

LA METODOLOGÍA PROBABILISTA: LA RESPUESTA A LA SEGURIDAD ESTRUCTURAL DE FORMA EXPLÍCITA

Emilio R. Mosquera Rey. AT. Doctor en Arquitectura y Rehabilitación. Profesor de Estructuras Arquitectónicas (UDC)

David Fernández Pérez. Graduado en Arquitectura Técnica. Máster Universitario en Rehabilitación Arquitectónica. Doctorando en Arquitectura y Urbanismo.

1. INTRODUCCIÓN

Como técnicos de edificación deberíamos poder dar respuesta a determinar la seguridad que posee una estructura. ¿Podemos determinar la seguridad que posee una estructura, de una forma explícita, teniendo en consideración la cantidad de variables intervinientes sobre esta? La respuesta es Sí.

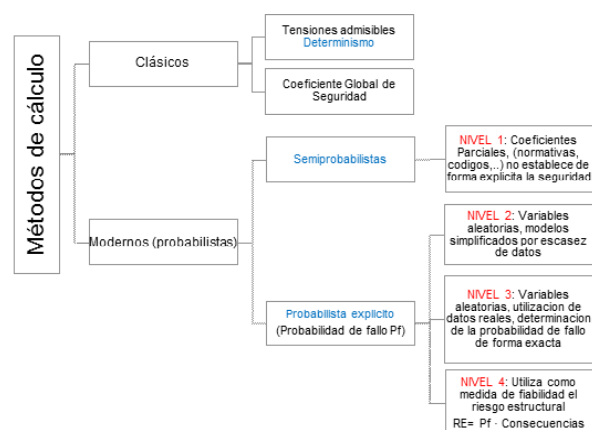
Es una tarea compleja debido a la poca iniciativa de tales técnicos en nuestro país, pero es posible y todas las bases se recogen en normativas de carácter internacional.

La metodología de cálculo basada en la fiabilidad estructural, se lleva utilizando a lo largo de la historia reciente para proyectos de ingeniería compleja, ejemplos como métodos de evaluación de riesgos en aviones o en centrales nucleares, puentes, túneles, etc. en edificación, utilizamos esta metodología de forma implícita en nuestra normativa, buscando la comodidad del determinismo, la comodidad de utilizar lo que se nos dice sin saber muy bien en base a qué y de donde viene, añadiendo además coeficientes de seguridad que nos hacen sentir optimistas en nuestros cálculos “por si las moscas”, pero pocas veces y sin dar solución a nuestra pregunta, nos cuestionamos ¿y por qué no se cae esto?, de ahí la verificación estructural, el probabilismo intenta dar respuesta a la verificación estructural más real y por tanto más segura.

Lo que se trata de exponer en este artículo es el resultado de una comparación entre los métodos de cálculo de un pilar sometido a flexión compuesta, en primer lugar un cálculo apoyándose en la normativa española mediante la Instrucción de Hormigón Estructural (EHE-08) y el Código Técnico de la Edificación (CTE), en segundo lugar mediante metodología

probabilista (análisis de fiabilidad), analizando los resultados y tratando de obtener las diferencias y similitudes entre ambos métodos.

2. LOS MÉTODOS DE CÁLCULO DE ESTRUCTURAS DE EDIFICACIÓN



Los métodos deterministas, aunque son sencillos de aplicar, no dan unos resultados lo suficientemente explícitos y precisos para evaluar la seguridad en una estructura. Esto es debido a su carácter generalista: son normas aplicables a muchas tipologías estructurales. También es debido a que, al tratarse de normativas de diseño y proyecto de nuevas estructuras, las incertidumbres de las propiedades mecánicas materiales, acciones, etc., son valores de diseño, mucho mayores que si se consideraran lo que en la realidad sucede en las estructuras existentes: las características de los materiales, acciones, etc. pueden actualizarse y ajustarse mucho más ya que es posible hacer tomas de datos y reducir dichas incertidumbres considerablemente.

Teniendo en cuenta el punto anterior, una evaluación estructural por métodos deterministas puede supo-

ner soluciones antieconómicas e incluso innecesarias desde el punto de vista de la seguridad, de manera que es necesario recurrir a los métodos probabilistas y, por tanto, la estimación de la probabilidad de fallo.

La utilización de los métodos probabilistas supone muchas veces enfrentarse a la integración de una función de distribución conjunta de probabilidad (respecto de la función de estado límite) que depende de multitud de variables aleatorias, o al desconocimiento de una expresión explícita de dichas variables. En el mejor de los casos habría que recurrir a la programación utilizando técnicas de simulación adaptadas a las características de la estructura, o parte de ella a estudiar.

La determinación de las variables básicas, como las variables aleatorias, que constituyen el modelo adoptado, son esenciales y representan el mayor desafío al que nos enfrentamos si se pretende dar una respuesta explícita a la seguridad estructural de los edificios.

3. LAS NORMAS DE APLICACIÓN (CÓDIGOS)

El papel de los códigos de diseño es establecer los requisitos para garantizar un nivel aceptable de fiabilidad de las estructuras. La limitación que tienen los códigos o normativas es que pueden ser muy conservadoras, o que no se ajusten perfectamente a un método particular.

A lo largo de los años, se ha caminado hacia unos códigos y normas basadas en la investigación científica, que se basan en la experiencia acumulada y en la construcción de los modelos proyectados, dando a los calculistas la opción de tener en cuenta los riesgos.

Las normativas de carácter nacional son bastante conservadoras para esta metodología, y solo tratan estas metodologías con carácter informativo, otras de carácter internacional, ofrecen a los calculistas la opción de considerar los riesgos.

Una norma importante en el ámbito probabilista: el **“Probabilistic Model Code”**; (Código modelo Probabilístico), desarrollado por el Comité Mixto de la Seguridad Estructural JCSS (comité especializado en el estudio del riesgo y la fiabilidad estructural).

