Análisis Ontosemiótico del Concepto de Función en Libros de Texto

Edwin Leonardo Villamil Vargas

Mg. Marco Antonio Feria

Asesor

Universidad Externado de Colombia

Maestría en Educación

Énfasis Lectoescritura y Matemáticas

2019

A mi esposa y mi hijo,

Son los pilares de mi vida.

A mis padres

Gracias por ser ese ejemplo de superación y esfuerzo.

Al Profe Marco

Por sus enseñanzas y acompañamiento.

Introducción

Uno de los recursos más usados por los docentes de matemáticas son los libros de texto como una guía pedagógica, una fuente de situaciones u otro tipo de objeto académico. Es desde este punto que resaltamos el libro de texto como herramienta para el docente de matemáticas, por ello la relevancia e importancia que tiene este se hace evidente en el desarrollo de los conceptos de matemáticas.

La importancia de tener claridad algunos conceptos matemáticos específicos para el desarrollo tanto académico como profesional que pueden tener los estudiantes, hacen de la función uno de los más transversales e importantes en la enseñanza de la educación básica y media.

Esta investigación desarrolla un proceso de análisis y caracterización del concepto de función en libros de texto de matemáticas usados por docentes de matemáticas en el municipio de Soacha de grado noveno, a partir del análisis pedagógico, epistemológico y ontosemiótico de la función.

El documento lo encontramos estructurado en 5 capítulos distribuidos de la siguiente manera:

- Capítulo 1 Problema de investigación, donde se describe dos aspectos que se tuvieron en cuenta para el desarrollo del proyecto investigativo, el primero relacionado con los fines de la investigación y el segundo relacionado con los antecedentes.
- Capítulo 2 Marco de referencia, en el cual se describen a la sección teórica que da soporte a la investigación, enfocada desde 3 perspectivas, desde la

concepción de función, desde la transposición didáctica y desde la concepción ontosemiótico.

- Capítulo 3 Marco de referencia está constituido desde el diseño metodológico de la investigación, resaltando el análisis cualitativo del contenido, las fases de la investigación, la caracterización de los textos a analizar. También se presentan las consideraciones éticas y la validez del trabajo.
- Capítulo 4 Análisis y Resultados, en el cual se describe el proceso de inferencias realizadas luego del proceso de sistematización.
- Capítulo 5 Conclusiones, hallazgos y reflexiones, en donde se realiza un contraste entre las intenciones del proyecto y lo encontrado y analizado en el capítulo 4, además de algunos hallazgos y una reflexión.

Tabla de contenido

Índice de gráficos

Índice de Tablas

1. Problema De Investigación

Los estándares curriculares propuestos por el Ministerio de Educación Nacional (2006), plantean unas competencias generales en matemáticas tales como: formular y resolver problemas; modelar procesos y fenómenos de la realidad; comunicar; razonar, y formular, comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos, las cuales se deben fortalecerse y potenciar al interior del aula. En ese sentido, los profesores tenemos la responsabilidad de dinamizar los procesos de enseñanza –aprendizaje con actividades investigativas que incidan en el desarrollo de estas competencias. Esto solo es posible, si el docente involucra y desarrolla nuevas estrategias didácticas al interior del aula desde perspectivas teóricas de la matemática y la didáctica que hagan posible desarrollar su práctica en cada uno de los cinco pensamientos (pensamiento espacial y sistemas geométricos, pensamiento numérico y sistemas numéricos, pensamiento métrico y sistemas de medida; pensamiento aleatorio y sistemas de datos, pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos).

Ahora bien, para que esto sea posible, son varios los campos en los que hay que incidir para mejorar los procesos de enseñanza aprendizaje en particular el que enfatizará esta investigación es el que tiene que ver con el uso del texto escolar y su incidencia en los aprendizajes del saber matemático.

