• оптимизация поверочных потоков СИ в рабочей поверочной схеме с учетом географического расположения эталонных СИ и их пропускной способности; она проводится путем построения ориентированного графа состояний рабочей поверочной схемы, использования алгоритма Фалькерсона для упорядочения элементов графа и решения задачи о максимальном потоке, проходящем через рабочую поверочную схему [4].

ВЫВОД

Таким образом, на основе предложенных методик расчета параметров рабочих поверочных схем для СИ с помощью принципа многокритериальности возможно построить математические модели определения оптимальных параметров рабочих поверочных схем для СИ с целью эффективного управления ими.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Система** обеспечения единства измерений Республики Беларусь. Поверка СИ. Организация и порядок проведения; СТБ 8003–93: Введ. 01.07.1994. – Минск: Белстандарт, 1993. – 62 с.

2. **Поверочные** схемы. Построение и содержание; СТБ 8025–2005 ГСИ: Введ. 01.05.2006. – Минск: Госстандарт, 2005. – 9 с.

3. **Методика** определения параметров поверочных схем / МИ 83–76 ГСИ // Утв. Научно-техническим советом ВНИИМ от 18.12.1974. – Введ. впервые; Введ. с 01.01.1976. – М.: Изд-во стандартов, 1976. – 67 с.

4. **Червяковская, Н. Н.** Разработка рабочих поверочных схем для средств измерений на основе принципа многокритериальности / Н. Н. Червяковская // Отчет о НИР. – Минск: БелГИМ, 2003. – 47 с.

Поступила 26.12.2006

УДК 621.317.001.891.573

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СПОСОБА ОПРЕДЕЛЕНИЯ АНИЗОТРОПИИ С ПОМОЩЬЮ ЭЛЕКТРОЕМКОСТНОГО ЗЕРКАЛЬНО-СИММЕТРИЧНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ

Канд. техн. наук, доц. ДЖЕЖОРА А. А., докт. техн. наук РУБАНИК В. В.

Витебский государственный технологический университет,
Институт технической акустики НАН Беларуси

Для неразрушающего контроля изделий электроемкостными методами в последнее время широко используют зеркально-симметричные конструкции преобразователей [1, 2], которые обладают широкими функциональными возможностями: позволяют контролировать анизотропию физических свойств плоских материалов [3], осуществлять послойный контроль [4], устранять погрешности, обусловленные температурными изменениями геометрических размеров электродов и диэлектрических свойств подложек электроемкостных преобразователей [5]. Для практической реализации таких конструкций требуется построение математической модели, позволяющей оптимизировать параметры преобразователя.

В данной статье приводится расчет математической модели многосекционного ленточного зеркально-симметричного накладного измерительного конденсатора (ЗСНИК) с дополнительным охранным электродом. Рассматривается случай, когда исследуемый материал расположен между электродами ЗСНИК (рис. 1), для которого диэлектрическая проницаемость

$$\varepsilon(y)=\begin{cases}\varepsilon=\varepsilon_3, \text{ если } y\geq b+h_2;\\ \varepsilon=\varepsilon_2, \text{ если } h_2\leq y+h_2+b;\\ \varepsilon=\varepsilon_1, \text{ если } y\leq h_1.\end{cases} \quad (1)$$

Наведенные на границах раздела слоев заряды учтем, используя метод зеркальных отображений [6]. Тогда коэффициенты отражений для зарядов нижней части зеркально-симметричного накладного измерительного конденсатора λ_1, λ_2, коэффициент повторных отражений γ и коэффициент пропускания λ_3 для зарядов верхней части и соответственно наоборот будут равны:

$$\lambda_1=\frac{\varepsilon_1-\varepsilon_2}{\varepsilon_1+\varepsilon_2};\ \lambda_2=\frac{4\varepsilon_1\varepsilon_2\left(\varepsilon_2-\varepsilon_3\right)}{\left(\varepsilon_1+\varepsilon_2\right)^2\left(\varepsilon_2+\varepsilon_3\right)};$$

$$\lambda_3=\frac{4\varepsilon_1\varepsilon_3}{\left(\varepsilon_1+\varepsilon_2\right)\left(\varepsilon_2+\varepsilon_3\right)};\ \gamma=\frac{\left(\varepsilon_2-\varepsilon_1\right)\left(\varepsilon_2-\varepsilon_3\right)}{\left(\varepsilon_1+\varepsilon_2\right)\left(\varepsilon_2+\varepsilon_3\right)};\quad (2)$$

$$\lambda'_1=\frac{\varepsilon_3-\varepsilon_2}{\varepsilon_3+\varepsilon_2};\ \lambda'_2=\frac{4\varepsilon_3\varepsilon_2\left(\varepsilon_2-\varepsilon_3\right)}{\left(\varepsilon_3+\varepsilon_2\right)^2\left(\varepsilon_2+\varepsilon_3\right)};$$

$$\lambda'_3=\frac{4\varepsilon_1\varepsilon_3}{\left(\varepsilon_1+\varepsilon_2\right)\left(\varepsilon_2+\varepsilon_3\right)};\ \gamma'=\frac{\left(\varepsilon_2-\varepsilon_1\right)\left(\varepsilon_2-\varepsilon_3\right)}{\left(\varepsilon_1+\varepsilon_2\right)\left(\varepsilon_2+\varepsilon_3\right)}.\quad (3)$$

