

УДК 519:669.27

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ПЕРЕМЕШИВАНИЯ АРГОНОМ И НАСЫЩЕНИЯ УГЛЕРОДОМ СТАЛЕЙ В КОВШЕ

*Докт. физ.-мат. наук, проф. ЧИЧКО А. Н., канд. техн. наук АНДРИАНОВ Н. В.,
асп. ТЕРЛЕЦКИЙ С. В., докт. техн. наук, проф. СОБОЛЕВ В. Ф.,
канд. техн. наук ЧИЧКО О. И.*

*Белорусский национальный технический университет,
РУП «Белорусский металлургический завод»*

При получении слитков методом непрерывной разливки стали одним из важнейших технологических этапов является внепечная обработка расплава, посредством которой в условиях металлургического производства решают несколько технологических задач. Основная задача – приготовление сплава заданного химического состава с использованием различных шихтовых материалов, а также выравнивание распределения элементов химического состава в процессе перемешивания плавки. Важная теоретическая задача внепечной обработки – математическое моделирование процесса растворения порошковых материалов в расплавах. К сожалению, в настоящее время нет общепризнанной математической теории перемешива-

ния, которая позволяла бы моделировать гидродинамику и растворение порошков под действием аргона и вертикально падающей струи расплава [1, 2]. Поэтому разработка моделей растворения – одна из важнейших задач теории металлургических процессов.

Цель настоящей работы – разработка математического аппарата для расчета процесса перемешивания и растворения углеродсодержащих материалов в расплавах стали, находящихся в промышленном ковше.

В основе математической модели процесса перемешивания и растворения порошка в расплаве лежат система уравнений Навье–Стокса [3–5]:

$$\begin{cases} \frac{\partial v_x}{\partial \tau} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_l + \rho_s} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\eta}{\rho_l + \rho_s} \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right); \\ \frac{\partial v_y}{\partial \tau} + v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_y}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_l + \rho_s} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\eta}{\rho_l + \rho_s} \left(\frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial z^2} \right); \\ \frac{\partial v_z}{\partial \tau} + v_x \frac{\partial v_z}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_z}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_l + \rho_s} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\eta}{\rho_l + \rho_s} \left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right) \end{cases} \quad (1)$$

и уравнение неразрывности

$$\frac{\partial \rho_l}{\partial \tau} + \left(\frac{\partial(\rho_l v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_l v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho_l v_z)}{\partial z} \right) = 0, \quad (2)$$

где τ – время; x, y, z – декартовы координаты (ось Y направлена вертикально); v_x, v_y, v_z – проекции скорости жидкости на координатные оси X, Y, Z соответственно; p – давление жидкости; ρ_l – плотность расплава в данной пространственной точке (x, y, z) ковша; ρ_s – плотность по-

рошка в данной пространственной точке (x, y, z) ковша; η – динамическая вязкость расплава.

Для описания связи между плотностью и давлением использовалась полуэмпирическая зависимость:

$$p = \begin{cases} k_1(\rho_l/\rho_{l0} + \rho_s/\rho_{s0} - 1) & \text{при } \rho_l/\rho_{l0} + \rho_s/\rho_{s0} > 1; \\ 0 & \text{при } \rho_l/\rho_{l0} + \rho_s/\rho_{s0} \leq 1, \end{cases} \quad (3)$$

где ρ_{l0} – нормальная плотность расплавленного

металла; ρ_{s0} – нормальная плотность порошка; k_1 – модуль объемного сжатия.

В данной модели порошок науглераживателя разделен по размерам частиц (гранул) на K фракций со средними размерами $d_1, d_2, \dots, d_i, \dots, d_K$. Плотность порошка в данной точке пространства является суммой плотностей всех фракций

$$\rho_s = \sum_{i=1}^K \rho_i. \quad (4)$$

Процесс переноса каждой фракции порошка течением расплава и всплывания гранул представлен уравнением

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial \tau} + v_x \frac{\partial \rho_i}{\partial x} + (v_y + v_i) \frac{\partial \rho_i}{\partial y} + v_z \frac{\partial \rho_i}{\partial z} = 0, \quad (5)$$

где ρ_i – плотность i -й фракции порошка; v_i – средняя скорость всплывания частиц науглераживателя i -й фракции.

