

УДК 681.513.5

А.Г. Стрижнев, Г.В. Ледник, А.Н. Русакович

## СИНТЕЗ ЦИФРОВОГО РЕГУЛЯТОРА ДЛЯ ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ ПЯТОГО ПОРЯДКА С ПРИМЕНЕНИЕМ ОПТИМАЛЬНЫХ УПРАВЛЯЮЩИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ

Осуществляется синтез цифрового регулятора для электрогидравлической системы с астатическим объектом управления пятого порядка, содержащим в своем составе два колебательных звена. С помощью математического моделирования проводится проверка работы системы с данным объектом управления и рассчитанным для него цифровым регулятором. Полученные результаты рекомендуется использовать при практической реализации аналогичных цифровых систем автоматического управления.

### Введение

Для получения требуемой точности и качества переходного процесса системы автоматического управления (САУ) необходимо выбрать корректирующее устройство. При выборе корректирующего устройства предпочтение отдают тому из них, синтез которого может быть осуществлен аналитическим способом, а его реализация выполнена программно. Примером такого подхода может служить расчет цифровых регуляторов (ЦР), включенных последовательно с объектами управления (ОУ), имеющими различные непрерывные математические модели [1, 2]. В указанных работах осуществлен расчет цифровых регуляторов для объектов управления невысокого порядка (не выше четвертого). Однако на практике не всегда удается получить математическую модель ОУ, которую можно представить в упрощенном (редуцированном) виде. Примером может служить электрогидравлическая силовая следящая система с исполнительным гидроцилиндром [3], передаточная функция которой может быть четвертого, пятого и даже более высокого порядка. В связи с этим возникла необходимость расчета ЦР для астатического ОУ пятого порядка, который содержит два колебательных звена.

### 1. Функциональная схема САУ с объектом управления пятого порядка

Передаточная функция ОУ электрогидравлической системы с исполнительным гидроцилиндром имеет вид

$$G(s) = \alpha[s(s^2 + bs + a)(s^2 + ds + c)]^{-1}, \quad (1)$$

где  $\alpha = 30\,700\text{ с}^{-5}$ ;  $a = 225\text{ с}^{-2}$ ;  $b = 27\text{ с}^{-1}$ ;  $c = 250\text{ с}^{-2}$ ;  $d = 1,6\text{ с}^{-1}$ .

Обобщенная функциональная схема САУ с ОУ  $G(s)$  [2] показана на рис. 1. Сигналы входа  $u(t)$ , выхода  $x(t)$  и рассогласования  $\theta(t) = u(t) - x(t)$  в системе являются непрерывными функциями времени, поэтому при использовании ЦР необходимы аналого-цифровой (АЦП) и цифроаналоговый (ЦАП) преобразователи. ЦАП обычно представляет собой фиксатор нулевого порядка, а АЦП – квантователь с шагом  $h$ .

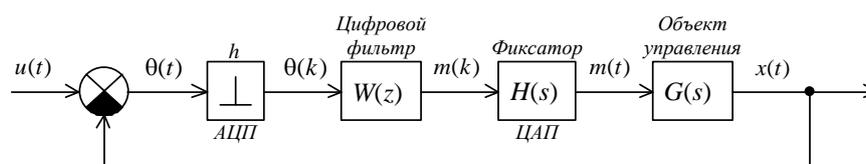


Рис. 1. Функциональная схема САУ

Наличие в системе ЦР позволяет при входном воздействии типа ступенчатой функции и нулевых начальных условиях осуществить оптимальный переходной процесс без перерегулирования за конечное и минимальное время. Для получения такого процесса в системе необходимо определить требуемую передаточную функцию  $W(z)$  ЦР. Для ОУ невысокого порядка (не выше четвертого) наиболее просто функция  $W(z)$  определяется численным методом переменного коэффициента усиления, изложенным в работах [1, 4]. Определение передаточной функции  $W(z)$  для системы с ОУ пятого порядка по данной методике является достаточно трудоемкой задачей. Значительно проще можно осуществить расчет ЦР, если использовать оптимальные управляющие воздействия на линейные ОУ, рассчитанные по методике [5].

## 2. Расчет цифрового регулятора

Для расчета составим схему аналогового моделирования (рис. 2), на которой ЦР представлен усилителем с переменным коэффициентом усиления. Такой усилитель располагается после фиксатора, причем согласно [1, 4] в любой момент времени  $t = \nu h^+$ ,  $\nu = 0, 1, 2, \dots$ , вход  $u_2$  и выход  $u'_2$  этого усилителя связаны линейным соотношением  $u'_2(\nu h^+) = K_\nu u_2(\nu h^+)$ , где  $K_\nu$  – постоянный коэффициент усиления усилителя в  $(\nu + 1)$ -м периоде прерывания  $h$  мгновенного ключа.

