

Eğitim ve Bilim  
2009, Cilt 34, Sayı 151

Education and Science  
2009, Vol. 34, No 151

## Modelleme Yoluyla Problem Çözme ve Genelleme: İlköğretim Öğrencileriyle Bir Çalışma

### Problem Solving and Generalization Through Modeling: A study on Elementary School Students

Sinan OLKUN\*, Ankara Üniversitesi  
Özge ŞAHİN\*\*, Ankara Üniversitesi  
Zeynep AKKURT\*\*\*, Hacettepe Üniversitesi  
Filiz Tuba DİKKARTIN\*\*\*\*, Ankara Üniversitesi  
Hande GÜLBAĞCI\*\*\*\*, Balıkesir Üniversitesi

#### Öz

Bu çalışmanın amacı, ilköğretim 3-4 ve 5. sınıf öğrencilerinin rutin olmayan sözel toplamsal bir problemi çözerken modelleme ve genelleme sürecinin incelenmesidir. Çalışmada kontrol grubu olmayan deneysel desen kullanılmıştır. Çalışma 7 farklı ilköğretim okulundan toplam 278 öğrenci ile yürütülmüştür. Öğrencilere rutin olmayan bir problem sorulmuş ve ön başarı seviyeleri tespit edilmiştir. Daha sonra benzer fakat daha küçük sayılar içeren problemleri modellemeye dayalı bir etkinlik çalışma kâğıdı uygulanmıştır. Son olarak ilk problemin eş yapı ve zorluk düzeyinde ayrı bir soru sorulmuştur. Bulgular bu tip bir soruda öğrencilerin başarı düzeylerinin oldukça düşük olduğunu göstermiştir. Deneysel müdahale sonucunda yalnızca 5. sınıflar önemli ölçüde bir gelişme kaydetmişlerdir. Matematik öğretimi ve öğrenimi açısından doğurgular tartışılmaktadır.

*Anahtar Sözcükler:* Rutin olmayan sözel problemler, genelleme, modelleme, problem çözme

#### Abstract

The purpose of this study was to investigate the modeling and generalizing processes of 3rd through 5th grade students while they are solving a non-routine additive word problem. The study utilized an experimental design with no control group. A total of 278 students from 7 different schools participated in the study. Students were asked a non routine word problem as a pretest. Then, they were given a semi structured worksheet based on modeling similar problems with small numbers. Finally, they were asked a non-routine problem similar to the one asked as the pretest. Results showed that the students had very low level of success on this type of problem. After the intervention, only the fifth graders made some improvement. Implications for mathematics teaching and learning are discussed.

*Keywords:* Non-routine word problems, generalization, modeling, problem solving

---

\* Doç. Dr. Sinan OLKUN, Ankara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Fakültesi, olkun@education.ankara.edu.tr  
\*\* Özge ŞAHİN, Ankara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Fakültesi, ozge8582@gmail.com  
\*\*\* Zeynep AKKURT, Hacettepe Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, zeynep\_akkurt@hotmail.com  
\*\*\*\* Filiz Tuba DİKKARTIN, Balıkesir Üniversitesi, Necatibey Eğitim Fakültesi, f.tubadikkartin@gmail.com  
\*\*\*\*\* Hande GÜLBAĞCI, Ankara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Fakültesi, handegulbagci@yahoo.com

## Summary

*Purpose and Significance:* The purpose of this study was to investigate the modeling and generalizing processes of 3rd through 5th grade students while they are solving a non-routine additive word problem. Generalizing is a process in mathematics in which an invented or learned rule is applied to similar mathematical situations. In learning and teaching mathematics, modeling approach can be useful in that it directs the focus on creating generalizable and reusable relations rather than solving a particular problem (Doerr ve English, 2003).

*Methods*

The study utilized an experimental design with no control group. A total of 278 students from 7 different schools participated in the study. Students were asked a non routine word problem as a pretest. Then, they were given a semi structured worksheet based on modeling similar problems with small numbers and gradually extending the larger numbers. Finally, they were asked a non-routine problem similar to the one asked as the pretest.

*Results*

Results showed that the students had very low level of success on this type of problem. There are considerable differences among the schools and grade levels. Students are generally more successful on problems with small numbers since they used informal counting strategies to solve the problems. These strategies could be considered as naive applications of modeling approach to learning mathematics. After the intervention only the fifth graders made some improvement.

