Adalékok Wald Ábrahám életrajzához

Additions to Abraham Wald's biography

Adăugări la biografia lui Abraham Wald

FERENC Márta, LŐRINCZ Annamária, OLÁH-GÁL Róbert

Sapientia Erdélyi Magyar Tudományegyetem, Csíkszeredai Kar,
martaferenc26@gmail.com, lorincz.anika@yahoo.com, olahgalrobert@uni.sapientia.ro

Összefoglaló

Száz évvel Bolyai János születése után Kolozsváron született egy másik nagy, de sajnos kevébé ismert matematikus, Wald Ábrahám. Wald Ábrahám ortodox-zsidó (hasszid) családban született. Sajnos nagyon kevés dokumentum maradt meg Wald életéről. A modern statisztikákban és az ökonometriában Wald nevét sok tétel őrzi. Ebben a cikkben eredeti dokumentumokat mutatunk be Wald Ábrahám életéről, nevezetesen: a kolozsvári piarista gimnázium matrikulai nyilvántartását, és 3 Wald Ábrahám által Alexits Györgynek magyarul írt levelet. A levéltári anyagok bemutatása forrásközlés. A cikk végén hangsúlyozzuk Wald Ábrahám szellemi és anyagi örökségének megőrzésének fontosságát. Wald örökségének megőrzéséhez emléktáblát kellene felállítani a Waldek szülői házának falán, Kolozsváron.

Abstract

One hundred years after the birth of János Bolyai, another well-known mathematician, Ábrahám Wald, was born in Cluj-Napoca. Ábrahám Wald was born into a Jewish-Orthodox family. Unfortunately, we don't have many documents about Wald's life. In modern statistics and econometrics many theorems of Wald's name are related. In this article we present original documents about the life of Ábrahám Wald, namely: the matriculation register from the Piarist High School in Cluj, and 3 letters of Ábrahám Wald written to György Alexits in Hungarian. Our presentation is an authentic first publication. At the end of this article, we emphasize the importance of commemorating the intellectual and material heritage of Ábrahám Wald. The commemoration of Wald's legacy should be manifested by the unveiling of a memorial plaque at Wald's parental home in Cluj-Napoca.

Rezumat

Cu o sută de ani după nașterea lui János Bolyai, la Cluj-Napoca s-a născut și un alt matematician renumit: Ábrahám Wald.

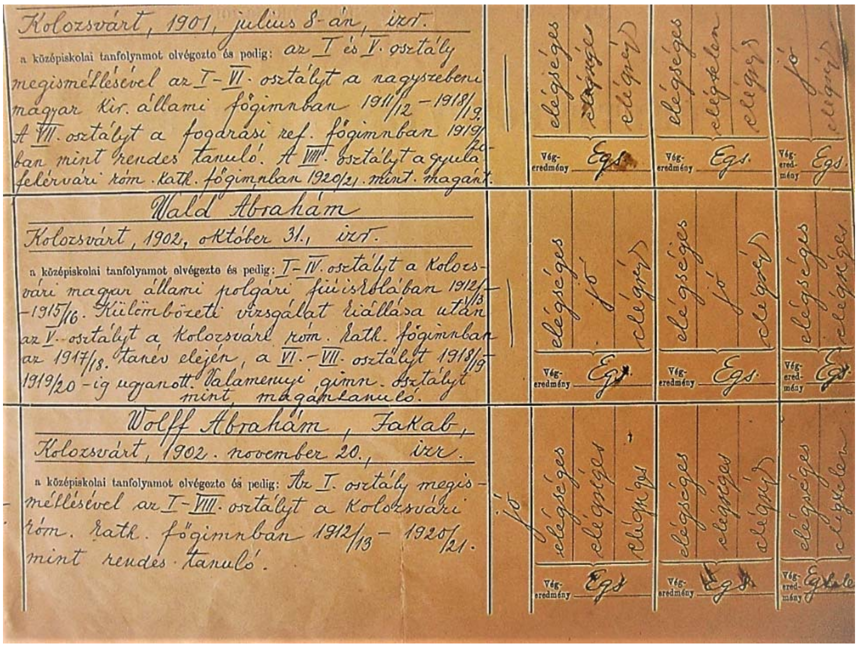
Ábrahám Wald s-a născut într-o familie evreu-ortodoxă. Din păcate, nu avem multe documente despre viața lui Wald. În statistică modernă și în econometrie sunt legate multe teoreme de numele lui Wald. În acest articol vă prezentăm documente originalei despre viața lui Ábrahám Wald, și anume: registrul matricol de la gimnaziu piarist din Cluj și 3 scrisoari ale lui Ábrahám Wald către György Alexits în limba maghiară. Prezentarea noastră reprezintă o primă publicare autentică. La sfârșitul acestui articol accentuăm importanța de a comemora moștenirea intelectuală și materială ale lui Wald Ábrahám. Comemorarea moștenirea lui Wald ar trebui să se manifeste cu dezvăluirea unei plăci comemorativă la casa părintească a lui Wald din Cluj-Napoca.

