

Universidad Católica De Santa María
Escuela de Postgrado
Doctorado en Ingeniería Mecánica



**EVALUACIÓN TÉCNICO – ECONÓMICA
DEL AHORRO ENERGÉTICO GENERADO
POR CALENTADORES SOLARES
MEDIANTE SERIES DE TIEMPO EN EL
DISTRITO DE YANAHUARA, AREQUIPA-
2018.**

Tesis presentada por el Maestro:
**Cáceres Núñez, Augusto Emilio
Carlos**

Para optar el Grado Académico de:
Doctor en Ingeniería Mecánica

Asesor:
Dr. Alcazar Rojas, Hermann Enrique

AREQUIPA - PERÚ
2019

DEDICATORIA

A Dios

Por haberme permitido llegar hasta este punto brindándome su infinita bondad y amor.

A mis padres

Quienes con su ejemplo, guía e ilimitado apoyo forjaron en mi la superación con valores, principios y constancia para conseguir los objetivos trazados.

A mi esposa

Quien con su paciencia, comprensión y amor incondicional sabe apoyarme en todo momento para continuar y nunca renunciar.

A mis hijos

Quienes son una constante motivación a ser cada día mejor.

A mis hermanos y sobrinos

Por estar siempre presentes, acompañándome y brindándome su cariño y apoyo.

INDICE GENERAL

RESUMEN	
ABSTRACT	
INTRODUCCIÓN.....	1
1. HIPÓTESIS.....	2
2. OBJETIVOS.....	3
2.1. Objetivo General.....	3
2.2. Objetivos Específicos.....	3
3. ANÁLISIS DE ANTECEDENTES INVESTIGATIVOS.....	3
4. LIMITES Y ALCANCES.....	24
MARCO TEÓRICO.....	25
1. MARCO TEÓRICO Y CONCEPTUAL.....	25
1.1. Marco Teórico.....	25
1.1.1. Energía Solar.....	25
1.1.2. Energía Solar en el Perú.....	26
1.1.3. Energía Solar en Arequipa.....	28
1.1.4. Calentador Solar.....	30
1.1.4.1. Calentadores Simples Sin Cubierta.....	31
1.1.4.2. Calentadores Planos con Cubierta de Vidrio.....	32
1.1.4.3. Calentadores Solares de Tubos Evacuados.....	34
1.1.5. Medidores de Volumen de Agua.....	35
1.1.5.1. Condiciones de Instalación.....	36
1.1.5.2. Forma de Lectura del Medidor.....	38
1.1.6. Consumo Eléctrico.....	39
1.1.6.1. El Calor.....	39
1.1.6.2. El Calor Específico.....	40
1.1.6.3. Temperatura del Agua.....	40
1.1.7. Análisis Económico.....	41
1.1.7.1. Costos y Objeto de Costos.....	41
1.1.7.2. Vida Útil.....	43
1.1.7.3. Comparación Económica.....	43
1.2. Marco Conceptual.....	43
1.2.1. Proceso Estocástico.....	44
1.2.2. Proceso Estocástico Estacionario.....	46
1.2.3. Modelo.....	46
1.2.3.1. Ruido Blanco.....	46

1.2.3.2. Paseo Aleatorio.....	46
1.2.3.3. Serie de Tiempo.....	47
1.2.3.4. Serie de Tiempo Estacionaria.....	48
1.2.3.5. Modelos Para Series de Tiempo Univariadas.....	60
CAPITULO III:METODOLOGÍA.....	79
1. MEDICIÓN DE VOLUMEN DE AGUA CALIENTE SANITARIA.....	79
1.1. Medidor de Agua Caliente Sanitaria.....	80
1.2. Herramientas y Materiales Para la Instalación.....	81
1.3. Procedimiento de Instalación.....	83
2. ANÁLISIS ESTADÍSTICO.....	87
2.1. Identificación del Modelo.....	88
2.1.1. Series de Tiempo y Correlogramas Para Calentador Solar.....	89
2.1.2. Análisis de los Modelos.....	94
2.2. Selección del Modelo ARMA.....	97
2.3. Análisis de Normalidad.....	101
2.3.1. Análisis de Control.....	101
2.3.2. Análisis de Normalidad.....	103
2.4. Pronostico.....	108
3. CONSUMO ELÉCTRICO.....	119
3.1. Temperatura del Agua.....	119
3.1.1. Temperatura Final del Agua [t_f].....	119
3.1.2. Temperatura Inicial del Agua [t_0].....	120
3.2. Energía Necesaria Para el Calentamiento del Agua.....	122
3.3. Costo de la Energía Eléctrica.....	122
4. ANÁLISIS ECONÓMICO.....	123
4.1. Costos del Calentador y Costos de Mantenimiento.....	123
4.2. Costo de Instalación.....	123
4.3. Costo del Servicio Eléctrico Anual.....	123
4.4. Vida Útil.....	124
CAPITULO IV: RESULTADOS Y DISCUSIÓN.....	125
1. RESULTADOS.....	125
1.1. Determinación del ahorro eléctrico logrado frente al consumo de ACS por medio de calentadores solares.....	125
1.2. Determinación de la autocorrelación del consumo de ACS.....	128
1.3. Comprobar los supuestos del modelo de autocorrelación.....	130
1.4. Determinar el modelo ARMA adecuado según las mediciones de consumo de ACS.....	133

1.5. Pronosticar el consumo de ACS mediante el modelo ARMA.	139
1.6. Comparación económica entre calentadores solares y duchas eléctricas.....	146
1.6.1. Tiempo de Recuperación en Base al Ahorro.	150
2. DISCUSIÓN.....	153
CONCLUSIONES.....	155
RECOMENDACIONES	157
BIBLIOGRAFÍA BÁSICA	158



INDICE DE TABLAS

Tabla N° 1. Características de los eventos de consumo de agua de uso final en un hogar europeo.	13
Tabla N° 2. Características promedio de los eventos de consumo de agua de uso final en un hogar de Estados Unidos.	14
Tabla N° 3. Consumo diario de ACS y energía por país.	15
Tabla N° 4. Factores socioeconómicos que influyen en el consumo de ACS en los hogares. Los signos (+) y (-) indican si el factor produce un aumento o disminución respectivamente, en el uso del agua.	20
Tabla N° 5. Estimación de la media mensual de la radiación solar diaria de Perú.	28
Tabla N° 6. Elementos perturbadores aguas abajo del medidor.	37
Tabla N° 7. Elementos perturbadores aguas arriba del medidor.	38
Tabla N° 8. Calores específicos de algunas sustancias a 25 °C y presión atmosférica.	40
Tabla N° 9. Consumo de energía eléctrica.	49
Tabla N° 10. Consumo de energía eléctrica.	52
Tabla N° 11. Datos del modelo.	63
Tabla N° 12. Datos del modelo.	64
Tabla N° 13. Resultados obtenidos para el modelo $X_t = 2 + 0.5X_{t-1} + \varepsilon_t$ con $X_0 = 50$	66
Tabla N° 14. Autocorrelaciones estimadas para X_t	67
Tabla N° 15. Autocorrelaciones parciales estimadas para X_t	67
Tabla N° 16. Datos obtenidos para el modelo.	71
Tabla N° 17. Datos obtenidos para el modelo.	74
Tabla N° 18. Datos del modelo.	77
Tabla N° 19. Viviendas con personas presentes en zonas urbanas por distrito.	80
Tabla N° 20. Parámetros técnicos del medidor de agua.	81
Tabla N° 21. Dimensiones, peso y condiciones de trabajo del medidor de agua.	81
Tabla N° 22. Herramientas utilizadas en la instalación de medidores.	82
Tabla N° 23. Materiales utilizados en la instalación de medidores.	82
Tabla N° 24. Autocorrelaciones Estimadas para $L1$	92
Tabla N° 25. Autocorrelaciones Parciales Estimadas para $L1$	93
Tabla N° 26. Modelo ARIMA.	94
Tabla N° 27. Resumen de modelo ARIMA.	95
Tabla N° 28. Resumen de modelo ARIMA.	95
Tabla N° 29. Resumen de modelo ARIMA.	96
Tabla N° 30. Resumen de modelo ARIMA.	96
Tabla N° 31. Resumen de modelo ARIMA.	96
Tabla N° 32. Resumen de modelo ARIMA.	97
Tabla N° 33. Modelo ARIMA.	98
Tabla N° 34. Resumen de modelo ARIMA.	98
Tabla N° 35. Periodo de estimación.	99
Tabla N° 36. Periodo de estimación.	99
Tabla N° 37. Resumen de modelo ARIMA.	100
Tabla N° 38. Gráfico ARIMA.	101
Tabla N° 39. Estimados.	101
Tabla N° 40. Reporte de gráfico ARIMA.	102
Tabla N° 41. Distribuciones Ajustadas.	105
Tabla N° 42. Pruebas de Normalidad para $L1$	106

Tabla N° 43. Prueba de Kolmogorov-Smirnov.	106
Tabla N° 44. Comparación de distribuciones alternas.....	107
Tabla N° 45. Prueba de Kolmogorov-Smirnov	108
Tabla N° 46. Modelo ARIMA(1,0,1) con constante * = estimado	109
Tabla N° 47. Autocorrelaciones estimadas para residuos.....	117
Tabla N° 48. Especificaciones técnicas de calentadores solares.	119
Tabla N° 49. Temperaturas en la ciudad de Arequipa en el año 2018.....	121
Tabla N° 50. Temperaturas en la ciudad de Arequipa últimos 13 años.....	121
Tabla N° 51. Autocorrelaciones estimadas para CONSUMO.....	131
Tabla N° 52. Autocorrelaciones parciales estimadas para CONSUMO.....	132
Tabla N° 53. Datos del modelo ARIMA(1,0,0).....	133
Tabla N° 54. Resumen del Modelo ARIMA.	134
Tabla N° 55. Resumen de Modelo ARIMA	134
Tabla N° 56. Resumen de Modelo ARIMA	135
Tabla N° 57. Resumen de modelo ARIMA.....	135
Tabla N° 58. Resumen de modelo ARIMA.....	135
Tabla N° 59. Resumen de modelo ARIMA.....	136
Tabla N° 60. Resumen de modelo ARIMA.....	136
Tabla N° 61. Datos del modelo ARMA(1,0,1).....	137
Tabla N° 62. Resumen de modelo ARIMA.....	137
Tabla N° 63. Periodo de estimación.	138
Tabla N° 64. Periodo de estimación.	138
Tabla N° 65. Resumen del modelo ARIMA.....	139
Tabla N° 66. Resumen del modelo ARIMA.....	139
Tabla N° 67. Consumo para el gráfico ARIMA.....	140
Tabla N° 68. Estimados para el gráfico ARIMA.....	141
Tabla N° 69. Distribuciones ajustadas.....	143
Tabla N° 70. Pruebas de normalidad para CONSUMO.....	144
Tabla N° 71. Prueba de Kolmogorov-Smirnov.....	144
Tabla N° 72. Comparación de Distribuciones Alterna	145
Tabla N° 73. Prueba de Kolmogorov-Smirnov	146
Tabla N° 74. Costos considerados para la comparación económica.....	147
Tabla N° 75. Costo anual generado por un calentador solar.....	147
Tabla N° 76. Cronograma de compra y mantenimiento de ducha eléctrica.....	148
Tabla N° 77. Costo mensual generado por una ducha eléctrica.....	148
Tabla N° 78. Costo anual generado por una ducha eléctrica.....	149
Tabla N° 79. Comparación económica.....	149
Tabla N° 80. Análisis temporal del ahorro.....	152

INDICE DE FIGURAS

Figura N° 1. Comparación de las tasas de flujo de agua de acuerdo a algunas normas europeas.....	6
Figura N° 2. Comparación de las tasas de flujo de ACS en un edificio de departamentos en Bruselas.....	7
Figura N° 3. Variación de la temperatura fría de acuerdo a la estación en Barcelona.	11
Figura N° 4. Comparación del promedio diario del consumo de ACS en diferentes países.	15
Figura N° 5. Influencia del mes del año sobre el consumo promedio diario de ACS per cápita.....	17
Figura N° 6. Influencia por estación del año en el consumo diario de agua caliente residencial. Gobiernos de Nueva Zelanda y Australia.	18
Figura N° 7. Consumo de ACS promedio por día y por ocupante según diferentes estudios en viviendas.....	19
Figura N° 8. Mapa mundial de radiación solar.....	25
Figura N° 9. Mapa de energía solar del Perú.....	27
Figura N° 10. Mapa de energía solar de Arequipa.	29
Figura N° 11. ACS por medio de energía solar.....	30
Figura N° 12. Calentador solar con circulación natural.....	31
Figura N° 13. Colector simple sin cubierta.....	32
Figura N° 14. Calentador plano con cubierta de vidrio y tanque de almacenamiento.....	32
Figura N° 15. Partes internas de un calentador plano.....	33
Figura N° 16. Funcionamiento del calentador solar.	33
Figura N° 17. Partes del calentador solar de tubos evacuados.	34
Figura N° 18. Curvas de rendimiento de los calentadores solares.....	35
Figura N° 19. Principales partes de un medidor mecánico.....	36
Figura N° 20. Forma de lectura de medidores.	39
Figura N° 21. Modelos de series de tiempo.....	44
Figura N° 22. Temperatura del agua medida durante 24 horas.	45
Figura N° 23. Serie de tiempo estacional.	48
Figura N° 24. Consumo de energía eléctrica durante 24 meses.	50
Figura N° 25. Consumo de energía eléctrica durante 24 meses estimando la tendencia de la serie de tiempo por un polinomio de grado 1 y grado 5.....	50
Figura N° 26. Consumo de energía eléctrica durante 24 meses estimando la tendencia de la serie de tiempo mediante una media móvil de periodo 3...	52
Figura N° 27. Primera diferencia del consumo de energía eléctrica durante 24 meses.....	53
Figura N° 28. Componentes de tendencia (T_t), Componente estacional S_t , Componente aleatoria (ϵ_t) y serie de tiempo estacional (X_t).	54
Figura N° 29. Ruido blanco ϵ_t , Serie de tiempo estacional (X_t).....	54
Figura N° 30. Estimación de una serie de tiempo usando la media móvil con $n = 2$, de periodo 5.	55
Figura N° 31. Pronostico de una serie de tiempo del consumo de agua del día lunes de la primera semana (L1) en la urbanización Primavera, Yanahuara.	57
Figura N° 32. Correlograma del consumo de agua del día jueves de la primera semana (J1) en la urbanización Primavera, Yanahuara.	58
Figura N° 33. Grafica de la función de autocorrelación para el modelo $X_t = 0.7X_{t-1} + \epsilon_t$	64

Figura N° 34. Grafica de la función de autocorrelación parcial para el modelo $X_t = 0.7X_{t-1} + \varepsilon_t$	64
Figura N° 35. Grafica de la función de autocorrelación para el modelo $X_t = -0.7X_{t-1} + \varepsilon_t$	65
Figura N° 36. Grafica de la función de autocorrelación parcial para el modelo $X_t = -0.7X_{t-1} + \varepsilon_t$	65
Figura N° 37. Grafica del modelo $X_t = 2 + 0.5X_{t-1} + \varepsilon_t$	68
Figura N° 38. Grafica de la función de autocorrelación para el modelo $X_t = 2 + 0.5X_{t-1} + \varepsilon_t$	68
Figura N° 39. Grafica de la función de autocorrelación parcial para el modelo $X_t = 2 + 0.5X_{t-1} + \varepsilon_t$	68
Figura N° 40. Grafica de la función de autocorrelación para el modelo $X_t = 0.6X_{t-1} - 1 + 0.3X_{t-2} + \varepsilon_t$	71
Figura N° 41. Grafica de la función de autocorrelación parcial para el modelo $X_t = 0.6X_{t-1} - 1 + 0.3X_{t-2} + \varepsilon_t$	71
Figura N° 42. Grafica de la función de autocorrelación para el modelo $X_t = \varepsilon_t + 0.3\varepsilon_{t-1} - 1 - 0.4\varepsilon_{t-2}$	74
Figura N° 43. Grafica de la función de autocorrelación parcial para el modelo $X_t = \varepsilon_t + 0.3\varepsilon_{t-1} - 1 - 0.4\varepsilon_{t-2}$	75
Figura N° 44. Grafica de la función de autocorrelación para el modelo $X_t = 0.7X_{t-1} - 1 + \varepsilon_t + 0.3\varepsilon_{t-1}$	77
Figura N° 45. Grafica de la función de autocorrelación parcial para el modelo $X_t = 0.7X_{t-1} - 1 + \varepsilon_t + 0.3\varepsilon_{t-1}$	78
Figura N° 46. Sector de Umacollo en el distrito de Yanahuara	79
Figura N° 47. Medidor Atlanti Fid USA.	80
Figura N° 48. Esquema de instalación del medidor	83
Figura N° 49. Cierre de llaves de paso.	83
Figura N° 50. Corte de tubería.	84
Figura N° 51. Confección de roscas.	84
Figura N° 52. Aplicación de teflón y formador de empaquetaduras.	85
Figura N° 53. Roscado y ajuste de accesorios.	85
Figura N° 54. Verificación de no existencia de fugas.	86
Figura N° 55. Formato propuesto para la adquisición de datos sobre el consumo de ACS	86
Figura N° 56. Imágenes de George E.P. Box y Gwilym M. Jenkins	87
Figura N° 57. Metodología Box-Jenkins, modelos $ARMA(p, q)$	88
Figura N° 58. Serie de tiempo del consumo del lunes de la primera semana (L1)	89
Figura N° 59. Serie de tiempo del consumo del lunes de la segunda semana (L2)	90
Figura N° 60. Correlación del consumo del lunes de la primera semana(L1) y el lunes de la segunda semana (L2)	90
Figura N° 61. Serie de tiempo del consumo del lunes de la primera semana, usando Statgraphics.	91
Figura N° 62. Autocorrelaciones del consumo de agua del lunes de la primera semana, usando Statgraphics.	91
Figura N° 63. Autocorrelaciones parciales del consumo de agua del lunes de la primera semana, usando Statgraphics.	93
Figura N° 64. Gráfico de la serie de tiempo, 11 observaciones fuera de los límites de control	102
Figura N° 65. Gráfico de la Tolerancia para el consumo del día lunes de la primera semana.	103

Figura N° 66. Diagrama de Caja del consumo de agua del día lunes(L1).....	104
Figura N° 67. Histograma del consumo de agua del día lunes(L1).....	104
Figura N° 68. Prueba de normalidad del consumo de agua del día lunes(L1).....	104
Figura N° 69. Grafica del Histograma y la distribución normal ajustada del consumo de agua del día lunes(L1).	105
Figura N° 70. Comparación de la prueba del ajuste con la distribución normal y la distribución exponencial del consumo de agua del día lunes(L1).	107
Figura N° 71. Comparación de la prueba de normalidad del consumo de agua del día lunes(L1) con la distribución exponencial.	108
Figura N° 72. Grafica de la serie de tiempo del consumo de agua del día lunes(L1) comparada con su pronóstico.....	117
Figura N° 73. Grafica del pronóstico de la serie de tiempo del consumo de agua del día lunes(L1).	117
Figura N° 74. Autocorrelaciones parciales de la serie de tiempo del consumo de agua del día lunes(L1).....	118
Figura N° 75. Autocorrelaciones parciales de la serie de tiempo del consumo de agua del día lunes(L1).....	119
Figura N° 76. Serie de tiempo del consumo del lunes de la primera semana (L1).....	128
Figura N° 77. Serie de tiempo del consumo del lunes de la segunda semana (L2).....	128
Figura N° 78. Correlación del consumo del lunes de la primera semana(L1) y el lunes de la segunda semana (L2)	129
Figura N° 79. Serie de tiempo del consumo de agua.....	130
Figura N° 80. Autocorrelaciones del consumo de agua, usando Statgraphics.	130
Figura N° 81. Autocorrelaciones parciales del consumo de agua, usando Statgraphics. .	132
Figura N° 82. Gráfico de la serie de tiempo, 222 observaciones fuera de los límites de control.....	141
Figura N° 83. Gráfico de la Tolerancia para el consumo.	142
Figura N° 84. Diagrama de Caja del consumo de agua.	142
Figura N° 85. Histograma del consumo de agua.	142
Figura N° 86. Prueba de normalidad del consumo de agua.....	143
Figura N° 87. Grafica del Histograma y la distribución normal ajustada del consumo de agua.....	144
Figura N° 88. Comparación de la prueba del ajuste con la distribución normal y la distribución exponencial del consumo de agua.....	145
Figura N° 89. Comparación de la prueba de normalidad del consumo de agua con la distribución exponencial.	146
Figura N° 90. Comparación económica.....	150
Figura N° 91. Comparación de costos entre calentador solar y ducha eléctrica.....	153

RESUMEN

Una parte importante del uso de energía que presentan las viviendas unifamiliares se debe al consumo de agua caliente sanitaria (ACS) sin embargo, no se tienen estudios que definan el consumo de esta en la ciudad de Arequipa y por lo tanto no se puede conocer claramente cuál es el ahorro energético que tienen estas viviendas al hacer uso de calentadores solares.

En el presente trabajo se estudian los consumos reales de ACS en viviendas unifamiliares que hacen uso de calentadores solares en el distrito de Yanahuara, con la finalidad de estimar el consumo que realizan los habitantes y con ello poder determinar el ahorro energético que se logra por el uso de calentadores solares.

Con dicho fin, se instalaron medidores de agua (hidrómetros) a la salida de agua caliente de las termas solares de cien viviendas unifamiliares. Paso seguido, se tomó una lectura diaria del consumo de agua caliente durante 14 días. Para analizar la información obtenida se plantearon los supuestos necesarios del modelo estadístico el cual considera una periodicidad de 14 días, así como los diversos perfiles de consumo de la vivienda y las fluctuaciones aleatorias. Los datos obtenidos se analizaron con el objetivo de determinar si correspondían a un modelo ARMA, con la finalidad de aplicar dicho modelo en la predicción del volumen de ACS consumido diariamente en cada instalación individual.

Finalmente, luego de procesar la información se logró estimar el ahorro de energía eléctrica que se obtiene al calentar el agua por medio de calentadores solares lo que se traduce en un ahorro monetario el cual se logra visualizar a través de un análisis económico.

El modelo estadístico aplicado se muestra muy prometedor al refrentarlo con los datos reales obtenidos quedando la posibilidad de ser utilizado en otras localizaciones pudiendo generarse nuevos puntos de investigación que a la larga conllevarían a poder determinar el ahorro económico que se obtiene al calentar agua por medio de calentadores solares en toda la ciudad de Arequipa.

Palabras Clave: Calentador solar, consumo de agua caliente sanitaria, modelo ARMA, ahorro energético

ABSTRACT

An important part of the energy used in single-family houses is due to the consumption of domestic hot water (DHW), however, there are no studies that define the consumption of it in Arequipa city and therefore we cannot clearly know how much energy is saving by these houses thanks the using of solar heaters.

In this work, the real consumption of DHW, in single-family houses equipped with solar heaters in Yanahuara district, is studied; in order to estimate the daily needs of inhabitants and thereby determine the energy savings achieved by the use of solar heaters.

For this finality, water meters (hydrometers) were installed at the solar thermal's hot water outlet of one hundred single-family houses. Next, a daily reading of the hot water consumption was taken for 14 days. To analyze the information obtained, the necessary assumptions of the statistical model were considered, which considers a periodicity of 14 days, as well as the different profiles of household consumption and random fluctuations. The data obtained were analyzed in order to determine if they corresponded to an ARMA model, with the purpose of applying this one in the prediction of the daily volume consumed of DHW in each individual installation.

Finally, after processing the information, it was possible to estimate the electric energy savings achieved by the use of solar heaters, which translates into a monetary saving which can be visualized through an economic analysis.

The applied statistical model is very promising when it is faced with the real data obtained, leaving the possibility of being used in other locations, generating new investigations to determine the energy savings achieved by the use of solar heaters in Arequipa city.

Keywords: Solar heater, domestic hot water consumption, ARMA model, energy saving

CAPITULO I

INTRODUCCIÓN

Hoy en día, las diversas sociedades del planeta hacen uso de vastas cantidades de energía con la finalidad de mantener el ritmo de vida en la que se encuentran inmersas. Sin embargo, este consumo pasa a ser insostenible debido a que son recursos no renovables, los cuales se vienen agotando a un ritmo acelerado, así como también el uso a grandes escalas de estas fuentes de energía vienen causando altos niveles de contaminación ambiental.

Con tal motivo, la masificación del uso de energías renovables va pasado a tener un lugar primordial en las políticas energéticas de los países a nivel mundial. Sin embargo, los aspectos económicos son el factor dominante para la diseminación de los sistemas de energía renovable.

Es por ello, que la determinación del ahorro energético logrado por el uso de energías renovables frente a las energías convencionales, pasa a ser un factor importante al momento de determinar el tipo de energía a utilizar.

El Perú inmerso en esta tendencia mundial, es que promueve la búsqueda de fuentes de energía no convencionales tal como la energía solar, teniendo el privilegio de poseer una alta disponibilidad de energía solar ya que se encuentra ubicado en el cinturón de sol poseyendo una radiación solar promedio de 5 KWh/m² por día (Ministerio de Energía y Minas, 2003).

Sin embargo, el uso de la energía solar en nuestro país es muy limitada en comparación con otros países donde su producción llega a un 35% de la energía generada con la ventaja de que esta no genera una contaminación directa (Pacheco Oviedo, 2015).

Arequipa se encuentra en una zona de alta radiación solar alcanzando promedios de hasta 6 KWh/m² por día (Ministerio de Energía y Minas, 2003). Es por ello que el uso de calentadores solares es mayoritario en las viviendas de la ciudad los cuales abastecen las demandas de agua caliente de las familias. El 87% de los calentadores solares del Perú se encuentran en la región Arequipa de los cuales aproximadamente el 78% son de placas plana y el 22% restante usan la tecnología de tubos al vacío (Gamero Canales, 2016)

Finalmente, el principal factor que motiva al uso de calentadores solares es el ahorro de energía eléctrica el cual se traduce en ahorro económico a las familias, así como los beneficios ambientales al hacer uso de una energía limpia.

A pesar que el uso mayoritario de calentadores solares se encuentra en la ciudad de Arequipa, no se cuenta con información respecto al consumo de agua caliente sanitaria (ACS) efectuada por las familias y por lo tanto no se tiene definido claramente cuál es el ahorro energético logrado gracias a la utilización de la energía solar. Uno de los principales problemas identificados para el logro de la obtención de la data respecto al consumo de ACS, es la accesibilidad a las viviendas familiares que permitan la instalación de medidores de caudal a la salida del agua caliente de sus calentadores solares, motivo por el cual se hace necesario recurrir a métodos estadísticos para lograr estimar el consumo de ACS de una determinada área de la ciudad y con esa información lograr estimar el ahorro energético.

1. HIPÓTESIS.

El consumo eléctrico en el hogar es de creciente preocupación debido al costo del servicio de electricidad por ello se debe llevar a cabo un control en el uso de los electrodomésticos, la utilización inteligente de la energía, determinará una fuerte reducción de los consumos y a un mejor aprovechamiento de los recursos energéticos, mediante el uso de fuentes de energía renovables y no contaminantes, tales como la energía solar. Es necesario realizar simulaciones con técnicas estadísticas, que de acuerdo al problema los modelos ARMA, que son modelos autorregresivos con medias móviles, permitirán modelar, analizar y predecir si el consumo de agua caliente mediante calentadores solares tiene una autocorrelación en diferentes hogares de la Urbanización La Primavera del distrito de Yanahuara, con ello determinar los parámetros del modelo ARMA(p,q) para realizar una predicción de consumos en el todo distrito de Yanahuara, finalmente se espera fundamentar el ahorro energético del uso de calentadores solares.

DADO: Que el calentamiento de agua con fines sanitarios conlleva al consumo de energía

ES PROBABLE: Que se pueda estimar el ahorro energético obtenido por el uso de calentadores solares en el calentamiento de agua sanitaria, mediante el uso de un modelo autorregresivo basado en una serie de tiempo.

2. OBJETIVOS.

2.1. Objetivo General.

Determinar el consumo de agua caliente sanitaria generada por calentadores solares en viviendas familiares con el fin de determinar el ahorro eléctrico al hacer uso de dichos calentadores solares.

2.2. Objetivos Específicos.

- a) Determinar el ahorro eléctrico logrado frente al consumo de ACS por medio de calentadores solares.
- b) Determinar la autocorrelación del consumo de ACS.
- c) Comprobar los supuestos del modelo de autocorrelación.
- d) Determinar el modelo ARMA adecuado según las mediciones de consumo de ACS.
- e) Pronosticar el consumo de ACS mediante el modelo ARMA.
- f) Comparación económica entre calentadores solares y duchas eléctricas.

3. ANÁLISIS DE ANTECEDENTES INVESTIGATIVOS

Entre los trabajos más relevantes que se han tomado en cuenta para la presente investigación tenemos los siguientes:

3.1. Título: “Consumo Doméstico de Agua Caliente en Departamentos de Sudáfrica”

Autor: J. P. Meyer, M. Tshimankinda

Resumen: El consumo de agua caliente en los departamentos de las ciudades desarrolladas y en desarrollo de Johannesburgo, se determinó por mediciones efectuadas durante un año. Los resultados del consumo promedio por persona y por día se presentan para cada uno de los meses del año. También se realizó un análisis del consumo de agua por hora por persona y día para los siete días de la semana durante el verano y de igual forma para el invierno (Meyer, 2000).

3.2. Título: “Estudio de la Medición de la Demanda de Agua Caliente Sanitaria en Edificios Residenciales”

Autor: Balázs Némethi. Zoltán Szántho

Resumen: El programa de restauración de la subestación en Budapest requirió el estudio doméstico de los hábitos de consumo de agua caliente los cuales cambiaron notoriamente los últimos 15 años. Usando los resultados de las mediciones, se elaboró una relación basada en probabilidades con un nivel de confianza determinado de antemano. En un grupo de habitantes, el consumo promedio diario de agua caliente y el diagrama de duración del consumo se pudieron determinar con un nivel de confianza del 99%. La producción de agua caliente sanitaria del intercambiador de calor y el tanque conectados en paralelo se pudieron clasificar simplemente a partir del diagrama de duración (Némethi & Szántho, 2007).

3.3. Título: *“Modelos Estadísticos Para el Pronóstico Real del Consumo de Agua Caliente Sanitaria”*

Autor: Aurore Lomet, Frédéric Suard, David Chèze

Resumen: En este documento, se estudia el consumo real de agua caliente sanitaria (ACS) de viviendas unifamiliares equipadas con un tanque de agua caliente solar. Se modela para comprender y pronosticar las necesidades diarias de los habitantes. Por lo tanto, los pronósticos se pueden integrar en una estrategia de control para optimizar el costo de energía calentando solo el volumen de ACS necesario.

Al principio, se realiza un análisis de datos a partir de los usos reales de varias viviendas para establecer supuestos del modelo estadístico. Este estudio destaca una periodicidad semanal, las fluctuaciones aleatorias y los diferentes modos de consumo dependiendo de la residencia, la temporada y el día de la semana. De lo contrario, al no contar con información previa, como la ubicación o el número de residentes, se propone un modelo adaptativo de series de tiempo que no requiere un fuerte tiempo a priori y computacional. Luego, se desarrolla un modelo ARMA para pronosticar el volumen diario de ACS y se aplica en cada instalación individual. Este modelo permite tener en cuenta la periodicidad de una semana, el consumo de los días anteriores y las fluctuaciones aleatorias. Los resultados obtenidos en datos reales muestran que este enfoque es muy prometedor (Lomet, Suard, & Chèze, 2015).

Hoy en día, se puede apreciar que el uso de agua caliente sanitaria (ACS) constituye una parte importante del uso de energía en diversos tipos de edificaciones. Por ello, lograr caracterizar adecuadamente el consumo de agua caliente doméstica pasa a ser

un aporte de gran consideración, ya que esta información ayudará a lograr un análisis bastante fiable en cuanto la eficiencia energética de los diversos sistemas y edificaciones. El conocimiento más profundo de los perfiles de demanda permitirá establecer estrategias de control innovadoras basadas en patrones de consumo.

La producción de agua caliente sanitaria representa aproximadamente el 18% del consumo total de energía en el sector residencial en los EE.UU. y el 14% en la Unión Europea (Pérez-Lombard, Ortiz, & Pout, 2007). Lograr una correcta caracterización del consumo de ACS en diversas edificaciones permitirá adoptar diversas medidas para el ahorro de energía (Bertrand, Mastrucci, Schüler, Aggoune, & Maréchal, 2016) al igual que el diseño adecuado de sistemas y equipos que generen agua caliente.

Diversos estudios han revelado que la eficiencia de los equipos productores de energía, depende de los diversos hábitos de consumo de ACS. Así se tiene el caso de los equipos de energía solar cuya producción de energía dependerá de la cantidad y la hora en que se realice el consumo del ACS (Roman, Fiala, Nevrala, & Probert, 2006). Dongellini realizó simulaciones para analizar el rendimiento de colectores solares térmicos con el fin de analizar la influencia del diseño del colector solar, el volumen de almacenamiento y los modos de consumo de ACS. El estudio consistió en diferentes esquemas de consumo de ACS considerando un consumo uniforme durante todo el día o concentrándose en períodos determinados durante la noche y durante el día (Dongellini, Falcioni, & Morini, 2015). Los resultados mostraron que los factores anuales y mensuales de cobertura solar se encontraban fuertemente influenciados por la metodología mensual estuvo fuertemente influenciado por el perfil utilizado, lográndose definir diferencias de hasta del 24% entre los valores en función del perfil seleccionado.

La simulación del rendimiento de los sistemas solares ha demostrado que se deben aplicar perfiles de consumo de energía realistas, con el fin de optimizar el diseño y la operación de control de los sistemas de energía (Ampatzi & Knight, 2012). Por otro lado, la caracterización del consumo de ACS permitiría diseñar estrategias de control innovadoras para los sistemas de agua caliente basadas en modelos de consumo de análisis predictivo (Iglesias & Palensky, 2014).

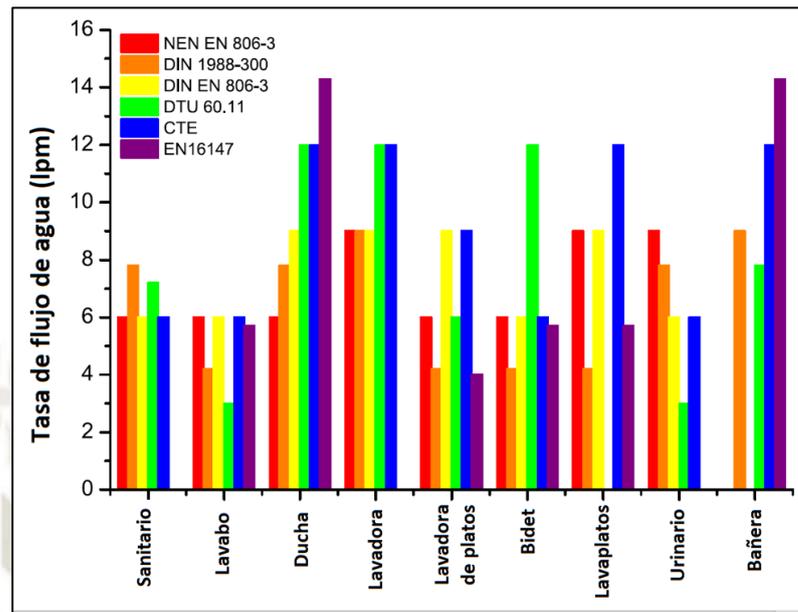


Figura N° 1. Comparación de las tasas de flujo de agua de acuerdo a algunas normas europeas.

Fuente: (Metrology and Testing Czech Office for Standards, 2013)

Debido a la dificultad de medición, los patrones de consumo diario que se adoptan en muchos estudios se basan en perfiles estimados o se toman de datos técnicos estándar. Estos consumos normalmente se toman idénticos para cada día del año, descartando la influencia de las condiciones climáticas, el día de la semana y la estación (Hobbi & Siddiqui, 2009). Como alternativa, al uso de datos aproximados del consumo diario, algunas investigaciones se han realizado con la finalidad de obtener datos más exactos haciendo uso de métodos probabilísticos (Hendron & Burch, 2010). Estos métodos consisten en la creación de perfiles de consumo a partir de la estimación estocástica de la ocurrencia y duración del consumo de ACS.

Uno de los últimos trabajos sobre el consumo residencial de ACS data de mediados de 1980 (Becker & Stogsdill, 1990) quienes construyeron una base de datos con estudios realizados en Canadá y EE. UU. Sin embargo, los datos obtenidos podrían resultar obsoletos para hoy en día, debido a la mejora de la eficiencia de los nuevos equipos de calentamiento de agua que se vienen utilizando (Bansal & Vineyard, 2011) así como por el cambio del comportamiento de consumo de agua por parte de los usuarios. Estudios realizados recientemente sobre el consumo de ACS (Edwards, Beausoleil-Morrison, & Laperrière, 2015) demuestran que el consumo de ACS ha

disminuido un 26% en las viviendas canadienses respecto el estudio realizado por Bansal y Vineyard, lo cual se da debido a un mejor control del consumo con medidores adecuados, el aumento del costo del agua, la variación del clima, mejoramiento de los sistemas de producción y distribución de agua de ACS y el uso de electrodomésticos modernos (Kõiv & Toode, 2006).

Se puede apreciar, que es necesario actualizar la información disponible respecto a los nuevos patrones de consumo de ACS lo que permitirá realizar estudios adecuados en cuanto el rendimiento energético.

Para el análisis del consumo de ACS se debe hacer uso de las diversas normas técnicas nacionales o internacionales con el fin de determinar el dimensionamiento de los sistemas de distribución de ACS, así como la normativa en cuanto el uso de la energía con el fin de determinar el rendimiento de los equipos calentadores de agua.

La Figura N° 1, muestra una comparación del consumo de agua en Europa de acuerdo a diversas normas de la región (Metrology and Testing Czech Office for Standards, 2013).

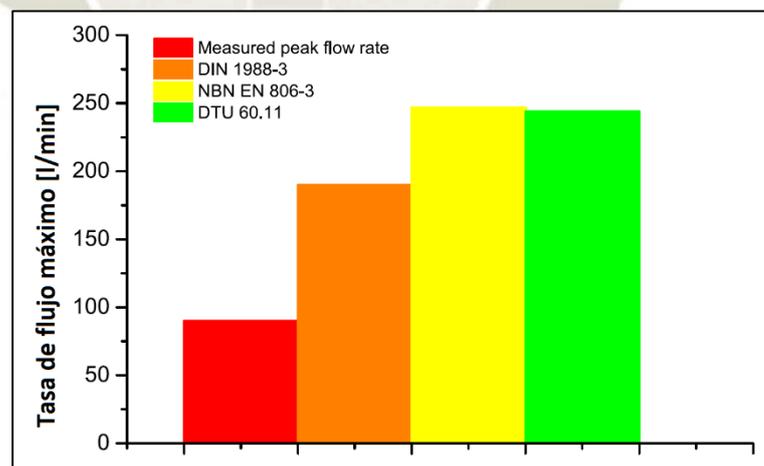


Figura N° 2. Comparación de las tasas de flujo de ACS en un edificio de departamentos en Bruselas.
Fuente: (Bleys, Van den Bossche, & Kuborn, 2012)

Podemos apreciar, que existe una cierta diferencia en los valores de consumo de agua dependiendo de la norma utilizada, siendo esta diferencia más acentuada en la ducha, baños y lavaplatos. Las mediciones realizadas con las normas alemanas y holandesas

muestran niveles de caudal más altos que los medidos (Bleys, Van den Bossche, & Kuborn, 2012).

Las tasas de flujo en tales normas técnicas, están sobrestimadas por un factor de al menos 2, e incluso hasta 3 con respecto a los valores máximos reales (Bleys, Van den Bossche, & Kuborn, 2012), lo que podemos apreciar en la Figura N° 2.

Dichas estimaciones del consumo de agua dejan de lado algunos factores que afectan dicho consumo, como los ocupantes de las residencias. Un ejemplo se tiene en Canadá, donde se determinó un consumo promedio por persona de 60 l/día para viviendas de 4 o más ocupantes, pero no define el consumo de ACS por persona en viviendas con 3 o menos ocupantes (Evarts & Swan, 2013). Solo existen unos cuantos estudios en los que se recopila información sobre el uso de agua caliente en diferentes edificaciones, debido a lo cual no se puede definir claramente si los estándares técnicos actuales están desactualizados o no están definidos correctamente para representar el consumo real.

En el caso de Estados Unidos, el organismo de estandarización ASHRAE plantea los estándares de consumo de ACS, sin embargo, estos se encuentran limitados, debido a que los datos se obtuvieron de estudios realizados exclusivamente en residencias canadienses en los años 80 (American Society of Heating, Refrigerating and Air Conditioning Engineers, 2003).

Así también, la Corporación Americana de Clasificación y Certificación Solar de los Estados Unidos, brinda un perfil de consumo de ACD por hora el cual es utilizado para probar el rendimiento de los sistemas solares térmicos (SRCC OG-300 Certification Program, 2016). El programa aplica modelos computarizados, utilizando el software TRNSYS, con el fin de analizar el rendimiento de los sistemas térmicos solares. El análisis aplicado en las simulaciones ha sido evaluado y revisado por varios autores para mejorar las estimaciones de rendimiento con respecto a las condiciones reales (Burch & Thornton, 2012).

La limitación de utilizar un perfil de consumo de agua diario, es que el consumo se considera idéntico para cada día del año sin considerar la influencia del clima el cual

afecta la temperatura del agua de red, así como los efectos causados por cada estación del año en el consumo de ACS.

Otro punto importante a considerar es la distribución del agua, el uso final del agua caliente y la temperatura de agua entregada por la red. Esta temperatura de agua entregada por la red, resulta ser de importancia debido a que con ella se calcula la energía necesaria para lograr el calentamiento del agua deseada. Para los estudios, se consideran básicamente dos tipos de utilización de ACS: templada y sin templar, estos dependen del uso final que se destine al agua (Burch & Thornton, 2012). El uso no temperado es aquel en que se usa el agua caliente sin ser mezclada con agua fría en tanto que el uso temperado resulta de mezclar el agua caliente con agua fría con el fin de alcanzar una temperatura confortable de uso tal como se da en los lavamanos y duchas. Las mediciones del agua temperada en su uso final oscilan generalmente entre 40 y 45 °C (Burch & Thornton, 2012) (Metrology and Testing Czech Office for Standards, 2013) (George, Pearre, & Swan, 2015). Por otra parte, las temperaturas alcanzadas de agua caliente sin templar oscilan entre 55 °C y 60 °C, datos que usualmente son utilizados para diversas investigaciones y estándares técnicos que buscan el cálculo del consumo de energía (Evarts & Swan, 2013). En el caso en que el sistema de agua caliente considere tanques de almacenamiento, se deben considerar temperaturas de producción de 60 °C, esto con el fin de controlar el crecimiento de bacterias legionela en el suministro de agua. Esto es particularmente importante para las instalaciones de ACS que constan de bombas de calor y colectores solares provistos de tanques de almacenamiento (Asociación Técnica Española de Climatización y Refrigeración (ATECYR), 2010).

La temperatura del agua fría que se encuentra en la red, depende directamente de la temperatura del exterior y del suelo y estas a su vez dependerán del clima y la época del año. Debido a esta dependencia, la temperatura del agua de la red presenta una forma sinusoidal durante todo el año, con un máximo en la estación de verano y un mínimo en la estación de invierno (Burch & Christensen, 2007). Normalmente, el agua de la red se encuentra a una temperatura más baja que la temperatura ambiente dentro de las edificaciones. Por lo tanto, se tiene un precalentamiento del agua fría en la línea de entrada como resultado de la transferencia de calor con el entorno interior de un edificio, pudiéndose elevar la temperatura de entrada en más de 2 °C

por encima de la temperatura del sistema de distribución de agua (George, Pearre, & Swan, 2015). Abrams y Shedd (Abrams & Shedd, 1996) estudiaron la influencia de las temperaturas del exterior y de los suelos en la temperatura del agua de red después de lo cual propusieron una ecuación que permite modelar la temperatura del agua de la red en función de la temperatura del medio ambiente, la cual está sustentada por datos adquiridos en diversas localidades de los Estados Unidos. Esta función adopta la forma de una curva sinusoidal, cuya amplitud está relacionada con la diferencia máxima de la temperatura ambiente promedio entre el mes más frío y el más cálido del año, la cual se presenta de la siguiente manera (Burch & Christensen, 2007):

$$T_{mains} = T_{amb,ann} + \Delta T_{offs} + \frac{R \Delta T_{amb,max}}{2} + \sin(\omega t - \phi)$$

$$R = a + b(T_{amb,ann} - c)$$

$$\phi = c + d(T_{amb,ann} - e)$$

Donde:

$T_{amb,ann}$ = Temperatura promedio anual [°F].

$\Delta T_{amb,max}$ = Diferencia máxima entre las temperaturas medias mensuales del aire [°F].

ΔT_{offs} = Valor constante para el desplazamiento promedio entre la temperatura ambiente y la temperatura del agua de la red.

R, ϕ = Parámetros relacionados con la geometría y la profundidad a la que están enterrados los tubos.

Los coeficientes de las ecuaciones lineales para R y ϕ , se han determinado empíricamente utilizando mediciones de temperatura del agua de la red de nueve áreas diferentes en los Estados Unidos (Burch & Christensen, 2007). Aunque los valores de estos coeficientes se han adoptado en la realización de otros estudios (Hendron & Burch, 2010), no se tiene la seguridad que sean válidos para ubicaciones y geometrías diferentes a la del estudio original. Dado esto, se tiene que la función propuesta por Burch y Christensen, representa un promedio del agua en la red pudiendo variar en ± 15 °C.

La ecuación de Burch y Christensen se aplicó para el clima de Barcelona (España), como se muestra en la Figura N° 3, usando los valores de los parámetros de Hendron (Hendron, Anderson, Christensen, & Eastment, 2004). La figura también muestra los resultados de la ecuación obtenidos por medio del software Trnsys (Klein, 2010)

junto con los valores medios mensuales de la temperatura del agua de la red en Barcelona.

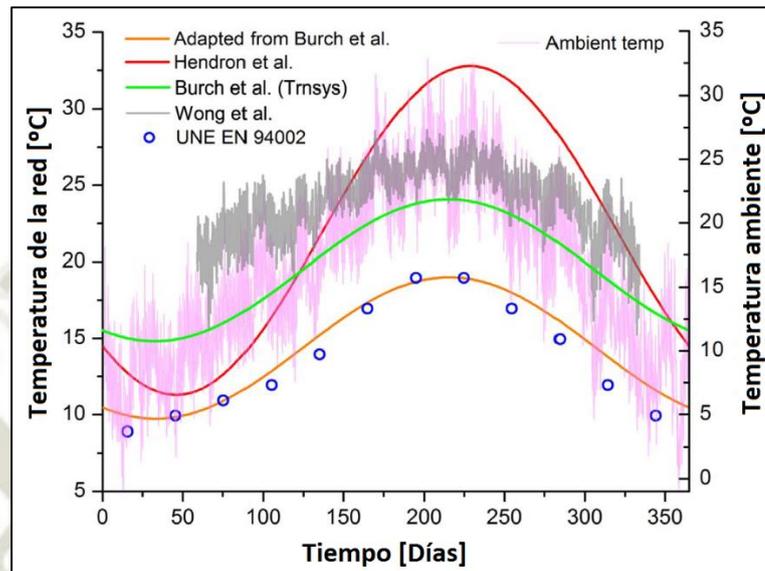


Figura N° 3. Variación de la temperatura fría de acuerdo a la estación en Barcelona.

Fuente: (Klein, 2010)

Se logró ver que la temperatura del agua de la red es más cercana a la temperatura del medio ambiente en los meses fríos, mientras que esta diferencia se agranda significativamente para los periodos cálidos. Se observa que la ecuación de Burch y Christensen obtiene datos exagerados de la temperatura del agua de la red con respecto a los valores de referencia del estándar lo que lleva a concluir que los parámetros utilizados deben estar de acuerdo a cada condición climática.

El análisis de datos monitoreados en un estudio en Hong Kong, mostró que la medida de la temperatura del agua de red era más alta que la temperatura del bulbo seco al aire libre a temperaturas externas ≤ 27 °C, pero era más baja que la temperatura exterior para temperaturas externas ≥ 28 °C (Wong, Mui, & Guan, 2010). En base a la información mostrada, se ha generado una función entre la temperatura exterior y la de la red, la cual es planteada por (Wong, Mui, & Guan, 2010):

$$T_{mains} = 10.4 T_{amb}^{0.29}$$

Donde:

$$T_{mains} = \text{Temperatura de la red [}^\circ\text{C]}.$$

$$T_{amb} = \text{Temperatura del exterior [}^\circ\text{C]}.$$

Esta expresión se dedujo con mediciones realizadas en Hong Kong y se puede aplicar para temperaturas de medio ambientes que van entre 13 °C y 28 °C.

Otra forma de estimar la temperatura del agua de red, se basa en la toma de temperaturas del suelo a una determinada profundidad (Meyer, 2000) en la cual se plantea que la temperatura del agua será la misma que la temperatura del suelo correspondiente a una profundidad de 300 mm, sin embargo, esta metodología no aclara si esta estimación es igual para cualquier época del año.

También se encontró que las temperaturas del agua de la red presentan diferencias en lugares de climas similares lo cual se atribuye a las diferentes configuraciones y dimensiones de las redes de distribución, debido a lo cual es evidente la necesidad de una mayor investigación de estos factores con la finalidad de lograr una mayor exactitud en la estimación de la temperatura del agua de la red.