Este comité enlaza las siguientes cinco asociaciones internacionales:

CIB International Council for Research and Innovation in Building and Construction



ECSS European Convention for Constructional Steelwork



International Federation for Structural Concrete



International Association for Bridge and Structural Engineering



Reunion internationale des Laboratoires et Experts des Materiaux



International Association for Shell and Spatial structures



Este documento es un primer intento de agrupar de forma consistente, algunas de las normas, reglamentos, y las explicaciones necesarias para el diseño de nuevas estructuras o la evaluación de las ya existentes desde el punto de vista probabilístico.

Desde el diseño de nuevas estructuras hasta la aceptación de las existentes, el método probabilístico es un método suficientemente seguro, es el resultado de un proceso de toma de decisiones guiada por algunos criterios de optimización. Se enlaza en este proceso de una manera lógica y coherente, los requisitos y las expectativas del cliente o propietario de una estructura, las cargas y las acciones que se esperan, las características de los materiales a utilizar o que se encuentran en la obra nueva o en la ya existente, los modelos de cálculo, las calificaciones de la mano de obra previstos, el comportamiento de los usuarios y finalmente las percepciones de la sociedad con respecto al impacto ambiental y el desarrollo sostenible.

Los aspectos generales sobre el objetivo de fiabilidad: los requisitos de seguridad de una estructura están expresados en términos de índices de fiabilidad mínimos aceptados o máxima probabilidad de fallo admisible. En principio la fiabilidad estructural los considera como parámetros sujetos a optimización.

De forma práctica la fiabilidad requerida de la estructura es controlada por:

Un conjunto de supuestos acerca de la gestión de la calidad y su aseguramiento, por ejemplo en el diseño y la supervisión de la construcción, pretendiendo evitar grandes errores.

Estableciendo valores admisibles de la probabilidad de fallo para las diferentes clases de estructuras, como las que se presentan en el siguiente cuadro:

RECOMENDACIONES ELU REFERIDAS A 1 AÑO			
Coste relativo de las medidas de seguridad	Consecuencias leves por el fallo	Consecuencias moderadas por el fallo	Consecuencias graves por el fallo
Grande (A)	$\beta = 3.1 (P_f \approx 10^{-3})$	$\beta = 3.3 (P_f \approx 10^{-4})$	$\beta = 3.7 (P_f \approx 10^{-4})$
Moderada (B)	$\beta = 3.7 (P_f \approx 10^{-4})$	$\beta = 4.2 (P_f \approx 10^{-5})$	$\beta = 4.4 (P_f \approx 10^{-5})$
Baja (C)	$\beta = 4.2 (P_f \approx 10^{-5})$	$\beta = 4.4 (P_f \approx 10^{-6})$	$\beta = 4.7 (P_f \approx 10^{-6})$

4. EJERCICIO DE APLICACIÓN Y COMPARACIÓN

Como se mencionaba en la introducción de este artículo, a continuación se presenta un caso práctico de comparación entre métodos de cálculo estructural en edificación.

Se ha decidido realizar el estudio sobre un elemento estructural con el fin de interpretar mejor a pequeña escala esta metodología, por lo tanto el estudio se centra sobre el dimensionado de un pilar sometido a flexión compuesta.

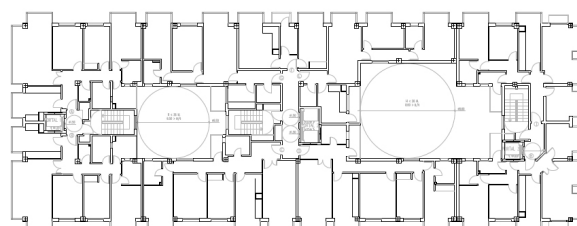
Por una parte se resolverá como estamos acostumbrados en la actualidad, apoyándonos en la normativa española mediante la Instrucción Estructural (EHE-08) y el Código Técnico de la Edificación (CTE).



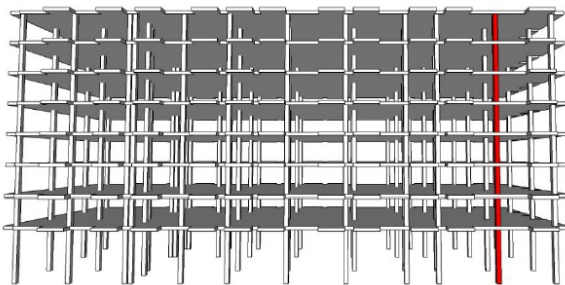
En segundo lugar se aplicará la metodología probabilista (análisis de fiabilidad), analizando los resultados y tratando de obtener las diferencias comparando ambos métodos.

El edificio a estudio, ha sido un edificio real ejecutado en la ciudad de A Coruña, dimensionado con la normativa actual. Este edificio está compuesto por planta baja y siete plantas para viviendas.

La estructura es de hormigón armado, formada por pórticos longitudinales y transversales, formada por once placas horizontales, los forjados son unidireccionales de hormigón armado de canto 35 cm e intereje de 70 cm.



De la estructura mostrada anteriormente, se escoge un pilar de borde, con el fin de incluir en los cálculos un pilar con una considerable carga lineal a causa del cerramiento de fachada, además se tendrá en consideración la carga de los vuelos correspondientes a los balcones.



	PLANTA	AREA	CP	CP FACHADA	CV	VUELO	VUELO MAYORADO	AXIL x PLANTA	AXIL CARACTERISTICO	AXIL CALCULO
PILARES	7	15,18	6,45		1			113,091	113,09	154,95
	6	15,18	6,45	41,16	2	17,21	23,76	186,638	299,73	411,99
	5	15,18	6,45	41,16	2	17,21	23,76	186,638	486,37	669,03
	4	15,18	6,45	41,16	2	17,21	23,76	186,638	673,01	926,08
	3	15,18	6,45	41,16	2	17,21	23,76	186,638	859,64	1183,12
	2	15,18	6,45	41,16	2	17,21	23,76	186,638	1046,28	1440,16
	1	15,18	6,45	41,16	2	17,21	23,76	186,638	1232,92	1697,20
	PB	15,18	6,45	41,16	2	17,21	23,76	186,638	1419,56	1954,24