Hét éve, Oláh-Gál Róbert írt egy figyelemfelkeltő cikket a kolozsvári Szabadságban „Állítsunk emléktáblát Wald Ábrahámnak”. Abban az írásban a szerző kiemelte, hogy Bolyai János születése után 100 évre, ugyancsak Kolozsváron született egy másik híres matematikus Wald Ábrahám, akiről viszont alig tudunk valamit. Azóta sem halad sokat előre az emléktábla állításának ügye. Igaz, hogy arra a cikkre reagálva Kása Zoltán professzor is utána kutatott és talált is néhány értékes okiratot Wald Ábrahám egyetemi tanulmányait és családi környezetét illetően.

Waldék ortodox zsidó („hasszid”) család volt és elzárkóztak a közéleti szerepléstől. Wald Ábrahám végig magántanuló volt, és ezért is alig maradt fent dokumentum a fiatalkori éveiből. A családot a nyilas terror deportálta, és így szinte semmi adat vagy dokumentum sem maradt meg róluk. Annyira nem, hogy mikor Kása professzor e-mail kapcsolatba lépett Wald Ábrahám fiával a Chicagoban élő Robert Wald fizikaprofesszorral, akkor Robert Wald Kása Zoltántól tudta meg, a kolozsvári nagyapjának a nevét. (Ennek belátásához hozzátartozik, hogy Wald Ábrahám és felesége 1950-ben repülőszerencsétlenségben elhunytak, és Robert Wald és nővére 3 illetve 7 évesek voltak.)

Wald Ábrahám jelentősége, az idő múlásával csak fényesebbé válik, mert a modern statisztikában és ökonometriában nagyon fontos és mély matematikai tételek kapcsolódnak a nevéhez. A Rényi Alfréd MTA Matematikai Kutató Intézetében Tusnády Gábor akadémikus által végzett felmérés szerint Wald a 5. legnagyobb magyar matematikus. Ez a pozíció igen előkelő, mert megelőzi a Nobel-díjas Harsányi Jánost, de Fejér Lipótot is stb. Természetesen amikor 2012-ben, a Szabadságban Oláh-Gál Róbert javasolta, hogy állítsanak emléktáblát Wald Ábrahámnak, akkor már a matematika-történészeknek jól ismert volt a neve. De mind tudták, hogy alig vannak megbízható adataink Wald Ábrahámról. Éppen ezért még a 70-es években N. N. Mihaileanu román matematikatörténész felkérte az akkor még jó erőben lévő T. Tóth Sándor Kolozsváron élő és dolgozó matematikatörténészt, hogy keressen adatokat Wald Ábrahámról. T. Tóth Sándor így jutott el Lakatos István zenetanárhoz, aki bejáratos volt a Wald-családhoz, mert zongoraórákat adott a család néhány tagjának. Sajnos, elhunytak az élő tanúk, és Oláh-Gál Róbert hiába kerestette Mihaileanu hagyatékában T. Tóth Sándor levelét, mert azóta elkallódott. És Kása professzor felkereste T. Tóth Sándor özvegyét, de az özvegy sem tudott pontos információkkal szolgálni.