В данной модели предполагается, что частицы имеют приблизительно одинаковый размер. Они всплывают под действием Архимедовой силы, которая уравновешивается силами сопротивления движению в данной жидкости, т. е. частицы разгоняются до скорости v_i относительно вертикального потока жидкости и далее движутся с этой скоростью. В данной модели процесс разгона частиц не учитывается и допускается, что частицы мгновенно приобретают скорость

$$v_i = \sqrt{\frac{8 g d_i (\rho_i - \rho_c)}{3 \xi \rho_i}}, \quad (6)$$

где d_i – средний размер частицы в i -й фракции; ρ_c – плотность частицы (плотность углерода); ξ – эмпирический коэффициент, $\xi = 2,29$.

Процесс перераспределения концентрации при перемешивании растворенного в расплаве углерода течением может быть рассчитан на основе дифференциального уравнения

$$\frac{\partial C}{\partial \tau} + v_x \frac{\partial C}{\partial x} + v_y \frac{\partial C}{\partial y} + v_z \frac{\partial C}{\partial z} = 0, \quad (7)$$

где C – концентрация углерода в расплаве.

При моделировании процесса растворения углеродсодержащий порошок представляет собой набор частиц различного размера. Макси-

мальный размер частицы обозначим как d_{\max} . Условно порошок можно разделить на K фракций с размерами частиц: $0-d_{\max}/K, d_{\max}/K-2d_{\max}/K, \dots, (K-1)d_{\max}/K-d_{\max}$. Таким образом, средний размер частиц в соседних фракциях отличается на $\Delta d = d_{\max}/K$. В модели порошок представлялся в виде круглых частиц со средними диаметрами $d_1 = 0,5\Delta d, d_2 = 1,5\Delta d, \dots, d_k = (k-0,5)\Delta d, \dots, d_K = (K-0,5)\Delta d$. В данной модели принималось $K = 5$. Масса (плотность) отдельных фракций в порошке различается, но внутри каждой фракции принималось равномерное распределение частиц с разными диаметрами по массе.

При растворении частицы порошка в расплаве происходит два процесса:

- уменьшение массы частицы, что приводит к снижению плотности соответствующей фракции в результате перехода части углерода в растворенное состояние;

- уменьшение диаметра частицы, что приводит к переходу частицы во фракцию с более мелкими частицами, т. е. плотность соответствующей фракции уменьшается, а плотность фракции с более мелкими частицами возрастает.

Для описания процесса перехода углерода из порошкообразного состояния в растворенное использовались следующие физико-химические приближения процесса перемешивания. Выделим в пространстве расплава некоторый элементарный объем $\Delta x \Delta y \Delta z$. Масса i -й фракции порошка в этом объеме: $m_i = \rho_i \Delta x \Delta y \Delta z$. Масса одной частицы диаметром d_i : $m_c = \rho_c \pi d_i^3 / 6$. Тогда количество частиц i -й фракции в этом объеме составит

$$N_i = \frac{m_i}{m_c} = \frac{\rho_i \Delta x \Delta y \Delta z}{\rho_c \pi d_i^3 / 6}. \quad (8)$$

Суммарная площадь всех N частиц равна

$$S_i = N \pi d_i^2 = \frac{\rho_i \Delta x \Delta y \Delta z}{\rho_c \pi d_i^3 / 6} \pi d_i^2 = \frac{6 \rho_i \Delta x \Delta y \Delta z}{\rho_c d_i}. \quad (9)$$