4.1. Dimensionado según EHE-08

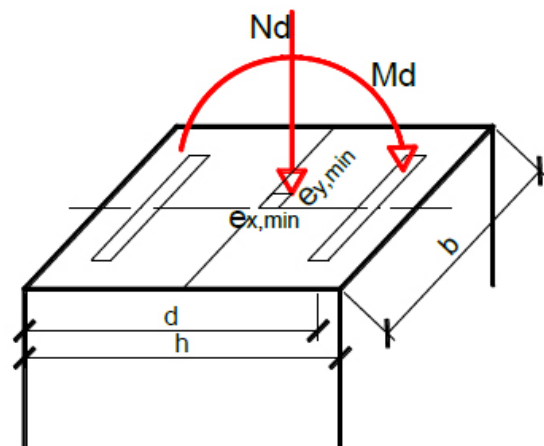
Tras la obtención de los axiles de cálculo, el siguiente paso a seguir será el dimensionamiento del pilar, la metodología de cálculo será la recogida en la Instrucción del Hormigón Estructural EHE-08, dentro de su Anejo 7: Cálculo simplificado de secciones en Estado Límite de Agotamiento frente a solicitaciones normales, en el apartado 5: Dimensionamiento y comprobación de secciones rectangulares sometidas a flexión compuesta recta. Armadura simétrica dispuesta en dos caras con recubrimientos iguales.

En primer lugar nos centraremos en el dimensionamiento, apartado 5.1 del Anejo 7, ya que en este capítulo tratamos la metodología semi-probabilista, deberemos de realizar los cálculos por este procedimiento y finalmente la comprobación, que se tratará en el siguiente capítulo, con el cálculo mediante la metodología probabilista.

Datos empleados para el cálculo:

AXILES PILAR 43			Excentricidad min $h/20$ ó 2cm					
PILAR 43	PLANTA	Ns	Nd	Recubrimiento	30 mm			
	7	113,09	154,95	DIMENSIONES PILAR	CANTO UTIL			
	6	299,73	411,99			250	250	220
	5	486,37	669,03			300	300	270
	4	673,01	926,08	350	350	320		
	3	859,64	1183,12					
	2	1046,28	1440,16					
	1	1232,92	1697,20					
PB	1419,56	1954,24						

VALORES DE CÁLCULO		RESISTENCIAS	
$f_{cd} = \frac{25}{1,5}$	16,66 N/mm ²	HORMIGÓN	25 N/mm ²
$f_{ydt} = \frac{500}{1,15}$	434,78 N/mm ²	ACERO	500 N/mm ²



$$e_{min} = h/20 \text{ ó } 2cm$$

DIMENSIONADO. $\begin{cases} \text{CASO A } 0 \leq Nd \leq 0,5U_0 \\ \text{CASO B } Nd > 0,5 U_0 \end{cases}$

*Se comienza el cálculo al igual que la determinación de los axiles, por la séptima planta.

Se comienza por la planta séptima, considerando una sección mínima de pilar 25 x 25, y una excentricidad mínima de 2 cm, el recubrimiento de la armadura 3 cm.

Calculamos $U_0 = f_{cd} \cdot b \cdot d$ y comprobamos si $U_0 \cdot 0.5$ es mayor o menor que el axil de la propia planta para determinar el caso en el que nos situamos, y calcular las capacidades mecánicas U_{s1} y U_{s2} resultantes del dimensionamiento.

PIANTA SEXTA	Pilar 25 x 25	Momento Md	8,24 mKN	constructiv
		d	0,22 m	4Ø12
		d'	0,03 m	196,69 KN
				4,52 cm ²
	Uo (N)	916300		
	Uo (kN)	916,3		
	Uo-0,5	458,15 > Nd	CASO A	$U_{S1} = U_{S2} = \frac{M_d}{d-d'} + \frac{N_d}{2} - \frac{N_d d}{d-d'} \left(1 - \frac{N_d}{2U_0}\right) = -120,43 \text{ KN}$
				$A_{s,min} = \frac{U_{S1}}{f_{yd}} = -2,77 \text{ cm}^2$

PIANTA SÉPTIMA	Pilar 25 x 25	Momento Md	3,10 mKN	constructiv
		d	0,22 m	4Ø12
		d'	0,03 m	196,69 KN
				4,52 cm ²
	Uo (N)	916300		
	Uo (kN)	916,30		
	Uo-0,5	458,15 > Nd	CASO A	$U_{S1} = U_{S2} = \frac{M_d}{d-d'} + \frac{N_d}{2} - \frac{N_d d}{d-d'} \left(1 - \frac{N_d}{2U_0}\right) = -70,46 \text{ KN}$
				$A_{s,min} = \frac{U_{S1}}{f_{yd}} = -1,62 \text{ cm}^2$

PIANTA QUINTA	Pilar 25 x 25	Momento Md	13,38 mKN	constructiv
		d	0,22 m	4Ø12
		d'	0,03 m	196,69 KN
				4,52 cm ²
	Uo (N)	916300		
	Uo (kN)	916,30		
	Uo-0,5	458,15 < Nd	CASO B	$U_{S1} = U_{S2} = \frac{M_d}{d-d'} + \frac{N_d}{2} - \alpha \frac{U_0 d}{d-d'} = -115,68 \text{ KN}$
				$A_{s,min} = \frac{U_{S1}}{f_{yd}} = -2,66 \text{ cm}^2$
		$\alpha = \frac{0,480 m_1 - 0,375 m_2}{m_1 - m_2}$		$0,505 < 0,5 \left(1 - \left(\frac{d'}{d}\right)^2\right) = 0,49$
		$m_1 = (N_d - 0,5U_0)(d-d') = 40,07$		
		$m_2 = 0,5N_d(d-d') - M_d - 0,32U_0(d-2,5d') = 7,66$		

En estas tres primeras plantas podemos observar que se obtienen datos negativos, esto quiere decir, que el hormigón soporta holgadamente las cargas sin necesidad de la presencia del acero, por lo tanto analíticamente, para los cálculos se empleará un área $U_{S1} = 2.26 \text{ cm}^2$ de acero, correspondiente del área mínima de acero a emplear en pilares que será de 4Ø12 con una capacidad mecánica de 196.69 kN y 4.52 cm² de acero.

