

CALCULO PLASTICO DE VIGAS CURVAS DE HORMIGON ARMADO Y PRETENSADO

Bernard Houriet y René Walther, Lausanne

Traducido del original francés por José Pedro Gutiérrez, Ing. de Caminos del IETcc.

422-18

RESUMEN

Se ha establecido un modelo de cálculo en el IBAP/EPFL para el estudio del comportamiento plástico de vigas curvas de hormigón armado y pretensado de configuración real. Se presentan las bases y el dominio de aplicación de este modelo. Los resultados esenciales del estudio paramétrico son analizados en el contexto de la introducción del cálculo de estructuras a los estados límites en el proyecto de revisión de la norma SIA 162.

1. INTRODUCCION

El principio del dimensionamiento de las estructuras según el criterio más desfavorable, el del estado límite de utilización o el del estado límite último, se está imponiendo progresivamente en la norma SIA 162.

En la edición de 1968, el estado de servicio y los campos de esfuerzos internos calculados elásticamente son todavía considerados como base del dimensionamiento; la capacidad portante está garantizada por un cálculo a rotura de las secciones, a partir de la envolvente de los esfuerzos elásticos.

En el artículo 34, la importancia del estado límite último como criterio de dimensionamiento está reforzada por la introducción del cálculo plástico, sin embargo se mantiene todavía el procedimiento antiguo. Se exige el control del estado límite de utilización, pero la ausencia de reglas concretas

conduce a los calculistas a efectuar un cálculo elástico de los esfuerzos internos, y a verificar las tensiones admisibles.

El proyecto de revisión de la norma disocia por fin claramente los criterios de dimensionamiento de los dos estados límites, y los coloca al mismo nivel de igualdad. El cálculo plástico se impone como base racional y económica para garantizar la seguridad a rotura de la obra. El método estático es preconizado para todas las estructuras cuyo comportamiento último efectivo no es conocido a priori. Se menciona la adopción de campos de esfuerzos internos estáticamente admisibles proporcionales a los campos elásticos. El cálculo a rotura de las secciones es descartado.

El objeto de este artículo es mostrar, en el caso particular de vigas curvas, que la elección de campos de esfuerzos internos últimos proporcionales a los campos elásticos puede resultar poco económico por una parte, y que la reserva de seguridad inherente al dimensionamiento a rotura de las secciones puede ser ilusorio por otra.

2. MODELIZACION

Las primeras investigaciones teóricas y experimentales sobre el comportamiento plástico de vigas curvas han sido realizadas sobre vigas metálicas, contenidas en un plano horizontal y solicitadas por cargas verticales (1), (2). Este origen ha marcado fuertemente la extensión posterior del estudio a las vigas de hormigón armado, cuyo análisis ha estado siempre limitado a las piezas prismáticas de resistencia constante, esencialmente solicitadas por cargas concentradas (3), (4). Además sólo los mecanismos de ruina desarrollados sobre un solo tramo han sido considerados en el conjunto de esta investigación.

Uno de los objetivos primordiales del estudio teórico realizado en el IBAP (5) ha sido establecer un modelo de cálculo adaptado a las exigencias específicas del hormigón armado y susceptible de permitir el análisis de vigas de configuración real. La modelización adoptada está caracterizada por las siguientes nuevas contribuciones:

- Resistencia variable (fig. 1) (armadura longitudinal y transversal, altura de la sección).
- Vigas planas continuas (2 y 3 tramos, apoyos intermedios puntuales).

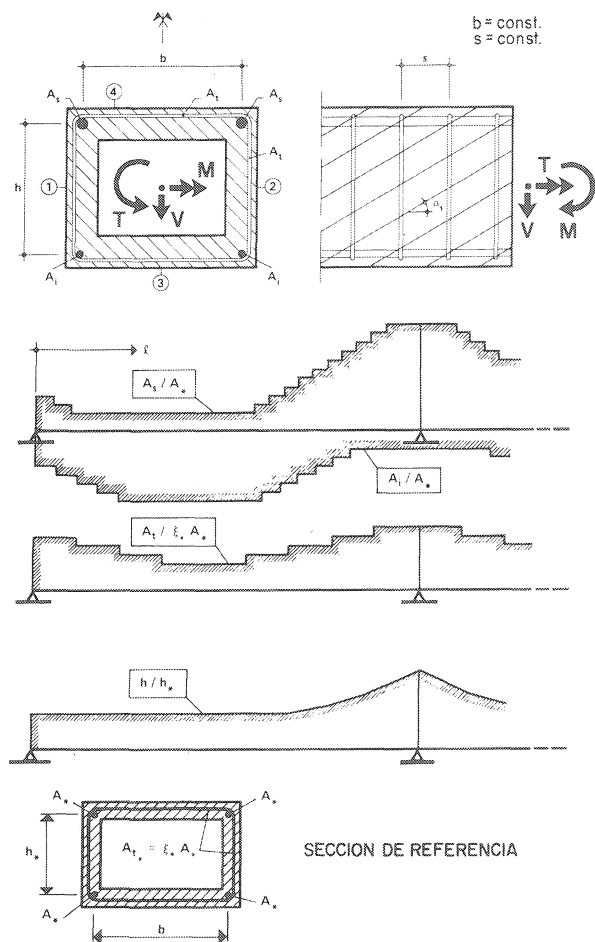


Fig. 1.—Variación de los elementos de resistencia y sección de referencia.

- Configuraciones de cargas reales (carga permanente, sobrecargas repartidas y concentradas).
- Consideración de la longitud finita de las rótulas plásticas.

El elemento de base de esta modelización está formado por el modelo de celosía espacial evolutivo, desarrollado por P. Lampert (6) para la interacción flexión-torsión, después por P. Lúchinger (7), (8) para la interacción flexión-torsión-esfuerzo cortante.

El mantenimiento de la sección transversal permite tanto el tratamiento de puentes (sección hueca) como el de vigas de edificios (sección en principio llena). Las limitaciones principales de este modelo son las limitaciones inherentes al modelo de viga, a saber: forma de la sección transversal conservada por una parte, estructura esencialmente lineal por otra. La flexión transversal de los elementos del cajón, debido a la introducción de las sobrecargas y a la curvatura de la pieza, no puede ser considerada. La simetría vertical prevista no permite considerar más que un eventual pretensado flexional. Un pretensado torsional (no simétrico) se revela sin embargo poco económico para los sistemas continuos (9).