Положим, что длина электродов намного больше их ширины, а число секций N бесконечно велико (рис. 1). В этом случае электромагнитное поле можно рассматривать как плоскопараллельное и расчеты производить на единицу длины электродов. Так как число секций бесконечно велико, функция распределения зарядов одинакова на всех электродах и симметрична относительно их оси. Это упрощает расчеты и позволяет составить интегральные уравнения для потенциалов электродов только одной центральной секции с учетом влияния остальных секций.

Через $\sigma(x)$ обозначим поверхностную плотность зарядов на потенциальных электродах, а через $\tau(x)$ – на охранных электродах. Очевидно, что в силу геометрической симметрии будет иметь место и электрическая симметрия:

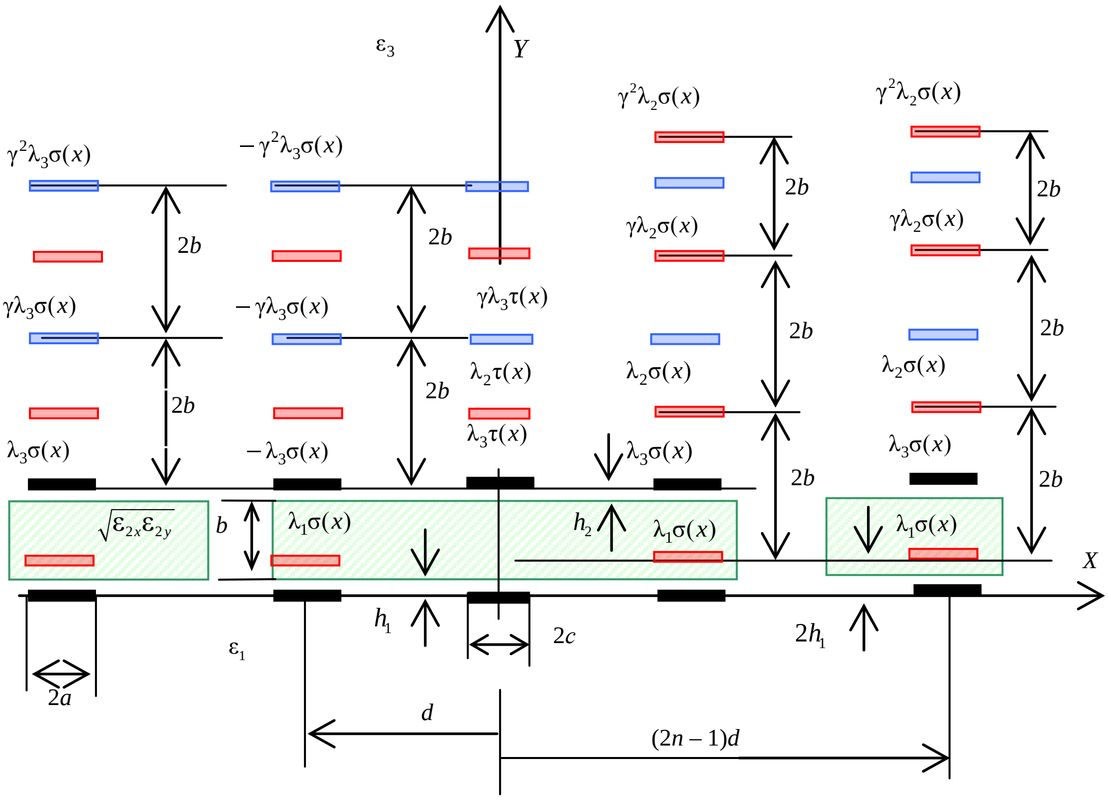

Рис. 1. К расчету электростатической емкости многосекционного зеркально-симметричного преобразователя

$$\sigma(x, y=0) = \sigma(x, y=b) = \\ = -\sigma(-x, y=0) = -\sigma(-x, y=b); \qquad (4)$$

$$\tau(x, y=0) = \tau(x, y=b) = \\ = -\tau(-x, y=0) = -\tau(-x, y=b). \qquad (5)$$