Скорость растворения твердого вещества в жидкости пропорциональна площади соприкосновения этого вещества с жидкостью, скорости набегающего потока жидкости и разно-

сти между равновесной и текущей концентрациями вещества в жидкости

$$\frac{\partial m_i}{\partial \tau} = -k_2 S (C_r - C) v,$$

где $\partial m_i / \partial \tau$ – скорость уменьшения массы i -й фракции порошка; k_2 – коэффициент массопереноса; S – площадь соприкосновения твердого вещества с жидкостью; C – концентрация углерода в расплаве; C_r – равновесная концентрация углерода в расплаве (т. е. всегда соблюдается условие $C \leq C_r$); v – скорость потока жидкости относительно твердого вещества.

Перейдя к конечно-разностной форме и разделив обе части уравнения на элементарный объем, получим уравнение для изменения плотности i -й фракции порошка в некотором элементарном объеме пространства

$$\frac{\Delta \rho_i^*}{\Delta \tau} = -\frac{k_2 S (C_r - C) v}{\Delta x \Delta y \Delta z}. \quad (10)$$

Рассмотрим три случая всплывания части в расплаве. В первом случае частицы порошка полностью погружены в расплав и под действием архимедовой силы всплывают вверх, т. е. имеют относительно вертикального потока некоторую скорость v_i . В этом случае значение площади в уравнении (10) равно площади из выражения (9) и уравнение (10) приобретает вид

$$\begin{aligned} \frac{\Delta \rho_i^*}{\Delta \tau} &= -k_2 \frac{6 \rho_i \Delta x \Delta y \Delta z}{\rho_c d_i} \frac{(C_r - C) v_i}{\Delta x \Delta y \Delta z} = \\ &= -k_2 \frac{6 \rho_i (C_r - C) v_i}{\rho_c d_i}. \end{aligned} \quad (11)$$

Во втором случае частицы плавают на поверхности и площадь контакта с жидкостью меньше, причем основную роль в растворении играют горизонтальные составляющие потока расплава. Поэтому уравнение (10) приобретает вид

$$\begin{aligned} \frac{\Delta \rho_i^*}{\Delta \tau} &= -k_2 \frac{3 \rho_i \Delta x \Delta y \Delta z}{\rho_c d_i} \frac{(C_r - C) \sqrt{v_x^2 + v_z^2}}{\Delta x \Delta y \Delta z} = \\ &= -k_2 \frac{3 \rho_i (C_r - C) \sqrt{v_x^2 + v_z^2}}{\rho_c d_i}. \end{aligned} \quad (12)$$

В третьем случае рассматривается порошок поверхности, когда не все его частицы контактируют с расплавом. Этот случай соответствует ситуации, когда число частиц порошка больше, чем может разместиться в одном горизонтальном слое. Площадь, которую занимали бы частицы i -й фракции, если их расположить в один слой, можно рассчитать

$$S_{si} = N_i d_i^2 = \frac{\rho_i \Delta x \Delta y \Delta z}{\rho_c \pi d_i^3 / 6} d_i^2 = \frac{6 \rho_i \Delta x \Delta y \Delta z}{\rho_c \pi d_i}.$$

Тогда условие, при котором частицы всех фракций располагаются одним горизонтальным слоем, имеет вид

$$\sum_{i=1}^K \frac{6 \rho_i \Delta x \Delta y \Delta z}{\rho_c \pi d_i} < \Delta x \Delta z.$$

Это равносильно условию

$$\sum_{i=1}^K \frac{\rho_i}{d_i} < \frac{\pi \rho_c}{6 \Delta y}.$$

В данной модели предполагается, что самый нижний слой порошка состоит из самых мелких частиц. То есть фракции из более мелких частиц растворяются в первую очередь. Тогда условие, что вся i -я фракция контактирует с жидкостью, имеет вид

$$\sum_{j=1}^i \frac{\rho_j}{d_j} < \frac{\pi \rho_c}{6 \Delta y},$$

но в том случае, когда ни одна из частиц i -й фракции не контактирует с жидкостью:

$$\sum_{j=1}^{i-1} \frac{\rho_j}{d_j} \geq \frac{\pi \rho_c}{6 \Delta y}.$$

Если не выполняется условие, то часть i -й фракции контактирует с жидкостью и эта часть вычисляется по формуле

$$\frac{\rho_i}{d_i} = \frac{\pi \rho_c}{6 \Delta y} - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\rho_j}{d_j}. \quad (13)$$

