes se assumiram uma mais-valia na compreensão, por parte dos alunos, dos conceitos trabalhados, sendo que houve uma geral

preferência pelo GeCla e pelo papel vegetal.

Por fim, considero que a compreensão desta relação e a utilização dos materiais manipuláveis terá ajudado a contribuir para a aquisição de competências base para a progressão dos alunos nos próximos anos e ciclos de escolaridade. Particularmente, espera-se que vão sendo capazes de identificar Simetrias em figuras recorrendo à visualização espacial.

# Limitações do estudo

O presente estudo tem algumas limitações que de forma direta ou indireta o condicionaram e se mencionam de seguida. O programa de Matemática do 6.º ano de escolaridade é extenso e a carga horária destinada à área disciplinar é reduzida. Como tal, algumas das tarefas não puderam ser exploradas com os alunos de forma exaustiva. Assim, existiu sempre a preocupação de ressalvar os aspetos mais importantes de modo a que os alunos contactassem com o maior número de experiências. No trabalho com fotografias de elementos de Arte estávamos sempre a trabalhar representações bidimensionais de objetos que, na realidade, são a três dimensões, o que não é o ideal (apesar das indicações do currículo serem no sentido do trabalho de 2D) e, por vezes deparei-me com a dificuldade de aperfeiçoar ao máximo essas representações. Também a impressão a preto, devido a custos adicionais para a escola resultantes de uma impressão a cores, se mostrou um obstáculo pois nem sempre ficava clara a imagem fornecida. Quanto às figuras de Arte, é difícil recuperar uma imagem de um monumento, por exemplo, que já não esteja danificada, com total perfeição, e por isso, trabalhá-la neste contexto exigiu aos alunos a abstração de pormenores que faziam com que a imagem não fosse simétrica e/ou tivesse menos Simetria. Mais, trabalhando com materiais didáticos, esse aspeto era ainda mais pertinente.

No estabelecimento de ensino em questão não existia uma sala de informática com computadores suficientes para que os alunos pudessem trabalhar no GeCla individualmente. Como tal, foi necessário reuni-los por pares de trabalho, facto que fez com que durante a sessão uns alunos

experimentassem a ferramenta mais que outros. Por outro lado, este obstáculo teve também a vantagem de que alunos conseguiam facilmente trocar ideias entre si o que motivou o seu trabalho.

Concluindo uma nova etapa de formação, importa refletir sobre todas as oportunidades proporcionadas pelos estágios realizados ao longo do curso de Mestrado, bem como os resultados e aprendizagens que a investigação desencadeou.

Relativamente às PES reconheço que me proporcionaram experiências ricas, onde vivi o papel do professor e me distanciei, ainda que de forma leve, do papel de aluna. Aqui, notei que o professor tem a grande tarefa de, constantemente, tomar consciência do peso de todas as suas ações, reconhecer os seus erros e melhorar as suas práticas. Esta etapa, onde me tornei agente na educação de um grupo, foi claramente assustadora no início mas, felizmente, com o tempo fui ganhando confiança e tomando consciência da responsabilidade que tinha perante os alunos com os quais estava a trabalhar. Além disso, o facto de ter passado por vários contextos permitiu-me lidar com diversas realidades para as quais as respostas educativas têm e devem ser diferentes.

O trabalho realizado dentro do grupo de estágio permitiu o desenvolvimento e partilha de aprendizagens, uma vez que foi sempre um trabalho conjunto de planificação e implementação. Mostrou-se um valioso veículo potencializador do crescimento pessoal e profissional para todas as partes envolvidas.

Quanto ao trabalho de investigação e, apesar de todas as dificuldades, atento que constitui uma mais valia para o meu futuro enquanto profissional de educação pelo facto de, apresentar uma forma distinta de trabalhar a Matemática em sala de aula, articulando duas áreas do saber em torno de um único conteúdo acredito ser uma valiosa ferramenta para a construção do meu trabalho futuro. O facto da investigação possuir uma vertente teórica e outra prática também proporcionou oportunidade de me apropriar de conhecimento empírico adequado para mais tarde pôr em prática.

Numa perspetiva futura, enquanto profissional de educação, espero continuar a apostar em tarefas que promovam o ensino exploratório, a

construção interdisciplinar do conhecimento e o trabalho com materiais didáticos visando sempre o sucesso e aprendizagem dos alunos.

