

ISSN 1561-2430 (Print)  
 ISSN 2524-2415 (Online)  
 УДК 621.039.587

Поступила в редакцию 21.12.2017  
 Received 21.12.2017

Лэ Тхи Зиеу Хьен<sup>1</sup>, А. А. Хрущинский<sup>2</sup>, С. А. Кутень<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь

<sup>2</sup>Институт ядерных проблем Белорусского государственного университета, Минск, Беларусь

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕНОСА ЗАРЯДОВ В ТОКОВОМ РЕЖИМЕ В АКТИВНОМ ОБЪЕМЕ ИОНИЗАЦИОННОЙ КАМЕРЫ ДЕЛЕНИЯ

**Аннотация.** Исследован перенос зарядов в активном объеме цилиндрической ионизационной камеры деления (ИКД), работающей в токовом режиме. В основу модели положены уравнения непрерывности для ионов и электронов и уравнение Пуассона для электрического поля. Источник для уравнений непрерывности рассчитан с учетом корректного распределения начальной плотности ионизации в активном объеме камеры и разброса фрагментов деления по их заряду, массе и энергии. Найдены распределения плотности ионов, электронов и электрического поля внутри активного объема для двух типов камер – миниатюрных и «больших» с учетом пространственного заряда. Дан правильный алгоритм для расчета начала плато вольтамперной характеристики – минимального напряжения на ИКД для обеспечения стационарной работы камеры. Показано, что часто используемое условие отсутствия электрического поля на аноде  $E(r_a) = 0$  для определения этой величины является некорректным, поскольку приводит к комплексным значениям электрического поля внутри активного объема камеры. Пренебрегая процессами диффузии и рекомбинации ионов, рассчитаны чувствительность и выходной ток камеры при ее работе в стационарном режиме. Расчеты проведены для миниатюрных и «больших» камер. Показано, что часто применяемое на практике использование приближения постоянства плотности генерации пар ионов осколком деления вдоль его трека для «больших» камер приводит к существенным ошибкам в оценке плотностей ионов, электронов и электрических полей внутри ИКД, при этом чувствительности могут отличаться на порядок.

**Ключевые слова:** ионизационная камера деления, токовый режим, чувствительность, полный ток

**Для цитирования.** Лэ Тхи Зиеу Хьен. Моделирование переноса зарядов в токовом режиме в активном объеме ионизационной камеры деления / Лэ Тхи Зиеу Хьен, А. А. Хрущинский, С. А. Кутень // Вест. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. – 2018. – Т. 54, № 1. – С. 97–109.

Le Thi Dieu Hien<sup>1</sup>, A. A. Khrutchinsky<sup>2</sup>, S. A. Kuten<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Belarusian State University, Minsk, Belarus

<sup>2</sup>Institute for Nuclear Problems of the Belarusian State University, Minsk, Belarus

## MODELING OF CHARGE TRANSPORT IN THE ACTIVE VOLUME OF THE IONIZATION FISSION CHAMBER IN CURRENT MODE

**Abstract.** Charge transport in the active volume of the cylindrical ionization fission chamber (FC) in the current mode has been studied. The model is based on the continuity equations for ions and electrons, as well as on Poisson's equation for the electric field. The source for the continuity equations is calculated taking into account a correct distribution of the initial ionization density in the active volume of the chamber and the charge, mass, and energy dependent distributions of the fission fragments. The distributions of the ion and electron density and electric fields inside the active volume are found for two types of chambers – miniature chambers and “large” chambers with the consideration of the space charge. The correct algorithm for calculation of the beginning of the plateau of the current-voltage characteristic – the minimum voltage on the FC to provide the stationary operation of the chamber is given. It is shown that the often used condition of the electric field absence at the anode  $E(r_a) = 0$  to determine this value is incorrect, since it leads to complex values of the electric field inside the chamber active volume. Neglecting the processes of ion diffusion and recombination, the sensitivity and output current of the chamber in the stationary mode are calculated. Calculations have been carried out for miniature and “large” chambers. It has been shown that the use of the approximation for the generation density of ion pairs by the fission fragment along its track to be constant, often used in practice for “large” chambers, leads to significant errors when estimating the densities of ions, electrons and electric fields inside the FC; at that, the sensitivity may differ by an order of magnitude.

**Keywords:** Fission ionization chamber, current mode, sensitivity, current

**For citation.** Le Thi Dieu Hien, Khrutchinsky A. A., Kuten S. A. Modeling of charge transport in the active volume of the ionization fission chamber in current mode. *Vesti Natsyional'nai akademii nauk Belarusi. Seriya fizika-matematichnykh nauk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physics and Mathematics series*, 2018, vol. 54, no. 1, pp. 97–109 (in Russian).

© Лэ Тхи Зиеу Хьен, Хрущинский А. А., Кутень С. А., 2018

**Введение.** Ионизационная камера деления (ИКД) широко используется как нейтронный монитор в медицинских установках, ядерных реакторах, при проведении экспериментов на ускорителях. Современные миниатюрные и субминиатюрные камеры выдерживают высокие температуры и радиационные нагрузки, что делает их пригодными для онлайн-диагностики внутри реактора, где они применяются для непрерывного контроля его мощности по нейтронному потоку и исследования энерговыделения в активной зоне, выгорания топлива, характеристик нейтронных полей. ИКД может работать в трех режимах: импульсном, токовом и флуктуационном (*Campbell mode*) [1]. При измерениях низкоинтенсивных нейтронных потоков (когда импульсы напряжения от отдельных нейтронов не перекрываются) камера может работать в импульсном режиме. При измерениях высокоинтенсивных нейтронных потоков (выше  $10^{14}$  нейтрон/(см<sup>2</sup>·с) [2]) обычно используется токовый режим камеры. При больших потоках нейтронов применяется еще один режим работы – *Campbell mode*, который представляет большой интерес в условиях сильного гамма-фона [3, 4].

В простейшем случае ионизационная камера деления состоит из двух электродов (плоских или цилиндрических): радиатора (обычно анода) и катода. Радиатор – это электрод, на который нанесен тонкий слой делящегося вещества, обычно <sup>235</sup>U. Межэлектродное пространство (активный объем) заполнено специальным газом, в качестве которого используется Ag с небольшой примесью азота (примерно 4 %). При каждом делении ядра в радиаторе ИКД рождаются два фрагмента. Осколки испускаются в противоположных направлениях, один из них обычно удерживается в радиаторе, а другой летит в активный объем камеры и производит ионизацию газа. При наличии высокого напряжения между электродами возникает дрейф ионов и электронов к соответствующим электродам и, как следствие, во внешней цепи возникает электрический ток [5, 6]. Зависимость тока от приложенного напряжения определяет вольтамперную характеристику газоразрядных приборов, рабочий режим камеры деления находится на плато этой кривой. Это означает, что в токовом режиме ИКД ток насыщения пропорционален плотности потока нейтронов.