PIANTA CUARTA	Pilar 25 x 25	Momento Md	18,52 mKN	constructiv
		d	0,22 m	4Ø12
		d'	0,03 m	196,69 KN
				4,52 cm ²
	Uo (N)	916300		
	Uo (kN)	916,30		
	Uo-0,5	458,15 < Nd	CASO B	$U_{S1} = U_{S2} = \frac{M_d}{d-d'} + \frac{N_d}{2} - \alpha \frac{U_0 d}{d-d'} = 39,89 \text{ KN}$
				$A_{s,min} = \frac{U_{S1}}{f_{yd}} = 0,92 \text{ cm}^2$
		$\alpha = \frac{0,480 m_1 - 0,375 m_2}{m_1 - m_2}$		$0,5256 < 0,5 \left(1 - \left(\frac{d'}{d}\right)^2\right) = 0,49$
		$m_1 = (N_d - 0,5U_0)(d-d') = 88,91$		
		$m_2 = 0,5N_d(d-d') - M_d - 0,32U_0(d-2,5d') = 26,94$		

PIANTA TERCERA	Pilar 25 x 25	Momento Md	23,66 mKN	constructiv
		d	0,22 m	4Ø20
		d'	0,03 m	546,40 KN
				12,57 cm ²
	Uo (N)	916300		
	Uo (kN)	916,30		
	Uo-0,5	458,15 < Nd	CASO B	$U_{S1} = U_{S2} = \frac{M_d}{d-d'} + \frac{N_d}{2} - \alpha \frac{U_0 d}{d-d'} = 195,47 \text{ KN}$
				$A_{s,min} = \frac{U_{S1}}{f_{yd}} = 4,50 \text{ cm}^2$
		$\alpha = \frac{0,480 m_1 - 0,375 m_2}{m_1 - m_2}$		$0,533 < 0,5 \left(1 - \left(\frac{d'}{d}\right)^2\right) = 0,49$
		$m_1 = (N_d - 0,5U_0)(d-d') = 137,74$		
		$m_2 = 0,5N_d(d-d') - M_d - 0,32U_0(d-2,5d') = 46,22$		

Para el siguiente caso, correspondiente a la segunda planta, se ha decidido cambiar las dimensiones del pilar, debido a que si se continúa con una sección de 25 x 25, la capacidad mecánica aumenta hasta los 324.64 kN y un área mínima de 7.47 cm² para U_{S1} ,

con lo cual se emplearía demasiado acero y la solución para bajar la capacidad mecánica es aumentar la sección del pilar.

PIANTA SEGUNDA	Pilar 30 x 30	Momento Md	28,80 mKN	constructiv
		d	0,27 m	4Ø20
		d'	0,03 m	546,40 KN
				12,57 cm ²
	Uo (N)	1E+06		
	Uo (kN)	1349,46		
	Uo-0,5	674,73 < Nd	CASO B	$U_{S1} = U_{S2} = \frac{M_d}{d-d'} + \frac{N_d}{2} - \alpha \frac{U_0 d}{d-d'} = 90,39 \text{ KN}$
				$A_{s,min} = \frac{U_{S1}}{f_{yd}} = 2,08 \text{ cm}^2$
		$\alpha = \frac{0,480 m_1 - 0,375 m_2}{m_1 - m_2}$		$0,5307 < 0,5 \left(1 - \left(\frac{d'}{d}\right)^2\right) = 0,49$
		$m_1 = (N_d - 0,5U_0)(d-d') = 183,70$		
		$m_2 = 0,5N_d(d-d') - M_d - 0,32U_0(d-2,5d') = 59,81$		

PIANTA PRIMERA	Pilar 30 x 30	Momento Md	33,94 mKN	constructiv
		d	0,27 m	4Ø20
		d'	0,03 m	546,40 KN
				12,57 cm ²
	Uo (N)	1349460		
	Uo (kN)	1349,46		
	Uo-0,5	674,73 < Nd	CASO B	$U_{S1} = U_{S2} = \frac{M_d}{d-d'} + \frac{N_d}{2} - \alpha \frac{U_0 d}{d-d'} = 240,33 \text{ KN}$
				$A_{s,min} = \frac{U_{S1}}{f_{yd}} = 5,53 \text{ cm}^2$
		$\alpha = \frac{0,480 m_1 - 0,375 m_2}{m_1 - m_2}$		$0,536 < 0,5 \left(1 - \left(\frac{d'}{d}\right)^2\right) = 0,49$
		$m_1 = (N_d - 0,5U_0)(d-d') = 245,39$		
		$m_2 = 0,5N_d(d-d') - M_d - 0,32U_0(d-2,5d') = 85,51$		

En este caso sucede lo mismo, con lo cual se modifica la sección a 35 x 35.

PIANTA BAJA	Pilar 35 x 35	Momento Md	39,08 mKN	constructiv
		d	0,32 m	4Ø20
		d'	0,03 m	349,67 KN
				12,57 cm ²
	Uo (N)	1865920		
	Uo (kN)	1865,92		
	Uo-0,5	932,96 < Nd	CASO B	$U_{S1} = U_{S2} = \frac{M_d}{d-d'} + \frac{N_d}{2} - \alpha \frac{U_0 d}{d-d'} = 91,47 \text{ KN}$
				$A_{s,min} = \frac{U_{S1}}{f_{yd}} = 2,10 \text{ cm}^2$
		$\alpha = \frac{0,480 m_1 - 0,375 m_2}{m_1 - m_2}$		$0,5319 < 0,5 \left(1 - \left(\frac{d'}{d}\right)^2\right) = 0,50$
		$m_1 = (N_d - 0,5U_0)(d-d') = 296,17$		
		$m_2 = 0,5N_d(d-d') - M_d - 0,32U_0(d-2,5d') = 97,99$		

Por lo tanto el resultado final del dimensionado del pilar mediante el anejo 7 apartado 5 de la EHE-08 es el siguiente:



Planta Baja Planta 1ª y 2ª Planta 3ª Planta 4ª, 5ª, 6ª y 7ª

4.2. Dimensionado según la metodología probabilista:

Introducción al cálculo

En primer lugar corresponde desarrollar una pequeña introducción al cálculo, explicando el procedimiento seguido, intentando reunir de forma global y esquemática como se ha afrontado la resolución.