- Abrantes, P., Almeida, J., Martins, A., Nunes, F., Oliveira, I., Ponte, J., Serrazina, L. & Silva, J. (1998). *Matemática Escolar*. Lisboa: Ministério da Educação.
- Alarcão, I. (1996). Formação Reflexiva de Professores: estratégias de Supervisão. Porto: Porto Editora.
- Albuquerque, C., Nápoles, S., Rocha, I., Santos, L., Serrazina, L. & Veloso, E. (2005). *A matemática na formação inicial de professores (documento de discussão*). APM. Disponível em <a href="http://www.apm.pt/files/\_Matematica\_na\_Formacao\_Inicial\_Professores\_4">http://www.apm.pt/files/\_Matematica\_na\_Formacao\_Inicial\_Professores\_4</a> 7544a39aab76.pdf.
- Alsina, C., Burgués, C. & Fortuny, J. (1989). *Invitacion a la didactica de la Geometria*. Madrid: Editorial Sintesis.
- Almeida, C. & Barroca, M. (2002). *História da Arte em Portugal: O Gótico*. Lisboa: Editorial Presença.
- Alvarenga, I. (2011). A planificação docente e o sucesso do processo ensinoaprendizagem: estudo na Escola Básica Amor de Deus. (Memória Monográfica). Cabo Verde: Universidade Jean Piaget. Disponível em <a href="http://bdigital.unipiaget.cv:8080/jspui/bitstream/10964/269/1/lvaldina%20Alvarenga.pdf">http://bdigital.unipiaget.cv:8080/jspui/bitstream/10964/269/1/lvaldina%20Alvarenga.pdf</a>.
- Amado, J. (2013). *Manual de investigação qualitativa em Educação*. Coimbra: Imprensada da Universidade de Coimbra.
- APM. (2006, janeiro/fevereiro). Simetria. *Notas sobre o Ensino da Geometria*. 9-11.

- Bell, J. (2004). Como realizar um projecto de investigação (3ª edição). Lisboa: Gradiva.
- Coxeter, H. (1989). *Introduction to GEOMETRY*. New Jersey: Wiley Classics Library.
- Eisner, W. (1972). Educating Artistic Vision. Nova lorgue: Macmillan.
- Estrela, A. (1984). *Teoria e Prática de Observação de Classes*. Porto: Porto Editora.
- Gozzoli, M. (1986). Como reconhecer a arte Gótica. Lisboa: Edições 70.
- Janson, H. W. (1998). História da Arte. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.
- Lopes, M. (2006). O Director de Turma e a Articulação Curricular. (Dissertação de Mestrado). Aveiro: Universidade de Aveiro.
- Marques, M. (2007). O Mundo do Fantástico na Arte Românica e Gótica em Portugal (Dissertação de Mestrado). Universidade Nova de Lisboa. Disponível em <a href="https://run.unl.pt/handle/10362/13510">https://run.unl.pt/handle/10362/13510</a>.
- Matos, J. (2011). Simetria: Na Interface entre a Arte e a Matemática (Relatório de Estágio do Mestrado, Instituto Politécnico de Setúbal). Disponível em <a href="http://comum.rcaap.pt/handle/10400.26/5893">http://comum.rcaap.pt/handle/10400.26/5893</a>.
- Matos, J. & Serrazina, M. (1996). *Didáctica da Matemática*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Menezes, L., Serrazina, L., Fonseca, L. & outros (2014). Conhecimento de Geometria de estudantes da Licenciatura em Educação Básica. In. M. H. Martinho, R. A. Tomás Ferreira, A. M. Boavida & L. Menezes (Eds.), Atas