*Conclusions*

Based on these results, it can be safely claimed that these types of problems are very difficult for third graders. The appropriate reasoning required to solve these problems may develop around the fifth grade provided that the relevant activities are used in mathematics classrooms. Implications for mathematics teaching and learning are discussed.

## Giriş

Matematik öğrenmenin önemli amaçlarından bir tanesi de genelleme yapmayı öğrenmektir. Genelleme yapmanın güçlük düzeyi, ele alınan problem durumuna göre farklılıklar gösterebilir. Genelleme, bulunan bir çözüm yolunun benzer diğer durumlarda da geçerli olduğunun anlaşılmasıdır. Bu araştırmada, bir ilköğretim okulunun 24 kişiden oluşan bir 3. sınıfına ara yoklama amaçlı olarak sorulmuş ve sınıftaki hiçbir öğrenci tarafından doğru olarak yapılamamış bir problemden hareketle hazırlanmış, modelleme yoluyla genelleme yapma çalışmalarının çeşitli okul ve sınıf düzeylerinde uygulanması ile ilgili bulgular sunulacaktır.

## Kuramsal Çerçeve

*Sözel Problemler*

Problem çözme becerisi, ilköğretim matematiği yoluyla geliştirilmesi hedeflenen 4 temel beceriden birisidir. Sözel problemler bu becerinin gelişmesine önemli katkı sağlayan araçlardan birisidir. Öğrenciler sözel problemleri çözerken yalnızca hâlihazırdaki matematiksel bilgilerini

uygulamakla (Wyndhamn ve Saljö, 1997) kalmazlar; fakat aynı zamanda var olan bilgi ve anlayışlarını da geliştirirler. Bu da onların daha iyi bir matematiksel içgörü kazanmalarını sağlar (Olkun ve Toluk, 2002). Matematikte kullanılan sözel problemleri farklı açılardan gruplamak mümkündür. Bu araştırmanın amacına uygun olarak sözel problemler standart ve standart olmayan problemler olarak ayrılacaktır. Standart sözel problemler bir ya da daha çok aritmetik işlemin uygulanmasıyla çözülebilen problemlerdir. Standart olmayan sözel problemler ise birtakım aritmetik işlemlerin uygulanmasından öte, özel durumların da göz önünde bulundurulmasını gerektiren problemlerdir. Standart olmayan sözel problemler modelleme yapılarak çözülebilir. Standart ve standart olmayan sözel problem örnekleri Şekil 1’de sunulmaktadır.

Problem çözme becerilerinin daha iyi gelişmesi için öğrencilerin, rutin olmayan problem durumları ile de karşı karşıya gelmeleri gerekir. Öğrenciler rutin olmayan problemleri çözmeye çalışırken, işlemleri ve alışları ezbere değil, problem gerektirdiği için kullanmayı öğrenirler. Ayrıca problem durumunun modellenmesi gerektiği için öğrencilerin akıl yürütme ve ilişkilendirme becerilerinin de gelişmesi olasıdır.

<p><i>Standart:</i> Sinem’in 3 bebeği vardır. Dört bebek de doğum gününde alındı. Sinem’in kaç bebeği oldu?</p> <p><i>Çözüm:</i> <math>3 + 4 = 7</math></p> <p><i>Standart olmayan:</i> Bir gişe memuru 12 seri numara ile aldığı bilet koçanını 52. bileti de satarak teslim etmiştir. Memur kaç bilet satmıştır?</p> <p><i>Çözüm:</i> <math>52 - 12 = 40</math>, <math>40 + 1 = 41</math> bilet</p>
---

Şekil 1. Standart ve Standart Olmayan Problem Örnekleri

#### Modelleme Yaklaşımı

Matematik öğrenme ve öğretmede modelleme yaklaşımı, öğrenme etkinliğindeki odağı bir probleme çözüm bulunmasından çok, genellenebilir ve yeniden kullanılabilir bir ilişkiler sistemi yaratmaya yönelmektedir (Doerr ve English, 2003). Bu yaklaşımda daha çok örüntü ve ilişkileri keşfedecek yaklaşımların geliştirilmesi ve bunların başka problemlerin çözümünde de kullanılabilmesi amaçlanmaktadır.