En ese sentido, es posible considerar el uso del texto escolar como el medio por el cual es posible pasar del saber erudito a un saber enseñable, por lo tanto, el texto escolar es uno de los medios que permite pasar de ese currículo prescrito (pensado) a ese currículo posible, en tal sentido, se usa como eje para desarrollar el curricular en los centros educativos, según García. (2014), aunque no se haga de manera directa en todas las instituciones, si se hace por parte del docente, así sea como referente o guía de su práctica pedagógica. Entonces surge la importancia de analizar el texto escolar desde una perspectiva cualitativa, en la que su mirada esté centrada en la forma de presentar el saber matemático, esto involucra: sus actividades de aula, estrategias de trabajo y formas de evaluación, proceso y procedimientos matemáticos en los que enfatiza.

1.1. Planteamiento Del Problema

El texto escolar se ha convertido en un mediador entre el saber erudito y el saber enseñable, de tal forma que a partir del texto se puede mirar la relación tríadica entre el docente-saber –estudiante, pues este debe permitir que la relación sea dinámica pedagógica y didáctica. Para el caso de esta investigación nos centraremos únicamente en la relación entre e saber y el docente.

Por otra parte, surge la importancia de trabajar sobre el concepto de función, específicamente la función lineal y afín, entendiéndola como un concepto importante en la base de la educación media, y aun en la educación superior como en la economía como lo plantean Rodríguez & Valdíve (2011). Para ello se puede observar que en los estándares curriculares del MEN (2006) en el pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos, mencionan para grado 9°

- Identifica y utiliza diferentes maneras de definir y medir la pendiente de una curva que representa en el plano cartesiano situaciones de variación.
- Identifica la relación entre los cambios en los parámetros de la representación algebraica de una familia de funciones y los cambios en las gráficas que las representan.

De tal forma, es posible encontrar en los libros de texto de matemáticas de grado noveno evidencias sobre concepciones, enfoques, actividades, criterios de evaluación, (entre otros), que involucra el concepto de función lineal y afín.

De acuerdo con el trabajo realizado por González & Sierra (2004), los textos escolares han tenido una evolución determinante desde lo que plantean las políticas educativas y los procesos metodológicos, los cuales cumplen una función determinante pues definen el tipo de tratamiento que se le da al objeto de estudio del saber disciplinar. Además, de alguna manera, son intermediarios entre el docente y el estudiante en relación con el proceso de aprendizaje.

La importancia de hacer un análisis y descripción de este saber llevado al aula, conlleva a utilizar el enfoque ontosemiótico como fundamento teórico y herramienta para identificar los posibles elementos que emergen en el proceso de instrucción matemática, durante este proceso. Además, detener la mirada principalmente en aquellos momentos y acciones que son coherentes con lo que se presume deben constituir el significado institucional de referencia.

Está investigación pretende constituir un punto de partida, en primera medida, para mirar cómo es el uso del texto escolar y su importancia pretendido por algunas editoriales, por otra parte, cómo su contenido, concepción y estructuración devela o caracteriza el saber del concepto de función, que de una u otra forma será transmitido a los estudiantes.

1.2. Pregunta De Investigación

Por lo descrito en el literal anterior surge la siguiente pregunta como orientadora de este trabajo:

¿Qué concepto de función se presenta en los libros de texto más usados por los docentes de matemática en grado noveno de las instituciones educativas oficiales del municipio de Soacha?

1.3. Objetivos

Para dar respuesta a la pregunta orientadora se plantean los siguientes objetivos que determinan el curso de la investigación.

1.3.1. objetivo general

Caracterizar el concepto de función en algunos libros de texto utilizados por los docentes de instituciones oficiales de Soacha, a partir del Enfoque Ontosemiótico.

1.3.2. Objetivos Específicos

- Identificar los libros de texto más usados por los docentes de Soacha para enseñar el concepto de función en grado noveno.
- Construir categorías de análisis para caracterizar el objeto matemático, mediante procesos de codificación.
- Generar procesos de sistematización óptima que permita inferir y analizar el concepto función.
- Presentar cómo aparece el concepto de transposición didáctica del concepto de función en los textos seleccionados

1.4. Antecedentes

A continuación, se presenta una síntesis de la exploración documental que sustenta los antecedentes de esta investigación. La búsqueda se presenta en dos grupos, la función lineal y afín en textos escolares, relacionando el concepto a trabajar en relación a los libros de texto, identificando los aportes más trascendentales frente al análisis y la metodología. El segundo se refiere al uso de la teoría de análisis semiótico de textos AST, análisis cualitativo del contenido ACC y teoría fundamentada en datos TFD, tomando en cuenta como esta teoría de análisis genera una constante relación entre la clasificación de la información y el análisis de esta.