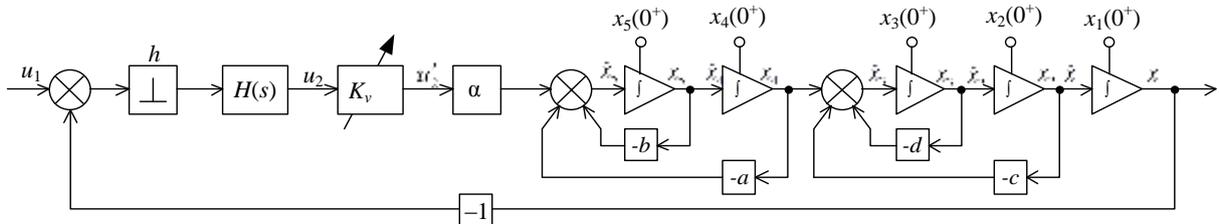


Рис. 2. Схема моделирования САУ с цифровым регулятором и аналоговым объектом управления

Запишем передаточную функцию ЦР в общем виде [1]:

$$W(z) = \frac{U'_2(z)}{U_2(z)} = \frac{K_0 u_2(0^+) + K_1 u_2(h^+) z^{-1} + K_2 u_2(2h^+) z^{-2} + K_3 u_2(3h^+) z^{-3} + K_4 u_2(4h^+) z^{-4}}{u_2(0^+) + u_2(h^+) z^{-1} + u_2(2h^+) z^{-2} + u_2(3h^+) z^{-3} + u_2(4h^+) z^{-4}} =$$

$$= K_0 \frac{1 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + b_3 z^{-3} + b_4 z^{-4}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + a_3 z^{-3} + a_4 z^{-4}}, \quad (2)$$

где

$$u_2(0^+) = 1; \quad a_1 = u_2(h^+); \quad a_2 = u_2(2h^+); \quad a_3 = u_2(3h^+); \quad a_4 = u_2(4h^+);$$

$$b_1 = \frac{K_1}{K_0} u_2(h^+); \quad b_2 = \frac{K_2}{K_0} u_2(2h^+); \quad b_3 = \frac{K_3}{K_0} u_2(3h^+); \quad b_4 = \frac{K_4}{K_0} u_2(4h^+).$$

Для ОУ (1) в работе [1] приведены оптимальные управляющие воздействия  $u'_2(\nu h^+)$  в виде коэффициентов передаточной функции (2):

$$K_0 = \frac{ac}{\alpha h(1 - 2\sqrt{B} \cos kh + B)(1 - 2\sqrt{D} \cos \mu h + D)}; \quad b_1 = -2(\sqrt{B} \cos kh + \sqrt{D} \cos \mu h);$$

$$b_2 = B + D + 4\sqrt{BD} \cos kh \cos \mu h; \quad b_3 = -2(B\sqrt{D} \cos \mu h + D\sqrt{B} \cos kh); \quad b_4 = BD; \quad (3)$$

$$B = e^{-bh}; \quad D = e^{-dh}; \quad \mu = \sqrt{c - \frac{d^2}{4}}; \quad k = \sqrt{a - \frac{b^2}{4}}.$$

Следовательно, задача синтеза ЦР сводится к определению недостающих коэффициентов  $a_1, a_2, a_3, a_4$  передаточной функции (2).

Используя схему аналогового моделирования, запишем дифференциальные уравнения состояния и уравнения переходных состояний (без учета переменного коэффициента усиления  $K_v$ ):

$$\begin{aligned} \dot{u}_1 &= 0; \quad \dot{x}_1 = x_2; \quad \dot{x}_2 = x_3; \quad \dot{x}_3 = x_4 - dx_3 - cx_2; \quad \dot{x}_4 = x_5; \quad \dot{x}_5 = \alpha u_2 - ax_4 - bx_5; \quad \dot{u}_2 = 0; \\ u_1(vh^+) &= u_1(vh); \quad x_1(vh^+) = x_1(vh); \quad x_2(vh^+) = x_2(vh); \quad x_3(vh^+) = x_3(vh); \\ x_4(vh^+) &= x_4(vh); \quad x_5(vh^+) = x_5(vh); \quad u_2(vh^+) = u_1(vh) - x_1(vh). \end{aligned}$$