İlköğretim öğrencilerinin sıra sayıları içeren ve standart olmayan sözel toplamsal problemleri modelleme ve çözümedeki güçlüklerini inceleyen Verschaffel, de Corte ve Vierstraete (1999) öğrencilerin bu tür problemlerdeki başarılarını oldukça düşük bulmuşlardır. Ayrıca, öğrencilerin büyük sayılar içeren problemler çözümedeki başarıları küçük sayılar içerenlere göre daha da düşük olarak bulunmuştur. Öğrencilerin büyük sayılar içeren sözel problemlerdeki başarılarının küçük sayılar içeren problemlere göre düşük olmasının bir nedeni, rutin olmayan sözel problemlerin çözümünde çocukların modelleme yapmasının gerekli ve modellemenin de büyük sayılarda hata yapmaya daha elverişli olmasıdır. Bunun yanında, öğrenciler küçük sayılar içeren problemleri çözerken doğrudan işlem yapmak yerine saymaya dayalı stratejiler kullanarak çözüme gitmeyi deneyebilmektedirler. Öğrenciler bir kuralı küçük sayılar içeren problemler için daha önce geliştirebilmekte ve bunu büyük sayılı problemlere uygulayabilmektedirler (Blevins-Knabe, Cooper, Starkey, Mace ve Leitner, 1987). Burada modelleme yapmanın bir amacı da genelleme yapmaktır.

Daha küçük sayılarla basit bir durumun modellenmesi ve bulunan stratejinin daha büyük sayılara genellenmesi, problemin doğru çözümünü sağlayabilir. Örneğin Tablo 1’de verilen problem basit bir duruma şöyle modellenebilir: Memur koçanı 3 biletle alıp, 5. bileti sattıktan

sonra teslim etmiş olsun. Bu durumda 3, 4 ve 5 numaralı bileti satmış olacaktır. Bu da  $5 - 3 = 2$  ve  $2 + 1 = 3$  şeklinde doğrulanabilir. Bu durumda genelleme “iki sayının farkından bir fazla olacak” şeklinde yapılabilir. Yapılan araştırmalar, doğru cevabı, verilen iki sayının toplamı ya da farkından bir eksik ya da fazla olan problemlerle karşılaşan öğrencilerin zorluk çektiklerini göstermektedir. (Verschaffel, de Corte ve Vierstreate, 1999). Bu durum ayrıca öğrencilerin akıl yürütme ve modelleme yerine, problemlerini alıştıkları yollarla çözdüklerini ve çözüm yollarını seçim nedenleri üzerinde düşünmediklerini göstermektedir. (Greer 1997; Verschaffel, de Corte ve Lasure, 1994).

Modelleme ve gerçekçi yaklaşım genelde Türk Eğitim Sisteminde, özelde ise matematik eğitiminde pek yaygın uygulamalar değildir. Yeni geliştirilen matematik öğretim programı (MEB, 2005) ise problem çözme hem gerçekçi hem de standart durumlarda önermektedir. Daha önceki öğretimsel materyallerin, örneğin kitapların içerisinde çok az sayıda rutin olmayan problem bulunmaktadır (Olkun ve Toluk, 2002). Bu tip problemlerin olması durumunda bile öğretmenler tarafından yaygın olarak kullanılan öğretim tekniği, çocuklara bu problemlerin kısa yoldan nasıl çözülmesi gerektiği şeklindedir. Örneğin bu araştırmada kullanılan soru için çözüm “büyük sayıdan küçük sayıyı çıkar, sonra 1 çıkar ya da bazı durumlarda 1 ekle” şeklindedir. Oysa bu bir genellemedir ve öğrenci tarafından problemlere çözüm üretirken geliştirilmelidir. Modelleme yoluyla genellemeye varma, örüntü arama, problemi basite indirgeme gibi yaklaşımlar öğrenciler tarafından geliştirilmelidir.

Bu araştırmanın amacı, ilköğretim öğrencilerinin rutin olmayan bir problemi çözme başarılarını belirlemek ve bunu yapılandırılmış modelleme etkinlikleri ile geliştirmeye çalışmaktır. Öğrencilere kazandırılmaya çalışılan hedef kısaca “Problemin daha basit bir durumunu modelleme, bir örüntü arama ve benzer probleme genelleme” şeklinde özetlenebilir.

Öncelikle araştırmaya katılan bütün sınıflarda öntest başarı düzeylerinin oldukça düşük olacağı öngörülmüştür. Bu başarıyı artırmak için küçük sayılar içeren ve resimlerle modellemeye elverişli problemler sorularak öğrencilerin modelleme yoluyla genellemeye ulaşacakları düşünülmüştür. Ayrıca, küçük sayılar içeren problemlerden büyük sayılar içeren problemlere gidildikçe öğrenci başarısının düşeceği öngörülmüştür.

