

SVEUČILIŠTE JOSIPA JURJA STROSSMAYERA U OSIJEKU  
FAKULTET ZA ODGOJNE I OBRAZOVNE ZNANOSTI

Josipa Vukelić

**POVEZNICA IZMEĐU GLAZBE I MATEMATIKE U RANOM I PREDŠKOLSKOM  
ODGOJU I OBRAZOVANJU**

ZAVRŠNI RAD

Osijek, 2019.



SVEUČILIŠTE JOSIPA JURJA STROSSMAYERA U OSIJEKU

FAKULTET ZA ODGOJNE I OBRAZOVNE ZNANOSTI

Izvanredni preddiplomski sveučilišni studij ranoga i predškolskog odgoja i obrazovanja

**POVEZNICA IZMEĐU GLAZBE I MATEMATIKE U RANOM I PREDŠKOLSKOM  
ODGOJU I OBRAZOVANJU**

ZAVRŠNI RAD

Predmet: Glazba u integriranom kurikulumu

Mentor: Vesna Svalina, doc. dr. sc.

Student: Josipa Vukelić

Matični broj: 0111026111

Modul: Preddiplomski sveučilišni izvanredni studij ranoga i predškolskog odgoja i obrazovanja

Osijek, 2019.



## SAŽETAK

Matematičke kompetencije u predškolskoj dobi možemo podijeliti na: brojeve operacije, geometriju, algebru i uzorke, mjerenje i analizu podatka. Glazbene kompetencije razvijamo usvajajući osnovne pojmove glazbene teorije: ton, harmonija, melodija, tempo i dinamika, ritam i (aktivno) slušanje glazbe. Spajanjem sastavnica ovih elemenata glazbe i matematike može se uvidjeti njihova korelacija realizirana u simetriji, vrijednosti i mjerenju, uočavanju uzoraka, ali i u otkrićima na polju neuroznanosti. Metodološki gledano poveznica glazbe i matematike slabo je ostvarena ako pokušavamo oprimjeriti matematičke elemente u glazbi i ostaje otvoreno pitanje potrebe takvih metoda u predškolskom odgoju.

Ključne riječi: glazba, matematika, predškolsko obrazovanje, metodologija.

## ABSTRACT

Mathematical competences of preschool children can be divided into: number operations, geometry, algebraic patterns, measuring and data analysis. Musical competences are developed by learning the basic notions of musical theory: pitch, harmony, melody, tempo and dynamics, rhythm and (active) listening to music. By connecting the components of these elements of Music and Mathematics, we can observe their correlation which is realised in symmetry, value and measuring, patterning, and the developments in the field of neuroscience as well. Methodologically speaking, the connection between Music and Mathematics is not well realized if we are trying to exemplify mathematical elements within music, and the question of the need for such methods in preschools education remains open.

Key words: Music, Mathematics, Preschool Education, Methodology.

## SADRŽAJ

<b>1. UVOD</b> .....	1
<b>2. MATEMATIKA U PREDŠKOLSKOM ODGOJU I OBRAZOVANJU</b> .....	2
2.1. Brojevi i operacije .....	2
2.2. Geometrija .....	3
2.3. Mjerenje .....	4
2.4. Algebra i uzorci .....	5
2.5. Analiza podataka .....	5
<b>3. GLAZBA U PREDŠKOLSKOM ODGOJU I OBRAZOVANJU</b> .....	6
3.1. Ton .....	6
3.2. Ritam .....	7
3.3. Melodija .....	7
3.4. Harmonija .....	8
3.5. Tempo i dinamika .....	8
3.6. Slušanje glazbe .....	9
3.7. Mozart efekt .....	9
<b>4. ZAJEDNIČKI ELEMENTI GLAZBE I MATEMATIKE</b> .....	11
4.1. Glazbeni i matematički mozak .....	11
4.2. Simetrija .....	12
4.3. Primjećivanje uzoraka .....	13
4.4. Vrijednosti i mjerenja .....	14
<b>5. IGRE S ELEMENTIMA GLAZBE I MATEMATIKE</b> .....	15
5.1. Pjesma „Zbrajanje“ .....	15
5.2. Igra „Geometrijska tijela“ i „Geometrijski likovi“ .....	15
5.3. Igra „Mali vlak“ .....	16
5.4. Igre prepoznavanja matematike u glazbi .....	17
<b>6. ZAKLJUČAK</b> .....	18
<b>7. LITERATURA</b> .....	19

## 1. UVOD

Povezanost glazbenog i matematičkog svijeta danas je neupitna. Brojne poveznice s prirodoslovljem nalazimo u raznim mjerenjima koja nam je omogućila moderna fizika. Frekvencije, visine tonova, brzina procesuiranja glasova i zvukova, harmonije, danas su kvantificirani i obrađeni podaci koji nam otkrivaju povezanost glazbe i ljudske fiziologije i psihologije. Dodamo li u tu jednadžbu i sociološki, humanistički, kulturološki pristup obuhvatili smo sadržaj teorije o glazbi. U ovom radu cilj je istražiti one prirodoslovne aspekte, tj. matematičke aspekte glazbe koji dolaze do izražaja u pedagoškom okviru predškolskog odgoja. Pristupi podučavanju glazbe i matematike biti će raščlanjeni tako da se izdvoji njihova nepobitna metodološka i teoretska povezanost. Osnove matematičkog razmišljanja već dugi niz godina su dio predškolskog kurikulumu u svijetu, točnije, dio su neizostavne odgojne paradigme u svrhu razvijanja i jačanja logičko-matematičke inteligencije. Glazba, s druge strane, dolazi do mladih umova izravnije, fenomenološki i posjeduje veliku metodološku potenciju. Brojalice, tematske pjesme koje pričaju priču, zvukovi različitih instrumenata razvijaju glazbenu inteligenciju djece, ali pružaju i raznolikost u podučavanju. Cilj ovog rada je istražiti i oprimjeriti metode podučavanja matematike te njihovu mogućnost integriranja na podučavanje glazbe u predškolskom odgoju, ali i obrnuto iako za taj slučaj imamo puno više primjera i već jasne rezultate.