Для упрощения введем новую переменную $z = t - d$. С учетом условий симметрии (4) и (5):

$$\sigma'(d-z) = \sigma''(d+z) = \sigma(z); \qquad (6)$$

$$\tau(z) = -\tau(2d+z) = \tau(2d-z) = -\tau(-z). \qquad (7)$$

Тогда, принимая потенциалы потенциальных электродов равными $\pm V$, а потенциал на охранном электроде равным нулю, согласно теории потенциалов для плоскопараллельных полей получим для потенциального электрода:

$$\int_0^c \tau(z)\ln\left|\frac{z+x}{z-x}\right|dz + \frac{\lambda_1}{2}\int_0^c \tau(z)\ln\left|\frac{(z+x)^2+4h_1^2}{(z-x)^2+4h_1^2}\right|dz + \frac{\lambda_2}{2}\sum_{s=1}^{S-1}\gamma^{s-1}\int_0^c \tau(z)\ln\left|\frac{(z+x)^2+(2h_1+bs)^2}{(z-x)^2+(2h_1+bs)^2}\right|dz +$$

$$+\frac{\lambda_1}{2}\sum_{n=1}^{N}(-1)^{n+1}\int_0^c \tau(z)\ln\left|\frac{\left[(2dn-z+x)^2+4h_1^2\right]\left[(2dn+z-x)^2+4h_1^2\right]}{\left[(2dn-z-x)^2+4h_1^2\right]\left[(2dn+z+x)^2+4h_1^2\right]}\right|dz +$$

$$+\frac{\lambda_2}{2}\sum_{n=1}^{N}(-1)^{n+1}\sum_{s=1}^{S-1}\gamma^{s-1}\int_0^c \tau(z)\ln\left|\frac{\left[(2dn-z+x)^2+(2h_1+bs)^2\right]\left[(2dn+z-x)^2+(2h_1+bs)^2\right]}{\left[(2dn-z-x)^2+(2h_1+bs)^2\right]\left[(2dn+z+x)^2+(2h_1+bs)^2\right]}\right|dz +$$

$$+\int_0^a \sigma(z)\ln\left|\frac{d-z+x}{d-z-x}\right|dz + \frac{\lambda_1}{2}\int_0^a \sigma(z)\ln\left|\frac{(d-z+x)^2+4h_1^2}{(d-z-x)^2+4h_1^2}\right|dz +$$

$$+\frac{\lambda_2}{2}\sum_{s=1}^{S-1}\gamma^{s-1}\int_0^c \sigma(z)\ln\left|\frac{(d-z+x)^2+(2h_1+bs)^2}{(d-z-x)^2+(2h_1+bs)^2}\right|dz +$$

$$+\frac{\lambda_1}{2}\sum_{n=1}^{N}(-1)^{n+1}\int_0^a \sigma(z)\ln\left|\frac{\left[(d(2n+1)-z-x)^2+4h_1^2\right]\left[(d(2n-1)+z+x)^2+4h_1^2\right]}{\left[(d(2n+1)-z+x)^2+4h_1^2\right]\left[(d(2n-1)+z-x)^2+4h_1^2\right]}\right|dz +$$

$$+\frac{\lambda_2}{2}\sum_{n=1}^{N}(-1)^{n+1}\sum_{s=1}^{S-1}\gamma^{s-1}\int_0^c \sigma(z)\ln\left|\frac{\left[(d(2n+1)-z+x)^2+(2h_1+bs)^2\right]\left[(d(2n-1)+z+x)^2+(2h_1+bs)^2\right]}{\left[(d(2n+1)-z+x)^2+(2h_1+bs)^2\right]\left[(d(2n-1)+z-x)^2+(2h_1+bs)^2\right]}\right|dz +$$

$$+\frac{\lambda_3}{2}\int_0^c \tau(z)\ln\left|\frac{(z+x)^2+(h_1+h_2+b)^2}{(z-x)^2+(h_1+h_2+b)^2}\right|dz + \frac{\lambda_3}{2}\int_0^a \sigma(z)\ln\left|\frac{(d-z+x)^2+(h_1+h_2+b)^2}{(d-z-x)^2+(h_1+h_2+b)^2}\right|dz +$$

$$+\frac{\lambda_3}{2}\sum_{n=1}^{N}(-1)^{n+1}\sum_{s=0}^{S}\gamma^{s}\int_0^c \tau(z)\ln\left|\frac{\left[(2dn+z-x)^2+(2(h_2+h_1+bs)+b)^2\right]\left[(2dn-z+x)^2+(2(h_2+h_1+bs)+b)^2\right]}{\left[(2dn-z-x)^2+(2(h_2+h_1+bs)+b)^2\right]\left[(2dn+z+x)^2+(2(h_2+h_1+bs)+b)^2\right]}\right|dz +$$