Подставляя выражение (13) в уравнение (10), получим

$$\frac{\Delta \rho_i^*}{\Delta \tau} = -k_2 \left(\frac{\pi \rho_c}{6 \Delta y} - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\rho_j}{d_j} \right) \frac{3(C_r - C) \sqrt{v_x^2 + v_z^2}}{\rho_c} \quad (14)$$

Объединив уравнения (11), (12) и (14) для трех случаев, получим общее конечно-разностное уравнение, по которому можно оценить растворение i -й фракции порошка:

$$\frac{\Delta \rho_i^*}{\Delta \tau} = \begin{cases} -k_2 \frac{6 \rho_i (C_r - C) v_i}{\rho_c d_i} & \text{не на поверхности;} \\ -k_2 \frac{3 \rho_i (C_r - C) \sqrt{v_x^2 + v_z^2}}{\rho_c d_i} & \text{на поверхности и } \sum_{j=1}^i \frac{\rho_j}{d_j} < \frac{\pi \rho_c}{6 \Delta y}; \\ -k_2 \left(\frac{\pi \rho_c}{6 \Delta y} - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\rho_j}{d_j} \right) \frac{3(C_r - C) \sqrt{v_x^2 + v_z^2}}{\rho_c} & \text{на поверхности и } \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\rho_j}{d_j} < \frac{\pi \rho_c}{6 \Delta y} \leq \sum_{j=1}^i \frac{\rho_j}{d_j}; \\ 0 & \text{на поверхности и } \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\rho_j}{d_j} \geq \frac{\pi \rho_c}{6 \Delta y}. \end{cases} \quad (15)$$

Рассмотрим механизм изменения размера растворяющейся частицы. Пусть в некотором элементарном объеме $\Delta x \Delta y \Delta z$ расплава в некоторый момент времени находилось N_i частиц (8) диаметром d_i . Через некоторый интервал времени $\Delta \tau$ плотность i -й фракции порошка в этом элементарном объеме уменьшилась на $\Delta \rho_i^*$ (15). Это произошло за счет уменьшения диаметра частиц (новый диаметр – d_i^*), но количество частиц осталось неизменным ($N_i = N_i^*$). Тогда имеет место уравнение

$$\frac{\rho_i \Delta x \Delta y \Delta z}{\rho_c \pi d_i^3 / 6} = \frac{(\rho_i - \Delta \rho_i^*) \Delta x \Delta y \Delta z}{\rho_c \pi (d_i^*)^3 / 6},$$

откуда находим новый диаметр частицы

$$d_i^* = d_i \sqrt[3]{\frac{\rho_i - \Delta \rho_i^*}{\rho_i}}. \quad (16)$$

В каждой фракции есть частицы с диаметрами от $d_{il} = d_i - \Delta d/2$ до $d_{ir} = d_i + \Delta d/2$. Через некоторый момент времени $\Delta \tau$ диаметры этих частиц уменьшатся и станут d_{il}^* и d_{ir}^* . Если принять равномерное распределение по массе частиц во фракции и $\Delta \rho_i^{**}$ – уменьшение плотности i -й фракции в результате перехода частиц во фракцию с более мелкими частицами, то должно соблюдаться соотношение

$$\frac{\rho_i - \Delta \rho_i^*}{d_{ir}^* - d_{il}^*} = \frac{\Delta \rho_i^{**}}{d_{il} - d_{il}^*},$$