## 2. MATEMATIKA U PREDŠKOLSKOM ODGOJU I OBRAZOVANJU

Da bi smo uspjeli približiti vezu glazbe i matematike djeci predškolske dobe moramo utvrditi koja su glavna područja matematike relevantna u njihovoj edukaciji. U tu svrhu poslužiti ćemo se podjelom koju preporuča Nacionalno vijeće učitelja matematike<sup>1</sup>. Ova podjela odnosi se na djecu predškolskog uzrasta sve do drugog razreda osnovne škole. Brojevi i operacije, algebra, geometrija, mjerenje i analiza podataka su područja međusobno povezana kompetencijama: rješavanja problema, komunikacije, rasuđivanja, spajanja i reprezentacije.

### 2.1. Brojevi i operacije

Upoznavanje s brojevima i njihovim mogućim vezama osnova su i početak formalnog matematičkog obrazovanja. Stoga je područje brojeva i operacija glavna podloga za učenje ostalih matematičkih područja, ali i ostalih obrazovnih područja, naročito glazbe i jezika.

Znanje o brojevima se javlja vrlo rano i značajno se razvija prve tri godine. Već novorođenčad pokazuju mogućnost razlikovanja male grupacije predmeta (1-3 predmeta). Prilikom pokazivanja slika na kojima se nalaze tri predmeta, različitih na svakoj slici, novorođenčad postepeno gubi pažnju prilikom opservacije. Ako se grupacija predmeta smanji na dva ili poveća na tri, djeca će primijetiti promjenu i ponovno obratiti pažnju na sliku (Starkey, Spike i Gelman, 1990, prema Clements i sur., (ur.) 2011). Ove mogućnosti ne možemo još smatrati brojanjem, ali ukazuju da je sama svrha brojanja ukorijenjena mehanika ljudskog mozga. Budući da se razlikovanje predmeta, tj. prepoznavanje obrazaca javlja u tako ranoj dobi, početak numeriranja možemo svesti na perceptivnu, empirističku kategoriju.

Jedna od prirodnih sposobnosti prisutna u ljudskom rodu je mogućnost percepcije relativnih količina, tj. prepoznavanja razlike u količini unutar domene vizualne percepcije. Djeca pak moraju naučiti konvencionalne metode uparivanja i brojanja kako bi pouzdanije otkrili te razlike. U trećoj godini života djeca utvrđuju jednakost dvije grupe predmeta temeljeno na njihovoj neposrednoj blizini, a u četvrtoj godini su sposobni utvrđivati parove tih grupacija kako bi potvrdili da se radi o jednakim grupama (Clements, Sarama i DiBiase (ur.), 2011). Brojanjem djeca spajaju riječ i sam koncept broja kako bi došli do kompleksnijih koncepata; redosljeda i veličine.

---

<sup>1</sup> National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) najveće je organizacija matematičke edukacije u svijetu, a djeluje na područjima SAD-a i Kanade.



Prepoznavanje relativnih količina nužan je korak za usvajanje mogućnosti zbrajanja i oduzimanja. Već će novorođenčad primijetiti razliku u količini ako se u kutiju stave dvije loptice, a potom izvadi jedna. Ipak, ako u grupaciju od tri predmeta dodamo još jedan predmet, neki trogodišnjaci će reći kako ta grupacija sadrži više u usporedbi s grupacijom od pet predmeta. Čin dodavanja ne razlikuju od povećanja količine i redoslijeda veličina. Kod većine petogodišnjaka to nije slučaj, jer će uzeti u obzir početnu nejednakost u veličini grupacije, tako ukazujući da shvaćaju koncept pribrajanja. Ukratko, zbrajanje i oduzimanje u ovoj osnovnoj formi ovisi o naučenoj vještini brojanja. Djeca koja precizno nauče brojati jasno razlikuju slijed veličina i mogućnost njihova povećavanja i smanjivanja, ali još uvijek imaju poteškoće s brojanjem unazad, što označava da je proces oduzimanja teže shvaćen. Oduzimanje se najbolje razumije vizualizacijom zadataka predmetima na stolu ili djecom u sobi.

Sljedeći razvojni korak je sastavljanje i rastavljanje. Predškolska djeca shvaćaju pojmove „cjeline“ i „dijela cjeline“. Pet poredanih predmeta jasno tvore cjelinu, a njihovom grupacijom djeca primjećuju stvaranje zasebnih cjelina iz početne cjeline. Stoga će vrlo brzo shvatiti kako brojka 5 sadrži brojku 3 i 2 unutar sebe. Sastavljanje i rastavljanje shvaća se kao spoj vizualizacije brojeva i procesa brojanja, te kao takvo omogućava djeci rastavljanje i sastavljanje cjelina na sve moguće varijante, te su preteča složenijem analitičkom razmišljanju. Kada su u pitanju brojevi, djeca pokazuju iznimnu fascinaciju velikim brojevima. Budući da proces učenja brojanja započinje u sferi brojanja do 10, područje većih brojeva i sustav desetica i stotica donosi još pravila za potencijalna sastavljanja i rastavljanja.

Grupiranje je proces kombiniranja predmeta u skupove koji imaju jednak broj sastavnica. Skup od 20 predmeta možemo podijeliti na 5 skupova od 4 predmeta. Ovaj proces vodi do razumijevanja množenja, brojanja u segmentima i mjerenja. Budući da veliki brojevi mogu biti teže shvaćeni kao cjelina, a više kao spoj dvaju zasebnih brojeva, grupacija brojeva u desetice pomaže u tom zadatku. Osim nizanja broj po broj, na ovaj način djeca uče segmentirati brojke koje su dio većeg niza i kao krajnji rezultat vježbanja grupacije uspijevaju rješavati operacije zbrajanja s dvoznamenkastim brojevima.

## **2.2. Geometrija**

Geometrija igra važnu ulogu u razvitku prostorne orijentacije djeteta. Promišljanje i shvaćanje prostora i kretnji kao skup ili cjeloviti oblik utječe na kretnje djeteta i percepciju prostora kao područje njihovog djelovanja. Aspekt geometrije koji se najviše očituje u svakodnevnom životu djeteta je oblik. Osnovni dvodimenzionalni oblici su usvojeni već do

dobi od 4 godine, a pred polazak u prvi razred djeca su upoznata i s osnovnim trodimenzionalnim oblicima. Osim osnovnih oblika, djeca jasno uočavaju specifičnosti određenih mnogokuta ili višestраниh trodimenzionalnih oblika. Uočavaju, kao i kod operacija s brojevima, da su složeniji oblici sastavljeni od više-manje složenih oblika poput trokuta ili kvadrata. Već u četvrtoj godini života djeca smišljaju načine kombiniranja oblika da stvaraju nove. U petoj i šestoj godini jasno prepoznaju slične oblike različitih veličina i različito postavljenih oblika te ih mogu reproducirati u prilagođenim računalnim programima.