Una forma simplificada de estimar la variación anual de la temperatura del agua de la red es utilizando los valores promedio de la temperatura del agua de la red en cada mes, datos que se deben encontrar en las normas técnicas como por ejemplo en la norma española UNE-EN94002 (Blokker & Quirijns, 2013) la cual brinda las temperaturas medias mensuales del agua de la red para diferentes lugares geográficos de España.

Algunos de estos métodos mostrados anteriormente, se implementan en software de simulación para edificaciones, tal como Trnsys, EnergyPlus y TRANSOL, este último basado en las normas francesas y españolas EN 12976-2 (Aiguasol, 2016); sin embargo, estos métodos deben aplicarse teniendo en cuenta las limitaciones que se presentan en cada caso.

Otro punto a tener en cuenta en el estudio del agua caliente sanitaria (ACS), es el consumo que se presenta en los diferentes tipos de edificaciones. Así, por ejemplo, tenemos que aproximadamente el 20% del consumo de energía en una edificación residencial corresponde al ACS (Yao & Steemers, 2005). En los estudios realizados, se ha identificado que el consumo de agua caliente diario presenta dos picos de

consumo los que ocurren en la mañana y en la noche, y una menor frecuencia de consumo de agua por las tardes (Fairey & Parker, 2004). La demanda en estas horas es comprensible ya que las personas hacen mayor uso del agua en las mañanas al despertar, en las tardes al regresar del trabajo o del colegio y en las noches antes de dormir, siendo entonces estos horarios los de mayor consumo del día.

En los estudios se ha verificado que el mayor uso de agua se encuentra asociado con los baños y las duchas, lo cual se da en las mañanas y por las noches (Defra Report, 2008). También se encontró que en los Estados Unidos la duración promedio del uso de la ducha es de 8.2 minutos en casas familiares con una frecuencia de 1.5 a 2 duchas diarias (DeOreo, Meyer, Dziegielewski, & Kiefer, 1999) (Hendron & Burch, 2010). Estudios realizados en Australia mostraron que se tomaban de 1 a 1.5 minutos más en la ducha en los inviernos que en los veranos en tanto que en el verano se aumentan la frecuencia de duchas (Rathnayaka, Malano, Maheepala, & George, 2015). De igual forma se encontró que en los Estados Unidos, el consumo de agua caliente en los hogares es de 51% en las duchas, el 23% en los baños, el 10% en lavavajillas y el 16% en lavadoras (Harvey, 2006).

Las tablas 1 y 2 muestran la forma de consumo ACS en base a estudios realizados en Suiza y Alemania (Jordan & Vajen, 2001) y aproximadamente 1200 hogares en Estados Unidos (Hendron & Burch, 2010) (DeOreo, Meyer, Dziegielewski, & Kiefer, 1999).

Tabla N° 1. Características de los eventos de consumo de agua de uso final en un hogar europeo.

Parámetro	Platos/Ropa (lavado)	Ducha	Bañera	Lavabo
ACS vol/día (l)	72	80	20	28
Caudal (lpm)	6	8	14	1
Duración (min)	1	5	10	1
Eventos por día	12	2	0.14	28

Fuente: (Jordan & Vajen, 2001).

Tabla N° 2. Características promedio de los eventos de consumo de agua de uso final en un hogar de Estados Unidos.

Parámetro	Ropa	Lavaplatos	Ducha	Bañera	Lavabo
ACS vol/día (l)	57	19	105	26	95
Caudal (lpm)	5.3	4.0	8.0	16.0	2.7
Duración (min)	3.1	1.53	7.8	5.7	0.6
Eventos por día	9.5	3.16	1.7	0.3	32.9

Fuente: (Hendron & Burch, 2010)

El consumo de ACS en edificios residenciales en países europeos fue estudiado por Bertrand (Bertrand, Mastrucci, Schüler, Aggoune, & Maréchal, 2016) en el cual determino el caudal utilizado en el lavabo del baño, el fregadero de la cocina, la ducha y la bañera siendo entre 0.03 - 0.1 [l/s], 0.08 - 0.2 [l/s], 0.13 - 0.58 [l/s] y 0.11 - 0.3 [l/s] respectivamente.

En base a las mediciones logradas en cinco estudios previos sobre el consumo de ACS en Canadá y Estados Unidos, se logró construir una base de datos desde fines de 1970 a mediados de 1980 (Becker & Stogsdill, 1990). Sin embargo, es posible que los modos de consumo considerados ya no correspondan a los actuales debido a que los datos corresponden a varias décadas de antigüedad. Esta observación de la antigüedad de datos se corrobora con el trabajo realizado por Edwards (Edwards, Beausoleil-Morrison, & Laperrière, 2015) quien comprueba que el consumo diario en la actualidad es de un 26% menor en las viviendas canadienses presentando picos de consumo importantes en las mañanas y las noches.

La investigación llevada a cabo en el 2007 (Knight, Ribberink, Manning, & Swinton, 2007) logra brindarnos el tipo de consumo de ACS que presentan algunos países europeos junto con los de Estados Unidos y Canadá, los cuales se muestran en la Tabla N° 3.

Tabla N° 3. Consumo diario de ACS y energía por país.

País	Consumo diario de ACS por hogar [L/día]	Consumo diario de ACS por ocupante [L/ocupante*día]	Uso diario de energía para ACS por hogar [kWh/día]
Canadá	236 - 303	94	12.3
Estados Unidos	202 - 250	40	5.22
Suiza	138	55 con incremento a 50 °C	7.18
Finlandia	135	43	5.61
Reino Unido	102 - 117	20 - 39	3.85
Alemania	160	64	8.36
Francia	1.74 por m ² (incremento a 30°C)	69.6	9.1
España	75	30 (a 60 °C)	3.92
Portugal	100 (incremento a 45 °C) (departamentos)	40	5.23

Fuente: (Knight, Ribberink, Manning, & Swinton, 2007)

Este estudio brindó el consumo promedio diario de ACS en los países europeos de 100 – 120 l/día con un incremento de temperatura a 45 °C en viviendas construidas en 100 m². También se pudo apreciar que el volumen consumido de ACS presenta picos característicos en horas de la mañana y la tarde, tal como se muestra en la Figura N° 4.

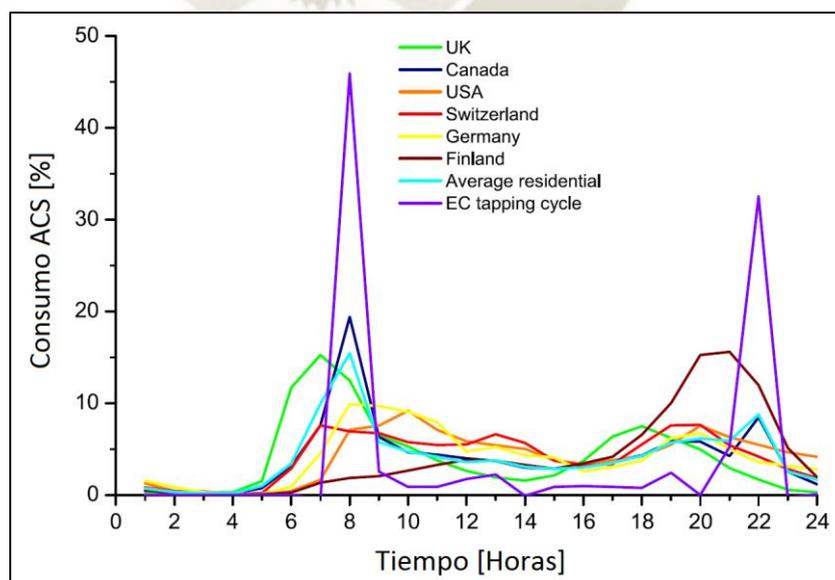


Figura N° 4. Comparación del promedio diario del consumo de ACS en diferentes países.

Fuente: (Knight, Ribberink, Manning, & Swinton, 2007)

Los picos obtenidos correspondientes a cada país varían debido a las diferencias en los hábitos de consumo, así como la variación del clima entre unos y otros. La Figura N° 4 permite verificar que el consumo que se presenta en la mañana representa entre el 10% y el 20% del consumo total realizado cada día en las viviendas dados generalmente entre las 6:00 y 9:00 horas, en tanto que el consumo de la noche es menor siendo alrededor del 7.5% generalmente entre las 18:00 y 21:00 horas, excepto en el caso de Finlandia.

Un sistema de distribución inadecuado puede producir pérdidas significativas de energía en las viviendas (Lutz, 2005), quedando estas estimadas entre el 20% y el 40% del uso total de energía desperdiciada en el proceso de calentamiento de agua (Lutz, Water and Energy Wasted During Residential Shower Events: Findings from a Pilot Field Study of Hot Water Distribution Systems, 2011). El motivo de estas pérdidas de calor, se da debido al enfriamiento del agua durante su recorrido por el sistema de distribución luego de cada consumo realizado. La cantidad de agua caliente desperdiciada está estimada en 41.3 litros por día en cada vivienda que suele utilizar 199 litros de agua caliente por día (Lutz, Estimating Energy and Water Losses in Residential Hot Water Distribution Systems, 2005). De igual forma la estimación de pérdida de energía en el uso de la ducha se encuentra alrededor del 41.1% de la energía consumida por cada ducha (Lutz, Water and Energy Wasted During Residential Shower Events: Findings from a Pilot Field Study of Hot Water Distribution Systems, 2011). Se puede apreciar que sería necesario una mayor cantidad de estudios con la finalidad de aumentar la confiabilidad de estos resultados, sin embargo, es notorio que se deberían mejorar los sistemas de distribución con la finalidad de lograr importantes ahorros de energía en la distribución de ACS.

Otro punto importante a considerar en el consumo de ACS es el clima y la estación ya que estos influyen en el modo de consumo a través de su impacto en la temperatura del agua de la red. Se puede notar que cuanto mayor es la temperatura del agua en la red, menor es el caudal de agua caliente necesario para poder lograr la temperatura de agua caliente deseada para las duchas, lavabos, etc. De igual forma, la demanda de ACS depende del estilo de vida de las personas a través de los días de la semana, pudiéndose notar variantes de consumo entre los días laborables y los fines de semana.

Los estudios han encontrado una relación entre el consumo de ACS y la temperatura exterior caracterizándose por una tendencia lineal decreciente del uso de energía al aumentar la temperatura externa (Masiello & Parker, 2000).

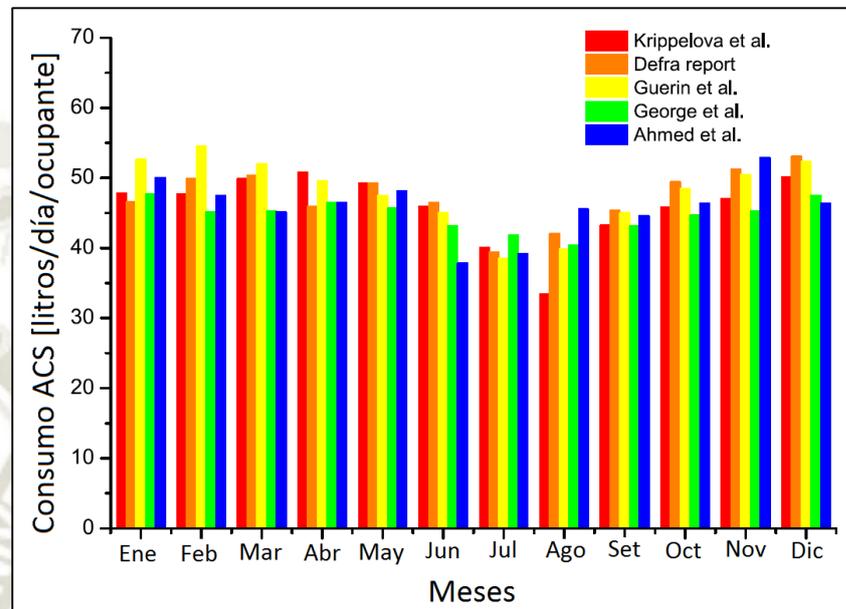


Figura N° 5. Influencia del mes del año sobre el consumo promedio diario de ACS per cápita.

Fuente: (Gerin, Bleys, & De Cuyper, 2014)

Esta tendencia estacional se demostró en un estudio realizado en viviendas de Bratislava, en el cual el consumo de ACS fue menor en los meses de verano, particularmente en agosto, y un consumo máximo en invierno y primavera (Krippelová & Perácková, 2014) lo cual se puede apreciar en la Figura N° 5.

El estudio de la variación por día y estación del ACS en Grecia para 4 edificios de departamentos indica que el uso diario de agua caliente fue mayor durante los fines de semana que durante la semana, en tanto que en el análisis estacional se mostró una demanda del 100% más en primavera que en verano (Kaiser, Pylsy, & Kurnitsk, 2015). Investigaciones en Bélgica han mostrado variaciones estacionales máximas en el uso de volumen de ACS por día de + 13% para la temporada de invierno, y - 17% para la temporada de verano con respecto al consumo diario promedio anual (Gerin, Bleys, & De Cuyper, 2014).

La Figura N° 6, muestra los resultados obtenidos en un estudio sobre el consumo de ACS en residencias familiares en Melbourne (Australia). Se puede apreciar que los picos de consumo de agua caliente por la mañana y por la noche disminuyen durante los meses más cálidos del año, pudiéndose notar claramente la reducción del consumo en los meses de verano frente a los meses más fríos (Residential End Use Monitoring Program (REMP), 2012).

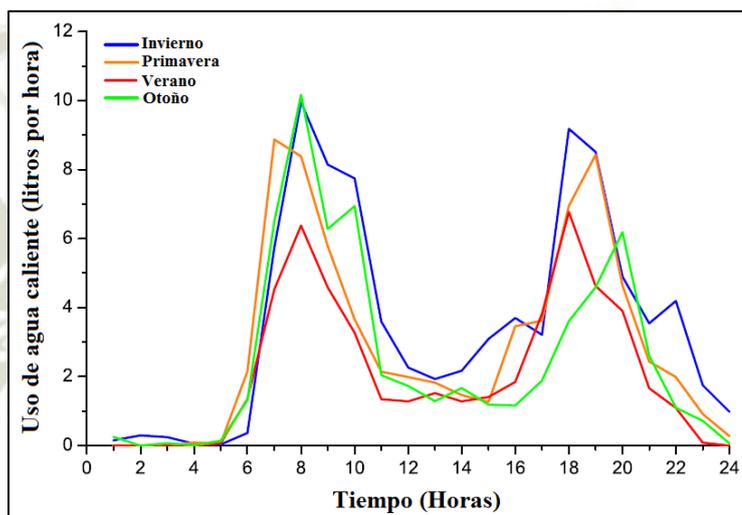


Figura N° 6. Influencia por estación del año en el consumo diario de agua caliente residencial. Gobiernos de Nueva Zelandia y Australia.

Fuente: (Residential End Use Monitoring Program (REMP), 2012)

De igual forma, se espera que las temperaturas de la red en los períodos más cálidos sean más altas que el resto del año; por lo tanto, los usuarios necesitarán menos calentamiento de agua para alcanzar la temperatura deseada en el período de verano. Además, en los meses más cálidos se espera que tenga menos pérdidas de energía ya que las temperaturas externas son más cálidas. El hecho de que la temperatura del aire sea más cálida en verano también influye en el comportamiento de los usuarios, quienes, para lograr la temperatura deseada en la ducha, requieren menor cantidad de agua caliente en los períodos más fríos.

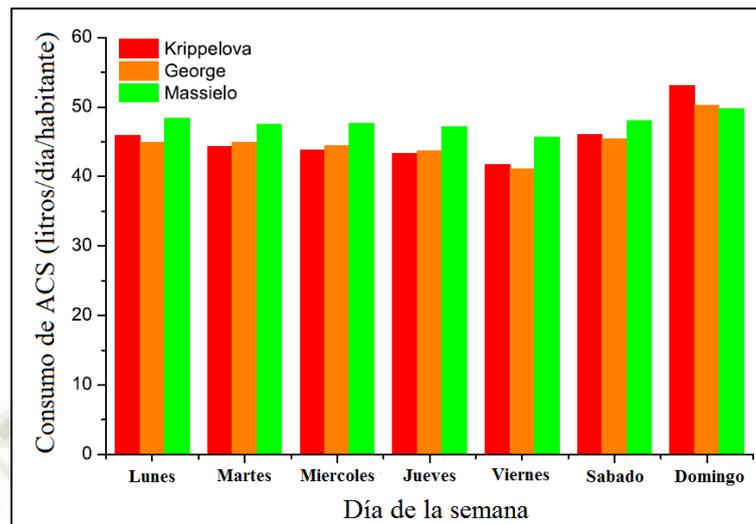


Figura N° 7. Consumo de ACS promedio por día y por ocupante según diferentes estudios en viviendas.
Fuente: (Krippelová & Perácková, 2014), (George, Pearre, & Swan, 2015), (Masiello & Parker, 2000)

Estudios realizados sobre viviendas familiares, han abordado la influencia del día de la semana sobre el consumo del ACS encontrándose una diferencia de comportamiento del usuario en los días laborables frente a los fines de semana (Figura N° 7). El estudio del consumo de ACS en viviendas de Bratislava muestra una variante del consumo de agua caliente de las mañanas de los días laborables frente a un aumento de dicho consumo los fines de semana que se da alrededor del mediodía (Krippelová & Perácková, 2014). Este hecho se debe al cambio de actividades que realizan los ocupantes los fines de semana tal como el retraso de la hora de tomar una ducha la cual pasa a horarios cercanos al medio día, así como el mayor uso del agua en lavavajillas debido a un incremento en las actividades de la cocina. Se nota también que, en los días no laborables, el consumo de agua se distribuye de manera más uniforme a lo largo del día, esto debido a la mayor permanencia de las personas en la casa. Por lo tanto, los picos más altos de consumo normalmente se presentan en los días laborables.

Otro dato que muestran los estudios es que se tiende a utilizar una cantidad mayor de agua caliente los fines de semana, alrededor de 52 l/día frente a los 44 l/día que se suelen utilizar los días laborables (Kaiser, Pylysy, & Kurnitsk, 2015). Este resultado se refrenda con los resultados obtenidos en el estudio realizado en Estados Unidos, Florida (Masiello & Parker, 1992) en el cual se encuentra un aumento promedio de

energía en los fines de semana de 0.15 kWh / día en la carga de energética utilizada en el calentamiento de agua, esto debido al incremento de actividades domésticas. Estos datos se refrendan con estudios realizados en Canadá, donde se observa un incremento del 12% en el consumo de agua caliente realizado en los fines de semana respecto al promedio semanal (George, Pearre, & Swan, 2015), y en Francia (Guide Technique, 2004) que de igual forma muestra un incremento en el consumo de ACS los fines de semana respecto del resto de la semana.

Tabla N° 4. Factores socioeconómicos que influyen en el consumo de ACS en los hogares. Los signos (+) y (-) indican si el factor produce un aumento o disminución respectivamente, en el uso del agua.

Factor	Influencia en el consumo de ACS
Ocupación	+
Presencia de mujeres	+
Presencia de adolescentes	+
Presencia de hijos	+
Numero de generaciones	+
Edad de los ocupantes	+
Ingreso familiar	+
Educación superior	+
Eficiencia de electrodomésticos	-
El tamaño de la casa	+
Propietario de la casa	+

Fuente: (Bennett, Stewart, & Beal, 2013)

Los estudios también muestran que los factores culturales y socioeconómicos influyen en el consumo de ACS. Estos estudios reflejan que los factores socioeconómicos y demográficos se relacionan unos con otros los cuales toman en cuenta el tamaño de la vivienda, el número de habitantes, la edad, el sexo, los ingresos y la educación (Bennett, Stewart, & Beal, 2013). La Tabla N° 4 muestra de forma sintetizada los datos de diversos estudios sobre la influencia socioeconómica en el consumo de ACS.

Los estudios encontraron que el tamaño de la vivienda influye de forma importante en el consumo de ACS por vivienda y por habitante (Mayer & DeOreo, 1999), (Kim, Choi, Koo, Choi, & Hyun, 2007). Sin embargo, se encontró que a mayor cantidad de ocupantes el consumo de ACS per cápita disminuye esto respecto al aumento del tamaño de la vivienda, lo que podría estar generándose debido al comportamiento de

las personas en el caso de tener una alta ocupación de la vivienda en la que se tienen que compartir las instalaciones (Bennett, Stewart, & Beal, 2013).

También se notó que los ingresos familiares tienen un efecto directo sobre el consumo de agua, como ejemplo tenemos que en los hogares de bajos ingresos se tienen picos de consumo en las mañanas y en las noches seguidos de picos dispersos durante el día debido a la mayor concentración de habitantes que generan una mayor cantidad de lavado de ropa, así como también se aprecia un pico de consumo a la hora de almuerzo debido a los quehaceres de la cocina.

Los estudios también mostraron que a un mayor nivel de educación de los habitantes de un hogar se tiene un mayor consumo de agua caliente (Grafton, Kompas, To, & Ward, 2009), cuya explicación es que a una mayor educación se tiene un mayor ingreso (Vine, Diamond, & Szydlowski, 1987).

A pesar de que el ingreso aparenta ser un factor importante en los estudios, la asociación potencial entre el ingreso del hogar y el comportamiento de ahorro de agua puede ser ambigua. Esto se muestra en el estudio de Shan (Shan, Yang, Perren, & Zhang, 2015) donde se puede apreciar un menor consumo en los hogares con ingresos altos debido a la adquisición de electrodomésticos más eficientes en cuanto el consumo de agua, sin embargo se podía presentar una mayor frecuencia de uso de estos lo que ocasionaría a su vez un mayor consumo comparado con las familias de menor ingreso en los que puede existir hábitos de ahorro de dinero más severos.

En el estudio realizado durante tres años en Corea (Kim, Choi, Koo, Choi, & Hyun, 2007), se encontró una relación directa entre el consumo de agua y el tamaño de las familias, el lavado de ropa, las comidas por día, la educación y ocupación de los habitantes, el ingreso y el tamaño de la casa. Así también en el estudio realizado en Gold Coast, Australia (Willis, y otros, 2009) se encontró que los habitantes con conciencia ambientalista positiva consumían notoriamente menos agua que aquellos habitantes con conciencias ambientalistas medianas o bajas.

Dados estos estudios, Rocheron (Rocheron, 2012) propone el uso de una ecuación que permite calcular el consumo diario per cápita de agua caliente a 55 °C calculada

en función del número de habitantes, el tipo de vivienda, estándares de vida y los equipos de uso final, datos obtenidos de campañas de medición de ACS realizadas en Francia. Una vez definido el consumo promedio de agua se puede calcular el consumo diario de energía en el ACS para lo cual se debe considerar una temperatura representativa del agua de la red. De una forma similar en otro estudio se aplica un método de regresión múltiple lineal (Makki, Stewart, Panuwatwanich, & Beal, 2013) con el fin de conseguir un modelo predictivo para estimar el consumo promedio diario de agua en la ducha tomando como factores el aseo de la casa, nivel económico de los habitantes y le eficiencias de las duchas. Este modelo ha sido validado para hogares diferentes a los utilizados en el estudio, sin embargo, falta investigar si también es válido para culturas y climas diferentes a los utilizados en la investigación original.

Se ha podido observar que el estudio de los factores socioeconómicos en el consumo de ACS ha sido aplicado a los hogares haciendo falta una mayor investigación de estos factores en otros tipos de edificaciones tales como hospitales, colegios, restaurantes, hoteles, edificios públicos y de oficinas, etc.

Finalmente, se han encontrado diversos modelos que buscan predecir el consumo de ACS en las edificaciones dentro de los cuales tenemos a los métodos basados en las normas técnicas (Marini, Buswell, & Hopfe, 2015), modelos estadísticos que toman los datos de consumo medidos en un determinado tiempo (Jordan & Vajen, 2001), modelos de series temporales y series de tiempo, así como también métodos con aprendizaje de datos como es el caso de ANN (Red Neuronal Artificial) (Bakker, Molderink, Hurink, & Smit, 2008), modelos estadísticos basados en ecuaciones (Ladd & Harrison, 1985) y finalmente las bases de datos obtenidos en actividades de recolección de datos en periodos de tiempo largo (Edwards, Beausoleil-Morrison, & Laperrière, 2015).

Debido a esto, tenemos que los modelos basados en estándares técnicos se pueden desarrollar aplicando formas de consumo y tasas de flujo definidos en los estándares de análisis para los sistemas de calentamiento de agua. El estudio realizado por Marini (Marini, Buswell, & Hopfe, 2015) comparó cinco softwares basados en normas técnicas con el fin de predecir el consumo de ACS en las viviendas,

aplicándolo a viviendas del Reino Unido logrando descubrir que los datos obtenidos diferían entre un 30% y 40% de los datos medidos.

Por otro lado, los modelos estocásticos que buscan estimar el consumo de ACS se encuentran basados en el seguimiento de datos y encuestas aplicadas. Por ejemplo, el trabajo realizado por Jordan y Vajen (Jordan & Vajen, 2001) predice los consumos de ACS a una temperatura de 45 °C considerando los consumos de agua caliente como pequeños, mediano, ducha y baño haciendo uso de una distribución de probabilidades gaussiana para asignar el caudal para cada evento basando dicho trabajo en datos estadísticos sobre el consumo de agua obtenidos del estudio de viviendas en Alemania y Suiza alcanzando buenas predicciones de consumo en varios países europeos.

Así también, el trabajo de Negnevitsky y Wong (Negnevitsky & Wong, 2014) quienes utilizan un enfoque Monte Carlo para estimar el consumo de ACS en hogares unifamiliares tomando en cuenta el número de duchas y su duración así como la cantidad de usos de bajo volumen. Los datos utilizados para determinar el patrón de consumo de ACS se obtuvieron de una encuesta aplicada a 1000 hogares tomados de forma aleatoria así como los datos de consumo de energía de 279 hogares en Tasmania, Australia.

Los modelos de series de tiempos se fundamentan en el estudio de datos históricos con los cuales se pronostica el consumo futuro. El estudio de Gelažanskas y Gamage (Gelažanskas & Gamage, 2015) hace uso de este modelo conjuntamente con diversas técnicas de pronóstico como ETS, ARIMA y STL encontrando que la combinación de estas técnicas resultaban ser el mejor método de ejecución.

Para los modelos estadísticos de comportamiento y análisis de datos se tiene el EPRI (Ladd & Harrison, 1985) basados en una correlación de datos, sobre el consumo diario de ACS, obtenidos de 110 hogares estadounidenses. Las 16 ecuaciones de este modelo pronostican el consumo promedio de ACS para diferentes intervalos de tiempo del día. Debido a que los datos fueron obtenidos antes de 1980 es necesario investigar si aún puede ser aplicado ya que las formas de consumo de agua y las eficiencias energéticas han cambiado hoy en día.

Por otro lado, los modelos de Redes Neuronales Artificiales (ANN) han logrado obtener predicciones de consumo de ACS moderadamente aceptables (Bennett, Stewart, & Beal, 2013) para lo cual toma con importancia el ingreso de la familia, el número de adultos, adolescentes, niños y la eficiencia de los electrodomésticos.

Finalmente, algunos autores plantean que los pronósticos realizados por los diversos modelos presentan inconvenientes debido a que no pueden capturar el verdadero patrón de consumo debido a lo cual indican que las bases de datos sustentadas en mediciones reales del consumo de ACS pasan a ser más confiables que los modelos estocásticos. En el estudio de Edwards et al. (Edwards, Beausoleil-Morrison, & Laperrière, 2015) se presenta un análisis con sistemas solares aplicado a 73 hogares en Quebec, Canadá pudiendo encontrar un consumo total de agua entre 70 y 438 litros por día considerando consumidores promedio, medianos, ahorradores y derrochadores.

4. LIMITES Y ALCANCES.

El presente trabajo se ha llevado a cabo considerando una muestra tomada en la urbanización La Primavera del distrito de Yanahuara con cuya información se ha seguido el modelo estadístico determinado con el fin de estimar el consumo de ACS en el distrito. Queda para trabajos de investigación futura el análisis del consumo de ACS en los diferentes distritos de la ciudad pudiéndose con toda esa información determinar el ahorro energético que implica el uso de calentadores solares en la ciudad de Arequipa.

CAPITULO II

MARCO TEÓRICO

1. MARCO TEÓRICO Y CONCEPTUAL.

1.1. Marco Teórico.

1.1.1. Energía Solar.

Hoy en día donde nuestras sociedades se encuentran con altos niveles de contaminación debido al uso de energías convencionales, es que nace la necesidad de búsqueda de nuevas fuentes energéticas que sean renovables y no contaminantes. Frente a esta búsqueda se toman como fuentes principales de energías renovables al sol, el aire, la tierra y el agua.

Dentro de estas, una de las de mayor uso es la energía solar que tiene como fuente energética al Sol la cual se considera una fuente inagotable. Hoy en día, la energía solar es aprovechada por paneles fotovoltaicos y térmicos para los que tienen como finalidad transformar esta energía en energía eléctrica y en energía térmica respectivamente.

De acuerdo al mapa mundial de radiación solar sobre los continentes de la Tierra, que se muestra en la Figura N° 8, podemos apreciar que el continente Sud Americano es privilegiado respecto a la cantidad de radiación solar que percibe.

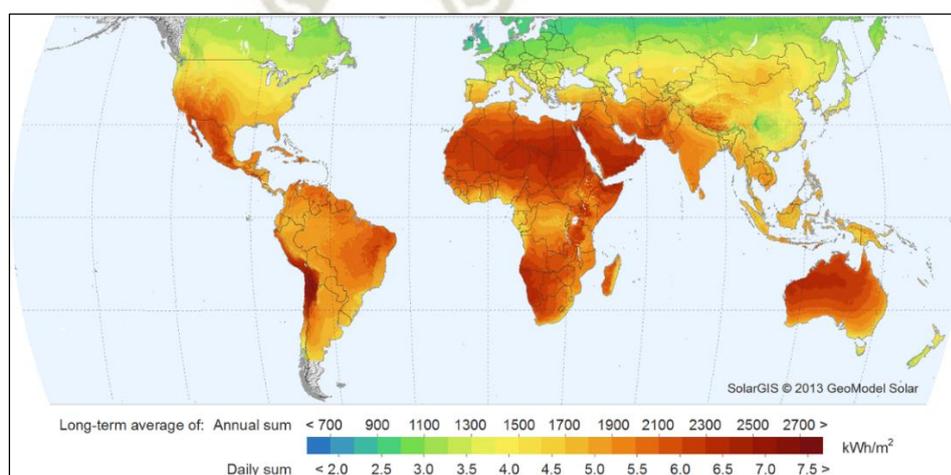


Figura N° 8. Mapa mundial de radiación solar.
Fuente: (Grimshaw & Lewis, 2010)

Como se puede apreciar en el mapa, el Perú es un país privilegiado en cuanto radiación solar y más aún su parte sur. Debido a esto, es que se crea la Asociación Peruana de Energía Solar y del Ambiente (APES) quien es la encargada de la difusión y capacitación de los ciudadanos en cuanto energía solar. Así también se elaboró el Atlas Solar el cual permite ver que el promedio anual de la radiación solar varía desde 4.5 en la Amazonía hasta 6.5 kWh/día en el sur. En la zona del altiplano es más de 5.5 kWh/día (APES). En la Figura N° 9 se puede apreciar el mapa solar del Perú.

Es por ello, que el uso de la energía solar se va incrementando especialmente en los departamentos del sur del Perú como Arequipa, Puno, Tacna, entre otros, donde su aprovechamiento se realiza mayoritariamente a través de la transformación de la energía solar a energía térmica por medio de los calentadores solares o más conocidos como termas solares.

1.1.2. Energía Solar en el Perú.

La energía solar es uno de los recursos de mayor cantidad en la mayor parte del territorio peruano. Podemos ver que en la mayoría de los departamentos peruanos se dispone de una gran cantidad de energía solar durante todo el año alcanzando promedios anuales de 4-5 kWh/m² día en la costa y selva y de 5-6 kWh/m² día para el sur y la sierra tal como se puede apreciar en la Tabla N° 5.

Esta energía solar de la que se dispone, puede ser transformada con relativa facilidad en calor haciendo uso de algún cuerpo negro quien captaría la energía solar para luego convertirla en calor pudiéndosele utilizar para cocinar, secar productos, calefaccionar ambientes, o calentar agua con fines sanitarios.

El Perú tiene como objetivo para los años entre el 2014 y 2025, el duplicar la producción hidroeléctrica, alcanzar el 5% de participación de las energías renovables no convencionales para el 2018 y llegar al 100% de cobertura eléctrica nacional para el 2025 haciendo uso de fuentes renovables (Ministerio de Energía y Minas, 2014).



Figura N° 9. Mapa de energía solar del Perú.
Fuente: (Atlas de Energía Solar del Perú, 2003).

En tal sentido, se han implementado centrales solares que se enlazan al sistema eléctrico nacional, como es el caso de las plantas inauguradas el 2013 en Moquegua y Tacna, que cuentan con una potencia de 40 MW y brindan el servicio eléctrico a 70 mil hogares de la zona. A estas, se suman dos plantas solares que entraron en funcionamiento el 2012 en Arequipa, con lo que el Perú genera en total 80 MW colocándose como líder Latinoamericano en la producción de energía de este tipo (Yañez, 2015).

Por lo tanto, podemos ver que las energías renovables son una alternativa a la crisis energética que se presenta a nivel mundial. Dentro de estas, la energía solar es una de las principales alternativas de la que se hace uso en el Perú gracias al alto nivel de radiación que el país utilizándosele tanto para vivienda unifamiliares en el calentamiento de agua sanitaria, como para grandes proyectos de generación fotovoltaica.

Tabla N° 5. Estimación de la media mensual de la radiación solar diaria de Perú.

DEPARTAMENTO	PROVINCIA	DISTRITO	LAT. Gra.	ALT. m	IRRADIACION DIARIA MEDIA MENSUAL EN kWh/m2												MEDIA ANUAL kWh/m2
					ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SET	OCT	NOV	DIC	
Tumbes	Tumbes	Corales	3.6	85	4.6	4.9	5.1	4.9	4.5	4.1	3.0	3.9	4.2	4.2	4.6	4.9	4.5
Piura	Talara	El Alto	4.3	270	4.5	4.6	4.5	4.1	3.9	3.4	3.5	3.6	3.9	3.9	4.0	4.4	4.0
Piura	Huancabamba	Huancabamba	5.2	57	4.6	4.8	4.5	4.7	4.4	4.2	4.4	5.0	5.1	4.9	4.4	4.9	4.7
Lambayeque	Lambayeque	Lambayeque	6.7	10	5.4	5.4	5.2	5.0	4.6	3.9	3.8	4.3	4.9	5.1	5.3	5.3	4.9
Lambayeque	Chiclayo	Cayalti	7.1	150	5.9	5.9	5.5	5.5	5.0	4.4	4.5	4.9	5.6	5.8	6.1	6.2	5.5
La Libertad	Ascope	Casagrande	7.7	150	4.8	5.1	4.7	4.5	4.5	3.4	3.3	4.1	4.1	4.7	4.9	5.1	4.4
La Libertad	Ascope	Cartavio	7.9	51	5.0	6.1	5.0	4.7	4.8	3.8	3.6	4.4	4.3	4.9	5.3	5.5	4.8
Ancash	Santa	Nepena	9.2	203	5.5	6.4	5.9	5.3	5.5	3.5	3.7	4.6	4.5	5.6	5.7	5.7	5.2
Ancash	Huaraz	Huaraz	9.5	30	5.2	5.0	5.0	5.1	4.9	4.7	4.9	5.3	5.4	5.4	5.5	5.2	5.1
Lima	Barranca	Paramonga	10.7	15	5.3	4.4	5.1	4.7	2.7	1.9	2.3	2.1	2.7	4.3	4.9	5.5	3.0
Lima	Lima	Jesus Maria	12.1	10	5.5	5.3	5.2	5.0	5.6	2.3	2.0	2.2	2.4	3.3	4.0	4.8	3.8
Lima	Lima	La Molina	12.1	150	4.3	4.9	4.2	4.3	3.7	2.2	2.0	2.0	2.2	2.8	3.3	4.2	3.4
Ica	Chincha	Chincha Alta	13.4	94	5.3	4.7	4.9	5.0	3.5	2.7	2.6	3.2	3.9	4.8	5.6	4.9	4.2
Ica	Inca	Caucato	13.7	35	5.8	5.7	5.8	5.0	4.3	3.2	3.2	3.6	4.8	5.1	5.1	5.5	4.8
Ica	Nazca	Marcona	15.1	620	5.4	5.1	5.2	4.9	4.3	3.8	3.8	4.4	5.1	5.8	5.8	5.7	4.9
Arequipa	Arequipa	Arequipa	16.3	2150	5.4	5.1	5.0	5.2	4.5	4.4	4.5	5.1	5.7	6.1	6.5	6.2	5.3
Arequipa	Arequipa	Characato	16.4	2451	5.2	5.0	5.2	5.1	4.6	4.4	4.6	5.2	5.7	6.6	6.5	5.9	5.3
Arequipa	Arequipa	Pampa de Majes	16.5	140	5.8	5.5	5.7	5.4	4.7	4.5	4.8	5.3	5.0	6.7	6.6	6.4	5.6
Hoquegua	Mariscal Nieto	Moquegua	17.2	1412	5.5	5.2	5.8	5.2	4.6	4.3	4.4	4.8	5.7	6.4	6.6	6.3	5.4
Tacha	Tarata	Paucarani	17.5	4541	5.1	5.3	5.0	5.8	4.8	4.7	4.8	5.5	5.8	6.2	6.1	5.6	5.4
Tacha	Tacna	Cajana	17.9	875	5.6	5.5	5.2	4.8	4.2	3.8	4.0	4.4	4.9	5.7	6.0	5.9	5.0
Cajamarca	Cajamarca	Cajamarca	7.1	2640	4.5	4.4	4.3	4.2	4.2	4.1	4.8	4.5	4.4	4.6	4.9	4.7	4.5
Huanuco	Leoncio Prado	Tingo Maria	9.1	640	3.8	3.9	3.8	3.8	3.7	3.6	3.9	4.6	4.5	4.5	4.2	3.9	4.0
Huanuco	Huanuco	Huanuco	9.9	1895	4.5	4.3	4.4	4.4	4.3	4.2	4.4	4.7	4.7	4.9	4.9	4.7	4.5
Junin	Chanchamayo	Humaya	1.1		5.1	5.3	5.3	4.7	4.6	3.5	3.6	4.3	4.2	5.0	4.9	5.3	4.7
Junin	Huanuco	Huachac	12.0	1150	5.0	4.9	4.7	4.7	4.6	4.4	4.5	4.8	4.9	5.3	5.4	5.2	4.9
Huancavelica	Castrovirreyna	Aconococha	13.1	4520	4.9	3.7	4.1	4.3	4.2	4.6	4.3	4.6	4.9	4.9	5.2	4.9	4.8
Ayacucho	Huamanga	Ayacucho	13.2	2760	5.1	5.1	4.7	4.7	4.5	4.2	4.2	4.7	5.0	5.4	5.7	5.3	4.9
Apurimac	Abancay	Abancay	13.6	2378	4.8	4.7	4.7	4.6	4.4	4.2	4.2	4.7	5.0	5.5	5.4	5.0	4.7
Cuzco	La Convencion	Santa Ana	12.9	920	4.0	4.0	4.0	3.8	3.9	3.8	3.9	4.0	4.1	4.3	4.3	4.9	4.0
Cuzco	Cuzco	San Jeronimo	13.6	320	4.6	4.6	4.6	4.6	4.4	4.3	4.4	4.6	4.9	5.2	5.2	4.8	4.7
Puno	Puno	Duno	15.8	3875	5.1	5.2	5.1	5.1	4.6	4.4	4.6	5.0	5.5	6.0	6.0	5.6	5.2
Amazonas	Bagua	Had Valor	5.7	421	4.1	4.2	4.4	4.4	4.1	4.2	4.1	4.6	4.8	4.9	5.3	4.8	4.5
San Martin	San Martin	Juan Guerra	6.6	30	3.9	4.0	3.8	3.4	3.7	3.6	3.9	4.2	4.2	4.3	4.2	4.1	4.0
Loreto	Maynas	Iquitos	3.8	125	3.4	3.7	3.5	3.7	3.0	3.1	3.7	4.2	4.7	3.8	4.2	3.8	3.7
Loreto	Requena	Requena	5.0	180	3.9	4.0	3.7	3.5	3.4	3.4	3.7	4.2	4.3	4.4	4.2	3.8	3.9
Ucayali	Padre Abad	Padre Abad	8.5	270	4.0	3.9	3.8	3.5	3.7	3.5	4.0	4.6	4.6	4.5	4.2	4.1	4.0
Ucayali	Atalaya	Yurac-Yurua	9.0	-1	2.5	2.6	2.7	2.7	2.7	3.0	3.3	3.8	4.0	3.5	3.4	3.2	3.1
Madre de Dios	Tahuamanu	Iberia	1.4	150	3.7	3.7	3.7	3.7	3.5	3.5	3.8	4.3	4.3	4.1	4.2	3.9	3.9

Estos datos son calculados en base a mediciones de horas de sol, horas por día, usando la formula de Angstrom.

Fuente: (Atlas de Energía Solar del Perú, 2003).

1.1.3. Energía Solar en Arequipa.

Dentro del territorio nacional, Arequipa es una de las ciudades más privilegiada en cuanto a energía solar se refiere, contando con aproximadamente 300 días soleados al año (Flores, 2014). La Tabla N° 1 nos muestra la estimación de la media mensual de la radiación solar diaria de Perú, donde podemos notar que el departamento de Arequipa es uno de los que posee mayor media anual.

Como lo muestra la Figura N° 10, Arequipa es poseedora de una disponibilidad alta de radiación solar, volviéndose interesante el aprovechamiento para las aplicaciones de energía fotovoltaica y energía térmica.

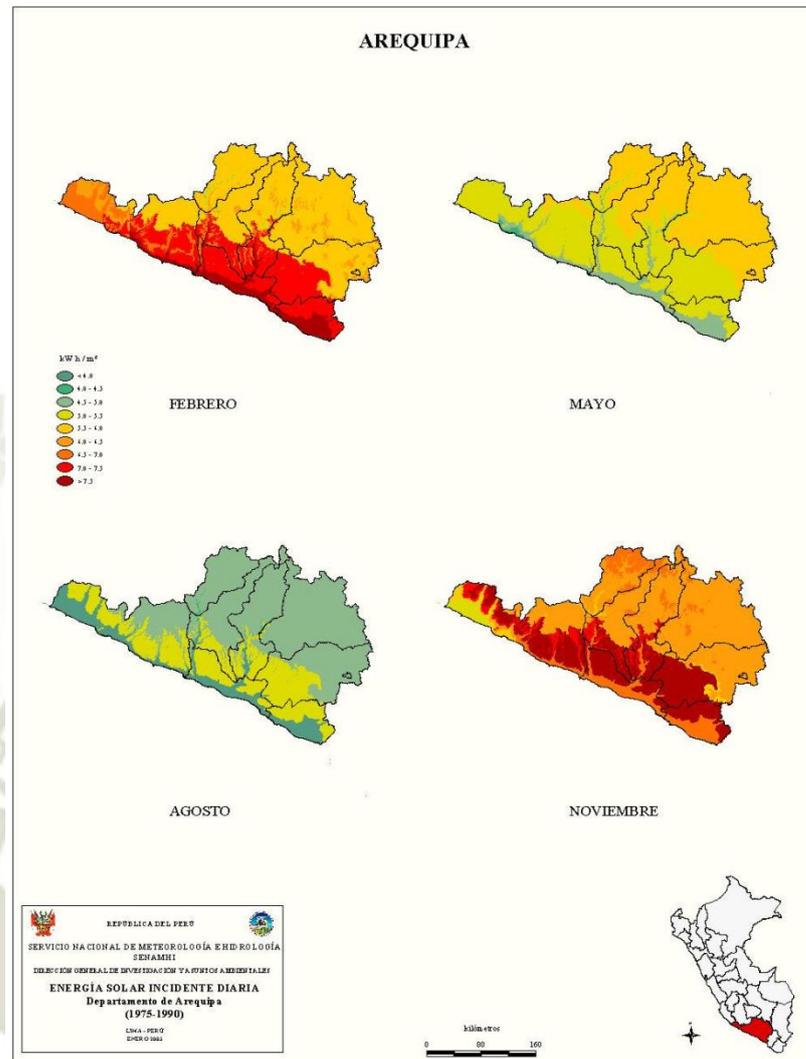


Figura N° 10. Mapa de energía solar de Arequipa.
Fuente: (Atlas de Energía Solar del Perú, 2003).

Debido a esto, Arequipa aprovecha principalmente la energía solar por medio de calentadores solares quienes son utilizados por diversas industrias, hospitales, hoteles y principalmente viviendas familiares lo cual se debe al ahorro de energía eléctrica que se tiene al calentar el agua con energía solar.

Según investigaciones realizadas se pudo ver que cerca del 94% de los calentadores solares fabricados en Arequipa se destinan para el sector residencial los cuales tienen como finalidad agua caliente sanitaria que varía de 40°C a 65°C (Tinajeros Salcedo & Morante Trigoso, 2011).

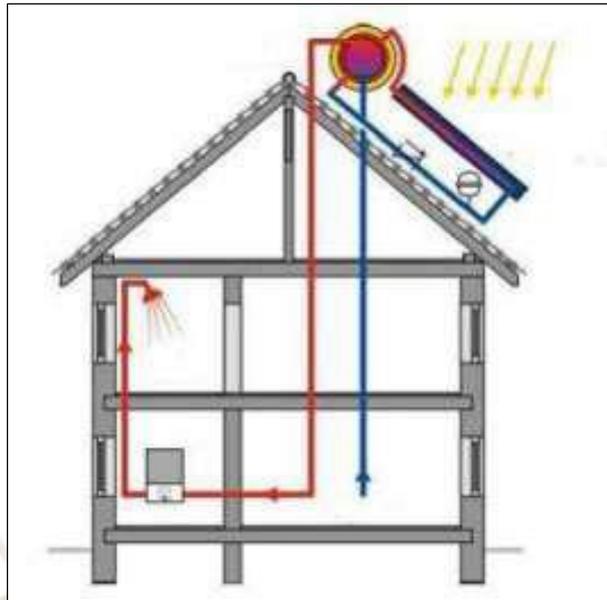


Figura N° 11. ACS por medio de energía solar.
Fuente: (Business to Business, 2018).

Así también, se pudo ver que en el año 2015, un 87% de los calentadores solares instalados en el Perú, se encontraban en la ciudad de Arequipa, seguida de las ciudades de Puno con 3.2%, Tacna con 2.5% y Cajamarca con 2.3% entre las más representativas (Gutierrez, 2011).

Es por ello que se puede prever que el ahorro en consumo eléctrico en la ciudad de Arequipa, debido al uso de calentadores solares, es importante.

1.1.4. Calentador Solar.

Un calentador solar es un equipo encargado de convertir la radiación solar en energía calorífica y transferirla al agua que circula en su interior.

Para el año 2015, Arequipa contaba con aproximadamente 68 000 calentadores solares instalados exclusivamente en residencias. De estos, el 78% correspondían a calentadores de placa plana y 22% a calentadores de tubos al vacío (Gutierrez, 2011).

Los calentadores solares con circulación natural (termosifón) son los más sencillos y a su vez los más utilizados en el Perú, sobre todo en Arequipa donde se cuenta con una radiación muy alta.

Cuando el absorbente recibe la radiación solar la convierte rápidamente en calor (Figura N° 12), siendo este recogido rápidamente y transferido al agua en los tubos (1). El agua, al ser calentada, sube por la tubería superior (2) con dirección al tanque de almacenamiento (3). Al ser el agua caliente más ligera que el agua fría, siempre buscará el punto más alto del circuito por lo tanto el agua caliente del colector fluirá hacia la parte superior del tanque y esta será reemplazada por el agua fría de la parte inferior del tanque por medio de una tubería inferior que se conecta a la parte inferior del colector (4). De esta forma se obtiene una circulación natural: el agua caliente asciende del colector al tanque en tanto que el agua fría del tanque circula hacia el colector donde nuevamente se calentará por medio de la radiación solar, cerrando de este modo el circuito.

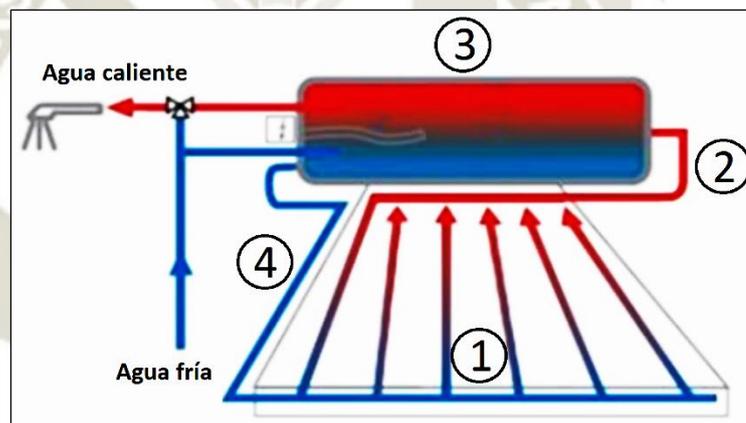


Figura N° 12. Calentador solar con circulación natural.
Fuente: (Elaboración propia).

Este tipo de calentador solar puede alcanzar temperaturas entre los 40° C y 90° C, lo cual dependerá de la radiación y la temperatura ambiental de cada zona.

Existen diversos calentadores solares dentro de los cuales los más usados son los que se detallan a continuación.