Переписывая уравнения в векторно-матричной форме  $\dot{\mathbf{v}}(\tau) = \mathbf{A}\mathbf{v}(\tau)$  и  $\mathbf{v}(vh^+) = \mathbf{B}\mathbf{v}(vh)$ , находим

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c & -d & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -a & -b & \alpha \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{v} = \begin{bmatrix} u_1 \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ u_2 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{v}(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Методом комплексной плоскости [6] по матрице  $\mathbf{A}$  определим матрицу перехода  $\Phi(t) = e^{\mathbf{A}t} = L^{-1} \{ [s\mathbf{I} - \mathbf{A}]^{-1} \}$ , где  $\mathbf{I}$  – единичная матрица.

Для матрицы  $[s\mathbf{I} - \mathbf{A}]$  запишем выражение для нахождения обратной матрицы:

$$[s\mathbf{I} - \mathbf{A}]^{-1} = \frac{1}{\det|s\mathbf{I} - \mathbf{A}|} \mathbf{C}^T,$$

где  $\det|s\mathbf{I} - \mathbf{A}| = s^3(s^2 + sb + a)(s^2 + sd + c)$ ;  $\mathbf{C} = \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1j} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{i1} & \dots & a_{ij} \end{bmatrix}$  – матрица алгебраических дополнений;  $a_{ij}$  – алгебраические дополнения ( $i=1..7, j=1..7$ ) матрицы  $[s\mathbf{I} - \mathbf{A}]$ .

После нахождения матрицы  $\mathbf{C}$  и подстановки получим обратную матрицу:

$$[s\mathbf{I} - \mathbf{A}]^{-1} = \begin{bmatrix} 1/s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/s & (s+d)/sA_1 & 1/sA_1 & (s+b)/sA_1A_2 & 1/sA_1A_2 & \alpha/s^2A_1A_2 \\ 0 & 0 & (s+d)/A_1 & 1/A_1 & (s+b)/A_1A_2 & 1/A_1A_2 & \alpha/sA_1A_2 \\ 0 & 0 & -c/A_1 & s/A_1 & s(s+b)/A_1A_2 & s/A_1A_2 & \alpha/A_1A_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (s+b)/A_2 & 1/A_2 & \alpha/sA_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -a/A_2 & s/A_2 & \alpha/A_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/s \end{bmatrix}, \quad (4)$$

где  $A_1 = s^2 + sd + c$ ;  $A_2 = s^2 + sb + a$ .

Применим к матрице (4) обратное преобразование Лапласа [7] и с учетом усилителя с переменным коэффициентом усиления определим дискретную матрицу перехода в виде

$$\Phi(h, K_v) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & J & H & T & V & \alpha UK_v \\ 0 & 0 & F & N & S & K & \alpha VK_v \\ 0 & 0 & -cN & G & P & O & \alpha KK_v \\ 0 & 0 & 0 & 0 & L & M & \alpha RK_v \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -aM & C & \alpha MK_v \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

где  $B_1 = \frac{c}{a}(b^3 - b^2d - 2ab + bc + ad)$ ;  $B_2 = \frac{c}{a}(b^4 - b^3d - 4ab^2 + b^2c + 3abd + 2a^2 - 2ac)$ ;

$$D_1 = \frac{a}{c}(d^3 - bd^2 - 2cd + bc + ad)$$
;  $D_2 = \frac{a}{c}(d^4 - bd^3 - 4cd^2 + ad^2 + 3bcd + 2c^2 - 2ac)$ ;

$$M = \frac{1}{k}\sqrt{B} \sin kh$$
;  $N = \frac{1}{\mu}\sqrt{D} \sin \mu h$ ;  $H = \frac{1}{c}\left[1 - \sqrt{D}\left(\cos \mu h + \frac{d}{2\mu} \sin \mu h\right)\right]$ ;

$$J = \frac{d}{c}\left[1 - \sqrt{D}\left(\cos \mu h + \frac{d^2 - 2c}{2d\mu} \sin \mu h\right)\right]$$
;

$$P = aI\sqrt{B}\left[(d-b)\cos kh - \frac{b^2 - bd - 2(a-c)}{2k} \sin kh\right] +$$

$$+ I\sqrt{D}\left[a(b-d)\cos \mu h + \frac{2b^2c - 2ac - 2bcd + 2c^2 + ad^2 - abd}{2\mu} \sin \mu h\right]$$
;

$$I = \frac{1}{(c-a)^2 + (bc-ad)(b-d)}$$
;  $C = \sqrt{B}\left(\cos kh - \frac{b}{2k} \sin kh\right)$ ;