Vrlo važan dio prostorne orijentacije jest vizualizacija oblika, to jest, mentalno opredmećivanje oblika u svrhu njihove analize. Vizualizacijom djeca mapiraju prostor oko sebe, određuju smjer svog i tuđeg kretanja te stvaraju referentne točke u prostoru. Te mentalne slike dvodimenzionalnih i trodimenzionalnih oblika djeca poistovjećuju sa svijetom oko njih, bilo da se radi o prostorima ili predmetima i zamjećuju pravilnosti i nepravilnosti u odnosu na prototipne primjere oblika.

### **2.3. Mjerenje**

U mjerenju nalazimo praktičan primjer matematike u svijetu. Prva vrsta mjerenja javlja se učenjem brojanja, a nadograđuje se usvajanjem koncepata poput dužine, težine ili visine. Do treće godine života djeca će razviti, do određene mjere, shvaćanje tih pojmova. Teško će primijetiti samim vizualnim promatranjem razliku u težini predmeta istog materijala, a u nekim slučajevima neće uspjeti usporediti dužinu dvaju predmeta postavljajući ih jedno kraj drugoga od početne točke (Clements, Sarama i DiBiase (ur.), 2011) U dobi od četiri i pet godina sposobnost djece da uspoređuju predmete perceptivnim mjerenjem se znatno poboljšava.

Sposobnost djeteta da pretpostavi učinak svoga djelovanja na određene predmete u prostoru ovisi o njegovom shvaćanju razlike skalarnim veličinama. Iako je to shvaćanje naizgled jednostavno, intuitivno, ono omogućava daljnje uspoređivanje koristeći referentne predmete i alate. Mjerenje kao metoda analize i zaključivanja zahtjeva određene referente ili mjerene jedinice. Ti referenti mogu biti bilo koje proizvoljno uzete veličine, poput veličine djetetovog dlana ili standardizirane mjerne jedinice. Ove potonje djeca će usvojiti koristeći se centimetarskim kockicama ili ravnalima, alatima koji su se tek u skorije vrijeme počeli koristiti u podučavanju ranih i kasnih predškolaca. Naravno, korištenjem takvih alata dalje se razvija fina motorika i brojanje, a konačni ishod je mogućnost preciznog mjerenja.

#### **2.4. Algebra i uzorci**

Za razliku od brojanja, geometrije i mjerenja, algebra nije toliko naglašena kao aktivno polje podučavanja predškolske djece i igra više suplementarnu ulogu. Algebarsko znanje predškolaca svodi se na vještinu prepoznavanja uzoraka koja je od iznimne važnosti za njihov daljnji intelektualni razvoj. Sposobnost primjećivanja uzoraka razvija se od najranije dobi, a primjećuju se u djetetovu okolišu uspoređivanjem, sortiranjem i pomnim pregledom predmeta, ali i obrazaca ponašanja djece i odraslih.

#### **2.5. Analiza podataka**

Kao i algebra, analiza podataka nije u prvom planu razvitka djetetovih matematičkih sposobnosti. Analiza podataka podrazumijeva klasificiranje, organiziranje, oprimjerivanje i korištenje informacija u svrhu postavljanja pitanja i davanja odgovora. Djeca će skupinu predmeta, poput dugmadi ili igrački sortirati u grupe prema obrascima koje su primijetili da ih razlikuju od drugih grupa. Jasno navode razloge njihova sortiranja i postavljaju pitanja o svrsi određenih razlika. Svoje zaključke djeca sortiraju po jednostavnim kategorijama poput boje, veličine, oblika, glasnoće i na taj način kombiniraju sposobnost primjećivanja uzoraka i utvrđivanja specifičnih odnosa stvari.

### 3. GLAZBA U PREDŠKOLSKOM ODGOJU I OBRAZOVANJU

Pitanje glazbene potencije na utjecaj razvoja čovjeka primijetili su mnogi mislioci naše povijesti, dajući joj posebno mjesto u svijetu umjetnosti. Jedan od njih je Friedrich Nietzsche koji, pozivajući se na riječi Schopenhauera, smatra da moramo prepoznati različit karakter glazbe u odnosu na ostale umjetnosti. Glazba, za razliku od slika ili skulptura je neposredna refleksija naše volje koja se predstavlja kao metafizički pandan svim fizičkim stvarima ovoga svijeta, stvar po sebi, a ne njena pojavnost (Nietzsche, 1997). Ovaj fenomenološki opis upućuje na snagu glazbe da utječe na emotivno i psihofizičko stanje čovjeka na izravan način. Kao i u prethodnom poglavlju podijeliti ćemo glazbenu edukaciju djece na glavna polja, koja su također glavne sastavnice glazbene teorije: ton, ritam, melodija.

#### 3.1. Ton

Kao fizički objašnjena pojava, ton je djeci slabo razumljiv i najčešće ga poistovjećuju s pojmom zvuka uopće. Tek odsviran pojedinačno i u nizu s drugim tonovima djeca polako zamjećuju ton kao nešto zasebno i odvojivo, ali ih vježbaju putem cjeline, tj. pjesama i brojalica. Visina tona inherentno je jasna zbog različitih frekvencija koje djeca tumače ugodnima ili neugodnima. Jako visoke tonove uspoređuju s vriskom ili zviždukom, a jako niske tonove s režanjem ili grmljavinom.