## Yöntem

### *Katılımcılar*

Araştırmaya 7 okuldan ve çeşitli sınıf düzeylerinden (3. sınıftan 5. sınıfa kadar) olmak üzere toplam 278 ilköğretim öğrencisi katılmıştır. Katılımcıların 142’si erkek, 136’sı kız öğrencidir. Öğrencilerin sınıflara göre dağılımı ise şöyledir: 3. sınıf 73, 4. sınıf 80 ve 5. sınıf 125. Çalışmanın yapıldığı okullardan birisi özel okul, diğerleri ise çeşitli sosyoekonomik düzeylerden devlet okullarıdır.

### *İşlem*

Araştırmanın uygulanması bir haftalık bir süre içinde gerçekleştirilmiştir. Araştırmada öntest ve sontest amacıyla rutin olmayan birer soru bütün öğrencilere aynı anda sorulmuştur (Bkz. Şekil 2). Öğrencilere öntest sorusu için 5 dakikalık bir süre tanınmıştır ve problemi kendi çözüm yollarıyla hiçbir yardım almadan, açıklayarak çözmeleri istenmiştir. Ön ve sontest sorusu yapı ve zorluk düzeyi olarak aynıdır. Görüldüğü gibi her ikisi de onluk bozdurmayı gerektirecek şekilde düzenlenmiştir. Ancak her iki soru da yalnızca çıkarma işlemi uygulanarak çözülemediği için rutin olmayan problem olarak sınıflanmaktadır.

Öntest: 67 ile 108 arasında kaç tane doğal sayı vardır? \_\_\_\_\_

Sontest: 58 ile 109 arasında kaç tane doğal sayı vardır? \_\_\_\_\_

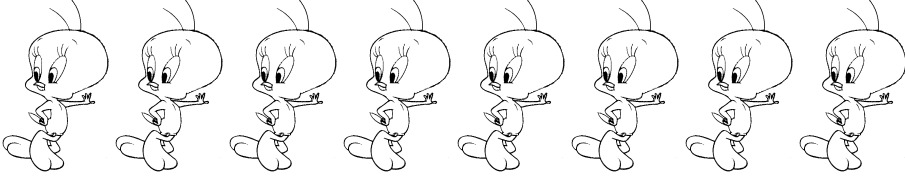
Şekil 2. Öntest ve Sontest Soruları

Öntest sorusuna verilen yanıtlar toplandıktan sonra 4 sorudan oluşan ve kolaydan zora doğru yapılandırılmış etkinlik çalışma kâğıtları dağıtılmıştır (Bkz. Şekil 3). Ön ve sontest sorularında modelleme unsuru kullanılmazken diğer etkinliklerde resimli modelleme yapabileceği verilmiştir. Etkinlik çalışma kâğıdında bulunan ilk 3 soruda öğrenciler gereksinim duydukça sorularına yanıt verilmiştir. Örneğin, öğrenciler genellikle 5 ve 5. ifadesini karıştırmışlar ve ne yapacaklarını sormuşlardır. Bu soruda “ Beşinci sırada oturan arkadaşını göster ve sınıftaki beş arkadaşını göster” gibi yönlendirmelerle öğrencilerin aradaki farkı anlamaları sağlanmıştır. Dördüncü soru ise sontest sorusu olarak düşünüldüğünden bu konuda öğrenciler soru sorunca ilk 3 etkinlikten yararlanarak kendilerinin çözüme ulaşmaları istenmiştir. Ekinlik çalışma kâğıdının son sorusu ise açık uçlu bir sorudur. Bu soruda öğrencilerin bu etkinlikten nasıl bir sonuç çıkardıkları elde edilmeye çalışılmıştır. Son olarak, öğrencilerin 3 problemde de uygulanan aritmetik işlem sonucunda elde edilen sayının modellemeden elde edilenden +1 fazla çıktığını keşfetmeleri ve bunu son soruya da genellemeleri beklenmiştir.