$$K = I\sqrt{B}\left[(b-d)\cos kh + \frac{b^2 - bd - 2(a-c)}{2k} \sin kh\right] + I\sqrt{D}\left[(d-b)\cos \mu h + \frac{d^2 - bd - 2(c-a)}{2\mu} \sin \mu h\right]$$
;

$$O = I\sqrt{B}\left[(c-a)\cos kh + \frac{2ad - b(a+c)}{2k} \sin kh\right] + I\sqrt{D}\left[(a-c)\cos \mu h + \frac{2bc - d(c+a)}{2\mu} \sin \mu h\right]$$
;

$$F = \sqrt{D}\left(\cos \mu h + \frac{d}{2\mu} \sin \mu h\right)$$
;  $G = \sqrt{D}\left(\cos \mu h - \frac{d}{2\mu} \sin \mu h\right)$ ;

$$V = \frac{-I\sqrt{B}}{a}\left[(b^2 - bd + c - a)\cos kh + \frac{b^3 - b^2d - 3ab + bc + 2ad}{2k} \sin kh\right] -$$

$$- \frac{I\sqrt{D}}{c}\left[(d^2 - bd - c + a)\cos \mu h + \frac{d^3 - bd^2 + ad - 3cd + 2bc}{2\mu} \sin \mu h\right] + \frac{1}{ac}$$
;

$$S = I\sqrt{B}\left[(b^2 - bd + c - a)\cos kh + \frac{b^3 - b^2d - 3ab + bc + 2ad}{2k} \sin kh\right] -$$

$$-I\sqrt{D} \left[ (b^2 - bd + c - a)\cos\mu h + \frac{b^2d - bd^2 + cd - 2ab + ad}{2\mu} \sin\mu h \right];$$

$$T = \frac{-I\sqrt{B}}{c} \left[ B_1 \cos kh + \frac{B_2}{2k} \sin kh \right] + \frac{I\sqrt{D}}{c} \left[ (b^2d - bd^2 - ab + cd)\cos\mu h + \left( \frac{2c(a - c + bd - b^2) + cd^2}{2\mu} + \frac{b(bd^2 - ad - d^3)}{2\mu} \right) \sin\mu h \right] + \frac{b}{ac};$$

$$U = \frac{I\sqrt{B}}{ac} \left[ B_1 \cos kh + \frac{B_2}{2k} \sin kh \right] + \frac{I\sqrt{D}}{ac} \left[ D_1 \cos\mu h + \frac{D_2}{2\mu} \sin\mu h \right] + \frac{ach - bc - ad}{a^2c^2}; R = \frac{1}{a} \left[ 1 - \sqrt{B} \left( \cos kh + \frac{b}{2k} \sin kh \right) \right]; L = \sqrt{B} \left( \cos kh + \frac{b}{2k} \sin kh \right).$$

Далее последовательно определяем требуемые векторы состояния  $\mathbf{v}(vh^+)$  в интервалах прерывания мгновенного ключа:

$$\mathbf{v}^T(0^+) = (\mathbf{B}\mathbf{v}(0))^T = [1; 0; 0; 0; 0; 0; 1];$$

$$\mathbf{v}^T(h) = (\Phi(h, K_0)\mathbf{v}(0^+))^T = [1; \alpha UK_0; \alpha VK_0; \alpha KK_0; \alpha RK_0; \alpha MK_0; 1];$$

$$\mathbf{v}^T(h^+) = (\mathbf{B}\mathbf{v}(h))^T = [1; \alpha UK_0; \alpha VK_0; \alpha KK_0; \alpha RK_0; \alpha MK_0; Q];$$

$$\mathbf{v}^T(2h) = (\Phi(h, K_1)\mathbf{v}(h^+))^T = [1; \alpha F_1K_0 + \alpha UQK_1; \alpha F_2K_0 + \alpha VQK_1;$$

$$\alpha F_3K_0 + \alpha KQK_1; \alpha F_4K_0 + \alpha RQK_1; \alpha M(F_5K_0 + QK_1); Q];$$

$$\mathbf{v}^T(2h^+) = (\mathbf{B}\mathbf{v}(2h))^T = [1; \alpha F_1K_0 + \alpha UQK_1; \alpha F_2K_0 + \alpha VQK_1;$$

$$\alpha F_3K_0 + \alpha KQK_1; \alpha F_4K_0 + \alpha RQK_1; \alpha M(F_5K_0 + QK_1); W];$$

