

ОБ УПРАВЛЯЕМОСТИ ЛИНЕЙНЫХ СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННЫХ СИСТЕМ С МАЛЫМ ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

Канд. физ.-мат. наук, доц. КОПЕЙКИНА Т. Б., ГУСЕЙНОВА А. С.

Белорусский национальный технический университет

Математическими моделями многих процессов в динамике полета, автоматическом регулировании, химической кинетике, теории нелинейных колебаний, квантовой механике могут служить сингулярно возмущенные системы (СВС), т. е. системы дифференциальных уравнений, часть из которых содержит малый параметр при старшей производной. К настоящему времени достаточно хорошо изучена проблема управляемости сингулярно возмущенных обыкновенных дифференциальных уравнений, СВС с постоянным запаздыванием [1]. В настоящей работе исследуется проблема относительной управляемости сингулярно возмущенных систем с малым запаздыванием. Получены достаточные условия рангового типа относительной управляемости по медленной переменной x , по быстрой переменной y , по совокупности переменных $\{x, y\}$, выраженные через условия относительной управляемости, соответствующие вырожденной системе и системе пограничного слоя.

1. Постановка задачи. Вывод уравнений вырожденной системы и системы пограничного слоя. Пусть поведение некоторого управляемого объекта описывается системой $n + m$ линейных сингулярно возмущенных уравнений с малым запаздыванием (СВСМЗ):

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_1 x(t) + A_2 x(t - \mu h) + \\ + C_{11} y(t) + C_{12} y(t - \mu h) + B_1 u(t); \\ \mu \dot{y}(t) = A_2 x(t) + A_{22} x(t - \mu h) + \\ + C_{21} y(t) + C_{22} y(t - \mu h) + B_2 u(t), \end{cases} \quad (1)$$

где $x(t) \in R^n$ – медленная; $y(t) \in R^m$ – быстрая

переменные; $u(t) \in R^r$; $r \leq n + m$; $u(\cdot)$ – вектор-функция управляющих воздействий из класса U кусочно-непрерывных вектор-функций, называемых далее допустимыми; $h = \text{const} > 0$; $t \in [0, T]$; T – фиксированное число; μ – малый положительный параметр, $0 < \mu \ll 1$.

Система (1) является системой с существенно различными скоростями $\dot{x}(t)$, $\dot{y}(t)$, $\{x_i(\cdot), y_i(\cdot)\} = z_i(\cdot)$ – состояние системы в произвольный момент времени t ; $z_i(\theta) = x_i(t + \theta)$; $\theta \in [-\mu h, 0]$. Предположим, что в (1) $\det C_{21} = 0$ и $\det C_{22} = 0$, но

$$\det(C_{21} + C_{22}) \neq 0. \quad (2)$$

Для определения решения СВСМЗ (1) зададим начальные условия:

$$\begin{aligned} x_0(\cdot) &= \{\varphi(\theta); \theta \in [-\mu h, 0]; x(0) = x_0\}; \\ y_0(\cdot) &= \{\phi(\theta); \theta \in [-\mu h, 0]; y(0) = y_0\}; \\ u(t + \mu h) &\equiv 0; \quad t < -\mu h \end{aligned} \quad (3)$$

Определение 1. Система (1), (3) при заданном μ называется относительно управляемой на отрезке $[0, T]$ по медленной переменной x (по быстрой переменной y), если для любого $c_1 \in R^n$ ($c_2 \in R^m$) и любых начальных условий (3) существует допустимое управление $u(\cdot) \in U$ такое, что соответствующая им компонента $x(\cdot; x_0(\cdot); y_0(\cdot); \mu)$ ($y(\cdot; x_0(\cdot); y_0(\cdot); \mu)$) решения $\{x(\cdot; x_0(\cdot); y_0(\cdot); \mu), y(\cdot; x_0(\cdot); y_0(\cdot); \mu)\}$ удовлетворяет условию $x(T; x_0(\cdot); y_0(\cdot); \mu) = c_1$; $(y(T; x_0(\cdot); y_0(\cdot); \mu) = c_2)$.