Etkinlikte ipucundan yararlanmaları, cevaplarını eksiksiz yazmaları ve hiçbir soruyu atlamamaları istenerek, yardım içermeyecek bazı yönlendirmeler yapılmıştır. (Örneğin arada kalan ile çıkarma işlemi arasındaki farkı isteyen soru, öğrencilerin çoğu tarafından anlaşılmamıştır. Buldukları iki sonuç arasındaki farkın, dolayısıyla çıkarma işlemi yapmalarının istendiği söylenmiştir.) İlk iki problemde ipucu olduğu halde üçüncü problemde ipucu verilmeyerek problemi çözmeleri istenmiştir. İpuçları, onlara bildikleri eylemleri yaptırarak yeni bilgiye ulaşmaları konusunda yol göstermeyi, böylece aradaki sayının nasıl bulunduğu konusunda bir fikir edinmelerini amaçlamıştır. Her üç problemde de “arada kalan” ile çıkarma işlemi arasındaki fark sorularak iki cevap arasındaki farkın daima “1” olduğunu fark etmeleri ve bir genellemeye ulaşarak bunu son soruda göstermeleri amaçlanmıştır. Aradaki sayıları bulalım etkinliğindeki problemler, sayılar gittikçe büyüyecek şekilde yazılmıştır. Böylece öğrencilerin küçük sayılar kullanıldığında çözebildikleri bir problemi sayı büyüdüğünde de çözüp çözemediklerini ortaya çıkarmak kolay olmuştur. Sayıların giderek büyüdüğü ve belirli eylemleri içeren bu üç problemde sonra yalnızca aradaki sayıyı soran ve daha büyük sayılardan oluşan, sontest niteliğindeki dördüncü problem sorulmuştur. Kendi yaptıkları eylemler sonucunda öğrencilerin arada kalan sayıyı keşfetmeleri ve bir genellemeye vararak soruyu doğru cevaplamaları hedeflenmiştir. Bu sırada modelleme yapabilmeleri de beklenen durumlardan biridir. Uygulama sırasında öğrencilerin soruları, tepkileri ve açıklamaları da uygulayıcı öğretmen tarafından not edilmiştir. Böylece ilk ve sontest arasında uygulanan etkinlikle öğrencide başarının artması beklenmiştir.

**Problem 1:** 5 ile 8 arasında kaç tane doğal sayı vardır?

**İpucu:** Baştan 5'inci ile 8'inci Tweety'leri boyayınız. Boyadığınız iki Tweety arasında kaç Tweety kaldı?



Boyanan iki Tweety arasında kalan Tweety sayısı: \_\_\_\_\_


$8 - 5 =$  \_\_\_\_\_

İki sonuç arasındaki fark nedir? \_\_\_\_\_

Şekil 3. Etkinlik Çalışma Kâğıdından Bir Kesit

**Problem 2:** 4 ile 12 arasında kaç tane doğal sayı vardır?  $\begin{array}{r} 12 \\ -4 \\ \hline 08 \end{array}$

**İpucu:** Baştan 4'üncü ile 12'nci Bratz'leri boyayınız. Arada kaç Bratz kaldı?

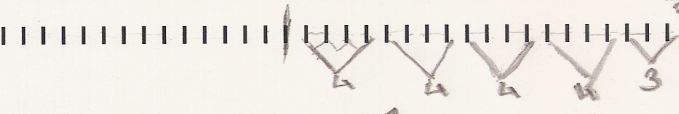


Arada kalan: 7

$12 - 4 =$  8

İki sonuç arasındaki fark nedir? 1

**Problem 3:** 15 ile 35 arasında kaç tane doğal sayı vardır?  $\begin{array}{r} 35 \\ -15 \\ \hline 20 \end{array}$



Arada kalan: 19

$35 - 15 =$  20

İki sonuç arasındaki fark nedir? 1

**Problem 4:** 58 ile 109 arasında kaç tane doğal sayı vardır?  $\begin{array}{r} 109 \\ -58 \\ \hline 51 \end{array}$  51 doğal sayı vardır.

Aradaki sayı hakkında nasıl bir sonuç çıkardınız? Herkesin bir sayı farkı vardır.

Arada kalan = 50

$109 - 58 =$  51

Şekil 4. Bir 5. Sınıf Öğrencisinin Etkinlik Çalışma Kâğıdından Bir Kesit

## Veri Analizi

Veriler nicel ve nitel olmak üzere gruplanarak ayrı ayrı analiz edilmiştir. Nicel verilerin analizinde frekans yüzde, ki-kare, ANOVA sayısal yöntemleri kullanılmıştır. Nitel verilerin analizinde ise içerik analizi tercih edilmiştir. Ayrıca elde edilen nicel gelişmelere delil olmak üzere nitel verilerden yararlanılmıştır.

Bulgular

Araştırmanın nicel bulguları Tablo 1’de sunulmaktadır. Tabloda görüldüğü gibi hem okullar arasında hem de sınıflar arasında oldukça büyük farklılıklar bulunmaktadır. Sosyoekonomik düzeyi yüksek olan okullar görece daha başarılı görünmektedir.