- do XXV Seminário de Investigação em Educação Matemática, Braga, pp. 243–261.
- Milheiro, R. (2013). *Trabalho colaborativo entre docentes: Estudo de caso* (Dissertação de Mestrado, Escola Superior de Educação João de Deus, Lisboa). Disponível em: <a href="https://comum.rcaap.pt/bitstream/10400.26/4605/1/Mestrado.pdf">https://comum.rcaap.pt/bitstream/10400.26/4605/1/Mestrado.pdf</a>.
- Ministério da Educação (1991) (2.vol). Organização Curricular e Programas: Ensino Básico 2.º ciclo. Lisboa: Ministério da Educação. Disponível em: http://www.dge.mec.pt/historia-e-geografia-de-portugal.
- Ministério da Educação (1997). *Organização curricular e programas: 1.º ciclo do Ensino Básico.* Lisboa: Ministério da Educação. Disponível em: <a href="http://www.dge.mec.pt/estudo-do-meio">http://www.dge.mec.pt/estudo-do-meio</a>.
- Ministério da Educação (2013). Programa e Metas curriculares de Matemática: Ensino Básico. Lisboa: Ministério da Educação. Disponível em: <a href="http://www.dge.mec.pt/matematica">http://www.dge.mec.pt/matematica</a>.
- Ministério da Educação (2016). *Orientações Curriculares para a Educação Pré- Escolar*. Lisboa: Ministério da Educação. Disponível em:
  <a href="http://www.dge.mec.pt/ocepe/sites/default/files/Orientacoes\_Curriculares.">http://www.dge.mec.pt/ocepe/sites/default/files/Orientacoes\_Curriculares.</a>
  <a href="pdf">pdf</a>.
- Ministério da Educação (2013). *Metas Curriculares 2.º ciclo do Ensino Básico: História e Geografia de Portugal.* Lisboa: Ministérios da Educação.

  Disponível em: <a href="http://www.dge.mec.pt/historia-e-geografia-de-portugal">http://www.dge.mec.pt/historia-e-geografia-de-portugal</a>.
- NCTM (2007). Princípios e Normas para a Matemática Escolar. Lisboa: APM.
- Oliveira, A. (1997). *Transformações Geométricas*. Lisboa: Universidade Aberta.

- Pacheco, J. (2001). Currículo: Teoria e práxis. Porto: Porto Editora.
- Palhares, P. (2004). Elementos de Matemática para professores do Ensino Básico. Lisboa: Lidel.
- Pedro, A. (2014). Os processos de identificação, comunicação e representação envolvidos no trabalho com padrões rítmicos com crianças da Educação Pré-Escolar (Relatório de Estágio de Mestrado, Instituto Politécnico de Viseu). Disponível em: http://repositorio.ipv.pt/handle/10400.19/2686.
- Pereira, V., Pereira, B. & Condessa, I. (2014). O TEMPO DE RECREIO NA ESCOLA: que sentimos? Que benefícios? Perspetivas dos alunos do 1º ciclo do ensino básico. In Pereira, B. O., Silva, A., Cunha, A. & Nascimento, J. (Coord). Atividade Física, Saúde e Lazer. Olhar e pensar o corpo. (pp. 67-88). Florianópolis, SC, Ed. Tribo da ilha. Disponível em <a href="http://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/26024/1/0%20tempo%20de%20recreio%20na%20escola.pdf">http://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/26024/1/0%20tempo%20de%20recreio%20na%20escola.pdf</a>.
- Pinto, M. (2009). Formação e desenvolvimento profissional de professores do 1.º ciclo do Ensino Básico em Ensino Experimental das Ciências Um estudo de casos (Dissertação de Mestrado, Universidade de Lisboa, Lisboa).

  Disponível em:

  <a href="http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/3672/1/ulfc055879">http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/3672/1/ulfc055879</a> tm Maria Dulc e Pinto.pdf.
- Ponte, J. P. & Serrazina, L. (2000). *Didáctica da Matemática do 1.º Ciclo*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Reis, P. (2011). Observação de aulas e avaliação do desempenho docente.

  Lisboa: Ministério da Educação. Disponível em http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/4708/1/Observacao-de-aulas-e-