El estado límite se verifica con la comprobación de que las acciones no superasen la capacidad

estructural, por lo tanto la probabilidad de fallo debería de ser planteada con la siguiente expresión:

$$P_f = \text{prob} [(E_R - E_S) < 0]$$

$E_R > E_S$, o lo que viene a ser lo mismo, $E_S \leq E_R$

La esencia es que las capacidades resistentes de la estructura E_R deberán ser mayores que las que se soliciten E_S , sabemos que si esto no se cumple la estructura fallará.

Por lo tanto, en un primer lugar, lo que debemos analizar es que acciones o solicitaciones se van a tener en cuenta en nuestra estructura, se ha considerado las siguientes:

El peso propio de los elementos estructurales

Las cargas permanentes, es decir los paramentos, tabiques, etc.

Sobrecargas de uso

En segundo lugar deberemos de analizar la resistencia a lo solicitado mediante nuestro elemento pilar, la resistencia en los pilares será determinada dependiendo de los siguientes aspectos:

La geometría del elemento constructivo (pilar), se deberá tener en cuenta sus dimensiones, su forma (sección circular o cuadrada) y la posición de las armaduras en la sección

Los materiales que se emplean hormigón y acero

Tras obtener ambos caminos, enfrentaremos los casos para obtener el resultado y por lo tanto comprobar si es mayor la capacidad resistente de la estructura a las solicitaciones.

En el caso particular de los pilares, obtendremos por el lado de las acciones un axil ($N_{\text{SOLICITANTE}}$) y un momento ($M_{\text{SOLICITANTE}}$) que será resultado del producto del axil por la excentricidad (e) de la carga. Por lo tanto necesitaremos un $N_{\text{RESISTENTE}}$ y un $M_{\text{RESISTENTE}}$ para contribuir a las acciones.

Capacidad Estructural EHE-08

Nos centraremos en el Anejo 7; Cálculo simplificado de secciones en Estado Límite de Agotamiento frente a solicitaciones normales.

Este Anejo presenta fórmulas simplificadas para el cálculo (dimensionamiento o comprobación) de secciones rectangulares sometidas a flexión simple o compuesta recta, proponiendo además un método simplificado de reducción a flexión compuesta recta de secciones sometidas a flexión esviada simple o compuesta.

En nuestro caso utilizaremos un método simplificado para secciones rectangulares con dos caras simétricas de armadura.

En este caso utilizaremos el apartado 5.2 que recoge la comprobación:

COMPROBACIÓN DE SECCIONES RECTANGULARES SOMETIDAS A FLEXIÓN COMPUESTA RECTA

Función límite a emplear

$$\text{Función Límite } F_{\text{LIM}} = N_R - N_S$$

Función límite caso 2

$$N_R = \left[\sqrt{\left(\frac{e_0 - 0.5h}{d}\right)^2 + 2 \frac{U_{S1}(d-d')}{U_0 d}} - \frac{e_0 - 0.5h}{d} \right] U_0 - N_S =$$

$$= \sum (A_T \cdot (C_P + S_U)) + \sum L \cdot C_C \cdot H + \sum P_{\text{vuelos}}$$



Cuadro de variables aleatorias a utilizar:

DESCRIPCIÓN DE LAS VARIABLES	SÍMBOLO	UNIDADES	TIPO DE DISTRIBUCIÓN	MEDIA	DESVIACIÓN ESTÁNDAR	V
Resistencia a compresión del hormigón a 28 días sobre probetas cilíndricas $f_c(N/mm^2)$	f_c	N/mm ²	Log-Normal	32,3	4,84	15%
Límite elástico del acero para armar f_y con tensión de rotura	f_y	N/mm ²	Normal	545	27,25	5%
Altura entre plantas	H	m	Determinista	2,55	-	-
Dimension b del pilar	b	m	Determinista	0,25	-	-
				0,35	-	-
Dimension h del pilar	h	m	Determinista	0,25	-	-
				0,30	-	-
Recubrimiento d'	d'	m	Determinista	0,03	-	-
				0,22	-	-
Canto útil d	d	m	Determinista	0,27	-	-
				0,32	-	-
Área tributaria forjados	Atf	m ²	Determinista	15,18	-	-
Área tributaria vuelos	Atv	m ²	Determinista	2,78	-	-
				2,94	-	-
Longitud cierre	L	m	Determinista	5,38	-	-
Área mínima de la armadura (cm^2) Us 1= Us 2	PLANTA 7	As	cm ²	Determinista	0	-
	PLANTA 8	As	cm ²	Determinista	0	-
	PLANTA 5	As	cm ²	Determinista	0	-
	PLANTA 4	As	cm ²	Determinista	0,57	-
	PLANTA 3	As	cm ²	Determinista	4,03	-
	PLANTA 2	As	cm ²	Determinista	1,52	-
	PLANTA 1	As	cm ²	Determinista	4,85	-
PLANTA B	As	cm ²	Determinista	1,33	-	
Forjado tipo y cubierta	Cp1	KN/m ²	Normal	5,96	0,298	5%
Cerramiento fachada	Cp2	KN/m ²	Normal	2,77	0,13	5%
Sobrecarga uso cubierta	Suc	KN/m ²	Gumbel	0,57	0,23	40%
Sobrecarga uso vivienda	Su	KN/m ²	Gumbel	1,14	0,46	40%

INCERTIDUMBRE DE LOS MODELOS	MEDIA	CV	DISTRIBUCIÓN
Efectos de las solicitaciones	1	0,05	Log-Normal
Efectos de las resistencias	1,2	0,15	Log-Normal