Физика процессов в камере деления включает различные явления (взаимодействие нейтронов с делящимся веществом, самоэкранирование нейтронного потока в радиаторе, эволюция материального состава радиатора, испускание и самоэкранирование в нем продуктов деления, поведение наполняющего газа при нейтронном облучении, рождение электрон-ионных пар в газе камеры, зарядовая рекомбинация, зарядовый транспорт, экранирование электрического поля, формирование электронного импульса) [7]. Это приводит к тому, что сам факт функционирования ИКД в стационарном режиме оказывается следствием взаимной согласованности между ее различными физическими параметрами. При высоких нейтронных потоках область насыщения может исчезать, если характеристики камеры, такие как свойства наполняющего газа и геометрия камеры, не оптимизированы.

Созданная в [2] теоретическая модель работы камеры предсказывает ее отклик в токовом режиме и учитывает различные физические параметры, такие как состав и давление газа, приложенное напряжение, скорость деления, межэлектродный зазор, радиус анода. Предсказано, что добавление загрязняющих веществ с малыми потенциалами ионизации, таких как ксенон (один из самых распространенных продуктов деления <sup>235</sup>U), к заполняющему газу будет способствовать вторичной ионизации. Результатом является сдвиг лавины в сторону более низких напряжений и значительные изменения на плато насыщения. Экспериментально было обнаружено, что для стандартной камеры деления с аргоном при давлении 1 атм в потоке тепловых нейтронов  $10^{15}$  нейтрон/(см<sup>2</sup>·с) 0,1%-ная ксеноновая примесь сдвигает начало лавины на 20 В [2, 8].

Различные аспекты определения характеристик ИКД в токовом режиме исследовались в многочисленных публикациях (см, напр., [2, 7, 9]). В то же время в ряде работ (см. напр., [2]) использовалось не всегда применимое приближение постоянства плотности ионизации вдоль трека частицы в газе  $X(s) = \text{const}$ , где  $s$  – координата вдоль трека. В других же задачи решались либо в модельных случаях, когда фрагменты испускаются строго перпендикулярно радиатору [7, 9], либо применялось некорректное приближение для пространственного распределения начальной

ионизации в рабочем объеме [2]. Поэтому представляет интерес самосогласованное вычисление характеристик ИКД в токовом режиме (ток, чувствительность, параметры плато).

Чувствительность токовой ИКД определяется по формуле

$$\eta = \frac{I}{\Phi}, \quad (1)$$

где  $I$  – ток камеры,  $\Phi$  – плотность потока нейтронов в месте ее размещения [10].

Ниже с применением численного моделирования самосогласованным образом устанавливается связь тока камеры с потоком нейтронов с учетом распределения электрического поля в объеме ИКД, принимая во внимание образующийся в камере пространственный заряд и корректный учет начальной ионизации в камере и плотности ионизации вдоль трека частицы.

### Математическое описание ионизационной камеры деления, работающей в токовом режиме

**Основные уравнения, описывающие транспорт электронов и ионов в ИКД.** Основными уравнениями, описывающими транспорт электронов и ионов, являются уравнения непрерывности для соответствующих частиц [11]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_e(r,t)}{\partial t} + \operatorname{div} i_e &= S_e - L_e; \\ \frac{\partial N_i(r,t)}{\partial t} + \operatorname{div} i_i &= S_i - L_i, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $(N_e, N_i)$  – пространственная плотность электронов и ионов;  $(i_e, i_i)$  – плотность потока электронов и ионов;  $S_e, S_i, L_e, L_i$  – члены, описывающие их источник (*source*) и потери (*loss*), которые представляют собой плотность соответствующих частиц, возникающих ( $S$ ) и исчезающих ( $L$ ) в единицу времени в единице объема газа камеры.

Поскольку электроны в камере движутся по направлению к аноду, то на поверхности катода их концентрация должна равняться нулю. Аналогично на поверхности анода концентрация ионов равна нулю. Поэтому граничные условия для уравнения (2) имеют вид

$$N_e(r_c) = 0; \quad N_i(r_a) = 0, \quad (3)$$

где  $r_a$  и  $r_c$  – радиусы радиатора (анода) и катода соответственно.

В дрейфовом приближении плотность потока электронов и ионов имеет вид

$$\begin{aligned} i_e &= -b_e N_e E - D_e \nabla N_e, \\ i_i &= b_i N_i E - D_i \nabla N_i. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь учтено, что электроны движутся против поля,  $(b_e, b_i), (D_e, D_i)$  – соответственно подвижность и коэффициенты диффузии электронов и ионов в газе. Для аргона, который обычно используется в качестве наполняющего камеру газа, подвижности электронов и ионов численно равны [7]:  $b_e = 13 \text{ см}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$ ;  $b_i = 13 \cdot 10^{-3} \text{ см}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$ .

Пространственно-временная зависимость электрического поля описывается уравнением Пуассона:

$$\operatorname{div} E = 4\pi e(N_i - N_e), \quad (5)$$

где  $e$  – заряд электрона,  $E$  – напряженность электрического поля. При этом интеграл от напряженности электрического поля должен равняться приложенному между электродами ИКД напряжению  $V$ . Для цилиндрической камеры это соотношение имеет вид

$$\int_{r_a}^{r_c} E(r) dr = V. \quad (6)$$

В токовом режиме ионизационная камера обычно работает в стационарном режиме, при котором временные производные в уравнении (2) равны нулю, и в начальных условиях нет необходимости. В этом режиме камера работает на плато вольт-амперной характеристики. При этом не происходит вторичной ионизации газа в рабочем объеме, поэтому образующиеся ионы газа – однозарядные, и плотности ионов и электронов равны:  $S_i = S_e = S$ . В большинстве используемых камер преобладающим процессом является дрейф заряженных частиц.

Тогда, пренебрегая диффузией [7] электронов и ионов, для цилиндрической камеры имеем систему уравнений, описывающих ее электрический режим:

$$-\frac{b_e}{r} \frac{\partial(r N_e E(r))}{\partial r} = S - L_e, \quad (7)$$

$$\frac{b_i}{r} \frac{\partial(r N_i E(r))}{\partial r} = S - L_i;$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial r E(r)}{\partial r} = 4\pi e(N_i - N_e). \quad (8)$$

Если пренебречь функцией потерь ( $L_i$  и  $L_e$ ) [12], из (7) следует существование первого интеграла этой системы уравнений:

$$b_e(r N_e E(r)) + b_i(r N_i E(r)) = \text{const}. \quad (9)$$

Решения уравнений (7, 8) определяют полный ток  $I$  в ИКД, воспринимаемый электроникой:

$$I = \int (e N_e b_e E(r) + e N_i b_i E(r)) dS, \quad (10)$$

где интегрирование ведется по поверхности катода либо анода или любой другой поверхности, параллельной им, что обусловлено существованием первого интеграла (9).