откуда, подставляя (16), находим

$$\Delta \rho_i^{**} = \frac{d_i (\rho_i - \Delta \rho_i^*)}{\Delta d} \left(\frac{1}{\sqrt[3]{\frac{\rho_i - \Delta \rho_i^*}{\rho_i}}} - 1 \right). \quad (17)$$

Таким образом, изменение плотности i -й фракции порошка складывается из уменьшения плотности за счет растворения и перехода частиц в низшую фракцию и увеличения плотности за счет перехода частиц из высшей фракции

$$\frac{\Delta \rho_i}{\Delta \tau} = \frac{\Delta \rho_i^*}{\Delta \tau} - \frac{\Delta \rho_i^{**}}{\Delta \tau} + \frac{\Delta \rho_{i+1}^{**}}{\Delta \tau}. \quad (18)$$

Увеличение концентрации углерода в расплаве в результате растворения порошка происходит за счет составляющих $\Delta \rho_i^*$ всех фракций

$$\frac{\Delta C}{\Delta \tau} = -\frac{100}{\Delta \tau \rho_l} \sum_{i=1}^K \Delta \rho_i^*. \quad (19)$$

Таким образом, представленный математический аппарат является основой расчетов процесса растворения науглераживателей в расплаве из стали. На основе разработанного математического формализма был разработан алгоритм (рис. 1) и программа вычисления динамических характеристик расплава.

