

УДК 532.516:669.015.23

В. Л. МАЛЫШЕВ

ИСПАРЕНИЕ МЕТАСТАБИЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ ИЗ ПОЛОСТИ ЧЕРЕЗ БИНАРНУЮ СИСТЕМУ КАПИЛЛЯРОВ

Могилевский государственный университет продовольствия

(Поступила в редакцию 22.05.2013)

Термометрическая модель. В пористых материалах одной из распространенных периодических структур является система полостей (каверн), связанных между собой микро- или макрокапиллярами. Период такой системы моделируется прямым цилиндрическим капилляром, переходящим в заполненный жидкостью сферический объем.

Полая сфера, из которой осуществляется испарение через тонкий капилляр, представляет собой конфузурную систему [1–3] термометрического типа (рис. 1, а).

Принятые обозначения: r_{0i} – радиус капилляра; L_{0i} – длина капилляра; l_i – координата мениска, отсчитываемая от устья (точка O) вдоль оси x ; x – ось симметрии модели; R_0 – радиус полости; x_{0i} – расстояние от основания капилляра (точка D) до центра полости (точка A); r_i – переменный радиус испаряющей поверхности, соответствующей координате l_i ; x_i – изменяющаяся проекция радиуса сферы R_0 на осевую линию x ; Δx_i – сокращение радиуса сферы за счет ее сопряжения с цилиндром (точка D).

Из геометрических соображений следует, что проекция (DA) радиуса полости R_0 на осевую линию x в точке D основания капилляра радиусом r_{0i} равна

$$x_{0i} = \sqrt{R_0^2 - r_{0i}^2}. \quad (1)$$

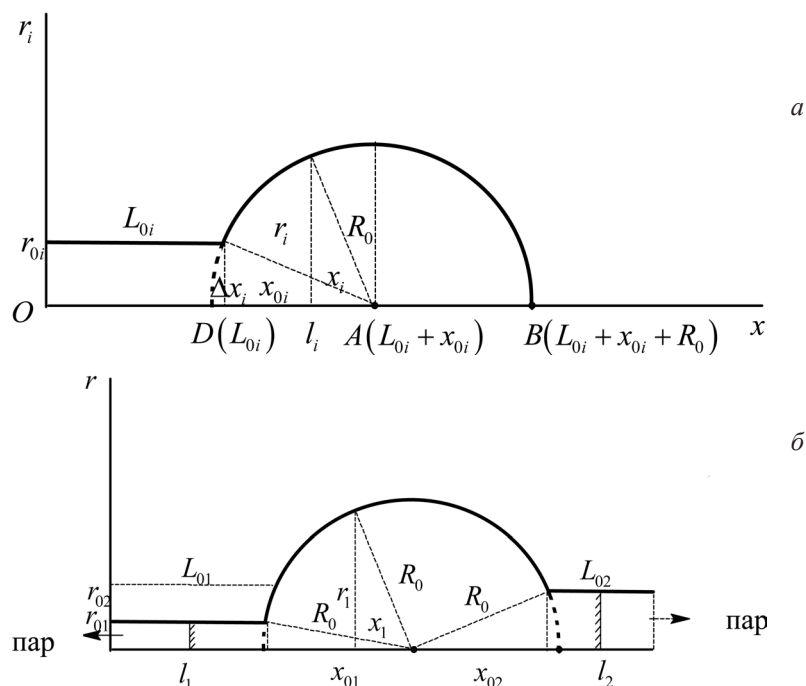


Рис. 1. Система обозначений: а – модель канала термометрической формы; б – бинарная термометрическая модель

Разность между радиусом сферы и его проекцией x_{0i} обозначается через

$$\Delta x_i = R_0 - x_{0i}. \quad (2)$$

Изменяющаяся с движением межфазной поверхности радиусом r_i проекция радиуса сферы R_0 на осевую линию x определяется из соотношения

$$r_i^2 = R_0^2 - x_i^2 \quad (3)$$

как

$$x_i = (L_{0i} + x_{0i}) - l_i. \quad (4)$$

Цилиндрический элемент системы. Предполагается, что в начальный момент времени капилляр заполнен жидкостью, испаряющейся через устье (точка O). Для простоты мениск полагается плоским, а его изменяющаяся вдоль оси x вследствие парообразования координата обозначается через l_i . Радиус межфазной поверхности r_i (ось ординат) до точки L_{0i} является постоянным и равным радиусу устья капилляра r_{0i} (рис. 1, a).