Pri pokušaju reprodukcije visokih tonova, djeca će često pokušati dosegnuti te visine uspinjanjem na prste uz vidljivo naprezanje. „Visina tona je onaj element koji će dijete usvojiti, slušno i reproduktivno, kasnije od ostalih značajki. Prije nego li će ton moći otpjevati, slušno će ga razabrati. Isti će ton moći vokalizirati ili otpjevat tek kad mu to omogući razvoj glasnica. Recepcija visine tona, stoga je, o skladnom psihofizičkom razvoju djeteta“ (Sam, 1998). Intonacija prima veću pozornost u dobi od pet godina i kasnije. Pravilno pjevanje uči se koristeći sluh, a tonovi više nisu apstraktni i njihovo trajanje je jasno primijećen uzorak. (Vidulin, 2016).

Jačina je također vrlo bitna sastavnica tona koju djeca kao i kod visine uglavnom kategoriziraju s obzirom na ugodu i neugodu. Jaki ili slabi tonovi izazivaju pretjeranu ili nedovoljnu količinu stimulansa kod djeteta, stoga je umjerena jačina tona najprikladnija za djecu predškolske dobi (Sam, 1998). Uz jačinu, kao pojačivač estetskog doživljaja glazbe je i boja tona. Djeca vrlo jasno uočavaju iste pjesme i brojalice koje su odsvirane na različitim

instrumentima ili medijima, ali primjećuju i razlike u boji tona koje obično opisuju u odnosu na vlastite doživljaje tog novog izvora.

### **3.2. Ritam**

Jedna vrsta instrumenta je u prvom planu kada su u pitanju predškolska djeca, a to su udaraljke. Najčešći stvaralačko interaktivni susret s glazbom djeca ostvaruju koristeći štapiće, pljeskajući, ili upotrebljavajući cijeli Orffov instrumentarij. Na taj način se djeca prvi puta susreću s konceptom ritma, ali i stvaranjem glazbe što nam omogućava uvid u motoričke sposobnosti djeteta u kombinaciji sa sluhom i glazbenim doživljajem. Osim instrumenata za usvajanje ritma kroz pjesmu koriste se brojalice. Brojalicama se djeca uče slijediti određeni ritam, tj. slijediti tešku i lakšu dobu pri određenoj brzini (Sam, 1998). Učenje brojalica počinje u najmlađim skupinama u vrtićima i stavlja manje zahtjeve na dijete kada je u pitanju razvijenost sluha. I prije dolaska u vrtić, djeca se njišu, ljuljaju, skakuću, tresu i općenito kreću uz ritam neke glazbe, a novorođenčad reagiraju na ritam pokretima tijela i udova (Zentner, Eerola, 2010). Ono što ritmičnost izaziva u djeci jest pokret koji omogućava brzo usvajanje brojalica i potencijal za stvaranje novih riječi i ritmizacije, tj. novih brojalica koje se kasnije mogu smišljati zajedno s djecom. Zanimljiva je i pojava, koja je opće primjenjiva, ali izražena i u dječjoj dobi, da se dvije ili više osoba koje ponavljaju isti ritam usklade u disanju, otkucajima srca, moždanim valovima, pozornosti i kretnjama. Takvo zapažanje još jednom potvrđuje fenomenološku snagu glazbe da utječe na emotivan i psihofizički razvoj čovjeka budući da se usklađivanjem ritma pojavljuje osjećaj zajedništva, empatija i socijalna kohezija.

### **3.3. Melodija**

„Melodija je po definiciji slijed tonova različite visine i različitog trajanja“ (Sam, 1998). Uzmemo li samo ovu definiciju u obzir, možemo zaključiti da je određen stupanj usvojenosti ritma i intonacije potreban za reprodukciju jednostavnih melodija u predškolskoj dobi. Iako su razlikovanje tonova i ritmičnost olakotne okolnosti u reprodukciji i raspoznavanju melodija, pod uvjetom da djeca imaju dovoljno razvijen glasovni aparat, ipak nisu u potpunosti nužni budući da su ljudsko uho i mozak „podešeni“ za raspoznavanje glazbenih uzoraka. Melodiju čini cijeli skup elemenata vezanih uz ton, harmoniju, tempo, dinamiku, ritam, intervale, agogiku (Sam, 1998). Drugim riječima, slušanjem melodije dijete prima sve informacije bez da je svjesno svakog zasebnog elementa. Reprodukcija melodije u predškolskoj dobi ipak zahtjeva određenu vrstu prilagodbe sastavnica melodije radi lakšeg učenja i podučavanja.

Vrlo je važno diferencirati između kvalitete estetskih standarda i sposobnosti praćenja melodijskih struktura prilikom slušanja djetetove izvedbe. Tek nakon što utvrdimo da je dijete usvojilo osnove praćenja melodije možemo prepoznati razinu talentiranosti individualnog djeteta (Drexler, 2015).

### **3.4. Harmonija**

Oprimjeriti ovaj glazbeni element predškolskoj djeci nije lak zadatak budući da je pojam sklada poprilično apstraktan, a pojmovi terce ili kvinte previše specifični, ali ipak nije nemoguće. Najlakši način da se prikaže harmonija je disharmonična izvedba već poznatih pjesama. Djeca će bez poteškoća uočiti da se skladba tako ne izvodi ili da zvuči „neugodno“. Ako promijenimo tonalitet, djeca će prepoznati sličnost i u većini slučajeva neće transponiranu pjesmu smatrati pogreškom. To ipak ne znači da djeca neće smatrati pogrešnim ako, na primjer, odsviramo pjesmu za tercu ili kvintu niže, budući da će se pjesma poprilično razlikovati od originala.

Harmonija je bila u fokusu mnogih istraživanja, a rezultati vezani za djecu su uglavnom davali podvojene rezultate. Nekoliko autora poput Hair (1973), i Costa Giomi (1994a, 1994b) navodi da se harmonijske vještine pojavljuju tek u dobi od osam ili devet godina, a trenutna praksa većine učitelja i metodološka literatura su u skladu s ovim zaključcima. Nasuprot tome neke su studije (Zimmerman, 1973; Moog, 1971) ustanovile kako predškolska djeca mogu razlikovati notu i akord, čuti promjene u akordima i razlikovati harmoniju od disharmonije. (Berke, 2000).

