

УДК 621.313.2:629.113.62

## АПРОКСИМАЦИЯ КРИВОЙ НАМАГНИЧИВАНИЯ ТЯГОВЫХ ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЕЙ ТРОЛЛЕЙБУСОВ

Канд. техн. наук РАВИНО В. В., инж. САЦУКЕВИЧ В. Н.

*Белорусский национальный технический университет*

Асп. ГАЛЯМОВ П. М.

*Институт механики и надежности машин НАН Беларуси*

В настоящее время практически на всех видах транспортных средств с электроприводом ведущих колес в качестве тяговых используют в основном электродвигатели постоянного тока последовательного (преимущественно) или смешанного (реже) возбуждения. В полной мере это относится и к троллейбусам [1, с. 154], при проектировании и исследовании трансмиссии которых приходится решать ряд задач, таких как расчет тяговых характеристик или исследование переходных процессов в электромеханической системе «двигатель – трансмиссия», связанных с необходимостью использовать характеристики тягового электродвигателя. Под ними в теории электропривода понимаются зависимости угловой скорости вращения вала тягового электродвигателя соответственно от тока якоря и развиваемого электромагнитного крутящего момента. Первая зависимость называется электромеханической характеристикой, а вторая – механической [2, с. 79]. Указанные характеристики подразделяются на естественные (реализуемые электродвигателем при номинальных параметрах питающей сети, номинальной схеме включения, номинальном магнитном потоке полюсов и при отсутствии добавочных резисторов в цепи якоря) и искусственные (реализуемые при условиях, отличающихся от оговоренных выше). Следовательно, для каждого двигателя естественная характеристика единственна, а искусственных может быть бесконечно много. Однако в имеющейся литературе обычно приводят естественную и не более двух-трех искусственных характеристик тяговых электродвигателей, представленных

в табличной [3, с. 379–383] или графической [4, с. 10] форме. Так как на современных троллейбусах применяется многоступенчатый пуск [4, с. 146–152] (8–13 реостатных ступеней плюс 2–5 ступеней ослабления поля), тяговым электродвигателем реализуется столько же искусственных характеристик. Иногда в литературе приводят искусственные характеристики для конкретных значений сопротивления всех реостатных ступеней, применяемых на троллейбусе определенной модели [5, с. 235], однако они действительны только для троллейбуса данной модели. Использование таблично заданных характеристик требует интерполяции, а применение графически заданных возможно только при «ручных» расчетах. Для компьютерного моделирования динамических процессов в тяговом электроприводе троллейбусов необходимо иметь аналитические выражения как естественной, так и любой из искусственных характеристик тягового электродвигателя троллейбуса.

**Аналитические выражения для характеристик тягового электродвигателя.** Из теории электрических машин [6, с. 489, 535] известно, что работа двигателя постоянного тока описывается следующими выражениями:

$$\omega = \frac{U_{\text{яц}} - I_{\text{я}} R_{\text{яц}}}{C\Phi}; \quad (1)$$

$$M = C\Phi I_{\text{я}}, \quad (2)$$

где  $\omega$  – угловая скорость вращения вала тягового электродвигателя, рад/с;  $I_{\text{я}}$  – ток якоря тягового электродвигателя, А;  $U_{\text{яц}}$  – напряжение, подводимое к цепи якоря тягового электродвигателя, В;  $R_{\text{яц}}$  – сопротивление цепи якоря тягового электродвигателя, Ом;  $M$  – электромагнитный крутящий момент тягового электродвигателя, Н·м;  $C$  – конструктивная постоянная данного тягового электродвигателя, Н·м/(Вб·А);  $\Phi$  – магнитный поток в статоре тягового электродвигателя, Вб.

Введем безразмерные относительные единицы:  $I_{\text{я}}^* = I_{\text{я}} / I_{\text{ян}}$  и  $\Phi^* = \Phi / \Phi_{\text{н}}$ , где индекс «\*» соответствует безразмерным относительному току якоря и магнитному потоку статора, а индексом «н» обозначены номинальные значения этих величин, и преобразуем с их помощью выражения (1) и (2) к следующему виду:

$$\omega = \frac{U_{\text{яц}} - I_{\text{я}} R_{\text{яц}}}{(M_{\text{н}} / I_{\text{ян}}) \Phi^*}; \quad (3)$$

$$M = M_{\text{н}} \Phi^* I_{\text{я}}^*, \quad (4)$$

позволяющему вместо конструктивной постоянной данного тягового электродвигателя, численные значения которой не приводятся в справочной литературе, использовать при расчетах номинальный ток якоря  $I_{\text{ян}}$  и номинальный крутящий момент  $M_{\text{н}}$ , являющиеся паспортными данными каждого тягового электродвигателя. Заметим, что иногда в справочной литературе приводятся номинальные значения угловой скорости вращения вала и мощности на валу тягового электродвигателя, по которым элементарно определяется  $M_{\text{н}}$ .