Плотность потока пара в цилиндрическом капилляре, как известно [4], при температуре, превышающей точку кипения жидкости для данного внешнего давления P_0 , определяется формулой вязкого переноса массы

$$M_{0i} = \frac{r_{0i}^2 (P_S^2 - P_0^2)}{16\eta R T l_i}, \quad (5)$$

где M_{0i} – молярная плотность потока молекул пара на устье капилляра (точка O); P_S – давление насыщенного пара; η – коэффициент динамической вязкости парогазовой смеси; R – универсальная газовая постоянная; T – абсолютная температура; $0 \leq l_i \leq L_{0i}$.

Скорость движения мениска испаряющейся жидкости в цилиндрическом канале [5–8] определяется законом сохранения массы:

$$\frac{dl_i}{dt} = M_{0i} \frac{\mu}{\rho}, \quad (6)$$

где t – время испарения; μ – молярная масса молекул пара; ρ – плотность жидкости.

Подстановка (5) в (6) после разделения переменных приводит к уравнению

$$l_i dl_i = \frac{r_{0i}^2 (P_S^2 - P_0^2) \mu}{16\eta R T \rho} dt, \quad (7)$$

имеющему решение вида

$$\frac{l_i^2}{2} \Big|_0^{L_{0i}} = \frac{r_{0i}^2 (P_S^2 - P_0^2) \mu}{16\eta R T \rho} \Delta t_k. \quad (8)$$

Здесь Δt_k – время осушения капилляра.

В формулу (8) вводятся комплексы размерных величин:

$$F = \frac{P_0^2 \mu}{16R\rho} \left(\frac{\text{кг} \cdot \text{К}}{\text{м} \cdot \text{с}^2} \right), \quad (9)$$

$$B = \frac{(c_S^2 - 1)}{\eta T} \left(\frac{\text{м} \cdot \text{с}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \right). \quad (10)$$

Тогда $[FB] = \text{с}^{-1}$. В комплексе (10) $c_S = P_S/P_0$ – относительная концентрация насыщенного пара при температуре T .

В относительных единицах, приведенных к радиусу полости R_0 , получим

$$\frac{z_i^2}{2} \Big|_0^{z_{0i}} = \gamma_{0i}^2 B F \Delta t_k, \quad (11)$$

где $z_i = l_i/R_0$; $\gamma_{0i} = r_{0i}/R_0$.

Сферический элемент системы. Из геометрических соображений (рис. 1, а) следует, что радиус мениска в полости изменяется по закону

$$r_i(l) = \sqrt{R_0^2 - (L_{0i} + \sqrt{R_0^2 - r_{0i}^2} - l_i)^2}, \quad (12)$$

или с учетом (1)

$$r_i(l) = \sqrt{R_0^2 - (L_{0i} + x_{0i} - l_i)^2}. \quad (13)$$

Поскольку в формуле (13) выражение в скобке возводится в квадрат, то смена его знака после точки A не влияет на общность формул (12), (13).

В относительных единицах переменный радиус мениска (13) будет определяться выражением

$$\gamma_i^2 = 1 - (z_{0i} + y_{0i} - z_i)^2, \quad (14)$$

где $\gamma_i = r_i/R_0$; $z_{0i} = L_{0i}/R_0$; $y_{0i} = x_{0i}/R_0$.