3. METODO DE CALCULO

3.1. Aplicación de la teoría de la plasticidad

El estado límite último de una estructura no puede ser considerado correctamente según la teoría de la plasticidad mientras no se satisfagan las tres condiciones siguientes:

- La capacidad de rotación plástica de las zonas susceptibles de plastificarse es suficiente para asegurar el desarrollo completo del mecanismo de ruina considerado.
- El comportamiento post-elástico de la rótula puede admitirse que es perfectamente plástico.
- Las deformaciones elásticas y plásticas son suficientemente pequeñas hasta la situación última para que el equilibrio pueda establecerse en el sistema no deformado (teoría de primer orden).

El cumplimiento de estas tres condiciones no supone generalmente ningún problema en el caso de los puentes curvos (cuantías de armaduras moderadas, sin esfuerzo normal de compresión, rigidez suficiente). La capacidad de rotación de vigas curvas de edificios puede en cambio revelarse insuficiente, cuando su sección está limitada por razones arquitectónicas.

3.2. Mecanismos de ruina fundamentales

Las exigencias específicas del cálculo plástico de vigas curvas son previamente puestas en evidencia con la ayuda del ejemplo característico de la viga de un tramo, empotrada a flexión y a torsión en sus dos extremos.

La presencia de momentos de torsión importantes, así como la geometría particular de la pieza pueden conducir al desarrollo de tres mecanismos de ruina fundamentales (fig. 2). El parámetro esencial que indica el paso de un modo de ruina a otro es la relación entre las áreas de las armaduras longitudinales y transversales dadas. La comparación de estos diferentes estados límites posibles da lugar a los comentarios siguientes:

- El número, el tipo y la posición de las rótulas plásticas desarrolladas son variables.
- El número de rótulas plásticas puede ser inferior en una o dos unidades al número máximo de rótulas autorizado por el grado de hiperestatismo del sistema

$$N_{rp} \leq N_{rp \max} = N_h + 1 = 3 + 1 = 4$$

Los mecanismos I y III se desarrollan antes de la explotación completa de la capacidad flexional

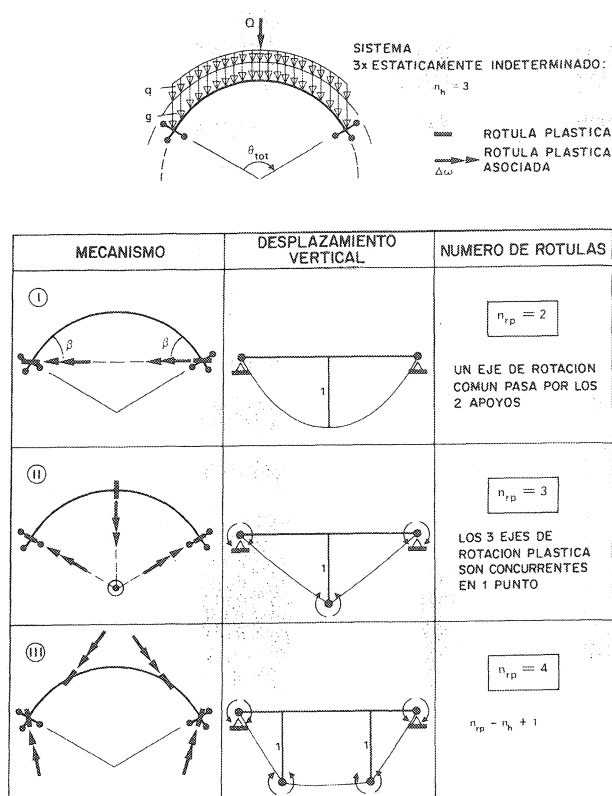


Fig. 2.—Mecanismos de ruina fundamentales de la viga curva biempotrada en sus dos extremos.

disponible en el vano; pueden ser calificados de mecanismos de ruina «prematurados», lo que confiere a su análisis una dimensión económica.

3.3. Elección del método de cálculo

La multiplicidad de los modos de ruina posibles constituye a priori un criterio determinante para la adopción del método estático de la teoría de la plasticidad. Ahora bien, una cuenta elemental permite constatar que el cumplimiento del equilibrio y de las condiciones de plasticidad no permiten en todos los casos establecer un número de ecuaciones suficientes para determinar las incógnitas del problema.

La viga curva de la figura 2, por ejemplo, tiene tres grados hiperestáticos. El número de incógnitas de los campos de esfuerzos internos últimos se eleva por tanto a cuatro (tres hiperestáticas + carga última). El número de **condiciones estáticas** proporcionadas por el cumplimiento de las condiciones de plasticidad en las rótulas es de dos para el mecanismo I, de tres para el mecanismo II y de cuatro para el mecanismo III. La intervención de **condiciones cinemáticas**, deducidas de la naturaleza particular del mecanismo de ruina, se revela entonces indispensable para el modo I (dirección de las rotaciones plásticas impuestas a los dos apoyos) y el modo II (ejes de las rotaciones plásticas concurrentes).

Cuando el mecanismo de ruina desarrolla el número máximo $N_{rp \max}$ de rótulas plásticas autorizado por el grado de hiperestatismo del sistema, las $N_{rp \max}$ condiciones permite determinar una solución estática del sistema. La carga exterior correspondiente parece en principio identificarse con la carga última, dado que las condiciones de equilibrio, de plasticidad y de mecanismo parecen ser simultáneamente satisfechas. Ahora bien, la compatibilidad de los campos de esfuerzo estáticamente admisibles con el mecanismo de ruina implícitamente adoptado no está asegurada por una aproximación puramente estática. En efecto, un cálculo plástico no tiene ninguna influencia sobre la evolución de los esfuerzos internos hasta la ruina y el procedimiento de cálculo no lineal puede converger hacia una solución que comporta una o más incompatibilidades de signo, entre momentos y rotaciones en las rótulas plásticas. La carga exterior de tal solución no constituye entonces más que un límite inferior de la carga última real.