$$+\frac{\lambda_3}{2}\sum_{n=1}^{N}(-1)^{n+1}\sum_{s=1}^{S-1}\gamma^{s-1}\int_0^c \sigma(z)\ln\times$$

$$\times\left|\frac{\left[\left(d\left(2n+1\right)-z-x\right)^{2}+\left(2(h_{2}+h_{1}+bs)+b\right)^{2}\right]\left[\left(d\left(2n-1\right)+z+x\right)^{2}+\left(2(h_{2}+h_{1}+bs)+b\right)^{2}\right]}{\left[\left(d\left(2n+1\right)-z+x\right)^{2}+\left(2(h_{2}+h_{1}+bs)+b\right)^{2}\right]\left[\left(d\left(2n-1\right)+z+x\right)^{2}+\left(2(h_{2}+h_{1}+bs)+b\right)^{2}\right]}\right|dz+$$

$$+\sum_{n=1}^{N}\left\{\left(-1\right)^{n+1}\left[\int_{0}^{c}\tau\left(z\right)\ln\left|\frac{\left(2dn-z+x\right)\left(2dn+z-x\right)}{\left(2dn-z-x\right)\left(2dn+z+x\right)}\right|dz+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\int_{0}^{a}\sigma\left(z\right)\ln\left|\frac{\left(d\left(2n+1\right)-z-x\right)\left(d\left(2n-1\right)+z+x\right)}{\left(d\left(2n-1\right)-z+x\right)\left(d\left(2n-1\right)+z-x\right)}\right|dz\right]\right\}=2\pi\varepsilon_{0}\varepsilon_{1}V\,, \qquad (8)$$

где x – некоторая точка на потенциальном электроде $d-a\le x\le d,\quad y=0$.

Для охранного электрода интегральное уравнение выглядит аналогичным образом: с правой частью, равной нулю, и координатой точки на охранном электроде $0\le x\le c,\quad y=0$.

$$\int_{0}^{c}\tau\left(z\right)\ln\left|\frac{z+x}{z-x}\right|dz+\frac{\lambda_{1}}{2}\int_{0}^{c}\tau\left(z\right)\ln\left|\frac{\left(z+x\right)^{2}+4h_{1}^{2}}{\left(z-x\right)^{2}+4h_{1}^{2}}\right|dz+\frac{\lambda_{2}}{2}\sum_{s=1}^{S-1}\gamma^{s-1}\int_{0}^{c}\tau\left(z\right)\ln\left|\frac{\left(z+x\right)^{2}+\left(2h_{1}+bs\right)^{2}}{\left(z-x\right)^{2}+\left(2h_{1}+bs\right)^{2}}\right|dz+$$

$$+\frac{\lambda_{1}}{2}\sum_{n=1}^{N}\left(-1\right)^{n+1}\int_{0}^{c}\tau\left(z\right)\ln\left|\frac{\left[\left(2dn-z+x\right)^{2}+4h_{1}^{2}\right]\left[\left(2dn+z-x\right)^{2}+4h_{1}^{2}\right]}{\left[\left(2dn-z-x\right)^{2}+4h_{1}^{2}\right]\left[\left(2dn+z+x\right)^{2}+4h_{1}^{2}\right]}\right|dz+$$

$$+\frac{\lambda_{2}}{2}\sum_{n=1}^{N}\left(-1\right)^{n+1}\sum_{s=1}^{S-1}\gamma^{s-1}\int_{0}^{c}\tau\left(z\right)\ln\left|\frac{\left[\left(2dn-z+x\right)^{2}+\left(2h_{1}+bs\right)^{2}\right]\left[\left(2dn+z-x\right)^{2}+\left(2h_{1}+bs\right)^{2}\right]}{\left[\left(2dn-z-x\right)^{2}+\left(2h_{1}+bs\right)^{2}\right]\left[\left(2dn+z+x\right)^{2}+\left(2h_{1}+bs\right)^{2}\right]}\right|dz+$$

$$+\int_{0}^{a}\sigma\left(z\right)\ln\left|\frac{d-z+x}{d-z-x}\right|dz+\frac{\lambda_{1}}{2}\int_{0}^{a}\sigma\left(z\right)\ln\left|\frac{\left(d-z+x\right)^{2}+4h_{1}^{2}}{\left(d-z-x\right)^{2}+4h_{1}^{2}}\right|dz+$$

$$+\frac{\lambda_{2}}{2}\sum_{s=1}^{S-1}\gamma^{s-1}\int_{0}^{c}\sigma\left(z\right)\ln\left|\frac{\left(d-z+x\right)^{2}+\left(2h_{1}+bs\right)^{2}}{\left(d-z-x\right)^{2}+\left(2h_{1}+bs\right)^{2}}\right|dz+$$