Скорость испарения из внутреннего объема. Как и в цилиндрическом капилляре, движение мениска в сферической полости между точками $D(L_{0i})$ и $B(L_{0i} + x_{0i} + R_0)$ определяется законом сохранения вещества испаряющейся жидкости

$$\frac{dm_i}{\mu dt} = M_i(l_i) \pi r_i^2(l_i), \quad (15)$$

или

$$\frac{\rho \pi r_i^2(l_i) dl_i}{\mu dt} = M_i(l_i) \pi r_i^2(l_i). \quad (16)$$

В процессе испарения жидкости в системе термометрической формы при переходе межфазной поверхности жидкости из цилиндрической части в сферический элемент модели молярная плотность потока пара $M_i(l_i)$, как в любом канале конфузорного типа, ограничена сечением ее цилиндрической части радиусом r_0 :

$$M_i(l) \pi r_i^2(l_i) = M_{0i} \pi r_{0i}^2, \quad (17)$$

где M_{0i} – молярная плотность потока пара (5) на устье капилляра (точка O); $r_i(l_i)$ – переменный радиус испаряющей поверхности (13).

Выражение (17) формулирует равенство потоков пара через устье капилляра (r_{0i}) и поверхность фазового перехода ($r_i(l_i)$).

После подстановки выражения (17) в формулу (16) получим

$$\frac{r_i^2(l_i) dl_i}{dt} = \frac{\mu}{\rho} M_{0i} r_{0i}^2. \quad (18)$$

Переходя в формуле (5) к комплексам (9), (10) и разделяя переменные, приходим к соотношению

$$l_i r_i^2(l) dl_i = r_{0i}^4 B F dt. \quad (19)$$

Заменяем линейные величины на их относительные характеристики

$$z_i \gamma_i^2(z_i) dz_i = \gamma_{0i}^4 B F dt, \quad (20)$$

где γ_i – изменяющийся относительный радиус межфазной поверхности (14).

Подставляя выражение (14) в формулу (20), проводим интегрирование:

$$\int_{z_{0i}}^{z_i} \left[(1 - a_{0i}^2) + 2a_{0i}z_i - z_i^2 \right] z_i dz_i = \int_{t_j}^{t_{j+1}} \gamma_{0i}^4 B F dt, \quad (21)$$

где j – индекс интервала времени.

Общее решение уравнения движения мениска в системе термометрической формы принимает вид

$$\left[\left(1 - a_{0i}^2\right) \frac{z_i^2}{2} + \frac{2}{3} a_{0i} z_i^3 - \frac{z_i^4}{4} \right]_{z_{0i}}^{z_i} = \gamma_{0i}^4 BF \Delta t. \quad (22)$$

Решение интеграла (21) в виде (22) для краткости обозначим через

$$[INT] = \left[\left(1 - a_{0i}^2\right) \frac{z_i^2}{2} + \frac{2}{3} a_{0i} z_i^3 - \frac{z_i^4}{4} \right]_{z_{0i}}^{z_i}. \quad (23)$$

Тогда закон движения границы фазового превращения в полости может быть представлен как

$$\Delta t = \frac{[INT]}{\gamma_{0i}^4 BF} \Big|_{z_{0i}}^{z_i}. \quad (24)$$

Испарение жидкости из сферического объема через смежные соосные цилиндрические капилляры. Рассмотрим специфику массопереноса жидкости из сферической полости, связанной с внешней средой двумя противоположными соосными капиллярами. Характерной особенностью данной модели является встречное движение менисков в каналах через общую полость. Каждый из капилляров с полостью образует элемент термометрической формы (рис. 1, б).

Принятые обозначения: r_{0i} – радиусы капилляров; L_{0i} – длины капилляров; l_i – координаты менисков, отсчитываемые от своих устьев; R_0 – радиус полости; r_i – радиусы изменяющихся межфазных поверхностей внутри сферы, i – номер капилляра ($i = 1, 2$).

В общем случае полагаем, что радиусы и длины капилляров не совпадают, а именно $L_{02} < L_{01}$ и $r_{02} > r_{01}$.

Ввиду симметрии модели рассмотрим движение межфазной границы в каждом из капилляров независимо друг от друга, а затем синхронизируем два процесса по характерным точкам системы (рис. 2).