Относительный магнитный поток  $\Phi^*$  в статоре тягового электродвигателя однозначно определяется относительной результирующей магнитодвижущей силой всех обмоток возбуждения  $F^*$ , которая для двигателя, имеющего в общем случае  $n$  обмоток возбуждения на главных полюсах, определяется зависимостью

$$F^* = \frac{I_1 w_1 + I_2 w_2 + \dots + I_n w_n}{I_{1\text{н}} w_1 + I_{2\text{н}} w_2 + \dots + I_{n\text{н}} w_n}, \quad (5)$$

где  $I_i$ ,  $I_{i\text{н}}$  – действительное и номинальное значения тока  $i$ -й обмотки возбуждения, А;  $w_i$  – число витков  $i$ -й обмотки возбуждения.

Если двигатель оснащен только одной обмоткой возбуждения, то  $F^* = I_{\text{в}}^*$ , где  $I_{\text{в}}^*$  – отношение действительного тока единственной обмотки возбуждения к номинальному значению тока этой обмотки. Отметим, что

если в двигателях с несколькими обмотками возбуждения некоторые из них включены встречно, то значения силы тока в этих обмотках в числителе выражения (5) следует подставлять со знаком «минус», а если необходимо описать тормозные (генераторные) режимы работы тягового электродвигателя, то в числителе выражений (1) и (3) знак «минус» следует заменить на «плюс».

Зависимость  $\Phi^* = f(F^*)$  называется кривой намагничивания. Обычно она задается в графическом виде [7, с. 23]. Для независимого и параллельного двигателей (в случае питания от мощного источника напряжения) работа на каждой характеристике происходит при одном и том же значении магнитодвижущей силы обмотки возбуждения. Если для этого значения магнитодвижущей силы по кривой намагничивания один раз найти относительный магнитный поток в статоре электродвигателя и подставить его в выражения (3) и (4), то, задавая различными значениями тока якоря двигателя, можно построить его характеристики. Однако в двигателях последовательного и смешанного возбуждения магнитодвижущая сила, следовательно, и магнитный поток изменяются с изменением тока якоря. По причине отсутствия удовлетворительного математического описания кривой намагничивания получить аналитическое выражение для электромеханической и механической характеристик двигателей постоянного тока последовательного и смешанного возбуждения не представляется возможным [2, с. 140].

#### **Способы аналитического представления кривой намагничивания.**

В [8] отмечается, что попытки получить аппроксимирующее выражение для кривой намагничивания ведутся с 1850 г. Таким образом, история рассматриваемого в настоящей статье вопроса насчитывает более 150 лет. На начальных этапах для этой цели использовали выражения, содержащие одну из простых функций, таких как гипербола, логарифм, экспонента или гиперболические функции. Благодаря своей простоте их модификации использовались и в более позднее время. Например, в [9] приведено выражение вида  $\Phi^* = cF^* / (a + bF^*)$ , где  $a$ ,  $b$ ,  $c$  – опытные коэффициенты, в [10, с. 19] использован частный случай указанного выражения при  $c = 1$ , в [11, 12] применена модифицированная формула Дрейфуса  $\Phi^* = M \arctg(KF^*)$ , где  $M$  и  $K$  – опытные коэффициенты (оригинальная формула Дрейфуса дополнительно содержит линейный член и имеет вид  $\Phi^* = M \arctg(KF^*) + CF^*$  [13, с. 22]).

Позже использовались более сложные формулы, представляющие собой комбинацию названных функций [8]. Однако впоследствии широкое распространение получили различные способы кусочно-линейной аппроксимации кривой намагничивания. Некоторые из них применительно к кривой намагничивания троллейбусного тягового электродвигателя ДК-210А3, приведенной в [14, с. 53], проиллюстрированы на рис. 1.