$$\mathbf{v}^T(3h) = (\Phi(h, K_2)\mathbf{v}(2h^+))^T = [1; \alpha S_1K_0 + \alpha F_1QK_1 + \alpha UWK_2; \alpha S_2K_0 + \alpha F_2QK_1 + \alpha VWK_2;$$

$$\alpha S_3K_0 + \alpha F_3QK_1 + \alpha KWK_2; \alpha S_4K_0 + \alpha F_4QK_1 + \alpha RWK_2; \alpha M(S_5K_0 + F_5QK_1 + WK_2); W];$$

$$\mathbf{v}^T(3h^+) = (\mathbf{B}\mathbf{v}(3h))^T = [1; \alpha S_1K_0 + \alpha F_1QK_1 + \alpha UWK_2; \alpha S_2K_0 + \alpha F_2QK_1 + \alpha VWK_2;$$

$$\alpha S_3K_0 + \alpha F_3QK_1 + \alpha KWK_2; \alpha S_4K_0 + \alpha F_4QK_1 + \alpha RWK_2; \alpha M(S_5K_0 + F_5QK_1 + WK_2); Y];$$

$$\mathbf{v}(4h) = \Phi(h, K_3)\mathbf{v}(3h^+) = \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha L_1K_0 + \alpha S_1QK_1 + \alpha F_1WK_2 + \alpha UYK_3 \\ \alpha L_2K_0 + \alpha S_2QK_1 + \alpha F_2WK_2 + \alpha VYK_3 \\ \alpha L_3K_0 + \alpha S_3QK_1 + \alpha F_3WK_2 + \alpha KYK_3 \\ \alpha L_4K_0 + \alpha S_4QK_1 + \alpha F_4WK_2 + \alpha RYK_3 \\ \alpha M(L_5K_0 + S_5QK_1 + F_5WK_2 + YK_3) \\ Y \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{v}(4h^+) = \mathbf{B}\mathbf{v}(4h) = \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha L_1 K_0 + \alpha S_1 Q K_1 + \alpha F_1 W K_2 + \alpha U Y K_3 \\ \alpha L_2 K_0 + \alpha S_2 Q K_1 + \alpha F_2 W K_2 + \alpha V Y K_3 \\ \alpha L_3 K_0 + \alpha S_3 Q K_1 + \alpha F_3 W K_2 + \alpha K Y K_3 \\ \alpha L_4 K_0 + \alpha S_4 Q K_1 + \alpha F_4 W K_2 + \alpha R Y K_3 \\ \alpha M(L_5 K_0 + S_5 Q K_1 + F_5 W K_2 + Y K_3) \\ Z \end{bmatrix},$$

где

$$\begin{aligned} F_1 &= U + JV + HK + TR + VM; F_2 = FV + NK + SR + KM; F_3 = -cNV + GK + PR + OM; \\ F_4 &= LR + M^2; F_5 = -aR + C; S_1 = F_1 + JF_2 + HF_3 + TF_4 + VMF_5; S_2 = FF_2 + NF_3 + SF_4 + KMF_5; \\ S_3 &= -cNF_2 + GF_3 + PF_4 + OMF_5; S_4 = LF_4 + M^2 F_5; S_5 = -aF_4 + CF_5; \\ L_1 &= S_1 + JS_2 + HS_3 + TS_4 + VMS_5; L_2 = FS_2 + NS_3 + SS_4 + KMS_5; \\ L_3 &= -cNS_2 + GS_3 + PS_4 + OMS_5; L_4 = LS_4 + M^2 S_5; L_5 = -aS_4 + CS_5; Q = 1 - \alpha U K_0; \\ W &= 1 - \alpha F_1 K_0 - \alpha U Q K_1; Y = 1 - \alpha S_1 K_0 - \alpha F_1 Q K_1 - \alpha U W K_2; \\ Z &= 1 - \alpha L_1 K_0 - \alpha S_1 Q K_1 - \alpha F_1 W K_2 - \alpha U Y K_3. \end{aligned} \quad (5)$$

Из векторов состояний  $\mathbf{v}(0^+)$ ,  $\mathbf{v}(h^+)$ ,  $\mathbf{v}(2h^+)$ ,  $\mathbf{v}(3h^+)$ ,  $\mathbf{v}(4h^+)$  находим

$$u_2(0^+) = 1; a_1 = u_2(h^+) = Q; a_2 = u_2(2h^+) = W; a_3 = u_2(3h^+) = Y; a_4 = u_2(4h^+) = Z. \quad (6)$$