**Источник в уравнениях транспорта электронов и ионов.** Когда ИКД работает на плато вольт-амперной характеристики, начальная плотность ионизации  $N(r)$ , создаваемая тяжелыми заряженными частицами в активном объеме камеры, выполняет роль источника  $S$  в уравнениях непрерывности (2):  $S = N(r)$ .

Вопросу определения пространственного распределения начальной плотности ионизации в рабочем объеме цилиндрической камеры деления со слоем делящегося вещества, нанесенного на внутренний электрод, посвящено несколько публикаций [2, 7]. Полученные в них результаты различаются по зависимости от радиуса как вблизи, так и вдали от поверхности радиатора. Корректная формула для начальной плотности ионизации в цилиндрической камере деления, в которой слой делящегося вещества нанесен на внутреннюю сторону внешнего электрода, приведена в [6]. Используя тот же метод, как и в указанной работе, можно получить формулу для начальной плотности ионизации в цилиндрической камере деления, в которой слой делящегося вещества нанесен на внешнюю сторону внутреннего электрода. Начальную плотность ионизации можно рассчитать для двух случаев:

1) модель 1 – приближение постоянства линейной плотности ионизации вдоль трека:  $X(s) = X(s=0) = X_0$ ;

2) модель 2 – учет зависимости линейной плотности ионизации  $X(s)$  от координаты вдоль трека.

Первый случай применим для миниатюрных камер, размер которых намного меньше длины пробега основных фрагментов деления, и величину  $X_0$  можно использовать как их характеристику. Они используются преимущественно для контроля активной зоны. Второй случай следует применять для произвольного соотношения длины пробега и размеров цилиндрической камеры (ниже условно называемые «большие» камеры).

В общем случае начальная плотность ионизации в цилиндрической камере деления, в которой слой делящегося вещества нанесен на внешнюю сторону внутреннего электрода, может быть записана так:

$$N(r, z) = \frac{N_{fst} r_a}{\pi} \int_0^{\theta_{\max}(r)} \int_{z_1}^{z_2} X(r') H(l - r') \frac{[r \cos(\theta') - r_a] dz' d\theta'}{r'^3}, \quad (11)$$

$$r' = \sqrt{r^2 + r_a^2 - 2rr_a \cos(\theta') + (z - z')^2},$$

где интегрирование проводится по всей длине  $h = z_2 - z_1$  активного объема камеры.  $N_{fst}$  – поверхностная плотность фрагментов, излучаемых из радиатора (вследствие деления ядер  $^{235}\text{U}$ ) в активный объем камеры, при заданном потоке нейтронов:

$$N_{fst} = \int_0^{\infty} \sigma_f(E) \frac{\mu_s}{M_U} N_A \Phi_n(E) dE, \quad (12)$$

где  $\sigma_f(E)$  – эффективное сечение деления ядер  $^{235}\text{U}$  под действием нейтронов с энергией  $E$ ;  $\mu_s$  – поверхностная плотность делящегося элемента  $^{235}\text{U}$ ;  $M_U$  – атомная масса  $^{235}\text{U}$ ;  $N_A$  – число Авогадро;  $\Phi_n(E)$  – поток нейтронов с энергией  $E$ .

Предел интегрирования  $\theta_{\max}$  по угловой переменной, соответствующий суммированию вкладов от видимых с данной точки  $r$  областей поверхности радиатора, определяется выражением

$$\theta_{\max}(r) = \arccos\left(\frac{r_a}{r}\right). \quad (13)$$

Плотность ионизации в треке  $X(s)$  есть количество ионных пар на единицу его длины, функция Хевисайда  $H(x)$  отражает тот факт, что длина трека физически ограничена длиной пробега  $l$  осколков деления. Остальные величины в формуле (11) имеют тот же смысл, что и в работе [6].

Для иллюстрации приведем результаты расчета начальной плотности ионизации в объеме миниатюрной цилиндрической камеры со следующими параметрами [2]:  $h = 10$  мм,  $r_a = 1,25$  мм,  $r_c = 2,25$  мм, наполняющий газ – аргон (давление атмосферное).

На рис. 1 приведена нормированная начальная плотность ионизации, создаваемая типичными фрагментами – ионами Xe и Sr, как функция радиуса, приведенная в центральной плоскости камеры. Нормировка проведена на величину  $N_{fst} r_a / 2\pi$ , пропорциональную скорости делений в радиаторе на единицу его длины.

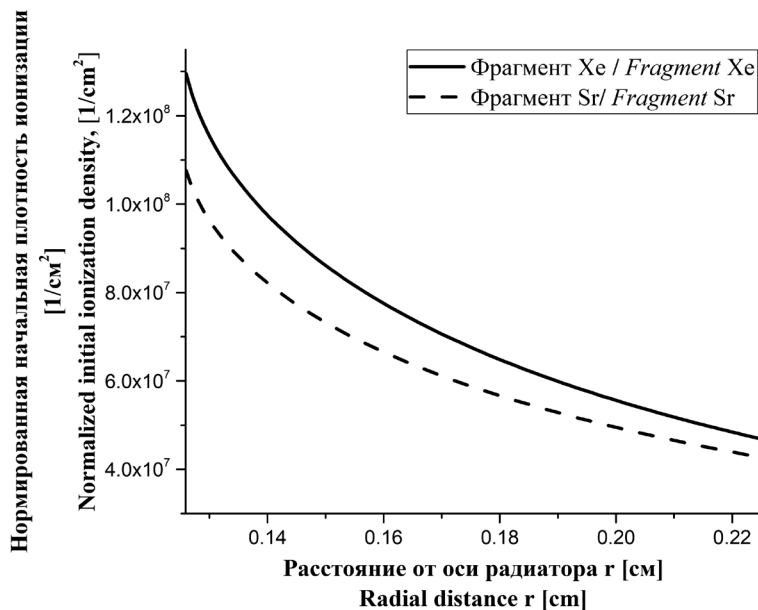


Рис. 1. Радиальное распределение плотности ионизации в камере, создаваемой фрагментами Xe и Sr в плоскости ее симметрии

Fig. 1. Radial distribution of the ionization density created by Xe and Sr fragments in the symmetry plane of the chamber

**Усреднение источника по распределению фрагментов деления по энергии, массе и заряду.**

Формула (11) для плотности ионизации должна быть усреднена для данной конструкции камеры по массе  $m$ , энергии  $E$  и заряду ядра  $Z$  фрагмента в соответствии с вероятностью появления фрагмента с определенными значениями  $Z, m, E$  при делении ядра урана. Рассмотрим сначала дискретное распределение по энергии, массе и заряду  $P_{i,j,k}$  ( $i$  – энергия,  $j$  – масса,  $k$  – заряд). Тогда среднее значение плотности ионизации дается уравнением

$$\langle S \rangle = \langle N(r, z) \rangle = \frac{N_{fst}}{\pi} r_a \int_0^{\theta_{\max}(r)} \int_{z_1}^{z_2} \frac{[r \cos(\theta') - r_a] \sum_{i,j,k} P_{i,j,k} X_{i,j,k}(r') H(l_{i,j,k} - r') dz' d\theta'}{r'^3}, \quad (14)$$

где  $X_{i,j,k}(r')$  – количество пар ионов, создаваемых на единице пути фрагментом с энергией с номером  $i$ , массой с номером  $j$ , атомным номером  $k$ .