Wald Ábrahám középiskolai bizonyítványai


Kolozsvárt, 1901, julius 8-án, izr.
a középiskolai tanfolyamot elvégezte és pedig: az I és V. osztály megismétlésével az I–VI. osztályt a nagyszebeni magyar kir. állami főgimnban 1911/12–1918/19 A VII. osztályt a fogarasi ref. főgimnban 1919/20-ban mint rendes tanuló. A VIII. osztályt a gyulafehérvári róm. kath. főgimnban 1920/21. mint magán.
Vég-eredmény Egs. Vég-eredmény Egs. Vég-eredmény Egs.

Wald Ábrahám
Kolozsvárt, 1902, október 31., izr.
a középiskolai tanfolyamot elvégezte és pedig: I–IV. osztályt a kolozsvári magyar állami polgári fiúiskolában 1912/13–1915/16. Különbözeti vizsgálat kiállása után az V. osztályt a kolozsvári róm. kath. főgimnban az 1917/18. tanév elején, a VI.–VII. osztályt 1918/19, 1919/20-ig ugyanott. Valamennyi gimn. osztályt mint magántanuló.
elégséges jó elégs. Vég-eredmény Egs. elégséges jó elégs. Vég-eredmény Egs. elégséges jó elégs. Vég-eredmény Egs.

Wolff Ábrahám, Jakab,
Kolozsvárt, 1902. november 20., izr.
a középiskolai tanfolyamot elvégezte és pedig: Az I. osztály megismétlésével az I–VIII. osztályt a kolozsvári róm. kath. főgimnban 1912/13–1920/21. mint rendes tanuló.
jó elégséges elégséges elégs. Vég-eredmény Egs. Vég-eredmény Egs. Vég-eredmény Egs.

Éppen ezért nagyon megörvendtünk, amikor új és megbízható dokumentumokra bukkantunk Wald Ábrahám életét illetően. Először a Román Nemzeti Levéltár Kolozs megyei kirendeltségében, ahol megtaláltuk a piarista gimnázium anyakönyveit, melyekben Wald Ábrahám is szerepel, mint magántanuló. Ebből megtudhatjuk, hogy magyar nyelvből és vallásból is jeles volt, természettudományból kitűnő! De azt is, hogy VII. gimnazistaként német nyelvből pótvizsgára ítéltetett. És mire VIII. gimnazista lett, megtörtént az impériumváltás, Kolozsvár román város lett és Wald román nyelvből is elégséges osztályzatot kapott. Sőt ez is igazolja Kása professzor kutatását, hogy aztán beiratkozott a Ferdinánd Tudományegyetemre, mert kért egy román nyelvű „érettségi igazolványt” a piaristáktól.

„*Wald Ábrahám*
1919. szeptember 20.
Vallástan jeles

Magyar nyelv jó
Latin nyelv jó
Görög nyelv üres
Görögpótló irodalom: jó
Nyelv: elégséges
Német nyelv elégtelen
Filozófia pedagógia: üres
Történelem: elégséges
Földrajz: üres
Természetrajz: üres
Természettan: elégséges
Mennyiségtan: elégséges
Rajzoló geometria üres
Szépírás: üres
Szabadkézi rajz: üres
Testgyakorlás: üres
Ének: üres
Egészségtan: üres
Utoljára beoltatott: üres
Írásbeli dolgozatok külső alakja: üres
A tanévben elmulasztott órák száma: igazolt: üres, igazolatlan: üres
Magaviselet: üres"
„*A tanári testület záróértekezleti ítélete: Javító vizsgálatra határoztatik*
Mint az 1918/19 tanévre beírt magántanuló, 1919. szeptember 18-án napján pótló magánvizsgálatott tett.
Kolozsvárt, 1902. október 31., izr.

A középiskolai tanfolyamot elvégezte és pedig I-IV osztályt a Kolozsvári magyar állami polgári fiúiskolában 1912/12-1915/16. Különbözeti vizsgálat kiállása után az V. osztályt a Kolozsvári róm. Kath. Főgimnáziumban az 1917/18. tanév elején, a VI-VII osztályt 1918/19-1919/20-ig ugyanott. Valamennyi gimn. osztályt, mint magántanuló."