Deneysel işlem sonunda en çok öğrenen grubun ise 5. sınıflar olduğu görülmektedir. Üçüncü sınıflar ise hem öntestte çok düşük başarı göstermişler hem de deneysel müdahale sonucunda önemli bir gelişme kaydedememişlerdir. Dördüncü sınıflar ise hem öntestte kısmi bir başarı göstermişler hem de deneysel müdahale sonucunda çok az bir ilerleme kaydetmişlerdir.

Bütün öğrenciler dikkate alındığında 278 öğrenciden yalnızca 14’ü (% 5) ilk test sorusunu doğru yaparken, sontest sorusunu 45 kişi (%16) doğru yapmıştır. Her ne kadar başarı yüzde üç yüz artmış gibi gözükse de 278 öğrenciden sadece 45’inin başarılı olması bir yandan genel başarı seviyesinin düşük olduğunu gösterirken, diğer yandan bu tip soruların bu sınıflardaki öğrenciler için zor olduğunu da göstermektedir.

Tablo 1.

*Öntest, Sontest ve Etkinlik Problemlerinde Öğrencilerin Gösterdikleri Başarı Oranları*

OKUL	SINIF	N	Öntest	Prob1	Prob2	Prob3	Sontest	Fark
AU Vakıf Okulu	3	18	0	13	10	10	0	0
	5	22	5	21	20	17	16	11
Namık Kemal	3	28	0	12	11	6	0	0
	5	35	0	13	12	9	6	6
Piyalepaşa	3	17	0	6	2	1	0	0
Ahmet Andiçen	4	32	0	21	18	14	3	3
	5	28	9	20	17	20	12	3
Kuvvayi Milliye	4	30	0	12	11	6	0	0
	5	31	0	13	13	13	5	5
Bumsuz	3	10	0	9	10	4	0	0
	4	18	0	1	1	0	1	1
	5	9	0	3	3	3	2	2
Toplam	--	278	14	144	128	103	45	33

Tablo 1 farklı bir açıdan incelendiğinde ise, öğrencilerin sınıf düzeylerine bakılmaksızın küçük sayılar içeren problemlerde görece daha başarılı oldukları ve bu başarılarının problemlerde kullanılan sayılar büyüdükçe ters orantılı bir şekilde azaldığı görülmektedir. Benzer bulgular alanyazında da mevcuttur (Verschaffel, vd., 1999). Bu durumun nedeni, öğrencilerin küçük sayılar içeren problemleri çözerken daha çok saymaya ve modellemeye dayalı informal stratejiler kullanmış olmaları olabilir. Deneysel müdahalede kullanılan çalışma kâğıdı resimle modellemeye elverişli bir şekilde planlanmış ve çoğu öğrencinin bunları kullandığı görülmüştür. Modelleme araçlarının olması ve sayma stratejilerine uygun durum, öğrencilerin küçük sayılar içeren problemlerde daha başarılı gözükmelerine neden olmuş olabilir.

Tablo 1’de verilen veriler üzerinde yapılan istatistiki analizler sonucunda ise şu bulgular elde edilmiştir. Aynı sınıf düzeyleri seçilerek ve ANOVA kullanılarak yapılan karşılaştırılmalarda okullar arasında istatistikî olarak anlamlı farklılıkların olduğu tespit edilmiştir. Üçüncü sınıflar seçilerek yapılan karşılaştırmada [F(3, 71)=8.95 p<0.000] olarak bulunmuştur. Dördüncü sınıflar seçilerek yapılan karşılaştırmada [F(2, 78)=10.45 p<0.000] olarak bulunmuştur. Beşinci sınıflar arası karşılaştırmada ise [F(4, 122)=11.22 p<0.000] olarak bulunmuştur.

Okula bakılmaksızın sınıflar arası karşılaştırmalarda ise 3 ve 4. sınıflar arasında anlamlı bir fark çıkmazken, hem 3 ve 5 sınıflar hem de 4 ve 5. sınıflar arasında anlamlı farklılıklar ortaya çıkmıştır [F(2, 275)=10.82 p<0.000]. Bu bulgu da bu türden problemlerin 3 ve 4. sınıfların düzeyinin çok üzerinde olduğunu, ancak 5. sınıftan itibaren ele alınabileceğini göstermektedir.