В [15, с. 17] при исследовании электромагнитных переходных процессов в генераторах постоянного тока кривая намагничивания аппроксимирована отрезками двух касательных к ней, построенных из начальной и конечной точек. В [16, с. 24] применена кусочно-линейная аппроксима-

ция кривой намагничивания посредством «вписанных» в нее трех отрезков прямых.

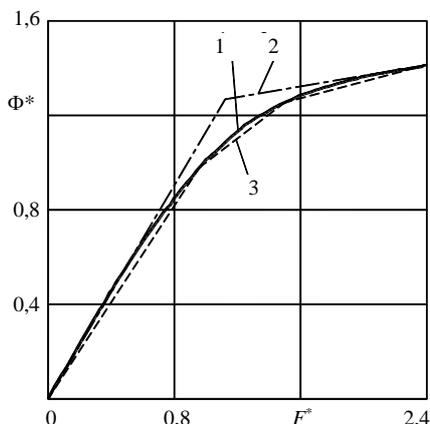


Рис. 1. 1 – кривая намагничивания тягового электродвигателя ДК-210А3; 2 – ее кусочно-линейная аппроксимация двумя отрезками касательных; 3 – то же тремя отрезками вписанной ломаной

Хотя кусочно-линейная аппроксимация кривой намагничивания, которую стали широко применять с середины XX в., обладает значительно меньшей точностью (под точностью аппроксимации будем понимать степень близости исходной экспериментальной кривой намагничивания и кривой, рассчитанной по аппроксимирующему ее выражению), чем применявшаяся на начальном этапе становления теории электрических машин и электропривода аппроксимация последней посредством «гладкой» функции, однако она позволяет свести нелинейную задачу к линейной [11]. Последнее преимущество вышло на первый план вследствие развития теории переходных процессов в электрических цепях и машинах и теории автоматического управления, так как по причине недоступности вычислительных машин описание указанных нелинейных переходных процессов пытались сводить к линейным дифференциальным уравнениям, позволяющим получить решение в аналитическом виде. Однако в настоящее время имеются вычислительные машины и численные методы, позволяющие проводить решение нелинейных дифференциальных уравнений. Поэтому при выборе аналитического выражения для аппроксимации кривой намагничивания сегодня на первый план выходит точность, а не отсутствие нелинейности.

**Аналитическое выражение для кривой намагничивания.** Основным требованием, предъявляемым к аналитическому выражению, аппроксимирующему кривую намагничивания, как известно, является его точность. Кроме того, весьма желательно выполнение таких условий, как непрерывность, дифференцируемость и интегрируемость указанной функции, причем аналитические выражения для производных и интегралов от нее должны получаться сравнительно простым путем, так как для описания динамических процессов в электромеханических системах необходимо вначале составить дифференциальные уравнения, затем преобразовать их к виду, необходимому для численного решения тем или иным методом, а потом выполнять их численное решение на ЭВМ.

Из всех видов алгебраических выражений наиболее полно указанным требованиям удовлетворяет алгебраический полином степени  $n$ . Известны некоторые попытки применить полиномиальную аппроксимацию кривой намагничивания [13, с. 22] (например, формулы Ценнека  $\Phi^* = sF^* - s'(F^*)^3$ , Вульфсона  $\Phi^* = \alpha F^* + \beta(F^*)^3 + \gamma(F^*)^5$ , Нитгаммера  $\Phi^* = k_1 F^* + k_2(F^*)^2$ ), но они носят разрозненный, несистематизированный характер. Кроме того, в этих формулах полиномы имеют малое число членов, они не являются полными (кроме формулы Нитгаммера), что снижает точность аппроксимации. Таким образом, задача аналитической аппроксимации кривой намагничивания алгебраическим полиномом сводится к определению его степени, обеспечивающей приемлемую точность аппроксимации, а также к вычислению его коэффициентов. Но вычисление коэффициентов алгебраического полинома «вручную» является весьма трудоемкой операцией. Поэтому необходимо использовать программное обеспечение, такое как пакеты Grapher фирмы Golden Software, Advanced Grapher фирмы Alentum Software и многие другие, позволяющие автоматизировать названный процесс. В качестве исходной информации данные пакеты требуют представления аппроксимируемой кривой в табличном виде. Но экспериментальные кривые намагничивания реальных электродвигателей в литературе представлены в виде графиков [14, с. 53], «ручной» перевод которых в табличную форму связан с низкой точностью. Для повышения точности аппроксимации необходимо увеличить количество точек в таблице исходных данных, что еще более усложняет обработку экспериментальных кривых намагничивания.