Sánchez, (2016) en su trabajo de investigación "*Conceptualización de la función lineal y afín: una experiencia de aula"* habla sobre como en un objeto de la investigación se diferencia entre recursos fenomenológicos (conceptos o teorías) y sus transformaciones. En la identificación de los recursos fenomenológicos, reconoce que cada sistema semiótico provee una capacidad específica de transformación. Hay dos clases de transformaciones de cualquier representación semiótica: *la conversión* y el *tratamiento*, las cuales deben diferenciarse por completo en toda actividad matemática y deben ser analizados de manera separada en la producción de los estudiantes cuando se enfrenten con el problema.

Fajardo, (2011) en el trabajo de maestría "*Análisis del concepto de función lineal en los textos escolares de grado noveno"* muestra como propósito principal analizar a través de textos escolares, cómo se evidencia el concepto de función, formulando objetivos como caracterizar el uso que hacen los textos escolares, analizar las diferentes acepciones del concepto de función y caracterizar el concepto de transposición didáctica en los textos escolar. Además de realizar una referencia el desarrollo histórico-epistemológico del concepto de función, con el fin de reconocer el concepto de función a lo largo de la historia pasando por tres épocas: Antigua, Media y Moderna. De este recorrido histórico se logran evidenciar algunas debilidades conceptuales que tienen los estudiantes al enfrentarse a este concepto. En este trabajo también resalta la importancia del concepto de función y como se evidencia la transposición didáctica del concepto en los textos escolares.

Todo el proceso metodológico y análisis de los textos usando como referente la teoría de Godino y Batanero (1996) en cuanto a la teoría de los significados institucionales y personales de los objetos matemáticos, lo que permite analizar el objeto “función” y determinar así el significado institucional de referencias establecido en los textos escolares.

Se puede inferir que el concepto de función lineal y las diferentes maneras de presentarlas a los estudiantes, bien sea por situaciones formuladas por el maestro, como en el trabajo de Sánchez (2009), o por medio de actividades predeterminadas por editores de textos escolares, es un objeto de estudio que requiere mucha atención y un estudio más detallado desde su construcción epistemológica.

Comenzando el segundo grupo Pulido (2015) en su trabajo de maestría “*El ambiente educativo de las prácticas matemáticas en una institución de innovación educativa. Sistematización de una experiencia*”, Resalta la importancia de lo explicito que se debe ser al crear las unidades de análisis, la codificación de los discursos de docentes y estudiantes, utilizando la articulación de TDF, ACC, AST como estrategia metodológica.

El trabajo resalta el proceso de sistematizar la experiencia con procesos analíticos y descriptivos que caractericen al objeto de estudio. Se inicia con una interpretación tríadica de los elementos del Ambiente Educativo, lo cual le da un enfoque semiótico a la caracterización del objeto de estudio, desde una postura sistémica, basada en las interacciones para explicar el proceso de análisis del discurso de las entrevistas realizadas a los maestros y a los estudiantes. En complemento el “Análisis específico” da cuenta de los elementos de significado que caracterizan el Ambiente Educativo, tanto desde la perspectiva personal del estudiante como la perspectiva personal del maestro, según la información codificada en las unidades de registro. Aunque el objeto de estudio no es un saber matemático, se hace una adaptación e interpretación de los elementos de significado del EOS, asociadas a las interacciones y a los objetos matemáticos emergentes en las prácticas.