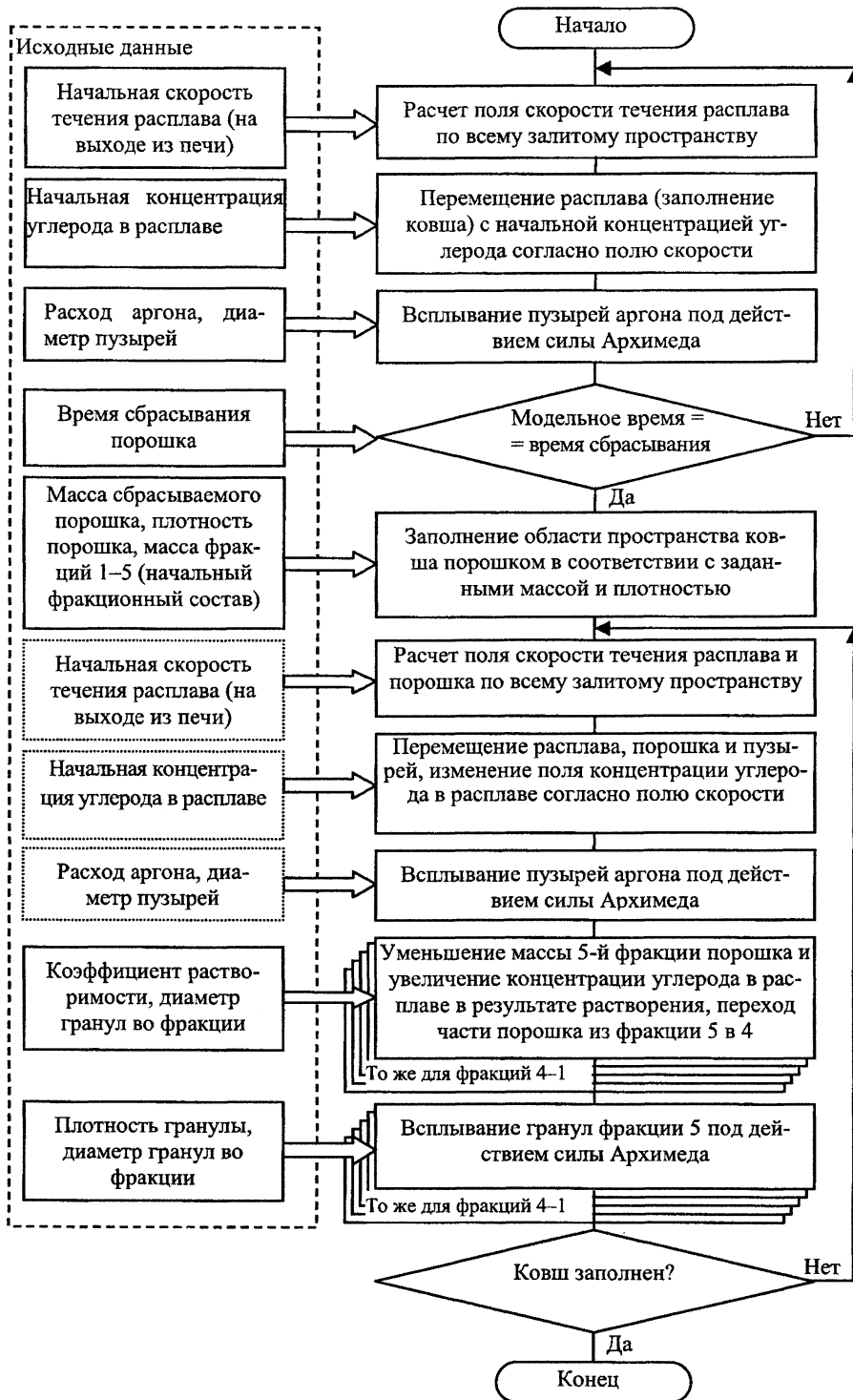


Рис. 1. Алгоритмическая схема проведения компьютерных расчетов

В качестве пространственной схемы для расчета процесса растворения углеродсодержащего порошка был выбран промышленный ковш, используемый при внепечной обработке стали в металлургическом сталеплавильном

производстве. Размеры ковша и схема процесса перемешивания аргоном соответствуют технологии, используемой на Белорусском металлургическом заводе (рис. 2). По геометрии ковша с учетом реальных размеров отверстий для ар-

гона был построен клеточный автомат, представляющий собой трехмерную сетку с тремя типами материалов – расплав, порошок, стенки ковша. С помощью конечно-разностной аппроксимации была разработана программа для моделирования процесса перемешивания и растворения, которая и использовалась для расчета.

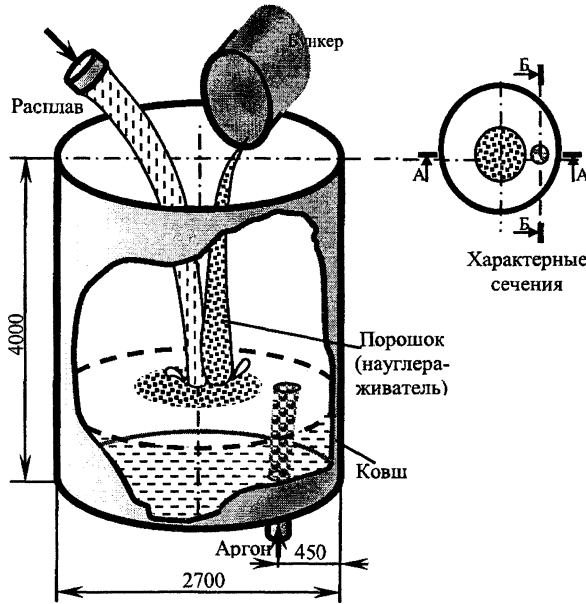


Рис. 2. Объемная схема процесса перемешивания порошка в ковше, использованная для моделирования растворения углерода

При моделировании использовались следующие условия для скоростей и давлений:

1) начальные условия: $v_x(x, y, z) = v_y(x, y, z) = v_z(x, y, z) = 0$; $\rho_l(x, y_0, z) = \rho_{l0}$, где y_0 – координата поверхности расплава;

$$\rho_l(x, y - \Delta y, z) = \frac{\rho_l(x, y, z)(\rho_l(x, y, z)g\Delta y + k_1)}{2k_1 - \rho_l(x, y, z)g\Delta y}$$