Перепишем коэффициенты  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $b_3$  выражения (2) с учетом выражений (6):

$$b_1 = \frac{K_1}{K_0} Q; b_2 = \frac{K_2}{K_0} W; b_3 = \frac{K_3}{K_0} Y. \quad (7)$$

Из формул (7) выразим коэффициенты

$$K_1 = \frac{b_1 K_0}{Q}; K_2 = \frac{b_2 K_0}{W}; K_3 = \frac{b_3 K_0}{Y}. \quad (8)$$

Подставляя  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_3$  из (8) и  $Q$ ,  $W$ ,  $Y$ ,  $Z$  из (5) в (6), запишем коэффициенты

$$\begin{aligned} a_1 &= 1 - \alpha U K_0; \\ a_2 &= 1 - \alpha F_1 K_0 - \alpha U Q K_1 = 1 - \alpha F_1 K_0 - \alpha U b_1 K_0 = 1 - \alpha K_0 (F_1 + b_1 U); \\ a_3 &= 1 - \alpha S_1 K_0 - \alpha F_1 Q K_1 - \alpha U W K_2 = 1 - \alpha S_1 K_0 - \alpha F_1 b_1 K_0 - \alpha U b_2 K_0 = \\ &= 1 - \alpha K_0 (S_1 + b_1 F_1 + b_2 U); \\ a_4 &= 1 - \alpha L_1 K_0 - \alpha S_1 Q K_1 - \alpha F_1 W K_2 - \alpha U Y K_3 = 1 - \alpha L_1 K_0 - \alpha S_1 b_1 K_0 - \alpha F_1 b_2 K_0 - \alpha U b_3 K_0 = \\ &= 1 - \alpha K_0 (L_1 + b_1 S_1 + b_2 F_1 + b_3 U). \end{aligned} \quad (9)$$

По формулам (9) после ряда преобразований найдем коэффициенты  $a_1, a_2, a_3, a_4$  передаточной функции ЦР (2) в окончательном виде:

$$a_1 = 1 - \frac{\alpha K_0}{ac} \left[ \sqrt{BI} \left( B_1 \cos kh + \frac{B_2}{2k} \sin kh \right) + \sqrt{DI} \left( D_1 \cos \mu h + \frac{D_2}{2\mu} \sin \mu h \right) - \frac{ad + bc}{ac} + h \right];$$

$$\begin{aligned}
 a_2 &= 1 - \frac{\alpha K_0}{ac} \left[ \sqrt{BI} \left( (B_1 + 2D_1) \cos kh - \frac{B_2}{2k} \sin kh \right) + \sqrt{DI} \left( (D_1 + 2B_1) \cos \mu h - \frac{D_2}{2\mu} \sin \mu h \right) - I (BB_1 + \right. \\
 &\quad \left. + DD_1) - 2\sqrt{BDI} \left( \left( B_1 \cos kh + \frac{B_2}{2k} \sin kh \right) \cos \mu h + \left( D_1 \cos \mu h + \frac{D_2}{2\mu} \sin \mu h \right) \cos kh \right) + h(1 + b_1) \right]; \quad (10) \\
 a_3 &= 1 - \frac{\alpha K_0}{ac} \left[ \sqrt{BDI} \left( (B_1 + 2D_1) \cos kh + \frac{B_2}{2k} \sin kh \right) + B\sqrt{DI} \left( (D_1 + 2B_1) \cos \mu h + \frac{D_2}{2\mu} \sin \mu h \right) - \right. \\
 &\quad \left. - I (BD_1 + DB_1) - 2\sqrt{BDI} \left( \left( B_1 \cos kh - \frac{B_2}{2k} \sin kh \right) \cos \mu h + \left( D_1 \cos \mu h - \frac{D_2}{2\mu} \sin \mu h \right) \cos kh \right) + h(1 + b_1 + b_2) \right]; \\
 a_4 &= 1 - \frac{\alpha K_0}{ac} \left[ \sqrt{BDI} \left( B_1 \cos kh - \frac{B_2}{2k} \sin kh \right) + B\sqrt{DI} \left( D_1 \cos \mu h - \frac{D_2}{2\mu} \sin \mu h \right) - BD \frac{ad + bc}{ac} + h(1 + b_1 + b_2 + b_3) \right].
 \end{aligned}$$

Из полученных выражений видно, что недостающие коэффициенты передаточной функции ЦР определяются непосредственно через параметры  $\alpha$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $d$  передаточной функции ОУ (1) и шаг квантования  $h$ .