En esta misma línea, Guataquira (2016) en su trabajo *"La dimensión afectivo emotiva de los estudiantes y sus roles, interacciones y organizaciones en la clase de matemáticas. Reporte de una experiencia",* también explica cómo hace la recolección de los datos usando herramientas como videos y las producciones de los estudiantes (todos los formatos que uso, desde lo matemático, las creencias y emociones de los estudiantes). En el proceso de sistematización de cada una de las categorías (todas mediadas por el enfoque ontosemiótico), el análisis de cada una de las tablas de recolección y reflexiones inmediatas de cada una de ellas, devela la importancia de realizar análisis cualitativos de contenidos matemáticos, donde se pueden organizar y desglosar las necesidades emergentes desde lo epistemológico del concepto a tratar, como desde lo procedimental en el ejercicio de estructurar la información, para plantear inferencias más veraces y conclusiones asertivas de acuerdo con la investigación.

1.5. Justificación

La importancia de realizar este trabajo de maestría puede ser justificada desde los argumentos enfocados desde el proceso político-educativo, desde el proceso investigativo-metodológico y por último el impacto socio-educativo que tienen los libros de texto en los docentes de matemáticas.

Desde el aspecto político-educativo, se tienen en cuenta los procesos de evaluación presentados por el ICFES (2015), define Estándares básicos de competencias: interpretación y representación; formulación y ejecución; y argumentación, en los que recogen los procesos básicos del pensamiento al presentar las pruebas de matemáticas. También nos presenta un listado de contenidos clasificados en genéricos y no genéricos.

Gracias a lo anterior, surge la necesidad que los docentes desarrollen estrategias didácticas para trabajar los contenidos según los lineamientos y estándares curriculares, el P.E.I., de la institución, y los criterios propios de cada docente. Por lo tanto, se ve la necesidad de encontrar en los textos escolares un referente para enseñar matemáticas. En ese sentido, los libros de texto se convierten en un mediador entre el docente el conocimiento y el estudiante, de tal forma que identificar, analizar y caracterizar como los docentes usan el texto escolar, su incidencia en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Teniendo en cuenta la necesidad de analizar y describir el saber matemático implica usar teorías de análisis e investigación desde el proceso investigativo-metodológico como la de Godino, Batanero y Font (2008), que nos permite hacer un análisis global de la cognición e instrucción matemática, teniendo como objetos de investigación “los significados institucionales y personales de un objeto matemático”, la relación entre “lo epistemológico-cognitivo con lo ontológico-semiótico” y la “instrucción matemática”, las cuales permiten herramientas teóricas para analizar el pensamiento matemático y sus prácticas.

El tercer argumento se plantea desde un enfoque socio-educativo que tienen los libros de texto en los docentes de matemáticas, el cual se resaltará en el proceso de selección de los textos y en las percepciones que se tienen de estos en el proceso de selección y ejecución por parte de los docentes. Se hace claridad que no se intervendrá en el aula, solamente se realizarán las diferentes apreciaciones a partir de las encuestas que se realizaran a los diferentes docentes.

2. Marco de Referencia

El contexto teórico se presenta en tres fases, la primera que describe la función, teniendo en cuenta sus aspectos epistemológicos y didácticos que se deben tener en cuenta en los procesos de enseñanza y aprendizaje. Seguido a este se describe *el enfoque ontosemiótico* y *la teoría del signo* basada en los estudios de Godino y Peirce. Por último, se presenta una contextualización sobre la importancia del análisis de textos en la investigación en matemáticas.

2.1. Función

2.1.1. Nociones Epistémicas

Es importante reconocer el concepto de función desde su desarrollo epistemológico, dado que cobra sentido su comprensión desde las dificultades epistemológicas que están asociadas a los momentos precisos de la historia, las cuales dieron camino a la construcción del objeto matemático de función. “Una buena parte de las Matemáticas ha sido construida generalizando cada vez más la noción de función” (Godemet, 1971,~~).~~ Citado por Farfán y García, ~~(~~2005, p~~g~~. 489).

Nos remontamos a la época de los babilonios, son ellos los primeros en acercarse a una primera noción de función, teniendo como referencia la comparación de medidas. Los matemáticos y astrónomos, en su intento de interpretar y aritmetizar los fenómenos naturales considerados de difícil proceso de medida, pero su característica principal consistía en situaciones de causa y efecto como: el movimiento de los astros, el calor, la luz, la distancia, etc. Fueron ellos los primeros en crear tablas, identificando la variación de las medidas para encontrar generalidades y así explicar el comportamiento de los fenómenos.