En el caso de estructuras convencionales tales como vigas rectas continuas, el mecanismo de ruina puede generalmente establecerse con la ayuda de consideraciones elementales y el control de la compatibilidad es inmediato. Un mecanismo tal como el del modo III, por ejemplo, se desarrolla en cambio en el espacio, por una interacción de rotaciones flexionales y torsionales relativamente complejo. Su establecimiento exige pues recurrir al ordenador. En el modelo de cálculo, la compatibilidad del mecanismo de ruina es verificado bajo la forma de un control cinemático independiente. A toda solución puramente estática, un mecanismo cinemático admisible está asociado de manera unívoca. Sólo el mecanismo de ruina real es compatible con los campos de esfuerzos internos.

Esta aproximación simplificada de las exigencias específicas del cálculo plástico de vigas curvas, pone en evidencia la inevitable intervención de consideraciones de orden cinemático en el cálculo de la carga última. Esta intervención se efectúa de manera directa en el establecimiento del sistema de ecuaciones (mecanismo I y II) o indirecta en el control de la compatibilidad del mecanismo de ruina (mecanismo III).

Este método estático, completado o verificado con la ayuda de condiciones cinemáticas, puede ser calificado de «método estático dirigido». En términos de la teoría de la plasticidad, una aproximación combinada de esta forma exige no solamente la definición de condiciones de plasticidad o criterio de plasticidad, sino igualmente de una ley de flujo asociada.

3.4. Criterio de plasticidad y ley de flujo asociada

La resistencia bajo sollicitación combinada (flexión-torsión-esfuerzo cortante) del elemento de

$$\left. \begin{aligned} t^2 + v^2 + xm - x &= 0 \\ t^2 + v^2 - xm - 1 &= 0 \\ t^2 + v^2 + 2tv \sqrt{\frac{2h}{u} - \frac{1}{2}(x+1)} &= 0 \end{aligned} \right\} \text{cp}(m, t, v) = 0 \quad [1]$$

$$u = 2(b + h), x = \text{máx}(A_s, A_i) / \text{mín}(A_s, A_i)$$

cajón adoptado como base de la modelización (fig. 1) ha sido establecida por P. Lüchinger (7), (8), según una aproximación estática. La capacidad portante, expresada bajo la forma de ecuaciones de interacción entre las relaciones de esfuerzos internos y de las capacidades plásticas respectivas de la sección transversal del elemento, es en efecto desarrollada por la elección del flujo de cizallamiento plausible, estáticamente admisible, para la torsión y el esfuerzo cortante (fig. 3).

La rotura del elemento de cajón simétrico puede intervenir por el desarrollo de tres mecanismos diferentes que corresponde a la plastificación del panel superior, del panel inferior o de uno de los paneles verticales (fórmula [1]).

P. Müller (10) ha realizado ulteriormente una aproximación cinemática del modelo de celosía espacial que permite precisar el dominio de aplicación y los límites de este criterio de plasticidad aproximado. Su contribución conduce a las observaciones siguientes:

- La aplicación de un criterio de plasticidad relativo a la sección transversal del cajón no debe ocultar el hecho de que en realidad la rótula plástica se desarrolle por un mecanismo de longitud finita.
- El criterio de plasticidad [1] proporciona la capacidad portante exacta cuando el alabeo de la pieza está libre en toda la zona afectada por la rótula plástica.
- En las zonas donde el alabeo está impedido, un flujo de cizallamiento de autotensión se superpone al flujo estáticamente admisible (constante) y la capacidad portante se aumenta.

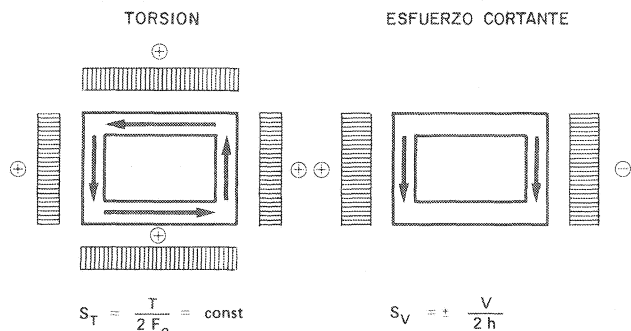


Fig. 3.—Flujo de cizallamiento, estáticamente admisible, adoptado en el establecimiento del criterio de plasticidad y de la ley de flujo.

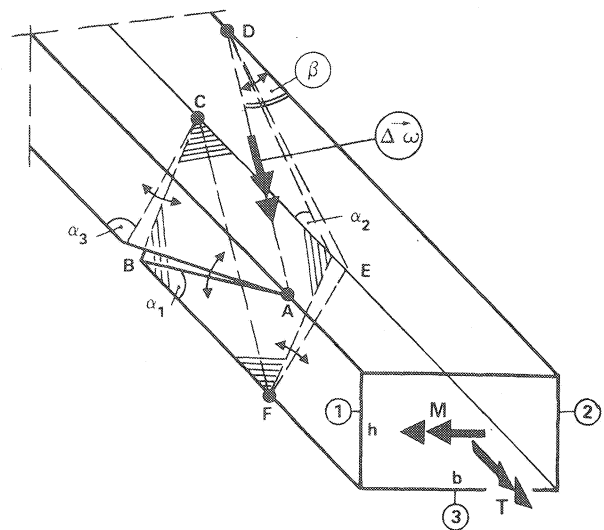


Fig. 4.—Configuración espacial de una rótula plástica bajo sollicitación combinada.

- En presencia de un esfuerzo cortante no despreciable, la pieza se comporta como si su alabeo estuviera impedido.

En la modelización adoptada (fig. 1), el alabeo de la pieza está impedido en los apoyos, en las zonas donde el esfuerzo cortante no es despreciable, así como cuando uno de los elementos de resistencia varía. El criterio de plasticidad [1] no constituye por tanto más que un límite inferior de la resistencia efectiva en las zonas traccionadas de la viga. Este no podría ser considerado correctamente más que con la ayuda de un criterio más general, haciendo intervenir particularmente el bimomento, así como el momento de torsión no uniforme. Un criterio de este tipo no ha sido establecido hasta hoy.