### **3.5. Tempo i dinamika**

Polagano, umjereno, brzo i vrlo brzo osnova su označavanja tempa svake skladbe, a između njih postoji niz drugih razina suptilnijih razlika. Oznake za tempo koje su razumljive u predškolskoj dobi najčešće su sporo i brzo. Ova dihotomija brzo se usvoji, a u dobi od pet ili šest godina razumno je očekivati da će djeca moći razviti i osjećaj za umjerenu brzinu izvedbe. (Sam, 1998). Djeca vrlo brzo primjećuju da brzina izvedbe mijenja i sam karakter pjesme pa će brža pjesma u njima izazvati optimistično i radosno emotivno stanje, a sporije pjesme imaju opuštajući ili sjetan utjecaj (Vidulin, 2016).

Kao što je već navedeno u poglavlju o percepciji tona, idealna glasnoća je između slabog i jakog tona. Kao i tempo, dinamika ima osnovne oznake koje ju dijele na vrlo tiho, tiho, srednje tiho, srednje jako, jako i vrlo jako, a idealan raspon za predškolsku djecu bio bi između srednje tiho i srednje jakog. Estetski doživljaj dinamike također utječe na emotivne promjene kod djece.

### 3.6. Slušanje glazbe

Slušanje glazbe korisno je u rekreativnom i edukacijskom smislu. Većina glazbenih iskustava u ranom djetinjstvu sastoji se od slušanja glazbe. Utjecaj slušanja glazbe na učenje nije jasno određen. Slušanje glazbe možemo podijeliti na pasivno i aktivno slušanje, gdje je potonje ono koje je do određene mjere uključeno u proces učenja. Pitanje je radi li se o posebnoj kategoriji ili aktivno slušanje možemo poistovjetiti s aktivnom pozornošću (Goeghegan, Mitchelmore, 1996)?

Pasivno slušanje možemo poistovjetiti sa senzornim prikupljanjem podataka bez direktnog procesuiranja onoga što se sluša. To je ono „slušanje koje ne izaziva ili ne uključuje emocionalno i intelektualno uživljavanje“ (Sam, 1998). Aktivno slušanje zahtjeva od djece analitički pristup, tj. da izdvoje određeni element skladbe i promotre ga kao zasebnu cjelinu. Uzevši to u obzir postaje jasnije zašto je autorima Goeghegan i Mitchelmore valjana mogućnost da je aktivno slušanje proces pozornosti ili usredotočenosti na jedan ili više elemenata i analiziranje istoga obzirom na predviđene parametre. Sam (1998) nam nudi pojam *cjelovitog slušanja*, koji označava situaciju kada je „slušatelj okupljen cijelim glazbenim djelom, na način da njegova percepcija traži svaku glazbeno-izražajnu pojedinost uobličenu u oblikovnu glazbenu cjelinu“. Bez obzira na terminologiju, gledano strogo metodički, aktivno slušanje omogućuje povezivanje glazbenih i neglazbenih elemenata jer tretira glazbeni čin kao dubok izvor informacija.

### 3.7. Mozart efekt

Na tragu povezivanja glazbe s ostalim edukacijskim i kognitivnim modulima nalazi se sljedeći fenomen koji je trpio kritiku manjka dokaza njegove potencije dugi niz godina. Mozart efekt je na „lošem glasu“ zbog krivog shvaćanja glazbe kao nekakvog čarobnog napitka koji gotovo trenutno poboljšava kognitivne vještine i razvija sposobnosti djeteta ili slušatelje Mozartove ili klasične glazbe uopće.

„Slušanje glazbe djeluje kao 'vježba' koja olakšava simetrijske operacije povezane s višim moždanim funkcijama. Jednostavno rečeno glazba može poboljšati sposobnost usredotočenja, unaprijediti sposobnost donošenja intuitivnih zaključaka“ (Campbell, 2005). Također je bitno primijetiti da se u istraživanjima vezanim uz Mozart efekt zbilja koristila Mozartova glazba. Razlog je kompleksnost njegove glazbe i klasične glazbe u cjelini. Složeniji ritmički, melodijski, harmonijski i intervalski uzorci će imati bitno drukčiji učinak od jednostavnije glazbe i nećemo moći govoriti o istim benefitima ovog u suštini pasivnog

slušanja, budući da se Mozart efekt uvijek shvaća kao pozadinsko slušanje. To možda i je istina, ali aktivno slušanje klasike i popratna analiza odslušanog može samo dodatno poboljšati cijeli proces.



## 4. ZAJEDNIČKI ELEMENTI GLAZBE I MATEMATIKE

Nakon utvrđivanja specifičnosti obaju područja možemo prikazati svojevrсна presjek sličnih elemenata i njihovu uporabu u predškolskom okviru. Matematički elementi brojanja, geometrije, algebarskog uočavanja uzoraka, analize podataka i mjerenje sadržani su, do određene mjere, u aspektima glazbenih elemenata tona, ritma, melodije, tempa i dinamike, harmonije, aktivnog slušanja i obrnuto.

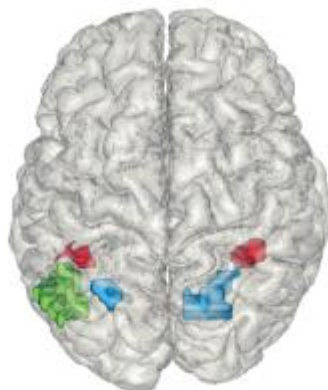
### 4.1. Glazbeni i matematički mozak

Svi dosad navedeni glazbeni i matematički elementi svoj temelj, kao i sve ljudske funkcije, imaju u cerebralnoj aktivnosti. Stoga je prva poveznica glazbe i matematike skrivena u funkcijama područja mozga prilikom matematičkog i glazbenog promišljanja i stvaralaštva. U današnje vrijeme gotovo je opće znanje da je desna moždana hemisfera skup područja koja su zadužena za kreativne, umjetničke, prostorne i holističke osobine i radnje, a lijeva strana dominira u strukturi, organizaciji, analitičkom pristupu i logici. Koja su, dakle, otkrića otkrivena koristeći se tehnologijom mapiranja mozga?