Algunos cálculos justificativos:

$$f_c = 25, \text{ fractil: } 5\%, \text{ distrib: } \text{Log - Normal}, f_m = \frac{25}{0,774} = 32,3 \text{ N/mm}^2, \text{ Cv} = 15\%$$

$$f_y = 500, \text{ fractil: } 5\%, \text{ distrib: } \text{Normal}, f_m = \frac{500}{0,918} = 545 \text{ N/mm}^2, \text{ Cv} = 5\%$$

$$C_{p1} = 6,45, \text{ fractil: } 95\%, \text{ distrib: } \text{Normal}, C_{p1} = \frac{6,45}{1,08} = 5,96 \text{ KN/m}^2, \text{ Cv} = 5\%$$

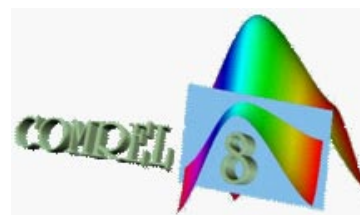
$$C_{p2} = 3,00, \text{ fractil: } 95\%, \text{ distrib: } \text{Normal}, C_{p2} = \frac{3,00}{1,08} = 2,77 \text{ KN/m}^2, \text{ Cv} = 5\%$$

$$S_{uc} = 1,00, \text{ fractil: } 95\%, \text{ distrib: } \text{Gumbel}, S_{uc} = \frac{1,00}{1,747} = 0,57 \text{ KN/m}^2, \text{ Cv} = 40\%$$

$$S_{uc} = 2,00, \text{ fractil: } 95\%, \text{ distrib: } \text{Gumbel}, S_{uc} = \frac{2,00}{1,747} = 1,14 \text{ KN/m}^2, \text{ Cv} = 40\%$$

Variables aleatorias consideradas tomando, con carácter general, las recomendaciones del JCSS.

Para el manejo de este tipo de variables aleatorias, debido a la complejidad de los cálculos, se utiliza una herramienta de cálculo denominada Comrel-TI 8.1. Esta herramienta está creada por RCP GmbH, una consultora independiente especializada en la fiabilidad y el análisis de riesgos de los sistemas técnicos. RCP posee y desarrolla un conjunto completo de herramientas de software para el análisis estructural, estadística y fiabilidad: STRUREL. RCP está estrechamente vinculada a la investigación y desarrollo en la Universidad Técnica de Munich. Sus principales actividades se encuentran en los campos de la marina y el mar, la industria aeroespacial y la ingeniería civil.



Esta aplicación se deberá de programar, en función de la Función Límite a emplear y de las variables aleatorias a utilizar.

Análisis de resultados

Para no extender demasiado este artículo, se recoge simplemente el resultado de una de las plantas intermedias, con el fin de mostrar resultados de este análisis.

PLANTA 4

Id.	Comment	Distribution	Value	Value
f _c	Resistencia a compresión hormigón	Lognormal	32,300	4,840
f _y	Resistencia a tracción armadura	Normal (Gauss)	545,000	27,250
C _p	Cargas permanentes	Normal (Gauss)	5,960	0,298
S _{uc}	Sobrecarga de uso	Gumbel (max)	0,570	0,460
R	Incertidumbre resistencia	Lognormal	1,200	0,125
TR	Incertidumbre solicitaciones	Lognormal	1,200	0,025
S _{uc}	Sobrecarga uso cubierta	Gumbel (max)	0,570	0,230
C _c	Carga cerramiento	Normal (Gauss)	2,770	0,130
b	Lado pilar	Constant	0,250	
h	Canto útil	Constant	0,250	
d	Recubrimiento	Constant	0,030	
e	Excentricidad	Constant	0,020	
L	Longitud cerramiento	Constant	5,380	
At	Área tributaria	Constant	15,180	
As	Área acero	Constant	0,000226	
H	Lado pillo	Constant	0,250	
H	Numero de plantas tipo	Constant	2	
h	Proporción Área h o Resistencia h	Constant	1	
H	Altura entre plantas	Constant	2,550	
C _c	Carga cerramiento	Constant	0,390	

Captura que muestra la introducción de datos en la aplicación Comrel 8

```

*****
----- Comrel-TI (Version 8) -----
---- (c) Copyright: RCP GmbH (1989-2012) ----
*****

-----
Job name ..... : P4
Failure criterion no. : 678
Comment : No commen
Transformation type : Rosenblatt
Optimisation algorithm: RFLS
-----

Importance sampling: Sample no. 1 E(Sim)= 1.16 C.o.V.= 0.00 (%)
Importance sampling: Sample no. 2 E(Sim)= 0.867 C.o.V.= 23.57 (%)
Importance sampling: Sample no. 3 E(Sim)= 0.924 C.o.V.= 15.59 (%)
Importance sampling: Sample no. 4 E(Sim)= 0.767 C.o.V.= 22.67 (%)
Importance sampling: Sample no. 5 E(Sim)= 0.646 C.o.V.= 27.23 (%)
Importance sampling: Sample no. 6 E(Sim)= 0.700 C.o.V.= 22.09 (%)
Importance sampling: Sample no. 7 E(Sim)= 0.835 C.o.V.= 21.80 (%)
Importance sampling: Sample no. 8 E(Sim)= 0.832 C.o.V.= 19.14 (%)
Importance sampling: Sample no. 9 E(Sim)= 0.806 C.o.V.= 17.86 (%)
Importance sampling: Sample no. 10 E(Sim)= 0.783 C.o.V.= 16.74 (%)

FORM-beta= 7.511; SORM-beta= 7.469; beta(Sampling)= 7.501; (IER= 0)
FORM-Pf= 2.95E-14; SORM-Pf= 4.08E-14; Pf(Sampling)= 3.20E-14

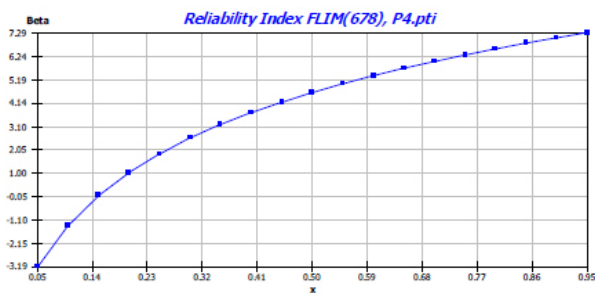
----- Parameter study for Parameter: x -----
Param. value, Reliab.index, Prob.(Failure), Param. Sens., Param. Elas.
0.5000E-01 -3.194 1.0 44.29 0.6993
0.1000 -1.349 0.91 30.87 2.344
0.1500 0.1337E-01 0.49 23.15 217.9
0.2000 1.041 0.15 18.45 3.521
0.2500 1.877 3.02E-02 15.31 2.028
0.3000 2.582 4.92E-03 13.07 1.512
0.3500 3.190 7.12E-04 11.40 1.245
0.4000 3.725 9.78E-05 10.10 1.080
0.4500 4.202 1.32E-05 9.057 0.9665
0.5000 4.633 1.81E-06 8.205 0.8827
0.5500 5.025 2.52E-07 7.493 0.8178
0.6000 5.385 3.64E-08 6.889 0.7656
0.6500 5.716 5.46E-09 6.369 0.7225
0.7000 6.024 8.53E-10 5.918 0.6862
0.7500 6.311 1.39E-10 5.523 0.6551
0.8000 6.579 2.38E-11 5.173 0.6280
0.8500 6.830 4.26E-12 4.865 0.6044
0.9000 7.065 8.09E-13 4.589 0.5836
0.9500 7.289 1.58E-13 4.342 0.5650

----- Statistics after COMREL-TI -----
State Function calls = 3326
State Funct. gradient evaluations = 150
Total computation time (CPU-secs.)= 0.11
The error indicator (IER) was = 0
*****

Reliability analysis is finished