El carácter aproximado del criterio de plasticidad [1] excluye el desarrollo de una ley de flujo que le esté perfectamente asociada. Una ley de flujo aproximada ha sido pues establecida introduciendo las inclinaciones de las bielas comprimidas relativas a los flujos de cizallamiento de la figura 3 en el modelo cinemático espacial de P. Müller (fig. 4). Esta simplificación permite expresar la orientación de la rotación plástica global en función de la relación única entre el momento de torsión actuante y la resistencia transversal dada

$$\cot \beta = \frac{T}{2 bh \cdot B/s} (1 + h/b) = f \left(\frac{T}{B/s} \right)$$

$$\left. \begin{aligned} t^2 + v^2 + xm - x &= 0 \\ t^2 + v^2 - xm - 1 &= 0 \end{aligned} \right\} \text{cp}(m, t, v) = 0 \quad [1]$$

$$t^2 + v^2 + 2tv \sqrt{\frac{2h}{u} - \frac{1}{2}(x+1)} = 0$$

$$u = 2(b+h), \quad x = \text{máx}(A_s, A_i) / \text{mín}(A_s, A_i)$$

cajón adoptado como base de la modelización (fig. 1) ha sido establecida por P. Lüchinger (7), (8), según una aproximación estática. La capacidad portante, expresada bajo la forma de ecuaciones de interacción entre las relaciones de esfuerzos internos y de las capacidades plásticas respectivas de la sección transversal del elemento, es en efecto desarrollada por la elección del flujo de cizallamiento plausible, estáticamente admisible, para la torsión y el esfuerzo cortante (fig. 3).

La rotura del elemento de cajón simétrico puede intervenir por el desarrollo de tres mecanismos diferentes que corresponde a la plastificación del panel superior, del panel inferior o de uno de los paneles verticales (fórmula [1]).

P. Müller (10) ha realizado ulteriormente una aproximación cinemática del modelo de celosía espacial que permite precisar el dominio de aplicación y los límites de este criterio de plasticidad aproximado. Su contribución conduce a las observaciones siguientes:

- La aplicación de un criterio de plasticidad relativo a la sección transversal del cajón no debe ocultar el hecho de que en realidad la rótula plástica se desarrolle por un mecanismo de longitud finita.
- El criterio de plasticidad [1] proporciona la capacidad portante exacta cuando el alabeo de la pieza está libre en toda la zona afectada por la rótula plástica.
- En las zonas donde el alabeo está impedido, un flujo de cizallamiento de autotensión se superpone al flujo estáticamente admisible (constante) y la capacidad portante se aumenta.

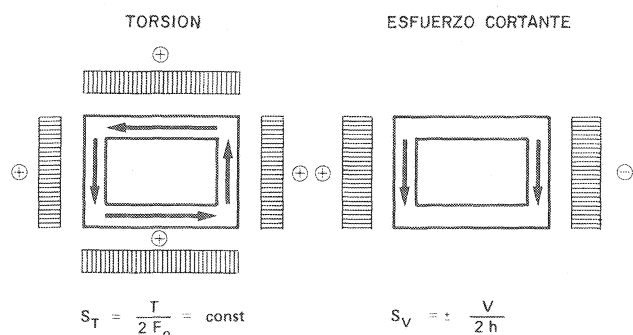


Fig. 3.—Flujo de cizallamiento, estáticamente admisible, adoptado en el establecimiento del criterio de plasticidad y de la ley de flujo.

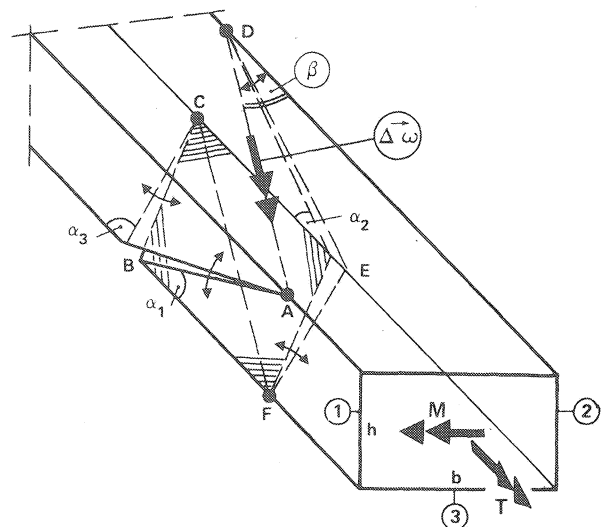


Fig. 4.—Configuración espacial de una rótula plástica bajo sollicitación combinada.

- En presencia de un esfuerzo cortante no despreciable, la pieza se comporta como si su alabeo estuviera impedido.

En la modelización adoptada (fig. 1), el alabeo de la pieza está impedido en los apoyos, en las zonas donde el esfuerzo cortante no es despreciable, así como cuando uno de los elementos de resistencia varía. El criterio de plasticidad [1] no constituye por tanto más que un límite inferior de la resistencia efectiva en las zonas traccionadas de la viga. Este no podría ser considerado correctamente más que con la ayuda de un criterio más general, haciendo intervenir particularmente el bimomento, así como el momento de torsión no uniforme. Un criterio de este tipo no ha sido establecido hasta hoy.

El carácter aproximado del criterio de plasticidad [1] excluye el desarrollo de una ley de flujo que le esté perfectamente asociada. Una ley de flujo aproximada ha sido pues establecida introduciendo las inclinaciones de las bielas comprimidas relativas a los flujos de cizallamiento de la figura 3 en el modelo cinemático espacial de P. Müller (fig. 4). Esta simplificación permite expresar la orientación de la rotación plástica global en función de la relación única entre el momento de torsión actuante y la resistencia transversal dada

$$\cot \beta = \frac{T}{2bh \cdot B_y/s} (1 + h/b) = f \left(\frac{T}{B_y/s} \right)$$