Для определения дискретного распределения  $P(i, j, k)$  с помощью программы GEF [13] рассчитываются вспомогательные функции распределения фрагментов –  $P_{E,m}(i, j)$  – по массе и энергии, и  $P_{m,Z}(j, k)$  – по массе и заряду. При этом каждой точке  $(i, j, k)$  дискретного распределения по энергии, массе и заряду ставится в соответствие вес, равный произведению вспомогательных распределений  $P(i, j, k) = P_{E,m}(i, j) P_{m,Z}(j, k)$ .

Сама процедура усреднения по параметрам  $(E, m, Z)$  сводится к следующему: случайным образом выбирается тройка  $(E, m, Z) \sim (i, j, k)$ , далее для нее с помощью программы SRIM [13] рассчитываются пробег и потери энергии фрагмента в зависимости от его энергии. Полученные величины затем пересчитываются на количество пар ионов, зависящее от пройденного фрагментом пути. Рассчитанные для разных троек  $(i, j, k)$  эти функции, умноженные на функцию Хевисайда,  $X_{i,j,k}(s) H(l_{i,j,k} - s)$  складываются с соответствующими весами  $P(i, j, k)$ .

На рис. 2 показано распределение фрагментов деления по массе, заряду и по массе, энергии для спектра Максвелла ( $T = 0,025$  эВ) падающих нейтронов.

На рис. 3 приведена усредненная плотность пар ионов вдоль трека для тепловых нейтронов, имеющих спектр Максвелла с температурой  $T = 0,025$  эВ.

**Ток, электрическое поле и чувствительность ионизационной камеры деления.** Чтобы найти полный ток и чувствительность камеры, необходимо для конкретной геометрии найти решение уравнений (7), (8) с описанным выше распределением начальной ионизации, как источника, и с соответствующими граничными условиями. Ниже приведены результаты для двух случаев: миниатюрной и «большой» камеры.

**Миниатюрная камера.** Рассмотрим часто встречающийся случай, когда поперечный размер камеры много меньше длины свободного пробега большинства фрагментов. В этих условиях можно считать, что плотность ионизации постоянна во всех точках активного объема  $X(s) = \text{const}$ . Тогда член с источником постоянен, т. е.  $S = N(r_a) = N_0 = \text{const}$ , и решение существенно упрощается.

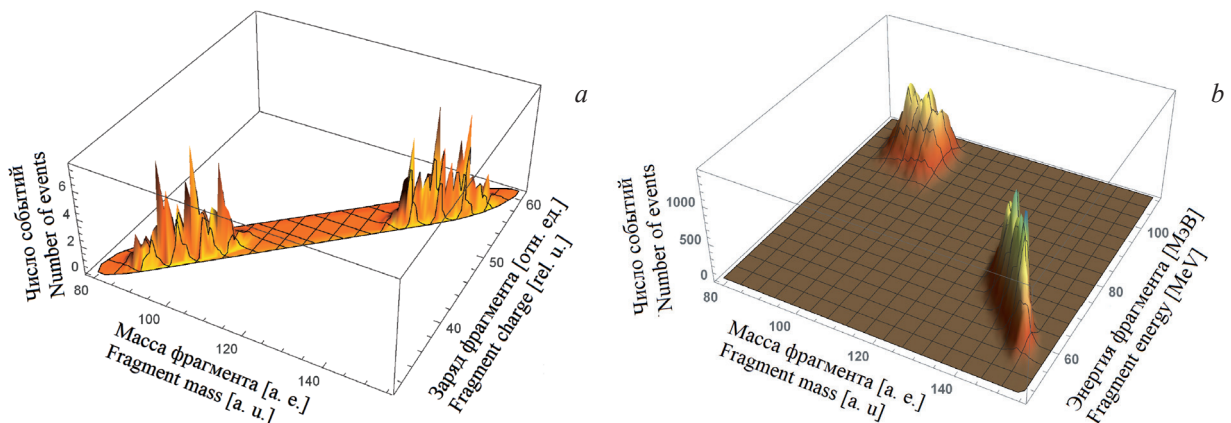


Рис. 2. Распределение фрагментов деления ядра  $^{235}\text{U}$  под действием потока нейтронов, имеющих спектр Максвелла:  $a$  – по массе и заряду,  $b$  – по массе и энергии

Fig. 2. Distribution of fission fragments in the fission of the  $^{235}\text{U}$  nucleus under the influence of the neutron flux having the Maxwell spectrum:  $a$  – by mass and charge,  $b$  – by mass and energy

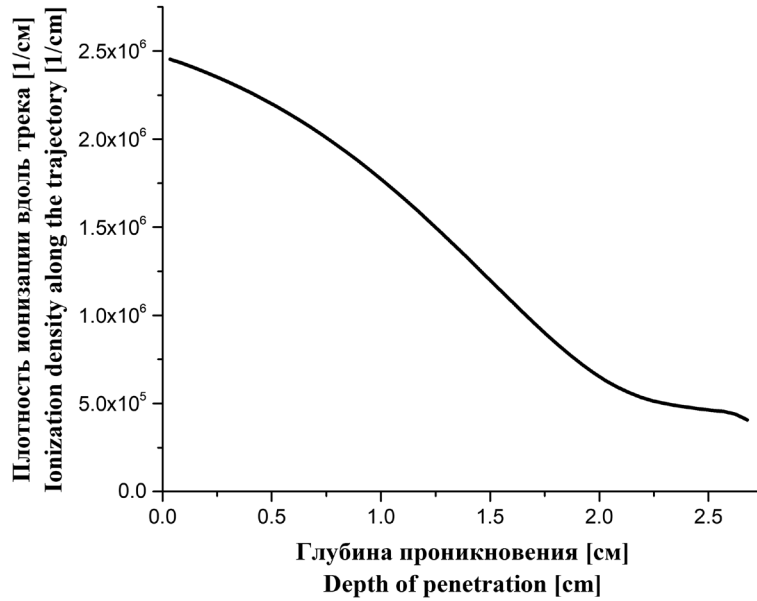


Рис. 3. Усредненная плотность пар ионов вдоль трека, создаваемых фрагментами деления ядра  $^{235}\text{U}$  в аргоне как функция пробега фрагмента деления ядра  $^{235}\text{U}$  (для потоков тепловых нейтронов, имеющих спектр Максвелла  $T = 0,025$  эВ)