1.1.4.1. Calentadores Simples Sin Cubierta.

Este tipo de colector se utiliza para abastecer demandas de baja temperatura como podría ser el caso de las piscinas temperadas. Para su armado se hace uso de tubos

de polipropileno negro que suelen ser baratos, de larga duración y fácil instalación, pero presentan altas pérdidas de calor.

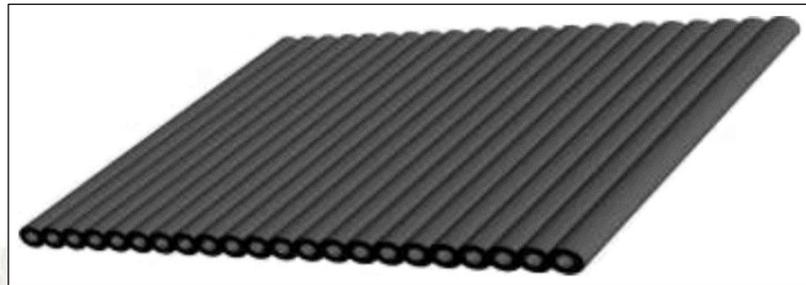


Figura N° 13. Colector simple sin cubierta.
Fuente: (Solepanel, 2018).

1.1.4.2. Calentadores Planos con Cubierta de Vidrio.

Es el equipo mayormente fabricado en Arequipa debido a su bajo costo de inversión. Está compuesto básicamente de una caja de colección y un tanque de almacenamiento térmico.



Figura N° 14. Calentador plano con cubierta de vidrio y tanque de almacenamiento.
Fuente: (Suárez, 2014).

La caja de colección se encuentra conformada de una carcasa, una cubierta de vidrio, aislante, placas absorbedoras, un cabezal y tubos absorbedores.

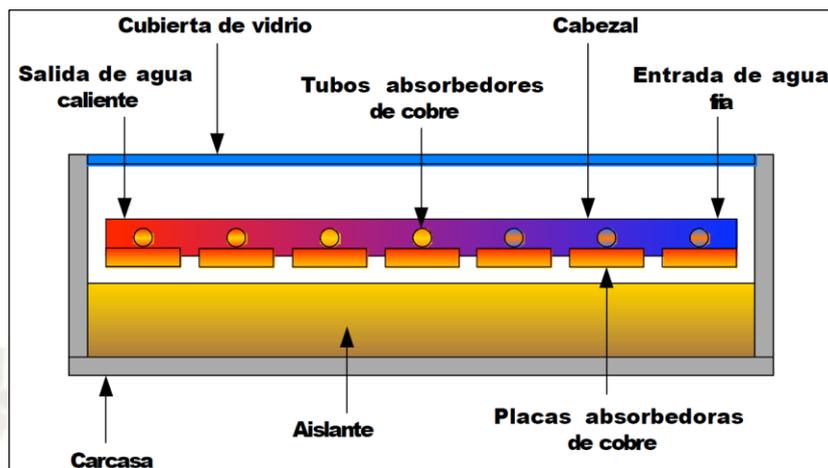


Figura N° 15. Partes internas de un calentador plano.
Fuente: (Suárez, 2014).

La radiación solar atraviesa el vidrio de la cubierta de la caja colectora haciendo contacto con el absorbedor, el cual está unido a varios tubos con placas soldadas a éstos logrando obtener una alta absorción de radiación solar.

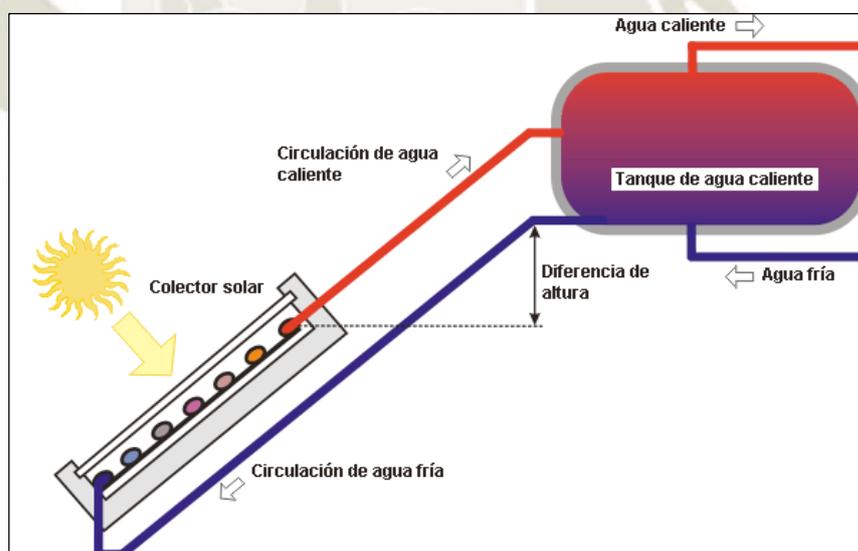


Figura N° 16. Funcionamiento del calentador solar.
Fuente: (Solar water heater, 2018).

Luego, el agua fría pasa del tanque a la parte baja de la caja en donde absorbe la energía que llega del Sol logrando un aumento de temperatura y por lo tanto una baja de densidad lo que le permite volver a ascender generándose el efecto termosifón. Esta agua caliente ingresa al tanque de almacenamiento el cual debe

encontrarse correctamente aislado con el fin de mantener el agua caliente por largos periodos hasta que se realice el consumo de esta.

La capacidad de estos tanques, generalmente varían de 60 a 300 litros, lo cual dependerá de la demanda que se tenga en la edificación que fue instalado y alcanzan temperaturas de hasta 60 °C (Flores, 2014).

1.1.4.3. Calentadores Solares de Tubos Evacuados.

El calentador solar de tubos evacuados está conformado por un colector absorbedor de tubos de vacío y un tanque aislado para almacenar agua caliente tal como lo muestra la Figura N° 17. Estos calentadores pueden alcanzar temperaturas mayores a los 80 °C en el calentamiento de agua (Flores, 2014).



Figura N° 17. Partes del calentador solar de tubos evacuados.
Fuente: (Temoinox, 2018).

Cada uno de los calentadores solares tienen características y rendimientos diferentes por lo que cada uno se emplea en aplicaciones diferentes. La Figura N° 18 nos muestra las características principales de cada uno de los calentadores nombrados anteriormente.

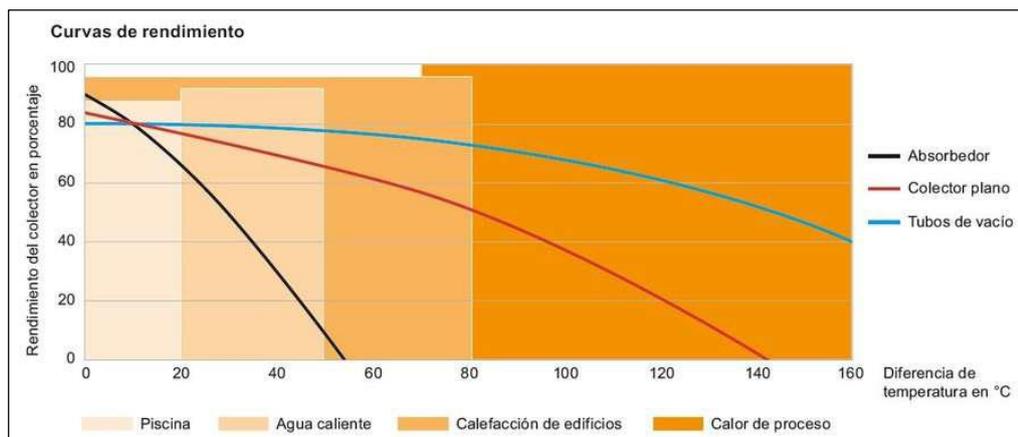


Figura N° 18. Curvas de rendimiento de los calentadores solares.
Fuente: (Agencia Alemana de Energía, 2018).

1.1.5. Medidores de Volumen de Agua.

Los medidores de agua sanitaria son instrumentos que permiten medir el volumen de agua que discurre a través de ellos. Normalmente son utilizados en la medición de agua potable en las conexiones domiciliarias e industriales con la finalidad de efectuar la cobranza respectiva por el consumo de agua efectuado.

Existen diversos tipos de medidores cuya clasificación puede basarse en el principio de su trabajo pudiendo ser:

- Mecánico: El flujo de agua hace girar una turbina de diseño especial. El giro de la turbina permite al instrumento obtener la información necesaria para determinar la cantidad de agua que fluyó.
- Electromagnético: Al pasar el agua por el dispositivo crea un campo magnético el cual es registrado por el instrumento y en base a este determina el agua consumida.
- Ultrasónico: El paso del agua a través del instrumento crea vibraciones debido al conducto, velocidad y volumen del agua cuyo registro permite al instrumento determinar la cantidad de agua consumida.
- Vortex: El instrumento crea vórtice debido a cuerpo dentro de la corriente de agua. La frecuencia de este permite determinar la cantidad de agua consumida.
- Electrónico: Este instrumento hace uso de un chip de datos de flujo de agua cuya data es transferida para determinar el consumo de agua realizado.

La medición de agua realizada en las edificaciones residenciales se hace comúnmente con medidores de tipo mecánico por presentar las siguientes ventajas (Instituto Aragonés del Agua, 2013):

- a) Diseño simple y confiable.
- b) El equipo es de costo bajo.
- c) Vida útil promedio de 12 años.
- d) Erro del instrumento bajo.
- e) Tamaño adecuado.
- f) Facilidad de montaje.
- g) Fácil lectura del instrumento.

La Figura N° 19 nos muestra las principales partes de un medidor de tipo mecánico.



Figura N° 19. Principales partes de un medidor mecánico.

Fuente: (Global STD, 2018).

1.1.5.1. Condiciones de Instalación.

La Norma Metrológica Peruana da las pautas necesarias para la instalación correcta de los medidores de agua. Dichas pautas se encuentran basadas en la norma ISO 4064-5 y son como sigue (Dirección de Metrología, 2018):

- Se debe tener cuidado en que el medidor de agua se encuentre totalmente lleno de agua en los instantes en que se encuentre en operación normal. Por tal motivo se debe instalar en la posición más baja posible y se deberá purgar el aire del interior.

- La tubería en la que se instalará el medidor debe estar limpia y sin sólidos extraños. Puede ser aconsejable la instalación de un filtro en el ingreso del instrumento ya que las partículas sólidas tienden a acumularse en el instrumento lo cual podría variar la correcta medición.
- Si se han de instalar elementos que pueden perturbar el flujo, es aconsejable hacerlo en lo posible aguas abajo del medidor, ya que de este modo la lectura se verá menos afectada y las distancias necesarias entre estos elementos serán menores.
- Si se encuentran instaladas bombas cerca de la entrada del medidor se deberá instalar reductores de picos de presión con la finalidad de estabilizar lo más posible el flujo de agua.
- Si el flujo de agua es regulado por medio de una válvula, esta deberá ser instalada después del medidor.
- Las juntas deberán ser instaladas de forma centrada en las conexiones con la finalidad de evitar obstaculizar el paso del agua, lo que ocasionaría una variación en la lectura.
- Es posible considerar ciertos parámetros con la finalidad de lograr una correcta nivelación del instrumento durante la instalación, pudiéndose utilizar niveles de burbuja.
- El medidor debe ser instalado respetando la posición indicada por el fabricante (horizontal, vertical o ambas). Si la instalación contempla el uso de un anti-retorno, este debe ser colocado aguas abajo del medidor.
- Si la correcta lectura del medidor se ve afectada por perturbaciones en la tubería aguas arriba o aguas abajo, se deberá considera en la instalación tramos de tubería recta con o sin un enderezador siguiendo las especificaciones del fabricante.

Tabla N° 6. Elementos perturbadores aguas abajo del medidor.

<i>Elemento</i>	<i>Distancia dependiendo del diámetro del medidor</i>
Válvula todo/nada	0 – 3 x D
Válvulas de regulación	3 x D

Fuente: (Dirección de Metrología, 2018).

- El fabricante del instrumento debe indicar las longitudes rectas necesarias antes y después del medidor. En caso de no contar con dicha información, se puede hacer uso de las Tablas N° 6 y 7.

Tabla N° 7. Elementos perturbadores aguas arriba del medidor.

<i>Elemento</i>	<i>Distancia dependiendo del diámetro del medidor</i>
Válvulas de regulación	10 – 20 x D
Cambio de dirección y T's	10 – 20 x D
Cambio de dirección y plano	15 – 20 x D
Reducciones	0 – 10 x D (convergente) 10 – 15 x D (divergente)
Filtros (dependiendo del fabricante)	3 – 12 x D
Bombas centrífugas	15 – 20 x D

Fuente: (Dirección de Metrología, 2018).

1.1.5.2. Forma de Lectura del Medidor.

La lectura directa del instrumento se aplica en la mayoría de medidores residenciales para lo cual se necesita que la persona lea el volumen consumido de agua en la carátula del medidor.

Los pasos a seguir para realizar una correcta toma de lectura son los siguientes:

- Para realizar la lectura del medidor se debe abrir la tapa que lo cubre.
- Tomar nota de la hora y fecha en las que se efectúa la toma de lectura.
- Con los datos obtenidos espere el periodo deseado y realice nuevamente la toma de lectura, en lo posible en la misma hora y fecha.
- Los valores de ambas lecturas deberán ser restados, el mayor menos el menor.

El valor obtenido nos indicará el consumo de agua en metros cúbicos (un metro cúbico equivale a mil litros) que se ha realizado entre las dos fechas consideradas.

La Figura N° 20 nos muestra la forma de realizar la lectura correcta de un medidor.

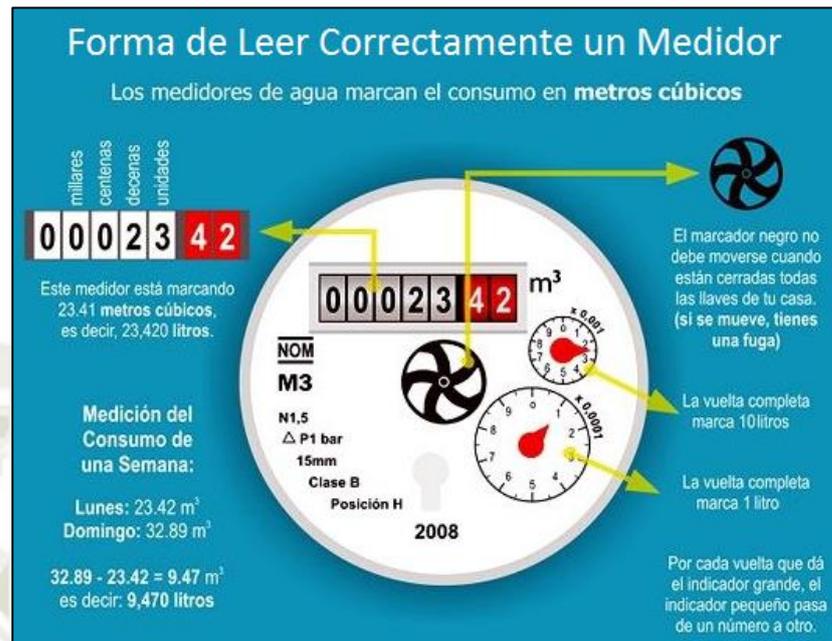


Figura N° 20. Forma de lectura de medidores.
Fuente: (Global STD, 2018).

1.1.6. Consumo Eléctrico.

1.1.6.1. El Calor.

La energía que se transfiere de un sistema a otro debido a su diferencia de temperaturas se llama calor.

Los cuerpos almacenan energía interna, por lo tanto, el calor no es sino la transferencia de cierta parte de esa energía interna desde un sistema hacia otro.

La ecuación matemática que asocia la cantidad de calor que cambia una masa debido a la variación de temperatura está dada por:

$$Q = m \cdot c \cdot (t_f - t_0)$$

Donde:

Q : es el calor [J]

m : es la masa [Kg]

c : es el calor específico [J/Kg °C]

t_f : es la temperatura final [°C]

t_0 : es la temperatura inicial [°C]

1.1.6.2. El Calor Específico.

La energía que se transfiere de un sistema a otro debido a su diferencia de temperaturas se llama calor.

El calor específico de diversas sustancias se muestra en la Tabla N° 8, donde podemos apreciar que el calor específico del agua a una temperatura de 15 °C está dado por:

$$c_{\text{agua}} = 4186 \text{ J/kg } ^\circ\text{C}$$

Tabla N° 8. Calores específicos de algunas sustancias a 25 °C y presión atmosférica.

Sustancia	Calor específico c		Sustancia	Calor específico c	
	J/kg · °C	cal/g · °C		J/kg · °C	cal/g · °C
<i>Sólidos elementales</i>			<i>Otros sólidos</i>		
Aluminio	900	0.215	Latón	380	0.092
Berilio	1 830	0.436	Vidrio	837	0.200
Cadmio	230	0.055	Hielo (-5°C)	2 090	0.50
Cobre	387	0.092 4	Mármol	860	0.21
Germanio	322	0.077	Madera	1 700	0.41
Oro	129	0.030 8	<i>Líquidos</i>		
Hierro	448	0.107	Alcohol (etílico)	2 400	0.58
Plomo	128	0.030 5	Mercurio	140	0.033
Silicio	703	0.168	Agua (15°C)	4 186	1.00
Plata	234	0.56	<i>Gas</i>		
			Vapor (100°C)	2 010	0.48

Fuente: (Serway & Jewett, Jr., 2014).

1.1.6.3. Temperatura del Agua.

Para poder definir la energía necesaria para el calentamiento del agua, necesitamos conocer la temperatura de entrada y salida de esta, respecto al calentador solar. La temperatura final estará definida por la temperatura que alcanza el agua en el calentador solar en tanto que la temperatura inicial estará determinada por la temperatura del agua de la red en el ingreso del calentador solar.

Diversos estudios indican que la temperatura a la que debe llegar el agua caliente en los calentadores solares a de oscilar entre los 55 °C y 60 °C lo cual se justifica con mayor razón cuando estos sistemas están compuestos por tanques de almacenamiento ya que estas temperaturas impiden el crecimiento de la bacteria legionella en el suministro de agua (Evarts & Swan, 2013).

Por otro lado, la temperatura del agua de la red se encuentra afectada por la temperatura del medio ambiente y por el suelo a través del cual se realiza el tendido de las tuberías. Frente a estos parámetros, Abrams y Shedd (Abrams & Shedd, 1996) plantearon una ecuación que permite definir la temperatura del agua de la red de acuerdo a la temperatura del medio ambiente la cual se expresa de la siguiente forma:

$$T_{mains} = T_{amb,avg} + \Delta T_{offs} + \frac{(R)(\Delta T_{amb,max})}{2} + \sin[(\omega)(day\# - 15 - \phi) - 90]$$

$$R = 0.4 + (0.01)(T_{amb,avg} - 44)$$

$$\phi = 35 + (1)(T_{amb,avg} - 44)$$

Donde:

T_{mains} = Temperatura del agua de la red [°F].

$T_{amb,avg}$ = Temperatura promedio anual [°F].

$\Delta T_{amb,max}$ = Diferencia máxima entre las temperaturas medias mensuales del aire [°F].

ΔT_{offs} = Valor constante para el desplazamiento promedio entre la temperatura ambiente y la temperatura del agua de la red [6 °F].

ω = *grados/días*.

R, ϕ = Parámetros relacionados con la geometría y la profundidad a la que están enterrados los tubos.

Finalmente, hay estudios que demuestran que la temperatura del agua de la red también se encuentra afectada por la temperatura de las edificaciones a través de las cuales recorren las tuberías de la red. En tal sentido, se aprecia una elevación de la temperatura del agua fría en el tramo de ingreso debido a la transferencia de calor que se tiene con el entorno interior de la edificación, apreciándose una elevación de la temperatura de entrada de alrededor de 2 °C por encima de la temperatura de la red de abastecimiento de agua (George, Pearre, & Swan, 2015).

1.1.7. Análisis Económico.

1.1.7.1. Costos y Objeto de Costos.

El costo se define como un sacrificio de recursos que se asigna para lograr un objetivo específico. Un costo por lo general se mide como la cantidad monetaria que debe pagarse para adquirir bienes o servicios (Charles T. Horngren, 2012).

El objeto de costos por su parte es todo aquello para lo cual se desea una medición de costos. El objeto de costo puede ser un producto, servicio, cliente, actividad, departamento o proyecto, entre otros.

Entre los principales costos tenemos (Baca Urbina, 2006):

– Costo de Materia Prima:

En el cual se debe tomar en cuenta los gastos en que se incurren debido a la materia prima necesaria para la obtención de la cantidad del producto final, así como la merma propia del proceso productivo.

– Costo de Mano de Obra:

Se debe considerar tanto la mano de obra directa como la indirecta. La mano de obra directa es aquella que actúa de forma directa sobre el proceso productivo, en tanto que la mano de obra indirecta se refiere al sueldo pagado a los empleados que desempeñan funciones que no contribuyen directamente con la producción de bienes o servicios.

– Costo de Energía Eléctrica:

Energía utilizada para el funcionamiento de máquinas y equipos. Para su cálculo se debe de tomar en cuenta la capacidad de cada uno de estos, así como el tiempo de funcionamiento.

– Costo de Mantenimiento:

Cantidad que se deberá invertir con la finalidad de mantener las máquinas y equipos en un correcto estado y constantemente operativos.

– Costo de Instalación:

Costo en el que se incurre debido al montaje de máquinas y equipos para un proceso productivo.

– Costo de Agua:

Insumo importante en algunos procesos productivos.

– Costo de Oportunidad:

El costo de oportunidad de la actividad que elegimos es el mayor valor al que se renuncia por adquirir o hacer uso de otro bien o servicio para un determinado fin en lugar de otro uso o fin posible.

– Otros Costos:

Gastos menores cuyo importe es muy pequeño en comparación con los costos de producción por lo que no resulta indispensable detallarlos.

1.1.7.2. Vida Útil.

La vida útil de una máquina o equipo es el tiempo a través del cual brindará ingresos a una empresa. Para ello se debe considerar el desgaste que sufrirán debido al uso y manipulación, así como también la posible obsolescencia por los avances de la tecnología.

1.1.7.3. Comparación Económica.

Una comparación económica es un método que permite estudiar diferentes alternativas con la finalidad de realizar una correcta selección de alternativas donde se necesita el uso de dinero a lo largo de un tiempo determinado.

1.2. Marco Conceptual.

Para realizar la evaluación técnico-económica del consumo de agua caliente realizada por la población que hace uso de termas solares, se requiere de una muestra la cual puede ser aleatoria o no aleatoria. Dentro del muestreo no aleatorio, el tipo de muestreo por conveniencia pasa a ser el más adecuado para elegir la muestra a pesar que este podría presentar un alto sesgo al no poderse generalizar los resultados. Sin embargo, considerando los estudios realizados (Lomet, Suard, & Chèze, 2015), en base a los resultados obtenidos, verificaremos que el modelo ARMA describe el consumo de agua y usaremos un muestreo por conveniencia en base a la accesibilidad que brindaron los habitantes, de la Urbanización Primavera, para poder instalar los dispositivos necesarios y poder realizar la medición del consumo de agua. Para una muestra no aleatoria no existe una formula, sin embargo, los diferentes modelos basados en series de tiempo requieren de una cantidad mínima de observaciones. Los modelos planteados por Box Jenkins resultan ser los modelos adecuados, estos requieren de cuando menos 50 observaciones y requisitos que se verificaran en la parte metodológica del trabajo.

Método de proyección	Cantidad de datos históricos	Patrón de los datos	Horizonte de proyección	Tiempo de preparación	Antecedentes del personal
Ajuste exponencial simple	5 a 10 observaciones para fijar la ponderación	Los datos deben ser estacionarios	Corto	Corto	Poca sofisticación
Ajuste exponencial de Holt	10 a 15 observaciones para fijar la ponderación	Tendencias pero no estacionalidad	Corto a mediano	Corto	Ligera sofisticación
Ajuste exponencial de Winter	Por lo menos 4 ó 5 observaciones por trimestre	Tendencias y estacionalidad	Corto a mediano	Corto	Sofisticación moderada
Modelos de la tendencia de regresión	10 a 20 observaciones para la estacionalidad, por lo menos 5 por trimestre	Tendencias y estacionalidad	Corto a mediano	Corto	Sofisticación moderada
Modelos de regresión causal	10 observaciones por variable independiente	Puede manejar patrones complejos	Corto, mediano o largo	Largo tiempo para el desarrollo, corto para la puesta en ejecución	Sofisticación considerable
Descomposición de las series de tiempo	Suficiente para ver 2 picos y simas	Maneja patrones cíclicos y estacionales puede identificar los puntos críticos	Corto a mediano	Corto tiempo para la moderación	Poca sofisticación
Box Jenkins	50 o mas observaciones	Deben ser estacionarios o ser transformados en estacionarios	Corto, mediano o largo	Largo	Alta sofisticación

Figura N° 21. Modelos de series de tiempo.

Fuente: (Lomet, Suard, & Chèze, 2015).

1.2.1. Proceso Estocástico.

Los procesos estocásticos se centran en el estudio y modelación de sistemas que evolucionan a lo largo del tiempo o del espacio, de acuerdo a leyes no determinísticas es decir son de carácter aleatorio, se utilizan para estimación y predicción de fenómenos naturales. La forma habitual como se describe la evolución de un sistema es mediante una sucesión de variables aleatorias que varían a lo largo del tiempo. El término Proceso Estocástico fue introducido por Kolmogorov (1903-1987).

Un proceso estocástico es una sucesión de variables aleatorias $\{X_t\}_{t \in T}$ ordenadas según un índice t que generalmente se identifica con el tiempo, siendo T el rango en el que varían los valores de t . Si T es un intervalo, se denomina proceso estocástico temporal continuo, si T es un conjunto numerable se denomina un proceso estocástico temporal discreto.

Un caso particular de un proceso estocástico univariante puede representarse como:

$$\{X_t\}, \quad t = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

$$\dots, X_{-2}, X_{-1}, X_0, X_1, X_2, \dots$$

Siendo X_t una variable aleatoria referida a la unidad observable en el momento t . Por ejemplo, si consideramos la medición de la temperatura $X(t)$ en el instante t medido durante las 24 horas, de acuerdo a la Figura N° 22, notamos que durante dos días diferentes se generan dos trayectorias $X^{(1)}(t)$, $X^{(2)}(t)$, que en un instante fijo $t = 17$ hrs, se dan dos temperaturas diferentes $X^{(1)}(17)$, $X^{(2)}(17)$. Podemos decir que en general para cualquier trayectoria $X^{(j)}(t)$ donde t es fijo, tendrá asociada una distribución de probabilidad.

La familia de trayectorias posibles que se podrían observar se pueden interpretar como proceso estocástico y una parte de una trayectoria se denominara “serie temporal”.

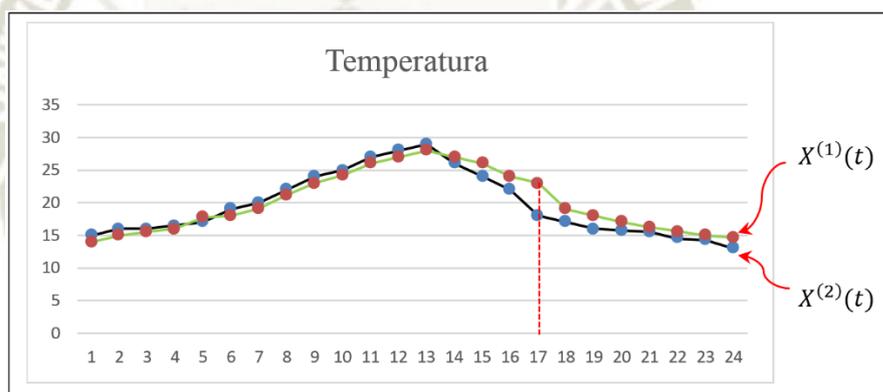


Figura N° 22. Temperatura del agua medida durante 24 horas.
Fuente: Elaboración propia.

Análogamente un proceso estocástico multivariante, puede ser representado como:

$$\{X_t\}, \quad t = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

$$\dots, X_{-2}, X_{-1}, X_0, X_1, X_2, \dots$$

donde

$$X_t \equiv [X_{t1} \quad X_{t2} \quad X_{t3} \quad \dots \quad X_{tM}]', \quad M \geq 2$$

Siendo X_t una variable aleatoria referida a la unidad observable en el momento t . Por ejemplo, considerando el ejemplo de la medición de la temperatura $X(t)$ podría estar determinada por:

$$X(t) \equiv [X_1(t) \quad X_2(t) \quad X_3(t)]'$$

donde las tres componentes denoten mes, latitud y longitud respectivamente.

1.2.2. Proceso Estocástico Estacionario.

Un proceso estocástico $\{X_t\}$ se denomina estacionario cuando las propiedades estadísticas de cualquier sucesión finita $X_{t_1}, X_{t_2}, \dots, X_{t_n}$ de componentes de $\{X_t\}$ son semejantes a las de la sucesión $X_{t_1+h}, X_{t_2+h}, \dots, X_{t_n+h}$.

Si existiera al menos un entero h para el cual las propiedades estadísticas de al menos una sucesión $X_{t_1}, X_{t_2}, \dots, X_{t_n}$ sea diferente de $X_{t_1+h}, X_{t_2+h}, \dots, X_{t_n+h}$, el proceso se denomina no estacionario.

1.2.3. Modelo.

Un modelo para un proceso estocástico es cualquier conjunto de hipótesis bien definidas sobre las propiedades estadísticas de dicho proceso.

Generalmente las propiedades estadísticas que establecen el modelo se basan en la esperanza y la covarianza del proceso considerado, el planteamiento del modelo se realiza mediante una expresión matemática explícita o implícita

1.2.3.1. Ruido Blanco.

Es un caso particular de un proceso estocástico $\{\varepsilon_t\}$, donde la sucesión de variables aleatorias tienen esperanza cero, varianza constante y son independientes del tiempo, es decir ε_t debe verificar:

$$\begin{aligned} E(\varepsilon_t) &= 0 \\ \text{Var}(\varepsilon_t) &= \sigma^2 \\ \text{Cov}(\varepsilon_i \varepsilon_j) &= 0 \quad \forall i \neq j \end{aligned}$$

Con ello

$$\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$$

1.2.3.2. Paseo Aleatorio.

Es un proceso estocástico $\{X_t\}$ donde la primera diferencia es un ruido blanco

$$X_t = X_{t-1} + \varepsilon_t$$

O equivalentemente

$$\nabla X_t = \varepsilon_t$$

1.2.3.3. Serie de Tiempo.

La serie de tiempo es la sucesión de observaciones generadas por un proceso estocástico, cuyo conjunto índice se toma en relación con el tiempo.

Una serie de tiempo de N observaciones o datos, ordenados y equidistantes cronológicamente sobre una característica observable en diferentes momentos se puede representar como:

$$\{X_t\}, t = 1, 2, \dots, N$$

$$X_1, X_2, \dots, X_N$$

en el caso de analizar varias características $\{X_t\}$

$$X_1, X_2, \dots, X_N$$

Donde:

$$X_t \equiv [X_{t1} \quad X_{t2} \quad \dots \quad X_{tM}]'$$

por lo tanto, se tiene que:

$$X \equiv \begin{bmatrix} X'_1 \\ X'_2 \\ \vdots \\ X'_N \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & \dots & X_{1M} \\ X_{21} & X_{22} & \dots & X_{2M} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ X_{N1} & X_{N2} & \dots & X_{NM} \end{bmatrix}$$

X_t se identifica como una característica que es la misma en todo momento t . En general, dado un proceso estocástico:

$$\dots, X_{-2}, X_{-1}, X_0, X_1, X_2, \dots, X_N, X_{N+1}, \dots$$

analizaremos una serie de tiempo:

$$X_1, X_2, \dots, X_N$$

El objetivo de analizar una serie de tiempo es elaborar un modelo estadístico que describa adecuadamente la procedencia de dicha serie, así este modelo se puede utilizar para describir las relaciones entre las componentes de la serie, prever la evolución de la serie, así como contrastar alguna teoría sobre sus componentes.

Para elaborar el modelo a partir de una serie temporal, se considera la serie como una realización particular finita de un proceso estocástico.

1.2.3.4. Serie de Tiempo Estacionaria.

Una serie de tiempo estacionaria es una serie de datos, cuyas propiedades estadísticas básicas, como la media y la varianza, permanecen constantes en el tiempo. Gráficamente una serie que no presenta crecimiento o declinación es estacionaria.

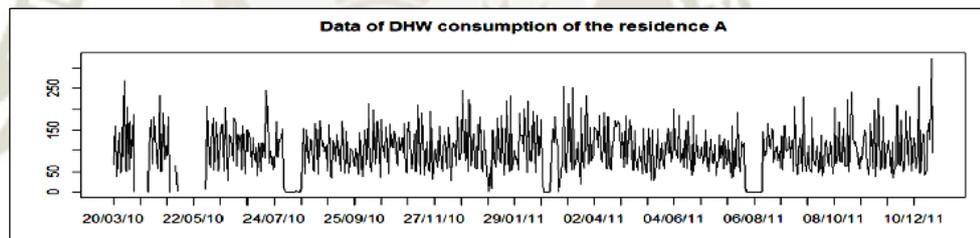


Figura N° 23. Serie de tiempo estacional.
Fuente: (Lomet, Suard, & Chèze, 2015).

En general un modelo aditivo está determinado por

$$X_t = T_t + S_t + C_t + I_t$$

Donde:

T_t : es la tendencia

S_t : es la estacionalidad

C_t : es la componente cíclica

I_t : es la componente aleatoria de irregularidad

Si la componente cíclica fuera nula, nuestro interés sería separar la tendencia y la estacionalidad con la finalidad de obtener un proceso libre de estacionalidad y razonablemente ajustado.

Tendencia: El modelo de tendencia de una serie de tiempo puede definirse como:

$$X_t = T_t + \varepsilon_t$$

y la tendencia T_t puede ser estimada por \hat{T}_t , es decir:

$$\hat{X}_t = \hat{T}_t + \hat{\varepsilon}_t$$

para ello se usan diversas técnicas, tales como:

- i. Ajustando la serie mediante una función suave tal como un polinomio, una función exponencial, etc.
- ii. Suavizando o filtrando los valores de la serie alrededor de un punto para estimar la tendencia en un punto
- iii. Suavizar los valores de la serie a través de sucesivos ajustes de rectas de mínimos cuadrados ponderados

Por ejemplo, si consideramos el consumo de energía eléctrica en una ciudad durante dos años medido en 24 meses:

Tabla N° 9. Consumo de energía eléctrica.

t	$X(t)$	t	$X(t)$
1	84.6	13	110.3
2	89.9	14	118.1
3	81.9	15	116.5
4	95.4	16	134.2
5	91.2	17	134.7
6	89.8	18	144.8
7	89.7	19	144.4
8	97.9	20	159.2
9	103.4	21	168.2
10	107.6	22	175.2
11	120.4	23	174.5
12	109.6	24	173.7

Fuente: Ciudad de Espírito Santo – Brasil de enero de 1977 a diciembre de 1978.

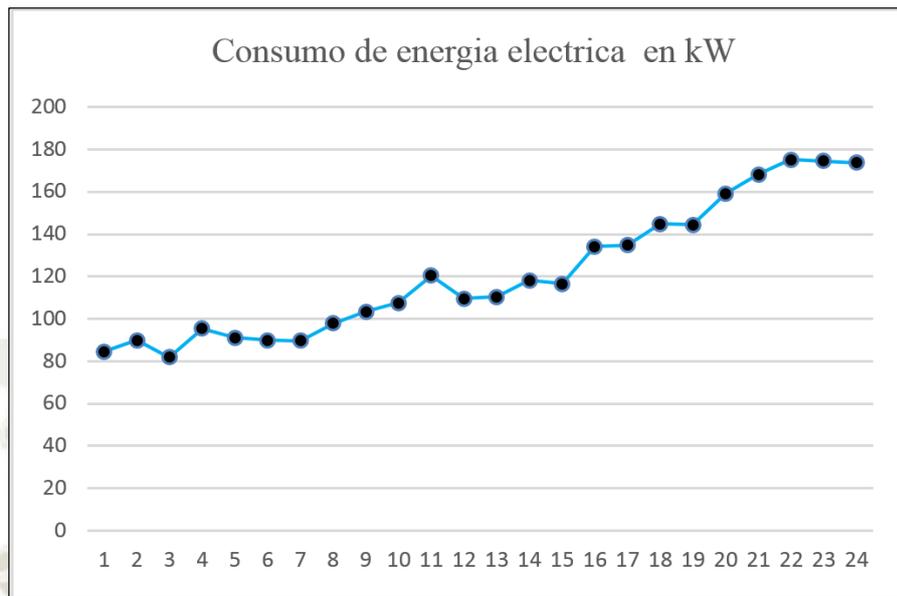


Figura N° 24. Consumo de energía eléctrica durante 24 meses.
Fuente: Elaboración propia.

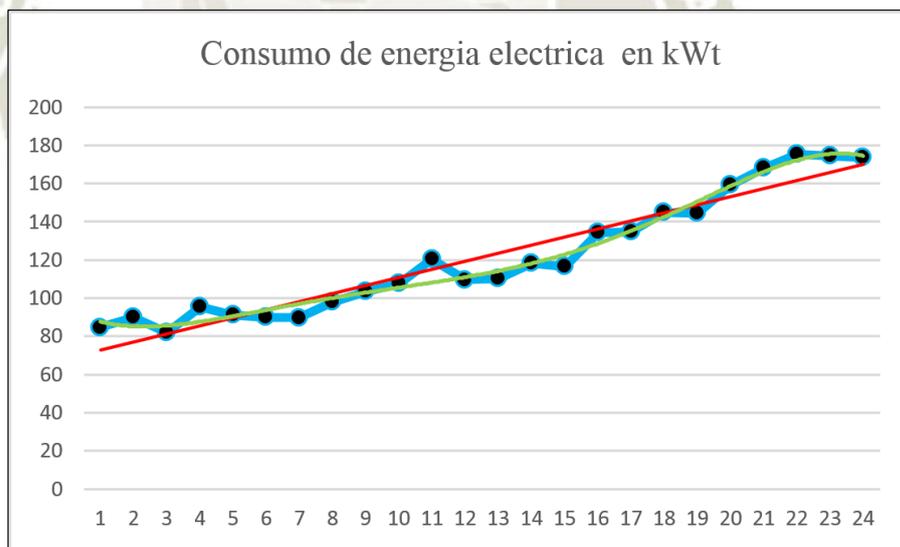


Figura N° 25. Consumo de energía eléctrica durante 24 meses estimando la tendencia de la serie de tiempo por un polinomio de grado 1 y grado 5.
Fuente: Elaboración propia.

Suavización: Cuando la tendencia permite ser representada por un polinomio de menor grado se pueden usar todas las observaciones X_t para estimar el polinomio que representará T_t , tomando observaciones X_s alrededor de t , es decir:

$$X_{t-n}, X_{t-n+1}, X_{t-n+2}, \dots, X_{t+n}$$

Existen diferentes técnicas de suavizamiento tal como:

- a) Medias móviles
- b) Diferencias

Uno de los métodos más utilizados es el de medias móviles, que consiste en transformar la serie en $\hat{X}_t = \hat{T}_t + \hat{\varepsilon}_t$, es decir:

$$\hat{X}_t = \sum_{j=-n}^n c_j X_{t+j} \quad t = n + 1, \dots, N - n$$

Donde

$$\sum_{j=-n}^n c_j = 1$$

Notemos que se perderán n observaciones al inicio y n observaciones al final y que $c_j = \frac{1}{2n+1}$. La serie \hat{X}_t verifica $E(\hat{\varepsilon}_t) = 0$, $Var(\hat{\varepsilon}_t) = \sigma^2$

En el ejemplo del consumo de energía eléctrica, para un valor de $n = 1$ tenemos que:

$$c_j = \frac{1}{2(1)+1} = \frac{1}{3}, \quad c_j = \frac{1}{3}$$

por lo tanto,

$$\hat{X}_t = \frac{1}{3} \sum_{j=-1}^1 X_{t+j}, \quad t = 2, \dots, 23$$

En particular

$$\hat{X}_2 = \frac{1}{3} \sum_{j=-1}^1 X_{2+j} = \frac{1}{3} (X_1 + X_2 + X_3) = \frac{1}{3} (84.6 + 89.9 + 81.9) = 85.5$$

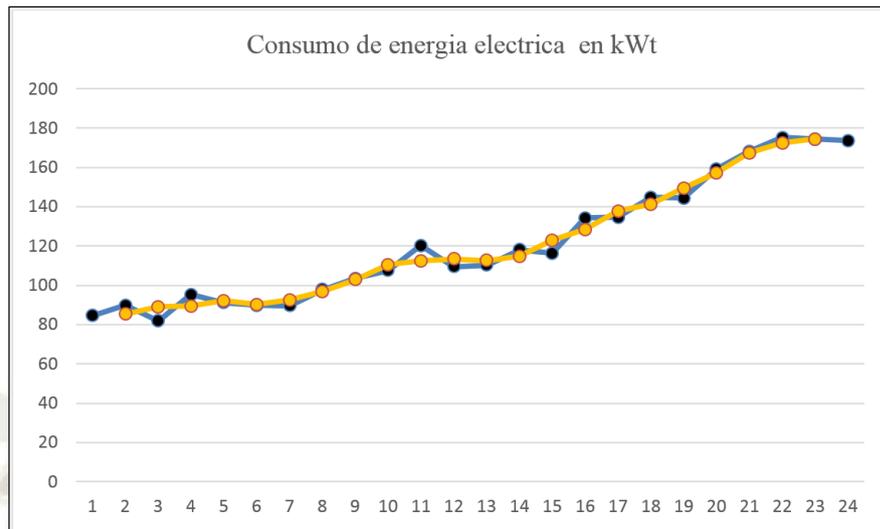


Figura N° 26. Consumo de energía eléctrica durante 24 meses estimando la tendencia de la serie de tiempo mediante una media móvil de periodo 3.

Fuente: Elaboración propia.

Tabla N° 10. Consumo de energía eléctrica.

t	$X(t)$	\hat{X}_t	ΔX_t
1	84.6		
2	89.9	85.5	5.3
3	81.9	89.1	-8.0
4	95.4	89.5	13.5
5	91.2	92.1	-4.2
6	89.8	90.2	-1.4
7	89.7	92.5	-0.1
8	97.9	97.0	8.2
9	103.4	103.0	5.5
10	107.6	110.5	4.2
11	120.4	112.5	12.8
12	109.6	113.4	-10.8
13	110.3	112.7	0.7
14	118.1	115.0	7.8
15	116.5	122.9	-1.6
16	134.2	128.5	17.7
17	134.7	137.9	0.5
18	144.8	141.3	10.1
19	144.4	149.5	-0.4
20	159.2	157.3	14.8
21	168.2	167.5	9.0
22	175.2	172.6	7.0
23	174.5	174.5	-0.7
24	173.7		-0.8

Fuente: Elaboración propia.

Los valores de \hat{X}_t de la Tabla N° 10 se grafican en la Figura N° 26, la cual proporciona una mejor idea de la tendencia en la serie.

Por otro lado, al usar un suavizamiento a través de diferencias, se elimina una tendencia lineal si el modelo fuera aditivo y se elimina una tendencia exponencial si el modelo fuera multiplicativo.

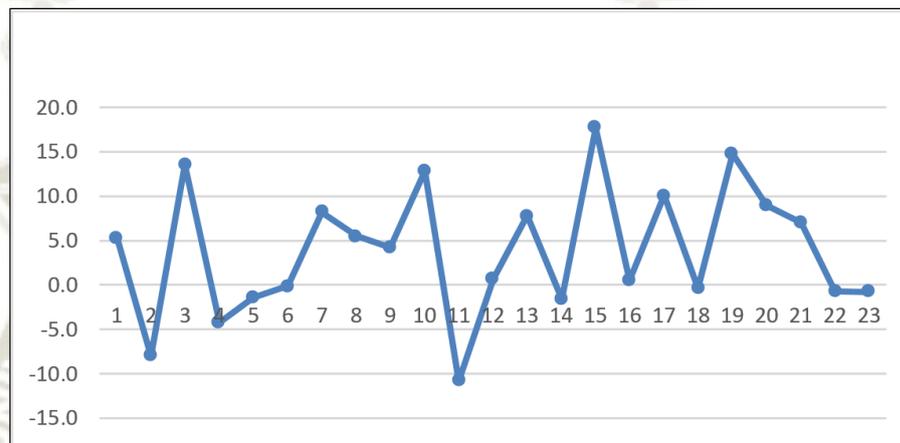


Figura N° 27. Primera diferencia del consumo de energía eléctrica durante 24 meses.

Fuente: Elaboración propia.

Para el ejemplo del consumo de electricidad, tenemos que la primera diferencia dada por $\Delta X_t = X_t - X_{t-1}$, refleja de acuerdo a los valores de la Tabla N° 10, un carácter más estacionario de ΔX_t , el cual se representa en la Figura N° 27.

Según el ejemplo citado respecto del consumo de energía eléctrica en la Ciudad de Espírito Santo – Brasil, de enero de 1977 a diciembre de 1978, existe una tendencia al incremento del consumo de energía eléctrica.

Para la evaluación técnico-económica del ahorro energético generado por calentadores solares, se propone el uso del modelo aditivo que resulta ser el más adecuado en la descripción del consumo de agua caliente.

$$X_t = T_t + S_t + \varepsilon_t$$

Estas tres componentes se manifiestan inmersas en el modelo, dado que la componente de tendencia de largo plazo constituye la base del crecimiento o

declinación de serie histórica de consumo de agua, el patrón de evolución sostenido a mediano y largo plazo de la serie puede crecer, decrecer o estabilizarse; la componente de la estacionalidad determina las fluctuaciones o oscilaciones que se encuentran típicamente en los datos que pueden clasificarse por trimestres, meses o semanas, la componente estacional también determina el patrón de cambio que se repite y ε_t define la componente aleatoria de errores para la estimación de la tendencia T_t . Los métodos no suman un modelo global sino local, es decir, no son modelos con parámetros fijos, por ejemplo si $T_t = \beta_0 + \beta_1 t$, los valores de β_0 y β_1 cambian en el tiempo, es posible estimar las componentes de T_t y S_t en base a la regresión.

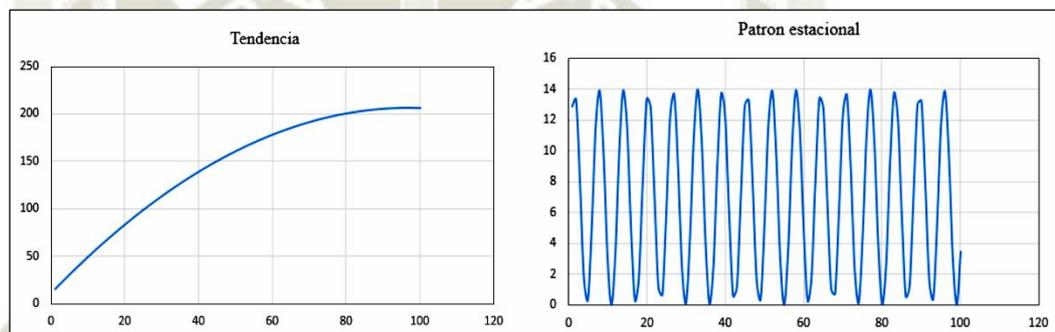


Figura N° 28. Componentes de tendencia (T_t), Componente estacional S_t , Componente aleatoria (ε_t) y serie de tiempo estacional (X_t).

Fuente: Elaboración propia.

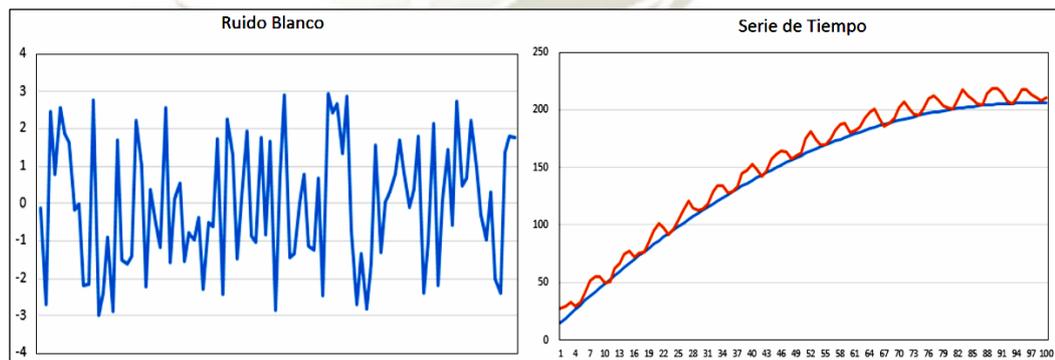


Figura N° 29. Ruido blanco (ε_t), Serie de tiempo estacional (X_t).

Fuente: Elaboración propia.

Sin embargo, dada la dependencia entre los valores de la serie es posible usar un filtro lineal que es un operador que convierte la serie X_t en otra \hat{X}_t tal que:

$$\hat{X}_t = \sum_{j=-n}^n \omega_j X_{t-j} \quad t = -n, \dots, N - n$$

Donde $\omega_{-n}, \omega_{-n+1}, \dots, \omega_0, \dots, \omega_n$, son pesos predeterminados. En algunos casos para determinar la tendencia y reducir las fluctuaciones locales (suavizar) se condiciona que $\sum_{j=-n}^n \omega_j = 1$. Este filtro lineal se denomina Media Móvil. Usualmente se escogen $\omega_{-j} = \omega_j$, pesos simétricos.