Por otro lado, los griegos, teniendo un fuerte significado geométrico de las magnitudes físicas, identificaban la variación entre las magnitudes como proporciones o relaciones entre representaciones de las mismas magnitudes, es decir, longitud con longitud, área con área, etc. Este periodo es donde el concepto de función ha tenido menos evolución

Ya en la edad media, el francés Oresme utilizó las representaciones gráficas para representar los cambios y así poder describirlos y compararlos. Aunque estas representaciones gráficas no eran del todo formales, es aquí donde se retoma la importancia de estudiar los eventos particulares, proporciones entre las medidas y sus cualidades para modelar situaciones. "La historia nos va a mostrar que es unificando, fundiendo las dos concepciones, como se van a poner las bases de la noción de función" (~~René de~~ Cotret, ~~(~~1985,~~).~~ citado por Farfán y García, ~~(~~2005, pg. 490).

En el siglo XVII, con Fermat y principalmente con Descartes, surge la geometría analítica que comienza~~n~~ a relacionar las curvas con las expresiones algebraicas que las conciben, lo cual dio pie al estudio de las funciones como la trayectoria de puntos en movimiento y no con conjuntos de puntos que satisfacen condiciones en una relación funcional.

En consecuencia, a esta nueva idea se identifican las primeras expresiones o escrituras formales para hablar de función, que fueron retomadas por Newton y Leibniz para hablar del análisis diferencial, siendo este último quien utiliza la terminología de función a las combinaciones entre variables.

Bernoulli y Euler en el siglo XVIII reconocen la función como las combinaciones dadas por expresiones analíticas. Bernoulli es el primero en usar la letra f para hablar de función, pero es Euler quien le da la escritura que hoy conocemos como f(x).

Euler identifica la necesidad de definir este nuevo concepto, aun sabiendo que para lograr una generalización del concepto, era necesario definir otros que componen a la función.

> *"Una función de una cantidad variable es una expresión analítica compuesta, comoquiera que lo sea, de dicha cantidad y de números o cantidades constantes..., y las cantidades sobre las que opera: ...Una cantidad variable es una cantidad indeterminada o, si se quiere, una cantidad universal que comprende todos los valores determinados..., Un valor determinado cualquiera puede expresarse por un número, y de aquí se sigue que una cantidad variable comprende todos los números, cualquiera que sea su naturaleza. Sucede con la cantidad variable como con el género y la especie en relación a los individuos; puede concebírsele como abarcando todas las cantidades determinadas. Así, una tal cantidad (variable) abarca todos los números, tanto positivos como negativos, los números enteros y los fraccionarios, los racionales, los irracionales, y los trascendente; incluso no debe excluirse el cero ni a los números imaginarios"* (Euler, 1748, citado por Farfán y García, 2005, p. 492).

Gracias a la definición de función, se producirían diferentes estudios de generalización como los de Cauchy, Riemann, entre otros, retomando y modificando esta definición y convirtiéndola con propiedades más analíticas, intentando desligarla de la cantidad e implicación que en un principio fueron las que le dieron vida a este problema y llevando la más a la teoría conjuntista, buscando ser un concepto más analítico que abarque nuevas interpretaciones y usos.

2.1.2. Definición Formal De Función

En la actualidad se manejan diferentes textos los cuales presentan definiciones, representaciones y sus propiedades, se mostrará las definiciones del libro de Spivak (1967):

- *La primera*

Una función es una colección de pares de números con la siguiente propiedad: Si *(a, b)* y *(a, c)* pertenecen ambos a la colección, entonces *b=c*; en otras palabras, la colección no debe contener dos pares distintos con el mismo primer elemento.