$$+\frac{\lambda_{1}}{2}\sum_{n=1}^{N}\left(-1\right)^{n+1}\int_{0}^{a}\sigma\left(z\right)\ln\left|\frac{\left[\left(d\left(2n+1\right)-z-x\right)^{2}+4h_{1}^{2}\right]\left[\left(d\left(2n-1\right)+z+x\right)^{2}+4h_{1}^{2}\right]}{\left[\left(d\left(2n+1\right)-z+x\right)^{2}+4h_{1}^{2}\right]\left[\left(d\left(2n-1\right)+z-x\right)^{2}+4h_{1}^{2}\right]}\right|dz+$$

$$+\frac{\lambda_{2}}{2}\sum_{n=1}^{N}\left(-1\right)^{n+1}\sum_{s=1}^{S-1}\gamma^{s-1}\int_{0}^{c}\sigma\left(z\right)\ln\left|\frac{\left[\left(d\left(2n+1\right)-z+x\right)^{2}+\left(2h_{1}+bs\right)^{2}\right]\left[\left(d\left(2n-1\right)+z+x\right)^{2}+\left(2h_{1}+bs\right)^{2}\right]}{\left[\left(d\left(2n+1\right)-z+x\right)^{2}+\left(2h_{1}+bs\right)^{2}\right]\left[\left(d\left(2n-1\right)+z-x\right)^{2}+\left(2h_{1}+bs\right)^{2}\right]}\right|dz+$$

$$+\frac{\lambda_{3}}{2}\int_{0}^{c}\tau\left(z\right)\ln\left|\frac{\left(z+x\right)^{2}+\left(h_{1}+h_{2}+b\right)^{2}}{\left(z-x\right)^{2}+\left(h_{1}+h_{2}+b\right)^{2}}\right|dz+\frac{\lambda_{3}}{2}\int_{0}^{a}\sigma\left(z\right)\ln\left|\frac{\left(d-z+x\right)^{2}+\left(h_{1}+h_{2}+b\right)^{2}}{\left(d-z-x\right)^{2}+\left(h_{1}+h_{2}+b\right)^{2}}\right|dz+$$

$$+\frac{\lambda_3}{2}\sum_{n=1}^{N}(-1)^{n+1}\sum_{s=0}^{S}\gamma^s\int_0^c\tau(z)\ln\left|\frac{\left[(2dn+z-x)^2+(2(h_2+h_1+bs)+b)^2\right]\left[(2dn-z+x)^2+(2(h_2+h_1+bs)+b)^2\right]}{\left[(2dn-z-x)^2+(2(h_2+h_1+bs)+b)^2\right]\left[(2dn+z+x)^2+(2(h_2+h_1+bs)+b)^2\right]}\right|dz+$$

$$+\frac{\lambda_3}{2}\sum_{n=1}^{N}(-1)^{n+1}\sum_{s=1}^{S-1}\gamma^{s-1}\int_0^c\sigma(z)\ln\left|\frac{\left[(d(2n+1)-z-x)^2+(2(h_2+h_1+bs)+b)^2\right]\left[(d(2n-1)+z+x)^2+(2(h_2+h_1+bs)+b)^2\right]}{\left[(d(2n+1)-z+x)^2+(2(h_2+h_1+bs)+b)^2\right]\left[(d(2n-1)+z+x)^2+(2(h_2+h_1+bs)+b)^2\right]}\right|dz+$$

$$+\sum_{n=1}^{N}\left\{(-1)^{n+1}\left[\int_0^c\tau(z)\ln\left|\frac{(2dn-z+x)(2dn+z-x)}{(2dn-z-x)(2dn+z+x)}\right|dz+\int_0^a\sigma(z)\ln\left|\frac{(d(2n+1)-z-x)(d(2n-1)+z+x)}{(d(2n-1)-z+x)(d(2n-1)+z-x)}\right|dz\right]\right\}=0\,, \quad (9)$$

где S – число отражений.

Выражения для электродов верхней части зеркально-симметричного накладного измерительного конденсатора, когда $d-a\le x\le d$, $y=b+h_1+h_2$ и $0\le x\le c$, $y=b+h_1+h_2$, записываются аналогичным образом с учетом замены местами $h_1\leftrightarrow h_2$ и $\varepsilon_1\leftrightarrow\varepsilon_3$.