„Glazbeni mozak“ sastoji se od složenih i široko rasprostranjenih neuronskih sustava, ali lokalno specijaliziranih područja u mozgu, te je u početnim istraživanjima bio sveden na aktivnosti samo u desnoj hemisferi, a najmodernija otkrića ukazuju na spajanje hemisfera kao jednu od karakteristika specifičnih za glazbeno procesuiranje i djelovanje (Hodges, 2000). Glazbena potencija ne staje u ovoj točki, budući da su neka istraživanja pokazala da bavljenjem glazbom uzrokuje različite promjene u ljudskom mozgu. Donald A. Hodges rezimira važna otkrića proizišla istraživanjem glazbe i cerebralne aktivnosti i navodi sljedeće premise: 1) Ljudski mozak reagira i sudjeluje u glazbi, 2) Glazbeni mozak djeluje pri rođenju i zadržava se kroz cijeli život, 3) Kontinuirano glazbeno vježbanje od rođenja utječe na organiziranost glazbenog mozga, 4) Lokalna specijalizirana područja glazbenog mozga su: kognitivne sastavnice, afektivne sastavnice i motoričke sastavnice, 5) Glazbeni mozak je izuzetno otporan. Zadnja premisa je izuzetno interesantna jer se odnosi na opstojnost visokih glazbenih funkcija unatoč mentalnim, emotivnim ili degenerativnim poteškoćama.

„Matematički mozak“ kao i glazbeni nije limitiran na funkciju u samo jednoj hemisferi. Ipak, matematičke su funkcije grupirane u parijetalnom režnju i naizgled je „pokretljivost“ tih funkcija manja od glazbenih koje se pojavljuju u gotovo svim dijelovima mozga (Cranmore i Tunks, 2015).

Zanimljivo je također da je aktivnost matematičkih područja jača kod djece nego odraslih prilikom računanja. Razlog tome je u shvaćanju tih matematičkih radnji koje su kod djece shvaćene generalnije i apstraktnije nego kod odraslih, koji su usvojili te procese i mogu s lakoćom i manjom aktivnošću riješiti probleme (Rocha et al 2005).

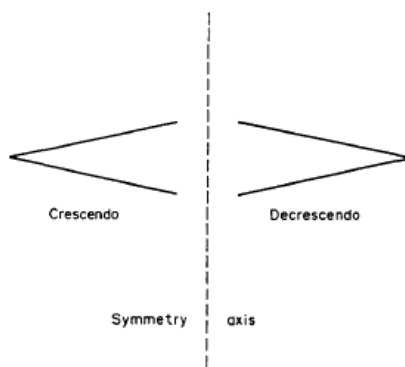


Slika 1. Područja u parijetalnom režnju povezana s matematičkim procesima (Cranmore i Tunks 2015)

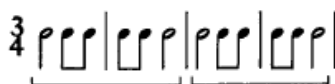
Budući da se većina zadataka, bilo da su vezana uz matematiku ili glazbu, isprepliću s jezikom, pokretom, emotivnošću, nemoguće je ne uzeti u obzir povezanosti svih tih sustava. Jedna od mogućih veza između matematičkog i glazbenog mozga je u korelaciji geometrijskog promišljanja i intenzivnog glazbenog vježbanja. Primijećeno je da osobe koje aktivno vježbaju glazbu imaju bolje razumijevanje osnovnih geometrijskih sustava (Spelke, 2008). MRI testiranja su pokazala da glazbenici lakše manipuliraju računanjem s razlomcima od drugih zbog povećanja u radnoj memoriji i poboljšanja u apstrahiranju numeričke kvantitete (Schmithorst i Holland 2004). Područje na kojemu se događa presjek matematičkog i glazbenog procesuiranja je prefrontalni korteks koji je povezan s izvršnim radnjama i pamćenjem, ali i emotivnim reakcijama.

## 4.2. Simetrija

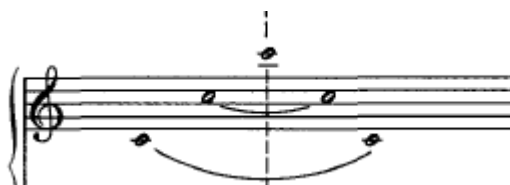
Simetrija kao dio matematike najjasnije je prikazana u geometriji, točnije, oblicima. Razdjeljivanjem geometrijskih likova ili tijela na pola djeca utvrđuju pravilnost i identičnost dvije novonastale cjeline. U radnji pribrajanja zamjena mjesta faktora neće promijeniti rezultat i predškolci mogu primijetiti zrcaljenje, tj. bilateralnu simetriju. Budući da se u predškolskom obrazovanju matematički koncepti češće bilježe i vizualno oprimjeruju, djeca nemaju jasne primjere glazbene simetrije.



Slika 2. Osna simetrija u dinamici (Apagyi, 1989)



Slika 3. Bilateralna simetrija u ritmu (Apagyi, 1989)



Slika 4. Osna simetrija u visini tonova (Apagyi, 1989)

Ova tri primjera (slika 2, slika 3, slika 4) nude nam mogućnost jednostavnog približavanja simetrije u glazbi predškolskoj djeci. Iako nije uobičajeno podučavati formalnu glazbenu teoriju u vrtićima, vizualni prikaz ovih pojava se može vrlo lako odsvirati i naglasiti kao bi djeca uvidjela obrazac simetrije i njegovo postojanje i u glazbenom svijetu, a ne samo geometrijskom, to jest, matematičkom.

#### 4.3. Primjećivanje uzoraka

Možda najčešća i najrasprostranjenija poveznica glazbe i matematike u predškolskoj dobi je primjećivanje uzoraka. Ovdje ne možemo primijetiti diskriminaciju po pitanju zastupljenosti primjera i u glazbenom i u matematičkom smislu. Glazba je prvi kontakt čovjeka s uzorcima, bilo da se radi o otkucajima srca naše majke, slušanju glazbe kao novorođenčad ili učenju pjesama u vrtiću, naš mozak primjećuje glazbene uzorke. Glazba na taj način pomaže djeci da obavljaju matematičke zadatke čak i kada djeca ne doživljavaju te zadatke kao matematičke. Glazba je socijalan, prirodan i razvojno prikladan način za pospješivanje procesa

učenja matematike (Geist i sur., 2012). Melodija i ritam kao njena sastavnica jasne su vježbe kojima jačamo mogućnost prepoznavanja uzoraka, ali je dovoljno samo izložiti djecu glazbi i već primjećujemo kumulaciju napretka po pitanju uzoraka. To možemo vidjeti u pri počecima primjećivanja harmonije budući da je djeca u predškolskom okruženju mogu upijati samo pasivnim slušanjem.