- *La segunda*

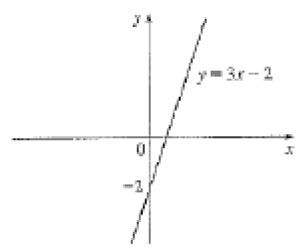
Si *f* es una función, el dominio de *f* es el conjunto de todos los *a* para los que existe algún *b* tal que *(a, b)* está en *f*. Si *a* está en el dominio de *f*, se sigue de la definición de función que existe, en efecto, un número *b* único tal que *(a, b)* está en *f*. Este *b* único se designa por *f(a)*.

En el cálculo de Stewart (2003) se hace un desarrollo particular, al trabajar la noción de la función, lo enmarca en el tema de modelos lineales y define lo siguiente:

"Cuando dice que es una función lineal de, lo que quiere dar a entender es que la gráfica de la función es una recta, de tal manera puede usar la forma pendiente intersección de la ecuación de una recta para escribir una fórmula para la función como:$f(x) = mx + b$

Una característica representativa de las funciones lineales es que crecen en una proporción constante. Por ejemplo, presenta una gráfica de la función lineal$f(x) = 3x + 2y$ *una tabla de valores de muestra. Observe que siempre que x aumenta en0.1, el valor de f(x) se incrementa en 0.3. Por eso f(x) se incrementa tres veces tan rápido como. De este modo la pendiente de la gráfica* $f(x) = 3x + 2$*, en este caso 3, puede interpretarse como la relación de cambio de con respecto a.*

Representaciones de función



x	$f(x) = 3x - 2$
1.0	1.0
1.1	1.3
1.2	1.6
1.3	1.9
1.4	2.2
1.5	2.5

Fuente Stewart, 2001, p. 25

El trabajo en torno al objeto matemático de la función ha generado múltiples investigaciones. Algunas de las ventajas de trabajar la función lineal es la importancia de los modelos lineales porque permiten resolver aquellos problemas de la ciencia que se comportan linealmente y aproximar otros cuya modelación es no lineal. En diferentes campos y disciplinas aparece la función como elemento importante de aplicación.

> Tanto los libros de texto como los programas oficiales adaptan los objetos matemáticos a ciertas exigencias que precisa todo saber que se desea incluir en el sistema de enseñanza, las que le provocan transformaciones (Rey y otros, 2009, p. 154)

Algunos de los investigadores, se preocupan por identificar situaciones que generen dificultades en el aprendizaje de la función.

> *"En la mayoría de los libros de texto referidos a función lineal, el alumno encuentra fórmulas para hallar la ecuación de la recta que pasa por un punto, conocida la pendiente, o que pasa por dos puntos, y sus respectivas deducciones" Rey y otros (2009, pg. 159)*

Con esta afirmación, se puede concluir que los elementos de significados se relacionan con el concepto de función en los libros de texto, evidenciado en el tratamiento del desarrollo de esta noción a una manera que genera conflictos en los estudiantes.

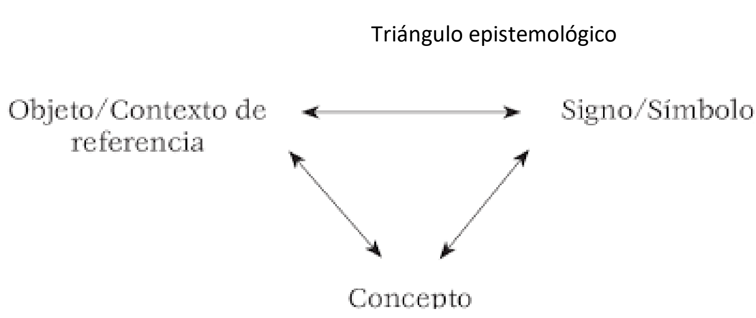
2.2.Enfoque Ontosemiótico

El enfoque ontosemiótico (EOS) se fundamenta en el trabajo de Pierce, Witgenstein, Vigotsky, Habermas y Morín. Articula diferentes principios didácticos, socio-constructivista e interaccionista, como cimientos en un marco teórico que permita el análisis de los procesos de enseñanza y aprendizajes de saberes en matemáticas. Según Godino et al. (2008) el conjunto de nociones teóricas que actualmente componen el EOS se clasifican en cinco grupos cada uno de los cuales permite un nivel de análisis de los procesos de enseñanza y aprendizaje de temas específicos de matemáticas. En el esquema también se puede identificar cual fue el fundamento teórico para cada noción.