### 3. Определение параметров цифрового регулятора и моделирование работы системы

Для объекта управления (1) по формулам (3) и (10) определим параметры передаточной функции оптимального ЦР (2) при шаге квантования  $h = 0,1с$ :

$$W(z) = 14,9640 \frac{1 - 0,3962z^{-1} + 0,9130z^{-2} - 0,3497z^{-3} + 0,0573z^{-4}}{1 + 0,9773z^{-1} + 0,6462z^{-2} + 0,1352z^{-3} + 0,0034z^{-4}}. \quad (11)$$

Проверку работы системы (см. рис. 2) осуществим путем моделирования переходных процессов в среде Simulink пакета MATLAB.

Схема моделирования (рис. 3) состоит из АЦП, представленного фиксатором нулевого порядка (ZOH), ЦР ( $K_0, W(z)$ ), усилителей Alfa,  $a, b, c, d$  и интеграторов Int1 – Int5, реализующих передаточную функцию (1). Блоки ZOH и  $W(z)$  работают с шагом квантования  $h$ .

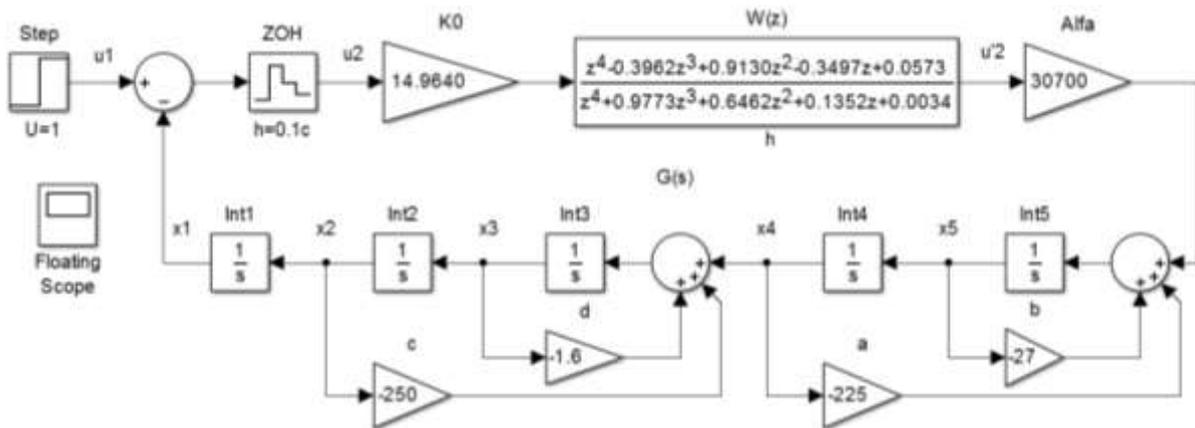
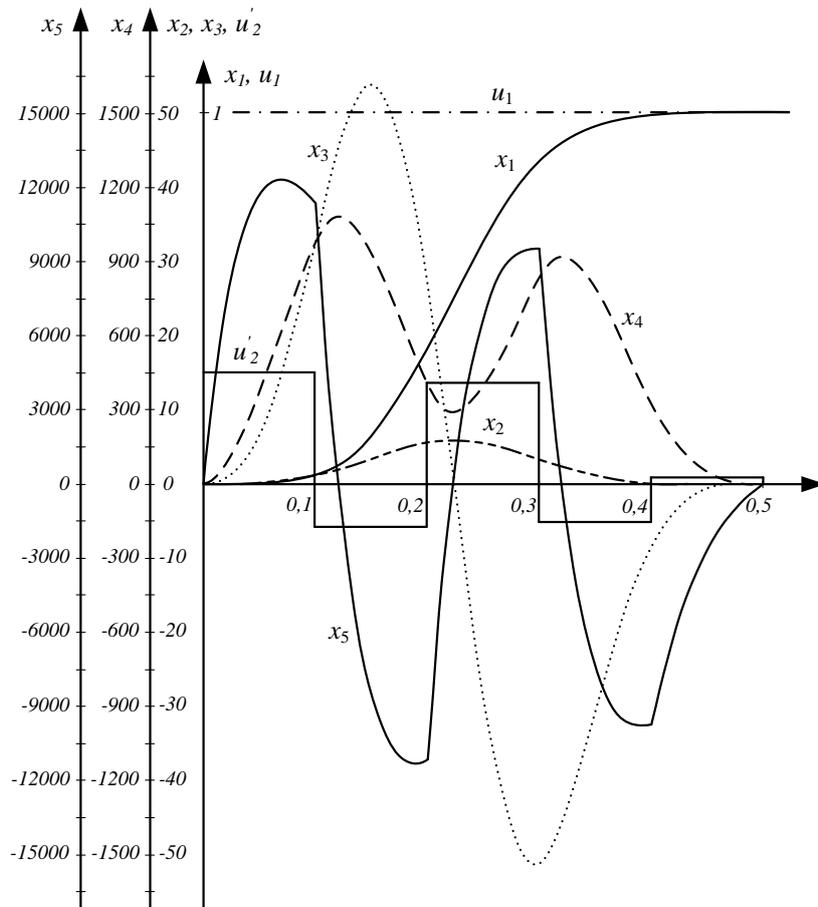