```


Resultados obtenidos tras el cálculo del pilar de la planta 4, podemos observar los diferentes valores tomados en función de un parámetro de estudio, en la gráfica recogida a continuación se pueden interpretar mejor los resultados:



Con el fin de realizar una interpretación más atractiva de los resultados, se ha decidido introducir un parámetro en la formulación.

En la definición de la función (1), correspondiente a U_0 , se ha multiplicado por un factor llamado "X". Lo que buscamos con este parámetro es obtener un abanico de resultados de β .

$$DEFFUNC(1)() \{U_0\} = f_c * b * d * x$$

Como podemos observar estamos multiplicando el coeficiente por la resistencia a compresión del hormigón y por el área del pilar a estudio, pues bien, este parámetro nos permitirá obtener resultados de β en función del área o de la resistencia a compresión del hormigón.

El parámetro elegido, como se comentó anteriormente, está en función de la resistencia a compresión del hormigón, por lo tanto en la planta 4, utilizando el acero mínimo recogido por la EHE para el cálculo, obtenemos resultados de β altos debido al acero, observamos que la fiabilidad sigue disminuyendo a consecuencia del aumento de carga, con un valor de $\beta = 7.511$ para el mismo pilar de 25 x 25 hasta el momento.

El parámetro x sigue proporcionalmente en aumento obteniendo un valor próximo a 0.415.

Representative Alphas of Variables FLIM(678), P4.pti

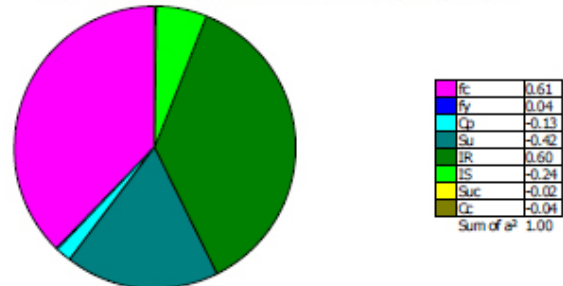
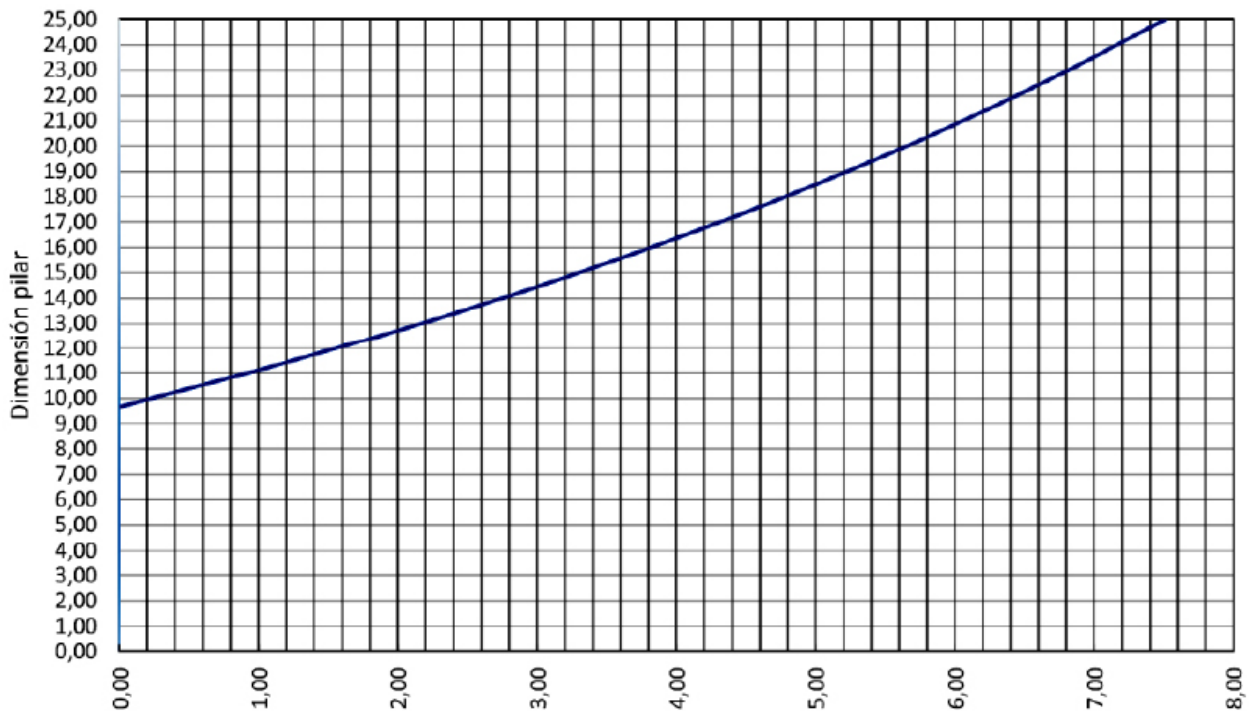