Развитие информационных технологий позволило автоматизировать и этот процесс. С помощью программного пакета GetData одноименной фирмы возможно провести оцифровку растровой зависимости с получением численных значений в любой точке кривой (рис. 2).

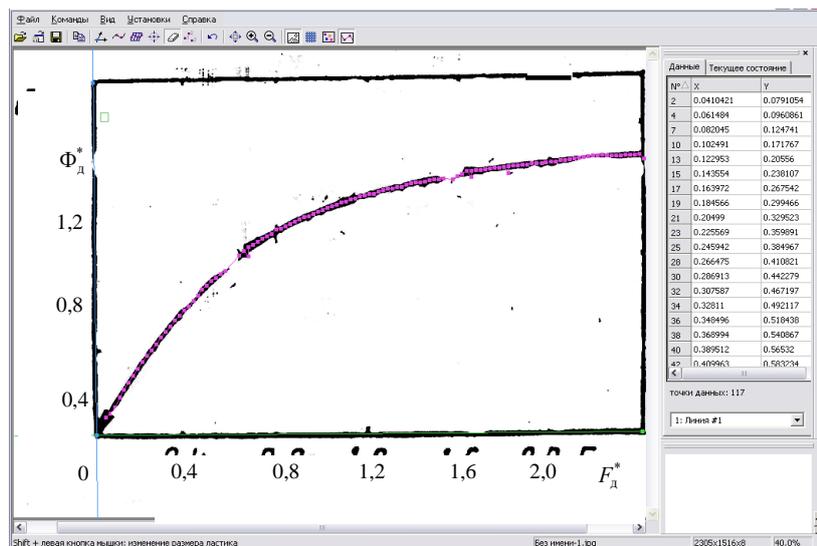


Рис. 2. Обработка данных в пакете GetData

Полученные после обработки данные могут быть экспортированы в форматы TXT (текстовый файл), XLS (MS Excel), XML, DXF (AutoCAD) и EPS (PostScript) для дальнейшей обработки.

#### ВЫВОДЫ

Исследованиями установлено, что наиболее высокую точность аппроксимации кривой намагничивания троллейбусного тягового электродвигателя типа ДК-210А3 дает полином шестой степени вида

$$\begin{aligned} \Phi^* = & -0,029169(F^*)^6 + 0,19309(F^*)^5 - 0,40447(F^*)^4 + \\ & + 0,23036(F^*)^3 - 0,17784(F^*)^2 + 1,19443F^* + 0,000818526 \end{aligned} \quad (6)$$

При этом коэффициент множественной корреляции – критерий  $R^2$  [17] составляет 0,999, а относительная и абсолютная погрешности мало отличаются от нуля. Увеличение степени полинома не содействует повышению точности аппроксимации. При решении большинства практических задач проектирования и исследования троллейбусов (например, исследование тяговой динамики), которые не требуют учета остаточного намагничивания тягового электродвигателя, свободный член в выражении (6) можно отбросить из-за малости, и для аналитического представления кривой намагничивания использовать следующее более простое выражение, при этом указанные выше оценочные критерии практически не изменяются:

$$\begin{aligned} \Phi^* = & -0,029169(F^*)^6 + 0,19309(F^*)^5 - 0,40447(F^*)^4 + \\ & + 0,23036(F^*)^3 - 0,17784(F^*)^2 + 1,19443F^*. \end{aligned} \quad (7)$$

Если же отказ от учета остаточного намагничивания приводит к искажению физической сущности исследуемого процесса (например, при исследовании процессов самовозбуждения тяговых электродвигателей), то для аналитического представления кривой намагничивания следует использовать исходное выражение (6). Оба выражения пригодны для аппроксимации кривых намагничивания тяговых электродвигателей серии ДК, так как форма кривой намагничивания определяется магнитными свойствами стали и геометрией магнитной системы серии двигателей.

Выражения (6) и (7) пригодны для исследования процессов, не сопровождающихся перемагничиванием магнитной системы электрических машин, что справедливо для большинства режимов работы троллейбусов, так как они способны воспроизводить только однозначные зависимости. Для моделирования полной петли гистерезиса (а это необходимо, в частности, при исследовании реверса электрических машин по цепи возбуждения) следует использовать рациональные сплайны [18].