Wald-egyensúly

Az alábbiakban röviden ismertetjük Waldnak a közgazdaságban és ökonometriában betöltött szerepét (az ún. Wald-egyensúlyt)

A közgazdaságban piaci egyensúlyról akkor beszélhetünk, ha az adott piacon a kereslet illetve kínálat mennyisége megegyező. A kereslet illetve kínálat függvényének ugyanazon koordináta rendszerben való ábrázolása és metszéspontjának meghatározásával a piaci egyensúly jól szemléltethető, valamint leolvashatóvá válik ez által az egyensúlyi ár, egyensúlyi mennyiség is. A piaci egyensúly mechanizmusát, szabályszerűségét illetve kialakulásának folyamatát már Adam Smith skót közgazdász is vizsgálta az általa bevezetett metafora a láthatatlan kéz. [1]

Abban az esetben, ha a gazdaság összes piacán egyensúly van akkor általános egyensúlyt feltételezhetünk.

Az általános egyensúlyelmélet alapjait Léon Walras dolgozta ki, törvénye kimondja, hogy ha egy kivételével minden piac egyensúlyban van, akkor meghatározott feltételek mellett ez az utolsó piac is egyensúlyba fog kerülni. [1]

1935-ben Wald Ábrahám elsőként bizonyította Walras modelljében az egyensúly létezését, a termelésre illetve cserére vonatkozóan is egy-egy általános egyensúlyi modellt dolgozott ki. [2]

1 https://hu.wikipedia.org/wiki/Piaci_egyens%C3%BAly
2 TUDOMÁNYELMÉLET Közgazdasági Szemle, LIII. évf., 2006. február (175–194. o.)
MÓCZÁR JÓZSEF Arrow–Debreu-modell és a Kornai-kritika harminc év után

Megoldásában azt a feltételt használta miszerint a termékek árai csupán az általunk termelt mennyiségeiktől függnek, a versenytársak által termelt mennyiségektől nem[3].

Wald Ábrahám a termelési kidolgozása során a következő Walras-Cassel egyenletekből indult ki:

$$d_i = c_{i1}x_1 + c_{i2}x_2 + \cdots + c_{in}x_n \quad (i=1,2,3,\ldots..m)$$

$$y_i = c_{1j}z_1 + c_{2j}z_2 + \cdots + c_{mj}z_m \quad (j=1,2,3,\ldots..n)$$

$$y_i = g_j(x_1, x_{2,\ldots,}x_n) \quad (j=1,2,3,\ldots..n)$$

A jelölések értelmezése:

d_i az i-edik termelési tényezőből rendelkezésre álló mennyiség, c_{ij} a j-edik termék egységéhez szükséges ráfordítás az i-edik termelési tényezőből, x_j a j-edik termékből előállított mennyiség, y_j a j-edik termék egységára, z_i az i-edik termelési tényező egységára, és az $g_j(x_1, x_{2,\ldots,}x_n)$ a j-edik termék inverz keresleti függvénye.

Az ismeretlenek: x_j, y_j, z_i, míg c_{ij}, d_i paramétereket jelölnek. Walras modelljében csupán a „szűkös" termelési tényezők jelennek meg, tehát a gazdaság adataként definiálta. [2]

Wald bebizonyította, hogy van egyértelmű és nem negatív megoldása ennek a 2m+n egyenletből, ismeretlenből álló egyenletrendszernek.

Megadta az általános egyensúlyi probléma első igazi megoldását, hiszen megoldásával megfelelt a következő értelmezésnek, megoldása olyan modelleket alkot melyekben a termelők és a fogyasztók kölcsönös függősége meghatározott a magántulajdonban levő gazdasági rendszerek tekintetében. E mellett kimutatja, előre vetíti a gazdasági szereplők egymástól függetlenül hozott döntéseit. Megadja az árrendszer szerepét a gazdasági szereplők által hozott esetlegesen konfliktusos döntések közvetítésében. Továbbá meghatározza azon szerkezetek robusztusságát, amelyek megoldást nyújtanak az eddig felsorolt problémákra, kérdésekre. [4]

Wald munkássága a közgazdasággal kapcsolatosan tovább is kiterjedt hiszen cseremodelljében megjelent a csökkenő határhaszonra vonatkozó feltevés.[4]

1965-ben az ugyancsak magyar származású Neumann János adott egy bizonyítást a általános egyensúly problémára a Wald-féle megszorító feltétel nélkül [5].