Etkinlik uygulanırken bazı öğrencilerin ipucunun olmadığı üçüncü problemde sorun yaşadıkları, buna karşılık bazı öğrenciler içinse şeklin (görselliğin) ön planda olduğu ve şekiller ortadan kalktığında sorun yaşadıkları saptanmıştır. Öğrenciler için önemli olan bu faktörlerin daha fazla soruda yer alması, doğru sonuca ulaşmaları için yardımcı olabilir. Ayrıca son soruda sayıların büyümesi, öğrencileri yanlış cevaba götüren en önemli nedenlerden biri olmuştur. Bu bize, etkinlik sonrasında, öğrencinin küçük sayılarla yapabildiği bir problemi büyük sayıya genellemediğini ve araştırmanın bu anlamda amacına ulaşamadığını gösterebilir.

“Arada kalan” ifadesi bazı öğrenciler tarafından boyadıkları şekillerin dışındaki tüm şekiller olarak algılanmıştır. Bu nedenle etkinlikteki ilk soruda sorun yaşanmıştır. Öğrenciler hangi şekilleri boyamaları gerektiğini çeşitli yönlendirmelerle öğrendikten sonra soruları doğru cevaplamaya başlamışlardır. Ayrıca çoğu öğrencinin “5. şekli boyayınız” ifadesini ilk beş şekli boyamak olarak yorumladıkları gözlenmiştir. Bu durum bize nesnelere sıralayabilmenin önemli ve üzerinde durulması gereken bir davranış olduğunu göstermektedir.

Soruları yanlış cevaplayan ve yaptıkları eylemleri genelleymeyen öğrencilerin son sorudaki açıklamalarından bazıları şu şekilde olmuştur:

*Çıkarma yapmamız gerektiğini anladım.*

*Şekilleri boyayıp aradakileri saymalıyız.*

*Çubukları çizip saymamız gerektiğini anladım.*

*Çarpma işlemi*

*Toplama işlemi yapmamız gerektiğini anladım.*

Bu açıklamalar kimi öğrenci için etkinliğin hiçbir şekilde amacına ulaşamadığını göstermektedir. Ancak bazı öğrenciler çıkarma işleminden başka bir işlem daha yapılması gerektiğini anlamış; fakat gerekli ilişkilendirmeyi yapamamıştır. Bu durumda da çıkarma işlemi yapmaktan vazgeçip başka işlemlere yönelerek yanlış sonuca ulaşmışlardır.

İpucundan doğru şekilde yararlanabildiği halde “arada kalan” ile “çıkarma işlemi” sonuçları arasındaki farkı kavrayamayan öğrenciler de görülmüştür. Hatta bu farkı gördüğü halde iki sonucun eşit olması gerektiğini ve bir hata yapmış olabileceğini düşünen öğrenciler olmuş ve bu öğrenciler her iki soruya da aynı sayıyla cevap vermişlerdir. Bu durum, öğrencilerin çıkarma işleminde de yetersiz olduklarını, bu işlemi kullandıklarını; ancak anlamını tam olarak kavrayamadıklarını gösterebilir. Son soruya yanlış cevap veren hemen her öğrenci için bu ilişkilendirmenin bir etkisinin olmadığı ve buradan hareketle bu öğrencilerin bir genellemeye ulaşamadıkları söylenebilir.

### Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Bir ilköğretim okulunun 3. sınıfında sorulmuş bir soru ile başlayan bu araştırmada elde edilen bulgular, sorulan sorunun 3. sınıf düzeyinin çok üstünde olduğunu, 4. sınıflar için zor olduğunu, ancak 5. sınıflar için uygun yapılandırılmış etkinlik çalışma kâğıtları ile verildiği takdirde uygun olabileceğini ortaya koymaktadır. Öğrencilerin rutin olmayan problem durumlarında genellikle herhangi bir aritmetik işlemi kullanarak çözüme gitme eğiliminde oldukları bu araştırmada da görülmüştür. Yapılan modelleme etkinliklerinden sonra ise özellikle 5. sınıflar olmak üzere bir kısım öğrenci etkinliklerden elde ettikleri örüntüleri bu problem durumuna uygulamışlardır. Böylece öğrencilerin bir bölümü genelleme sürecini yaşamışlardır.