Определение 2. Система (1), (3) при заданном μ называется относительно управляемой

по совокупности переменных $\{x, y\}$, если для любых: $c_1 \in R^n$; $c_2 \in R^m$ и начальных условий (3) найдется допустимое управление $u(\cdot) \in U$ такое, что соответствующее им решение $\{x(\cdot; x_0(\cdot); y_0(\cdot); \mu), y(\cdot; x_0(\cdot); y_0(\cdot); \mu)\}$ удовлетворяет условию $x(T; x_0(\cdot); y_0(\cdot); \mu) = c_1, y(T; x_0(\cdot); y_0(\cdot); \mu) = c_2$.

Цель работы – вывести эффективные условия относительной управляемости СВСМЗ (1), (3) по x, y , по совокупности переменных $\{x, y\}$, выраженные непосредственно через параметры свойственных (1) вырожденной системе и системе пограничного слоя.

Для решения задачи управляемости СВСМЗ (1), (3) воспользуемся методом, предложенным в [2]. Будем искать формальное решение системы (1), (3) в виде асимптотического разложения $z(t, \mu) \equiv \{x(t, \mu), y(t, \mu)\}$ в ряд по малому параметру μ :

$$z(t, \mu) = z_s(t, \mu) + z_f(\tau, \mu), \quad \tau = \frac{t}{\mu}, \quad (4)$$

где $z_s(t, \mu), z_f(\tau, \mu)$ – ряды;

$$z_s(t, \mu) = z_{0s}(t) + \mu z_{1s}(t) + \mu^2 z_{2s}(t) + \dots, \quad t \leq T; \quad (5)$$

$$z_f(\tau, \mu) = z_{0f}(\tau) + \mu z_{1f}(\tau) + \mu^2 z_{2f}(\tau) + \dots, \quad \tau \leq \frac{T}{\mu}, \quad (6)$$

относительно t и растянутого времени τ . Естественно управление $u(t)$ искать в виде:

$$u(t) = u_s(t) + u_f(\tau), \quad t \in [0, T]; \quad \tau \in [0, T/\mu],$$

где $u_s(t)$ – управление только медленными; $u_f(\tau)$ – только быстрыми переменными.

Приравнивая коэффициенты при соответствующих степенях μ из (5) при μ^0 , имеем:

$$\begin{cases} \dot{x}_s(t) = (A_1 + A_2)x_s(t) + \\ + (C_{11} + C_{12})y_s(t) + B_1 u_s(t); \\ 0 = (A_{21} + A_{22})x_s(t) + \\ + (C_{21} + C_{22})y_s(t) + B_2 u_s(t), \end{cases} \quad (7)$$

что совпадает с вырожденной системой, получаемой из (1) при $\mu = 0$.

В силу предположения (2) из второго уравнения системы (7) следует

$$y_s(t) = -(C_{21} + C_{22})^{-1}((A_{21} + A_{22})x_s(t) + B_2 u_s(t)). \quad (8)$$

Подставив (8) в первое уравнение системы (7), получим систему относительно медленной переменной $x_s(t)$

$$\dot{x}_s(t) = A_0 x_s(t) + B_0 u_s(t), \quad (9)$$

где

$$B_0 = B_1 - (C_{11} + C_{12})(C_{21} + C_{22})^{-1} B_2;$$

$$A_0 = (A_{11} + A_{12}) - (C_{11} + C_{12})(C_{21} + C_{22})^{-1}(A_{21} + A_{22}). \quad (10)$$

В силу (4), (5), (3) начальные условия для медленной переменной $x_s(t)$ имеют вид:

$$x_{0s}(\cdot) = \{\varphi(\theta); \quad \theta \in [-\mu h, 0); \quad x_{0s}(0) = x_0\}, \quad (11)$$

а для $y_s(t)$ в силу (8), (11) следует

$$y_{0s}(0) = -(C_{21} + C_{22})^{-1}(A_{21} + A_{22})x_0. \quad (12)$$

Начальные условия для $x_f(t)$ и $y_f(t)$ определим из (4), приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях μ :

$$x_{0s}(0) + x_{0f}(0) = x_0; \quad y_{0s}(0) + y_{0f}(0) = y_0; \quad (13)$$

$$x_{0s}(\theta) + x_{0f}(\theta) = \varphi(\theta); \quad y_{0s}(\theta) + y_{0f}(\theta) = \phi(\theta);$$

$$\theta \in [-\mu h, 0). \quad (14)$$

Из (6) при μ^{-1} получаем уравнения

$$\frac{dx_f(\tau)}{d\tau} = 0;$$

$$\begin{aligned} \frac{dy_f(\tau)}{d\tau} &= A_{21} x_f(\tau) + A_{22} x_f(\tau - h) + \\ &+ C_{21} y_f(\tau) + C_{22} y_f(\tau - h) + B_2 u(\tau) \end{aligned} \quad (15)$$