Решение полученной системы интегральных уравнений осуществим методом Крылова – Боголюбова, в соответствии с которым промежуток интегрирования разобьем на участки, где искомые функции $\sigma(x)$ и $\tau(x)$ принимают постоянные значения $\sigma_i(x)$, $\tau_i(x)$ и выносятся за знак интеграла. Таким образом, система интегральных уравнений преобразуется в систему линейных алгебраических уравнений, решение которой дает дискретные значения искомых функций. Для улучшения сходимости решения шаг интегрирования выберем переменным и зададим с помощью геометрической прогрессии. Если координаты краев электродов секции $\pm c$ и $\pm(d-a)$, то границы интегрирования для нижней части секции можно записать в виде:

$$\alpha_i=a\frac{1-q_1^{i-1}}{1-q_1^K};\ \beta_i=a\frac{1-q_1^i}{1-q_1^K};\ i=1,\ 2,\ 3,\ \ldots,\ K;\quad (10)$$

$$\alpha_i=c\frac{1-q_2^{i-K-1}}{1-q_2^M};\ \beta_i=c\frac{1-q_2^{i-K}}{1-q_2^M};$$

$$i=K+1,K+2,\ldots,K+M;\quad (11)$$

верхней части:

$$\alpha_i=a\frac{1-q_1^{i-K-M-1}}{1-q_1^K};\ \beta_i=a\frac{1-q_1^{i-K-M}}{1-q_1^K};$$

$$i=K+M+1,\ldots,2K+M;\quad (12)$$

$$\alpha_i=c\frac{1-q_2^{i-2K-M-1}}{1-q_2^M};\ \beta_i=c\frac{1-q_2^{i-2K-M}}{1-q_2^M};$$

$$i=2K+M+1,\ldots,2K+2M.\quad (13)$$

а участки интегрирования $l_i=\beta_i-\alpha_i$, где K, M – число разбиений для потенциального и охранного электродов нижней и верхней частей секции соответственно; q_1, q_2 – знаменатели геометрической прогрессии для потенциального и охранного электродов нижней и верхней частей секции соответственно.

Тогда:

$$\sigma(z)=\begin{cases}\sigma_1,\ \text{если } 0\le z<a\dfrac{1-q_1}{1-q_1^K};\\ \sigma_2,\ \text{если } a\dfrac{1-q_1}{1-q_1^K}\le z<a\dfrac{1-q_1^2}{1-q_1^K};\\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\ \sigma_K,\ \text{если } a\dfrac{1-q_1^{K-1}}{1-q_1^K}<z\le a;\end{cases}$$

$$\tau(z)=\begin{cases}\tau_{K+1},\ \text{если } 0\le z<c\dfrac{1-q_2}{1-q_2^M};\\ \tau_{K+2},\ \text{если } c\dfrac{1-q_2}{1-q_2^M}\le z<c\dfrac{1-q_2^2}{1-q_2^M};\\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\ \tau_{K+M},\ \text{если } c\dfrac{1-q_2^{M-1}}{1-q_2^M}<z\le c;\end{cases}$$

$$\sigma(z) = \begin{cases} \sigma_{K+M+1}, \text{ если } 0 \le z < a\dfrac{1-q_1}{1-q_1^K}; \\ \sigma_{K+M+2}, \text{ если } a\dfrac{1-q_1}{1-q_1^K} \le z < a\dfrac{1-q_1^2}{1-q_1^K}; \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \sigma_{2K+M}, \text{ если } a\dfrac{1-q_1^{K-1}}{1-q_1^K} < z \le a. \end{cases}$$

$$\tau(z) = \begin{cases} \tau_{2K+M+1}, \text{ если } 0 \le z < c\dfrac{1-q_2}{1-q_2^M}; \\ \tau_{2K+M+2}, \text{ если } c\dfrac{1-q_2}{1-q_2^M} \le z < c\dfrac{1-q_2^2}{1-q_2^M}; \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \tau_{2K+2M}, \text{ если } c\dfrac{1-q_2^{M-1}}{1-q_2^M} < z \le c. \end{cases} \quad (14)$$

Подставляя (14) в (8), (9), получим систему интегральных уравнений, в которой координаты точек на электродах определяются выражениями:

$$x_j = d - \frac{\alpha_j + \beta_j}{2} \text{ при } y = 0, j \le K, j = 1, 2, 3, \ldots, K;$$

$$x_j = \frac{\alpha_j + \beta_j}{2} \text{ при } y = 0;\ K < j \le K + M;$$
$$j = K + 1, \ldots, K + M;$$

$$x_j = d - \frac{\alpha_j + \beta_j}{2} \text{ при } y = b;\ K + M < j \le 2K + M;$$
$$j = K + M + 1, \ldots, 2K + M;$$

$$x_j = \frac{\alpha_j + \beta_j}{2} \text{ при } y = b;\ 2K + M < j \le 2K + 2M;$$
$$j = 2K + M + 1, \ldots, 2K + 2M. \quad (15)$$

Решение системы интегральных уравнений дает значения функций распределения поверхностных зарядов $\sigma_i(x)$, $\tau_i(x)$. Рабочая емкость, обусловленная потоком силовых линий в области контролируемого материала, определяется выражением

$$C_{\text{р}} = N\left(\frac{\sum\limits_{i=1}^{K}\sigma_i l_i + \sum\limits_{i=K+M+1}^{2K+M}\sigma_i l_i - \sum\limits_{i=K+1}^{K+M}\tau_i l_i - \sum\limits_{i=2k+M+1}^{2K+2M}\tau_i l_i}{2V} - \frac{\sum\limits_{i=1}^{K}\sigma'_i l_i - \sum\limits_{i=K+1}^{K+M}\tau'_i l_i}{2V}\right)L, \quad (16)$$

где $\sigma'_i(x)$, $\tau'_i(x)$ – значения функций распределения поверхностных зарядов, рассчитанных для случая однородной среды ($\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 1$) при $b = \infty$; L – длина ленточных электродов.