Önteste sadece 14 kişinin çözebildiği bir problem, uygulamalar sonucunda 45 kişi tarafından çözülebilir hale gelmiştir. Ancak 278 kişiden sadece 45 kişinin problemi çözebilmesi ya bu problem türünün öğrenci düzeyinin çok üzerinde olduğunu ya da öğrenci başarı seviyesinin oldukça düşük olduğunu göstermektedir. Her iki durumda da öğrencilerin çözebilecekleri problemlerle başlayıp daha zor problemlere zamanla değinilmesi yerinde olacaktır. Öğretmenin herhangi bir problemin zorluk düzeyini yaklaşık olarak tespit etmek için çalışmalar yapması ve uygun yapılandırılmış etkinliklerle öğrencilerin genelleme yapmalarını sağlaması önerilebilir.

Ders kitapları ya da diğer öğretim materyallerinde rutin olmayan farklı problem durumlarına yer verilmesi gerekir. Öğretim tekniği olarak ise öğrencilerin en az yönlendirme ile matematiksel yapı ve ilişkileri kendilerinin keşfedebilecekleri etkinlik durumları kullanılmalıdır.

Orta düzeydeki bir ikinci sınıf öğrencisine “4 ile 9 arasında kaç doğal sayı vardır?” diye sorulduğunda “Boncukla yaparım ya da parmakla sayarım diyerek 5, 6, 7, 8 olduğundan 4 tane sayı vardır” diyebildiği halde, aynı soru bir 8. sınıf öğrencisine sorulduğunda öğrenci, “ $9-4=5$ ” cevabını düşünmeden vermiştir. Bu durum öğrencilerin sürekli rutin problemler çözdüklerini ve seviye arttıkça modellemeden uzaklaştıklarını gösterebilir. Bir kısım öğrenci yaparak sonuca ulaşmak gerektiğini düşünüp tek tek sayarken, diğer bir kısım algoritmik düşünüp formülü uygulamaktadırlar. Algoritmik düşünme birçok yerde işe yarasa da seviye arttıkça, sürekli bu düşünceye yönelen problemlerin sorulması öğrenciyi ilişkilendirme yapmaktan ve akıl yürütmeden uzaklaştırıp problemlerini alıştığı rutin yollarla çözmeye yöneltebilir. Öğrencileri tekdüzelikten uzaklaştıran, modelleme yapmalarını gerektiren problemlerle karşılaştırmak, hangi yolda ilerlemeleri gerektiği konusunda daha bilinçli olmalarını sağlayabilir.

Bu araştırmayla çıkarma, toplama, çarpma vb. temel işlemlerin kavranmasının da çok önemli olduğu bir kez daha görülmektedir. Çıkarma işleminin farklı anlamlarını kavrayan bir öğrenci “arada kalan” ifadesinin iki sayının farkıyla ilişkili; ancak aynı olmadığını da en azından etkinlikten sonra fark edebilecektir. İlk ve son soruya çarpma ve toplama işlemiyle cevap verilmesi de yine bu işlemlerdeki yetersizlikleri gösterebilir.

#### Kaynakça

- Blevins-Knabe, B., Cooper, R. G., Starkey, P., Mace, P. G. & Leitner, E. (1987). Preschoolers sometimes know less than we think: The use of quantifiers to solve addition and subtraction tasks. *Bulletin of the Psychonomic Society*, 25(1), 31-34.
- Doerr, H. M. & English, L. D. (2003). A modeling perspective on students' mathematical reasoning about data. *Journal for Research in Mathematics Education*, 34(2), 110-136.
- Greer, B. (1997). Modeling Reality In Mathematics Classrooms: The Case Of Word Problems. *Learning and Instruction*, 7, 293-307
- MEB. (2005). *İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı: 1-5 sınıflar*. Ankara: Milli Eğitim Basımevi.
- Olkun, S. & Toluk, Z. (2002). Textbooks, Word Problems, and Student Success on Addition and Subtraction. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning* (November, 18). Available [Online]: at <http://www.ex.ac.uk/cimt/ijmtl/ijabout.htm>.
- Verschaffel, L., De Corte, E. and Lasure, S., (1994). Realistic considerations in mathematical modeling of school arithmetic word problems. *Learning and Instruction* 4, pp. 273-294.
- Verschaffel, L; De Corte, E. ve Vierstraete, H. (1999). Upper elementary school pupils' difficulties in modeling and solving nonstandard additive word problems involving ordinal numbers. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(3), 265-285.
- Wyndhamn, J. ve Saljö, R. (1997). Word problems and mathematical reasoning- A study of children's mastery of reference and meaning in textual realities. *Learning and Instruction*, 7(4), pp.361-382.