Согласно выбранной модели, осушение канала $i = 2$ произойдет раньше, чем канала $i = 1$. Время осушения II канала, согласно (11), соответствует

$$t_{02} = \frac{z_2^2}{2\gamma_{02}^2 BF} \Big|_0^{z_{02}}. \quad (25)$$

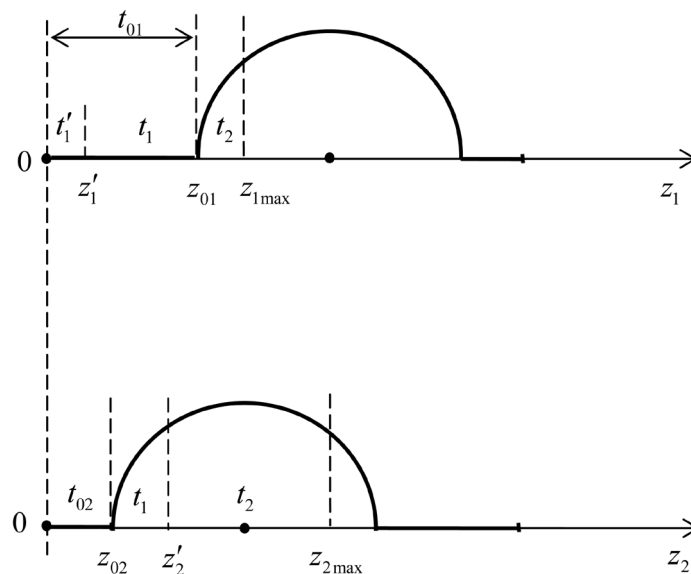


Рис. 2. Синхронизация процесса осушения сферической полости через противоположные цилиндрические капилляры

За время t'_1 мениск в I капилляре достигнет отметки z'_1 , которую найдем из условия $t_{02} = t'_1$:

$$\frac{z_1^2}{\gamma_{01}^2} \Big|_0^{z'_1} = \frac{z_2^2}{\gamma_{02}^2} \Big|_0^{z_{02}}. \quad (26)$$

Время осушения t_1 оставшейся цилиндрической части I капилляра может быть определено из формулы (11) в виде

$$t_1 = \frac{z_1^2}{2\gamma_{01}^2 BF} \Big|_{z'_1}^{z_{01}}. \quad (27)$$

Общее время испарения жидкости из I капилляра составит

$$t_{01} = t_{02} + t_1. \quad (28)$$

За время осушения оставшейся части I капилляра t_1 мениск во II капилляре переместится в сферическую часть системы и достигнет, согласно (25), неизвестной пока отметки z_2' :

$$\frac{z_1^2}{2\gamma_{01}^2} \Big|_{z'_1}^{z_{01}} = \frac{[INT_2]}{\gamma_{02}^4} \Big|_{z_{02}}^{z_2'}, \quad (29)$$

где $[INT_2]$ – интеграл (23) при $i = 2$ из уравнения (22) с соответствующими выражению (29) пределами.

Осушение системы в оставшееся время будет проходить в сферической полости согласно (24). Верхним пределом при интегрировании в I и II капиллярах должна стать координата, являющаяся максимальной для каждого из каналов ($z_{1\max}$, $z_{2\max}$). Для исключения одной из этих неизвестных запишем дополнительное соотношение, связывающее обе величины:

$$z_{2\max} = z_{01} + y_{01} + y_{02} + z_{02} - z_{1\max}. \quad (30)$$

Осушение системы в оставшееся время будет проходить в сферической полости согласно формуле (24).

Учитывая одинаковое время прохождения отрезков $[z_{01}, z_{1\max}]$ и $[z_2', z_{2\max}]$ с разных сторон (рис. 2) и принимая во внимание соотношение (30), координата $z_{1\max}$ может быть найдена из уравнения

$$\frac{[INT_1]}{\gamma_{01}^4} \Big|_{z_{01}}^{z_{1\max}} = \frac{[INT_2]}{\gamma_{02}^4} \Big|_{z_2'}^{z_{01} + y_{01} + y_{02} + z_{02} - z_{1\max}}, \quad (31)$$

где $[INT_1]$ – интеграл (23) при $i = 1$.