Рис. 3. Схема моделирования работы системы с оптимальным цифровым регулятором

На рис. 4 показаны переходные процессы в системе с объектом  $G(s)$  и ЦР  $W(z)$  при единичном ступенчатом воздействии.

Рис. 4. Переходные процессы в системе с оптимальным ЦР  $W(z)$ 

Реакция системы (см. рис. 3) на единичное ступенчатое воздействие длится пять шагов квантования  $h = 0,1$  с, и переходной процесс заканчивается за время, равное 0,5 с.

### Заключение

В работе осуществлен синтез ЦР  $W(z)$  для электрогидравлической силовой следящей системы с исполнительным гидроцилиндром, передаточная функция  $G(s)$  которого представлена астатическим ОУ пятого порядка, содержащим в своем составе два колебательных звена. Для синтеза регулятора применен численный метод переменного коэффициента усиления с использованием оптимальных управляющих воздействий. В результате расчетов получены аналитические выражения (2) и (10), которые позволяют определить недостающие коэффициенты передаточной функции ЦР через параметры ОУ и шаг квантования  $h$ . Данный метод может быть использован для различных передаточных функций линейных ОУ. Для проверки работы системы с ОУ  $G(s)$  и рассчитанным для него ЦР  $W(z)$  осуществлено математическое моделирование. При подаче на вход ступенчатой функции получена оптимальная (без перерегулирования) реакция на выходе системы, длительность которой составляет пять шагов квантования  $h$ . Синтезированный ЦР достаточно прост в реализации и может быть рекомендован к практическому применению в аналогичных цифровых САУ, имеющих ОУ пятого порядка, которые содержат интегрирующее и два колебательных звена, но с другими параметрами.

### Список литературы

1. Гостев, В.И. Системы автоматического управления с цифровыми регуляторами : справочник / В.И. Гостев, В.К. Степков. – Киев : Радиоаматор, 1998. – 704 с.

2. Гостев, В.И. Синтез цифровых регуляторов систем автоматического управления / В.И. Гостев, Д.А. Худолий, А.А. Баранов. – Киев : Радиоаматор, 2000. – 400 с.
3. Баунин, В.Г. Моделирование цифровой электрогидравлической следящей системы с силовым гидроцилиндром в среде MATLAB / В.Г. Баунин, Н.В. Швецов // Труды Второй Всерос. науч. конф. «Проектирование инженерных и научных приложений в среде MATLAB». Секция 3. Проектирование систем автоматического управления и регулирования. Часть 1. – М. : ИПУ РАН, 2004. – С. 841–858.
4. Ту, Ю. Современная теория управления / Ю. Ту. – М. : Машиностроение, 1971. – 472 с.
5. Гостев, В.И. Определение оптимальных управляющих воздействий на линейные объекты регулирования в системах управления с цифровыми регуляторами / В.И. Гостев // Автоматика. – 1987, № 3. – С. 56–61.
6. Козырев, В.Д. Применение цифровых ЭВМ при исследовании автоматических систем РЭС / В.Д. Козырев. – Киев : КВИРТУ ПВО, 1976. – 183 с.
7. Корн, Г.А. Справочник по математике для научных сотрудников и инженеров / Г.А. Корн, Т.М. Корн. – М. : Наука, 1974. – 832 с.

Поступила 09.09.13

*НПООО «ОКБ Техносоюзпроект»,  
Минск, пр. Независимости, 115  
e-mail: lednikg@yandex.ru*

**A.G. Stryzhniou, H.V. Lednik, A.N. Rusakovich**

### **SYNTHESIS OF OPTIMAL DIGITAL CONTROLLER FOR THE FIFTH ORDER CONTROLLED OBJECT**

Synthesis of optimal digital controller for an electro-hydraulic system with the fifth order non-static controlled object containing oscillatory elements has been carried out. The system performance with such object and the designed optimal digital controller are verified via mathematical simulation. The achieved results are recommended to be used in practical implementation of similar digital automatic control systems.