Wald Ábrahám a második világháború alatt az Amerikai Egyesült Államokban telepedett le, ahol egy különleges programon dolgozott a Statisztikai Kutatócsoport tagjaként. E program keretén belül számos amerikai statisztikus dolgozott, elméleti és gyakorlati modelleket dolgoztak ki a háborúban való előnyszerzés érdekében.

E korszakban az értelmiségiek munkájának fő célja a háborús célok elérése volt. Az alapszámítások elvégzésére fiatal amerikai nőket alkalmaztak, akik a Columbia Alkalmazott Matematikai Csoport tagjaiként optimális repülési pályaíveket számoltak a vadászgépek repülési technikájának fejlesztése érdekében, míg a princetoni kutatók a bombázások menetrendjének stratégiáját próbálták optimalizálni. E kutatócsoportok közül azonban a Statisztikai kutatócsoport rendelkezett a legtöbb taggal, illetve ez a csoport számított a legbefolyásosabbnak is. E csoport nemcsak tagjai nagy számáról volt híres, hanem azoknak magas szintű tudományos elismertségéről is. Úgymond a tudomány nagyjaiból tevődött össze. Tagnak számított Leonard Jimmie Savage, a döntéselmélet alapjainak kidolgozója, valamint Frederich Mosteller is, a Harvard egyetem Statisztikai Tanszékének megalapítója. Továbbá Wald kutatótársaként említhetjük Norbert Wienert, a kibernetika atyját, valamint a Nobel-díjas Milton Fiedmant, aki néha csak negyedik volt a csoport legokosabb tagjainak rangsorában. E rangsorban gyakran Wald volt az első helyen, vagyis őt tartották a kutatócsoport legokosabb tagjának.

Wald Ábrahám kutatásai inkább az absztrakció felé irányultak, ezért első pillantásra munkája nem mindig tűnt eredményesnek. A közvetlen alkalmazások nem kötötték le figyelmét, azonban a háborús

3 Mellár Tamás: Szemben az árral: Rendhagyó közgazdasági előadások. Budapest: Akadémiai Kiadó. 2015. ISBN 9789630596077

4 TUDOMÁNYELMÉLET Közgazdasági Szemle, LIII. évf., 2006. február (175–194. o.), MÓCZÁR JÓZSEF Arrow–Debreu-modell és a Kornai-kritika harminc év után

5 Magyar Tudomány, 2003/12 1533. o., A neumanni örökség tanulságai, Zalai Ernő Neumann János és a közgazdaságtan

előnyszerzés valamint a megszerzett tudás az ellenség ellen fordítása érdekében hajlott a közvetlen alkalmazások fele is. A kezdeti ötletek matematikai képletekké való alakítása során Wald volt a legkiválóbb tehetség. Az általa kidolgozott alkalmazások nagy előrelépést jelentettek a hadi technikában illetve stratégiában.

A vadászgépeket páncéllal látták el a golyók elleni találat védelmére, azonban a páncél megnövelte a repülőgép összsúlyát. A többletsúly azonban hátrányt jelent, mivel így nehezebb manőverezni a géppel, valamint megnövekszik az üzemanyag fogyasztás is, ami többlet költségeket generál. Háborús időkben azonban, mikor az erőforrások még szűkösebbek, a költségek csökkentésére kellene törekedni, miközben növelni kellene az eredményességet. A páncélzat egyértelműen szükséges volt, azonban ennek vastagsága adta a fő kérést. A túl nehéz páncél, mint már korábban említésre került, hátrányt jelent a költségek és manőverezés tekintetében. Azonban ha a páncél túl vékony, akkor a gép sebezhetőbbé válik az ellenfél számára, ami még nagyobb veszteséget jelent. Vagyis meg kellene találni egy optimális szintet. Ezen optimum kidolgozása volt Waldék egyik fő célja.