# avaliacao-do-desempenho-docente.pdf.

- Ribeiro, A. (1995). Concepções de professores do 1.º ciclo a Matemática, ao seu ensino e os Materiais Didáticos (Dissertação de Mestrado, Universidade Lisboa: Faculdade de Ciências, Lisboa).
- Rossi, G. R. & Bisognin, E. (2009). *Explorando as Transformações Geométricas por Meio da Arte.* Disponível em <a href="http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/cd\_egem/fscommand/CC/C">http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/cd\_egem/fscommand/CC/C</a> C\_3.pdf.
- Silva, A. (2015). Simetria passo a passo. Lisboa: Clube de Colecionados dos Correios~.
- Viseu, F., Menezes, L. & Almeida, J. (2013). Conhecimento de geometria e perspetivas de professores do 1º ciclo do ensino básico1 sobre o seu ensino. *REVEMAT*. eISSN 1981-1322. Florianópolis (SC), v. 08, n. 1, p. 156-178. Disponível em <a href="http://repositorio.ipv.pt/bitstream/10400.19/1792/1/revemat%202">http://repositorio.ipv.pt/bitstream/10400.19/1792/1/revemat%202</a>.

# **ANEXOS**

Anexo i – Autorização ao Agrupamento

Ex.a Sr.a Diretora

Do Agrupamento

**Assunto:** Pedido de autorização

Tamara Rebuge Pereira, a frequentar o curso de Mestrado em Ensino do 1.º CEB e Matemática e Ciências Naturais do 2.º CEB na Escola Superior de Educação de Viseu, pretende realizar um trabalho de investigação, inserido no relatório final de estágio, cujo tema é "A Arte no Ensino e Aprendizagem da

Simetria: Uma experiencia de Ensino no 2.º CEB", orientado pela Doutora Liliana

Castilho e coorientado pela Doutora Helena Gomes.

Este tema segue o referido nas orientações curriculares para o 6.º ano de escolaridade e, consequentemente, está presente na planificação anual do Agrupamento para o ano em questão. Assim, esta investigação terá uma componente de intervenção pedagógica numa turma do 6.º ano, durante o final do 2.º período e início do 3.º período. A intervenção tem como objetivo fundamental promover situações de ensino/aprendizagem na área da Geometria, nomeadamente, no conteúdo de Simetria, através da exploração e

análise de elementos de Arte.

A realização do estudo será feita nas horas que a turma tem destinadas à área disciplinar de Matemática, na(s) sala(s) de aula habitual(ais), recorrendo a materiais manipuláveis, softwares geométricos, tarefas matemáticas e trabalho

de investigação.

Os dados recolhidos serão apenas divulgados no relatório final do estudo, sendo o anonimato e confidencialidade dos seus protagonistas salvaguardado.

Resume-se, de seguida, os detalhes principais da investigação que

se pretende realizar:

Tema: A Arte no Ensino e Aprendizagem da Simetria: Uma experiência

de Ensino no 2.º CEB

98

**Turma:** 6.0

**Calendarização:** Final do 2.º período e início do 3.º período (n.º de aulas ainda a definir com a professora)

**Instrumentos de recolha de dados:** Observação direta, notas de campo e análise documental

**Autorizações:** Serão entregues aos encarregados de educação no início do 2.º período

Neste sentido, solicito a V. Ex.ª que autorize a realização da referida investigação.

Com os melhores cumprimentos,	
Viseu, 24 de novembro, 2016	
(Tamara Rebuge Pereira)	-

### Anexo ii - Autorização aos Encarregados de Educação

# Ex.mo(a). Sr(a) Encarregado de Educação

# PEDIDO DE AUTORIZAÇÃO

Tamara Rebuge Pereira, a frequentar o curso de Mestrado em Ensino do 1.º CEB e Matemática e Ciências Naturais do 2.º CEB na Escola Superior de Educação de Viseu, pretende realizar um trabalho de investigação, inserido no relatório final de estágio, cujo tema é "A Arte no Ensino e Aprendizagem da Simetria: Uma experiência de Ensino no 2.º CEB", orientado pela Doutora Liliana Castilho e coorientado pela Doutora Helena Gomes.

Este tema segue o referido nas orientações curriculares para o 6.º ano de escolaridade e, consequentemente, está presente na planificação anual do Agrupamento para o ano em questão. Assim, esta investigação terá uma componente de intervenção pedagógica numa turma do 6.º ano, durante o início do 3.º período. A intervenção tem como objetivo fundamental promover situações de ensino/aprendizagem na área da Geometria, nomeadamente no conteúdo de Simetria, através da análise de elementos da Arte.