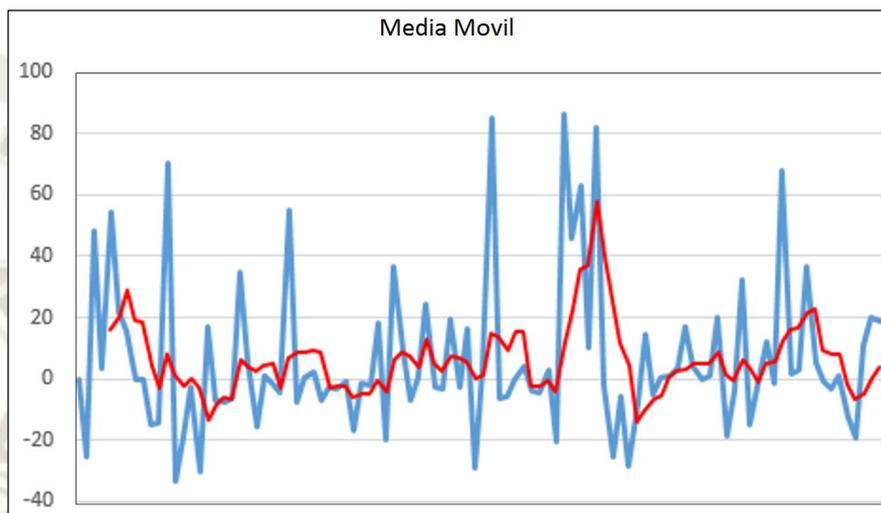


Figura N° 30. Estimación de una serie de tiempo usando la media móvil con $n = 2$, de periodo 5.
Fuente: Elaboración propia.

Los filtros lineales se utilizarán como estimadores de la tendencia, es decir $\hat{T}_t = \hat{X}_t$. Una aplicación del filtro lineal es remover la tendencia, esto es la serie definida como $Y_t = \hat{X}_t - \hat{T}_t$ es la serie sin tendencia.

La componente estacional S_t se define como una función no aleatoria, periódica de período s . Los valores de la componente estacional se denominan patrón estacional. El período estacional s es el número mínimo de períodos que tarda el patrón estacional en repetirse, como S_t es periódica con periodo s , existen constantes δ_j $j = 1, \dots, s$ tales que:

$$S_t = \sum_{j=1}^s \delta_j I_j(t)$$

Donde:

$$I_j(t) = \begin{cases} 1 & , t = j, j + s, j + 2s, \dots \\ 0 & , \text{en otro caso} \end{cases}$$

Por otro lado, también se cumple que:

$$S_t \approx \sum_{j=1}^m \left(\beta_{1j} \sin\left(\frac{2\pi jt}{s}\right) + \beta_{2j} \cos\left(\frac{2\pi jt}{s}\right) \right)$$

Es posible estimar la componente estacional mediante un filtro lineal de la forma

$$\hat{S}_t = \sum_{j=-r}^r u_j X_{t+j}, \quad t = r + 1, \dots, N - r$$

usando el algoritmo de *Brockwell y Davis* que consiste en estimar la tendencia con una media móvil diseñada para eliminar la componente estacional y disminuir el ruido aleatorio, esta media móvil está definida como sigue:

Si el periodo s es par, tomamos $s = 2n$ para $n + 1 \leq t \leq N - n$ con lo que se define:

$$\hat{T}_t = \frac{1}{2n} \left(\frac{1}{2} X_{t-n} + X_{t-n+1} + \dots + X_t + \dots + X_{t+n-1} + \frac{1}{2} X_{t+n} \right)$$

Si el periodo s es impar tomamos $s = 2n + 1$ para $n + 1 \leq t \leq N - n$ con lo que se define:

$$\hat{T}_t = \frac{1}{2n + 1} \sum_{j=-n}^n X_{t-j}$$

Luego se estima \hat{S}_k para $k = 1, 2, \dots, s$ promediando los valores $X_t - \hat{T}_t$

Validación de los Supuestos Sobre los Errores.

La función $T_t + S_t$ se denominará “componente estructural”, y los residuales ε_t se denominarán “residuos estructurales”.

Para un modelo de componentes estructurales aditivo, se asume que se puede descomponer como:

$$X_t = T_t + S_t + \varepsilon_t$$

Los residuos estructurales se obtienen como sigue:

$$\hat{\varepsilon}_t = X_t - \hat{T}_t - \hat{S}_t$$

Para calcular un pronóstico \hat{X}_{N+j} se debe analizar la serie $\hat{\varepsilon}_t$, si es autocorrelacionada o solamente es ruido aleatorio.

Por otro lado, para la componente aleatoria de errores ε_t se debe verificar que su media debe ser cero, de varianza constante e incorrelacionada, es decir se deben verificar las siguientes condiciones:

- i. $E(\varepsilon_t) \equiv 0$
- ii. $Var(\varepsilon_t) \equiv \sigma^2$
- iii. $Cov(\varepsilon_t, \varepsilon_{t+k}) = 0, \forall k \neq 0$

Por tanto si no se verifica que $Cov(\varepsilon_t, \varepsilon_{t+k}) = 0, \exists k$ tal que $Cov(\varepsilon_t, \varepsilon_{t+k}) \neq 0$ lo cual implica que los errores están auto correlacionados y podrían ser pronosticados.

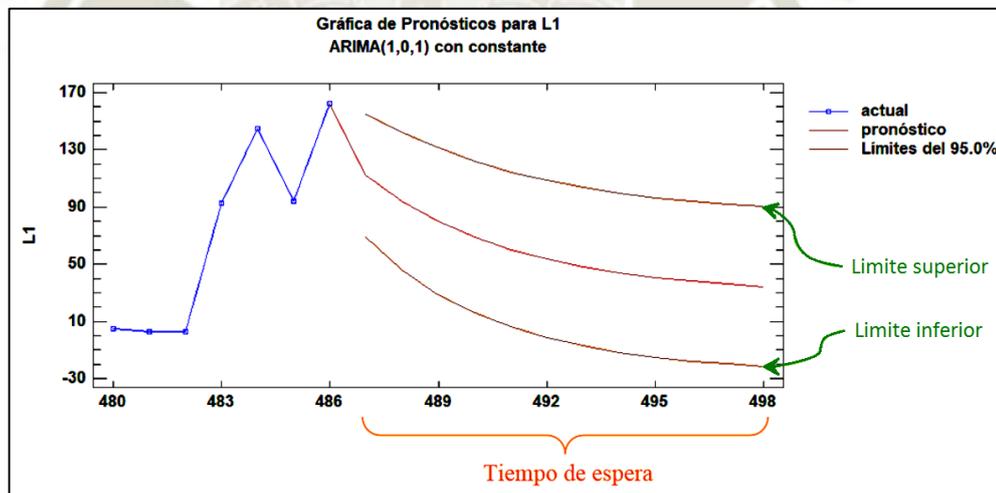


Figura N° 31. Pronostico de una serie de tiempo del consumo de agua del día lunes de la primera semana (L1) en la urbanización Primavera, Yanahuara.

Fuente: Elaboración propia.

Una serie de tiempo que corresponde a un proceso estacionario debe verificar las tres condiciones. Por ejemplo si $T_t = \beta_0 + \beta_1 t$ entonces:

$$X_t = \beta_0 + \beta_1 t + \varepsilon_t \quad \hat{X}_{N+k} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1(N+k) + \hat{\varepsilon}_{N+k}$$

Así la ecuación de pronósticos queda definida dada por:

$$\hat{X}_{N+k} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1(N + k)$$

Función de Autocorrelación (FAC).

La función de autocorrelación se define como:

$$\rho(h) = \frac{R(h)}{R(0)} \quad h = 0,1,2, \dots$$

Donde:

$$R(h) = E(X_t X_{t+h}) - \mu^2$$

como $|\rho(h)| \leq 1$, de acuerdo a la definición de covarianza $R(h) = Cov(X_t, X_{t+h})$
 $R(0) = Var(X_t) = \sigma^2$.

La representación gráfica de $\rho(h)$, denominada correlograma, permite confirmar la presencia de estacionalidad y determinar su período.

El realizar previsiones o proyecciones son admisibles, a partir del último tiempo de recogida de información, muestra si el error está correlacionado consigo mismo, es decir autocorrelacionado en lapsos diferentes, (anterior y posterior). Si todas las barras caen dentro de los intervalos de confianza, entonces no hay autocorrelaciones significativas en la serie de error. Si cualesquiera de las barras cruzan la línea negra entonces, existe autocorrelaciones significativas en la serie.

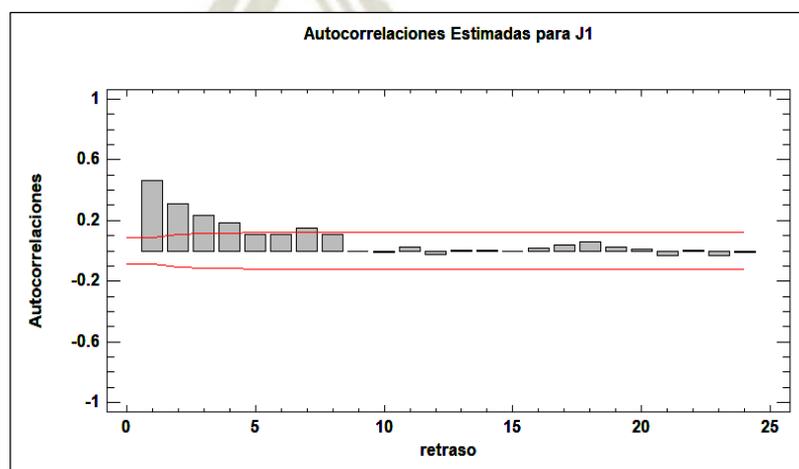


Figura N° 32. Correlograma del consumo de agua del día jueves de la primera semana (J1) en la urbanización Primavera, Yanahuara.

Fuente: Elaboración propia.

Estimación de la Función de Auto-Correlación.

De acuerdo a la definición de la función de autocorrelación tenemos que:

$$\rho(k) = \frac{E((X_t - \mu)(X_{t+k} - \mu))}{E(X_t - \mu)^2}$$

es posible estimar la función $\rho(k)$ por $\hat{\rho}(k)$ en el retardo k , por lo tanto:

$$\hat{\rho}(k) = \frac{\sum_{j=k+1}^N (X_j - \bar{X})(X_{j-k} - \bar{X})}{\sum_{j=1}^N (X_j - \bar{X})^2}$$

por simplicidad se denota $\rho_k = \rho(k)$.

Estimación de la Función de Auto-Covarianza.

Dada la definición de la función de auto-covarianza:

$$\gamma(k) = Cov(X_t, X_{t+k}) = E((X_t - \mu)(X_{t+k} - \mu)) = E(X_t X_{t+k}) - \mu^2$$

Es posible estimar la función $\gamma(k)$ por $\hat{\gamma}(k)$ en el retardo k , por lo tanto:

$$\hat{\gamma}_k = \hat{\gamma}(k) = \frac{1}{N} \sum_{j=k+1}^N (X_j - \bar{X})(X_{j-k} - \bar{X})$$

Por simplicidad se denota $\gamma_k = \gamma(k)$.

Para las mediciones de consumo de agua calentada por medio de calentadores solares en la urbanización Primavera, Yanahuara – Arequipa, observamos (Figura N° 32) que el correlograma nos indica que existe autocorrelación, por tanto, debemos realizar las pruebas de hipótesis que garanticen la existencia de autocorrelación, así como determinar el modelo ARMA que corresponde al modelo de consumo de agua. Para ello explicaremos primeramente los diferentes tipos de modelos ARMA.

1.2.3.5. Modelos Para Series de Tiempo Univariadas.

1.2.3.5.1. Modelos Autorregresivos.

Un modelo autorregresivo (AR del acrónimo en inglés *Auto Regressive*) es una representación de un tipo de proceso aleatorio, que describe ciertos procesos variables en el tiempo, el modelo autorregresivo especifica que la variable de salida depende linealmente de sus propios valores anteriores.

Los modelos estadísticos auto regresivos clásicos de Box and Jenkins son utilizados en problemas de predicción, y se analiza su aplicación en el sector energético.

Un proceso Autorregresivo de orden 1, se denota por AR(1) y se define como:

$$X_t = \phi X_{t-1} + \delta + \varepsilon_t$$

Donde:

ϕ y δ = Constantes

ε_i = Ruido blanco

Análogamente un proceso Autorregresivo de orden 2, se denota por AR(2) y se define como:

$$X_t = \delta + \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \varepsilon_t$$

En general un modelo autorregresivo de orden p se denota por AR(p) y se define como

$$X_t = \delta + \sum_{i=1}^p \phi_i X_{t-i} + \varepsilon_t$$

Análisis de los Modelos AR(p).

- Para un Modelo Autorregresivo de Orden 1, AR(1).

$$X_t = \delta + \phi_1 X_{t-1} + \varepsilon_t$$

tenemos que

$$X_t - \phi_1 X_{t-1} = \delta + \varepsilon_t$$

luego usando el operador de retardo $BX_t = X_{t-1}$:

$$X_t - \phi_1 BX_t = \delta + \varepsilon_t \quad (1 - \phi_1 B)X_t = \delta + \varepsilon_t$$

Obtenemos:

$$\phi(B)X_t = \delta + \varepsilon_t$$

así la solución de la ecuación es:

$$X_t = \phi^{-1}(B)(\delta + \varepsilon_t)$$

por otro lado, para hallar su media tenemos:

$$E(X_t) = E(\delta + \phi_1 X_{t-1} + \varepsilon_t) = E(\delta) + \phi_1 E(X_{t-1}) + E(\varepsilon_t)$$

como se supone que la serie es estacionaria $E(X_t) = E(X_{t-1}) = \mu$, también se cumple $E(\delta) = \delta$ y $E(\varepsilon_t) = 0$, se obtiene:

$$\mu = \delta + \phi_1 \mu$$

por tanto

$$\mu = \frac{\delta}{1 - \phi_1}$$

para hallar su varianza, tenemos que:

$$Var(X_t) = Var(\delta + \phi_1 X_{t-1} + \varepsilon_t)$$

y siendo δ es constante $Var(\delta) = 0$ y por las propiedades de la varianza tenemos:

$$Var(X_t) = \phi_1^2 Var(X_{t-1}) + Var(\varepsilon_t)$$

denotando $\gamma_0 = Var(X_t)$, y como la serie es estacionaria $Var(X_t) = Var(X_{t-1})$ con lo que obtenemos:

$$\gamma_0 = \phi_1^2 \gamma_0 + \sigma_\varepsilon^2 \quad \gamma_0 = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{1 - \phi_1^2}$$

con ello podemos calcular la función de auto-covarianza

$$\gamma_1 = E(X_t X_{t-1}) \quad \gamma_1 = \phi_1 \gamma_0$$

$$\gamma_2 = E(X_t X_{t-2}) \quad \gamma_2 = \phi_1^2 \gamma_0$$

$$\gamma_3 = E(X_t X_{t-3})$$

$$\gamma_3 = \phi_1^3 \gamma_0$$

así la función de auto-covarianza se expresa por:

$$\gamma_k = \phi_1^k \gamma_0$$

Por lo tanto, cuando $|\phi_1| < 1$ el proceso $AR(1)$ es estacionario, es decir su media y varianza no dependen del tiempo, dado que:

i. $E(X_t) = \mu = \frac{\delta}{1-\phi_1}$

ii. $Var(X_t) = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{1-\phi_1^2}$

iii. $Cov(X_t, X_{t-k}) = \phi_1^k \gamma_0, \quad \forall k \neq 0$

con ello podemos calcular la función de autocorrelación (FAC):

$$\rho_k = \rho(k) = \frac{E((X_t - \mu)(X_{t+k} - \mu))}{E(X_t - \mu)^2} = \frac{\gamma_k}{\gamma_0}$$

$$\rho_k = \frac{\phi_1^k \gamma_0}{\gamma_0}$$

de aquí la función de autocorrelación es:

$$\rho_k = \phi_1^k$$

como $|\phi_1| < 1$ la función de autocorrelación tiende a cero, con decaimiento exponencial cuando $0 < \phi_1 < 1$ y con signos alternados cuando $-1 < \phi_1 < 0$.

Función de Autocorrelación Parcial.

La función de autocorrelación parcial de una serie de tiempo está dada por la siguiente sucesión:

$$\phi_{11}, \phi_{22}, \phi_{33}, \dots, \phi_{jj},$$

donde cada uno de los valores de la sucesión es de orden j , es decir ϕ_{jj} se define como la interrelación entre X_t y X_{t-j} eliminando los efectos lineales de:

$$X_{t-1}, X_{t-2}, X_{t-3}, \dots, X_{t-(j-1)}$$

$$\phi_{jj} = \text{Corr}(X_t X_{t-j} \cdot X_{t-1} X_{t-2} X_{t-3} \dots X_{t-(j-1)})$$

El coeficiente de correlación del modelo $X_t = \delta + \phi_1 X_{t-1} + \varepsilon_t$ es equivalente al modelo:

$$X_t = \phi_0 + \phi_1 X_{t-1} + \varepsilon_t \Leftrightarrow X_t = \phi_0 + \phi_{11} X_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\phi_{11} = \text{Corr}(X_t X_{t-1}) = \rho_1$$

solamente la primera autocorrelación parcial es distinta de cero:

$$\phi_{11} = \rho_1 = \phi_1$$

y como

$$\phi_{jj} = \frac{\rho_j - \sum_{i=1}^{j-1} \phi_{j-1} \rho_{i-1}}{1 - \sum_{i=1}^{j-1} \phi_{j-1} \rho_i}$$

$$\phi_{22} = \frac{\rho_2 - \phi_1 \rho_1}{1 - \phi_1 \rho_1} = \frac{\phi_1^2 - \phi_1 \phi_1}{1 - \phi_1 \phi_1} = 0$$

en general $\phi_{jj} = 0$, para $j \geq 2$

Como ejemplo, tenemos que para el modelo $X_t = 0.7X_{t-1} + \varepsilon_t$

Tabla N° 11. Datos del modelo.

<i>t</i>	<i>FAC</i>	<i>FACP</i>
1	0.7000	0.7000
2	0.4900	0
3	0.3430	0
4	0.2401	0
5	0.1681	0
6	0.1176	0
7	0.0824	0
8	0.0576	0
9	0.0404	0
10	0.0282	0

Fuente: Elaboración propia.

Función de autocorrelación (FAC)

$$\phi_1 = 0.7$$

$$\rho_k = 0.7^k$$

Función de autocorrelación parcial (FACP)

$$\phi_{jj} = \begin{cases} \phi_1 & \text{si } j = 1 \\ 0 & \text{si } j > 1 \end{cases}$$

$$\phi_{jj} = \begin{cases} 0.7 & \text{si } j = 1 \\ 0 & \text{si } j > 1 \end{cases}$$

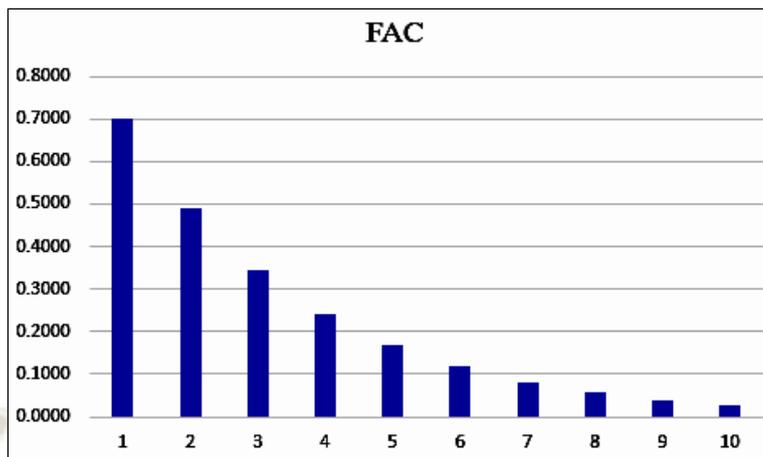


Figura N° 33. Grafica de la función de autocorrelación para el modelo $X_t = 0.7X_{t-1} + \varepsilon_t$.
Fuente: Elaboración propia.

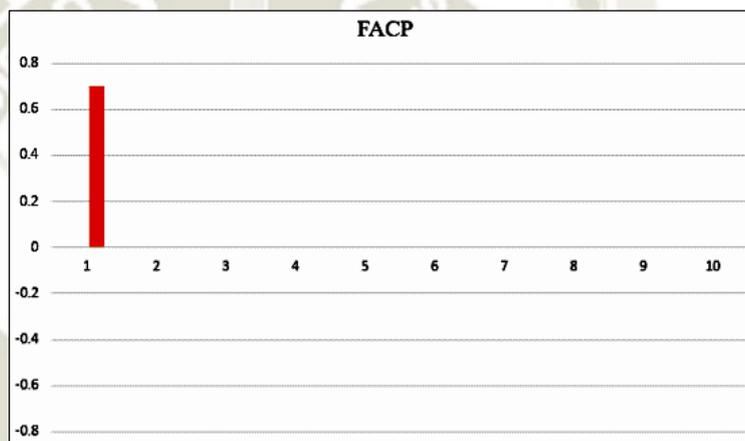


Figura N° 34. Grafica de la función de autocorrelación parcial para el modelo $X_t = 0.7X_{t-1} + \varepsilon_t$.
Fuente: Elaboración propia.

Como siguiente ejemplo tendríamos que para el modelo $X_t = -0.7X_{t-1} + \varepsilon_t$

Tabla N° 12. Datos del modelo.

t	FAC	$FACP$
1	-0.7000	-0.7000
2	0.4900	0
3	-0.3430	0
4	0.2401	0
5	-0.1681	0
6	0.1176	0
7	-0.0824	0
8	0.0576	0
9	-0.0404	0
10	0.0282	0

Fuente: Elaboración propia.

Función de autocorrelación (FAC)

$$\phi_1 = -0.7$$

$$\rho_k = (-0.7)^k$$

Función de autocorrelación parcial (FACP)

$$\phi_{jj} = \begin{cases} \phi_1 & \text{si } j = 1 \\ 0 & \text{si } j > 1 \end{cases}$$

$$\phi_{jj} = \begin{cases} -0.7 & \text{si } j = 1 \\ 0 & \text{si } j > 1 \end{cases}$$

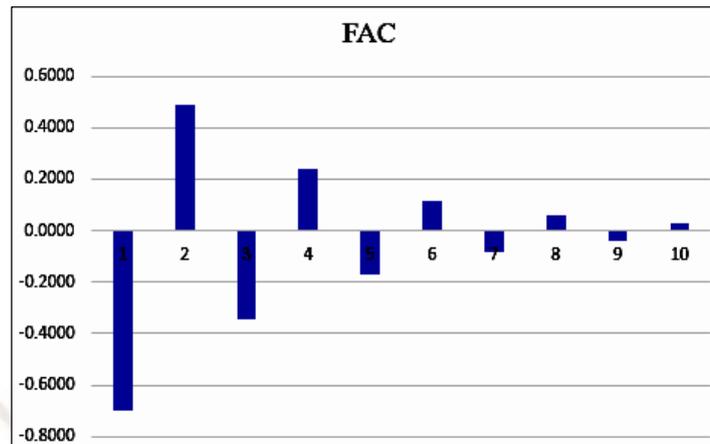


Figura N° 35. Grafica de la función de autocorrelación para el modelo $X_t = -0.7X_{t-1} + \varepsilon_t$.
Fuente: Elaboración propia.

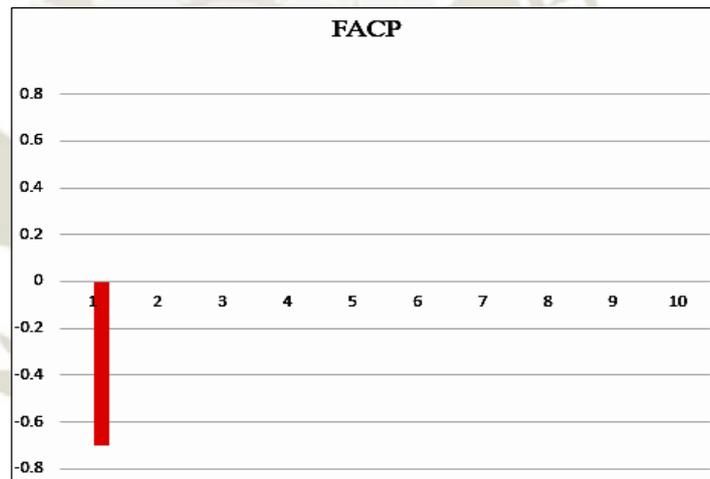


Figura N° 36. Grafica de la función de autocorrelación parcial para el modelo $X_t = -0.7X_{t-1} + \varepsilon_t$.
Fuente: Elaboración propia.

Si consideramos el modelo $X_t = 2 + 0.5X_{t-1} + \varepsilon_t$

suponiendo que $X_0 = 50$, tenemos que:

Tabla N° 13. Resultados obtenidos para el modelo $X_t = 2 + 0.5X_{t-1} + \varepsilon_t$ con $X_0 = 50$.

t	Xt	Xt-media	(Xt-media)^2	Xt-1-media	XtXt-1	Xt-2-media	XtXt-2	Xt-3-media	XtXt-3	Xt-4-media	XtXt-4	Xt-5-media	XtXt-5
1	27.000000	20.125044	405.017391	8.625044	173.579386	2.875044	57.860384	0.000044	0.000883	-1.437456	-28.928868	-2.156206	-43.393743
2	15.500000	8.625044	74.391382	2.875044	24.797379	0.000044	0.000378	-1.437456	-12.398122	-2.156206	-18.597372	-2.515581	-21.696998
3	9.750000	2.875044	8.265877	0.000044	0.000126	-1.437456	-4.132749	-2.156206	-6.199187	-2.515581	-7.232406	-2.695269	-7.749016
4	6.875000	0.000044	0.000000	-1.437456	-0.000063	-2.156206	-0.000095	-2.515581	-0.000110	-2.695269	-0.000118	-2.785112	-0.000122
5	5.437500	-1.437456	2.066280	-2.156206	3.099452	-2.515581	3.616038	-2.695269	3.874330	-2.785112	4.003477	-2.830034	4.068050
6	4.718750	-2.156206	4.649225	-2.515581	5.424111	-2.695269	5.811555	-2.785112	6.005276	-2.830034	6.102137	-2.852495	6.150568
7	4.359375	-2.515581	6.328148	-2.695269	6.780167	-2.785112	7.006176	-2.830034	7.119181	-2.852495	7.175683	-2.863726	7.203934
8	4.179688	-2.695269	7.264473	-2.785112	7.506626	-2.830034	7.627703	-2.852495	7.688241	-2.863726	7.718510	-2.869341	7.733645
9	4.089844	-2.785112	7.756851	-2.830034	7.881963	-2.852495	7.944520	-2.863726	7.975798	-2.869341	7.991437	-2.872149	7.999256
10	4.044922	-2.830034	8.009094	-2.852495	8.072659	-2.863726	8.104442	-2.869341	8.120333	-2.872149	8.128279	-2.873552	8.132252
11	4.022461	-2.852495	8.136729	-2.863726	8.168764	-2.869341	8.184781	-2.872149	8.192790	-2.873552	8.196794	-2.874254	8.198796
12	4.011230	-2.863726	8.200925	-2.869341	8.217005	-2.872149	8.225045	-2.873552	8.229066	-2.874254	8.231076		
13	4.005615	-2.869341	8.233117	-2.872149	8.241173	-2.873552	8.245201	-2.874254	8.247215				
14	4.002808	-2.872149	8.249237	-2.873552	8.253269	-2.874254	8.255285						
15	4.001404	-2.873552	8.257303	-2.874254	8.259320								
16	4.000702	-2.874254	8.261337										
media	6.874956	suma	573.087369		278.281338		126.748663		46.855693		2.788628		-23.353378
FAC	0.485583				0.221168				0.081760		0.004866		-0.040750

Fuente: Elaboración propia.

$$\hat{\rho}(k) = \frac{\sum_{j=k+1}^N (X_j - \bar{X})(X_{j-k} - \bar{X})}{\sum_{j=1}^N (X_j - \bar{X})^2}$$

$$\hat{\rho}(1) = \frac{\sum_{j=2}^{16} (X_j - 6.874956)(X_{j-1} - 6.874956)}{\sum_{j=1}^{16} (X_j - 6.874956)^2} = \frac{278.281338}{573.087369} = 0.485583$$

$$\hat{\rho}(2) = \frac{\sum_{j=3}^{16} (X_j - 6.874956)(X_{j-2} - 6.874956)}{\sum_{j=1}^{16} (X_j - 6.874956)^2} = \frac{126.748663}{573.087369} = 0.221168$$

Para resolver el modelo

$$X_t = 2 + 0.5X_{t-1} + \varepsilon_t$$

Tenemos:

$$X_t - 0.5X_{t-1} = 2 + \varepsilon_t$$

$$(1 - 0.5B)X_t = 2 + \varepsilon_t$$

$$\phi(B) = 1 - 0.5B$$

Usando el programa estadístico Statgraphics, obtenemos:

Tabla N° 14. Autocorrelaciones estimadas para X_t .

<i>Retraso</i>	<i>Autocorrelación</i>	<i>Error Estd.</i>	<i>Límite en 95.0%</i>	
			<i>Inferior</i>	<i>Superior</i>
1	0.485583	0.25	-0.489992	0.489992
2	0.221168	0.303272	-0.594403	0.594403
3	0.0817606	0.31319	-0.613843	0.613843
4	0.00486701	0.314522	-0.616452	0.616452
5	-0.040748	0.314526	-0.616462	0.616462

Fuente: Elaboración propia.

El StatAdvisor

Esta tabla muestra las autocorrelaciones estimadas entre los valores de X_t a diferentes retrasos. El coeficiente de autocorrelación con retraso k mide la correlación entre los valores de X_t al tiempo t y al tiempo $t-k$. También se muestran límites de probabilidad del 95.0% alrededor de 0. Si los límites de probabilidad a un retraso particular no contienen el coeficiente estimado, hay una correlación estadísticamente significativa a ese retraso al nivel de confianza del 95.0%. En este caso, ninguno de los 24 coeficientes de autocorrelación son estadísticamente significativos, implicando que la serie de tiempo bien puede ser completamente aleatoria (ruido blanco). Puede graficar los coeficientes de autocorrelación seleccionando Función de Autocorrelación de la lista de Opciones Gráficas.

Tabla N° 15. Autocorrelaciones parciales estimadas para X_t .

<i>Retraso</i>	<i>Parcial Autocorrelación</i>	<i>Error Estd.</i>	<i>Límite en 95.0%</i>	
			<i>Inferior</i>	<i>Superior</i>
1	0.485583	0.25	-0.489992	0.489992
2	-0.0191339	0.25	-0.489992	0.489992
3	-0.0240843	0.25	-0.489992	0.489992
4	-0.0291633	0.25	-0.489992	0.489992
5	-0.0344043	0.25	-0.489992	0.489992

Fuente: Elaboración propia.

El StatAdvisor

Esta tabla muestra las autocorrelaciones parciales estimadas entre valores de X_t a diferentes retrasos. El coeficiente de autocorrelación parcial del retraso k mide la correlación entre valores de X_t al tiempo t y al tiempo $t+k$, habiendo descontado para las correlaciones a todos los retrasos menores. Se puede utilizar para juzgar el orden del modelo autoregresivo necesario para ajustar los datos. También se muestran los límites de probabilidad del 95.0% alrededor de 0. Si los límites de probabilidad a un retraso particular no contiene el coeficiente estimado, existe una correlación estadísticamente significativa a ese retraso con un 95.0% de nivel de confianza. En este caso, ninguno de los 24 coeficientes de autocorrelación parcial es estadísticamente significativas con un 95.0% de nivel de confianza. Pueden trazarse los coeficientes de autocorrelación parcial seleccionando Función de Autocorrelación Parcial de la lista de Opciones Gráficas.

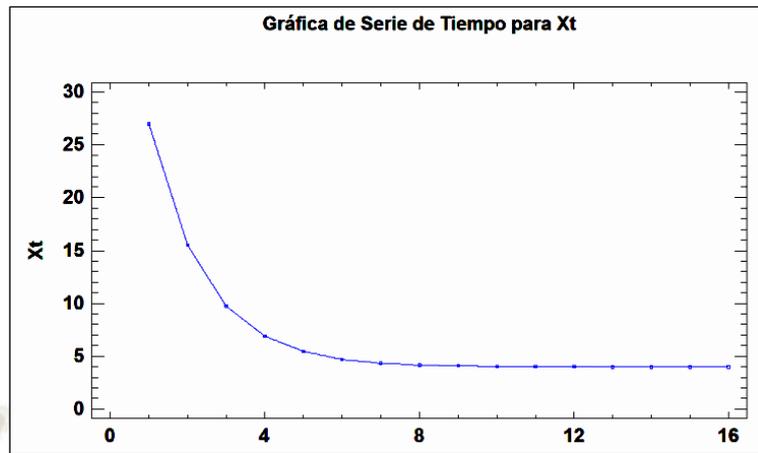


Figura N° 37. Grafica del modelo $X_t = 2 + 0.5X_{t-1} + \varepsilon_t$.
Fuente: Elaboración propia.

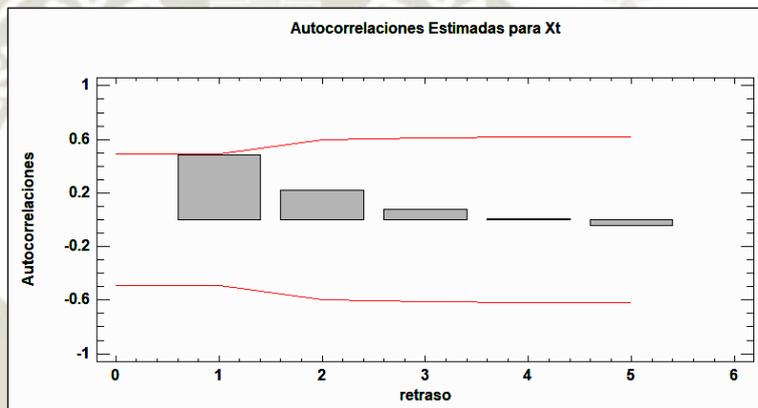


Figura N° 38. Grafica de la función de autocorrelacion para el modelo $X_t = 2 + 0.5X_{t-1} + \varepsilon_t$.
Fuente: Elaboración propia.

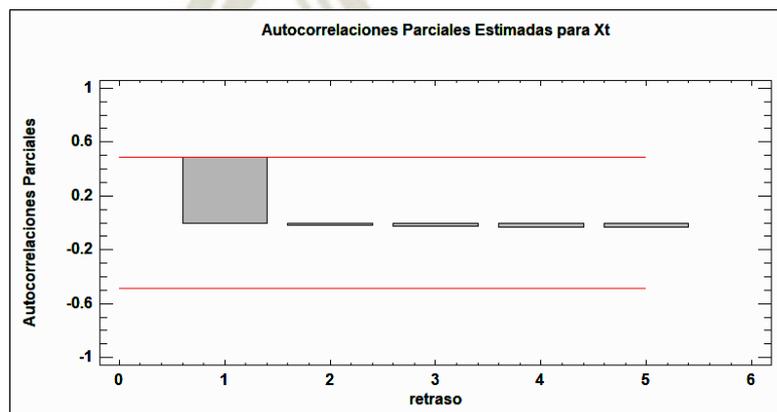


Figura N° 39. Grafica de la función de autocorrelación parcial para el modelo $X_t = 2 + 0.5X_{t-1} + \varepsilon_t$.
Fuente: Elaboración propia.

La característica más importante de una serie de tiempo modelada por un proceso $AR(1)$ es que la función que modela la autocorrelación decrece exponencialmente mientras que la función de autocorrelación parcial presenta solamente un valor distinto de cero

- Para un modelo autorregresivo de orden 2, $AR(2)$

$$X_t = \delta + \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \varepsilon_t$$

tenemos que:

$$X_t - \phi_1 X_{t-1} - \phi_2 X_{t-2} = \delta + \varepsilon_t$$

usando el operador de retardo $BX_t = X_{t-1}$ que implica $B^2 X_t = X_{t-2}$

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2)X_t = \delta + \varepsilon_t$$

obtenemos

$$\phi(B)X_t = \delta + \varepsilon_t$$

Por tanto

$$X_t = \phi^{-1}(B)(\delta + \varepsilon_t)$$

Análogamente del modelo $AR(1)$ obtenemos

$$\mu = \frac{\delta}{1 - \phi_1 - \phi_2}$$

El coeficiente de autocorrelación parcial en el retardo k , denotado por ϕ_{kk} , es la correlación simple entre X_t y X_{t-k} después de extraer la influencia de los retardos intermedios.

Para el caso de la serie $X_t = \delta + \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \varepsilon_t$

$$X_t = \phi_0 + \phi_{11} X_{t-1} + \phi_{22} X_{t-2} + \varepsilon_t$$

$$\phi_{22} = \text{Corr}(X_t X_{t-2} \cdot X_{t-1}) = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & \rho_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 \end{vmatrix}}$$

Esta forma reducida de expresar ϕ_{22} proviene del sistema de ecuaciones de Yule Walker

$$\begin{cases} \gamma_0 = \phi_1\gamma_1 + \phi_2\gamma_2 + \sigma_\varepsilon^2 \\ \gamma_1 = \phi_1\gamma_0 + \phi_2\gamma_1 \\ \gamma_2 = \phi_1\gamma_1 + \phi_2\gamma_0 \end{cases}$$

dado que

$$\gamma_0 = E(X_t X_t) = \phi_1 E(X_{t-1} X_t) + \phi_2 E(X_{t-2} X_t) + E(\varepsilon_t X_t)$$

análogamente

$$\gamma_1 = E(X_t X_{t-1}) = \phi_1 E(X_{t-1} X_{t-1}) + \phi_2 E(X_{t-2} X_{t-1}) + E(\varepsilon_t X_{t-1})$$

$$\gamma_2 = E(X_t X_{t-2}) = \phi_1 E(X_{t-1} X_{t-2}) + \phi_2 E(X_{t-2} X_{t-2}) + E(\varepsilon_t X_{t-2})$$

si dividimos a las ecuaciones del sistema entre γ_0 obtenemos:

$$\begin{cases} \rho_1 = \phi_1 + \phi_2 \rho_1 \\ \rho_2 = \phi_1 \rho_1 + \phi_2 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix}$$

El cálculo de las autocorrelaciones parciales puede basarse en el modelo de regresión múltiple, en desviaciones respecto a las medias poblacionales.

Estas funciones nos permiten analizar patrones de comportamiento que determinan si existe un proceso autorregresivo así como su orden.

Por ejemplo, para la serie de tiempo:

$$X_t = 0.6X_{t-1} + 0.3X_{t-2} + \varepsilon_t$$

Se obtiene que:

Tabla N° 16. Datos obtenidos para el modelo.

t	FAC	FACP
1	0.857	0.857
2	0.814	0.300
3	0.746	0.000
4	0.692	0.000
5	0.639	0.000
6	0.591	0.000
7	0.546	0.000
8	0.505	0.000
9	0.467	0.000
10	0.431	0.000

Fuente: Elaboración propia.

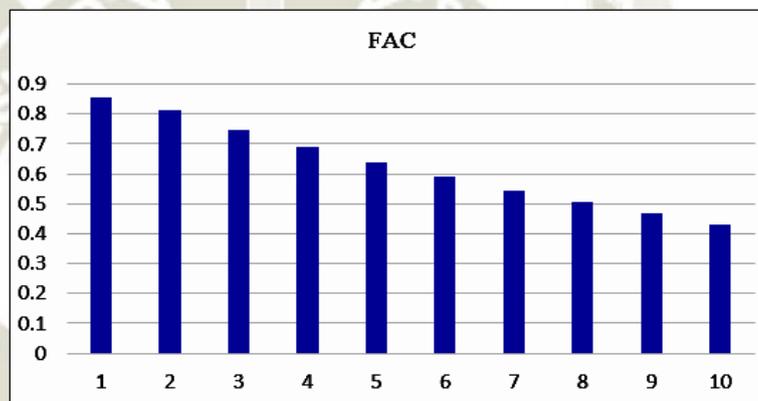


Figura N° 40. Grafica de la función de autocorrelación para el modelo $X_t = 0.6X_{t-1} + 0.3X_{t-2} + \varepsilon_t$.

Fuente: Elaboración propia.

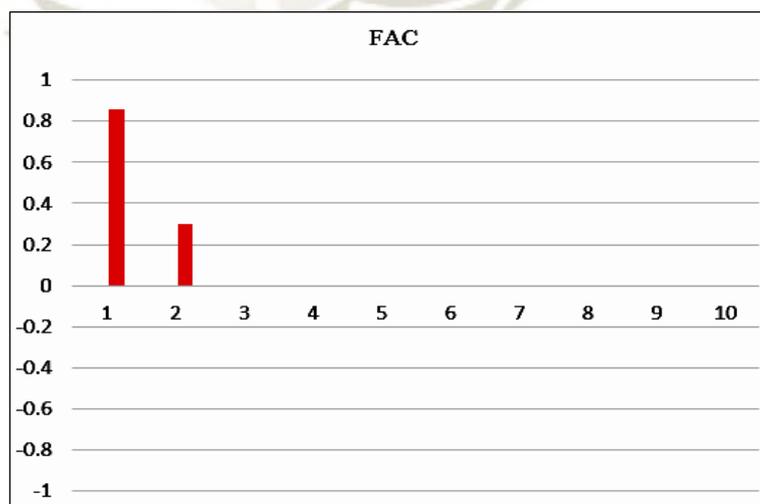


Figura N° 41. Grafica de la función de autocorrelación parcial para el modelo $X_t = 0.6X_{t-1} + 0.3X_{t-2} + \varepsilon_t$.

Fuente: Elaboración propia.

La característica más importante de una serie de tiempo modelada por un proceso $AR(2)$ es que la función que modela la autocorrelación decrece a partir del segundo valor, mientras que la función de autocorrelación parcial presenta solamente los dos primeros términos con valor distinto de cero.

- Para un modelo autorregresivo de orden p , $AR(p)$

$$X_t = \delta + \sum_{i=1}^p \phi_i X_{t-i} + \varepsilon_t$$

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p) X_t = \delta + \varepsilon_t$$

$$\phi(B) X_t = \delta + \varepsilon_t$$

$$\mu = \frac{\delta}{1 - \phi_1 - \phi_2 - \dots - \phi_p}$$

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0}$$

$$\gamma_0 = \phi_1 \gamma_1 + \phi_2 \gamma_2 + \dots + \phi_p \gamma_p + \sigma_\varepsilon^2$$

$$\gamma_k = \phi_1 \gamma_{k-1} + \phi_2 \gamma_{k-2} + \dots + \phi_p \gamma_{k-p} \quad k = 1, \dots, p$$

dividiendo entre γ_0 obtenemos:

$$\rho_k = \phi_1 \rho_{k-1} + \phi_2 \rho_{k-2} + \dots + \phi_p \rho_{k-p} \quad k = 1, \dots, p$$

que es equivalente a:

$$\begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \vdots \\ \rho_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_0 & \rho_1 & \dots & \rho_{k-1} \\ \rho_1 & \rho_0 & \dots & \rho_{k-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \dots & \rho_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \vdots \\ \phi_k \end{bmatrix}$$

1.2.3.5.2. Modelos de Medias Móviles.

Un modelo de media móvil (MA del acrónimo en inglés *Moving Average*) es una aproximación común para una serie de tiempo univariada. El modelo de medias

móviles es esencialmente un filtro de respuesta de impulso finito aplicado a ruido blanco.

Un proceso estocástico de medias móviles de orden 1, se denota por MA(1), y se define como:

$$X_t = \delta + \varepsilon_t + \theta\varepsilon_{t-1}$$

$$X_t = \delta + (1 + \theta_1 B)\varepsilon_t$$

$$X_t = \delta + \theta(B)\varepsilon_t$$

Un proceso estocástico de medias móviles de orden 2, se denota por MA(2), y se define como:

$$X_t = \delta + \varepsilon_t + \theta_1\varepsilon_{t-1} + \theta_2\varepsilon_{t-2}$$

$$X_t = \delta + (1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2)\varepsilon_t$$

$$X_t = \delta + \theta(B)\varepsilon_t$$

En general un modelo de media móvil de orden q se denota por MA(q) y se define como:

$$X_t = \delta + \varepsilon_t + \sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon_{t-i}$$

$$X_t = \delta + (1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2 + \dots + \theta_q B^q)\varepsilon_t$$

$$X_t = \delta + \theta(B)\varepsilon_t$$

$$\mu = \delta$$

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0}$$

La característica de una serie de tiempo modelada por un proceso MA(1) es que la función de autocorrelación presenta solamente un valor distinto de cero mientras que la función de autocorrelación parcial decrece exponencialmente.

Para un proceso $MA(2)$ la característica principal es que la función de autocorrelación presenta solamente sus dos primeros valores distintos de cero mientras que la función de autocorrelación parcial decrece exponencialmente partir del segundo valor.

Como ejemplo, para la serie de tiempo:

$$X_t = \varepsilon_t + 0.3\varepsilon_{t-1} - 0.4\varepsilon_{t-2}$$

Se obtiene que

Tabla N° 17. Datos obtenidos para el modelo.

t	FAC	FACP
1	0.144	0.144
2	-0.320	-0.347
3	0.000	0.13
4	0.000	-0.163
5	0.000	0.094
6	0.000	-0.076
7	0.000	0.063
8	0.000	-0.054
9	0.000	0.041
10	0.000	-0.034

Fuente: Elaboración propia.

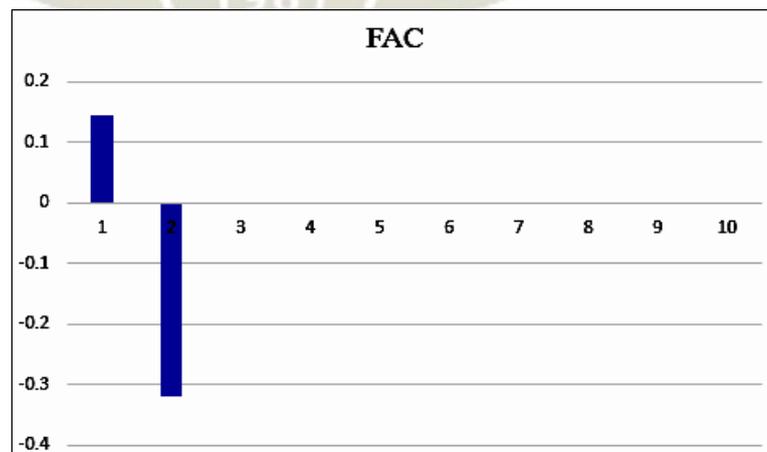


Figura N° 42. Grafica de la función de autocorrelación para el modelo $X_t = \varepsilon_t + 0.3\varepsilon_{t-1} - 0.4\varepsilon_{t-2}$.

Fuente: Elaboración propia.

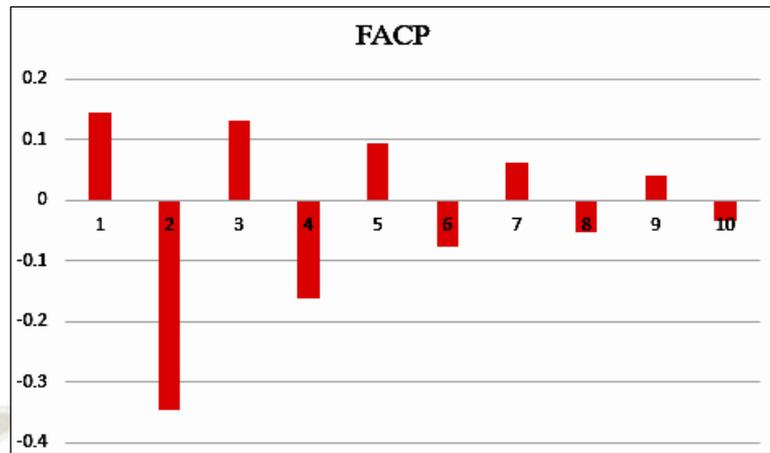


Figura N° 43. Grafica de la función de autocorrelación parcial para el modelo $X_t = \varepsilon_t + 0.3\varepsilon_{t-1} - 0.4\varepsilon_{t-2}$.
Fuente: Elaboración propia.

1.2.3.5.3. Modelos ARMA.

Los modelos de series de tiempo anteriores son procesos estocásticos con estructura autorregresiva “pura”, o estructura de medias móviles “pura”, sin embargo las representaciones de algunos modelos tienen componentes autorregresivas, así como también componentes de media móvil, a estos modelos se les denomina ARMA(p, q), esto significa que la serie temporal denotada por X_t depende de un valor constante, linealmente de valores pasados de la misma variable y linealmente de la ponderación de los errores de ajuste en el pasado.

Estos modelos se definen como:

$$X_t = \delta + \sum_{i=1}^p \phi_i X_{t-i} + \sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon_{t-i} + \varepsilon_t$$

también se puede escribir de la siguiente forma:

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p) X_t = \delta + (1 + \theta_1 B + \theta_1 B^2 + \dots + \theta_1 B^q) \varepsilon_t$$

$$\phi(B) X_t = \delta + \theta(B) \varepsilon_t$$

$$X_t = \frac{\delta}{1 - \phi_1 - \phi_2 - \dots - \phi_p} + \psi(B) \varepsilon_t$$

Donde:

$$\psi(B) = \frac{\theta(B)}{\phi(B)}$$

se analiza el comportamiento y tendencias de los datos, evaluando si existen comportamientos estacionarios dentro de la serie de tiempo, para lo cual se utilizará un software estadístico, que permitirá realizar un análisis gráfico, así como realizar pronósticos.

La importancia del uso de estas técnicas estadísticas se encuentra en que se propondrá realizar el pronóstico del uso de energía solar mediante modelos autorregresivos con media móvil ARMA.