Gráfico que representan los cosenos directores del vector del índice de fiabilidad, y expresan la significación, de cada variable en el supuesto estudiado o analizado. Poco ha variado la influencia de las variables de la planta superior a esta, como se ha podido ver sigue en aumento la resistencia a compresión del hormigón, pero las demás variables se mantienen o incluso disminuyen insignificamente.

Interpretación de resultados en función de las dimensiones del pilar

PLANTA 4			
Parametro x	Beta	Área Pilar cm2	Dimensión # cm
0,05	-3,194	31,25	5,59
0,10	-1,349	62,50	7,91
0,15	0,013	93,75	9,68
0,20	1,041	125,00	11,18
0,25	1,877	156,25	12,50
0,30	2,582	187,50	13,69
0,35	3,190	218,75	14,79
0,40	3,725	250,00	15,81
0,45	4,202	281,25	16,77
0,50	4,633	312,50	17,68
0,55	5,025	343,75	18,54
0,60	5,385	375,00	19,36
0,65	5,716	406,25	20,16
0,70	6,024	437,50	20,92
0,75	6,311	468,75	21,65
0,80	6,579	500,00	22,36
0,85	6,830	531,25	23,05
0,90	7,065	562,50	23,72
0,95	7,289	593,75	24,37
1,00	7,511	625,00	25,00

PLANTA 4



En este apartado se han traducido los valores del parámetro X, a las dimensiones del pilar a estudio. El cuadro realizado nos ayudará a generar e interpretar de forma más cómoda las gráficas de la sección de hormigón según el índice de fiabilidad.

La tabla recoge el valor de β para cada valor del parámetro X y para cada área de la sección del pilar, pudiendo traducir así finalmente a dimensiones del pilar en función de la β .

El resultado que se quiere obtener es que para un índice de fiabilidad mínimo de $\beta_{50} = 3.8$ recogido en la Instrucción, que dimensión del pilar correspondería a este valor.

Por lo tanto en esta planta 4, para un índice de fiabilidad $\beta_{50} = 3.8$, la dimensión del pilar podrá ser de 16 x 16 cm.

5. CONCLUSIONES

Según el cálculo seguido por el Anejo 7 de la Instrucción, las dimensiones de los pilares para un edificio de estas características y con los esfuerzos estudiados, son de carácter habitual, obteniendo secciones de 25 x 25 cm en plantas superiores y de 30 x 30 cm e incluso de 35 x 35 cm en plantas inferiores para un edificio de estas características.

Para el cálculo mediante metodología probabilista se han utilizado como variables aleatorias las referentes a cargas permanentes, cargas variables y resistencias de materiales, además de la incertidumbre de los propios modelos y sin llegar a considerar aleatoriedad de carácter geométrico, bajo estas condiciones los valores de los resultados de β oscilan entre 7 y 16, superando holgadamente un $\beta = 3,8$ recogido como un valor a cumplir en la propia norma.

	PLANTA	DIMENSIÓN PILAR	ARMADURA REAL (constructivamente)	β CÁLCULO	DIMENSIÓN PILAR PARA $\beta = 3,8$
PILAR 43	7	25x25 cm	4Ø12 4,52 cm ²	16,091	0x0cm
	6	25x25 cm	4Ø12 4,52 cm ²	11,741	8x8cm
	5	25x25 cm	4Ø12 4,52 cm ²	9,151	13x13 cm
	4	25x25 cm	4Ø12 4,52 cm ²	7,511	16x16cm
	3	25x25 cm	4Ø20 12,57 cm ²	7,445	15x15 cm
	2	30x30 cm	4Ø20 12,57 cm ²	7,925	17x17 cm
	1	30x30 cm	4Ø20 12,57 cm ²	7,102	19x19 cm
	PB	35x35 cm	4Ø20 12,57 cm ²	7,709	21x21 cm



EHE-08. Art.5.1.1.1 Capítulo 1. Principios generales: “[...] El nivel de fiabilidad que debe asegurarse en las estructuras de hormigón vendrá definido por su índice de fiabilidad B_{50} para un periodo de referencia de 50 años, en el caso general no será inferior a 3.8”

La Instrucción afirma que [...] los procedimientos incluidos en esta norma mediante la comprobación de Estados Limite Últimos, junto con el resto de criterios relativos a ejecución y control, permiten satisfacer esta exigencia.

“Está claro que la cumple, pero como se ha demostrado con valores muy superiores”

Si se traducen los valores de β a dimensiones del pilar, obtendremos dimensiones entorno a los 12 x 12 cm, 17 x 17 cm, 21 x 21 cm etc. como se puede observar en la tabla resumen.

No quiere esto decir que podamos construir pilares con estas secciones, a primeras nos viene a la cabeza, con la reducción tan significativa de la sección la posibilidad de que la pieza sufra pandeo, o que existan problemas de adherencia entre el acero y el hormigón, pero estas no han sido las condiciones a estudio, este análisis se realiza para una sección sometida a flexo compresión según recoge la norma.

Además, como conclusiones más generales cabe mencionar que el método probabilístico basado en el análisis de la fiabilidad es el único en dar la verdadera interpretación de la seguridad estructural. Hay que indicar también y con una gran importancia, que sin la caracterización y el conocimiento de las variables aleatorias no se podría aplicar esta metodología, por lo tanto queda de mano de la investigación el seguir analizando las distribuciones de las variables más adecuadas para cada caso.