Поскольку из (13), (11) следует $x_{0s} = 0$, из первого уравнения (15) $x_{0f}(\tau) \equiv 0$, и, следовательно, имеем систему пограничного слоя в виде

$$\frac{dy_f(\tau)}{d\tau} = C_{21}y_f(\tau) + C_{22}y_f(\tau - h) + B_2u(\tau), \quad \tau = \frac{t}{\mu}, \quad (16)$$

начальные условия для которой в силу условий (13), (14) и (12) примут вид:

$$y_{0f}(\cdot) = \{\phi(\theta) + (C_{21} + C_{22})^{-1}(A_{21} + A_{22})\phi(\theta); \theta \in [-h, 0]; y_{0f}(0) = y_0 + (C_{21} + C_{22})^{-1}(A_{21} + A_{22})x_0\}. \quad (17)$$

Таким образом, вырожденная система (9) и система погранслоя (16) являются системами дифференциальных уравнений относительно первых коэффициентов $z_{0s}(t)$, $z_{0f}(\tau)$ асимптотического разложения решения $z(t, \mu) \equiv \{x(t, \mu), y(t, \mu)\}$ в ряд (4) по малому параметру μ .

2. Решение задачи относительной управляемости. Введем невырожденную замену переменных:

$$\begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_n & \mu S \\ -R & E_m - \mu RS \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi(t) \\ \eta(t) \end{bmatrix}, \quad (18)$$

где $\xi(t)$, $\eta(t)$ – новые вектор-функции; $n \times m$ -матрица S и $m \times n$ -матрица R подлежат определению.

Преобразование (18) является невырожденным для любых R, S , так как определитель блочной матрицы равен единице [3]. Используя формулу Фробениуса [3] для определения $\xi(t)$, $\eta(t)$, умножим уравнение относительно $\eta(t)$ на μ и продифференцируем полученную систему по t :

$$\begin{cases} \dot{\xi}(t) = (E_n - \mu RS)\dot{x}(t) - \mu S\dot{y}(t); \\ \mu\dot{\eta}(t) = \mu R\dot{x}(t) + \mu\dot{y}(t). \end{cases} \quad (19)$$

В силу (1) из (19) имеем:

$$\begin{aligned} \dot{\xi}(t) &= (A_1 - C_{11}R - SA_{21} + SC_{21}R + \alpha(\mu))\xi(t) + \\ &+ (A_2 - C_{12}R - SA_{22} + SC_{22}R + \alpha(\mu))\xi(t - \mu h) + \\ &+ (C_{11} - SC_{21} + \alpha(\mu))\eta(t) + (C_{12} - SC_{22} + \alpha(\mu)) \times \\ &\times \eta(t - \mu h) + (B_1 - SB_2 + \alpha(\mu))u(t); \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \mu\dot{\eta}(t) &= (C_{21} + \alpha(\mu))\eta(t) + (C_{22} + \alpha(\mu))\eta(t - \mu h) + \\ &+ (B_2 + \alpha(\mu))u(t) + (A_{21} - C_{21}R + \alpha(\mu))\xi(t) + \\ &+ (A_{22} - C_{22}R + \alpha(\mu))\xi(t - \mu h). \end{aligned} \quad (21)$$