2.2.1. Los Significados Sistémicos

El uso del lenguaje implica un campo de estudio bastante amplio, investigadores en educación matemática han considerado importante establecer la relación con las matemáticas, es por esto, que algunos de ellos como: Balacheff, Brousseau, Sierpinska, Dummett y Bruner nombrados en Godino y Batanero (1994), coinciden en identificar el significado como un aspecto importante en el proceso de enseñanza y aprendizaje para lo cual estructuran de forma sistémica una teoría alrededor del significado, tienen como referencia los aportes de las investigaciones de los autores anteriormente nombrados, entre otros.

Unos de los fundamentos en la teoría desarrollada por Godino y Batanero (1994) referente a los significados, radica en la interpretación del triángulo epistemológico de Steinbring,



Quien hace una clarificación de los términos que componen el problema de la significación de las propuestas desarrolladas por Peirce, Frege, Ogden y Richards y Vergnaud ellos de forma similar trabajan una tripleta. Steinbring, citado por Font, Godino, y D'Amore (2007) propone que los significados de los conceptos matemáticos emergen en el juego entre los sistemas de signos /símbolos y los contextos de referencia o dominios de los objetos.

Por tratarse de una teoría de aplicación en la instrucción matemática, otro fundamento consiste en definir los elementos presentes durante la acción en la resolución de problemas y/o actividades matemáticas, los cuales comprenden los procesos de comunicación, validación y generalización; lo que se conoce como el *sistema de prácticas.*

Este sistema de prácticas comprende elementos: operativos y discursivos, que según el tipo de actividad matemática se potencia de forma distinta y es visto desde dos dimensiones: *el personal* y *el institucional*, debido a que resulta necesario observar y describir los contextos en los cuales se desenvuelven los elementos que emergen en cada uno de ellos, elementos como objeto y significado.

2.2.2. Dimensión Personal

Describe el contexto de las acciones particulares de un sujeto o un grupo de personas, en donde se identifican unos invariantes operatorios asociados a un campo de problemas. Esta dimensión involucra tanto el tipo de acciones concretas-observables, como aquellas en el imaginario, que el sujeto utiliza en la solución de problemas y que obviamente dificultan su descripción por su carácter abstracto.

2.2.3. Dimensión Institucional

Lograr una descripción de la dimensión institucional requiere un nivel de validez y veracidad, comprende a un grupo de personas involucradas en una misma clase de situaciones problémicas. Dependiendo el contexto, la importancia de este grupo de personas y el nivel de argumentación a las acciones matemáticas en carácter de acuerdos sociales, estas instituciones pueden llegar recibir el título de macro-instituciones, y son estas las encargadas de constituir y aprobar a nivel de conocimiento.

En términos didácticos, podría decirse que estas macro-instituciones son las encargadas de constituir el saber sabio. En el mismo sentido de Vergnaud, pero citado por Godino y Batanero (1994) en su afán de caracterizar los posibles comportamientos del sujeto en el campo conceptual.

2.2.4. Los Elementos De Significado

Los objetos ostensivos e intensivos están inmersos en las prácticas matemáticas y que pueden ser representados de diversas maneras como lo son textual gráfica, oral, entre otras. De los sistemas de prácticas emergen nuevos objetos que dan cuenta de su organización y estructura (Godino y otros, 2006). Al realizar diferentes tipos de prácticas con la intención de resolver, comunicar, validar o generalizar "la solución" todo bajo un lenguaje específico y con un sistema conceptual organizado. Godino (2003) para poder describir estos elementos utilizados en la actividad matemática, propone una topología de entidades elementales u objetos matemáticos primarios.