#### **4.4. Vrijednosti i mjerenja**

Kao i kod simetrije zbog nemogućnosti uvođenja terminologije glazbene teorije ne možemo jasno vizualno prikazati vrijednosti tonova, tempo ili dinamiku djeci, ali ih možemo povezati s veličinama koje usvajaju u matematičkom obrazovanju. Djeca će jasno klasificirati visine dvaju tonova, osobito ako se odsviraju u uzlaznom ili silaznom nizu nekog tonaliteta. Stoga su ljestvice izvrstan pedagoški materijal u učenju vrijednosti i proporcija unutar glazbe jer djeca prepoznaju nizove koje su naučili brojanjem, a spajanje različitih segmenata ritma i melodije računskom operacijom zbrajanja.

## 5. IGRE S ELEMENTIMA GLAZBE I MATEMATIKE

Igre koje spajaju glazbu i matematiku obično koriste glazbu kao pokretačku silu za produktivno i dinamično edukacijsko okruženje. Ritmičnost i melodija pomažu u procesu matematičkog razmišljanja. Vrste igara koje naglašavaju suprotan odnos, matematike u glazbi nisu česte jer bi zahtijevale previše analize podataka i rasprave o naučenom, dok u prvom slučaju djeca informacije primaju direktno, kao cjelinu.

### 5.1. Pjesma „Zbrajanje“<sup>2</sup>

*Jedan i jedan su dva,*

*Dva i jedan su tri,*

*Tri i jedan su četiri,*

*Četiri i jedan su pet.*

*Pet i jedan su šest,*

*Šest i jedan su sedam,*

*Sedam i jedan su osam,*

*Osam i jedan su devet,*

*A devet i jedan su deset.*

Metoda: Otpjevati pjesmu uz pratnju instrumenta uz moguća vizualnih pomagala u obliku pojedinačnih brojeva prikazanih u nizu.

Ovaj tip igre uključuje samu matematičku radnju zbrajanja u tekstu pjesme, a jednostavna melodija omogućava stvaranje prikladne referentne točke u pamćenju i na kocu lakšeg usvajanja i ponovne reprodukcije same pjesme, ali i matematičkih zadataka. Pojačavanjem dinamike prema većim brojevima možemo povezati i poimanje vrijednosti, u ovom slučaju jačinu tonova.

### 5.2. Igra „Geometrijska tijela“ i „Geometrijski likovi“

*Mi smo geometrijska tijela,*

---

<sup>2</sup> Pjesma „Zbrajanje“. Pribavljeno 25.10.2019., sa <http://www.pjesmicezadjecu.com/svakodnevnepjesmice/zbrajanje-tekst-i-video.html>

*imamo lijepa šarena odijela.*

*KOCKA, KVADAR, PIRAMIDA, VALJAK, KUGLA.*

*Mi smo geometrijska tijela,*

*imamo lijepa šarena odijela.*

*Sad zaigramo kolo svi*

*geometrijski likovi.*

*KVADRAT, PRAVOKUTNIK, TROKUT, KRUG*

*Sad zaigramo kolo svi*

*geometrijski likovi,*

*geometrijski likovi*

Metoda: Djeca formiraju krug u čijoj sredini stoji jedno dijete koje drži modele geometrijskih tijela ili likova. Svi zajedno pjevaju pjesmu uz instrumentalnu pratnju i u trenutku nabiranja geometrijskih elemenata svi skupa pokazuju na njih. (Čupić, Sarajčev, Podrug, 2017).

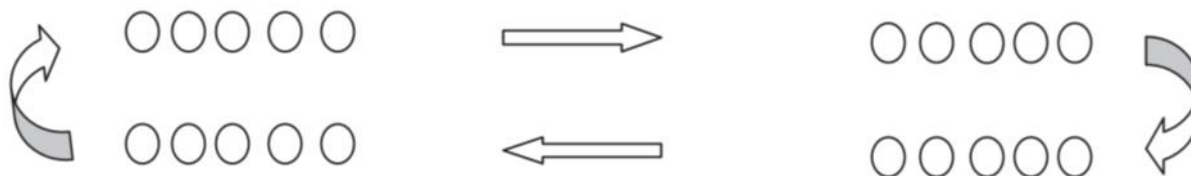
Kao i prethodna pjesma i ove će pjesme za svoj sadržaj uzeti matematičke pojmove, s naglaskom na pokazivanje i nabiranje. Svrha ovakvih igara je diferencijacija različitih oblika i učenje ispravnog nazivanja.

### 5.3. Igra „Mali vlak“

*Ide, ide mali vlak,*

*zaustavi se na moj znak.*

*(Naredba: Zadnji vagoni idu na mjesto.)*



Metoda: Djeca se podjele u četiri skupine po petero. Zatim se stvaraju kolone „vagona“ u svakoj grupi, a prvo dijete je lokomotiva. Djeca paze da se ne sudare sljedeći pravilo desne strane u prometu. Na znak odgojitelja zadnje dijete u koloni iz svake grupe odlazi na mjesto. Cilj je zatim naglas odgovoriti na odgojiteljev upit o novom broju vagona. Ponavlja se postupak dok više nema vagona.

Postupnim smanjivanjem broja djece dobili smo vježbu oduzimanja, opet popraćenu pjesmom kao motivacijskim elementom. Za razliku od prethodnih igara ovdje imamo dodane i kretnje i snalaženje u prostoru. Kombinacija ovih elemenata omogućava kvalitetno primjećivanje uzoraka uz razvijanje motorike. (Čupić, Sarajčev, Podrug, 2017).

#### **5.4. Igre prepoznavanja matematike u glazbi**

Ovaj tip igara gotovo nikad nije zastupljen u vrtićima jer zahtijeva već dobru usvojenost matematičkih ideja i pojmova kako bi djeca vidjela jasnu vezu matematike u glazbi. U svrhu mijenjanja te tradicije korištenja glazbe kao motivacijsko sredstvo ponuditi ćemo dva moguća primjera obrnutih situacija:

1) **Vježba korespondencije jedan za jedan.** Odgajatelj svira određeni broj identičnih tonova i zatim postavlja upit o broju tonova koja su djeca čula. Zatim svira tonove različitih visina (najbolje sljedeći niz od 8 tonova, na taj način vježbajući i ljestvice) i ponovno postavlja isti upit. Budući da djeca uče brojati samo parne i samo neparne brojeve u sklopu svoje matematičke edukacije moguće je i sviranje samo parnih i samo neparnih tonova u nizu.