Здесь $O(\mu)$ – вектор-функция $f(\mu)$, для которой существуют постоянные μ^*, c ($\mu^* > 0, c > 0$) такие, что норма $|f(\mu)|$ удовлетворяет неравенству $|f| \leq c\mu$ для любого $\mu \in (0, \mu^*]$ [4]. Неизвестные матрицы S, R преобразования (18) в системе (20), (21) выберем из условия равенства нулю $(n \times m)$ -матричных коэффициентов $(C_{11} - SC_{21} + O(\mu)); (C_{12} - SC_{22} + O(\mu))$ при $\eta(t - i\mu h)$, $i = 0, 1$ в уравнении (20) и $(m \times n)$ -матричных коэффициентов $(A_{21} - C_{21}R + O(\mu)), (A_{22} - C_{22}R + O(\mu))$ при $\xi(t - i\mu h)$, $i = 0, 1$ в уравнении (21). Тогда в результате попарного сложения соответствующих матричных коэффициентов и в силу предположения (2) следует:

$$S = (C_{11} + C_{12})(C_{21} + C_{22})^{-1} + O(\mu); \quad (22)$$

$$R = (C_{21} + C_{22})^{-1}(A_{21} + A_{22}) + O(\mu). \quad (23)$$

Подставив (22), (23) в (20), (21) и введя обозначения:

$$\begin{aligned} A &= A_1 - C_{11}(C_{21} + C_{22})^{-1}(A_{21} + A_{22}) - \\ &- (C_{11} + C_{12})(C_{21} + C_{22})^{-1}A_{21} + \\ &+ (C_{11} + C_{12})(C_{21} + C_{22})^{-1}C_{21}(C_{21} + C_{22})^{-1}(A_{21} + A_{22}); \\ A_2 &= A_2 - C_{12}(C_{21} + C_{22})^{-1}(A_{21} + A_{22}) - \\ &- (C_{11} + C_{12})(C_{21} + C_{22})^{-1}A_{22} + \\ &+ (C_{11} + C_{12})(C_{21} + C_{22})^{-1}C_{22}(C_{21} + C_{22})^{-1}(A_{21} + A_{22}), \end{aligned} \quad (24)$$

получим систему с разделенными переменными и с малым запаздыванием (СРПМЗ):

$$\begin{cases} \dot{\xi}(t) = (A + \alpha(\mu))\xi(t) + (A_2 + \alpha(\mu))\xi(t - \mu h) + \\ + (B_0 + \alpha(\mu))u(t); \\ \mu\dot{\eta}(t) = (C_{21} + \alpha(\mu))\eta(t) + (C_{22} + \alpha(\mu))\eta(t - \mu h) + \\ + (B_2 + \alpha(\mu))u(t). \end{cases} \quad (25)$$

Отметим, что невырожденное преобразование (18) сохраняет все качественные свойства (управляемость, наблюдаемость и так далее) системы (1). Поэтому далее вместо (1) будем исследовать управляемость СРПМЗ (25). По-

ложив в первом уравнении (25) $\mu = 0$, найдем вид вырожденной системы для СРПМЗ

$$\dot{\xi}(t) = A_0 \xi(t) + B_0 u(t), \quad (26)$$

что, очевидно, совпадает с системой (9).

Известно [5], что система (26) полностью управляема на отрезке $[0, T]$ тогда и только тогда, когда

$$\text{rank}\{B_0, A_0 B_0, \dots, A_0^{n-1} B_0\} = n. \quad (27)$$

Найдем связь между условиями управляемости системы (26) и невозмущенной системой

$$\dot{\xi}(t) = A_1 \xi(t) + A_2 \xi(t - \mu h) + B_0 u(t) \quad (28)$$

первого уравнения (25).

Теорема 1 [6]. Для того чтобы система (28) была относительно управляема на отрезке $[0, T]$, необходимо и достаточно, чтобы

$$\text{rank}\{X_k(s), \quad k=1, 2, \dots, n, \quad s \in [0, \alpha h]\} = n, \\ \alpha = \frac{T-0}{\mu h}. \quad (29)$$

В (29) $X_k(s) \in M^{n \times r}$ – матричные решения определяющего уравнения [5] системы (28):

$$X_{k+1}(s) = A_1 X_k(s) + A_2 X_k(s - \mu h) + B_0 U_k(s), \\ k=1, 2, 3, \dots, \quad (30)$$

с начальными условиями:

$$X_0(s) = 0_{nr} \quad \forall s; \quad X_j(s) = 0_{nr}; \quad U_j(s) = 0_r; \quad \forall s < 0; \\ i=0, 1, 2, \dots; \quad j=1, 2, 3, \dots; \quad (31)$$

$U_0(0) = E_r; \quad U_0(s) = 0_r$ при $s \neq 0$.