2) граничные условия для границы «расплав – стенка (дно)» ковша: $v_x = 0$, если стенка слева или справа; $v_y = 0$ – на дне; $v_z = 0$, если стенка спереди или сзади; $p_k = p_l$, где p_k – давление в стенках ковша; p_l – давление в расплаве;

3) для границы «расплав – воздух»: $v_{xv} = v_{xl}$; $v_{yv} = v_{yl}$; $v_{zv} = v_{zl}$, где v_{xv}, v_{yv}, v_{zv} – компоненты скорости воздуха; v_{xl}, v_{yl}, v_{zl} – то же расплава; $p_v = 0$, где p_v – давление воздуха.

Для моделирования растворения порошка использованы следующие начальные условия:

1) $C(x, y, z) = 0,13\%$ (начальная концентрация углерода); $\rho_i(x, y_0, z) = \frac{F_i m_s}{100 \Delta y S_p}$, где y_0 – координата поверхности расплава; F_i – процент i -й фракции в порошке по массе; m_s – масса порции порошка; Δy – вертикальный размер сетки; S_p – площадь поверхности расплава; $\rho_i(x, y, z) = 0$ – для остального расплава;

2) граничные условия для границы «расплав – ковш»: $C_k = 0$, где C_k – концентрация углерода в стенках ковша; $\rho_{ik} = 0$, где ρ_{ik} – плотность i -й фракции порошка в стенках ковша;

3) для границы «расплав – воздух»: $C_v = C$, где C_v – концентрация углерода в воздухе; $\rho_{iv} = 0$, где ρ_{iv} – плотность i -й фракции порошка в воздухе.

Исходными данным при расчете являлись следующие характеристики: начальная концентрация углерода в расплаве – 0,13%; начальная скорость струи (скорость выхода из печи) – 2 м/с; количество сбрасываемого порошка науглераживателя – 160 кг; количество порошка Fe–Mn – 450 кг; содержание углерода в порошке Fe–Mn – 6%; количество порошка Fe–Si – 90 кг; момент сбрасывания (от начала выпуска металла) – 5 с; коэффициент растворимости порошка – 0,001 кг · с²/м³; плотность порошка – 700 кг/м³; плотность гранул порошка – 1200 кг/м³; максимальный диаметр гранулы (в зависимости от эксперимента) – 1–5 мм; начальный фракционный состав (5 фракций) – все гранулы имеют максимальный размер; расход газа (аргона) – 250 л/мин; средний диаметр пузырей газа – 2 мм.

Введение порошковой смеси в расплав моделировалось струей с трехслойным наполнением следующими порошками: в нижней части струи – 160 кг науглераживателя с заданным фракционным составом; в средней части струи находилась лигатура Fe–Mn в количестве 450 кг, содержащая 6% углерода; в верхней части порошковой струи – 90 кг ферросилиция.

Как видно из рис. 2, в центр ковша направляются струя расплава и порошкообразная смесь (бункерная засыпка). Струя расплава начинает движение при наличии в ковше так называемого «болота», занимающего четверть ковша по высоте. До момента начала выпуска

металла из отверстия в нижней части ковша через пористый материал подается аргон в виде пузырьков газа со средним диаметром около 2 мм. Диаметр отверстия, через которое подается газ, – 130 мм. При этом расход газа составляет 300 л/мин. До начала моделирования выпуска расплава из печи проводилось моделирование газового перемешивания «болота» с целью получения стационарного или близкостационарного распределения скоростей в объеме «болота» к моменту выпуска расплава из печи. Гидродинамические распределения скоростей расплава в различных сечениях ковша представлены в [6].

Результаты моделирования распределения углерода на заданный момент времени представлены на рис. 3, из которого виден неоднородный характер распределения углерода.