Ezen optimum megtalálása érdekében a katonaság által szolgáltatott adatokat használták fel. A vizsgálat alapját az ütközetből visszatért gépek sérülései képezték. A golyók által létrejött lyukak, sérülések eloszlása nem volt egyenletes a gépek felületén. Az adatok vizsgálata során általános jellemző volt, hogy a törzset több találat érte, mint a hajtóművet. Míg a hajtóműn 1.11 golyótalálat volt négyzetméterenként, addig a törzsön ez az arány 1.73 volt, míg az üzemanyag tartályon 1.55 és a gép más részein 1.8 golyó találat volt egy négyzetméteren. Vagyis a visszatért gépek legsérültebb pontja maga a törzs volt. A tisztek a törzs páncélzatának megerősítését javasolták, míg a kevesebb találatot érő részeken gyengíteni akarták a páncélzatot. A páncélzat vastagságának megállapítására pedig Wald Ábrahámot vélték a legmegfelelőbbnek. Wald azonban más nézőpontból közelítette meg a problémát, ami ellentétben állt a tisztek elméletével. Wald szerint ott kell erősíteni a páncélt, ahol kevesebb a lyuk, vagyis a hajtóműre kell több páncél. Ugyanis az a gép, melynek hajtóművét több találat érte, az lezuhant, vagyis az a gyengepont. Míg az a gép, melynek a törzse sérült, visszatért az ütközetből, vagyis harcképesebb.

E válasz kidolgozása során Wald a sérülések eloszlásából indult ki. A sérülések eloszlása a visszatért gépeken nem egyenletes. Wald feltételezte, hogy a golyók által ütött lyukak egyenletesen érik a gépek felszínét, vagyis azokat a lyukakat kereste, amelyek által a találatok egyenletesen oszlanának meg. E hiányzó lyukak pedig azokon a gépeken vannak, amelyek kimaradtak a vizsgálatból, mivel lezuhantak. Vagyis a gépek azért tértek vissza, mert a találatok inkább a törzset érték és nem a hajtóművet, vagyis a törzsükön sérültek nagyobb túlélési eséllyel rendelkeztek. A hajtómű tájékán sérült gépek viszont nem tértek vissza, mert lezuhantak, vagyis kisebb volt a túlélési esélyük. A hajtómű tehát a fő gyengepont, amit erősíteni kell.

Ezen elmélet matematikai bizonyítása igencsak egyszerű. Vegyünk néhány változót, melyek kezdeti értéke legyen nulla. E változók jelentsék annak valósínűségét, hogy a gépet érő golyó a hajtóművet találják el, amíg ez nulla, addig a gép a levegőben marad. Azonban, ha egyetlen találat is éri a gépet, akkor ezen elmélet szerint nyomban le is zuhan. Vagyis a le nem zuhant, úgymond visszatért gépek csak a hajtóművön nem lennének sérültek, minden más részük tele lenne találatokkal. Vagyis a hajtómű a gép legsebezhetőbb része.

Wald elméletét megvalósították és olyannyira sikeresnek bizonyult, hogy kiterjesztették a hadihajókra is. E technikát még számos más háborúban alkalmazták a későbbiekben, köztük a koreai és vietnami háborúban is. Wald ötlete által megnőtt a visszatérő gépek száma, tehát számos emberi életet is megmentett ezáltal. A lezuhant repülőgépek kisebb aránya előrejelzi a háború végkimenetelét, mivel a legtöbbször azok az országok győznek, ahol 5%-kal kisebb a lezuhant vadászgépek aránya, vagy 5%-kal kisebb azok üzemanyag fogyasztása.

Wald elméletének sikeressége matematikai képzettségében rejlik. A matematikus mindig a feltételezésekből indul ki, illetve ezen feltételezések helyességéből. Míg a tisztek azzal a feltételezéssel éltek, hogy a gépek túlélésének valószínűsége azonos minden gép esetén, a valóságban azonban a golyó általi találatok elhelyezkedése korrelál és a túlélési eséllyel. Az absztrakcióra való hajlama is hozzásegítette az elmélet kidolgozásához, el tudott vonatkoztatni a valóságos alkalmazásoktól, a valós események számára paraméterek voltak, ezért könnyebb volt számára a modellek felépítése, illetve azok vizsgálata.[6]