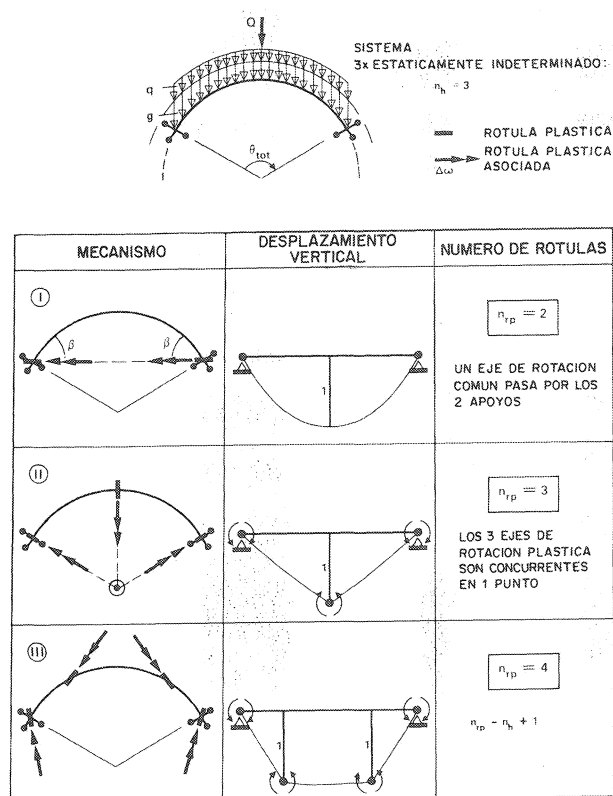


Fig. 2.—Mecanismos de ruina fundamentales de la viga curva biempotrada en sus dos extremos.

disponible en el vano; pueden ser calificados de mecanismos de ruina «prematurados», lo que confiere a su análisis una dimensión económica.

3.3. Elección del método de cálculo

La multiplicidad de los modos de ruina posibles constituye a priori un criterio determinante para la adopción del método estático de la teoría de la plasticidad. Ahora bien, una cuenta elemental permite constatar que el cumplimiento del equilibrio y de las condiciones de plasticidad no permiten en todos los casos establecer un número de ecuaciones suficientes para determinar las incógnitas del problema.

La viga curva de la figura 2, por ejemplo, tiene tres grados hiperestáticos. El número de incógnitas de los campos de esfuerzos internos últimos se eleva por tanto a cuatro (tres hiperestáticas + carga última). El número de **condiciones estáticas** proporcionadas por el cumplimiento de las condiciones de plasticidad en las rótulas es de dos para el mecanismo I, de tres para el mecanismo II y de cuatro para el mecanismo III. La intervención de **condiciones cinemáticas**, deducidas de la naturaleza particular del mecanismo de ruina, se revela entonces indispensable para el modo I (dirección de las rotaciones plásticas impuestas a los dos apoyos) y el modo II (ejes de las rotaciones plásticas concurrentes).

Cuando el mecanismo de ruina desarrolla el número máximo $N_{rp \max}$ de rótulas plásticas autorizado por el grado de hiperestatismo del sistema, las $N_{rp \max}$ condiciones permite determinar una solución estática del sistema. La carga exterior correspondiente parece en principio identificarse con la carga última, dado que las condiciones de equilibrio, de plasticidad y de mecanismo parecen ser simultáneamente satisfechas. Ahora bien, la compatibilidad de los campos de esfuerzo estáticamente admisibles con el mecanismo de ruina implícitamente adoptado no está asegurada por una aproximación puramente estática. En efecto, un cálculo plástico no tiene ninguna influencia sobre la evolución de los esfuerzos internos hasta la ruina y el procedimiento de cálculo no lineal puede converger hacia una solución que comporta una o más incompatibilidades de signo, entre momentos y rotaciones en las rótulas plásticas. La carga exterior de tal solución no constituye entonces más que un límite inferior de la carga última real.

En el caso de estructuras convencionales tales como vigas rectas continuas, el mecanismo de ruina puede generalmente establecerse con la ayuda de consideraciones elementales y el control de la compatibilidad es inmediato. Un mecanismo tal como el del modo III, por ejemplo, se desarrolla en cambio en el espacio, por una interacción de rotaciones flexionales y torsionales relativamente complejo. Su establecimiento exige pues recurrir al ordenador. En el modelo de cálculo, la compatibilidad del mecanismo de ruina es verificado bajo la forma de un control cinemático independiente. A toda solución puramente estática, un mecanismo cinemático admisible está asociado de manera unívoca. Sólo el mecanismo de ruina real es compatible con los campos de esfuerzos internos.

Esta aproximación simplificada de las exigencias específicas del cálculo plástico de vigas curvas, pone en evidencia la inevitable intervención de consideraciones de orden cinemático en el cálculo de la carga última. Esta intervención se efectúa de manera directa en el establecimiento del sistema de ecuaciones (mecanismo I y II) o indirecta en el control de la compatibilidad del mecanismo de ruina (mecanismo III).

Este método estático, completado o verificado con la ayuda de condiciones cinemáticas, puede ser calificado de «método estático dirigido». En términos de la teoría de la plasticidad, una aproximación combinada de esta forma exige no solamente la definición de condiciones de plasticidad o criterio de plasticidad, sino igualmente de una ley de flujo asociada.

3.4. Criterio de plasticidad y ley de flujo asociada

La resistencia bajo sollicitación combinada (flexión-torsión-esfuerzo cortante) del elemento de

La precisión de esta ley de flujo aproximada es suficiente en el marco del método estático dirigido que se considera.

3.5. Tratamiento numérico

La orientación práctica del modelo de cálculo, así como la no linealidad de los sistemas de ecuaciones a resolver (criterio de plasticidad) (1) han exigido el desarrollo de un programa de ordenador. Este programa contiene un procedimiento de generación semi-automático de los diferentes elementos de resistencia de la pieza. La carga última es determinada de manera interactiva, con la ayuda de un control gráfico de los campos de esfuerzos internos, de la observación del criterio de plasticidad y, en caso de necesidad, de la compatibilidad del mecanismo de ruina.

Cuando uno de los elementos resistentes varía (diagramas en escalera, fig. 1), el criterio de plasticidad es verificado con el escalón inferior del elemento de resistencia variable. La posición de las rótulas plásticas «libres» de torsión-esfuerzo cortante, desconocida a priori, es determinada según un procedimiento de maximización particular. La resolución de las ecuaciones no lineales es efectuada según el método iterativo de Newton-Raphson.

4. RESULTADOS DEL ESTUDIO PARAMETRICO

El estudio paramétrico detallado realizado en (5) ha puesto en evidencia un abanico muy grande de mecanismo de ruina posibles, según la configuración de los elementos de resistencia, del sistema estático y de cargas. El objeto de este capítulo es presentar los modos de ruina más característicos del comportamiento plástico específico de las vigas curvas.