Результаты исследований являются частью плана работ подразделения НАН Беларуси по повышению долговечности троллейбусов и необходимы для разработки программного обеспечения при исследовании динамической нагруженности трансмиссий троллейбусов. Также они могут быть внедрены в учебный процесс кафедр высших учебных заведений, занима-

ющихся подготовкой инженеров-электромехаников по специальности «Городской электрический транспорт».

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Максимов, А. Н. Городской электротранспорт: троллейбус / А. Н. Максимов. – М.: Академия, 2004. – 256 с.
2. Фираго, Б. И. Теория электропривода: учеб. пособие / Б. И. Фираго, Л. Б. Павлячик. – Минск: ЗАО «Техноперспектива», 2004. – 527 с.
3. Электротехнический справочник: в 3 т. – Т. 3: в 2 кн. – Кн. 2: Использование электрической энергии / под общ. ред. И. Н. Орлова. – 7-е изд., испр. и доп. – М.: Энергоатомиздат, 1988. – 616 с.
4. Корягина, Е. Е. Электрооборудование трамваев и троллейбусов / Е. Е. Корягина, О. А. Коськин. – М.: Транспорт, 1982. – 296 с.
5. Ефремов, И. С. Теория и расчет троллейбусов (электрическое оборудование): в 2 ч. / И. С. Ефремов, Г. В. Косарев. – 1981. – Ч. 2. – 248 с.
6. Копылов, И. П. Электрические машины: учеб. для вузов / И. П. Копылов. – 2-е изд., перераб. – М.: Высш. шк., 2000. – 607 с.
7. Adler, L. Die Fefdschwaechung bei Bahnmotoren / L. Adler. – Berlin: Verlag von Julius Springer, 1919. – 44 S.
8. Аронов, Р. Л. Аппроксимирование кривой намагничивания / Р. Л. Аронов // Электричество. – 1948. – № 4. – С. 37–41.
9. Мехедко, Ф. В. Исследование характеристик серийных двигателей / Ф. В. Мехедко // Сборник научных трудов Белорусского политехнического института имени И. В. Сталина. – Минск, 1951. – № 1. – С. 166–176.
10. Валейнис, Я. А. Исследование электромагнитных процессов в тиристорном импульсном преобразователе постоянного тока для тягового электропривода: автореф. дис. ... канд. техн. наук: (05.09.03) / Я. А. Валейнис; Министерство высшего и среднего специального образования Белорусской ССР, Белорусский ордена Трудового Красного Знамени политехнический институт. – Минск, 1974. – 24 с.
11. Нафиков, Г. М. Аппроксимация кривой намагничивания тяговых электродвигателей / Г. М. Нафиков // Труды Уральского электромеханического института инженеров железнодорожного транспорта. – Свердловск, 1965. – Вып. XI. – С. 44–49.
12. Нафиков, Г. М. Определение максимального тормозного момента тягового двигателя смешанного возбуждения / Г. М. Нафиков // Труды Уральского электромеханического института инженеров железнодорожного транспорта. – Свердловск, 1967. – Вып. XV. – С. 54–63.
13. Бессонов, Л. А. Электрические цепи со сталью / Л. А. Бессонов. – М.; Л.: Госэнергоиздат, 1948. – 344 с.
14. Электрические трансмиссии пневмоколесных транспортных средств / И. С. Ефремов [и др.]. – М.: Энергия, 1976. – 256 с.
15. Ермолин, Н. П. Переходные процессы в машинах постоянного тока / Н. П. Ермолин. – М.; Л.: Госэнергоиздат, 1951. – 256 с.
16. Свириденко, И. С. Исследование методов ослабления поля тяговых электродвигателей последовательного возбуждения на городском электротранспорте / И. С. Свириденко. – М.: Академия коммунального хозяйства имени К. Д. Памфилова, 1959. – 52 с.
17. Жданович, Ч. И. Экспериментальные исследования деформируемости секции резиноармированной гусеницы / Ч. И. Жданович, В. Н. Плиц, В. В. Равино // Zeszyty naukowe NR 241 Mechanika: 53 Sesja Naukowa Mechanika Stosowana. – Bydgoszcz, 2002. – S. 333–339.
18. Сацукевич, В. Н. Аппроксимация гистерезисных зависимостей рациональными сплайнами / В. Н. Сацукевич, Н. П. Лаппо // Энергетика... (Изв. высш. учеб. заведений). – 1987. – № 2. – С. 51–54.

Представлена кафедрой  
тракторов

Поступила 7.07.2006