Los parámetros $\phi_{11}, \phi_{22}, \phi_{33}, \dots, \phi_{pp}$ pueden obtenerse a partir de las ecuaciones de Yule Walker:

$$\phi_{11} = \rho_1$$

$$\phi_{22} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & \rho_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 \end{vmatrix}}$$

$$\phi_{33} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 \\ \rho_1 & 1 & \rho_2 \\ \rho_2 & \rho_1 & \rho_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 \end{vmatrix}}$$

$$\phi_{pp} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \dots & \rho_{p-2} & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \dots & \rho_{p-3} & \rho_2 \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 & \dots & \rho_{p-4} & \rho_3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \rho_{p-1} & \rho_{p-2} & \rho_{p-3} & \dots & \rho_1 & \rho_p \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \dots & \rho_{p-2} & \rho_{p-1} \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \dots & \rho_{p-3} & \rho_{p-2} \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 & \dots & \rho_{p-4} & \rho_{p-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \rho_{p-1} & \rho_{p-2} & \rho_{p-3} & \dots & \rho_1 & 1 \end{vmatrix}}$$

Por ejemplo, para la serie de tiempo:

$$X_t = 0.7X_{t-1} + \varepsilon_t + 0.3\varepsilon_{t-1}$$

Se obtiene que

Tabla N° 18. Datos del modelo.

t	FAC	FACP
1	0.802	0.802
2	0.561	-0.225
3	0.393	0.067
4	0.275	-0.010
5	0.192	0.005
6	0.135	-0.002
7	0.094	0.004
8	0.066	-0.002
9	0.046	0.003
10	0.032	-0.001

Fuente: Elaboración propia.

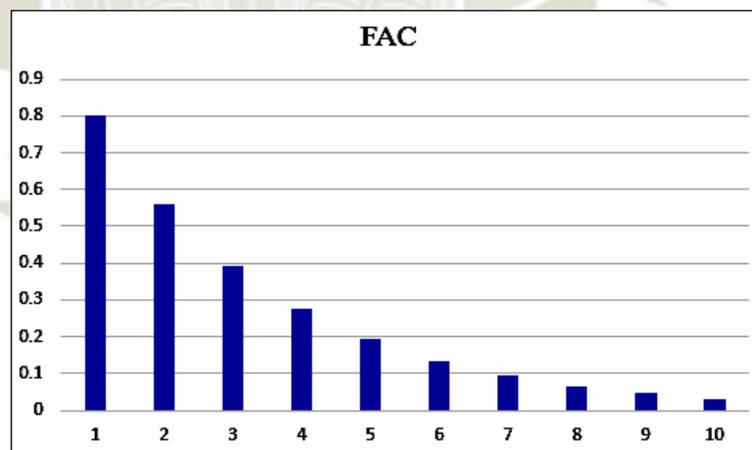


Figura N° 44. Grafica de la función de autocorrelación para el modelo $X_t = 0.7X_{t-1} + \varepsilon_t + 0.3\varepsilon_{t-1}$.

Fuente: Elaboración propia.

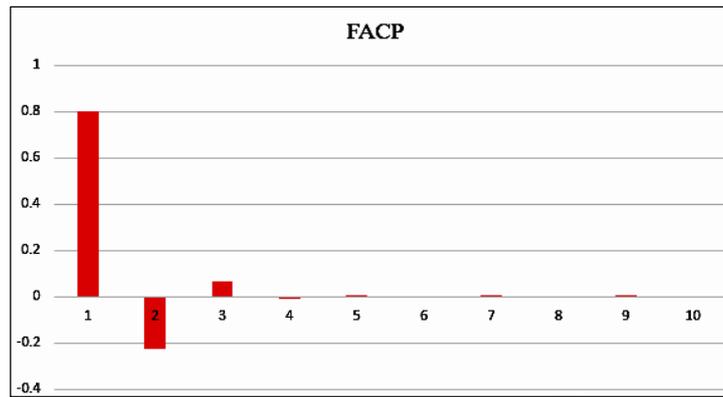


Figura N° 45. Grafica de la función de autocorrelación parcial para el modelo $X_t = 0.7X_{t-1} + \varepsilon_t + 0.3\varepsilon_{t-1}$.

Fuente: Elaboración propia

La característica de una serie de tiempo modelada por un proceso $ARMA(1,1)$ es que la función de autocorrelación presenta valores que decrecen de forma exponencial, mientras que la función de autocorrelación parcial decrece exponencialmente a partir del primer valor.

CAPITULO III

METODOLOGÍA

1. MEDICIÓN DE VOLUMEN DE AGUA CALIENTE SANITARIA.

En el presente punto, se realiza una descripción de la metodología seguida en la adquisición de datos referente al consumo ACS producida por calentadores solares en viviendas familiares.

La lectura del consumo de ACS se realizó en el sector de Umacollo del distrito de Yanahuara el cual cuenta con 7205 viviendas tal como lo muestra la Tabla N° 19. La instalación del medidor y la toma de lectura fue realizada por personal capacitado quienes tomaron en cuenta los requerimientos establecidos por la Norma Metrológica Peruana.

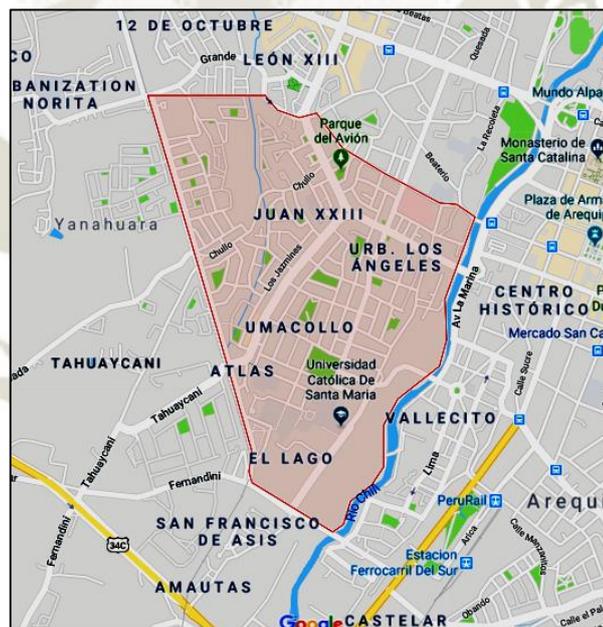


Figura N° 46. Sector de Umacollo en el distrito de Yanahuara.

Fuente: Google Maps.

Umacollo es un sector mayoritariamente residencial, por tal motivo la toma de datos respecto del consumo de ACS se realizó en viviendas familiares que contaran con la instalación de calentadores solares.

Tabla N° 19. Viviendas con personas presentes en zonas urbanas por distrito.

Distrito	Número de Viviendas
Arequipa	14 253
Cayma	24 581
Cerro colorado	58 152
Yanahuara	7 205
Paucarpata	29 805
Socabaya	17 613

Fuente: Censo 2017 INEI.

1.1. Medidor de Agua Caliente Sanitaria.

Para la medición del consumo de ACS se han utilizado medidores de la marca Atlantic Fid U.S.A. (Figura N° 47) con conexión de ½ pulgada. Estos medidores cumplen con las especificaciones de construcción y conexión requeridas por La Norma Metrológica Peruana y la normativa ISO 4064.



Figura N° 47. Medidor Atlanti Fid USA.
Fuente: Importaciones Atlantic Fid SAC.

Las especificaciones técnicas del medidor se muestran en las Tablas N° 20 y 21

Tabla N° 20. Parámetros técnicos del medidor de agua.

Meter size Dia DN(mm)	Class	Qs Overload Flow	Qp Nominal Flow	Qt Transitiona l Flow	Qmin Min Flow	Min Reading	Max Reading
		m3/h		l/h		m3	
13	A	3	1.5	150	60	0.0001	99999
	B			120	30		
20	A	5	2.5	250	100	0.0001	99999
	B			200	50		
25	A	7	3.5	350	140	0.0001	99999
	B			280	70		

Fuente: Importaciones Atlantic Fid SA.

Tabla N° 21. Dimensiones, peso y condiciones de trabajo del medidor de agua.

Meter size Dia DN(mm)	L length	B Width	H Height	Connecting Thread D	Weight(kg)
	mm				
13	110	80	80	G3/4"B	0.7
20	130	80	80	G1"B	0.95
25	160	80	93	G1 3/4"B	1.4

Working condition.

Water temperature: $\leq 50^{\circ}\text{C}$ for cold water meter

Water temperature: $\leq 90^{\circ}\text{C}$ for hot water meter

Working pressure: $\leq 1.6\text{Mpa}$

Fuente: Importaciones Atlantic Fid SA.

1.2. Herramientas y Materiales Para la Instalación.

Para la correcta instalación de los medidores en cada una de las residencias familiares se hizo uso de las herramientas detalladas en la Tabla N° 22.

Tabla N° 22. Herramientas utilizadas en la instalación de medidores.

HERRAMIENTAS	
Tarraja	
Cortador de Tubos	
Arco de Sierra	
Alicata de Presión	
Llave Stilson	

Fuente: Elaboración propia.

De igual forma, los materiales utilizados para la instalación de los medidores, se detallan en la Tabla N° 23.

Tabla N° 23. Materiales utilizados en la instalación de medidores.

MATERIALES	
Cinta Teflón	
Formador de Empaquetaduras	
Llave de Paso de Agua	
Unión Universal	

Fuente: Elaboración propia.

1.3. Procedimiento de Instalación.

Los pasos seguidos en la instalación de los medidores de ACS en las diversas viviendas familiares fue el siguiente:

Paso 1: Identificación del tubo de salida de agua caliente procedente del tanque del calentador solar ya que en este se realizará la instalación del medidor.

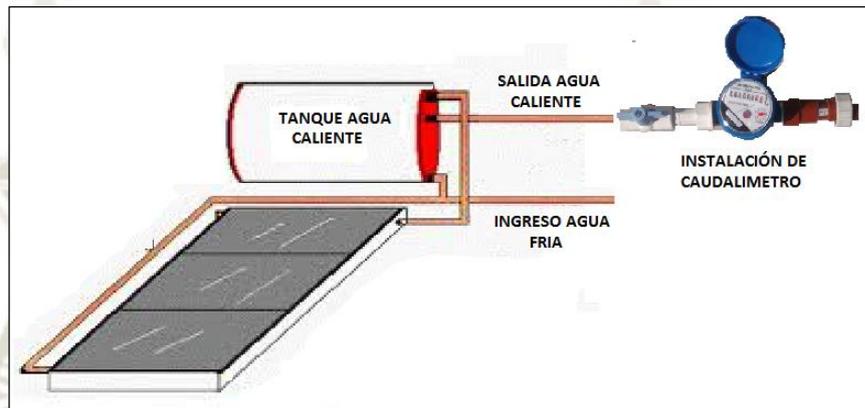


Figura N° 48. Esquema de instalación del medidor.
Fuente: Elaboración propia.

Paso 2: Cierre de las llaves de paso de agua del calentador solar con la finalidad de restringir el flujo de agua y poder realizar la instalación.



Figura N° 49. Cierre de llaves de paso.
Fuente: Elaboración propia.

Paso 3: Corte de un tramo de tubería de aproximadamente 300 mm con la finalidad de adaptar el medidor y sus accesorios. Para determinar el lugar de corte, se tuvo en cuenta las restricciones de La Norma Metrológica Peruana detalladas en las Tablas N° 6 y 7.

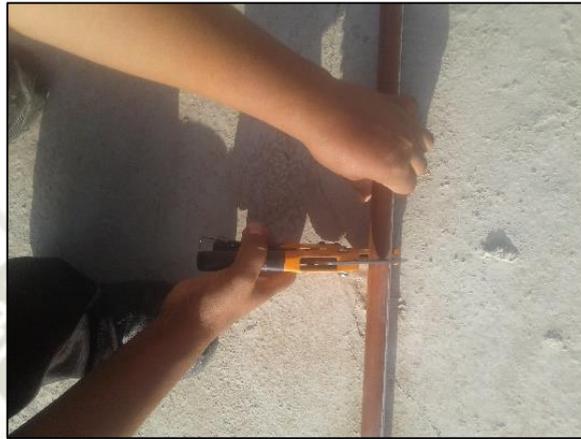


Figura N° 50. Corte de tubería.
Fuente: Elaboración propia.

Paso 4: Confección de roscas en ambos lados del tubo cortado con la finalidad de instalar la unión universal y la llave de paso.



Figura N° 51. Confección de roscas.
Fuente: Elaboración propia.

Paso 5: Cubrir con teflón la parte roscada y aplicar formador de empaquetaduras.

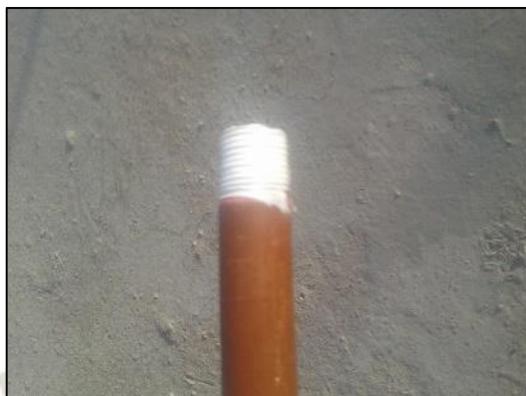


Figura N° 52. Aplicación de teflón y formador de empaquetaduras.
Fuente: Elaboración propia.

Paso 6: Roscar la unión universal y la llave de paso para luego ser ajustadas con la llave Stilson logrando la unión adecuada del medidor.



Figura N° 53. Roscado y ajuste de accesorios.
Fuente: Elaboración propia.

Paso 7: Apertura de llave de paso y verificación de la no existencia de fugas.



Figura N° 54. Verificación de no existencia de fugas.
Fuente: Elaboración propia.

Paso 8: Toma de lectura diaria del consumo de ACS por un lapso de dos semanas para su posterior registro en una base de datos adecuada.

ENCUESTA DE CONSUMO DE AGUA CALIENTE POR FAMILIA																			
LOCALIZACION					Consumo Promedio de Agua (Ultimos 3 meses)			m ³	s/										
CAPACIDAD DE TERMA (LITROS)					Consumo Promedio de Electricidad (Ultimos 3 meses)			kWh	s/										
TIPO DE TERMA		Solar		Eléctrica															
ENCUESTADOR																			
Habitante	Sexo	Edad	Uso	CONSUMO DE AGUA CALIENTE EN LITROS														TOTAL [Lts]	
				SEMANA 1							SEMANA 2								
				L	M	M	J	V	S	D	L	M	M	J	V	S	D		
1			D																0
			M																0
			R																0
			P																0
2			D																0
			M																0
			R																0
			P																0
3			D																0
			M																0
			R																0
			P																0
4			D																0
			M																0
			R																0
			P																0
5			D																0
			M																0
			R																0
			P																0
6			D																0
			M																0
			R																0
			P																0
7			D																0
			M																0
			R																0
			P																0
														TOTAL	0				

Figura N° 55. Formato propuesto para la adquisición de datos sobre el consumo de ACS.
Fuente: Elaboración propia.

2. ANÁLISIS ESTADÍSTICO.

Los consumos de agua caliente sanitaria de casas unifamiliares equipadas con termas de energía solar, se pueden modelar para entender y pronosticar las necesidades diarias de los habitantes, así como para optimizar el costo de la energía calentando solo el volumen de ACS necesaria. Un modelo de serie temporal adaptativo adecuado es el modelo ARMA, (Baio, 2018).

La Metodología de Box-Jenkins, nombrada así en honor a los estadísticos George E. P. Box y Gwilym Jenkins, se utiliza en el análisis de series de tiempo aplicada a los modelos autorregresivos de media móvil ARMA o a los modelos autorregresivos integrados de media móvil (ARIMA) con el objetivo de encontrar el mejor ajuste de una serie temporal de valores, para realizar pronósticos con el menor error posible.



George E. P. Box

Gwilym M. Jenkins

Figura N° 56. Imágenes de George E.P. Box y Gwilym M. Jenkins.

Fuente: Time Series Analysis Forecasting and Control.

Los modelos estadísticos de Box - Jenkins tienen en cuenta la dependencia entre los datos, cada observación depende de los valores anteriores. Estos modelos permiten examinar el modelo más adecuado a largo plazo, para lo cual se analizan los errores respecto a los pronósticos.

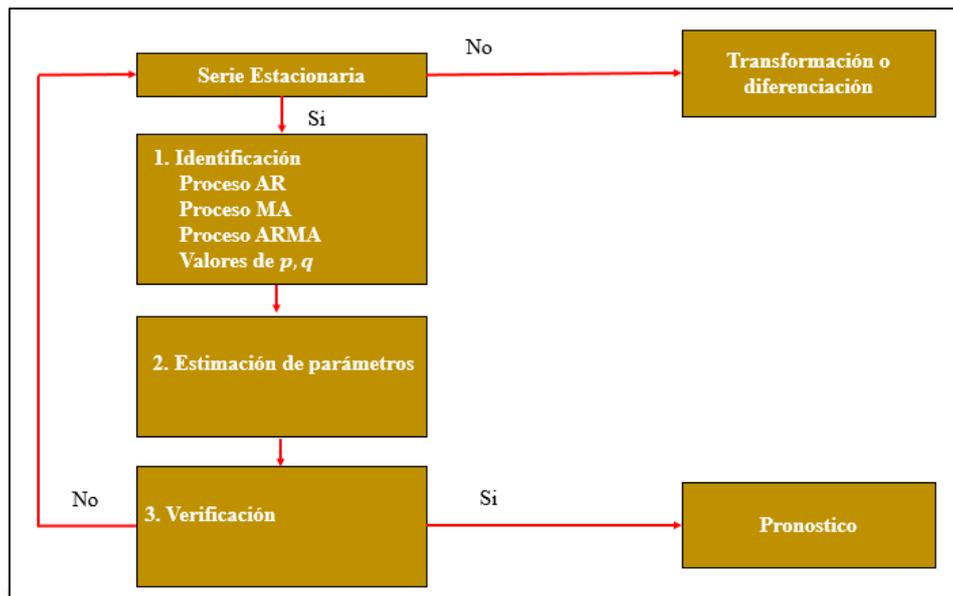


Figura N° 57. Metodología Box-Jenkins, modelos $ARMA(p, q)$.
Fuente: Elaboración propia.

En base a 486 observaciones del consumo de ACS usando calentador solar, durante 14 días consecutivos se realizó la prueba de identificación del modelo, la selección del modelo y el pronóstico.

2.1. Identificación del Modelo.

Determinaremos si existe autocorrelación, recordemos que esta existe cuando los valores del error están relacionados linealmente entre sí. Para confirmar su existencia, se utilizan las funciones de autocorrelación simple y parcial de los residuos.

La función de autocorrelación simple (FAC) está determinada por los coeficientes de autocorrelación simple ρ_k los cuales determinan una relación lineal entre los errores e_t y e_{t-1} .

La función de autocorrelación parcial (FACP) está determinada por los coeficientes de autocorrelación parcial ϕ_{kk} los cuales determinan una relación lineal entre los errores e_t y e_{t-1} .

Para ambos casos la relación lineal se establece eliminando los residuos intermedios entre ambos.

Debido a que se considera una muestra, se estimaran los coeficientes de autocorrelación simple y parcial, con ello se realizara una prueba de hipótesis para determinar la significancia de los coeficientes. Si todos los coeficientes de autocorrelación simple y parcial valen cero entonces no existe autocorrelación, basta que uno de los coeficientes sea significativo para que exista esta.

Para probar la autocorrelación:

$$H_0: \rho_k = 0$$

$$H_1: \rho_k \neq 0$$

Para probar la autocorrelación parcial:

$$H_0: \phi_{kk} = 0$$

$$H_1: \phi_{kk} \neq 0$$

Para ello se puede utilizar inicialmente su correlograma y se analiza sus valores en el intervalo de variación de -1 a 1.

2.1.1. Series de Tiempo y Correlogramas Para Calentador Solar.

Analizamos gráficamente que existe un proceso estacionario, para los consumos de agua del día lunes.

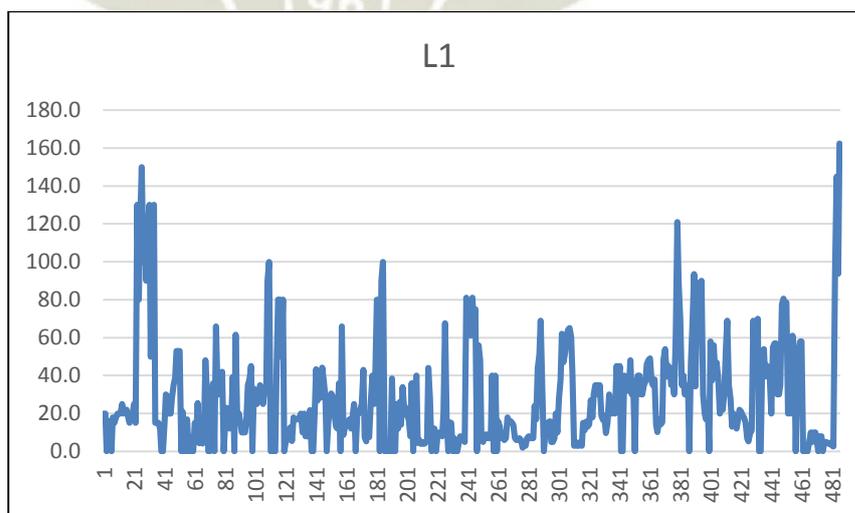


Figura N° 58. Serie de tiempo del consumo del lunes de la primera semana (L1).

Fuente: Elaboración propia.

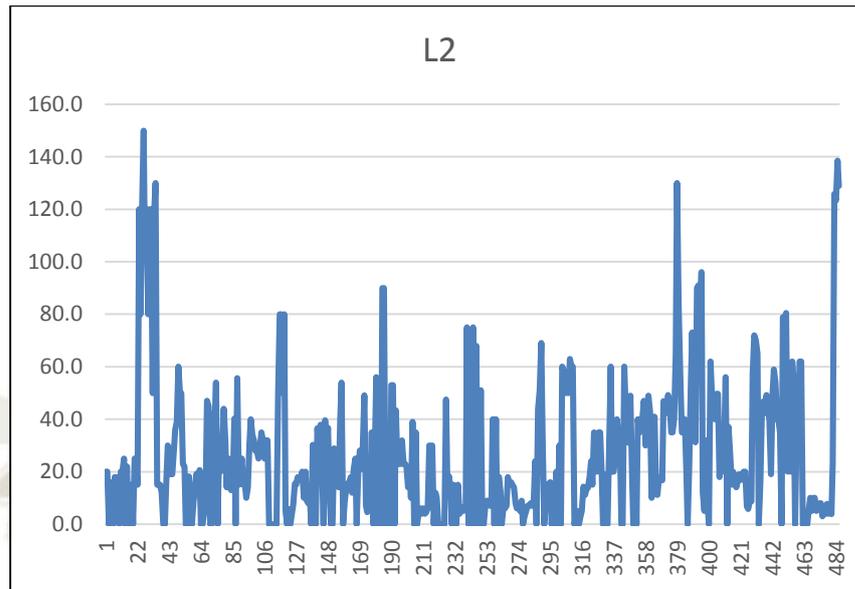


Figura N° 59. Serie de tiempo del consumo del lunes de la segunda semana (L2)
Fuente: Elaboración propia.

Realizando un análisis de regresión entre dos días, tomando los días lunes de dos semanas consecutivas obtenemos un coeficiente de determinación de $r^2 = 0.7048$ con lo cual se deduce que $r = 0.8395$ pudiéndonos dar cuenta que la correlación lineal es fuerte.

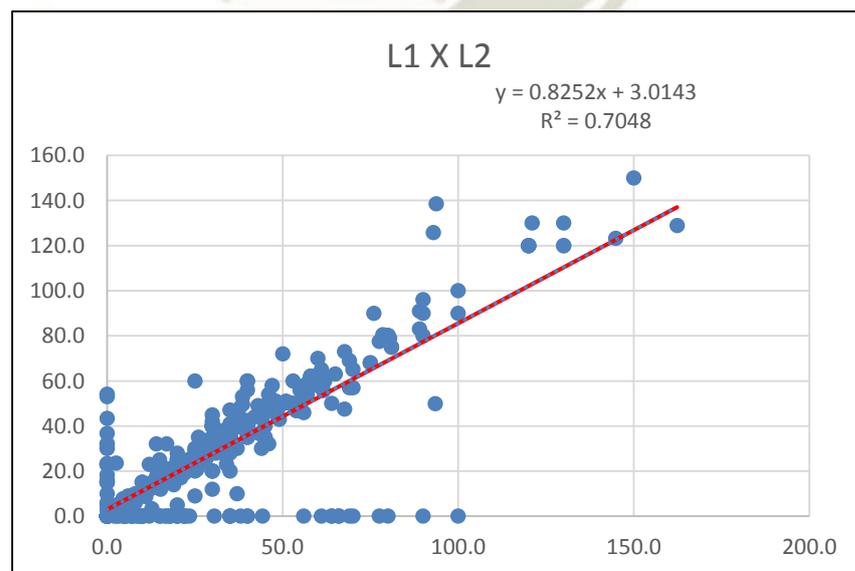


Figura N° 60. Correlación del consumo del lunes de la primera semana(L1) y el lunes de la segunda semana (L2)
Fuente: Elaboración propia.

Sin embargo, nuestro objetivo es analizar la autocorrelación para ello tenemos que usar su correlograma, para lo cual hacemos uso del software estadístico Statgraphics.

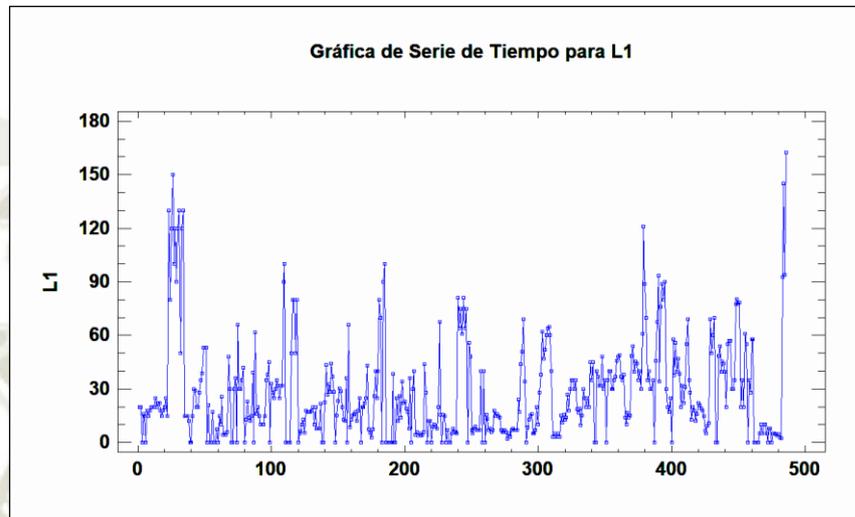


Figura N° 61. Serie de tiempo del consumo del lunes de la primera semana, usando Statgraphics.
Fuente: Elaboración propia.

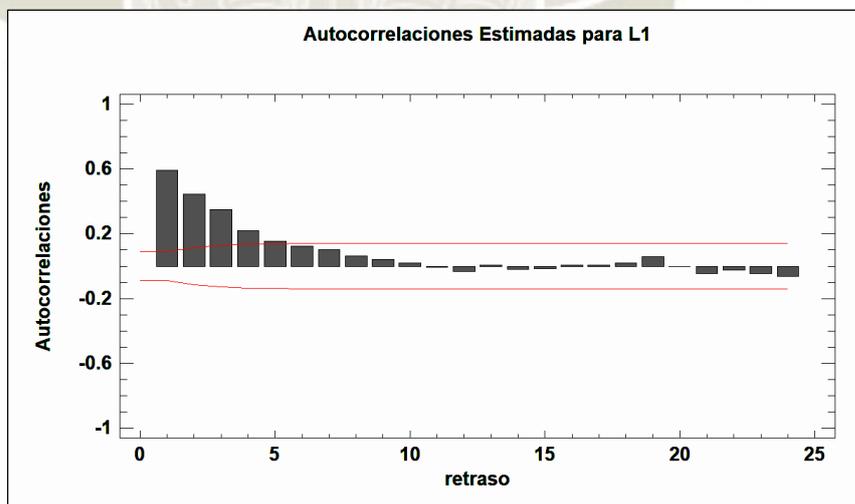


Figura N° 62. Autocorrelaciones del consumo de agua del lunes de la primera semana, usando Statgraphics.
Fuente: Elaboración propia.

Del cual se obtiene el siguiente informe:

Tabla N° 24. Autocorrelaciones Estimadas para L1.

Retraso	Autocorrelación	Error Estd.	Límite en 95.0%	
			Inferior	Superior
1	0.592115	0.0453609	-0.0889059	0.0889059
2	0.446664	0.0591643	-0.11596	0.11596
3	0.348496	0.0657376	-0.128844	0.128844
4	0.217538	0.0694351	-0.13609	0.13609
5	0.154684	0.0708235	-0.138812	0.138812
6	0.124201	0.0715153	-0.140168	0.140168
7	0.103909	0.0719578	-0.141035	0.141035
8	0.061075	0.0722658	-0.141639	0.141639
9	0.0416169	0.072372	-0.141847	0.141847
10	0.0208977	0.0724212	-0.141943	0.141943
11	-0.00617804	0.0724336	-0.141968	0.141968
12	-0.0323973	0.0724347	-0.14197	0.14197
13	0.00645903	0.0724645	-0.142028	0.142028
14	-0.0181128	0.0724657	-0.14203	0.14203
15	-0.0145241	0.072475	-0.142049	0.142049
16	0.00504294	0.072481	-0.14206	0.14206
17	0.0051686	0.0724817	-0.142062	0.142062
18	0.0193447	0.0724825	-0.142063	0.142063
19	0.0598069	0.0724931	-0.142084	0.142084
20	-0.00230359	0.0725945	-0.142283	0.142283
21	-0.0476071	0.0725947	-0.142283	0.142283
22	-0.0249779	0.0726589	-0.142409	0.142409
23	-0.0452363	0.0726766	-0.142444	0.142444
24	-0.0639618	0.0727345	-0.142557	0.142557

Fuente: Elaboración propia.

El StatAdvisor

Esta tabla muestra las autocorrelaciones estimadas entre los valores de L1 a diferentes retrasos. El coeficiente de autocorrelación con retraso k mide la correlación entre los valores de L1 al tiempo t y al tiempo t-k. También se muestran límites de probabilidad del 95.0% alrededor de 0. Si los límites de probabilidad a un retraso particular no contienen el coeficiente estimado, hay una correlación estadísticamente significativa a ese retraso al nivel de confianza del 95.0%. En este caso, 5 de los 24 coeficientes de autocorrelación son estadísticamente significativos al nivel de confianza del 95.0%, implicando que la serie de tiempo puede no ser completamente aleatoria (ruido blanco).

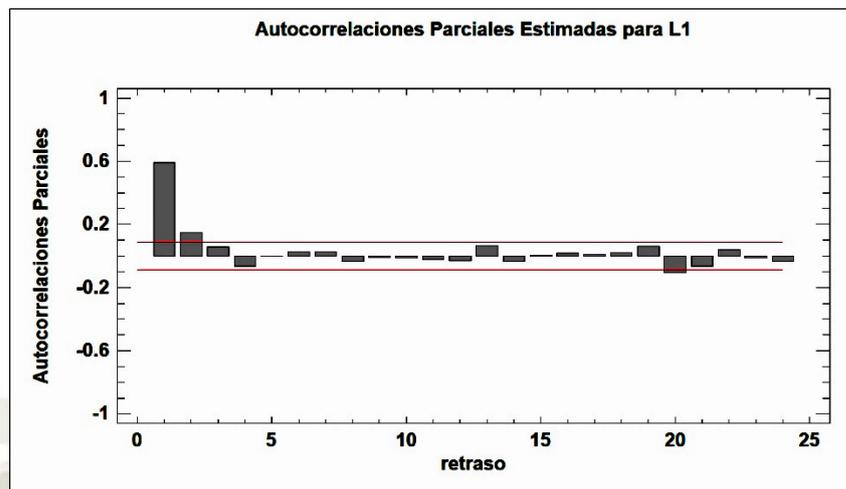


Figura N° 63. Autocorrelaciones parciales del consumo de agua del lunes de la primera semana, usando Statgraphics.
Fuente: Elaboración propia.

Del cual se obtiene el siguiente informe:

Tabla N° 25. Autocorrelaciones Parciales Estimadas para L1.

Retraso	Parcial Autocorrelación	Error Estd.	Límite en 95.0%	
			Inferior	Superior
1	0.592115	0.0453609	-0.0889059	0.0889059
2	0.147927	0.0453609	-0.0889059	0.0889059
3	0.0559717	0.0453609	-0.0889059	0.0889059
4	-0.066335	0.0453609	-0.0889059	0.0889059
5	0.00161807	0.0453609	-0.0889059	0.0889059
6	0.027352	0.0453609	-0.0889059	0.0889059
7	0.0267386	0.0453609	-0.0889059	0.0889059
8	-0.0339094	0.0453609	-0.0889059	0.0889059
9	-0.00759777	0.0453609	-0.0889059	0.0889059
10	-0.0116878	0.0453609	-0.0889059	0.0889059
11	-0.0207468	0.0453609	-0.0889059	0.0889059
12	-0.0325963	0.0453609	-0.0889059	0.0889059
13	0.0669674	0.0453609	-0.0889059	0.0889059
14	-0.0364114	0.0453609	-0.0889059	0.0889059
15	0.00442675	0.0453609	-0.0889059	0.0889059
16	0.0176975	0.0453609	-0.0889059	0.0889059
17	0.0078672	0.0453609	-0.0889059	0.0889059
18	0.0210321	0.0453609	-0.0889059	0.0889059
19	0.0611935	0.0453609	-0.0889059	0.0889059
20	-0.10352	0.0453609	-0.0889059	0.0889059
21	-0.0676442	0.0453609	-0.0889059	0.0889059
22	0.0385761	0.0453609	-0.0889059	0.0889059
23	-0.0121733	0.0453609	-0.0889059	0.0889059
24	-0.0337368	0.0453609	-0.0889059	0.0889059

Fuente: Elaboración propia.

El StatAdvisor

Esta tabla muestra las autocorrelaciones parciales estimadas entre valores de L1 a diferentes retrasos. El coeficiente de autocorrelación parcial del retraso k mide la correlación entre valores de L1 al tiempo t y al tiempo $t+k$, habiendo descontado para las correlaciones a todos los retrasos menores. Se puede utilizar para juzgar el orden del modelo autoregresivo necesario para ajustar los datos. También se muestran los límites de probabilidad del 95.0% alrededor de 0. Si los límites de probabilidad a un retraso particular no contienen el coeficiente estimado, existe una correlación estadísticamente significativa a ese retraso con un 95.0% de nivel de confianza. En este caso, 3 de los 24 coeficientes de autocorrelación parcial son estadísticamente significativos con un 95.0% de nivel de confianza.

De acuerdo al gráfico de autocorrelación parcial, observamos que el modelo es autocorrelacionado y significativo de orden 1 ó 2.

2.1.2. Análisis de los Modelos.

Primeramente evaluamos el modelos $AR(1) = ARIMA(1,0,0)$:

Datos/Variable: L1

Número de observaciones = 486

1 valores faltantes fueron reemplazados con estimados

Índice Inicial = 1.0

Intervalo de Muestra = 1.0

Resumen de Pronósticos

Modelo de pronóstico seleccionado: $ARIMA(1,0,0)$ con constante

Número de pronósticos generados: 12

Número de periodos retenidos para validación: 0

Tabla N° 26. Modelo ARIMA.

<i>Estadístico</i>	<i>Periodo de Estimación</i>	<i>Periodo de Validación</i>
RMSE	22.0729	
MAE	14.9761	
MAPE		
ME	0.0268209	
MPE		

Fuente: Elaboración propia.

Tabla N° 27. Resumen de modelo ARIMA.

<i>Parámetro</i>	<i>Estimado</i>	<i>Error Estd.</i>	<i>t</i>	<i>Valor-P</i>
AR(1)	0.620378	0.0370243	16.756	0.000000
Media	28.3529	2.5763	11.0053	0.000000
Constante	10.7634			

Fuente: Elaboración propia.

Pronóstico Histórico: sí,
 Varianza estimada de ruido blanco = 487.232 con 484 grados de libertad
 Desviación estándar estimada de ruido blanco = 22.0733
 Número de iteraciones: 2

El StatAdvisor

Este procedimiento pronostica futuros valores de L1. Los datos cubren 486 periodos de tiempo. Hay 1 valor(es) faltante(s) en L1, los cuales han sido reemplazados con valores de los datos vecinos. Actualmente, se ha seleccionado el modelo de un promedio móvil autoregresivo integrado (ARIMA). Este modelo asume que el mejor pronóstico disponible para datos futuros está dado por el modelo paramétrico que relaciona el valor más reciente con los valores y ruido previos.

La salida resume la significancia estadística de los términos en el modelo de pronósticos. Términos con valores-P menores que 0.05 son estadísticamente diferentes de cero con un nivel de confianza del 95.0%. El valor-P para el término AR(1) es menor que 0.05, de modo que es estadísticamente diferente de 0. El valor-P para el término de la constante es menor que 0.05, de modo que es estadísticamente diferente de 0. La desviación estándar estimada del ruido blanco de entrada es igual a 22.0733.

Al analizar el cuadro resumen del modelo ARIMA, nos damos cuenta que es significativo dado que su valor $P = 0.0000 < 0.05$.

Análogamente, al considerar el modelos $AR(2) = ARIMA(2,0,0)$ con orden de diferenciación 1, obtenemos:

Tabla N° 28. Resumen de modelo ARIMA.

<i>Parámetro</i>	<i>Estimado</i>	<i>Error Estd.</i>	<i>t</i>	<i>Valor-P</i>
AR(1)	0.527313	0.0458432	11.5025	0.000000
AR(2)	0.156527	0.0461278	3.39334	0.000747
Media	28.5323	3.05687	9.33385	0.000000
Constante	9.02079			

Fuente: Elaboración propia.

Con lo cual vemos que el modelo tiene aun autocorrelación significativa.

Considerando un modelo $AR(3) = ARIMA(3,0,0)$, obtenemos:

Tabla N° 29. Resumen de modelo ARIMA.

<i>Parámetro</i>	<i>Estimado</i>	<i>Error Estd.</i>	<i>t</i>	<i>Valor-P</i>
AR(1)	0.514284	0.046081	11.1604	0.000000
AR(2)	0.117069	0.0518736	2.25681	0.024467
AR(3)	0.0860311	0.0469707	1.83159	0.067629
Media	28.7302	3.55274	8.08676	0.000000
Constante	8.1196			

Fuente: Elaboración propia.

La salida resume la significancia estadística de los términos en el modelo de pronósticos. Términos con valores-P menores que 0.05 son estadísticamente diferentes de cero con un nivel de confianza del 95.0%. El valor-P para el término AR(3) es mayor o igual que 0.05, de modo que no es estadísticamente significativo. Por lo tanto, debería considerar reducir el orden del término AR a 2. El valor-P para el término de la constante es menor que 0.05, de modo que es estadísticamente diferente de 0. La desviación estándar estimada del ruido blanco de entrada es igual a 21.7885.

Con lo cual vemos que el modelo ya no tiene autocorrelación significativa dado que su valor $P = 0.067629 \nless 0.05$.

Utilizando un modelo $ARMA(1,1) = ARIMA(1,0,1)$ obtenemos:

Tabla N° 30. Resumen de modelo ARIMA.

<i>Parámetro</i>	<i>Estimado</i>	<i>Error Estd.</i>	<i>t</i>	<i>Valor-P</i>
AR(1)	0.784438	0.0471195	16.6479	0.000000
MA(1)	0.263145	0.0699311	3.76292	0.000189
Media	28.709	3.34646	8.57891	0.000000
Constante	6.18856			

Fuente: Elaboración propia.

Utilizando un modelo $ARMA(2,1) = ARIMA(2,0,1)$

Tabla N° 31. Resumen de modelo ARIMA.

<i>Parámetro</i>	<i>Estimado</i>	<i>Error Estd.</i>	<i>t</i>	<i>Valor-P</i>
AR(1)	0.772816	0.257006	3.00699	0.002776
AR(2)	0.00799153	0.168889	0.0473182	0.962279
MA(1)	0.25213	0.252191	0.999761	0.317928
Media	28.7048	3.38415	8.48213	0.000000
Constante	6.29188			

Fuente: Elaboración propia.

La salida resume la significancia estadística de los términos en el modelo de pronósticos. Términos con valores-P menores que 0.05 son estadísticamente diferentes de cero con un nivel de confianza del 95.0%. El valor-P para el término AR(2) es mayor o igual que 0.05, de modo que no es estadísticamente significativo. Por lo tanto, debería considerar reducir el orden del término AR a 1. El valor-P para el término MA(1) es mayor o igual que 0.05, de modo que no es estadísticamente significativo. Por lo tanto, debería considerar reducir el orden del término MA a 0. El valor-P para el término de la constante es menor que 0.05, de modo que es estadísticamente diferente de 0. La desviación estándar estimada del ruido blanco de entrada es igual a 21.8269.

Utilizando un modelo $ARMA(1,2) = ARIMA(1,0,2)$:

Tabla N° 32. Resumen de modelo ARIMA.

<i>Parámetro</i>	<i>Estimado</i>	<i>Error Estd.</i>	<i>t</i>	<i>Valor-P</i>
AR(1)	0.781819	0.0590244	13.2457	0.000000
MA(1)	0.258694	0.074356	3.47912	0.000549
MA(2)	-0.00133828	0.059747	-0.0223991	0.982139
Media	28.6951	3.43313	8.35828	0.000000
Constante	6.26071			

Fuente: Elaboración propia.

La salida resume la significancia estadística de los términos en el modelo de pronósticos. Términos con valores-P menores que 0.05 son estadísticamente diferentes de cero con un nivel de confianza del 95.0%. El valor-P para el término AR(1) es menor que 0.05, de modo que es estadísticamente diferente de 0. El valor-P para el término MA(2) es mayor o igual que 0.05, de modo que no es estadísticamente significativo. Por lo tanto, debería considerar reducir el orden del término MA a 1. El valor-P para el término de la constante es menor que 0.05, de modo que es estadísticamente diferente de 0. La desviación estándar estimada del ruido blanco de entrada es igual a 21.827.

2.2. Selección del Modelo ARMA.

A través del análisis de los modelos realizados para el modelo $ARMA(1,0,1)$ obtenemos los siguientes resultados.

Datos/Variable: L1

Número de observaciones = 486

1 valores faltantes fueron reemplazados con estimados

Índice Inicial = 1.0

Intervalo de Muestra = 1.0

Resumen de Pronósticos

Modelo de pronóstico seleccionado: ARIMA(1,0,1) con constante

Número de pronósticos generados: 12

Número de periodos retenidos para validación: 0

Tabla N° 33. Modelo ARIMA.

<i>Estadístico</i>	<i>Periodo de Estimación</i>	<i>Periodo de Validación</i>
RMSE	21.8035	
MAE	14.6499	
MAPE		
ME	0.0243905	
MPE		

Fuente: Elaboración propia.

Tabla N° 34. Resumen de modelo ARIMA.

<i>Parámetro</i>	<i>Estimado</i>	<i>Error Estd.</i>	<i>t</i>	<i>Valor-P</i>
AR(1)	0.784438	0.0471195	16.6479	0.000000
MA(1)	0.263145	0.0699311	3.76292	0.000189
Media	28.709	3.34646	8.57891	0.000000
Constante	6.18856			

Fuente: Elaboración propia.

Pronóstico Histórico: sí

Varianza estimada de ruido blanco = 475.43 con 483 grados de libertad

Desviación estándar estimada de ruido blanco = 21.8043

Número de iteraciones: 6

El StatAdvisor

Este procedimiento pronostica futuros valores de L1. Los datos cubren 486 periodos de tiempo. Hay 1 valor(es) faltante(s) en L1, los cuales han sido reemplazados con valores de los datos vecinos. Actualmente, se ha seleccionado el modelo de un promedio móvil autoregresivo integrado (ARIMA). Este modelo asume que el mejor pronóstico disponible para datos futuros está dado por el modelo paramétrico que relaciona el valor más reciente con los valores y ruido previos.

La salida resume la significancia estadística de los términos en el modelo de pronósticos. Términos con valores-P menores que 0.05 son estadísticamente diferentes de cero con un nivel de confianza del 95.0%. El valor-P para el término AR(1) es menor que 0.05, de modo que es estadísticamente diferente de 0. El valor-P para el término MA(1) es menor que 0.05, de modo que es estadísticamente diferente de 0. El valor-P para el término de la constante es menor que 0.05, de modo que es estadísticamente diferente de 0. La desviación estándar estimada del ruido blanco de entrada es igual a 21.8043.

Esta tabla también resume el desempeño del modelo, actualmente seleccionado, en ajustar datos históricos. Se muestra:

- (1) La raíz del error cuadrado medio (RMSE).
- (2) El error absoluto medio (MAE).
- (3) El porcentaje de error absoluto medio (MAPE).
- (4) El error medio (ME).
- (5) El porcentaje de error medio (MPE).

Cada uno de los estadísticos está basado en los errores de pronóstico uno-adelante, los cuales son las diferencias entre los datos al tiempo t y el valor pronosticado al tiempo $t-1$. Los primeros tres estadísticos miden la magnitud de los errores.

Comparación de Modelos

Variable de datos: L1

Número de observaciones = 486

Índice Inicial = 1.0

Intervalo de Muestra = 1.0

Modelos

(A) ARIMA(1,0,1) con constante

(B) Media constante = 27.9556

(C) Modelo inválido

(D) Promedio móvil simple de 3 términos

(E) Suavización exponencial simple con alfa = 0.5612

Ajuste matemático:

Tabla N° 35. Periodo de estimación.

<i>Modelo</i>	<i>RMSE</i>	<i>MAE</i>	<i>MAPE</i>	<i>ME</i>	<i>MPE</i>
(A)	21.8035	14.6499		0.0243905	
(B)	27.7487	20.7001		-4.2691E-15	
(D)	23.6284	15.5848		0.52401	
(E)	22.6083	14.377		0.428988	

Fuente: Elaboración propia.

Tabla N° 36. Periodo de estimación.

<i>Modelo</i>	<i>RMSE</i>	<i>RUNS</i>	<i>RUNM</i>	<i>AUTO</i>	<i>MEDIA</i>	<i>VAR</i>
(A)	21.8035	**	*	OK	OK	*
(B)	27.7487	***	***	***	OK	OK
(D)	23.6284	***	***	***	OK	OK
(E)	22.6083	***	OK	OK	OK	*

Fuente: Elaboración propia.

Clave:

RMSE = Root Mean Squared Error (Raíz del Cuadrado Medio del Error)

RUNS = Prueba corridas excesivas arriba y abajo

RUNM = Prueba corridas excesivas arriba y abajo de la mediana

AUTO = Prueba de Box-Pierce para autocorrelación excesiva

MEDIA = Prueba para diferencia en medias entre la 1ª mitad y la 2ª mitad

VAR = Prueba para diferencia en varianza entre la 1ª mitad y la 2ª mitad

OK = no significativo ($p \geq 0.05$)

* = marginalmente significativo ($0.01 < p \leq 0.05$)

** = significativo ($0.001 < p \leq 0.01$)

*** = altamente significativo ($p \leq 0.001$)

El StatAdvisor

Esta tabla compara los resultados de cinco diferentes modelos de pronósticos. Viendo las estadísticas del error, el modelo con la menor raíz cuadrada del error cuadrado medio (RMSE) durante el periodo de estimación del modelo es el modelo A. El modelo con el menor error medio absoluto (MAE) es el modelo E. Puede usar estos resultados para seleccionar el modelo más apropiado para sus necesidades.

La tabla también resume los resultados de cinco pruebas para determinar si cada modelo es adecuado para los datos. Un OK significa que el modelo pasa la prueba. Un * significa que no pasa la prueba al nivel de confianza del 95%. Dos *'s significa que no pasa la prueba al nivel de confianza del 99%. Tres *'s significa que no pasa la prueba al nivel de confianza del 99.9%. Note que el modelo actualmente seleccionado, el modelo A, pasa 2 pruebas.

Tabla N° 37. Resumen de modelo ARIMA.

Parámetro	Estimado	Error Estd.	t	Valor-P
AR(1)	0.784438	0.0471195	16.6479	0.000000
MA(1)	0.263145	0.0699311	3.76292	0.000189
Media	28.709	3.34646	8.57891	0.000000
Constante	6.18856			

Fuente: Elaboración propia.

Por otro lado, el modelo está dado por:

$$X_t = \delta + \sum_{i=1}^p \phi_i X_{t-i} + \sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon_{t-i} + \varepsilon_t$$

Donde $p = 1$ y $q = 1$, esto es

$$X_t = \delta + \phi_1 X_{t-1} + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$$

Por tanto, el modelo está dado por:

$$X_t = 6.18856 + 0.784438 X_{t-1} + 0.263145 \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\mu = \frac{\delta}{1 - \phi_1} = \frac{6.18856}{1 - 0.784438} = 28.709$$

2.3. Análisis de Normalidad.

2.3.1. Análisis de Control.

Gráfico ARIMA Individuos - L1
Número de observaciones = 486
0 observaciones excluidas

Distribución: Normal
Transformación: ninguna

Tabla N° 38. Gráfico ARIMA.

Período	#1-486
LSC: +3.0 sigma	114.159
Línea Central	28.709
LIC: -3.0 sigma	-56.7412

Fuente: Elaboración propia (11 fuera de límites).