[6] Lásd bővebben: *Jordan Ellenberg: Hogy ne tévedjünk – A mindennapi élet rejtett matematikája*
Fordította Freud Róbert és Seres Iván, szakmai szempontból ellenőrizte Besenyei Ádám. Park Könyvkiadó, 2016

Wald Ábrahám három magyar nyelvű levele Alexits Györgyhöz

Ahogy említettük Wald Ábrahámtól nagyon kevés dokumentum maradt fenn, főleg nagyon kevés magyar nyelvű okirat. Ezért örvendtünk, amikor észrevettük, hogy az MTA Könyvtár és Információs Központ Kézirattárában őriznek 3 db. Wald Ábrahámtól származó levelet, melyet Wald, fiatalon, 32 éves korában, 1935-ben Bécsből írt Alexits Györgynek. A levelek matematikai témát boncolgatnak, azon belül klasszikus differenciál-geometriai tárgyat (euklideszi térgörbék torzióját és görbületét), de van bene egy személyes vallomás is. Alexits elcsodálkozik, hogy neki Wald Wienből keltezett levelében magyarul ír, mire Wald ezt válaszolja matematikai tömörséggel:

„Végül, hogy kérdésére válaszoljak, a magyar tudásom onnan származik, hogy kolozsvári születésű vagyok. – A pesti matematikusok közül senkit sem ismerek személyesen. A mult évben megismertem Szász Otto volt frankfurti tanárral, akit Ön is talán ismerni fog, mivel gyakran megy Budapestre, ahol rokonai vannak.

Kiváló tisztelettel

Wald”.

1. levél

Nagys. Dr. Alexits G. urnak[7]

Budapest V.

Alkotmány u. 21 (Fischer iroda)

Feladó:

Abs. Dr. Wald Wien VII. Breiteg. 7.

Ms 2293/134. Wien, 1935. I. 11

Igen tisztelt Doktor Ur!

Menger professor úr közölte velem a torsiora vonatkozó érdekes megjegyzéseit. Az Ön definitióját nagyon szépnek találom, azonban föltétlenül szükséges, hogy $\boldsymbol{P = \rho}$ *esetében is értelmezve legyen.*

Ezt Ön ugy gondolja elérni, hogy a B ívben a $\boldsymbol{p\ q}$ *tvolságot* $(\boldsymbol{p\ q})_k = (1 + \frac{1}{k})\boldsymbol{p\ q}$*-val helyettesíti. Ilymodon tényleg egy ív* $\boldsymbol{B_k} \subset \boldsymbol{R_n}$ *keletkezik, melyre nézve azonban szintén* $\boldsymbol{R_k} = \boldsymbol{r_k}$ *érvényes lesz.* $\boldsymbol{R_k}$*. fenti transformator egy hasonlosági tranformatio és így* $\boldsymbol{R_k} = (1 + \frac{1}{k})\boldsymbol{R}$ *;* $\boldsymbol{r_k}=(1 + \frac{1}{k})\ \boldsymbol{r}$*.*

Remélem, hogy más úton a nehézséget mégis eliminálni fog lehetni. Megjegyezni kívánom még, hogy Ön bizonyára elnézésből $\Delta(\boldsymbol{p_1}, \boldsymbol{p_2}, \boldsymbol{p_3}, \boldsymbol{p_4}) - et$

0	1	1	1
1	0	$p_1p_4 . p_2p_3$	$p_1p_3 . p_2p_4$
1		-	-
1		-	-

-al teszi egyenlővé, holott a torsio definitioja csak úgy helyes, ha a fenti determinánsban minden távolságot annak négyzetével helyettesítünk.

Kiváló tisztelettel

Dr. Wald Abraham

Wien VII., Breiegasse 7.

2. levél

http://park.libricsoport.hu/fooldal/konyvek/hogy-ne-tevedjunk-a-mindennapi-elet-rejtett-matematikaja/

A emalap egy nagyon érdekes kivonatot közöl Ellenberg könyvéből, amelyből megérthetjük Wald Ábrahám tudósi tevékenységének és hatásnak lényegét.

http://www.ematlap.hu/index.php/konyvespolc-2017-03/443-hogy-ne-tevedjunk-wald-abraham-es-a-hianyzo-lovedeknyomok

[7] MTA KIK, Ms 2293/134

Wien, 2. V. 35[8]

Igen tisztelt Doktor Ur!