Fig. 3. Averaged density of ion pairs along the trajectory, produced by fission fragments of the  $^{235}\text{U}$  nucleus in argon, as a function of the free path of the fragment (for thermal neutron fluxes that have the Maxwell spectrum  $T = 0.025$  eV)

В стационарном режиме работы камеры на плато вольт-амперной характеристики потери  $L$  заряженных частиц в уравнении (7) незначительны по сравнению с источником  $S$  [14]. В отсутствие потерь их решения имеют вид

$$N_e = \frac{N_0(r_c^2 - r^2)}{2b_e(rE(r))}; \quad N_i = \frac{N_0(r^2 - r_a^2)}{2b_i(rE(r))}. \quad (15)$$

Подставляя (15) в (8), получаем окончательное уравнение, описывающее электрический режим камеры:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial (rE(r))^2}{\partial r} = 8\pi e N_0 \left( \frac{r^2 - r_a^2}{2b_i} - \frac{r_c^2 - r^2}{2b_e} \right). \quad (16)$$

Напряженность электрического поля в камере является решением этого уравнения, которое имеет вид

$$E(r) = \sqrt{\pi e N_0 \left( \frac{r^2 - 2r_a^2}{b_i} - \frac{2r_c^2 - r^2}{b_e} \right) + \frac{C}{r^2}}. \quad (17)$$

Это решение должно удовлетворять граничным условиям, а константа интегрирования  $C$  определяется из уравнения (6).

Минимальное значение этой константы  $C_{\min}$  определяет начало плато на вольт-амперной характеристике камеры [7], и потому представляет самостоятельный интерес. В работах [7, 9] исходят из неверной посылки, что минимальное значение константы находится из условия отсутствия электрического поля на аноде  $E(r_a) = 0$ . Как следствие этого условия, в [7, 9] получено выражение для  $C_{\min}$ :

$$C_{\min} = \pi e N_0 r_a^2 \left( \frac{r_a^2}{b_i} + \frac{2r_c^2 - r_a^2}{b_e} \right), \quad (18)$$

определяющее характеристики плато на вольт-амперной характеристике камеры.

Однако отметим, что при определении электрических полей с константой (18) напряженность поля может стать нефизической величиной – комплексной в некоторой области активного объема камеры. Корректное определение характеристик плато на вольт-амперной характеристике следует из требования действительности электрического поля в камере. Для этого потребуем положительности подкоренного выражения в уравнении (17):

$$\pi e N_0 r^2 \left( \frac{r^2 - 2r_a^2}{b_i} - \frac{2r_c^2 - r^2}{b_e} \right) + C \geq 0. \quad (19)$$

Отсюда следует, что минимальное значение константы  $C$  достигается при минимальном значении первого члена левой части этого неравенства

$$C_{\min 1} = \pi e N_0 \frac{(b_e r_a^2 + b_i r_c^2)^2}{b_e b_i (b_e + b_i)}. \quad (20)$$

Электрическое поле с константой (20) действительно во всем объеме камеры, а сама константа  $C_{\min 1}$  может быть использована для корректного определения начала плато ее вольт-амперной характеристики с применением процедуры, изложенной в [7].

Подставив решение (15) для плотностей электронов и ионов в уравнение (10) для полного тока и проинтегрировав по любой поверхности внутри чувствительного объема, например по поверхности анода или катода, получим выражение для полного тока для миниатюрной камеры:

$$I = e \pi h N_0 (r_c^2 - r_a^2). \quad (21)$$

Следует отметить, что, хотя изложенный выше подход справедлив для миниатюрных камер, на практике его часто применяют и к камерам, в которых длина пробега иона сравнима или меньше характерного размера камеры (см., напр., [7]).

*Камера больших размеров.* В этом случае член источника  $S$  в уравнениях (7) изменяется от точки к точке внутри активного объема, что обусловлено зависимостью плотности ионизации вдоль трека  $X(s)$  от длины трека  $s$ . Для цилиндрической камеры в произвольном случае функция источника описывается формулой (11):  $S(\vec{r}) = N(r, z)$ .

Плотность электронов и ионов можно получить интегрированием системы уравнений (7)

$$N_e(r, z) = \frac{1}{b_e (rE(r))} \int_r^{r_c} r_1 S_e dr_1; \quad N_i(r, z) = \frac{1}{b_i (rE(r))} \int_{r_a}^r r_1 S_i dr_1. \quad (22)$$

Подставив значения плотностей из уравнения (22) в уравнение Пуассона, получим уравнение для определения электрического поля:

$$\frac{\partial (rE(r))^2}{\partial r} = 8\pi r e \left( \frac{1}{b_i} \int_{r_a}^r r_1 S_i dr_1 - \frac{1}{b_e} \int_r^{r_c} r_1 S_e dr_1 \right), \quad (23)$$

решением которого является выражение

$$E(r) = \sqrt{\frac{C}{r^2} + \frac{8\pi e}{r^2} \int_{r_a}^r r_2 \left( \frac{1}{b_i} \int_{r_a}^{r_2} r_1 S_i dr_1 - \frac{1}{b_e} \int_{r_2}^{r_c} r_1 S_e dr_1 \right) dr_2}. \quad (24)$$

Как и в случае миниатюрной камеры, минимальное значение константы  $C$ , при котором электрическое поле остается действительным, определяется минимумом правой части под квадратным корнем выражения (24). После сокращения несущественных множителей в равенстве нулю производной правой части (24), уравнение для определения положения минимума принимает вид

$$\int_{r_a}^r r_1 S_e dr_1 = \frac{b_i}{b_e + b_i} \int_{r_a}^{r_c} r_1 S_e dr. \quad (25)$$



Для оценки положения минимума воспользуемся малостью коэффициента при интеграле в правой части (он составляет величину порядка  $\sim 10^{-4}$ ). Это означает, что  $r$  близко к  $r_a$  и что интеграл в левой части можно представить в виде приближенной формулы прямоугольников. В результате положение минимума  $r_m$  будет определяться выражением

$$r_m = r_a + \frac{b_i}{b_e + b_i} \frac{1}{r_a S(r_a)} \int_{r_a}^{r_c} r_1 S(r_1) dr_1. \quad (26)$$

С учетом (26) минимальное значение константы интегрирования  $C$  для камеры больших размеров имеет вид

$$C_{\min 2} = -8\pi e \int_{r_a}^{r_m} r_2 \left( \frac{1}{b_i} \int_{r_a}^{r_2} r_1 S_i dr_1 - \frac{1}{b_e} \int_{r_2}^{r_c} r_1 S_e dr_1 \right) dr_2. \quad (27)$$

Необходимая константа интегрирования должна быть определена для каждого значения разности потенциалов на электродах камеры. Она находится из условия

$$\int_{r_a}^{r_c} dr \sqrt{\frac{C}{r^2} + \frac{8\pi e}{r^2} \int_{r_a}^r r_2 \left( \frac{1}{b_i} \int_{r_a}^{r_2} r_1 S_i dr_1 - \frac{1}{b_e} \int_{r_2}^{r_c} r_1 S_e dr_1 \right) dr_2} = V. \quad (28)$$

Уравнение (28) решается численно с помощью пакета Mathematica. Для этого рассчитывается левая часть уравнения (28) для определенного набора констант интегрирования, начиная с  $C_{\min 2}$ . Затем по полученным точкам строится интерполяционная функция содержимого левой части, по ней определяется обратная функция, которая позволяет найти  $C$  для заданного  $V$ .