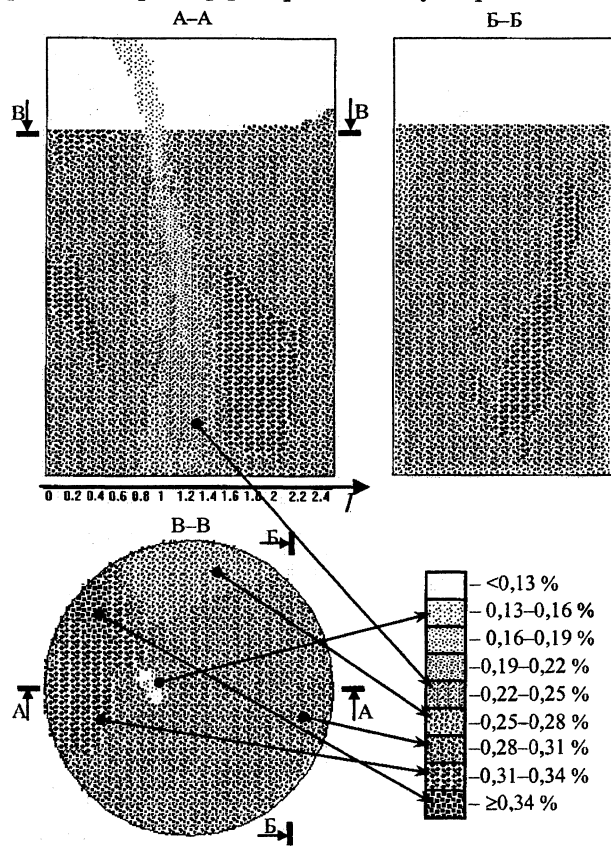


Рис. 3. Распределение концентрации углерода в различных сечениях ковша через 120 с после начала засыпки порошка

На рисунке можно увидеть обедненные и обогащенные участки по углероду в пространстве ковша. С течением времени концентрация углерода «размазывается» в ковше и происходит процесс растворения углерода в стали. Следует отметить, что в результате проведенных исследований были получены распределения углерода во всех сечениях ковша во времени, что позволяет визуализировать динамику процессов, протекающих в разливочном ковше.

ВЫВОД

Предложена математическая модель перемешивания вертикальной струей аргона расплава и углеродсодержащего порошка в ковше на основе уравнений Навье – Стокса, позволяющая определять динамику пространственного распределения углерода в ковше. На примере промышленной геометрической схемы процесса перемешивания порошка в разливочном ковше с использованием математической модели проведены расчеты трехмерной динамики пространственного распределения углерода в стальном расплаве.

ЛИТЕРАТУРА

1. Поводский, Д. Я. Внепечная обработка стали / Д. Я. Поводский, В. А. Кудрин, А. Ф. Вишкарёв. – М.: МИСИС, 1995. – 256 с.
2. Инжекционная металлургия: сб. тр. междунар. конф. 12–13 июля 1980, Лулеа (Швеция) / пер. с англ. – М.: Металлургия, 1982. – 352 с.
3. Чичко, А. Н. Комплекс программных средств «ПРОЛИТ» для моделирования процессов течения и охлаждения расплавов / А. Н. Чичко, В. Ф. Соболев, С. Г. Лихоузов // Программные продукты и системы. – 2002. – № 4. – С. 47–48.
4. Чичко, А. Н. Компьютерные системы моделирования физических процессов / А. Н. Чичко // Вестник БНТУ. – 2003. – № 2. – С. 42–48.
5. Чичко, А. Н. Клеточно-автоматное моделирование процесса течения расплава в форме / А. Н. Чичко, С. Г. Лихоузов // Доклады НАН Беларуси. – 2001. – Т. 45, № 4. – 2001. – С. 110–114.
6. Компьютерная гидродинамика перемешивания расплава и порошковых углеродсодержащих материалов в ковше / А. Н. Чичко [и др.] // Литье и металлургия. – 2004. – № 3. – С. 60–67.

Поступила 24.02.2005