La evolución de los mecanismos de ruina de una pieza cuya geometría, así como el reparto de los elementos de resistencia y de las cargas son datos, puede ser analizada con la ayuda de una variación de cuantías de armadura transversal. En el modelo de cálculo, esta cuantía es considerada de manera global, por la variación de la relación ξ_* de las áreas de armadura en la sección ficticia de referencia (fig. 1).

4.1. Mecanismo de ruina desarrollado sobre un solo tramo

Este dominio comprende esencialmente las vigas curvas continuas donde los apoyos intermedios

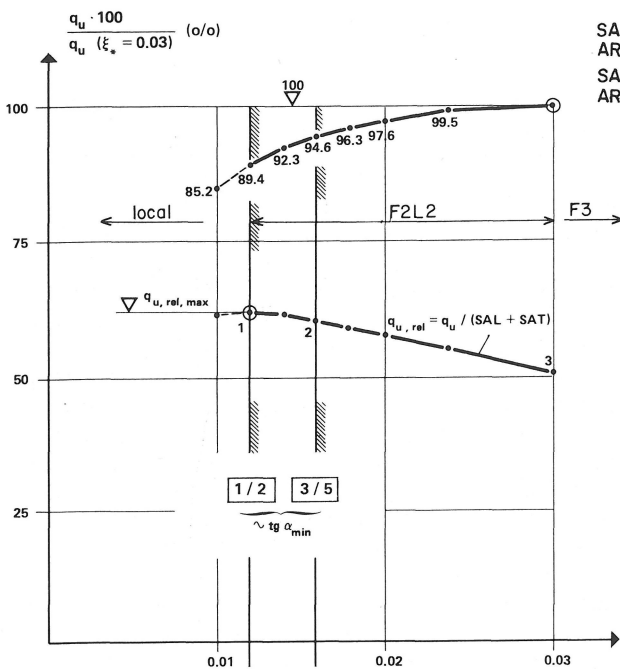
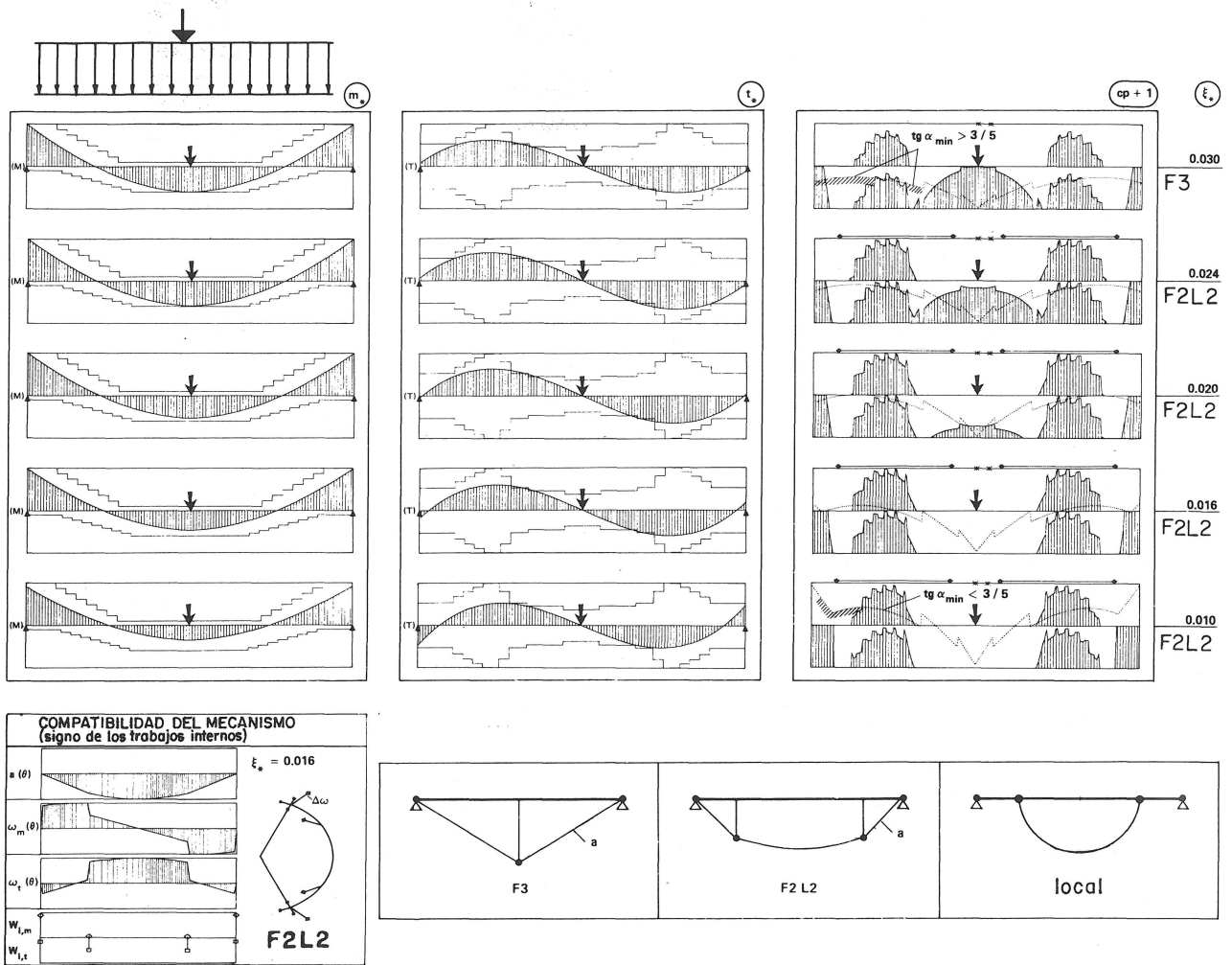
pueden asegurar un empotramiento a la torsión. El comportamiento plástico de los tramos intermedios y de los tramos de borde puede ser esquematizado como sigue:

- ★ Existe un límite superior de cuantía de armadura transversal que permite explotar simultáneamente las capacidades flexionales disponibles sobre apoyo intermedio y en vano. El modo de ruina es entonces esencialmente flexional; no contiene rótulas de torsión-esfuerzo cortante.
- ★ Existe un límite inferior de cuantías de armadura transversal más allá del cual un modo de ruina local, enteramente condicionado por la torsión, interviene por rotación de una parte de la pieza alrededor de un eje común con dos rótulas de torsión-esfuerzo cortante consecutivas.