После этого плотности ионов и величина электрического поля становятся полностью определенными. Эти поля и плотности можно использовать для вычисления величины полного тока, являющейся экспериментально измеримой и выходной для камеры в токовом режиме.

В цилиндрической камере деления выражение (10) для полного тока можно записать в виде

$$I = 2\pi e h (r N_i b_i E(r) - r N_e b_e E(r)), \quad (29)$$

что с учетом граничных условий (3) эквивалентно выражению

$$I = 2\pi e b_i h (r_c N_i(r_c) E(r_c)) = 2\pi e b_e h (r_a N_e(r_a) E(r_a)), \quad (30)$$

которое используется ниже для численных расчетов полного тока в ИКД.

*Чувствительность ионизационной камеры деления.* Чувствительность камеры  $\eta$  можно записать в виде:

$$\eta = \frac{I}{\Phi_n} = \frac{e}{2\pi} S_{\text{radiator}} \frac{\mu_s}{M_U} N_A \chi \int_{r_a}^{r_c} r dr \int_{-\arccos(r_a/r)}^{\arccos(r_a/r)} d\theta \int_{-z_0}^{z_0} \frac{X(r')(r \cos\theta - r_a) dz'}{(r^2 + r_a^2 - 2rr_a \cos\theta + z'^2)^{3/2}}, \quad (31)$$

где  $\chi = \int_0^\infty \sigma_f(E) \Phi(E) dE$  может быть рассчитана с помощью Монте-Карло моделирования. Следует заметить, что в приближении, когда мы пренебрегли диффузией и рекомбинацией зарядов и учли только дрейф, чувствительность не будет зависеть от подвижностей электронов и ионов и будет определяться только числом пар ионов  $X(s)$ , созданных на единицу длины, усредненных по распределению фрагментов деления по массе, заряду и энергии.

### Численные результаты

Полученные результаты проиллюстрированы ниже для простой цилиндрической ионизационной камеры, описанной в [9]. Она имеет достаточно большие размеры ( $r_a = 0,8595$  см,  $r_c = 2,5695$  см,

$h = 15,24$  см). Общее содержание  $^{235}\text{U}$  в радиаторе камеры составляет  $\mu_s = 680$  мкг/см<sup>2</sup>. Скорость деления в камере для предполагаемого потока нейтронов  $\chi = 1,48 \cdot 10^{-15}$  делений/с,  $N_{fst} = 2585$  фрагмент/(см<sup>2</sup>·с). Напряжение на камере равно 200 В.

Далее приведены усредненные по параметрам  $Z, m, E$  фрагментов деления ядра  $^{235}\text{U}$  результаты для потоков тепловых нейтронов, вызывающих деление и имеющих спектр Максвелла с температурой  $T = 0,025$  эВ. Необходимое Монте-Карло моделирование проводилось с помощью программы GEF.

Электрическое поле, которое возникает в активном объеме камеры в плоскости ее симметрии ( $z = 0$ ), представлено на рис. 4 для обоих вышеуказанных случаев (приближения миниатюрной и «большой» камер). В первом из них длина пробега фрагментов, вносящих основной вклад в ионизацию, существенно больше межэлектродного расстояния, и можно считать  $X(s) = \text{const}$  (модель  $l \gg r_c - r_a$ ). Во втором случае длина пробега порядка или меньше межэлектродного расстояния (модель  $l < \sim r_c - r_a$ ), и необходим учет зависимости  $X(s)$  вдоль трека. Видно, что приближение миниатюрной камеры, описанной в работе [9], приводит к неправдоподобному росту поля на ее периферии.

На рис. 5 представлены плотности ионов и электронов в рабочем объеме камеры для двух моделей, различия которых довольно существенны, для ионов – более чем в 2 раза, для электронов – более чем в 4 раза.

Кроме «большой» камеры (параметры взяты из [9]), были проведены расчеты также и для миниатюрной камеры, описанной в [2]. В таблице приведены значения выходных токов и чувствительностей рассмотренных ИКД при заданной скорости деления  $\chi = 1,48 \cdot 10^{-15}$  делений/с в радиаторе и сечении деления ядра  $^{235}\text{U}$  тепловыми нейтронами  $\sigma_f = 572$  барн [9]. Для сравнения

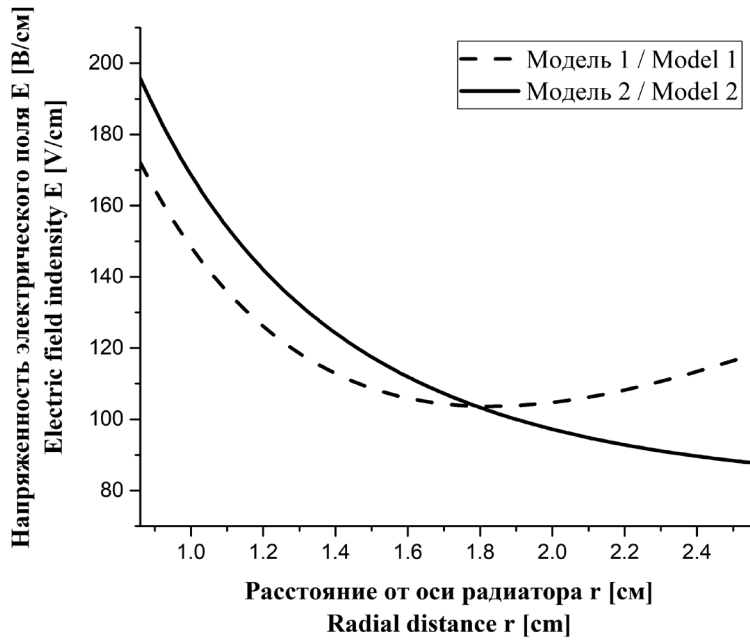


Рис. 4. Радиальная зависимость электрического поля  
Fig. 4. Radial dependence of the electric field

**Выходные токи и чувствительность ИКД для скорости деления  $^{235}\text{U}$  в радиаторе  $\chi = 1,48 \cdot 10^{-15}$  делений/с**  
**Output currents and the sensitivity of the FC for the fission rate of  $^{235}\text{U}$  in the radiator  $\chi = 1.48 \cdot 10^{-15}$  fissions/s**