Таким образом, время испарения жидкости в сферической полости через I капилляр составит

$$t_2 = \frac{[INT_1]}{\gamma_{01}^4 BF} \Big|_{z_{01}}^{z_{1\max}}, \quad (32)$$

или

$$t_2 = \frac{[INT_2]}{\gamma_{02}^4 BF} \Big|_{z_2'}^{z_{2\max}}. \quad (33)$$

Приведенные рассуждения и полученные в результате выражения (25), (27), (32) позволяют определить полное время испарения из первоначально заполненной жидкостью полой сферы, связанной с внешней средой бинарной системой тонких разнонаправленных соосных капилляров:

$$t_{\text{полн}} = t_{02} + t_1 + t_2. \quad (34)$$

Численные оценки. В качестве примера рассмотрен процесс испарения воды в воздушную среду. Вязкость паровоздушной газовой смеси определялась путем усреднения по парциальным давлениям компонентов [9–11]. Атмосферное давление предполагалось равным $P_0 = 10^5$ Па.

Исходные геометрические характеристики выбранной модели в размерных и относительных величинах были приняты в виде $R_0 = 5 \cdot 10^{-3}$ м, $r_{01} = 2 \cdot 10^{-6}$ м, $r_{02} = 5 \cdot 10^{-6}$ м, $L_{01} = 5 \cdot 10^{-3}$ м, $L_{02} = 2 \cdot 10^{-3}$ м, $z_0 = 3,4$, $z_{01} = 1$, $z_{02} = 0,4$, $\gamma_{01} = 4 \cdot 10^{-4}$, $\gamma_{02} = 10^{-3}$. Результаты расчетов приведены в таблице.

Время испарения в зависимости от радиуса полости и температуры процесса

T, К	R ₀ , м		
	5·10 ⁻³	10 ⁻³	10 ⁻⁴
383	85,17 сут	7,22 ч	18,8 с
393	32,23 сут	2,73 ч	7,1 с
403	14,77 сут	1,25 ч	3,3 с
413	7,87 сут	0,67 ч	1,7 с

Таким образом, в настоящей работе впервые рассмотрено парообразование в конфузальной модели термометрического типа. Исследованная на ее основе кинетика испарения перегретых жидкостей из сферического объема через бинарную систему противоположащих капилляров позволила оценить влияние внешней температуры на интенсивность массообменных процессов и установить линейные размеры полостей, осушение которых нагреванием является малоэффективным.

Литература

1. Мальшев В. Л. // Вестн. Белорус.-Российск. ун-та. 2008. № 3. С. 127–134.
2. Malyshev V. L. // High Temp. 2009. Vol. 47, N 4. P. 554–558.
3. Мальшев В. Л. // Вестні НАН Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. 2010. № 1. С. 71–76.
4. Ландау Л., Лифшиц Е. Механика сплошных сред. М., 1954.
5. Уварова Л. А., Мальшев В. Л. Математическая теория высокотемпературного парообразования неоднородных жидкостей в капиллярах. Могилев, 2002.
6. Мальшев В. Л. // Веснік Магілёўскага дзярж. ун-та імя А. А. Куляшова. 2008. № 1 (29). С. 175–181.
7. Malyshev V. L. // Theoretical Foundations of Chemical Engineering. 2010. Vol. 44, N 2. P. 169–171.
8. Мальшев В. Л. // Вестник Могилёвского государственного университета продовольствия. 2008. № 1(4). С. 109–115.
9. Гайдуков М. Н., Чураев Н. В., Яламов Ю. И. // ЖТФ. 1976. Т. 46, № 10. С. 2142–2147.
10. Варгафтик Н. Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М., 1972.
11. Вукалович М. П., Ривкин С. Л., Александров А. А. Таблицы теплофизических свойств воды и водяного пара. М., 1969.

V. L. MALYSHEV

EVAPORATION OF METASTABLE LIQUID FROM A CAVITY THROUGH A BINARY CAPILLARY SYSTEM

Summary

The porous materials as a totality of interrelated pores are examined. The high-temperature liquid vaporization through longitudinal channels from united internal volume is investigated. The analytical expression of the liquid evaporation velocity at adjacent pores is obtained.