La carga última sufre entonces una reducción muy marcada.

- ★ Un modo de ruina mixto caracterizado por la explotación de la capacidad flexional sobre apoyo intermedio y la aparición de una o de dos rótulas de torsión-esfuerzo cortante en el vano o en el estribo, se desarrolla cuando la cuantía de armadura transversal está comprendida entre estos dos límites.
- ★ La separación entre estos dos límites puede resultar muy importante. Aumenta con la curvatura de la pieza, así como con la relación de las capacidades flexionales en el vano y sobre apoyo intermedio.

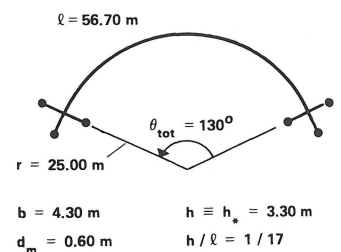
La evolución completa del comportamiento plástico de un tramo intermedio cuya curvatura es importante, se ilustra en el figura 5. Este ejemplo muestra que una reducción muy marcada de las cuantías de armadura transversales ξ_* no entraña más que una disminución moderada de la carga última relativa q_u en el dominio de los mecanismos mixtos. En otros términos, un ligero aumento de la capacidad flexional sobre apoyo intermedio puede permitir una economía considerable en la armadura transversal, cuando se adopta el modo de ruina mixto F2L2. La explotación total de la capacidad flexional disponible se ha erigido siempre como principio verdadero de dimensionamiento en los trabajos precedentes (1) (4), los modos de ruina mixtos son calificados de modos «prematurados». Este ejemplo ilustra el hecho de que tales mecanismos pueden resultar netamente más económicos cuando la curvatura es importante.



SAL = VOL. RELATIVO DE ARMADURA LONGITUDINAL
 SAT = VOL. RELATIVO DE ARMADURA TRANSVERSAL
 $Q_u = \gamma \cdot Q_o$

$q_u = Q_u \cdot r / M_*$
 $M_{* \text{ nec}} = Q_u \cdot r / q_u$

Fig. 5.—Evolución de la carga última q_u en función de la cuantía de armadura transversal.



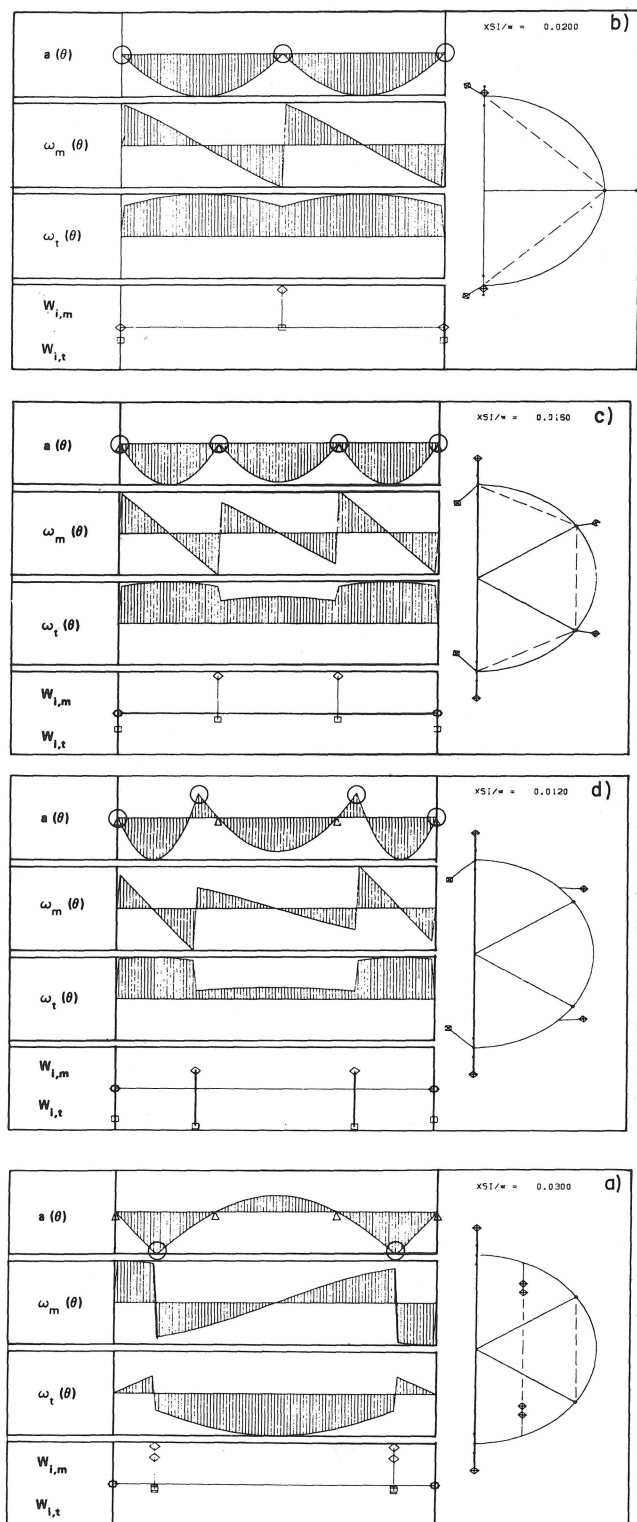


Fig. 6.—Ejemplos de mecanismos desarrollados sobre 2 y 3 vanos.

4.2. Mecanismo de ruina desarrollado sobre dos y tres tramos.

Este dominio comprende las vigas curvas continuas donde los apoyos intermedios son puntuales. Su comportamiento plástico puede ser esquematizado como sigue:

- La ausencia de un comportamiento a torsión puede ocasionar el desarrollo de un mecanismo global, no conteniendo más que dos rótulas de flexión-torsión en vano, si la cuantía de armadura transversal es importante. Este mecanismo resulta crítico cuando las sobrecargas están limitadas, por ejemplo en los tramos de borde de una viga de tres tramos (fig. 6a).
- Una cuantía de armadura transversal media se traduce por la aparición de un mecanismo de rotación simultánea de los diferentes tramos alrededor de los ejes que pasan por los apoyos. Las rótulas plásticas son rótulas esencialmente flexionales sobre el apoyo intermedio y rótulas de torsión-esfuerzo cortante en los estribos (figs. 6b y C).
- Una cuantía de armadura transversal reducida conduce al desarrollo de mecanismos enteramente gobernados por la torsión, después a la aparición de mecanismos locales (fig. 6d).