Приближение	Миниатюрная камера [2], тепловые нейтроны		«Большая» камера [9], тепловые нейтроны	
	Ток, А	Чувствительность, А см <sup>2</sup> /с/нейтрон	Ток, А	Чувствительность, А см <sup>2</sup> /с/нейтрон
Миниатюрная камера: $X(s) = \text{const}$	$1,08 \cdot 10^{-10}$	$4,15 \cdot 10^{-17} / 1,50 \cdot 10^{-17} *$	$2,68 \cdot 10^{-7}$	$1,03 \cdot 10^{-13} / 1,05 \cdot 10^{-14} *$
«Большая» камера: $X(s) \neq \text{const}$	$5,69 \cdot 10^{-11}$	$2,20 \cdot 10^{-17} / 1,50 \cdot 10^{-17} *$	$5,84 \cdot 10^{-8}$	$2,26 \cdot 10^{-14} / 1,05 \cdot 10^{-14} *$

\*Чувствительность для камер [15], имеющих геометрические параметры, близкие к параметрам камер [2, 9].

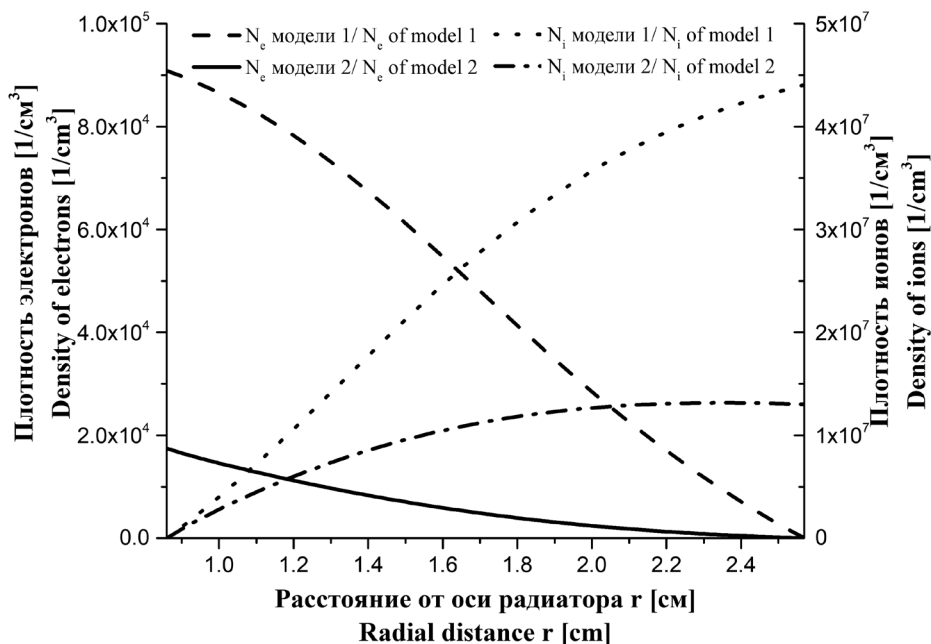


Рис. 5. Радиальная зависимость плотности ионов и электронов

Fig. 5. Radial dependence of the ion and the electron density

приведены также значения чувствительностей, полученных в [15] для камер, имеющих геометрические параметры, близкие к параметрам камер из работ [2, 9].

Результаты, представленные в таблице, показывают, что использование приближения постоянства плотности ионизационных потерь вдоль трека ( $X(s) = \text{const}$ , приближение миниатюрных камер) для камеры большого размера приводит к ошибке для ее чувствительности величиной в порядок и более.

**Заключение.** В работе построена самосогласованная модель ионизационной камеры деления, работающей в токовом режиме, которая учитывает образующийся в камере пространственный заряд. В основу модели положены уравнения непрерывности для ионов и электронов и уравнение Пуассона для электрического поля. Источник для уравнений непрерывности рассчитан с учетом корректного распределения начальной плотности ионизации в активном объеме камеры, функция энергетических потерь фрагмента деления ядра урана рассчитывалась с помощью программы SRIM, а разброс фрагментов деления по их заряду, массе и энергии – с помощью программы GEF.

Найдены распределения плотности ионов и электронов и электрического поля внутри активного объема для двух типов камер – миниатюрных и «больших» с учетом пространственного заряда.

Дан правильный алгоритм для расчета минимального напряжения на ИКД для обеспечения стационарной работы камеры (начало плато вольт-амперной характеристики). Показано, что часто используемое условие отсутствия электрического поля на аноде  $E(r_a) = 0$  для определения этой величины является некорректным, поскольку приводит к комплексным значениям электрического поля внутри активного объема камеры.

Показано также, что применяемое на практике использование приближения постоянства плотности генерации пар ионов осколком деления вдоль трека для «больших» камер приводит к существенным ошибкам в оценке плотностей ионов и электронов и электрических полей внутри ИКД, при этом чувствительности могут отличаться на порядок.

#### Список использованных источников

1. Antolínez, A. Fission chambers designer based on Monte Carlo techniques working in current mode and operated in saturation regime / A. Antolínez, D. Rapisarda // Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A. – 2016. – № 825. – P. 6–16.