Tabla N° 39. Estimados.

Período	#1-486
Media de proceso	28.709
Sigma de proceso	28.4834
Sigma de residuos	21.8043

Fuente: Elaboración propia.

El StatAdvisor

Este procedimiento crea un gráfico ARIMA de valores individuales para L1. Está diseñada para permitirle determinar si los datos provienen de un proceso en un estado de control estadístico. Los gráficos de control se construyen bajo el supuesto de que los datos provienen de una distribución normal con una media igual a 28.709 y una desviación estándar igual a 28.4834. Estos parámetros fueron estimados a partir de los datos. De los 486 puntos no excluidos mostrados en el gráfico, 11 se encuentran fuera de los límites de control en el primer gráfico.

Sigma estimada a partir del CME del modelo ajustado.

Como $\mu \approx \bar{X}$ y $\sigma \approx s$:

$$\bar{X} = 28.709 \quad s = 28.4834$$

$$(\bar{X} - 3s; \bar{X} + 3s) = (-56.7412; 114.159)$$

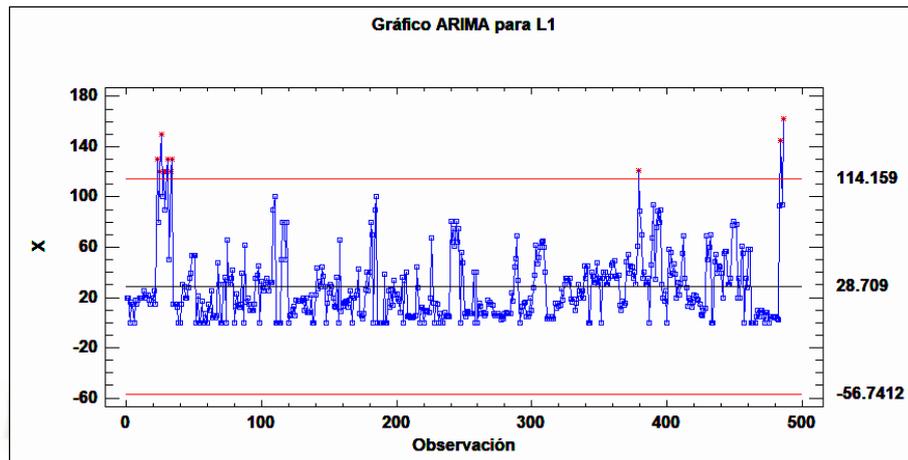


Figura N° 64. Gráfico de la serie de tiempo, 11 observaciones fuera de los límites de control.

Fuente: Elaboración propia.

De acuerdo al reporte grafico *ARIMA* , las 11 observaciones son:

Reporte de Gráfico ARIMA para Individuos

Todas las Observaciones

* = Fuera de Límites

Tabla N° 40. Reporte de gráfico ARIMA.

<i>Observación</i>	<i>X</i>	<i>MR(2)</i>
1	20.0	
2	20.0	1.32045
3	0.0	19.6525
4	16.0	26.5173
23	* 130.0	* 119.436
24	80.0	* 108.781
25	* 120.0	50.5966
26	* 150.0	11.9367
27	100.0	* 70.392
28	* 120.0	40.6986
29	90.0	34.9791
30	* 120.0	44.3285
31	* 130.0	1.86829
32	50.0	* 88.336
33	* 120.0	* 109.51
34	* 130.0	16.0937
35	15.0	* 127.079
378	61.0	35.8622
379	* 121.0	45.1194

380	89.0	* 67.1933
483	92.88	* 90.6514
484	* 144.84	4.99544
485	93.73	* 90.5549
486	* 162.33	* 84.8635

Fuente: Elaboración propia.

Es decir, dado el intervalo:

$$\langle \bar{X} - 3s; \bar{X} + 3s \rangle = \langle -56.7412; 114.159 \rangle$$

Los 11 consumos fuera del intervalo son:

130, 120, 150, 120, 120, 130, 120, 130, 121, 144.84, 162.33

Usando el gráfico de la tolerancia en base al consumo medio, notamos que los consumos se concentran significativamente entre 0 y 28.709.

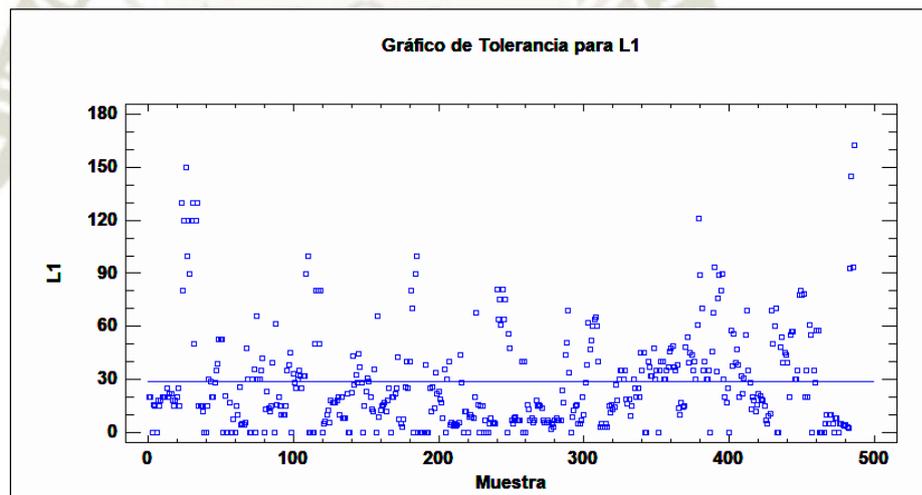


Figura N° 65. Gráfico de la Tolerancia para el consumo del día lunes de la primera semana.

Fuente: Elaboración propia.

2.3.2. Análisis de Normalidad.

Usando un diagrama de caja, notamos la dispersión de los datos por encima de la media, así como los 11 datos atípicos.

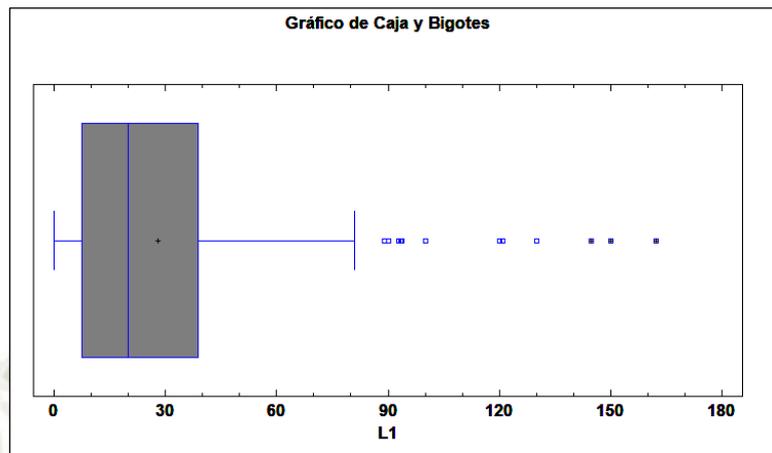


Figura N° 66. Diagrama de Caja del consumo de agua del día lunes(L1).

Fuente: Elaboración propia.

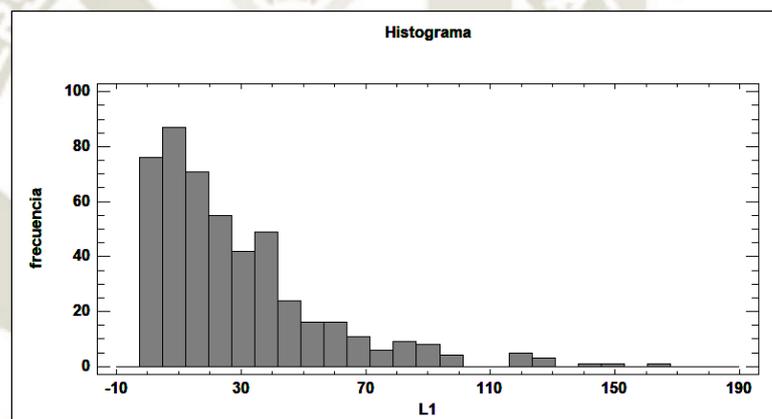


Figura N° 67. Histograma del consumo de agua del día lunes(L1).

Fuente: Elaboración propia.

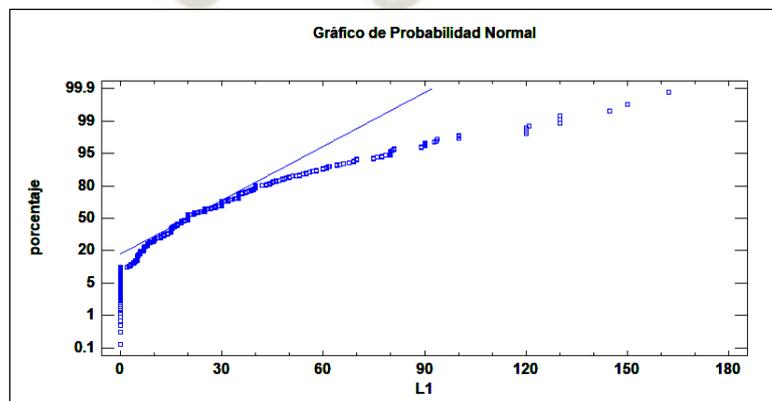


Figura N° 68. Prueba de normalidad del consumo de agua del día lunes(L1).

Fuente: Elaboración propia.

El StatAdvisor

Este panel muestra los intervalos de confianza del 95.0% para la media y la desviación estándar de L1. La interpretación clásica de estos intervalos es que, en muestreos repetidos, estos intervalos contendrán la media verdadera ó la desviación estándar verdadera de la población de la que fueron extraídas las muestras, el 95.0% de las veces. En términos prácticos, puede establecerse con 95.0% de confianza, que la media verdadera de L1 se encuentra en algún lugar entre 25.531 y 30.4834, en tanto que la desviación estándar verdadera está en algún lugar entre 26.1104 y 29.6202.

Intervalos de Confianza para L1:

Intervalos de confianza del 95.0% para la media: 28.0072 +/- 2.47623 [25.531; 30.4834]

Intervalos de confianza del 95.0% para la desviación estándar: [26.1104; 29.6202]

Datos/Variable: L1.

485 valores con rango desde 0.0 a 162.33

Tabla N° 41. Distribuciones Ajustadas.

<i>Normal</i>
media = 28.0072
desviación estándar = 27.754

Fuente: Elaboración propia.

El StatAdvisor

Este análisis muestra los resultados de ajustar una distribución normal a los datos de L1. Los parámetros estimados para la distribución ajustada se muestran arriba. Se puede evaluar si la distribución normal ajusta los datos adecuadamente, seleccionando Pruebas de Bondad de Ajuste de la lista de Opciones Tabulares. También puede evaluarse visualmente que tan bien la distribución normal se ajusta, seleccionando Histogramas de Frecuencia de la lista de Opciones Gráficas. Otras opciones dentro del procedimiento permiten calcular y desplegar áreas de colas y valores críticos para la distribución.

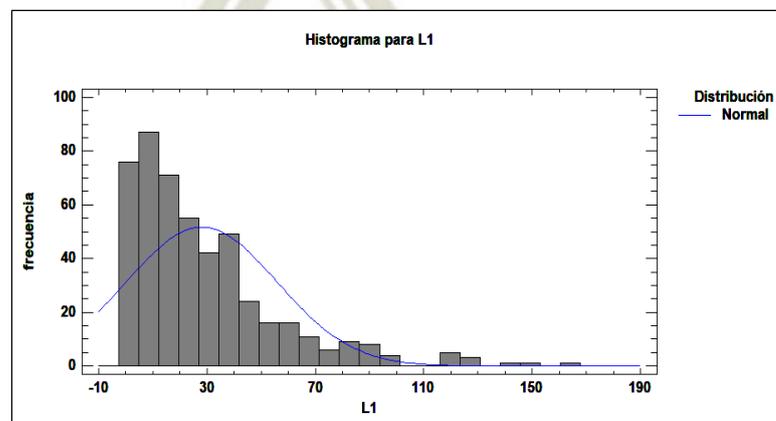


Figura N° 69. Grafica del Histograma y la distribución normal ajustada del consumo de agua del día lunes(L1).

Fuente: Elaboración propia.

Pruebas de Normalidad para L1.

Tabla N° 42. Pruebas de Normalidad para L1.

<i>Prueba</i>	<i>Estadístico</i>	<i>Valor-P</i>
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0.832452	0.0

Fuente: Elaboración propia.

El StatAdvisor

Esta ventana muestra los resultados de diversas pruebas realizadas para determinar si L1 puede modelarse adecuadamente con una distribución normal. La prueba de Shapiro-Wilk está basada en la comparación de los cuartiles de la distribución normal ajustada a los datos.

Debido a que el valor-P más pequeño de las pruebas realizadas es menor a 0.05, se puede rechazar la idea de que L1 proviene de una distribución normal con 95% de confianza.

Pruebas de Bondad de Ajuste para L1.

Tabla N° 43. Prueba de Kolmogorov-Smirnov.

	<i>Normal</i>
DMAS	0.147543
DMENOS	0.156457
DN	0.156457
Valor-P	0.0

Fuente: Elaboración propia.

El StatAdvisor

Esta ventana muestra los resultados de diversas pruebas realizadas para determinar si L1 puede modelarse adecuadamente con una distribución normal.

Debido a que el valor-P más pequeño de las pruebas realizadas es menor a 0.05, se puede rechazar la idea de que L1 proviene de una distribución normal con 95% de confianza.

Comparación de Distribuciones Alternas

Tabla N° 44. Comparación de distribuciones alternas.

<i>Distribución</i>	<i>Parámetros Est.</i>	<i>Log Verosimilitud</i>	<i>KS D</i>
Exponencial	1	-2101.24	0.121649
Valor Extremo Más Grande	2	-2196.22	0.0944253
Laplace	2	-2265.59	0.18071
Logística	2	-2268.48	0.156029
Normal	2	-2299.52	0.156457
Valor Extremo Más Chico	2	-2452.98	0.274302
Uniforme	2	-2468.47	0.537094
Lognormal	2	-1.E9	0.265845
Weibull	2	-1.E9	0.553592
Gamma	2	-1.E9	1.0
Pareto	1	-1.E9	0.87835
Loglogística	2	-1.E9	0.491467
Gaussiana Inversa	2	-4.86E11	0.878351
Birnbaum-Saunders	<sin ajuste>		

Fuente: Elaboración propia.

El StatAdvisor

Esta tabla compara la bondad de ajuste cuando varias distribuciones se ajustan a L1. Pueden seleccionarse otras distribuciones usando las Opciones de Ventana.

De acuerdo con el estadístico log verosimilitud, la distribución de mejor ajuste es la distribución exponencial.

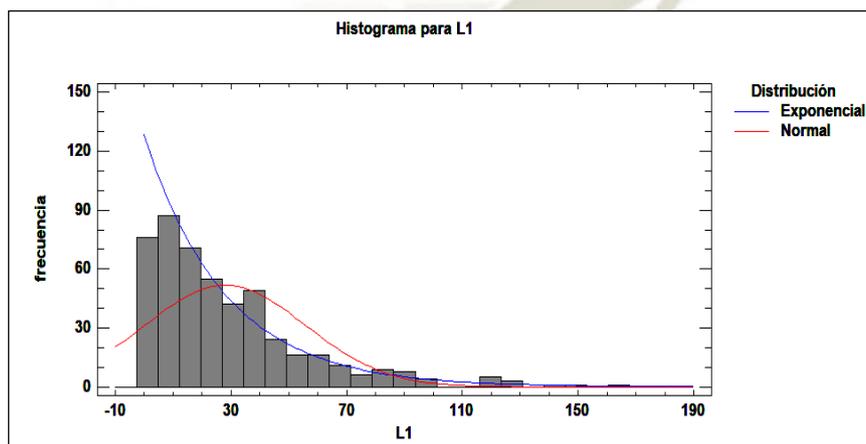


Figura N° 70. Comparación de la prueba del ajuste con la distribución normal y la distribución exponencial del consumo de agua del día lunes(L1).

Fuente: Elaboración propia.

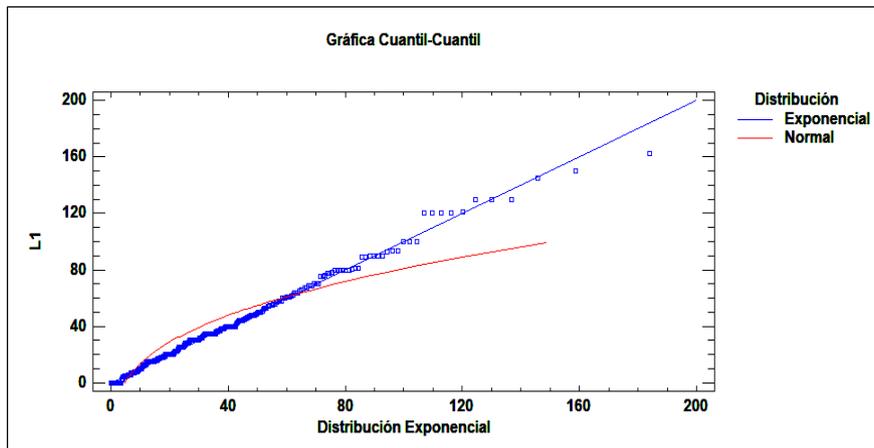


Figura N° 71. Comparación de la prueba de normalidad del consumo de agua del día lunes(L1) con la distribución exponencial.
Fuente: Elaboración propia.

Pruebas de Bondad de Ajuste para L1.

Tabla N° 45. Prueba de Kolmogorov-Smirnov

	<i>Exponencial</i>	<i>Normal</i>
DMAS	0.121649	0.147543
DMENOS	0.0497199	0.156457
DN	0.121649	0.156457
Valor-P	0.00000116651	0.0

Fuente: Elaboración propia.

El StatAdvisor

Esta ventana muestra los resultados de las pruebas realizadas para determinar si L1 puede ser modelada adecuadamente por varias distribuciones.

Valores-P menores que 0.05 indicarían que L1 no proviene de la distribución seleccionada con 95% de confianza.

2.4. Pronostico.

Realizamos el pronóstico para el modelo $ARMA(1,1) = ARIMA(1,0,1)$.

Se confecciona la Tabla de Pronósticos para L1:

Tabla N° 46. Modelo ARIMA(1,0,1) con constante * = estimado

<i>Periodo</i>	<i>Datos</i>	<i>Pronóstico</i>	<i>Residuo</i>
1.0	20.0	24.3398	-4.33976
2.0	20.0	23.0193	-3.01931
3.0	0.0	22.6718	-22.6718
4.0	16.0	12.1546	3.84544
5.0	15.0	17.7277	-2.72766
6.0	0.0	18.6729	-18.6729
7.0	18.0	11.1023	6.89775
8.0	15.0	18.4933	-3.49334
9.0	18.0	18.8744	-0.874391
10.0	20.0	20.5385	-0.538541
11.0	20.0	22.019	-2.01904
12.0	20.0	22.4086	-2.40863
13.0	25.0	22.5111	2.48886
14.0	20.0	25.1446	-5.14458
15.0	22.0	23.2311	-1.2311
16.0	22.0	23.7702	-1.77016
17.0	18.0	23.912	-5.91201
18.0	15.0	21.8642	-6.86417
19.0	18.0	19.7614	-1.76141
20.0	20.0	20.772	-0.771956
21.0	25.0	22.0805	2.91954
22.0	15.0	25.0313	-10.0313
23.0	130.0	20.5948	109.405
24.0	80.0	79.376	0.62396
25.0	120.0	68.7794	51.2206
26.0	150.0	86.8427	63.1573
27.0	100.0	107.235	-7.23472
28.0	120.0	86.5362	33.4638
29.0	90.0	91.5153	-1.51528
30.0	120.0	77.1867	42.8133
31.0	130.0	89.055	40.945
32.0	50.0	97.391	-47.391
33.0	120.0	57.8812	62.1188
34.0	130.0	83.9749	46.0251
35.0	15.0	96.0542	-81.0542
36.0	15.0	39.2842	-24.2842
37.0	15.0	24.3454	-9.34541
38.0	12.0	20.4143	-8.41434
39.0	0.0	17.816	-17.816
40.0	0.0	10.8768	-10.8768
41.0	15.0	9.05073	5.94927
42.0	30.0	16.3896	13.6104
43.0	29.0	26.1402	2.85981
44.0	20.0	28.1847	-8.18472
45.0	20.0	24.0311	-4.0311
46.0	28.0	22.9381	5.06191
47.0	35.0	26.8208	8.17919
48.0	39.0	31.4916	7.50842
49.0	53.0	34.8058	18.1942
50.0	53.0	42.9761	10.0239
51.0	53.0	45.126	7.87397
52.0	0.0	45.6918	-45.6918
53.0	21.0	18.2121	2.78785
54.0	0.0	21.9282	-21.9282
55.0	0.0	11.9589	-11.9589
56.0	17.0	9.33548	7.66452
57.0	0.0	17.5071	-17.5071
58.0	0.0	10.7955	-10.7955
59.0	7.5	9.02935	-1.52935
60.0	0.0	12.4743	-12.4743

61.0	15.0	9.47112	5.52888
62.0	10.0	16.5002	-6.50023
63.0	25.5	15.7435	9.75655
64.0	4.2	23.6243	-19.4243
65.0	5.3	14.5946	-9.29463
66.0	4.2	12.7919	-8.59192
67.0	5.8	11.7441	-5.94413
68.0	48.0	12.3025	35.6975
69.0	30.0	34.448	-4.44795
70.0	0.0	30.8922	-30.8922
71.0	0.0	14.3177	-14.3177
72.0	30.0	9.9562	20.0438
73.0	36.0	24.4473	11.5527
74.0	0.0	31.3883	-31.3883
75.0	66.0	14.4482	51.5518
76.0	30.0	44.3959	-14.3959
77.0	30.0	33.5099	-3.50991
78.0	35.0	30.6453	4.35468
79.0	42.0	32.498	9.50202
80.0	0.0	36.6346	-36.6346
81.0	13.0	15.8288	-2.82878
82.0	23.0	17.1306	5.86936
83.0	14.0	22.6861	-8.68614
84.0	12.0	19.4564	-7.45642
85.0	15.0	17.5639	-2.56394
86.0	39.3	18.6298	20.6702
87.0	0.0	31.5777	-31.5777
88.0	61.6	14.4981	47.1019
89.0	16.0	42.1153	-26.1153
90.0	20.0	25.6117	-5.61169
91.0	15.0	23.354	-8.35402
92.0	10.0	20.1535	-10.1535
93.0	10.0	16.7048	-6.70478
94.0	10.0	15.7973	-5.79728
95.0	15.0	15.5585	-0.558471
96.0	35.0	18.1021	16.8979
97.0	38.0	29.1973	8.80271
98.0	45.0	33.6808	11.3192
99.0	0.0	38.5097	-38.5097
100.0	33.0	16.3222	16.6778
101.0	28.0	27.6863	0.313663
102.0	25.0	28.0703	-3.07029
103.0	30.0	26.6074	3.39255
104.0	35.0	28.829	6.17103
105.0	32.0	32.02	-0.0200189
106.0	25.0	31.2959	-6.29585
107.0	32.0	27.4562	4.54376
108.0	32.0	30.0949	1.90509
109.0	90.0	30.7893	59.2107
110.0	100.0	61.207	38.793
111.0	0.0	74.4242	-74.4242
112.0	0.0	25.7729	-25.7729
113.0	0.0	12.9706	-12.9706
114.0	0.0	9.60172	-9.60172
115.0	50.0	8.71521	41.2848
116.0	80.0	34.5466	45.4534
117.0	80.0	56.9827	23.0173
118.0	50.0	62.8867	-12.8867
119.0	80.0	48.8016	31.1984
120.0	0.0	60.7339	-60.7339
121.0	5.3	22.1704	-16.8704
122.0	6.3	14.7855	-8.48546
123.0	10.3	13.3634	-3.06343
124.0	12.7	15.0744	-2.3744

125.0	5.5	16.7757	-11.2757
126.0	18.0	13.4701	4.52987
127.0	17.0	19.1164	-2.11644
128.0	17.0	20.0809	-3.08094
129.0	17.0	20.3347	-3.33475
130.0	18.0	20.4015	-2.40153
131.0	20.0	20.9404	-0.940402
132.0	10.0	22.1248	-12.1248
133.0	20.0	17.2235	2.77647
134.0	8.0	21.1467	-13.1467
135.0	8.0	15.9236	-7.92356
136.0	8.0	14.5491	-6.54912
137.0	21.7	14.1874	7.51256
138.0	0.0	21.234	-21.234
139.0	0.0	11.7762	-11.7762
140.0	22.4	9.28741	13.1126
141.0	43.4	20.3095	23.0905
142.0	26.8	34.157	-7.35701
143.0	32.5	29.1475	3.35253
144.0	28.3	30.8006	-2.5006
145.0	44.3	29.0462	15.2538
146.0	36.9	36.9252	-0.0251985
147.0	28.3	35.141	-6.84096
148.0	0.0	30.1883	-30.1883
149.0	15.2	14.1325	1.06752
150.0	23.5	17.8311	5.66889
151.0	30.5	23.1311	7.36888
152.0	28.9	28.1748	0.725163
153.0	20.0	28.668	-8.668
154.0	13.0	24.1583	-11.1583
155.0	12.0	19.3225	-7.32251
156.0	36.0	17.5287	18.4713
157.0	0.0	29.5677	-29.5677
158.0	66.0	13.9692	52.0308
159.0	8.7	44.2698	-35.5698
160.0	12.9	22.3732	-9.47321
161.0	15.3	18.8006	-3.50065
162.0	16.0	19.1116	-3.11165
163.0	17.0	19.5584	-2.55839
164.0	12.0	20.1972	-8.19724
165.0	18.0	17.7589	0.241113
166.0	25.0	20.245	4.755
167.0	0.0	24.5483	-24.5483
168.0	20.0	12.6483	7.35167
169.0	20.0	19.9428	0.0572343
170.0	22.0	21.8623	0.137736
171.0	25.0	23.41	1.59004
172.0	42.95	25.3811	17.5689
173.0	7.39	35.257	-27.867
174.0	5.32	19.3186	-13.9986
175.0*	2.94833	14.0455	-11.0971
176.0	7.45	11.4215	-3.9715
177.0	26.0	13.0777	12.9223
178.0	40.0	23.1835	16.8165
179.0	25.0	33.1409	-8.14091
180.0	40.0	27.9418	12.0582
181.0	80.0	34.393	45.607
182.0	70.0	56.9423	13.0577
183.0	0.0	57.6632	-57.6632
184.0	90.0	21.3624	68.6376
185.0	100.0	58.7263	41.2737
186.0	0.0	73.7714	-73.7714
187.0	0.0	25.6012	-25.6012
188.0	0.0	12.9254	-12.9254

189.0	0.0	9.58982	-9.58982
190.0	0.0	8.71208	-8.71208
191.0	38.6	8.48111	30.1189
192.0	0.0	28.5422	-28.5422
193.0	0.0	13.6993	-13.6993
194.0	25.0	9.79348	15.2065
195.0	12.0	21.798	-9.79799
196.0	26.0	18.1801	7.81988
197.0	14.0	24.5262	-10.5262
198.0	34.0	19.9406	14.0594
199.0	22.0	29.1598	-7.1598
200.0	23.0	25.3303	-2.33027
201.0	19.0	24.8438	-5.84384
202.0	17.0	22.6307	-5.63067
203.0	8.0	21.0057	-13.0057
204.0	36.0	15.8865	20.1135
205.0	0.0	29.1355	-29.1355
206.0	30.0	13.8554	16.1446
207.0	40.0	25.4733	14.5267
208.0	4.5	33.7435	-29.2435
209.0	6.0	17.4138	-11.4138
210.0	4.0	13.8987	-9.89869
211.0	5.0	11.9311	-6.93111
212.0	4.0	11.9346	-7.93464
213.0	4.5	11.4143	-6.91428
214.0	6.0	11.538	-5.538
215.0	44.0	12.3525	31.6475
216.0	28.0	32.3759	-4.37594
217.0	0.0	29.3043	-29.3043
218.0	12.0	13.8999	-1.89987
219.0	12.0	16.1018	-4.10176
220.0	0.0	16.6812	-16.6812
221.0	9.0	10.5781	-1.57814
222.0	10.0	13.6638	-3.66379
223.0	9.0	14.9971	-5.99705
224.0	8.0	14.8266	-6.8266
225.0	20.0	14.2605	5.73954
226.0	67.6	20.367	47.233
227.0	15.5	46.7874	-31.2874
228.0	0.0	26.5805	-26.5805
229.0	15.4	13.1831	2.2169
230.0	15.0	17.6855	-2.68554
231.0	0.0	18.6618	-18.6618
232.0	7.0	11.0993	-4.09934
233.0	0.0	12.7584	-12.7584
234.0	0.0	9.54587	-9.54587
235.0	5.0	8.70051	-3.70051
236.0	8.0	11.0845	-3.08453
237.0	6.0	13.2757	-7.27575
238.0	6.0	12.8098	-6.80977
239.0	5.0	12.6872	-7.68715
240.0	81.0	12.1336	68.8664
241.0	64.0	51.6062	12.3938
242.0	75.0	53.1312	21.8688
243.0	61.0	59.2668	1.73325
244.0	81.0	53.5832	27.4168
245.0	64.0	62.5134	1.48656
246.0	75.0	56.0014	18.9986
247.0	0.0	60.022	-60.022
248.0	56.0	21.9831	34.0169
249.0	48.0	41.1657	6.8343
250.0	7.0	42.0432	-35.0432
251.0	5.0	20.9011	-15.9011
252.0	8.0	14.2951	-6.29505

253.0	9.0	14.1206	-5.12058
254.0	7.0	14.596	-7.59596
255.0	7.0	13.6785	-6.67847
256.0	7.0	13.437	-6.43704
257.0	40.0	13.3735	26.6265
258.0	0.0	30.5594	-30.5594
259.0	40.0	14.2301	25.7699
260.0	0.0	30.7849	-30.7849
261.0	15.7	14.2895	1.41054
262.0	13.2	18.1331	-4.93306
263.0	7.0	17.8413	-10.8413
264.0	8.0	14.5325	-6.53246
265.0	6.0	14.1831	-8.18305
266.0	7.0	13.0485	-6.04853
267.0	18.0	13.2713	4.72873
268.0	15.0	19.0641	-4.06411
269.0	16.0	19.0246	-3.02459
270.0	15.0	19.5355	-4.53548
271.0	14.0	19.1486	-5.14863
272.0	7.0	18.5255	-11.5255
273.0	6.0	14.7125	-8.71252
274.0	6.0	13.1879	-7.18785
275.0	7.0	12.7866	-5.78664
276.0	6.0	13.2024	-7.20236
277.0	2.0	12.7905	-10.7905
278.0	5.0	10.5969	-5.5969
279.0	3.0	11.5836	-8.58355
280.0	7.0	10.8006	-3.8006
281.0	8.0	12.6797	-4.67974
282.0	7.0	13.6955	-6.69552
283.0	7.0	13.4415	-6.44153
284.0	7.0	13.3747	-6.37469
285.0	24.0	13.3571	10.6429
286.0	17.0	22.2144	-5.21445
287.0	44.0	20.8962	23.1038
288.0	51.0	34.6242	16.3758
289.0	69.0	41.8857	27.1143
290.0	34.0	53.1798	-19.1798
291.0	0.0	37.9065	-37.9065
292.0	8.7	16.1635	-7.46349
293.0	12.9	14.9772	-2.07716
294.0	15.3	16.8544	-1.55441
295.0	16.0	18.5995	-2.5995
296.0	5.0	19.4236	-14.4236
297.0	5.0	13.9063	-8.90626
298.0	7.0	12.4544	-5.4544
299.0	20.0	13.1149	6.88507
300.0	10.0	20.0656	-10.0656
301.0	28.0	16.6816	11.3184
302.0	38.0	25.1745	12.8255
303.0	62.0	32.6222	29.3778
304.0	47.0	47.0931	-0.0930987
305.0	52.0	43.0817	8.91835
306.0	60.0	44.6325	15.3675
307.0	64.0	49.211	14.789
308.0	65.0	52.5009	12.4991
309.0	60.0	53.888	6.11203
310.0	40.0	51.6465	-11.6465
311.0	3.0	40.6308	-37.6308
312.0	5.0	18.4443	-13.4443
313.0	3.0	13.6485	-10.6485
314.0	3.0	11.344	-8.34399
315.0	5.0	10.7376	-5.73756
316.0	3.0	11.6206	-8.62057

317.0	15.1	10.8103	4.28966
318.0	11.2	16.9048	-5.70477
319.0	15.7	16.4755	-0.775455
320.0	13.0	18.7083	-5.7083
321.0	14.2	17.8884	-3.68837
322.0	27.0	18.2982	8.70184
323.0	18.0	25.0785	-7.07854
324.0	30.0	22.1711	7.82886
325.0	35.0	27.6616	7.33842
326.0	35.0	31.7128	3.28718
327.0	30.0	32.7789	-2.77889
328.0	35.0	30.453	4.54704
329.0	18.8	32.4474	-13.6474
330.0	16.6	24.5272	-7.92724
331.0	19.0	21.2963	-2.29625
332.0	9.7	21.6971	-11.9971
333.0	15.2	16.9546	-1.7546
334.0	30.0	18.5737	11.4263
335.0	25.0	26.7149	-1.71494
336.0	20.0	26.2508	-6.25079
337.0	25.0	23.5222	1.47781
338.0	20.0	25.4106	-5.41064
339.0	45.0	23.3011	21.6989
340.0	35.0	35.7783	-0.778314
341.0	45.0	33.8487	11.1513
342.0	0.0	38.5539	-38.5539
343.0	0.0	16.3338	-16.3338
344.0	40.0	10.4867	29.5133
345.0	37.0	29.7998	7.20019
346.0	32.0	33.3181	-1.31807
347.0	32.0	31.6374	0.362572
348.0	48.0	31.1952	16.8048
349.0	30.0	39.4195	-9.41948
350.0	35.0	32.2004	2.7996
351.0	0.0	32.9072	-32.9072
352.0	35.0	14.8479	20.1521
353.0	40.0	28.341	11.659
354.0	40.0	34.4981	5.50193
355.0	30.0	36.1183	-6.11828
356.0	30.0	31.3317	-1.3317
357.0	35.0	30.0721	4.92786
358.0	37.0	32.3472	4.65285
359.0	46.0	33.9884	12.0116
360.0	48.0	39.1119	8.88808
361.0	49.0	41.5027	7.49727
362.0	37.0	42.6532	-5.65316
363.0	35.0	36.7004	-1.70038
364.0	38.0	34.0913	3.90866
365.0	14.1	34.9687	-20.8687
366.0	10.1	22.7406	-12.6406
367.0	16.8	17.4377	-0.637714
368.0	14.2	19.5349	-5.33493
369.0	15.2	18.7314	-3.53145
370.0	48.5	19.0413	29.4587
371.0	54.0	36.4819	17.5181
372.0	39.5	43.9384	-4.43841
373.0	45.3	38.3418	6.95818
374.0	44.2	39.8926	4.30741
375.0	35.0	39.7273	-4.72725
376.0	40.0	34.8879	5.11215
377.0	30.0	36.2208	-6.22085
378.0	61.0	31.3587	29.6413
379.0	121.0	46.2393	74.7607
380.0	89.0	81.4326	7.56736

381.0	70.0	74.0122	-4.01224
382.0	35.0	62.155	-27.155
383.0	40.0	40.7896	-0.78962
384.0	30.0	37.7739	-7.77387
385.0	30.0	31.7674	-1.76737
386.0	35.0	30.1868	4.81322
387.0	0.0	32.3773	-32.3773
388.0	46.0	14.7085	31.2915
389.0	67.6	34.0385	33.5615
390.0	93.5	50.385	43.115
391.0	34.3	68.188	-33.888
392.0	76.0	42.0123	33.9877
393.0	89.0	56.8621	32.1379
394.0	80.0	67.5466	12.4534
395.0	90.0	65.6666	24.3334
396.0	30.0	70.3848	-40.3848
397.0	20.0	40.3488	-20.3488
398.0	17.0	27.232	-10.232
399.0	25.0	22.2165	2.78348
400.0	0.0	25.0671	-25.0671
401.0	58.0	12.7848	45.2152
402.0	37.5	39.7878	-2.28781
403.0	56.0	36.207	19.793
404.0	39.5	44.9087	-5.40866
405.0	47.0	38.5971	8.40287
406.0	38.6	40.846	-2.24598
407.0	20.0	37.0589	-17.0589
408.0	32.0	26.3663	5.6337
409.0	22.0	29.8081	-7.8081
410.0	31.0	25.5009	5.49913
411.0	55.0	29.0591	25.9409
412.0	69.0	42.5064	26.4936
413.0	35.0	53.3431	-18.3431
414.0	28.0	38.4708	-10.4708
415.0	13.0	30.9082	-17.9082
416.0	20.0	21.0987	-1.09871
417.0	18.0	22.1664	-4.16645
418.0	12.0	21.4048	-9.40483
419.0	16.0	18.0767	-2.07666
420.0	22.0	19.286	2.71396
421.0	21.0	22.732	-1.73203
422.0	19.0	23.1175	-4.11754
423.0	18.0	22.1764	-4.1764
424.0	15.0	21.4074	-6.40745
425.0	6.8	19.6412	-12.8412
426.0	5.3	14.9019	-9.60185
427.0	9.5	12.8728	-3.37277
428.0	11.0	14.5283	-3.52825
429.0	69.0	15.7458	53.2542
430.0	50.0	46.3012	3.6988
431.0	60.0	44.4371	15.5629
432.0	70.0	49.1596	20.8404
433.0	0.0	55.6152	-55.6152
434.0	0.0	20.8234	-20.8234
435.0	48.5	11.6682	36.8318
436.0	54.0	34.5417	19.4583
437.0	39.5	43.4279	-3.92785
438.0	45.3	38.2075	7.09254
439.0	44.2	39.8572	4.34276
440.0	39.5	39.718	-0.21795
441.0	20.0	37.2312	-17.2312
442.0	55.0	26.4116	28.5884
443.0	57.0	41.8098	15.1902
444.0	57.0	46.9043	10.0957

445.0	30.0	48.2449	-18.2449
446.0	30.0	34.5228	-4.52277
447.0	35.0	30.9119	4.08815
448.0	77.5	32.5681	44.9319
449.0	80.5	55.1589	25.3411
450.0	77.5	62.6674	14.8326
451.0	78.5	63.0794	15.4206
452.0	20.0	63.7091	-43.7091
453.0	35.0	33.3792	1.62083
454.0	20.0	33.2174	-13.2174
455.0	61.0	25.3554	35.6446
456.0	55.0	44.6596	10.3404
457.0	0.0	46.6116	-46.6116
458.0	35.0	18.4542	16.5458
459.0	28.0	29.2899	-1.28994
460.0	58.0	28.4923	29.5077
461.0	58.0	43.9211	14.0789
462.0	0.0	47.9812	-47.9812
463.0	0.0	18.8146	-18.8146
464.0	0.0	11.1395	-11.1395
465.0	0.0	9.11988	-9.11988
466.0	5.0	8.58842	-3.58842
467.0	10.0	11.055	-1.05503
468.0	5.0	14.3106	-9.31057
469.0	10.0	12.5608	-2.56079
470.0	10.0	14.7068	-4.7068
471.0	5.0	15.2715	-10.2715
472.0	0.0	12.8137	-12.8137
473.0	8.0	9.56042	-1.56042
474.0	8.0	12.8747	-4.87469
475.0	0.0	13.7468	-13.7468
476.0	5.0	9.80598	-4.80598
477.0	5.0	11.3754	-6.37542
478.0	4.6	11.7884	-7.18842
479.0	3.9	11.6886	-7.78858
480.0	4.6	11.2974	-6.6974
481.0	2.9	11.5594	-8.65937
482.0	2.6	10.7421	-8.14211
483.0	92.88	10.3707	82.5093
484.0	144.84	57.3352	87.5048
485.0	93.73	96.7801	-3.05009
486.0	162.33	80.5166	81.8134

Fuente: Elaboración propia.

El StatAdvisor

Esta tabla muestra los valores pronosticados para L1. Durante el periodo en donde hay disponibles datos, también se muestran los valores predichos del modelo ajustado y los residuos (dato-pronóstico). Para los periodos de tiempo más allá de la serie de tiempo, se muestran los límites del 95.0% de predicción para los pronósticos. Estos límites muestran en donde podría estar el valor verdadero del dato, al tiempo futuro seleccionado, con 95.0% de confianza, asumiendo que el modelo ajustado es apropiado para los datos.

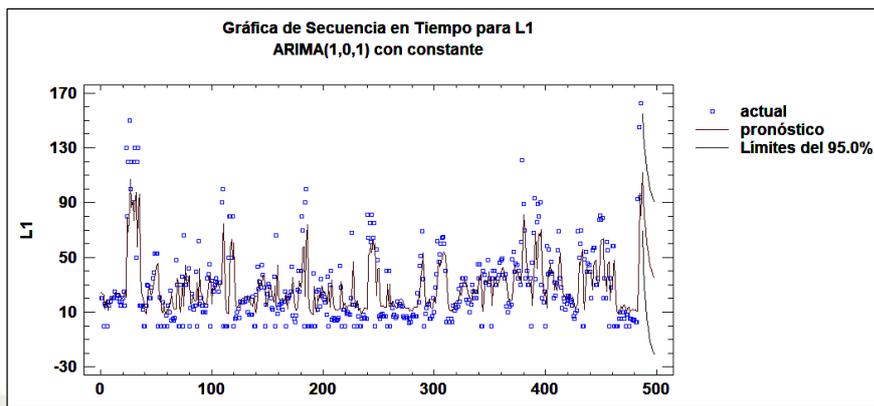


Figura N° 72. Grafica de la serie de tiempo del consumo de agua del día lunes(L1) comparada con su pronóstico.

Fuente: Elaboración propia.

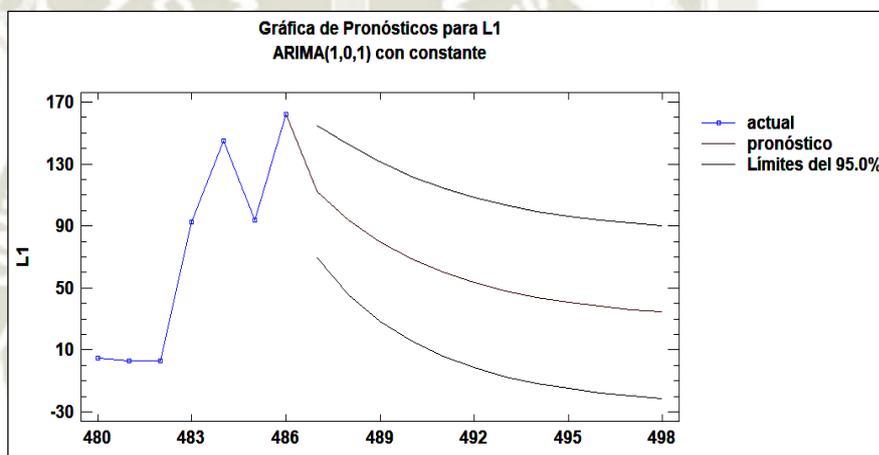


Figura N° 73. Grafica del pronóstico de la serie de tiempo del consumo de agua del día lunes(L1).

Fuente: Elaboración propia.

Autocorrelaciones Estimadas para residuos

Variable de datos: L1

Modelo: ARIMA(1,0,1) con constante

Tabla N° 47. Autocorrelaciones estimadas para residuos

Retraso	Autocorrelación	Error Estd.	Límite en 95.0%	
			Inferior	Superior
1	-0.00079022	0.0453609	-0.0889059	0.0889059
2	-0.0156327	0.0453609	-0.088906	0.088906
3	0.0757381	0.045372	-0.0889277	0.0889277
4	-0.0278231	0.0456314	-0.0894361	0.0894361
5	-0.0388497	0.0456663	-0.0895045	0.0895045
6	-0.00869974	0.0457343	-0.0896377	0.0896377

7	0.0257065	0.0457377	-0.0896444	0.0896444
8	-0.0195921	0.0457674	-0.0897026	0.0897026
9	-0.001699	0.0457847	-0.0897364	0.0897364
10	0.00194678	0.0457848	-0.0897367	0.0897367
11	-0.0203277	0.045785	-0.089737	0.089737
12	-0.0771717	0.0458035	-0.0897734	0.0897734
13	0.0483932	0.0460703	-0.0902963	0.0902963
14	-0.029279	0.0461748	-0.090501	0.090501
15	-0.0284173	0.0462129	-0.0905759	0.0905759
16	0.00934195	0.0462489	-0.0906463	0.0906463
17	-0.0166517	0.0462528	-0.0906539	0.0906539
18	-0.00461222	0.0462651	-0.0906781	0.0906781
19	0.119788	0.046266	-0.09068	0.09068
20	-0.0106995	0.0468999	-0.0919222	0.0919222
21	-0.0812916	0.0469049	-0.0919321	0.0919321
22	0.0256008	0.0471939	-0.0924985	0.0924985
23	-0.0139333	0.0472225	-0.0925545	0.0925545
24	-0.0518478	0.0472309	-0.0925711	0.0925711

Fuente: Elaboración propia.

El StatAdvisor

Esta tabla muestra las autocorrelaciones estimadas entre los residuos a diferentes retrasos. El coeficiente de autocorrelación con retraso k mide la correlación entre los residuos al tiempo t y al tiempo $t-k$. También se muestran límites de probabilidad del 95.0% alrededor de 0. Si los límites de probabilidad a un retraso particular no contienen el coeficiente estimado, hay una correlación estadísticamente significativa a ese retraso al nivel de confianza del 95.0%. En este caso, uno de los 24 coeficientes de autocorrelación es estadísticamente significativo al nivel de confianza del 95.0% nivel de confianza, implicando que los residuos pueden no ser completamente aleatorios (ruido blanco).

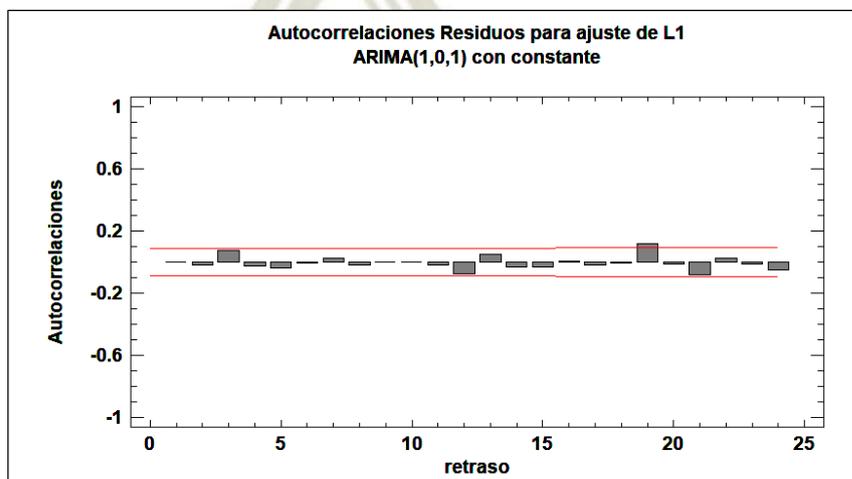


Figura N° 74. Autocorrelaciones parciales de la serie de tiempo del consumo de agua del día lunes(L1).

Fuente: Elaboración propia.

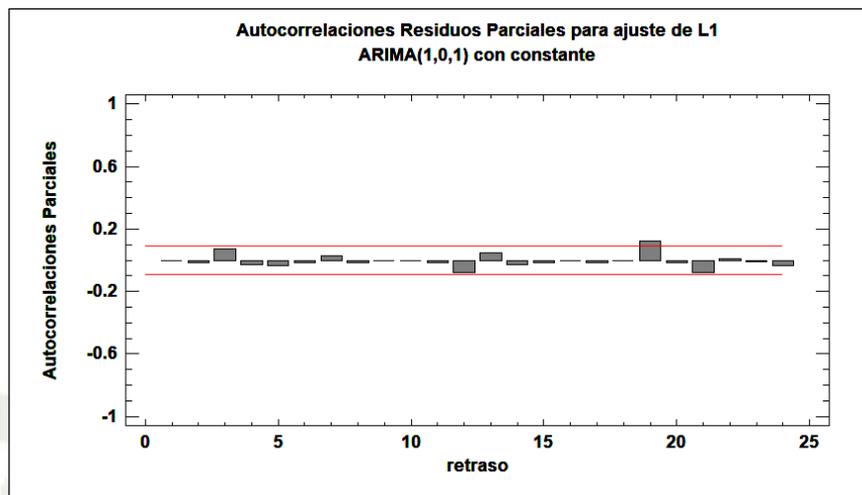


Figura N° 75. Autocorrelaciones parciales de la serie de tiempo del consumo de agua del día lunes(L1).
Fuente: Elaboración propia.

3. CONSUMO ELÉCTRICO.

3.1. Temperatura del Agua.

3.1.1. Temperatura Final del Agua [t_f].

Tal como se mencionó anteriormente, la temperatura final del agua está determinada por la temperatura que alcanzará en el calentador solar.

Tabla N° 48. Especificaciones técnicas de calentadores solares.