Mindenek előtt elnézését kérem, hogy erős elfoglaltságom miatt szíves levelét csak most válaszolom meg.

A torsio definiciója azt hiszem, hogy így már rendben volna. Amint sz. levelében említi az $R^{(k)}$ *ív szintén euklidesi, ha az eredeti* R *ív euklideszi és pedig a qk pont koordinátái* $\xi 1, \xi 2, \ldots, \xi n, \xi n+1 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(\xi i - pi)^2}{k}}$, *ahol* $\xi 1, \xi 2, \ldots, \xi n$ *a* q *pont és* $p_1, \ldots, p_n$ *a* p *pont koordinátái. Ön a* $\xi n+1$, *koordinátát, bizonyára elnézésből* $\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(\xi i - pi)^2}$ *el teszi egyelővé. Hogy az* $R^{(k)}$ *ív tetszőleges* $q^{(k)} \neq p^{(k)}$ *pontjában* p_k *nem egyenlő* ρ_k*-al és hogy* $\lim_{k} \tau\left(q^{(k)}\right) = \tau(q)$ *bizonyra helyes, bár nem számítottam ki.*

A felületi görbületről írt munkámból sajnos nincs külön lenyomatom, ellenben be fogok Önnek küldeni egy kolloqvium füzetet, melyben ez megjelent. Ezen munkám második része, melyben bebizonyítom, hogy egy kompakt metrikus tér, melynek minden pontjában metrikus felületi görbülete van, egy Gauss-féle felülettel kongruens, nemsokára meg fog jelenni. A Gauss féle felületek tehát az általános metrikus terek között azáltal vannak jellemezve, hogy minden pontban metrikus felületi görbületük van.

Végül, hogy kérdésére válaszoljak, a magyar tudásom onnan származik, hogy kolozsvári születésű vagyok. – A pesti matematikusok közül senkit sem ismerek személyesen. A mult évben megismertem Szász Otto volt frankfurti tanárral, akit Ön is talán ismerni fog, mivel gyakran megy Budapestre, ahol rokonai vannak.

Kiváló tisztelettel

Wald

3. levél

Wien, 1937 jun. 19.[9]

Kedves Kolléga Ur!

Mindenekelött szíves elnézését kérem, hogy ilyen későn válaszolok b. levelére, de az utobbi hetekben külömböző munkákkal annyira el voltam foglalva, hogy igazán nem jutottam hozzá.

A „Windungsmass"-al kapcsolatban elért eredményei nagyon érdekesek. Nem értem azonban a következő tételét: „Ha a mittlere Krümmung $H(p)=0$ *az* $F \subset R_3$ *felület minden pontjában, akkor* F *a síkban fekszik."*

Ez a tétel nem érvényes, mert hiszen léteznek felületek melyeknek a $H(p)$ *identikusan* $= 0$ *és még sem fekszenek a síkban.*

Ugy gondolom, hogy mindnekelőtt a Windungsmass $\omega(p)$ *és a klasszikus torzió közötti összefüggéseket kell tisztázni. Paue-al beszéltem a dologról érdeklődik iránta és a nyári szünet alatt fog vele foglalkozni. Egyébként üdvözletét küldi Önnek és majd értesíteni fogja, ha valami eredményt elér.*

A kéziratát „Über die Endpunkte regularer Kurven" szintén megkaptam. A publikálás ügyében egyedül nem dönthetek, és így továbbítani fogom Mengernek. A Heft 9 leghamarabb ez év végén fog csak megjelenni, tekintettel arra, hogy a Heft 8 csak most lett kész.

Kiváló tisztelettel és

szív. üdvözlettel Wald Abraham

Eddig tartott a levelek szöveghű közlése.

Nekünk továbbra is kötelességünk volna emléktáblával megjelölni Waldék kolozsvári házának helyét.

8 MTA KIK Ms 2293/135

9 MTA KIK, Ms 2293/136