2. Modelling of Fission Chambers in Current Mode– Analytical Approach / S. Chabod [et al.] // Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A. – 2006. – № 566. – P. 633–653.
3. Experimental Verification of the Fission Chamber Gamma Signal Suppression by the Campbelling Mode / L. Vermeeren [et al.] // IEEE Trans. Nucl. Sci. – 2011. – Vol. 58. – P. 362–369.
4. Combined analysis of neutron and photon flux measurements for the Jules Horowitz Reactor core mapping / D. Fourmentel [et al.] // 2nd Int. Conf. on Advancements in Nuclear Instrumentation Measurement Methods and their Applications (ANIMMA). – 2011.
5. Лэ Тхи Зиёу Хьён. Моделирование эффекта выгорания материалов радиатора ионизационной камеры методом Монте-Карло / Лэ Тхи Зиёу Хьён, А. А. Хрущинский, С. А. Кутень // Инженер.-физ. журн. – 2017. – Т. 90, № 5. – С. 1339–1343.
6. Лэ Тхи Зиёу Хьён. Распределение начальной ионизации в рабочем объеме ионизационной камеры / Лэ Тхи Зиёу Хьён, А. А. Хрущинский, С. А. Кутень // Вес. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. – 2017. – № 1. – С. 111–119.
7. Poujade, O. Modeling of the saturation current of a fission chamber taking into account the distortion of electric field due to space charge effects / O. Poujade, A. Lebrun // Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A. – 1999. – № 433. – P. 673.
8. Chabod, S. Improvements in the modeling of micro fission chambers operated in current mode / S. Chabod, A. Letourneau // 1st Int. Conf. on Advancements in Nuclear Instrumentation, Measurement Methods and their Applications. – Marseille, 2009. – P. 1–6.
9. Hadad, K. Analysis and optimization of a fission chamber detector using MCNP4C and Srim Monte Carlo codes / K. Hadad, M. Hashemi // Iran. J. Sci. and Technol., A. – Vol. 33, №. A3.
10. Малышев, Е. К. Газоразрядные детекторы для контроля ядерных реакторов / Е. К. Малышев, Ю. Б. Засадыч, С. А. Стабровский. – М.: Энергоатомиздат, 1991. – 161 с.
11. Ландау, Л. Д. Теоретическая физика / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. – М.: Физматлит, 2003. – Т. 2: Теория поля. – 504 с.
12. Ziegler, J. F. SRIM – The Stopping and Range of Ions in Matter/ J. F. Ziegler, J. P. Biersack, M. D. Ziegler // Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. B: Beam Interactions with Materials and Atoms. – 2010. – Vol. 268, № 11. – P. 1818–1823.
13. Schmidt, K.-H. General description of fission observables, GEF model / K.-H. Schmidt, B. Jurado, Ch. Amouroux // JEFF Report 24, NEA Data Bank of the OECD, 2014. – 206 p.
14. Росси, Б. Ионизационные камеры и счетчики / Б. Росси, Г. Штауб. – М.: Иностран. лит., 1951. – 241 с.
15. Neutron Flux Detectors for nucleonic systems [Electronic resource]. – Mode of access: <http://www.ultra-ncs.com/neutron-flux-trip-systems/31-neutron-flux-detectors/file>. – Date of access: 04.12.2017.

## References

1. Antolínez A., Rapisarda D. Fission chambers designer based on Monte Carlo techniques working in current mode and operated in saturation regime. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, Section A*, 2016, no. 825, pp. 6–16. Doi: 10.1016/j.nima.2016.03.050
2. Chabod S., Fioni G., Letourneau A., Marie F. Modelling of Fission Chambers in Current Mode– Analytical Approach. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, Section A*, 2006, no. 566, pp. 633–653. Doi: 10.1016/j.nima.2006.06.067
3. Vermeeren L., Weber M., Oriol L., Breaud S., Filliatre P., Geslot B., Jammes C., Normand S., Lescop B. Experimental Verification of the Fission Chamber Gamma Signal Suppression by the Campbelling Mode. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, 2011, vol. 58, pp. 362–369. Doi: 10.1109/ANIMMA.2009.5503801
4. Fourmentel, D., Villard J-F. [et al.] Combined analysis of neutron and photon flux measurements for the Jules Horowitz Reactor core mapping. *2nd International Conference on Advancements in Nuclear Instrumentation Measurement Methods and their Applications (ANIMMA)*, 2011. Doi: 10.1109/ANIMMA.2011.6172905
5. Le Thi Dieu Hien, Khrushchinskii A. A., Kuten S. A. Modeling the burn-up effect of the radiator materials of the ionization chamber by the Monte Carlo method. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 2017, vol. 90, no. 5, pp. 1274–1278. Doi: 10.1007/s10891-017-1683-x
6. Le Thi Dieu Hien, Kuten S. A., Khrutchinsky A. A. Initial ionization distribution in the active volume of the ionization chamber. *Vestsi Natsyional'най akademii navuk Belarusi. Seryia fizika-matematychnykh navuk = Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physics and Mathematics series*, 2017, no. 1, pp. 111–119 (in Russian).
7. Poujade, O., Lebrun A. Modeling of the saturation current of a fission chamber taking into account the distortion of electric field due to space charge effects. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, Section A*, 1999, no. 433, p. 673. Doi: 10.1016/S0168-9002(99)00386-1
8. Chabod, S., Letourneau A. Improvements in the modeling of micro fission chambers operated in current mode. *1st International Conference on Advancements in Nuclear Instrumentation, Measurement Methods and their Applications*. Marseille, 2009, pp. 1–6. Doi: 10.1109/animma.2009.5503675
9. Hadad K., Hashemi M. Analysis and optimization of a fission chamber detector using MCNP4C and Srim Monte Carlo codes. *Iranian Journal of Science & Technology, Transaction A*, vol. 33, no. A3.
10. Malyshev E. K., Zasadych Ju. B., Stabrovskii S. A. *Gas-Discharge detectors for the nuclear reactors control*. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1991. 161 p. (in Russian).
11. Landau L. D., Lifshitz E. M. *Theoretical physics. Vol. 2. Theory of fields*. Moscow, Fizmatlit Publ., 2003. 504 p. (in Russian).

12. Ziegler J. F., Biersack J. P., Ziegler M. D. SRIM – The Stopping and Range of Ions in Matter. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms*, 2010, vol. 268, no. 11, pp. 1818–1823. Doi: 10.1016/j.nimb.2010.02.091.

13. Schmidt K.-H., Jurado B., Amouroux Ch. General description of fission observables, GEF model. *JEFF Report 24, NEA Data Bank of the OECD*, 2014. 206 p.

14. Rossi B., Staub G. *Ionization chambers and counters*. New York, McGraw-Hill, 1949. 241 p.

15. *Neutron Flux Detectors for nucleonic systems*. Available at: <http://www.ultra-ncs.com/neutron-flux-trip-systems/31-neutron-flux-detectors/file>. (date access 4 December 2017).

### Информация об авторах

**Лэ Тхи Зиен Хьен** – аспирантка, Беларуский государственный университет (пр. Независимости, 4, 220030, г. Минск, Республика Беларусь). E-mail: hienle.job@gmail.com

**Кутень Семен Адамович** – кандидат физико-математических наук, заведующий лабораторией, Институт ядерных проблем Белорусского государственного университета (ул. Бобруйская, 11, 220030, г. Минск, Республика Беларусь). E-mail: kut@inp.bsu.by

**Хрущинский Аркадий Аркадьевич** – кандидат физико-математических наук, ведущий научный сотрудник, Институт ядерных проблем Белорусского государственного университета (ул. Бобруйская, 11, 220030, г. Минск, Республика Беларусь). E-mail: arluchr@mail.ru

### Information about the authors

**Le Thi Dieu Hien** – Postgraduate Student, Belarusian State University (4, Nezavisimosti Ave., 220030, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: hienle.job@gmail.com

**Siamion A. Kuten** – Ph. D. (Physics and Mathematics), Head of the Laboratory, Institute for Nuclear Problems of the Belarusian State University (11, Bobruiskaya Str., 220030, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: kut@inp.bsu.by

**Arkady A. Khrutchinsky** – Ph. D. (Physics and Mathematics), Leading Researcher, Institute for Nuclear Problems of the Belarusian State University (11, Bobruiskaya Str., 220030, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: arluchr@mail.ru