	CAPACIDAD (L)	PESO APROX. (Kg)*	CANTIDAD DE COLECTORES (Unidad)	TEMPERATURA ESTIMADA (°C)	**DUCHAS POR DÍA (estimadas)	TIPO DE ACERO INOXIDABLE (AISI)	***ESPACIO REQUERIDO axB (M)	SISTEMA AUXILIAR-ELECTRICO (Kw)
Terma Electrosolar MAGNUM 90	90	54	1 unidad de 1.1 m ²	50°C a 60°C	2	304 - 2B	2.0 x 2.5	2
Terma Electrosolar MAGNUM 120	120	62	1 unidad de 1.5 m ²	50°C a 60°C	3	304 - 2B	2.0 x 3.0	2
Terma Electrosolar MAGNUM 150	150	80	1 unidad de 1.8 m ²	50°C a 60°C	4	304 - 2B	2.0 x 3.5	2
Terma Electrosolar MAGNUM 180	180	98	2 unidades de 1.1 m ²	50°C a 60°C	5	304 - 2B	3.0 x 2.5	2
Terma Electrosolar MAGNUM 240	240	114	2 unidades de 1.5 m ²	50°C a 60°C	6	304 - 2B	3.0 x 4.0	3
Terma Electrosolar MAGNUM 300	300	149	2 unidades de 1.8 m ²	50°C a 60°C	8	304 - 2B	3.0 x 3.5	3
Terma Electrosolar MAGNUM 400	400	161	3 unidades de 1.5 m ²	50°C a 60°C	10	304 - 2B	3.0 x 4.0	4
Terma Electrosolar MAGNUM 500	500	214	3 unidades de 2.0 m ²	50°C a 60°C	12	316 - 2B	4.5 x 4.5	4
Terma Electrosolar MAGNUM 750	750	310	4 unidades de 2.0 m ²	50°C a 60°C	19	316 - 2B	5.5 x 5.0	5
Terma solar MAGNUM 1000	1000	430	6 unidades de 2.0 m ²	50°C a 60°C	25	316 - 2B	7.5 x 5.5	Se recomienda SAG
Terma solar MAGNUM 1500	1500	610	8 unidades de 2.0 m ²	50°C a 60°C	37	316 - 2B	9.5 x 5.5	Se recomienda SAG
Terma solar MAGNUM 2000	2000	790	12 unidades de 2.0 m ²	50°C a 60°C	50	316 - 2B	14.0 x 5.5	Se recomienda SAG

* Es la sumatoria de pesos de: El Termotanque (vacío), Colector o Panel, Juego de Accesorios, Juego de Soportes del Termotanque, Colector y Embalaje medio.
(L): Litro / (Kg): Kilogramo / (Kw): Kilovatio / (°C): Grados Centígrados / (M): Metro

Fuente: (Teminox, 2018).

Los calentadores solares comúnmente instalados en la ciudad de Arequipa alcanzan normalmente temperaturas que varían entre los 50 °C y 60 °C con lo que se evita el crecimiento de la bacteria legionella. La Tabla N° 48 muestra las características técnicas de calentadores solares comúnmente instalados en la ciudad de Arequipa.

Para los efectos del caculo, consideraremos como temperatura final la siguiente:

$$t_f = 60 \text{ °C}$$

3.1.2. Temperatura Inicial del Agua [t_0].

Para determinar la temperatura del agua que ingresa al calentador solar, hacemos uso de la siguiente expresión (Abrams & Shedd, 1996):

$$T_{mains} = T_{amb,avg} + \Delta T_{offs} + \left[\frac{(R)(\Delta T_{amb,max})}{2} \right] \sin[(\omega)(day\# - 15 - \phi) - 90]$$

De donde tenemos que:

$$T_{amb,avg} = \text{Temperatura promedio anual} = 14.9 \text{ °C} = 58.82 \text{ °F} \text{ (Tabla N° 49)}$$

$$\Delta T_{offs} = 6 \text{ °F.}$$

$$R = 0.4 + (0.01)(58.82 - 44) = 0.548$$

$$\Delta T_{amb,max} = 23.2 \text{ °C} - 6.9 \text{ °C} = 16.3 \text{ °C} = 61.34 \text{ °F} \text{ (Tabla N° 49)}$$

$$\omega = 360/365 = 0.986$$

$$day\# = 365$$

$$\phi = 35 - (1)(58.82 - 44) = 20.18$$

Los datos se obtuvieron con información de SENAMHI, los cuales se muestran en las Tablas N° 49 y 50.

Tabla N° 49. Temperaturas en la ciudad de Arequipa en el año 2018.

Mes	Temperatura Máxima [°C]	Temperatura Mínima [°C]	Temperatura Promedio [°C]
Enero	22.1	10.9	15.5
Febrero	22.1	11.2	15.7
Marzo	22.3	10.6	15.5
Abril	22.8	9.8	15.3
Mayo	22.8	8.2	14.5
Junio	22.8	7.2	14.0
Julio	22.6	6.9	13.8
Agosto	22.9	7.8	14.4
Setiembre	23.1	8.4	14.8
Octubre	23.2	9.1	15.2
Noviembre	23	9.4	15.2
Diciembre	22.6	10.2	15.4
PROMEDIO	22.7	9.1	14.9

Fuente: (SENAMHI, 2019).

Tabla N° 50. Temperaturas en la ciudad de Arequipa últimos 13 años.

Año	Temperatura Media Anual [°C]	Temperatura Máxima Media Anual [°C]	Temperatura Mínima Media Anual [°C]
2006	14.5	20.8	9.3
2007	14.5	20.7	9.1
2008	13.7	20.1	8.2
2009	14.6	20.9	9.2
2010	14.6	21	9.1
2011	14	20.3	8.7
2012	14.4	20.9	8.8
2013	14.7	21.2	9.1
2014	15.1	21.5	9.5
2015	15.4	21.9	9.9
2016	15.4	22	9.6
2017	14.5	20.9	9
2018	14.9	21.1	9.2

Fuente: (SENAMHI, 2019).

Según (George, Pearre, & Swan, 2015) la temperatura del agua de la red se verá afectada en 2 °C debido al intercambio de calor que se realiza con el entorno interior de la edificación, por lo tanto, la temperatura del agua que ingresa al calentador solar estará definida por:

3.2. Energía Necesaria Para el Calentamiento del Agua.

Con la finalidad de conocer la energía necesaria para el calentamiento del agua determinamos la cantidad de calor necesario para elevar la temperatura del agua. Para ello, hacemos uso del resultado estadístico el cual indica que se tiene un consumo promedio de agua caliente de 27.0371 litros por persona. El estudio se aplicó a 100 viviendas de la urbanización La Primavera en Umacollo, las cuales sumaron una cantidad de 486 personas.

En primer lugar, determinamos la cantidad de agua que se calentó:

$$m = (l)(h)$$

Donde:

m : masa [Kg]

l : consumo promedio de agua por día [l]

h : número de habitantes en estudio.

Finalmente determinamos la cantidad de energía necesaria para el calentamiento de esta cantidad de agua:

$$Q = m \cdot c \cdot (t_f - t_0)$$

Donde:

Q : es el calor [J]

m : 394201 Kg x mes

c : 4186 J/Kg °C

t_f : 60 °C

t_0 : 12.06 [°C]

3.3. Costo de la Energía Eléctrica.

Luego de la revisión de los recibos de luz de diversos domicilios de la zona de Yanahuara, se determinará el costo de la energía eléctrica para dicha zona.

Con el dato obtenido, se podrá determinar el costo de calentar el ACS por medio de energía eléctrica lo que a su vez representará el ahorro logrado, por las 100 familias analizadas, al hacer uso de la energía solar.

4. ANÁLISIS ECONÓMICO.

El objetivo del presente análisis es realizar una comparación económica entre las dos formas de calentamiento de ACS con la finalidad de poder establecer la alternativa más eficiente. Este análisis se basa en los costos en los cuales incurre cada una de las alternativas estudiadas en el tiempo estipulado.

4.1. Costos del Calentador y Costos de Mantenimiento.

Tras la recolección de datos realizada, se pudo determinar que los calentadores solares más utilizados son los de 120 litros (Quispe Huanca, 2016). Estos calentadores tienen un precio promedio de \$ 710.00 dólares americanos (Quispe Huanca, 2016) y generan un costo promedio anual de \$ 80.00 dólares americanos en mantenimiento (Gamero Canales, 2016).

Por otro lado, las duchas eléctricas no se venden por capacidad de litros, sino por su potencia eléctrica. El tipo de ducha eléctrica recomendada para un promedio de 4 personas es la de 2500 W, las cuales tienen un precio promedio de S/. 100.00 y generan un costo en mantenimiento bimestral de S/. 30.00¹.

4.2. Costo de Instalación.

El costo promedio en el que se incurre para la instalación de un calentador solar de 120 litros es de S/. 200.00 (Gamero Canales, 2016), en tanto que el costo promedio de instalación de una ducha eléctrica es de S/.60.00².

4.3. Costo del Servicio Eléctrico Anual.

Se toma en cuenta esta variable debido a que es indispensable para el funcionamiento de la ducha eléctrica. Si bien el objeto de costo es la obtención de agua caliente se

¹ Los costos de la ducha eléctrica y sus respectivos mantenimientos se obtuvieron de la empresa Sodimac Homecenter en diciembre del 2018.

² El costo de instalación fue consultado a personal técnico de la empresa Sodimac Homecenter.

aprecia claramente que el consumo eléctrico, en el que incurren estas duchas eléctricas, genera un costo adicional al propio consumo de agua potable de la red pública.

En base a los resultados obtenidos para determinar el consumo eléctrico se tiene que el costo anual de la energía para el calentamiento del agua de una vivienda es de aproximadamente S/. 1791. 32

En el caso de la terma solar, este costo adicional es inexistente puesto que esta no necesita de electricidad para calentar el agua.

4.4. Vida Útil.

Es importante considerar la vida útil en nuestro análisis comparativo, pues ambas opciones no tienen igual vida útil por lo que los costos pueden incrementarse en alguno de los dos casos.

En el caso de la terma solar, suponiendo un uso diario y continuo la vida útil es de 15 años (Gamero Canales, 2016), en tanto que las duchas eléctricas presentan una vida útil promedio de 4 meses. La vida útil de ambas opciones está estimada bajo condiciones continuas de uso³.

³ La vida útil promedio de las duchas eléctricas fue consultada a personal técnico de la empresa Sodimac Homecenter.

CAPITULO IV

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

1. RESULTADOS.

1.1. Determinación del ahorro eléctrico logrado frente al consumo de ACS por medio de calentadores solares.

Tal como se indicó, los calentadores solares de marcas renombradas de Arequipa están diseñados para alcanzar temperaturas entre los 50 °C y 60 °C con la finalidad de evitar el crecimiento de la bacteria legionella.

Para los efectos del caculo, consideraremos como temperatura final la siguiente:

$$t_f = 60 \text{ } ^\circ\text{C}$$

La temperatura del agua al ingreso de los calentadores solares, se determinó por medio de la expresión planteada por Abrams & Shedd, 1996:

$$T_{mains} = T_{amb,avg} + \Delta T_{offs} + \left[\frac{(R)(\Delta T_{amb,max})}{2} \right] \sin[(\omega)(day\# - 15 - \phi) - 90]$$

La información necesaria para resolver la ecuación, se obtuvieron de los datos meteorológicos proporcionados por el SENAMHI para Arequipa correspondiente al año 2018, tal como se indica en la Tabla N° 49, de donde tenemos que:

$$T_{amb,avg} = \text{Temperatura promedio anual} = 14.9 \text{ } ^\circ\text{C} = 58.82 \text{ } ^\circ\text{F} \text{ (Tabla N}^\circ \text{ 49)}$$

$$\Delta T_{offs} = 6 \text{ } ^\circ\text{F.}$$

$$R = 0.4 + (0.01)(58.82 - 44) = 0.548$$

$$\Delta T_{amb,max} = 23.2 \text{ } ^\circ\text{C} - 6.9 \text{ } ^\circ\text{C} = 16.3 \text{ } ^\circ\text{C} = 61.34 \text{ } ^\circ\text{F} \text{ (Tabla N}^\circ \text{ 49)}$$

$$\omega = 360/365 = 0.986$$

$$day\# = 365$$

$$\phi = 35 - (1)(58.82 - 44) = 20.18$$

Reemplazando:

$$T_{mains} = 58.82 + 6 + \left[\frac{(0.548)(61.34)}{2} \right] \sin[(0.986)(365 - 15 - 20.18) - 90]$$

$$T_{mains} = 51.02 \text{ }^{\circ}\text{F}$$

$$T_{mains} = 10.06 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

Finalmente, siguiendo las recomendaciones de George, Pearre, & Swan, 2015, se incrementa la temperatura del agua en 2 °C, quedando la temperatura de ingreso definida por:

$$T_0 = 10.06 + 2$$

$$T_0 = 12.06 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

Paso seguido, se calculó la masa de agua que debía ser calentada. Para la medición del consumo de ACS se han utilizado medidores de la marca Atlantic Fid U.S.A. con conexión de ½ pulgada. Estos medidores cumplen con las especificaciones de construcción y conexión requeridas por La Norma Metrológica Peruana y la normativa ISO 4064.

Los medidores fueron instalados en la línea de salida del agua caliente de los calentadores solares de cien viviendas y se realizaron toma de lecturas diarias durante 15 días.

Con la data obtenida, se procedió al cálculo de la masa de agua caliente a ser calentada.

$$m = (l)(h)$$

$$m = (27.0371)(486)$$

$$m = 13140.0306 \text{ Kg por día}$$

$$m = (13140.0306)(30)$$

$$m = 394200.918 \text{ Kg por mes}$$

$$m \approx 394201 \text{ Kg por mes}$$

Una vez obtenida la masa de agua a calentar se procedió a determinar la cantidad de energía necesaria para elevar su temperatura desde 12.06 °C hasta los 60 °C requeridos

$$Q = m \cdot c \cdot (t_f - t_0)$$

$$Q = (394201 \text{ Kg}) \left(4186 \frac{\text{J}}{\text{Kg} \cdot ^\circ\text{C}} \right) (60^\circ\text{C} - 12.06^\circ\text{C})$$

$$Q = 7.91 \times 10^{10} \text{ J x mes}$$

$$Q = 94.93 \times 10^{10} \text{ J x año}$$

$$Q = 263690.04 \text{ kWh x año}$$

Finalmente, obtuvo el costo de energía eléctrica correspondiente a la zona de estudio con la finalidad de determinar el costo eléctrico en el que se incurriría si se usara este tipo de energía en el calentamiento del ACS.

Costo de kWh sin impuesto = S/ 0.5757

IGV = 18 %

Costo de kWh con impuesto = S/ 0.6793

Por lo tanto, el costo de la energía para el calentamiento del agua indicada es:

$$C = (263690.04)(0.6793)$$

$$C = 179131.50 \text{ soles x año}$$

Cuyo equivalente en dólares americanos es:

Tipo de Cambio: \$ 1.00 = S/ 3.35

$$C = 53472.09 \text{ dólares x año}$$

Se puede ver claramente, que el ahorro económico anual que tienen las 100 familias es de S/ 179 131.50 logrado gracias al calentamiento del agua por medio de energía solar en lugar de energía eléctrica.

1.2. Determinación de la autocorrelación del consumo de ACS.

Analizamos gráficamente que existe un proceso estacionario, para los consumos de agua del día lunes.

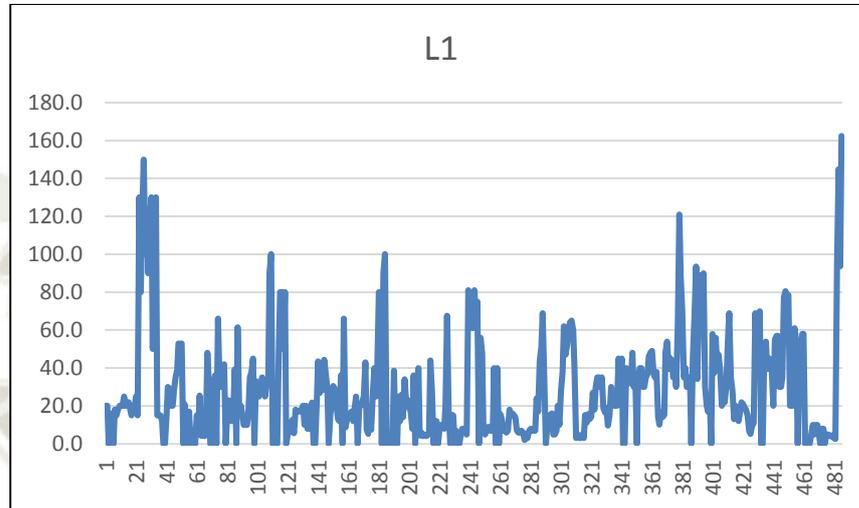


Figura N° 76. Serie de tiempo del consumo del lunes de la primera semana (L1).

Fuente: Elaboración propia.

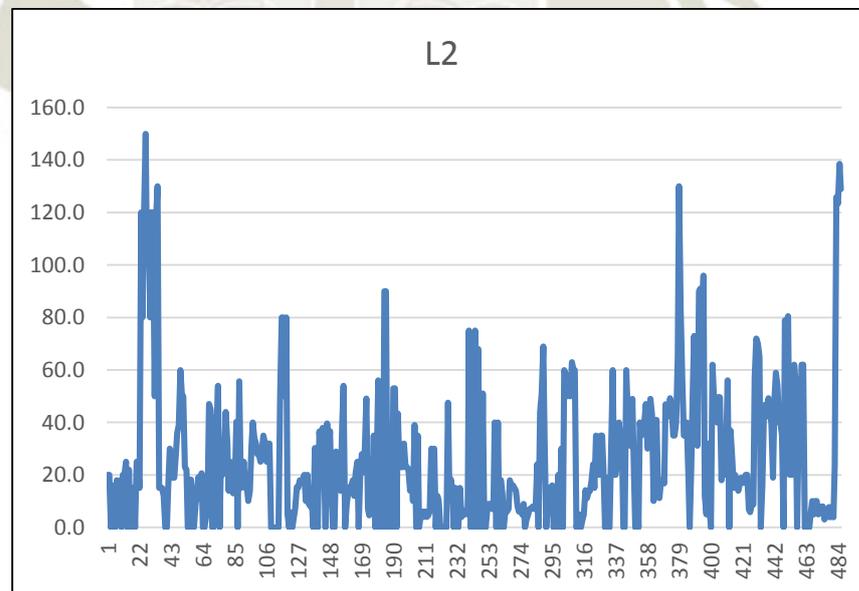


Figura N° 77. Serie de tiempo del consumo del lunes de la segunda semana (L2)

Fuente: Elaboración propia.

Realizando un análisis de regresión entre dos días, tomando los días lunes de dos semanas consecutivas obtenemos un coeficiente de determinación de $r^2 = 0.7048$ con lo cual se deduce que $r = 0.8395$ pudiéndonos dar cuenta que la correlación lineal es fuerte.

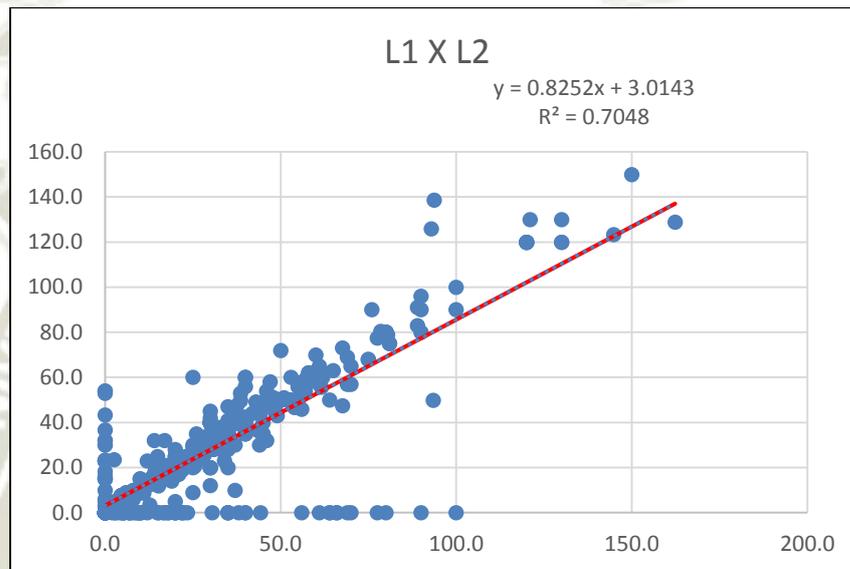


Figura N° 78. Correlación del consumo del lunes de la primera semana(L1) y el lunes de la segunda semana (L2)
Fuente: Elaboración propia.

Para lograr probar la autocorrelación se realiza el planteamiento de las hipótesis:

$$H_0: \rho_k = 0$$

$$H_1: \rho_k \neq 0$$

Para probar la autocorrelación parcial:

$$H_0: \phi_{kk} = 0$$

$$H_1: \phi_{kk} \neq 0$$

Inicialmente usaremos su correlograma y se analizarán sus valores en el intervalo de variación de -1 a 1

1.3. Comprobar los supuestos del modelo de autocorrelación.

Analizamos gráficamente y podemos determinar que existe un proceso estacionario.

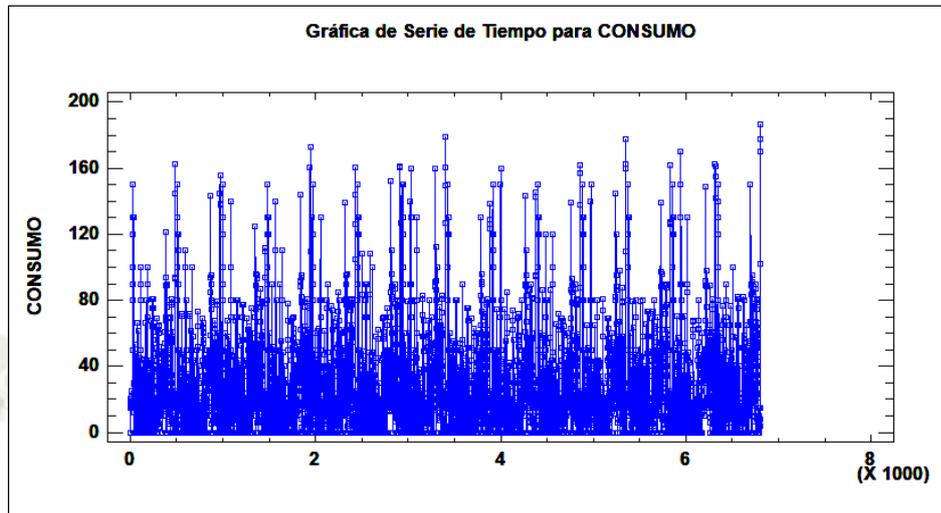


Figura N° 79. Serie de tiempo del consumo de agua.
Fuente: Elaboración propia.

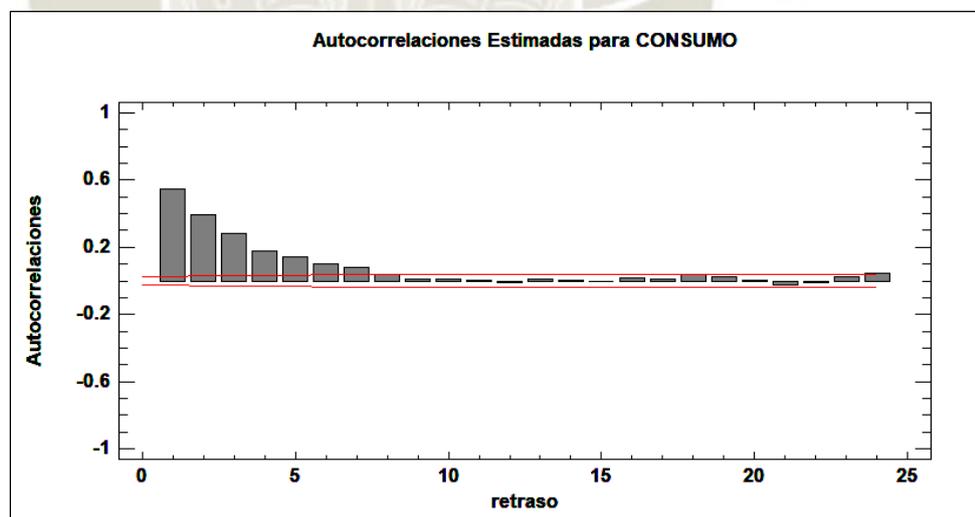


Figura N° 80. Autocorrelaciones del consumo de agua, usando Statgraphics.
Fuente: Elaboración propia.

Del cual se obtiene el informe:

Tabla N° 51. Autocorrelaciones estimadas para CONSUMO.

Retraso	Autocorrelación	Error Estd.	Límite en 95.0%	
			Inferior	Superior
1	0.547938	0.0121232	-0.0237611	0.0237611
2	0.395734	0.0153371	-0.0300601	0.0300601
3	0.282095	0.0167708	-0.0328701	0.0328701
4	0.180524	0.0174542	-0.0342097	0.0342097
5	0.139806	0.0177265	-0.0347434	0.0347434
6	0.101872	0.0178878	-0.0350596	0.0350596
7	0.0772483	0.0179729	-0.0352263	0.0352263
8	0.0384819	0.0180216	-0.0353218	0.0353218
9	0.00732651	0.0180337	-0.0353455	0.0353455
10	0.00759857	0.0180341	-0.0353463	0.0353463
11	0.00125347	0.0180346	-0.0353473	0.0353473
12	-0.0123015	0.0180346	-0.0353473	0.0353473
13	0.00904736	0.0180359	-0.0353497	0.0353497
14	0.00658933	0.0180365	-0.035351	0.035351
15	-0.00168216	0.0180369	-0.0353517	0.0353517
16	0.0152011	0.0180369	-0.0353517	0.0353517
17	0.0134071	0.0180388	-0.0353554	0.0353554
18	0.0359277	0.0180402	-0.0353583	0.0353583
19	0.0230367	0.0180508	-0.0353789	0.0353789
20	0.00244416	0.0180551	-0.0353874	0.0353874
21	-0.0215663	0.0180551	-0.0353875	0.0353875
22	-0.00999322	0.0180589	-0.0353949	0.0353949
23	0.0262646	0.0180597	-0.0353965	0.0353965
24	0.0463788	0.0180653	-0.0354075	0.0354075

Fuente: Elaboración propia.

El StatAdvisor

Esta tabla muestra las autocorrelaciones estimadas entre los valores de CONSUMO a diferentes retrasos. El coeficiente de autocorrelación con retraso k mide la correlación entre los valores de CONSUMO al tiempo t y al tiempo $t-k$. También se muestran límites de probabilidad del 95.0% alrededor de 0. Si los límites de probabilidad a un retraso particular no contienen el coeficiente estimado, hay una correlación estadísticamente significativa a ese retraso al nivel de confianza del 95.0%. En este caso, 10 de los 24 coeficientes de autocorrelación son estadísticamente significativos al nivel de confianza del 95.0%, implicando que la serie de tiempo puede no ser completamente aleatoria (ruido blanco).

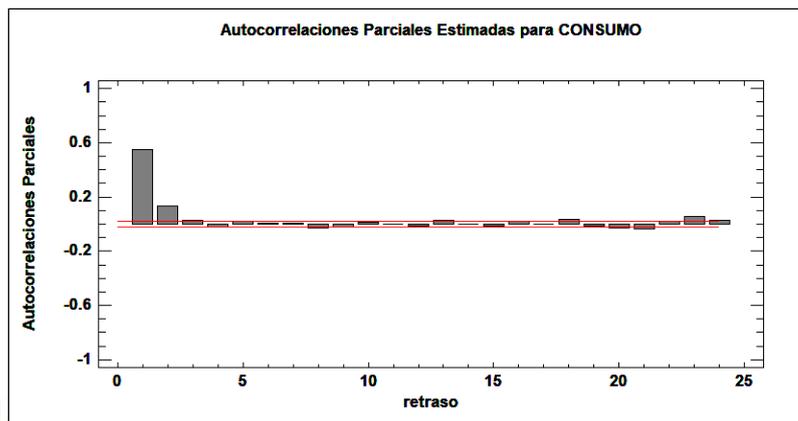


Figura N° 81. Autocorrelaciones parciales del consumo de agua, usando Statgraphics.
Fuente: Elaboración propia.

Tabla N° 52. Autocorrelaciones parciales estimadas para CONSUMO.

Retraso	Parcial Autocorrelación	°Error Estd.	Límite en 95.0%	
			Inferior	Superior
1	0.547938	0.0121232	-0.0237611	0.0237611
2	0.136472	0.0121232	-0.0237611	0.0237611
3	0.0292279	0.0121232	-0.0237611	0.0237611
4	-0.0238659	0.0121232	-0.0237611	0.0237611
5	0.0242658	0.0121232	-0.0237611	0.0237611
6	0.00543639	0.0121232	-0.0237611	0.0237611
7	0.00547284	0.0121232	-0.0237611	0.0237611
8	-0.0281745	0.0121232	-0.0237611	0.0237611
9	-0.0245919	0.0121232	-0.0237611	0.0237611
10	0.0142413	0.0121232	-0.0237611	0.0237611
11	0.00124522	0.0121232	-0.0237611	0.0237611
12	-0.0175087	0.0121232	-0.0237611	0.0237611
13	0.0301452	0.0121232	-0.0237611	0.0237611
14	-0.000117721	0.0121232	-0.0237611	0.0237611
15	-0.0116469	0.0121232	-0.0237611	0.0237611
16	0.0232588	0.0121232	-0.0237611	0.0237611
17	0.00073462	0.0121232	-0.0237611	0.0237611
18	0.0330371	0.0121232	-0.0237611	0.0237611
19	-0.0154713	0.0121232	-0.0237611	0.0237611
20	-0.0276867	0.0121232	-0.0237611	0.0237611
21	-0.0331493	0.0121232	-0.0237611	0.0237611
22	0.0240105	0.0121232	-0.0237611	0.0237611
23	0.0529887	0.0121232	-0.0237611	0.0237611
24	0.0284596	0.0121232	-0.0237611	0.0237611

Fuente: Elaboración propia.

El StatAdvisor

Esta tabla muestra las autocorrelaciones parciales estimadas entre valores de CONSUMO a diferentes retrasos. El coeficiente de autocorrelación parcial del retraso k mide la correlación entre valores de CONSUMO al tiempo t y al tiempo $t+k$, habiendo descontado para las correlaciones a todos los retrasos menores. Se puede utilizar para juzgar el orden del modelo autoregresivo necesario para ajustar los datos. También se muestran los límites de probabilidad del 95.0% alrededor de 0. Si los límites de probabilidad a un retraso particular no contienen el coeficiente estimado, existe una correlación estadísticamente significativa a ese retraso con un 95.0% de nivel de confianza. En este caso, 14 de los 24 coeficientes de autocorrelación parcial son estadísticamente significativa con un 95.0% de nivel de confianza.

De acuerdo al gráfico de autocorrelación parcial, observamos que el modelo es autocorrelacionado y significativo de orden 1 ó 2.

1.4. Determinar el modelo ARMA adecuado según las mediciones de consumo de ACS.

En primer lugar evaluamos el modelo $AR(1) = ARIMA(1,0,0)$.

Datos/Variable: CONSUMO

Número de observaciones = 6804

Índice Inicial = 1.0

Intervalo de Muestra = 1.0

Resumen de Pronósticos

Modelo de pronóstico seleccionado: $ARIMA(1,0,0)$ con constante

Número de pronósticos generados: 12

Número de periodos retenidos para validación: 0

Tabla N° 53. Datos del modelo $ARIMA(1,0,0)$.

<i>Estadístico</i>	<i>Periodo de Estimación</i>	<i>Periodo de Validación</i>
RMSE	24.0829	
MAE	16.2534	
MAPE		
ME	0.00467907	
MPE		

Fuente: Elaboración propia.

Tabla N° 54. Resumen del Modelo ARIMA.

<i>Parámetro</i>	<i>Estimado</i>	<i>Error Estd.</i>	<i>t</i>	<i>Valor-P</i>
AR(1)	0.549422	0.0101544	54.1068	0.000000
Media	27.0074	0.645746	41.8236	0.000000
Constante	12.1689			

Fuente: Elaboración propia.

Pronóstico Histórico: sí

Varianza estimada de ruido blanco = 579.988 con 6802 grados de libertad

Desviación estándar estimada de ruido blanco = 24.0829

Número de iteraciones: 1

El StatAdvisor

Este procedimiento pronostica futuros valores de CONSUMO. Los datos cubren 6804 periodos de tiempo. Actualmente, se ha seleccionado el modelo de un promedio móvil autoregresivo integrado (ARIMA). Este modelo asume que el mejor pronóstico disponible para datos futuros está dado por el modelo paramétrico que relaciona el valor más reciente con los valores y ruido previos. Cada valor de CONSUMO ha sido ajustado de la siguiente forma, antes de ajustar el modelo:

La salida resume la significancia estadística de los términos en el modelo de pronósticos. Términos con valores-P menores que 0.05 son estadísticamente diferentes de cero con un nivel de confianza del 95.0%. El valor-P para el término AR(1) es menor que 0.05, de modo que es estadísticamente diferente de 0. El valor-P para el término de la constante es menor que 0.05, de modo que es estadísticamente diferente de 0. La desviación estándar estimada del ruido blanco de entrada es igual a 24.0829.

- (1) la raíz del error cuadrado medio (RMSE)
- (2) el error absoluto medio (MAE)
- (3) el porcentaje de error absoluto medio (MAPE)
- (4) el error medio (ME)
- (5) el porcentaje de error medio (MPE)

De acuerdo al cuadro resumen del modelo ARIMA es significativo dado que su $valor P = 0.0000 < 0.05$.

Análogamente al considerar el modelo $AR(2) = ARIMA(2,0,0)$ con orden de diferenciación 1, obtenemos:

Tabla N° 55. Resumen de Modelo ARIMA

<i>Parámetro</i>	<i>Estimado</i>	<i>Error Estd.</i>	<i>t</i>	<i>Valor-P</i>
AR(1)	0.474187	0.0120147	39.4672	0.000000
AR(2)	0.138247	0.0120421	11.4803	0.000000
Media	27.0178	0.740552	36.4833	0.000000
Constante	10.4712			

Fuente: Elaboración propia.

Con lo cual vemos que el modelo tiene una autocorrelación significativa.

Considerando un modelo $AR(3) = ARIMA(3,0,0)$, obtenemos:

Tabla N° 56. Resumen de Modelo ARIMA

<i>Parámetro</i>	<i>Estimado</i>	<i>Error Estd.</i>	<i>t</i>	<i>Valor-P</i>
AR(1)	0.468398	0.0121285	38.6197	0.000000
AR(2)	0.122031	0.013326	9.15738	0.000000
AR(3)	0.0366807	0.0121556	3.01759	0.002548
Media	27.0349	0.808334	33.4452	0.000000
Constante	10.081			

Fuente: Elaboración propia.

Considerando un modelo $AR(4) = ARIMA(4,0,0)$, obtenemos:

Tabla N° 57. Resumen de modelo ARIMA.

<i>Parámetro</i>	<i>Estimado</i>	<i>Error Estd.</i>	<i>t</i>	<i>Valor-P</i>
AR(1)	0.470722	0.0121309	38.8036	0.000000
AR(2)	-0.12711	0.0134072	9.48072	0.000000
AR(3)	0.0394798	0.0134141	2.94315	0.003249
AR(4)	-0.0205432	0.0121696	-1.68807	0.091396
Media	27.0322	0.76131	35.5074	0.000000
Constante	10.3596			

Fuente: Elaboración propia.

Con lo cual vemos que el modelo ya no tiene autocorrelación significativa dado que su $valor P = 0.091396 \neq 0.05$

Utilizando un modelo $ARMA(1,1) = ARIMA(1,0,1)$ obtenemos:

Tabla N° 58. Resumen de modelo ARIMA

<i>Parámetro</i>	<i>Estimado</i>	<i>Error Estd.</i>	<i>t</i>	<i>Valor-P</i>
AR(1)	0.784438	0.0471195	16.6479	0.000000
MA(1)	0.263145	0.0699311	3.76292	0.000189
Media	28.709	3.34646	8.57891	0.000000
Constante	6.18856			

Fuente: Elaboración propia.

Utilizando un modelo $ARMA(2,1) = ARIMA(2,0,1)$

Tabla N° 59. Resumen de modelo ARIMA

<i>Parámetro</i>	<i>Estimado</i>	<i>Error Estd.</i>	<i>t</i>	<i>Valor-P</i>
AR(1)	0.561295	0.0845762	6.63656	0.000000
AR(2)	0.0922292	0.0467414	1.97318	0.048475
MA(1)	0.0901419	0.0855662	1.05348	0.292122
Media	27.0336	0.740486	36.5079	0.000000
Constante	9.3665			

Fuente: Elaboración propia.

La salida resume la significancia estadística de los términos en el modelo de pronósticos. Términos con valores-P menores que 0.05 son estadísticamente diferentes de cero con un nivel de confianza del 95.0%. El valor-P para el término AR(2) es menor que 0.05, de modo que es estadísticamente diferente de 0. El valor-P para el término MA(1) es mayor o igual que 0.05, de modo que no es estadísticamente significativo. Por lo tanto, debería considerar reducir el orden del término MA a 0. El valor-P para el término de la constante es menor que 0.05, de modo que es estadísticamente diferente de 0. La desviación estándar estimada del ruido blanco de entrada es igual a 23.8472.

Tabla N° 60. Resumen de modelo ARIMA.

<i>Parámetro</i>	<i>Estimado</i>	<i>Error Estd.</i>	<i>t</i>	<i>Valor-P</i>
AR(1)	0.698384	0.0229192	30.4716	0.000000
MA(1)	0.227849	0.0257374	8.85283	0.000000
MA(2)	-0.0242266	0.0172341	-1.40574	0.159802
Media	27.0341	0.734067	36.8278	0.000000
Constante	8.15391			

Fuente: Elaboración propia.

La salida resume la significancia estadística de los términos en el modelo de pronósticos. Términos con valores-P menores que 0.05 son estadísticamente diferentes de cero con un nivel de confianza del 95.0%. El valor-P para el término AR(1) es menor que 0.05, de modo que es estadísticamente diferente de 0. El valor-P para el término MA(2) es mayor o igual que 0.05, de modo que no es estadísticamente significativo. Por lo tanto, debería considerar reducir el orden del término MA a 1. El valor-P para el término de la constante es menor que 0.05, de modo que es estadísticamente diferente de 0. La desviación estándar estimada del ruido blanco de entrada es igual a 23.8453.

A través del análisis de modelos realizados para el modelo $ARMA(1,0,1)$ obtenemos los siguientes resultados:

Datos/Variable: CONSUMO

Número de observaciones = 6804

Índice Inicial = 1.0

Intervalo de Muestra = 1.0

Resumen de Pronósticos

Modelo de pronóstico seleccionado: ARIMA(1,0,1) con constante

Número de pronósticos generados: 12

Número de periodos retenidos para validación: 0

Tabla N° 61. Datos del modelo ARMA(1,0,1).

<i>Estadístico</i>	<i>Periodo de Estimación</i>	<i>Periodo de Validación</i>
RMSE	23.846	
MAE	16.0151	
MAPE		
ME	0.00124143	
MPE		

Fuente: Elaboración propia.

Tabla N° 62. Resumen de modelo ARIMA

<i>Parámetro</i>	<i>Estimado</i>	<i>Error Estd.</i>	<i>t</i>	<i>Valor-P</i>
AR(1)	0.719729	0.015021	47.9148	0.000000
MA(1)	0.246342	0.0207858	11.8514	0.000000
Media	27.0371	0.772904	34.9811	0.000000
Constante	7.57769			

Fuente: Elaboración propia.

Pronóstico Histórico: sí

Varianza estimada de ruido blanco = 568.634 con 6801 grados de libertad

Desviación estándar estimada de ruido blanco = 23.846

Número de iteraciones: 6

El StatAdvisor

Este procedimiento pronostica futuros valores de CONSUMO. Los datos cubren 6804 periodos de tiempo. Actualmente, se ha seleccionado el modelo de un promedio móvil autoregresivo integrado (ARIMA). Este modelo asume que el mejor pronóstico disponible para datos futuros está dado por el modelo paramétrico que relaciona el valor más reciente con los valores y ruido previos.

La salida resume la significancia estadística de los términos en el modelo de pronósticos. Términos con valores-P menores que 0.05 son estadísticamente diferentes de cero con un nivel de confianza del 95.0%. El valor-P para el término AR(1) es menor que 0.05, de modo que es estadísticamente diferente de 0. El valor-P para el término MA(1) es menor que 0.05, de modo que es estadísticamente diferente de 0. El valor-P para el término de la constante es menor que 0.05, de modo que es estadísticamente diferente de 0. La desviación estándar estimada del ruido blanco de entrada es igual a 23.846.

- (1) la raíz del error cuadrado medio (RMSE)
- (2) el error absoluto medio (MAE)
- (3) el porcentaje de error absoluto medio (MAPE)
- (4) el error medio (ME)
- (5) el porcentaje de error medio (MPE)

Cada uno de los estadísticos está basado en los errores de pronóstico uno-adelante, los cuales son las diferencias entre los datos al tiempo t y el valor pronosticado al tiempo $t-1$. Los primeros tres estadísticos miden la magnitud de los errores.

Comparación de Modelos

Variable de datos: CONSUMO

Número de observaciones = 6804

Índice Inicial = 1.0

Intervalo de Muestra = 1.0

Modelos

- (A) ARIMA(1,0,1) con constante
- (B) Media constante = 26.9901
- (C) Modelo inválido
- (D) Promedio móvil simple de 3 términos
- (E) Suavización exponencial simple con $\alpha = 0.5016$

Ajuste Matemática:

Tabla N° 63. Periodo de estimación.

<i>Modelo</i>	<i>RMSE</i>	<i>MAE</i>	<i>MAPE</i>	<i>ME</i>	<i>MPE</i>
(A)	23.846	16.0151		0.00124143	
(B)	28.8125	21.3454		-4.50261E-14	
(D)	26.4463	16.8988		0.046527	
(E)	25.1334	15.921		0.0418302	

Fuente: Elaboración propia.

Tabla N° 64. Periodo de estimación.

<i>Modelo</i>	<i>RMSE</i>	<i>RUNS</i>	<i>RUNM</i>	<i>AUTO</i>	<i>MEDIA</i>	<i>VAR</i>
(A)	23.846	***	***	***	OK	OK
(B)	28.8125	***	***	***	OK	OK
(D)	26.4463	***	***	***	OK	OK
(E)	25.1334	***	***	***	OK	OK

Fuente: Elaboración propia.

Clave:

RMSE = Root Mean Squared Error (Raíz del Cuadrado Medio del Error)

RUNS = Prueba corridas excesivas arriba y abajo

- RUNM = Prueba corridas excesivas arriba y abajo de la mediana
 AUTO = Prueba de Box-Pierce para autocorrelación excesiva
 MEDIA = Prueba para diferencia en medias entre la 1ª mitad y la 2ª mitad
 VAR = Prueba para diferencia en varianza entre la 1ª mitad y la 2ª mitad
 OK = no significativo ($p \geq 0.05$)
 * = marginalmente significativo ($0.01 < p \leq 0.05$)
 ** = significativo ($0.001 < p \leq 0.01$)
 *** = altamente significativo ($p \leq 0.001$)

El StatAdvisor

Esta tabla compara los resultados de cinco diferentes modelos de pronósticos. Puede cambiar cualquiera de los modelos pulsando el botón secundario del ratón y seleccionando Opciones de Análisis. Viendo las estadísticas del error, el modelo con la menor raíz cuadrada del error cuadrado medio (RMSE) durante el periodo de estimación del modelo es el modelo A. El modelo con el menor error medio absoluto (MAE) es el modelo E.

La tabla también resume los resultados de cinco pruebas para determinar si cada modelo es adecuado para los datos. Un OK significa que el modelo pasa la prueba. Un * significa que no pasa la prueba al nivel de confianza del 95%. Dos *'s significa que no pasa la prueba al nivel de confianza del 99%. Tres *'s significa que no pasa la prueba al nivel de confianza del 99.9%. Note que el modelo actualmente seleccionado, el modelo A, pasa 2 pruebas. Puesto que una ó mas pruebas son estadísticamente significativas al 95% de confianza o más, debería considerar seriamente seleccionar otro modelo.

1.5. Pronosticar el consumo de ACS mediante el modelo ARMA.

Con los análisis realizados, se obtien el resumen del modelo ARIMA.

Tabla N° 65. Resumen del modelo ARIMA.

<i>Parámetro</i>	<i>Estimado</i>	<i>Error Estd.</i>	<i>t</i>	<i>Valor-P</i>
AR(1)	0.784438	0.0471195	16.6479	0.000000
MA(1)	0.263145	0.0699311	3.76292	0.000189
Media	28.709	3.34646	8.57891	0.000000
Constante	6.18856			

Fuente: Elaboración propia.

Tabla N° 66. Resumen del modelo ARIMA.

<i>Parámetro</i>	<i>Estimado</i>	<i>Error Estd.</i>	<i>t</i>	<i>Valor-P</i>
AR(1)	0.719729	0.015021	47.9148	0.000000
MA(1)	0.246342	0.0207858	11.8514	0.000000
Media	27.0371	0.772904	34.9811	0.000000
Constante	7.57769			

Fuente: Elaboración propia.

Por otro lado, el modelo está dado por

$$X_t = \delta + \sum_{i=1}^p \phi_i X_{t-i} + \sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon_{t-i} + \varepsilon_t$$

Donde $p = 1$ y $q = 1$, esto es:

$$X_t = \delta + \phi_1 X_{t-1} + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$$

Por lo tanto, el modelo está dado por:

$$X_t = 7.57769 + 0.719729X_{t-1} + 0.246342\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\mu = \frac{\delta}{1 - \phi_1} = \frac{7.57769}{1 - 0.719729} = 27.0371$$

Logrando obtener el promedio de consumo de ACS por persona:

$$\mu = 27.0371 \text{ lts por persona}$$

Para el dato obtenido se realiza un análisis de normalidad. Para ello se ejecuta el análisis de control:

Gráfico ARIMA Individuos - CONSUMO
Número de observaciones = 6804
0 observaciones excluidas

Distribución: Normal
Transformación: ninguna

Tabla N° 67. Consumo para el gráfico ARIMA.

<i>Período</i>	<i>#1-6804</i>
LSC: +3.0 sigma	95.4483
Línea Central	27.0371
LIC: -3.0 sigma	-41.3742

Fuente: Elaboración propia.

Estimados

Tabla N° 68. Estimados para el gráfico ARIMA.

Período	#1-6804
Media de proceso	27.0371
Sigma de proceso	22.8037
MR(2) residual promedio	21.2523
Sigma de residuos	18.8407

Fuente: Elaboración propia.

Sigma estimada a partir del rango móvil promedio de residuos.

Como $\mu \approx \bar{X}$ y $\sigma \approx s$

$$\bar{X} = 27.0371 \quad s = 22.8037$$

$$\langle \bar{X} - 3s; \bar{X} + 3s \rangle = \langle -41.3742; 95.4483 \rangle$$

El StatAdvisor

Este procedimiento crea un gráfico ARIMA de valores individuales para CONSUMO. Está diseñada para permitirle determinar si los datos provienen de un proceso en un estado de control estadístico. Los gráficos de control se construyen bajo el supuesto de que los datos provienen de una distribución normal con una media igual a 27.0371 y una desviación estándar igual a 22.8037. Estos parámetros fueron estimados a partir de los datos. De los 6804 puntos no excluidos mostrados en el gráfico, 222 se encuentran fuera de los límites de control.

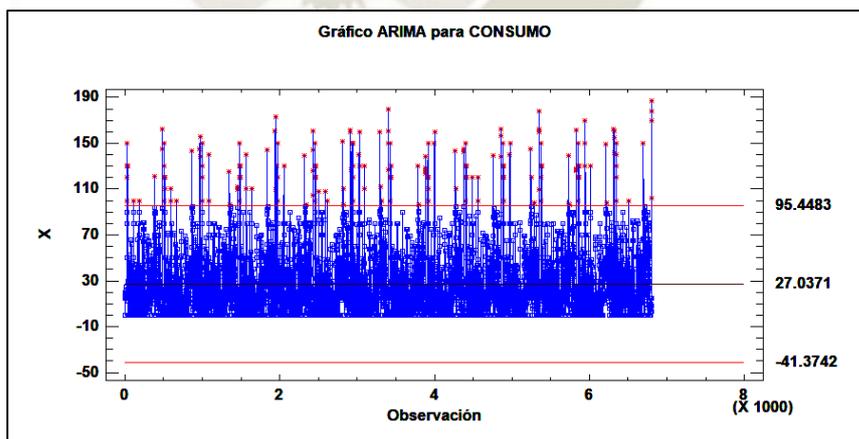


Figura N° 82. Gráfico de la serie de tiempo, 222 observaciones fuera de los límites de control.

Fuente: Elaboración propia.

Usando el gráfico de la tolerancia en base al consumo medio notamos que los consumos se concentran significativamente entre 0 y 27.0371.

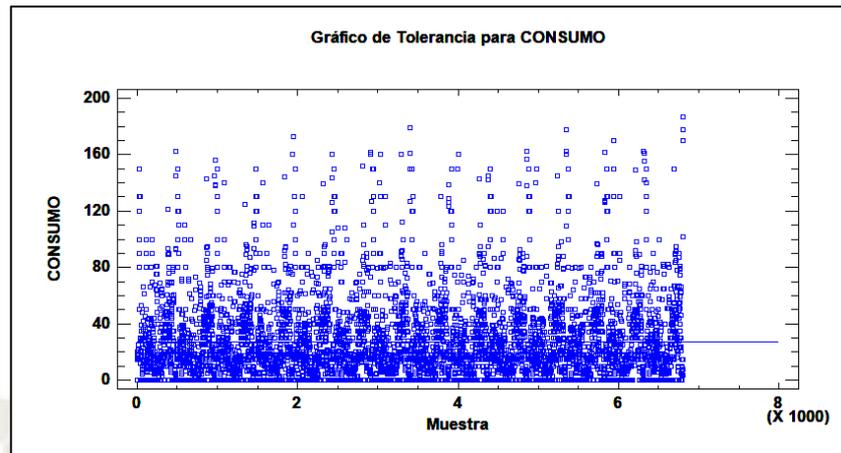


Figura N° 83. Gráfico de la Tolerancia para el consumo.
Fuente: Elaboración propia.