В случае анизотропной среды, диэлектрические свойства которой описываются тензором второго ранга

$$\varepsilon_2 = \begin{vmatrix} \varepsilon_{2x} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{2y} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{2z} \end{vmatrix}, \quad (17)$$

необходимо произвести изотропизирующее преобразование координат [7], сведя задачу к расчету в изотропной среде. В этом случае коэффициенты отражений и пропускания заменяются на аналогичные с учетом $\varepsilon_2 = \sqrt{\varepsilon_{2x}\varepsilon_{2y}}$ [7]:

$$\lambda_1 \to \lambda''_1,\quad \lambda_2 \to \lambda''_2,\quad \lambda_3 \to \lambda''_3;\quad \gamma \to \gamma'';$$

$$\lambda''_1 = \frac{\varepsilon_1 - \sqrt{\varepsilon_{2x}\varepsilon_{2y}}}{\varepsilon_1 + \sqrt{\varepsilon_{2x}\varepsilon_{2y}}};$$

$$\lambda''_2 = \frac{4\varepsilon_1\sqrt{\varepsilon_{2x}\varepsilon_{2y}}\left(\sqrt{\varepsilon_{2x}\varepsilon_{2y}} - \varepsilon_3\right)}{\left(\varepsilon_1 + \sqrt{\varepsilon_{2x}\varepsilon_{2y}}\right)^2\left(\sqrt{\varepsilon_{2x}\varepsilon_{2y}} + \varepsilon_3\right)};$$

$$\lambda''_3 = \frac{4\varepsilon_1\varepsilon_3}{\left(\varepsilon_1 + \sqrt{\varepsilon_{2x}\varepsilon_{2y}}\right)\left(\sqrt{\varepsilon_{2x}\varepsilon_{2y}} + \varepsilon_3\right)};$$

$$\gamma'' = \frac{\left(\sqrt{\varepsilon_{2x}\varepsilon_{2y}} - \varepsilon_1\right)\left(\sqrt{\varepsilon_{2x}\varepsilon_{2y}} - \varepsilon_3\right)}{\left(\varepsilon_1 + \sqrt{\varepsilon_{2x}\varepsilon_{2y}}\right)\left(\sqrt{\varepsilon_{2x}\varepsilon_{2y}} + \varepsilon_3\right)}. \quad (18)$$

Длина электродов L и размеры электродов a, c, d претерпят изменения и будут определяться по формулам [7]:

$$L_1 = L\sqrt{\frac{\varepsilon_{2z}}{\varepsilon_{2x}}\cos^2\alpha + \frac{\varepsilon_{2z}}{\varepsilon_{2y}}\sin^2\alpha},\quad a_1 = \xi a;$$

$$c_1 = \xi c;\ d_1 = \xi d;\ l_{1i} = \xi l_i,$$

где

$$\xi = \frac{\varepsilon_{2z}}{\sqrt{\varepsilon_{2x}\varepsilon_{2y}}} \sqrt{\frac{\frac{\varepsilon_{2z}}{\varepsilon_{2y}}\cos^2\alpha + \frac{\varepsilon_{2z}}{\varepsilon_{2x}}\sin^2\alpha}{\left(\frac{\varepsilon_{2z}}{\varepsilon_{2x}} - \frac{\varepsilon_{2z}}{\varepsilon_{2y}}\right)^2 \sin^2\alpha\cos^2\alpha + \frac{\varepsilon_{2z}^2}{\varepsilon_{2x}\varepsilon_{2y}}}};$$

α – угол между осью анизотропии OX и плоскостью силовых линий электрического поля.