Заметим, что сложение A_1 и A_2 из (24) дает A_0 вида (10), т. е. $A_0 = A_1 + A_2$. Нетрудно видеть, что условие (27) эквивалентно

$$\text{rank}\{X_k, \quad k=1, 2, \dots, n\} = n, \quad (32)$$

где $X_k \in M^{n \times r}$ – матричные решения определяющего уравнения системы (26):

$$X_{k+1} = A_0 X_k + B_0 U_k, \quad k=1, 2, 3, \dots, \quad (33)$$

с начальными условиями:

$$X_k = 0_{nr}; \quad k \leq 0; \quad U_0 = E_r; \quad U_k = 0_r; \quad k \neq 0.$$

Лемма 1. Для любого $l \geq 0 \quad (l \in Z)$ справедливо тождество

$$(A_1 + A_2)^l B_0 \equiv X_{l+1}. \quad (34)$$

Доказательство проведем методом математической индукции по l . При $l=0$ в силу (33) следует $X_1 = A_0 X_0 + B_0 U_0 = B_0$, а также $(A_1 + A_2)^0 B_0 = B_0$, следовательно, (34) выполняется при $l=0$. Предположим, что (34) верно при $l=k$, т. е. $(A_1 + A_2)^k B_0 = X_{k+1}$. Докажем его для $l=k+1$. Имеем

$$(A_1 + A_2)^{k+1} B_0 = (A_1 + A_2)(A_1 + A_2)^k B_0 = \\ = (A_1 + A_2)X_{k+1} = A_0 X_{k+1} = B_0 U_{k+1} = X_{k+2}.$$

Лемма доказана.

Лемма 2. Для любого $k = \overline{1, n}$ справедливо тождество

$$\sum_{i=0}^{k-1} X_k(i\mu h) \equiv X_k. \quad (35)$$

Доказательство проведем методом математической индукции по k . При $k=1$ в силу (30), (31) $X_1(0) = B_0$, с другой стороны, в силу леммы 1 $B_0 = X_1$, следовательно, (35) выполняется при $k=1$. Предположим, что (35) верно при $k=l$, т. е. $\sum_{i=0}^{l-1} X_l(i\mu h) \equiv X_l$. Докажем тождество для $k=l+1$. С учетом свойств решений определяющих уравнений (30) и леммы 1 имеем

$$\sum_{i=0}^l X_{l+1}(i\mu h) = \\ + X_{l+1}(0) + X_{l+1}(\mu h) + \dots + X_{l+1}(l\mu h) = A_1 X_l(0) + \\ + A_2 X_l(-\mu h) + B_0 U_l(0) + \\ + A_1 X_l(\mu h) + A_2 X_l(0) + B_0 U_l(\mu h) + \dots + \\ + A_1 X_l((l-1)\mu h) + A_2 X_l((l-1)\mu h - \mu h) + \\ + B_0 U_l((l-1)\mu h) + A_1 X_l(l\mu h) + A_2 X_l((l-1)\mu h) + \\ + B_0 U_l(l\mu h) = (A_1 + A_2) X_l(0) + (A_1 + A_2) X_l(\mu h) + \dots + \\ + (A_1 + A_2) X_l((l-1)\mu h) = (A_1 + A_2) \sum_{i=0}^{l-1} X_l(i\mu h) = \\ = (A_1 + A_2)(A_1 + A_2)^{k-1} B_0 = (A_1 + A_2) B_0 = X_{l+1},$$

что и требовалось доказать.

Теорема 2. Если система (26) полностью управляема, то система (28) относительно управляема на отрезке $[0, T]$.

Доказательство. Предположим противное: пусть система (26) управляема, но условие (29) не выполнено. Это означает, что $\text{rank}\{X_k(s), k = \overline{1, n}, s \in [0, \alpha h]\} < n$, $\alpha = \frac{T-0}{\mu h}$. Следовательно, но, существует вектор $g \in R^n$; $g \neq 0$, такой, что для каждого фиксированного $k = \overline{1, n}$ $g'X_k(s) = 0$, $s \in [0, \alpha h]$, и в силу леммы 2 справедливо $0 = \sum_{i=0}^{k-1} g'X_k(i\mu h) \equiv g'X_k$, что противоречит полной управляемости системы (26). Теорема доказана.