5. CONFRONTACION DEL MODELO DE CALCULO CON LOS RESULTADOS DE ENSAYOS

Las investigaciones experimentales efectuadas hasta esta fecha conciernen esencialmente a las piezas de resistencia constante, solicitadas por una o dos cargas concentradas. Una comparación efectuada en los ensayos (11) muestra que el modelo de cálculo da una imagen coherente del comportamiento plástico efectivo, así como en lo concerniente a la previsión del modo de ruina determinante (posición, número y tipo de rótulas plásticas) y del valor de la carga última (ligera reserva de seguridad).

6. CONCLUSIONES

El comportamiento plástico de vigas curvas se distingue del de vigas rectas por la presencia de un campo de torsión acoplado al de flexión. Un ligero desplazamiento de la línea de cierre de los momentos de flexión, se traduce en una variación importante de la intensidad de los momentos de torsión (fig. 5). Siguiendo la cuantía de armadura transversal dada, los campos de momentos condicionan simultáneamente o separadamente el desarrollo del mecanismo de ruina. La coherencia entre la armadura longitudinal y transversal, así como la cantidad de armadura total pueden entonces resultar muy variables.

Cuando los apoyos intermedios aseguran el empotramiento a la torsión, un dimensionamiento económico puede realizarse mediante la elección de una relación de las capacidades flexionales en el vano y sobre apoyo intermedio tan reducida como sea posible.

Un dimensionamiento a rotura de las secciones, basado en la envolvente de los campos de los esfuerzos internos elásticos, no puede más que conducir a una sobreestimación de la capacidad flexional necesaria en el vano, particularmente cuando se consideran los momentos de orden hiperestático del pretensado. Un dimensionamiento coherente de la armadura transversal necesaria se vuelve prohibitivo para la economía de la obra. Además, el diagrama de torsión correspondiente a la explotación simultánea de las capacidades flexionales disponibles sobre apoyo y en el vano no es automáticamente cubierto por la envolvente de los momentos de torsión elásticos. Una parte no despreciable de la armadura longitudinal dispuesta en el vano puede por tanto revelarse no solamente costosa, sino también perfectamente inútil en ciertos casos.

Los criterios de dimensionamiento de vigas curvas continuas sobre apoyos intermedios puntuales son diferentes. Se debe otorgar una atención particular a la influencia de los casos de carga, y una capacidad flexional importante en el vano es generalmente adecuada. La elección de una solución de este tipo depende, no obstante, igualmente de consideraciones de estética, de montaje y de economía global de la obra.

La intervención de consideraciones plásticas en el dimensionamiento de vigas curvas de hormigón armado y pretensado está justificada desde el comienzo. Completado y encuadrado por las exigencias del estado permanente, el dimensionamiento plástico se impone como único medio de asegurar la capacidad portante de tales estructuras de manera coherente y económica.

NOTACIONES

N_{rp}	:	número de rótulas plásticas
N_h	:	grado de hiperestaticidad del sistema.
a	:	desplazamiento vertical
ω_m	:	rotación flexional acumulada.
ω_t	:	rotación torsional acumulada.
$W_{i,m}$:	trabajo interno de flexión
$W_{i,t}$:	trabajo interno de torsión
M_r, T_r, V_r	:	esfuerzos plásticos de referencia
M_s, T_s, V_s	:	esfuerzos plásticos de referencia expresados en la sección ficticia de referencia
$m = M/M_r, m_t = M/M_t$	}	: esfuerzos internos adimensionales
$t = T/T_r, t_t = T/T_t$		
$v = V/V_r, v_t = V/V_t$		
$B_p = A \cdot \sigma_p$:	fuerza de plastificación de los estribos

BIBLIOGRAFIA

- (1) JOHANSEN K.W. and HANSEN P.L.: «Studies on the Load Carrying Capacity of Steel Structures», Technical University of Denmark, Copenhagen, Denmark, 1954.
- (2) JORDAAN I.J.: «Ultimate Loads and Modes of Failure for Circular - Arc Bow Girders». A thesis submitted to the University of Witwatersrand, Johannesburg, in partial fulfillment of the requirements for the degree of M. Sc. in Engineering, Johannesburg, 1964.
- (3) JORDAAN I.J., KHALIFA M. and MC MULLEN A.E.: «Collapse of Curved Reinforced Concrete Beams», Journal of Structural Division, A.S.C.E., Vol. 100, November 1974, pp. 2255 - 2269.
- (4) BADAWY H.E.I., JORDAAN I.J. and MC MULLEN A.E.: «Effect of Shear on Collapse of Curved Beams», University of Calgary, Department of Civil Engineering, Research Report No CE76-25, October 1976.
- (5) HOURIET B.: «Calcul Plastique des Poutres Courbes en Béton Armé et Précontraint», thèse No 421, Département de Génie Civil, EPFL, 1982.
- (6) LAMPERT P.: «Bruchwiderstand von Stahlbetonbalken unter Torsion und Biegung», Dissertation Nr. 4445, ETH Zürich, 1970.
- (7) LUECHINGER P.: «Bruchwiderstand von Kastenträgern aus Stahlbeton unter Torsion, Biegung und Querkraft», Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, Bericht Nr. 69, Birkhäuser Verlag Basel und Stuttgart, 1977, p. 107.
- (8) THUERLIMANN B., GROB J. und LUECHINGER P.: «Torsion, Biegung und Schub in Stahlbetonträgern», Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, Vorlesungen anlässlich des Fortbildungskurses für Bauingenieure vom 9. - 12. April 1975.
- (9) WALTHER R.: «Structures Courbes», Cours de 3e cycle, IBAP/EPFL, 1976.
- (10) MUELLER P.: «Plastische Berechnung von Stahlbetonscheiben und -balken», Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, Bericht Nr. 83, Birkhäuser Verlag Basel und Stuttgart, 1978, p. 160.
- (11) BADAWY H.E.I.: «Plastic Analysis of Reinforced Concrete Curved Beams», Thesis, University of Calgary, Department of Civil Engineering, December 1975.

* * *