A fim de possibilitar a concretização deste estudo, venho por este meio solicitar a V. Ex.ª autorização para a gravação áudio/vídeo e registo fotográfico de todas as tarefas implementadas em sala de aula, no decorrer da intervenção, aspeto imprescindível para a realização de uma análise mais rigorosa dos dados relevantes para o estudo em causa. A gravação e registo fotográfico destina-se única e exclusivamente para este fim e os dados recolhidos serão absolutamente confidenciais sendo o anonimato dos seus protagonistas salvaguardado.

Mais se informa que este estudo não põe em causa o cumprimento do Programa da disciplina e que sobre o presente pedido foi dado conhecimento à Direção do Agrupamento.

Na expectativa de poder contar com a vossa colaboração, solicito que seja dada autorização no espaço abaixo indicado.

Desde já apresento os meus melhores cumprimentos e agradeço a sua compreensão.

Tamara Rebuge Pereira	
22 de março de 2017	
(Nome)	Encarregado(a)
de Educação do(a) aluno(a)	, n.º
, turma, declaro que au	torizo o registo áudio/vídeo e fotográfico
das tarefas aplicadas nas aulas acima	referidas.
Assinatura	

# Anexo iii - PowerPoint da Arte Gótica e relação com a Simetria



Desenvolveu-se na Europa durante a Idade Média, como uma arte revolucionária, tendo sido mais importante no século XII e XIV.

Surgiu num período de grandes transformações sociais e económicas e é caracterizado como a **Arte das Catedrais**.







A **arquitetura** foi um das expressões da arte Gótica e propagou-se por diversas regiões da Europa, principalmente com a construção de grandiosas **igrejas**.



Esta arte assentava em fortes pilares **teológicos**.

#### CARACTERÍSTICAS GERAIS

- Verticalidade dos edifícios;
- Paredes mais leves e finas;
- Janelas com vitrais que permitem a iluminação natural;
- Rosáceas nas torres;
- Utilização do arco de volta quebrada;
- Abóbadas sustentadas por arcos cruzados ou de cruzaria de ogivas.

#### ARCADA

 Uma arcada é formada por uma sequência de arcos assentes em colunas, que servem para fazer a divisão entre espaços. Podemos encontrá-las em claustros.





# ABÓBADA

• A abóbada é uma estrutura, em forma de arco, que permite uma melhor distribuição das forças que suporta.



cruzamento de ogivas



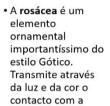
# ARCO QUEBRADO

• O arco quebrado ou arco ogival é, geometricamente, complicado de projetar mas permite distribuir as forças tornando-se mais fácil suportar o edifício.









espiritualidade e com o sagrado.



## VITRAIS

• Os vitrais são constituídos por pedaços de vidro, geralmente colorido, combinados para formar um desenho.



# PORTAL

• O portal é a entrada principal que apresentar normalmente uma rica ornamentação.





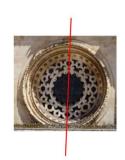
O ESTILO GÓTICO EM PORTUGAL...



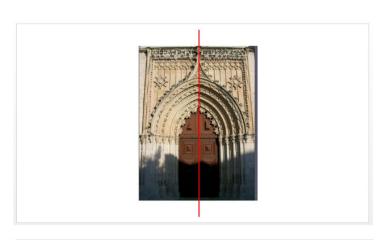


Mosteiro de St.ª Maria de Alcobaça



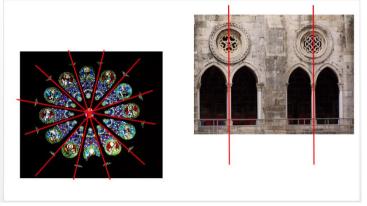






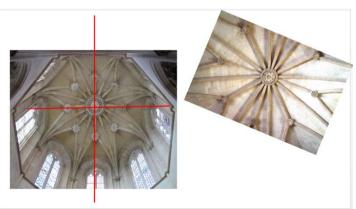


Sé de Lisboa









Há quem defenda que sem a matemática não existiria a arte...E tu?

# Anexo iv - PowerPoint sobre a Simetria de rotação





existir uma rotação de ângulo não nulo tal que os transformados de todos os pontos da figura por essa rotação formem a mesma figura;

#### Ou seja

existir uma rotação de ângulo não nulo que deixe a figura globalmente invariante.