Теорема 3 [1]. Если система (28) относительно управляема на отрезке $[0, T]$, то существует $\mu^* > 0$ такое, что $\forall \mu \in (0, \mu^*]$ система (28) также относительно управляема по $\xi(t)$.

Из сказанного выше следует вывод.

Теорема 4. Система (1), (3) относительно управляема на отрезке $[0, T]$ по x тогда и только тогда, когда выполняется условие (32).

Сделав замену $\tau = t/\mu$ из второго уравнения системы (25), получим систему погранслоя с постоянным запаздыванием h

$$\begin{aligned} \dot{\eta}(\tau) = & (C_{21} + \alpha(\mu))\eta(\tau) + \\ & + (C_{22} + \alpha(\mu))\eta(\tau - h) + (B_2 + \alpha(\mu))u(\tau). \end{aligned} \quad (36)$$

Из [6] следует, что необходимым и достаточным условием относительной управляемости невозмущенной системы

$$\dot{\eta}(\tau) = C_{21}\eta(\tau) + C_{22}\eta(\tau - h) + B_2u(\tau) \quad (37)$$

является условие:

$$\begin{aligned} \text{rank}\{Y_k(s), k = 1, 2, \dots, n, s \in [0, \alpha h]\} = n \\ \alpha = \frac{T-0}{h}. \end{aligned} \quad (38)$$

В (38) $Y_k(s) \in M^{m \times r}$ – матричные решения определяющего уравнения системы (37)

$$\begin{aligned} Y_{k+1}(s) = C_{21}Y_k(s) + C_{22}Y_k(s-h) + B_2U_k(s), \\ k = 1, 2, 3, \dots, \end{aligned}$$

с начальными условиями:

$$\begin{aligned} Y_j(s) = 0_{mr}; \quad \forall s; \quad X_j(s) = 0_{mr}; \quad U_j(s) = 0_r; \quad \forall s < 0; \\ i = 0, 1, 2, \dots; \quad j = 1, 2, 3, \dots; \quad U_0(0) = E_r; \\ U_0(s) = 0_r \text{ при } s \neq 0. \end{aligned}$$

Теорема 5 [1]. Если система (37) относительно управляема на $[0, T/\mu]$, то существует $\mu^* > 0$ такое, что $\forall \mu \in (0, \mu^*]$ система (36) также относительно управляема на $0, T/\mu$.

Поскольку система (37) с точностью до обозначений совпадает с (17), справедлива следующая теорема.

Теорема 6. Система (1), (3) относительно управляема на отрезке $[0, T]$ по y тогда и только тогда, когда выполняется условие (38).

Объединение теорем 4 и 6 позволяет сформулировать следующий результат.

Теорема 7. Система (1), (3) относительно управляема на отрезке $[0, T]$ по совокупности переменных $\{x, y\}$ тогда и только тогда, когда одновременно выполняются условия (38) и (32).

ВЫВОД

Полученные в статье эффективные достаточные условия относительной управляемости позволяют сводить исследование линейных СВС с малым запаздыванием к анализу достаточно простых решений алгебраических определяющих уравнений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Копейкина, Т. Б. Об управляемости линейных сингулярно возмущенных систем с запаздыванием / Т. Б. Копейкина // Дифференциальные уравнения. – 1989. – Т. 25, № 9. – С. 1508–1518.
2. Васильева, А. Б. Асимптотические разложения решений сингулярно возмущенных уравнений / А. Б. Васильева, В. Ф. Бутузов. – М.: Наука, 1973. – 272 с.
3. Гантмахер, Ф. Р. Теория матриц / Ф. Р. Гантмахер. – М.: Наука, 1967. – 576 с.
4. Ли, Э. Б. Основы теории оптимального управления / Э. Б. Ли, Л. Маркус. – М.: Мир, 1972. – 352 с.
5. Калман, Р. Е. Об общей теории систем управления / Р. Е. Калман // Труды I конгресса ИФАК. – М.: Изд-во АН СССР. – 1961.
6. Габасов, Р. Качественная теория оптимальных процессов / Р. Габасов, Ф. М. Кириллова. – М.: Наука, 1971. – 508 с.

Поступила 7.07.2005