Решение системы интегральных уравнений будем осуществлять, как и ранее, методом Крылова – Боголюбова. Рабочая $C_р$ и паразитная $C_п$ емкости трехзажимного многосекционного зеркально-симметричного накладного измерительного конденсатора будут определяться следующим образом:

$$C_р = \left(\frac{\sum_{i=1}^{K}\sigma_i l_{1i} + \sum_{i=K+M+1}^{2K+M}\sigma_i l_{1i} - \sum_{i=K+1}^{K+M}\tau_i l_{1i} - \sum_{i=2k+M+1}^{2K+2M}\tau_i l_{1i}}{2V} - \right. \tag{21}$$

$$\left. - \frac{\sum_{i=1}^{K}\sigma_i' l_i - \sum_{i=K+1}^{K+M}\tau_i' l_i}{2V} \right) NL_1;$$

$$C_п = \frac{\sum_{i=K+1}^{K+M}\tau_i l_{1i}}{V} L_1 N - \frac{\sum_{i=K+1}^{K+M}\tau_i' l_i}{2V} LN. \tag{22}$$

На рис. 2 представлены рассчитанные кривые распределения поверхностной плотности заряда, полученные для ортотропного диэлектрика (материал береза), и кривые, полученные аналитическим путем [1] (обозначены сплошной линией). Константы тензора диэлектрической проницаемости для выбранного материала: ε_x = 3,14; ε_y = 3,90; ε_z = 3,38 и частного случая изотропной среды $\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_z = 1$. Размеры электродов: $r_0 = 0{,}45$; $r_1 = 1{,}5$; $r_2 = 3$, толщина материала b = 2 мм, толщина воздушного зазора $h_1 = h_2$ = 0,05 мм.

Из анализа кривых следует, что имеется хорошее совпадение расчетных результатов поверхностной плотности заряда с результатами точного решения для изотропной среды [1].

ВЫВОД

Разработана математическая модель, позволяющая моделировать электрические поля в ортотропных слоистых средах и исключать влияние воздушных зазоров в межэлектродном пространстве преобразователя за счет оптимизации его конструкции, что значительно повышает точность измерений.

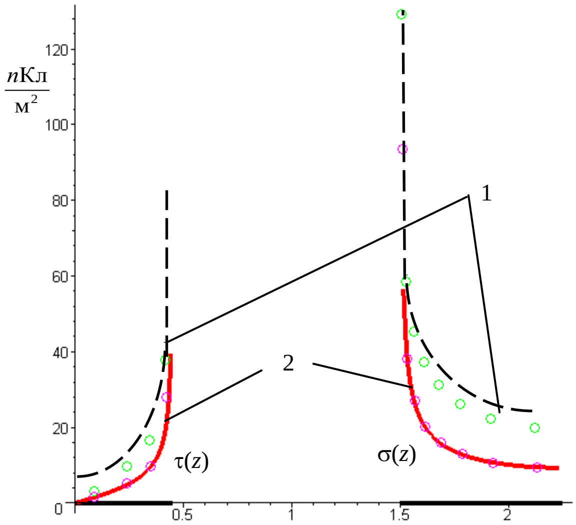

Рис. 2. Распределение поверхностной плотности зарядана электродах: 1 – в случае трехслойной среды; 2 – в случае однородной среды

ЛИТЕРАТУРА

1. **Джежора, А. А.** Электроемкостный датчик анизотропии физических свойств / А. А. Джежора, В. В. Рубаник // Датчики и преобразователи информации систем измерения, контроля и управления «Датчик-2003»: материалы XV междунар. науч.-техн. конф. – Судак, 2003. – С. 65–66.

2. **Джежора, А.А.** Конструкции датчиков для измерения анизотропии диэлектрических свойств тонких диэлектрических материалов / А. А. Джежора, В. В. Клубович; ВГТУ. – Витебск, 1988. – 10 с. – Деп. в ВИНИТИ 28.06.1988. – № 5154-В88 // Весці Акадэміі навук БССР. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 1989. – № 3. – С. 114.

3. **Способ** измерения анизотропии свойств полимерных материалов: а. с. 1549327 / А. А. Джежора, В. В. Щербаков, В. Л. Шушкевич, Л. И. Кузнецова // Бюл. изобретателя. – 1990. – № 9.

4. **Способ** контроля тонких диэлектрических материалов по толщине: а. с. 1430859 / А. А. Джежора, В. Л. Шушкевич, В. В. Щербаков // Бюл. изобретателя. – 1988. – № 38.

5. **Скрипник, Ю. А.** Измерение толщины диэлектрических материалов / Ю. А. Скрипник // Изв. вузов. Технология легкой промышленности. – 1980. – № 5. – С. 106–109.

6. **Джежора, А. А.** Расчет емкости датчика с симметричной системой плоских ленточных электродов в случае контроля гетерогенных сред / А. А. Джежора. – Витебск: ВГТУ, 1989. – 14 с. – Деп. в ВИНИТИ 20.02.1989. – № 1099-В89 // Весці Акадэміі навук БССР. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 1990. – № 1. – С. 110.

7. **Джежора, А. А., Рубаник, В. В.** Электрические поля накладных измерительных конденсаторов в ортотропных средах / А. А. Джежора, В. В. Рубаник // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 2005. – № 1. – С. 82–86.

Поступила 21.11.2006