Paso seguido se realiza el análisis de normalidad. Haciendo uso de un diagrama de caja, notamos dispersión de los datos por encima de la media, así como los 222 datos atípicos.

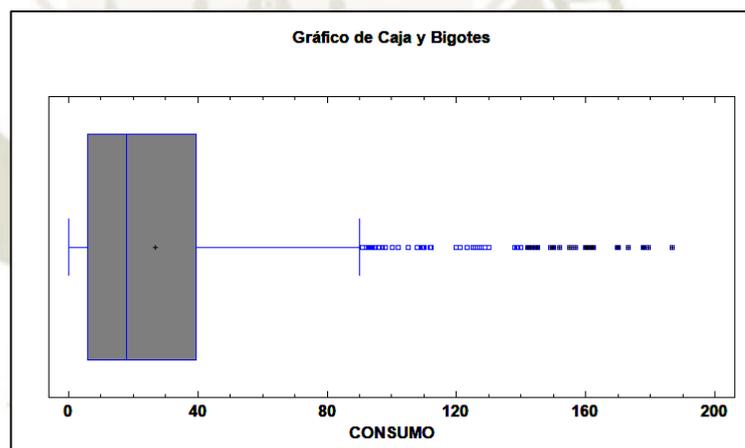


Figura N° 84. Diagrama de Caja del consumo de agua.
Fuente: Elaboración propia.

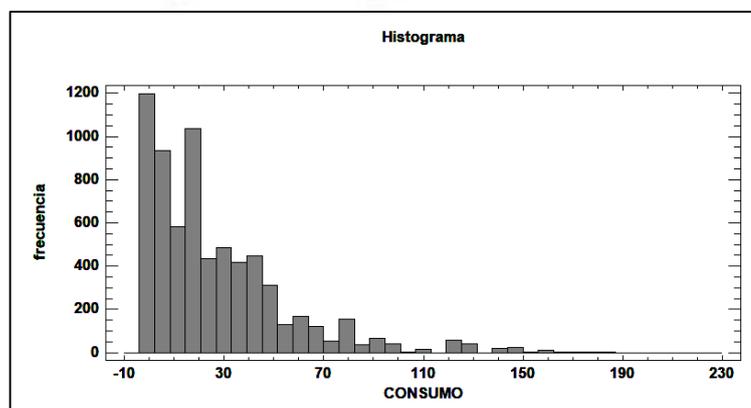


Figura N° 85. Histograma del consumo de agua.
Fuente: Elaboración propia.

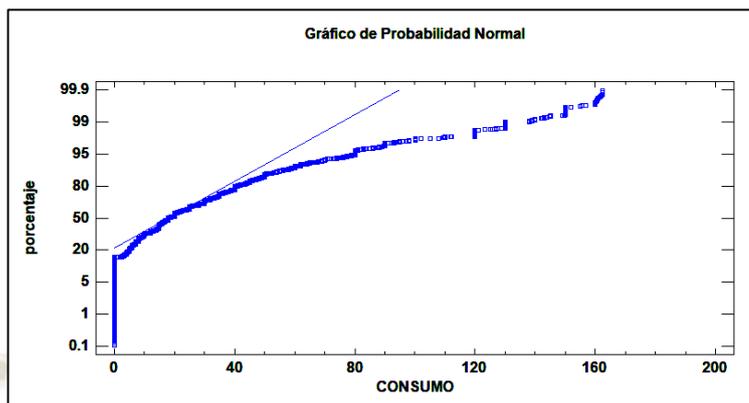


Figura N° 86. Prueba de normalidad del consumo de agua.
Fuente: Elaboración propia.

Intervalos de Confianza para CONSUMO

Intervalos de confianza del 95.0% para la media: 26.9901 +/- 0.684616 [26.3054; 27.6747]

Intervalos de confianza del 95.0% para la desviación estándar: [28.3364; 29.3049]

El StatAdvisor

Este panel muestra los intervalos de confianza del 95.0% para la media y la desviación estándar de CONSUMO. La interpretación clásica de estos intervalos es que, en muestreos repetidos, estos intervalos contendrán la media verdadera ó la desviación estándar verdadera de la población de la que fueron extraídas las muestras, el 95.0% de las veces. En términos prácticos, puede establecerse con 95.0% de confianza, que la media verdadera de CONSUMO se encuentra en algún lugar entre 26.3054 y 27.6747, en tanto que la desviación estándar verdadera está en algún lugar entre 28.3364 y 29.3049.

Datos/Variable: CONSUMO

6804 valores con rango desde 0.0 a 186.78

Tabla N° 69. Distribuciones ajustadas.

<i>Normal</i>
media = 26.9901
desviación estándar = 28.8125

Fuente: Elaboración propia.

El StatAdvisor

Este análisis muestra los resultados de ajustar una distribución normal a los datos de CONSUMO. Los parámetros estimados para la distribución ajustada se muestran arriba. Se puede evaluar si la distribución normal ajusta los datos adecuadamente, seleccionando Pruebas de Bondad de Ajuste de la lista de Opciones Tabulares. También puede evaluarse visualmente que tan bien la distribución normal se ajusta, seleccionando Histogramas de Frecuencia de la lista de Opciones Gráficas. Otras opciones dentro el procedimiento permiten calcular y desplegar áreas de colas y valores críticos para la distribución. Para seleccionar una distribución diferente, presione el botón secundario del ratón y seleccione Opciones de Análisis.

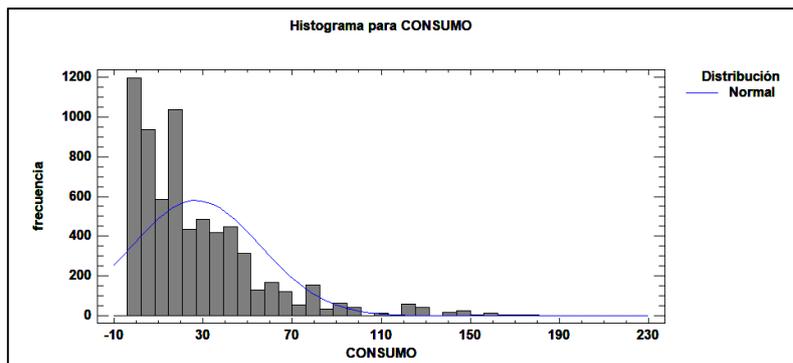


Figura N° 87. Grafica del Histograma y la distribución normal ajustada del consumo de agua.

Fuente: Elaboración propia.

Tabla N° 70. Pruebas de normalidad para CONSUMO.

<i>Prueba</i>	<i>Estadístico</i>	<i>Valor-P</i>
Shapiro-Wilk W	Demasiados Datos	

Fuente: Elaboración propia.

El StatAdvisor

Esta ventana muestra los resultados de diversas pruebas realizadas para determinar si CONSUMO puede modelarse adecuadamente con una distribución normal. La prueba de Shapiro-Wilk está basada en la comparación de los cuartiles de la distribución normal ajustada a los datos. La prueba de Shapiro-Wilk debido a que el tamaño de muestra es superior a 2000.

Pruebas de Bondad-de-Ajuste para CONSUMO

Tabla N° 71. Prueba de Kolmogorov-Smirnov.

	<i>Normal</i>
DMAS	0.146846
DMENOS	0.174443
DN	0.174443
Valor-P	0.0

Fuente: Elaboración propia.

El StatAdvisor

Esta ventana muestra los resultados de diversas pruebas realizadas para determinar si CONSUMO puede modelarse adecuadamente con una distribución normal.

Debido a que el valor-P más pequeño de las pruebas realizadas es menor a 0.05, se puede rechazar la idea de que CONSUMO proviene de una distribución normal con 95% de confianza.

Tabla N° 72. Comparación de Distribuciones Alterna

<i>Distribución</i>	<i>Parámetros Est.</i>	<i>Log Verosimilitud</i>	<i>KS D</i>
Exponencial	1	-29226.4	0.173868
Valor Extremo Más Grande	2	-30948.6	0.0992907
Laplace	2	-31964.4	0.204931
Logística	2	-32006.4	0.173346
Normal	2	-32520.9	0.174443
Uniforme	2	-35584.5	0.586307
Lognormal	2	-1.E9	0.276015
Weibull	2	-1.E9	0.584948
Gamma	2	-1.E9	1.0
Pareto	1	-1.E9	0.825838
Loglogística	2	-1.E9	0.483364
Gaussiana Inversa	2	-6.804E12	0.826132
Birnbaum-Saunders	<sin ajuste>		
Valor Extremo Más Chico	<sin ajuste>		

Fuente: Elaboración propia.

El StatAdvisor

Esta tabla compara la bondad de ajuste cuando varias distribuciones se ajustan a CONSUMO.

De acuerdo con el estadístico log verosimilitud, la distribución de mejor ajuste es la distribución exponencial.

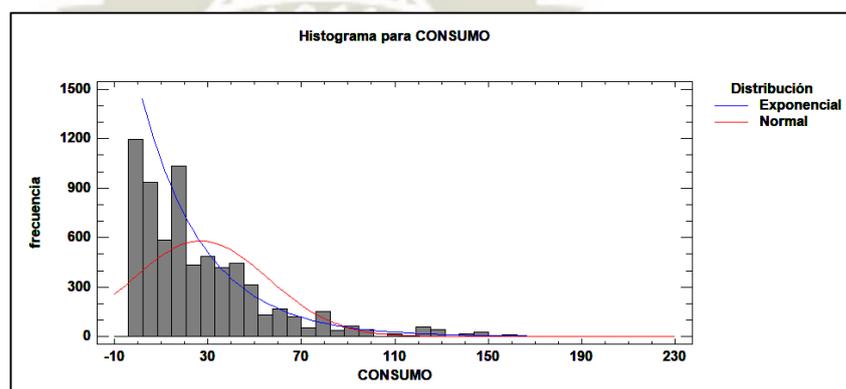


Figura N° 88. Comparación de la prueba del ajuste con la distribución normal y la distribución exponencial del consumo de agua.

Fuente: Elaboración propia.

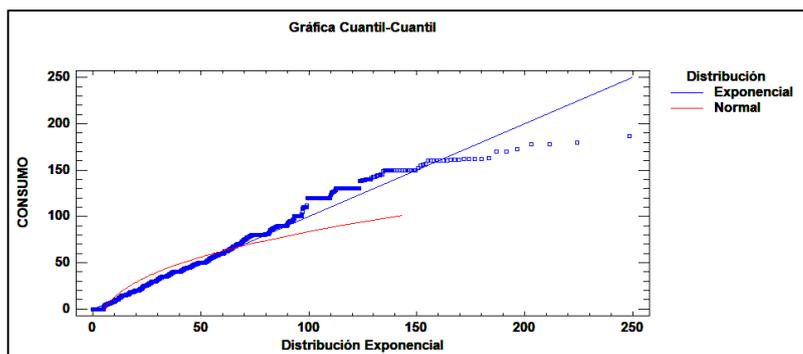


Figura N° 89. Comparación de la prueba de normalidad del consumo de agua con la distribución exponencial.
Fuente: Elaboración propia.

Pruebas de Bondad de Ajuste Para CONSUMO.

Tabla N° 73. Prueba de Kolmogorov-Smirnov

	<i>Exponencial</i>	<i>Normal</i>
DMAS	0.173868	0.146846
DMENOS	0.0329347	0.174443
DN	0.173868	0.174443
Valor-P	0.0	0.0

Fuente: Elaboración propia.

El StatAdvisor

Esta ventana muestra los resultados de las pruebas realizadas para determinar si CONSUMO puede ser modelada adecuadamente por varias distribuciones.

Valores-P menores que 0.05 indicarían que CONSUMO no proviene de la distribución seleccionada con 95% de confianza.

1.6. Comparación económica entre calentadores solares y duchas eléctricas.

Para la comparación económica hacemos uso de la vida útil de los calentadores solares ya que ésta es mayor a la que presentan las duchas eléctricas lo cual permitirá un mejor análisis a lo largo del tiempo.

La Tabla N° 74 nos muestra los costos de los calentadores solares y duchas eléctricas considerados para las cien viviendas analizadas.

Tabla N° 74. Costos considerados para la comparación económica.

Item	Calentador Solar				Terma Eléctrica			
	Valor Unitario \$	Valor Unitario S/	100 Viviendas S/	Tiempo de Ejecución Años	Valor Unitario \$	Valor Unitario S/	100 Viviendas S/	Tiempo de Ejecución Meses
Costo	710.00	2378.50	237850.00	15	29.85	100	10000.00	4
Instalación	59.70	200.00	20000.00	15	17.91	60	6000.00	4
Mantenimiento	80.00	268.00	26800.00	1	8.95	30	3000.00	2
Consumo Eléctrico					534.72	1791.32	179132.00	12
Vida útil				15				4

Fuente: Elaboración propia.

Con los datos del calentador solar, analizamos el costo anual generado por cada uno de ellos para luego tener el costo total de los 100 calentadores solares a lo largo de sus 15 años de vida útil tal como lo muestra la Figura N° 75.

Tabla N° 75. Costo anual generado por un calentador solar.

Años	Costo S/	Instalación S/	Mantenimiento S/	Total 1 Vivienda S/	Total 100 Viviendas S/
1	2378.50	200.00		2578.50	257850.00
2	2578.50		268.00	2846.50	284650.00
3	2846.50		268.00	3114.50	311450.00
4	3114.50		268.00	3382.50	338250.00
5	3382.50		268.00	3650.50	365050.00
6	3650.50		268.00	3918.50	391850.00
7	3918.50		268.00	4186.50	418650.00
8	4186.50		268.00	4454.50	445450.00
9	4454.50		268.00	4722.50	472250.00
10	4722.50		268.00	4990.50	499050.00
11	4990.50		268.00	5258.50	525850.00
12	5258.50		268.00	5526.50	552650.00
13	5526.50		268.00	5794.50	579450.00
14	5794.50		268.00	6062.50	606250.00
15	6062.50		268.00	6330.50	633050.00

Fuente: Elaboración propia.

De igual forma, calculamos los costos anuales generados por las duchas eléctricas. Debemos tener en cuenta que la vida útil de las duchas eléctricas se estima en 4 meses siendo necesario realizarles mantenimiento cada 2 meses.

Tabla N° 76. Cronograma de compra y mantenimiento de ducha eléctrica.

	En	Fe	Ma	Ab	Ma	Jun	Jul	Ag	Se	Oc	No	Di	En
C	x				x				x				x
I	x				x				x				x
M			x				x				x		

C = Compra I = Instalación M = Mantenimiento

Fuente: Elaboración propia.

Paso seguido, calculamos el costo generado en cada mes por una ducha eléctrica.

Tabla N° 77. Costo mensual generado por una ducha eléctrica.

Mes	Costo S/	Instalación S/	Electricidad S/	Manto S/	Total 1 Vivienda S/	Total 100 Viviendas S/
En	100.00	60.00	149.28		309.28	30927.67
Fe			149.28		149.28	14927.67
Ma			149.28	30.00	179.28	17927.67
Ab			149.28		149.28	14927.67
Ma	100.00	60.00	149.28		309.28	30927.67
Ju			149.28		149.28	14927.67
Jul			149.28	30.00	179.28	17927.67
Ag			149.28		149.28	14927.67
Se	100.00	60.00	149.28		309.28	30927.67
Oc			149.28		149.28	14927.67
No			149.28	30.00	179.28	17927.67
Di			149.28		149.28	14927.67
Total Anual					2361.32	236132.00

Fuente: Elaboración propia.

Total Anual

2361.32

236132.00

De igual forma, estimamos el costo que generarán las duchas eléctricas a lo largo de 15 años.

Tabla N° 78. Costo anual generado por una ducha eléctrica.

Años	Total 1 Vivienda S/	Total 100 Viviendas S/
1	2361.32	236132.00
2	4722.64	472264.00
3	7083.96	708396.00
4	9445.28	944528.00
5	11806.60	1180660.00
6	14167.92	1416792.00
7	16529.24	1652924.00
8	18890.56	1889056.00
9	21251.88	2125188.00
10	23613.20	2361320.00
11	25974.52	2597452.00
12	28335.84	2833584.00
13	30697.16	3069716.00
14	33058.48	3305848.00
15	35419.80	3541980.00

Fuente: Elaboración propia.

Luego de determinar los costos anuales se realiza la comparación económica entre ambas opciones. La Tabla N° 79 presenta los costos anuales obtenidos en las 100 viviendas consideradas en un periodo de 15 años.

Tabla N° 79. Comparación económica.

Año	Terma Solar S/	Ducha Eléctrica S/
1	257 850.00	236 132.00
2	284 650.00	472 264.00
3	311 450.00	708 396.00
4	338 250.00	944 528.00
5	365 050.00	1 180 660.00
6	391 850.00	1 416 792.00
7	418 650.00	1 652 924.00
8	445 450.00	1 889 056.00

9	472 250.00	2 125 188.00
10	499 050.00	2 361 320.00
11	525 850.00	2 597 452.00
12	552 650.00	2 833 584.00
13	579 450.00	3 069 716.00
14	606 250.00	3 305 848.00
15	633 050.00	3 541 980.00

Fuente: Elaboración propia.

Este análisis permite evidenciar que en un periodo de 15 años el costo que genera una ducha eléctrica es de 5.6 veces más que el costo que genera un calefactor solar.

La Figura N° 90 presenta las gráficas correspondientes a la comparación económica efectuada.

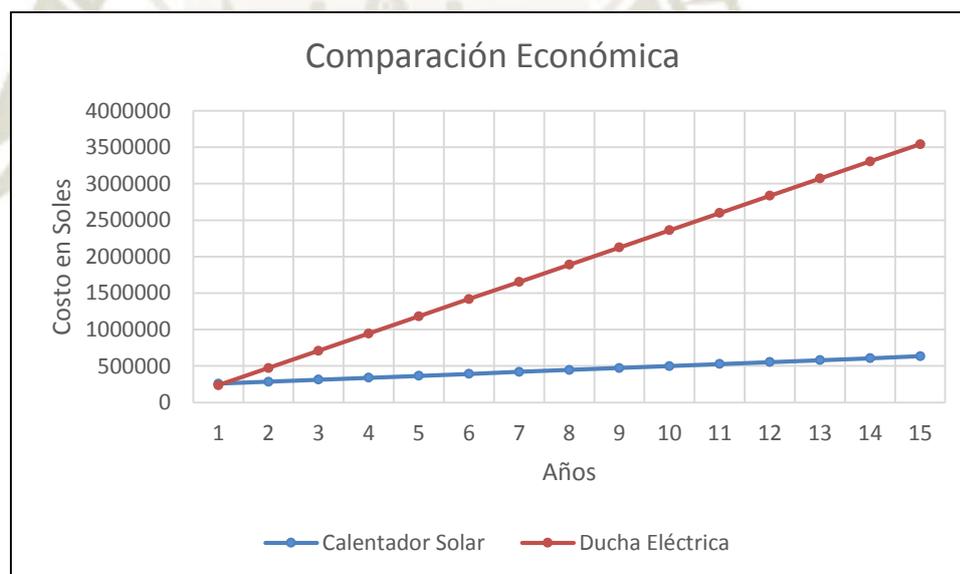


Figura N° 90. Comparación económica.
Fuente: Elaboración propia.

1.6.1. Tiempo de Recuperación en Base al Ahorro.

Se ha visto que el calentador solar es la opción más eficiente para calentar el agua en el periodo de tiempo considerado. Sin embargo, resulta importante determinar a partir de qué mes el calentador solar comienza a generar un ahorro frente a la ducha eléctrica.

Con tal fin, realizamos el siguiente análisis en el que consideramos las 100 viviendas estudiadas analizando los costos generados por mes.

En el caso del calentador solar, consideramos que en el primer mes se incurre en el costo propio del calentador solar y su costo de instalación los que suman S/ 257850.00 luego del cual no se incurre en ningún otro costo hasta cumplido el año, así que el costo incurrido por la terma solar se mantiene invariable hasta el 13^{avo} mes, donde se le tiene que realizar el mantenimiento correspondiente por un monto de S/ 26,800.00, el cual se repetirá anualmente durante los próximos 15 años luego de los cuales termina su vida útil.

Para el caso de la ducha eléctrica, tenemos que en el primer mes se incurre en el costo propio de la ducha eléctrica, costo de instalación y costo del consumo eléctrico. La ducha eléctrica genera un costo mensual de consumo eléctrico de S/ 14,927.67 además se tiene el costo bimestral de mantenimiento que asciende a S/ 3,000.00 cada vez que se realiza. También se debe tener en cuenta que el promedio de la vida útil de la ducha eléctrica es de 4 meses luego de los cuales se debe considerar reemplazarla por una nueva lo que genera nuevamente el propio costo de la ducha y el costo de instalación. Todos estos costos se suman mes a mes con la finalidad de obtener el acumulado de los costos de esta.

El acumulado de los costos de ambas opciones permite comparar el ahorro que significa usar un calentador solar frente al uso de una ducha eléctrica. Como se puede apreciar en la Tabla N° 80, inicialmente la ducha eléctrica parece ser la opción más conveniente, pero con forme van pasando los meses se aprecia cómo es que el ahorro generado por el calentador solar se va haciendo cada vez más conveniente hasta alcanzar el 15^{avo} mes a partir del cual se evidencia que el calentador solar es la opción más conveniente que genera un ahorro significativo a través de los años.

Se tiene que el tiempo de recuperación, donde el calentador solar genera un ahorro económico, es de 1 año y 3 meses. Esto lo podemos apreciar en la Figura N° 91 que muestra los últimos 5 meses del primer año y los primeros 7 meses del segundo año.

Tabla N° 80. Análisis temporal del ahorro.

Año	Mes	Terma Solar S/	Ducha Eléctrica S/	Ahorro S/
1	1	257.850,00	30927.67	-226922.33
	2	257.850,00	45855.33	-211994.67
	3	257.850,00	63783.00	-194067.00
	4	257.850,00	78710.67	-179139.33
	5	257.850,00	109638.33	-148211.67
	6	257.850,00	124566.00	-133284.00
	7	257.850,00	142493.67	-115356.33
	8	257.850,00	157421.33	-100428.67
	9	257.850,00	188349.00	-69501.00
	10	257.850,00	203276.67	-54573.33
	11	257.850,00	221204.33	-36645.67
	12	257.850,00	236132.00	-21718.00
2	13	284.650,00	267059.67	-17590.33
	14	284.650,00	281987.33	-2662.67
	15	284.650,00	299915.00	15265.00
	16	284.650,00	314842.67	30192.67
	17	284.650,00	345770.33	61120.33
	18	284.650,00	360698.00	76048.00
	19	284.650,00	378625.67	93975.67
	20	284.650,00	393553.33	108903.33
	21	284.650,00	424481.00	139831.00
	22	284.650,00	439408.67	154758.67
	23	284.650,00	457336.33	172686.33
	24	284.650,00	472264.00	187614.00

Fuente: Elaboración propia.

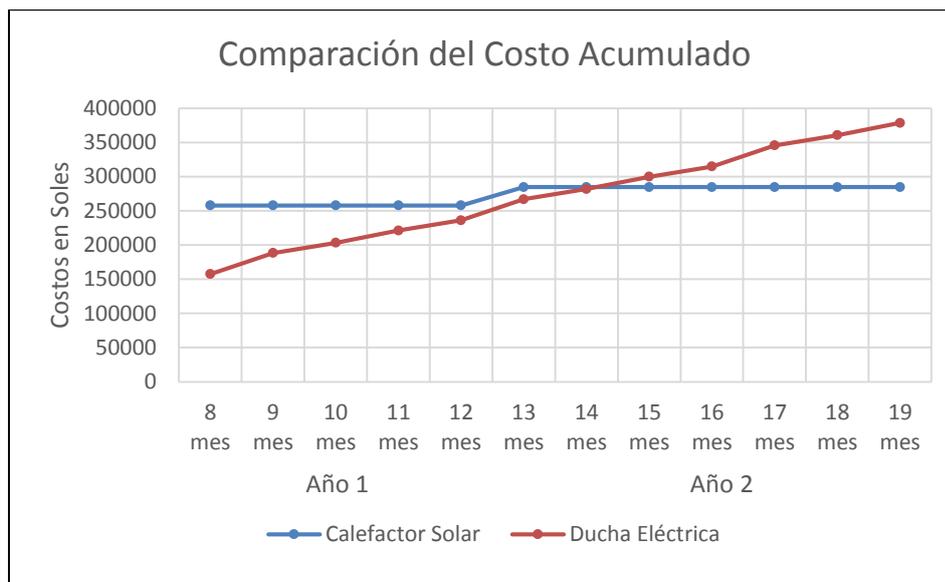


Figura N° 91. Comparación de costos entre calentador solar y ducha eléctrica
Fuente: Elaboración propia.

2. DISCUSIÓN.

- a) La temperatura del agua fría de la red, depende directamente de la temperatura del exterior y del suelo y estas a su vez dependerán del clima y la época del año. Gracias a este análisis se puede determinar que la temperatura del agua de la red presenta una forma sinusoidal durante todo el año, siendo su máximo en verano y su mínimo en invierno (Burch & Christensen, 2007). Normalmente, el agua de la red se encuentra a una temperatura más baja que la temperatura ambiente dentro de las edificaciones. Por lo tanto, se tiene un precalentamiento del agua fría en la línea de entrada como resultado de la transferencia de calor con el entorno interior de un edificio. En el presente estudio, hemos utilizado los datos obtenidos por George, Pearre, & Swan, 2015. Sin embargo, sería más conveniente utilizar datos correspondientes a la realidad de la ciudad de Arequipa. Para tal fin se sugiere realizar estudios sobre las temperaturas reales del agua en la red de Arequipa siguiendo las recomendaciones de Abrams y Shedd, 1996 quienes tuvieron en cuenta las temperaturas del exterior y de los suelos.
- b) La principal variable analizada en el estudio es el caudal debido a que la cantidad de ACS utilizada en las duchas tenderá a ser constante ya que las personas mantendrán normalmente una misma temperatura al momento de tomar una ducha es por ello que se

considera un consumo uniforme durante todo el día (Dongellini, Falcioni, & Morini, 2015).

Es por ello que las estimaciones del consumo de agua dejan de lado algunos factores que no afectan considerablemente. De igual forma se encontró que el promedio de habitantes de las residencias fue de 4 personas, caso similar a investigaciones realizadas en Estados Unidos y Canadá (Evarts & Swan, 2013).

- c) Para realizar la evaluación técnico-económica del consumo de agua caliente realizada por la población que hace uso de termas solares, se requiere de una muestra la cual puede ser aleatoria o no aleatoria. Dentro del muestreo no aleatorio, el tipo de muestreo por conveniencia pasa a ser el más adecuado para elegir la muestra a pesar que este podría presentar un alto sesgo al no poderse generalizar los resultados. Sin embargo, considerando los estudios realizados (Lomet, Suard, & Chèze, 2015), en base a los resultados obtenidos, verificaremos que el modelo ARMA describe el consumo de agua y usaremos un muestreo por conveniencia en base a la accesibilidad que brindaron los habitantes, de la Urbanización Primavera, para poder instalar los dispositivos necesarios y poder realizar la medición del consumo de agua. Para una muestra no aleatoria no existe una formula, sin embargo, los diferentes modelos basados en series de tiempo requieren de una cantidad mínima de observaciones. Los modelos planteados por Box Jenkins resultan ser los modelos adecuados, estos requieren de cuando menos 50 observaciones y requisitos que se verificaran en la parte metodológica del trabajo.
- d) Los datos obtenidos concuerdan con que el mayor uso de agua se encuentra asociado con los baños y las duchas, lo cual se da en las mañanas y por las noches (Defra Report, 2008). También se pudo notar que el tiempo tomado por ducha es mayor en los inviernos que en los veranos en tanto que en el verano se aumentan la frecuencia de duchas (Rathnayaka, Malano, Maheepala, & George, 2015). De igual forma se pudo apreciar que más del 50% del consumo de agua de los hogares, corresponde a las duchas (Harvey, 2006).

CONCLUSIONES

Fue posible la obtención de la data sobre el consumo de ACS haciendo uso de medidores de la marca Atlantic Fid U.S.A. con conexión de ½ pulgada ya que estos medidores cumplen con las especificaciones de construcción y conexión requeridas por La Norma Metrológica Peruana y la normativa ISO 4064.

Esta data se obtuvo de 100 hogares, que proporcionaron 486 observaciones para consumo de agua caliente usando calentador solar, durante dos semanas consecutivas, donde se recopiló información respecto al consumo de ACS en las Duchas, por ser el consumo de agua caliente más usual.

PRIMERA

El estudio realizado, permitió determinar el ahorro anual de energía eléctrica en el calentamiento de agua sanitaria en S/ 179 131.50 para los 100 hogares analizados los cuales contaron con 486 personas. Se puede notar que el beneficio económico es bastante considerable, así como también el beneficio ecológico ya que el menor consumo de energía eléctrica permite disminuir la emisión de gases contaminantes hacia la atmosfera.

SEGUNDA

Se determinó la existencia de autocorrelación del consumo de agua caliente mediante correlogramas, para ello se utilizó la función de autocorrelación simple (FAC) que está determinada por los coeficientes de autocorrelación simple ρ_k , también se utilizó la función de autocorrelación simple (FACP) que está determinada por los coeficientes de autocorrelación parcial ϕ_{kk} ambas funciones determinan una relación lineal entre los errores e_t y e_{t-1} .

TERCERA

Para comprobar el supuesto de autocorrelación se plantearon las hipótesis para la autocorrelación:

$$H_0: \rho_k = 0$$

$$H_1: \rho_k \neq 0$$

para la autocorrelación parcial:

$$H_0: \phi_{kk} = 0$$

$$H_1: \phi_{kk} \neq 0$$

con lo cual se determinó la significancia de los coeficientes, a través de la función de autocorrelación simple (FAC) y la función de autocorrelación parcial (FACP) de los residuos que eliminan los residuos intermedios. Se detectó que no todos los coeficientes de

autocorrelación simple y parcial valen cero, por lo tanto, existe autocorrelación, dado que 10 de los 24 coeficientes de autocorrelación son estadísticamente significativos al nivel de confianza del 95.0%, implicando que la serie de tiempo puede no ser completamente aleatoria (ruido blanco). Por otro lado, 14 de los 24 coeficientes de autocorrelación parcial son estadísticamente significativos con un 95.0% de nivel de confianza. Además de acuerdo al gráfico de autocorrelación parcial, observamos que el modelo es auto correlacionado y significativo de orden 1 ó 2.

CUARTA

En base al análisis de autocorrelación significativa, se realizó el análisis de los modelos AR(p), para $p = 1, 2, 3$ de lo cual se detectó que para $p = 1$ y $p = 2$ su valor es de $P < 0.05$ y para valores de $p \geq 2$ su valor es de $P \nless 0.05$, es decir no son significativos.

Para determinar si el modelo de serie de tiempo anterior es un proceso estocástico, con solamente estructura autorregresiva o solamente estructura de medias móviles, se realizaron diferentes pruebas con modelos ARMA(p,q) pudiéndose determinar que el modelo ARMA(1,1) es significativo dado que verifica que su valor $P < 0.05$.

QUINTA

Para realizar el pronóstico con el modelo establecido se hizo uso del modelo equivalente ARIMA(1,0,1) = ARMA(1,1) de lo cual se obtuvo el modelo para el consumo del calentador solar:

$$X_t = 7.57769 + 0.719729X_{t-1} + 0.246342\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$$

con el cual se determina el consumo promedio por persona en:

$$\mu = 27.0371 \text{ litros}$$

SEXTA

La comparación económica realizada a través de 15 años, evidenció que el uso de una ducha eléctrica representa un costo de 5.6 veces más que el costo ocasionado por el uso de calentadores solares.

De igual forma, se pudo determinar que el tiempo de recuperación se da a los 15 meses, luego del cual se genera un ahorro significativo hasta alcanzar los 15 años de vida útil del calentador solar.

RECOMENDACIONES

PRIMERA

Tras los resultados obtenidos en el presente trabajo, se puede apreciar claramente que es altamente recomendable el uso de calentadores solares con el fin de obtener ACS lo cual permite a las familias, un ahorro bastante considerable en el consumo de energía eléctrica.

A su vez, el uso de calentadores solares colabora con la lucha contra la contaminación ya que permite disminuir notablemente la emisión de dióxido de carbono el cual es uno de los gases contaminantes que se encuentra en la atmósfera.

SEGUNDA

Se deja para trabajos posteriores el estudio de la temperatura del agua de la red en la ciudad de Arequipa, con la finalidad de ajustar la ecuación de Abrams y Shedd (Abrams & Shedd, 1996) a los parámetros exactos de nuestra ciudad.

TERCERA

De igual forma se deja pendiente para trabajos futuros, el estudio de la variación de la temperatura del agua debido a su recorrido por las redes de las edificaciones de la ciudad de Arequipa, con la finalidad de estimar con mayor exactitud la temperatura del agua de la red que ingresa al calentador solar.

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

- DeOreo, W. B., Meyer, P., Dziegielewski, B., & Kiefer, J. (1999). *Residential end uses of water*. Water Research Foundation.
- Abrams, D. W., & Shedd, A. C. (17-21 de Febrero de 1996). Effect of seasonal changes in use patterns and cold inlet water temperature on water-heating loads. Atlanta, USA: ASHRAE.
- Agencia Alemana de Energía. (24 de Junio de 2018). *El Periódico de la Energía*. Obtenido de <https://elperiodicodelaenergia.com/tag/agencia-alemana-de-energia/>
- Aiguasol. (2016). *MANUAL TRANSOL 3.0*. Obtenido de https://aiguasol.coop/wp-content/uploads/2016/10/manual_transol_3.pdf
- American Society of Heating, Refrigerating and Air Conditioning Engineers. (2003). ASHRAE, HVAC Applications handbook. Atlanta, USA: ASHRAE.
- Ampatzi, E., & Knight, I. (2012). Modelling the effect of realistic domestic energy demand profiles and internal gains on the predicted performance of solar thermal systems. *Energy and Buildings*, 285-298.
- Asociación Técnica Española de Climatización y Refrigeración (ATECYR). (Junio de 2010). Guía Técnica. Agua Caliente Sanitaria Central. Madrid, España: Ministerio de Industria Turismo y Comercio.
- Atlas de Energía Solar del Perú. (Enero de 2003). Atlas de Energía Solar del Perú. *Electrificación Rural a Base de Energía Fotovoltaica en el Perú*. Lima, Perú: SENAMHI.
- Baca Urbina, G. (2006). *Evaluación de Proyectos*. México: McGraw Hill.
- Baio, G. (2018). Statistical Modeling for Health Economic Evaluations. *Annual Review of Statistics and Its Application*, 289, 309.
- Bakker, V., Molderink, A., Hurink, J. L., & Smit, G. J. (2008). Domestic Heat Demand Prediction Using Neural Networks. *Systems Engineering, 2008. ICSENG '08. 19th International Conference on*. La Vegas, NV, USA.
- Bansal, P., & Vineyard, E. (2011). Advances in household appliances- A review. *Applied Thermal Engineering*, 3748-3760.
- Becker, B., & Stogsdill, K. (1990). Development of Hot Water Use Data Base. *Development of Hot Water Use Data Base* (págs. 422-427). Atlanta: ASHRAE.
- Bennett, C., Stewart, R. A., & Beal, C. D. (2013). ANN-based residential water end-use demand forecasting model. *Expert Systems with Applications*, 1014-1023.
- Bermúdez, L. T., & Rodríguez, L. F. (2013). *Investigación en la Gestión Empresarial*. Bogotá: Ecoe Ediciones.
- Bertrand, A., Mastrucci, A., Schüler, N., Aggoune, R., & Maréchal, F. (2016). Characterisation of Domestic Hot Water End-Uses for Integrated Urban. *Applied Energy*, 3 4.
- Bleys, B., Van den Bossche, P., & Kuborn, X. (2012). Measurements of water consumption in apartment. Belgica: Laboratory of sustainable energy and water technologies, Research Institute.
- Blokker, M., & Quirijns, P. (2013). Modeling temperature in the drinking water distribution system. *American Water Works Association*, E19-E28.
- Burch, J., & Christensen, C. (2007). TOWARDS DEVELOPMENT OF AN ALGORITHM FOR MAINS WATER TEMPERATURE. *Inter Solar*, 5-10.
- Burch, J., & Thornton, J. (13-17 de Mayo de 2012). A realistic hot water draw specification for rating solar water. Denver, Colorado, USA: Efficiency & Renewable Energy.

- Business to Business. (23 de Junio de 2018). *Business to Business*. Obtenido de <http://www.btob.cl/productos.php?id=31&prodcuto=ENERGIA%20SOLAR%20ERMICA>
- Charles T. Horngren, S. M. (2012). *Contabilidad de Costos - Un Enfoque Gerencial 14va Edición*. PEARSON.
- COES. (2016). *informe de la Operación Anual del SEIN*. Lima: COES, SINAC.
- Defra Report. (2008). *Measurement of Domestic Hot Water Consumption in Dwellings*. Crown Copyright.
- Dirección de Metrología, I. (3 de Setiembre de 2018). Norma Metrológica Peruana. Lima, Lima, Perú.
- Dongellini, M., Falcioni, S., & Morini, G. L. (2015). Dynamic Simulation of Solar Thermal Collectors for Domestic Hot Water Production. *Energy Procedia*, 630-636.
- Edwards, S., Beausoleil-Morrison, I., & Laperrière, A. (2015). Representative hot water draw profiles at high temporal resolution for simulating the performance of solar thermal systems. *Solar Energy*, 43-52.
- Evarts, J. C., & Swan, L. G. (2013). Domestic hot water consumption estimates for solar thermal system sizing. *Energy and Buildings*, 58-65.
- Fairey, P., & Parker, D. (2004). A review of hot water draw profiles used in performance analysis of residential domestic hot water systems. *Florida Solar Energy Center*.
- Flores, P. (2014). Radiación Solar en Arequipa. *IX Simposio Peruano de Energía Solar*. Arequipa, Perú.
- Gamero Canales, M. (2016). Plan de Negocios par la Implementación de una Unidad Estratégica de Servicios Post Venta en una Empresa de Calentadores Solares en Arequipa. Arequipa, Arequipa, Perú.
- Gelažanskas, L., & Gamage, K. A. (2015). Forecasting Hot Water Consumption in Residential Houses. *Energies*, 12702-12717.
- George, D., Pearre, N. S., & Swan, L. G. (2015). High resolution measured domestic hot water consumption of Canadian homes. *Energy and Buildings*, 304-315.
- Gerin, O., Bleys, B., & De Cuyper, K. (2014). Seasonal variation of hot and cold water consumption in apartment buildings. *CIBW062 Symposium*.
- Global STD, C. (8 de Setiembre de 2018). *Medidores de Agua Certificado*. Obtenido de <https://www.globalstd.com/carta-de-aclaracion/iso-en-la-vida-diaria-medidores-de-agua-certificados>
- Grafton, R. Q., Kompas, T., To, H., & Ward, M. (2009). Residential Water Consumption: A Cross Country Analysis. *Environmental Economics Research Hub Research Reports*, 1-42.
- Grimshaw, D. J., & Lewis, S. (24 de Marzo de 2010). *Energía solar para los pobres: hechos y cifras*. Obtenido de <https://www.scidev.net/americ-latina/energia/especial/energ-a-solar-para-los-pobres-hechos-y-cifras.html>
- Guide Technique. (2004). *Kes besoins d'eau chaude sanitaire en habitat individuel et collectif*. Francia: Agence de l'Environnement et de la Ma Trise de la Ma Trise de la Energie.
- Gutierrez, A. (1 de Julio de 2011). *Seminario Taller Perú Solar*. Obtenido de [http://perusolar.org/seminariotaller1jul2011/representaciones_seminariotaller_\(4\)/4_Abel_Gutierrez_TERMOINOX_Perspectivas_para_Industria_Solar_T.pdf](http://perusolar.org/seminariotaller1jul2011/representaciones_seminariotaller_(4)/4_Abel_Gutierrez_TERMOINOX_Perspectivas_para_Industria_Solar_T.pdf)
- Harvey, D. (Julio de 2006). *A Handbook on Low-Energy Buildings and District Energy Systems: Fundamentals, Techniques, and Examples*. Londres: James and James.
- Hendron, B., & Burch, J. (2010). Tool for Generating Realistic. *Conference Paper NREL/CP-550-47685*. New York: National Renewable Energy Laboratory, Golden.

- Hendron, R., Anderson, R., Christensen, C., & Eastment, M. (4-6 de Agosto de 2004). Development of an Energy Savings Benchmark for All Residential End-Uses. Boulder, Colorado, USA: NREL.
- Hernández Sampieri, R., & Otros. (2005). *Metodología de la Investigación*. México: McGraw Hill.
- Hobbi, A., & Siddiqui, K. (2009). Optimal design of a forced circulation solar water heating system for a residential unit in cold climate using TRNSYS. *Solar Energy*, 700-714.
- Iglesias, F., & Palensky, P. (Febrero de 2014). Profile-Based Control for Central Domestic Hot Water Distribution. IEEE.
- Instituto Aragonés del Agua. (Marzo de 2013). Contadores de Agua. Zaragoza, España: Instituto Aragonés del Agua.
- Jordan, U., & Vajen, K. (Mayo de 2001). Realistic Domestic Hot-Water Profiles in Different Time Scales. Solar Heating and Cooling Program of the International Energy Agency (IEASHC), Task 26: Solar Combisystems.
- Kaiser, A., Pylsy, P., & Kurnitsk, J. (2015). Monthly domestic hot water profiles for energy calculation in Finnish apartment buildings. *Energy and Buildings*, 77-85.
- Kim, S. H., Choi, S. H., Koo, J. Y., Choi, S. I., & Hyun, I. H. (2007). Trend analysis of domestic water consumption depending upon social, cultural, economic parameters. *Water Science and Technology: Water Supply*, 61-68.
- Klein, S. (2010). A Transient System Simulation Program. Madison, Wisconsin, USA: University of Wisconsin.
- Knight, I., Ribberink, H., Manning, M., & Swinton, M. (Mayo de 2007). European and Canadian non-HVAC electric and DHW load profiles for use in simulating the performance of residential cogeneration systems. Canada: Energy conservation in buildings and community systems.
- Kõiv, T. A., & Toode, A. (1 de 12 de 2006). Trends in domestic hot water consumption. Tallinn, Estonia: Department of Environmental Engineering, Tallinn University of Technology.
- Krippelová, Z., & Perácková, J. (2014). MEASUREMENT OF HOT WATER CONSUMPTION IN APARTMENT BUILDING. *Budownictwo o zoptymalizowanym potencjale energetycznym*, 49-54.
- Ladd, G., & Harrison, J. (1985). Electric Water Heating for Single - Family Residences. Tech. Rep. Gilbert Associates Inc.
- Lomet, A., Suard, F., & Chèze, D. (2015). Statistical Modeling For Real Domestic Hot Water Consumption Forecasting. *Energy Procedia*, 379-387.
- Lutz, J. (2005). Estimating Energy and Water Losses in Residential Hot Water Distribution Systems. *Lawrence Berkeley National Laboratory*.
- Lutz, J. (2011). Water and Energy Wasted During Residential Shower Events: Findings from a Pilot Field Study of Hot Water Distribution Systems. *Lawrence Berkeley National Laboratory*, 18.
- Makki, A. A., Stewart, R. A., Panuwatwanich, K., & Beal, C. (2013). Revealing the determinants of shower water end use consumption: enabling better targeted urban water conservation strategies. *Journal of Cleaner Production*, 129-146.
- Marini, D., Buswell, R., & Hopfe, C. J. (2015). A CRITICAL SOFTWARE REVIEW-HOW IS HOT WATER MODELLED IN. *14th International Conference of the International Building Performance Simulation Association, Hyderabad, India, Dec. 7-9th*. Hyderabad: IBPSA.

- Masiello, J. A., & Parker, D. S. (1992). Factors influencing water heating energy use and peak demand in a large scale residential monitoring study. *Residential Buildings*, 157-170.
- Masiello, J. A., & Parker, D. S. (2000). Factors Influencing Water Heating Energy Use and Peak Demand in a Large Scale Residential Monitoring Study. *Residential Buildings: Technologies, Design, Performance Analysis, and Building Industry Trends*, 157-170.
- Mayer, & DeOreo. (1999). Residential end uses of water. Estados Unidos: Water Research Foundation.
- Metrology and Testing Czech Office for Standards. (2013). Heat pumps with electrically driven compressors - Testing and requirements for marking of domestic hot water units.
- Meyer, J. P. (2000). A review of domestic hot-water consumption in South Africa. *SaiMeche R and D*.
- Ministerio de Energía y Minas. (2003). *Atlas de Energía Solar del Perú*. Lima: Senamhi.
- Ministerio de Energía y Minas. (2014). Convención Marco de las Naciones Unidas sobre el Cambio Climático (COP 20). Lima, Perú: UNICEF.
- Nassir Sapag Chain, R. S. (2008). *Preparación y Evaluación de Proyectos*. Bogotá: McGraw-Hill Interamericana.
- Negnevitsky, M., & Wong, K. (2014). Demand-Side Management Evaluation Tool. *Transactions on Power Systems*, 212-222.
- Némethi, B., & Szántho, Z. (2007). Measurement Study on Demand of Domestic Hot Water in Residential Buildings. *Technical Development*, 1-6.
- Pacheco Oviedo, A. (2015). *Ecoeficiencia e la Propuesta de Generar Fotovoltaica en el Fundo de la UCSM Irrigación Majes para su Auto Abastecimiento*. Arequipa, Arequipa, Perú.
- Pérez-Lombard, L., Ortiz, J., & Pout, C. (2007). A review on buildings energy consumption information. *Energy and Buildings*, 3.
- Quispe Huanca, C. K. (2016). Presentación y Sustentación del Informe Memoria de Experiencia Profesional y Rendimiento de una Prueba de Conocimientos Modalidad Suficiencia Profesional. Arequipa, Arequipa, Perú.
- Ralph S. Polimeni, F. J. (2002). *Contabilidad de Costos* (Tercera ed.). Santafé de Bogotá, Colombia: McGraw-Hill.
- Rathnayaka, K., Malano, H., Maheepala, S., & George, B. (2015). *Seasonal demand dynamics of residential water end-uses*. Water.
- Residential End Use Monitoring Program (REMP). (Abril de 2012). Water Heating Data Collection and Analysis. Australia - Nueva Zelandia: Report from Commonwealth.
- Rocheron, C. (2012). Domestic Hot Water - an Energy Approach (Master's Thesis E2012:09). Göteborg, Suecia: CHALMERS UNIVERSITY OF TECHNOLOGY.
- Roman, S., Fiala, D., Nevrala, D., & Probert, D. (2006). Influence of the domestic hot-water daily draw-off profile on the performance of a hot-water store. *Applied Energy*, 749-773.
- Sanchez Fernández, J. (2004). *Introducción a la Estadística Empresarial*. Andalucía.
- SENAMHI. (11 de Enero de 2019). *Información del Tiempo y Clima*. Obtenido de www.senamhi.gob.pe
- Serway, R. A., & Jewett, Jr., J. W. (2014). *Física*. Boston: CENGAGE.
- Shan, Y., Yang, L., Perren, K., & Zhang, Y. (2015). Household Water Consumption: Insight from a Survey in Greece and Poland. *Procedia Engineering*, 1409-1418.
- Solar water heater. (24 de Junio de 2018). *Kaisundun*. Obtenido de <http://www.solarwaterheater.es/>

- Solepanel. (23 de Junio de 2018). *Armoenergy*. Obtenido de <http://www.solepanel.cl>
- SRCC OG-300 Certification Pprogram. (2016). Operating Guidelines for Certifying Solar Water Heating Systems. USA.
- Suárez, R. A. (2 de Octubre de 2014). *Fundamentos de Energía Solar*. Obtenido de https://eva.fing.edu.uy/pluginfile.php/82995/mod_resource/content/1/clase-termico-1.pdf
- Tascón, R. (1980). *Métodos Estadísticos para la Investigación Socioeconómica*. Bogota: Tibaitatá.
- Termoinox. (24 de Junio de 2018). *Termoinox Termas Solares y Más*. Obtenido de <http://www.termoinox.com/productos.php>
- Tinajeros Salcedo, M., & Morante Trigos, F. (14 - 19 de Noviembre de 2011). Sistemas de Calentamiento de Agua con Energía Solar en la Ciudad de Arequipa. *XVIII Simposio Peruano de Energía Solar y del Ambiente*. Lima, Perú: XVIII - SPES.
- Vine, E., Diamond, R., & Szydlowski, R. (1987). Domestic hot water consumption in four low-income apartment buildings. *Energy*, 459-467.
- Willis, R., Stewart, R., Talebpour, R., Mousavinejad, A., Jones, S., & Giurco, D. (2009). Revealing the impact of socio-demographic factors and efficient devices on end use water consumption: case of Gold Coast, Australia. Gold Coast, Australia: International Water Association (IWA) Efficient 2009.
- Wong, L. T., Mui, K. W., & Guan, Y. (2010). Shower water heat recovery in high-rise residential buildings of Hong Kong. *Applied Energy*, 703-709.
- Yañez, L. (2015). El potencial peruano para desarrollar energías renovables.
- Yao, R., & Steemers, K. (2005). A method of formulating energy load profile for domestic buildings in the UK. *Energy and Buildings*, 663-671.