2) **Vježba disharmonije.** Iako djeca ne mogu sama objasniti što je harmonija možemo im na lak način prikazati postojanje određenog sklada. Odgajatelj odsvira harmoničan slijed tonova, a zatim ga malo izmijeni i na kraju značajno izmijeni. Nakon odsviranih promjena odgajatelj postavlja upite o doživljaju promijenjene melodije. Je li to ista melodija? Je li to lijepa melodija?

## 6. ZAKLJUČAK

Iako se glazba i matematika razlikuju po svojim formalnim metodama podučavanja u predškolskoj dobi, nepobitne su neke poveznice koje ih čine zanimljivim partnerima u razvijanju kognitivnih analitičkih sposobnosti. Fenomenološka potencija glazbe i racionalni sklad matematike očituju se u brojnim igrama i vježbama. Pitanje koje još uvijek nije dobilo odgovor je treba li se spajati učenje matematike i glazbe ili je njihova korelacija kroz pjesmu sasvim zadovoljavajuća? Glazba poboljšava cjelokupnu aktivnost mozga i stoga je nije nužno dovoditi u vezu samo s matematikom kada je savršeno prikladna i za druga polja. Ipak, ne može se izbjeći činjenica da su glazbene sastavnice objašnjene putem matematičkih pojmova i koncepata. Ako bi smo krenuli u tom smjeru mogli bi smo govoriti o stvaranju programa glazbene teorije prilagođene za predškolsku dob. Da bi smo uvidjeli potrebu za time, trebamo početi manjim koracima. Takvi koraci se vide u obliku pojašnjavanja pojmova poput: simetrije, uzoraka, vrijednosti, harmonije. Različite kognitivne sposobnosti individualne djece pokazat će koliko je moguće ostvariti jedan opći program koji spaja matematiku i glazbu primarno iz njihove prirodne veze, a sekundarno iz potencijala za boljim povezivanjem bitnih polja u edukaciji.



## 7. LITERATURA

- Apagya, M. (1989). Symmetries in Music Teaching. *Computers Math Applic.* Vol. 17, No. 4-6. 671-695.
- Berke, M. K. (2000). *The ability of preschool children to recognize chord changes and audiate implied harmony*. Pribavljeno sa:  
[https://repository.arizona.edu/bitstream/handle/10150/289135/azu\\_td\\_9972076\\_sip1\\_m.pdf?sequence=1&isAllowed=y](https://repository.arizona.edu/bitstream/handle/10150/289135/azu_td_9972076_sip1_m.pdf?sequence=1&isAllowed=y)
- Campbell, D. (2005). *Mozart efekt*. Čakovec: Dvostruka Duga d.o.o.
- Clements, D. H., Sarama, J., DiBiase, A. (ur.) (2011). *Engaging Young Children in Mathematics: Standards for Early Childhood Mathematics Education*. Taylor & Francis e-Library.
- Cranmore, J., Tunks, J. (2015). Brain Research on the Study of Music and Mathematics: A Meta-Synthesis. *Journal of Mathematics Education, prosinac 2015, Vol. 8, No. 2*, 139-157.
- Čupić, A., Sarajčev, E., Podrug, S. (2017) Edukativne igre u nastavi matematike. *Poučak : časopis za metodiku i nastavu matematike, Vol. 18 No. 70*, 66-80
- Drexler, E. N. A. (1938). Study of the Development of the Ability to Carry a Melody at the Preschool Level. *Child Development*, 9, no. 3 (1938): 319-32. doi:10.2307/1125444.  
Pribavljeno sa:  
[https://www.jstor.org/stable/1125444?read-now=1&seq=1#page\\_scan\\_tab\\_contents](https://www.jstor.org/stable/1125444?read-now=1&seq=1#page_scan_tab_contents)
- Goeghegan, N. & Mitchelmore, M. (1996). Possible Effects of Early Childhood Music on Mathematical Achievement. *Australian Research in Early Childhood Education, 1996, Volume 1*, 25-254.
- Geist, K., Geist, E. A. & Kuznik, K. (2012). The Patterns of Music: Children Learning Mathematics through Beat, Rhythm, and Melody. *Young Children, siječanj 2012*, 74-79.
- Hodges, D. A. (2000). Implications of Music and Brain Research. *Music Educators Journal*, 87 (2). Pribavljeno sa:

[https://www.researchgate.net/publication/249814667\\_Implications\\_of\\_Music\\_and\\_Brain\\_Research](https://www.researchgate.net/publication/249814667_Implications_of_Music_and_Brain_Research)

Nietzsche, F. (1997). *Rođenje tragedije*. Zagreb: Matica hrvatska.

Rocha, F., Rocha, A., Massad, E. & Menezes, R. (2005). Brain mappings of the arithmetic processing in children and adults. *Brain research. Cognitive brain research*, Vol. 22, 359-72.

Sam, R. (1998). *Glazbeni doživljaj u odgoju djeteta*. Rijeka: Glosa.

Schmithorst, V. J., Holland, S. K. (2004). The effect of musical training on the neural correlates of math processing: a functional magnetic resonance imaging study in humans. *Neuroscience Letters*, Vol. 354, Issue 3, 16. siječnja 2004, 193-196.

Spelke, E. (2008). Effects of music instruction on developing cognitive systems at the foundations of mathematics and science. In *Asbury, C. & Rich, B. (Eds.), Learning, Arts, and the Brain*, 17-49.

Vidulin, S. (2016). Glazbeni odgoj djece u predškolskim ustanovama: mogućnosti i ograničenja. *Život i škola : časopis za teoriju i praksu odgoja i obrazovanja*, Vol. LXII No. 1, 2016. Pribavljeno sa: <https://hrcak.srce.hr/165136>

Zentner, M. & Eerola, T. (2010). Rhythmic engagement with music in infancy. *PNAS*, 30. ožujka, 2010, Vol. 107, br. 13, 5768-5773.