- Elementos lingüísticos (términos, expresiones, notaciones, gráficos, ...) en sus diversos registros (escrito, oral, gestual, ...)
- Situaciones-problemas (aplicaciones extra-matemáticas, ejercicios, ...)
- Conceptos- definición (introducidos mediante definiciones o descripciones) (recta, punto, número, media, función, ...)
- Proposiciones (enunciados sobre conceptos, ...)

- Procedimientos (algoritmos, operaciones, técnicas de cálculo, ...)
- Argumentos (enunciados usados para validar o explicar las proposiciones y procedimientos, deductivos o de otro tipo, ...) ((Godino y otros, 2006))

La consideración de una entidad como primaria no es una cuestión absoluta sino que es relativa, puesto que se trata de entidades funcionales y relativas a los juegos de lenguaje (marcos institucionales y contextos de uso) en que participan; tienen también un carácter recursivo, en el sentido de que cada objeto, dependiendo del nivel de análisis, puede estar compuesto por entidades de los restantes tipos (un argumento, por ejemplo, puede poner en juego conceptos, proposiciones, procedimientos, etc.) (Godino, Batanero y Font, 2008).

2.2.5. Los Elementos Contextuales

Luego de analizar lo referente a los significados y lo que esto representa en dos perspectivas, la institucional y personal, surge una caracterización de los seis elementos de significados. Durante este proceso, aparecieron entonces ciertos procesos interpretativos involucrados en las acciones que toma el agente en el sistema de prácticas, llámese profesor, estudiante, libro de texto, etc.

Estos procesos conllevaron a estructurar las facetas, que son los elementos contextuales, se presentan agrupadas por parejas que se complementan de manera dual y dialéctica según lo afirma Godino (2003), permiten caracterizar diferentes contextos según los procesos que se presentan en la cognición matemática. Estas facetas tienen la particularidad de ofrecer límites en un proceso que tiene dos extremos de manera ambivalente y en estos casos contradictorios entre sí, las facetas o elementos contextuales son:

- *Personal – institucional*. Si los sistemas de prácticas son compartidas en el seno de una institución, los objetos emergentes se consideran "objetos institucionales", mientras que si estos sistemas son específicos de una persona se consideran como "objetos personales" (Godino y Batanero, 1994, pg. 338). La cognición matemática debe contemplar las facetas personal e Institucional, entre las cuales se establecen relaciones dialécticas complejas y cuyo estudio es esencial para la educación matemática. La "cognición personal" es el resultado del pensamiento y la acción del sujeto individual ante una cierta clase de problemas, mientras la "cognición institucional" es el resultado del diálogo, el convenio y la regulación en el seno de un grupo de individuos que forman una comunidad de prácticas.
- *Ostensivo – no ostensivo.* Se entiende por ostensivo cualquier objeto que es público y que, por tanto, se puede mostrar a otro. Los objetos institucionales y personales tienen una naturaleza no ostensiva (no perceptibles por sí mismos). Ahora bien, cualquiera de estos objetos se usa en las prácticas públicas por medio de sus ostensivos asociados (notaciones, símbolos, gráficos,…). Esta clasificación entre ostensivo y no ostensivo es relativa al juego de lenguaje en que participan. El motivo es que un objeto ostensivo puede ser también pensado, imaginado por un sujeto o estar implícito en el discurso matemático (por ejemplo, el signo de multiplicar en la notación algebraica).
- *Expresión – contenido*: antecedente y consecuente de cualquier función semiótica. La actividad matemática y los procesos de construcción y uso de los objetos matemáticos se caracterizan por ser esencialmente relacionales. Los distintos objetos no se deben concebir como entidades aisladas, sino puestos en relación unos con otros. La relación se establece por medio de funciones semióticas, entendidas

como una relación entre un antecedente (expresión, significante) y un consecuente (contenido, significado) establecida por un sujeto (persona o institución) de acuerdo con un cierto criterio o código de correspondencia.

- *Extensivo – intensivo* (ejemplar - tipo). Un objeto que interviene en un juego de lenguaje como un caso particular y una clase más general. La dualidad "extensivo intensivo" se utiliza para explicar una de las características básicas de la actividad matemática: el uso de elementos genéricos en Contreras y Cols (2005) citado por Godino (2008, pg. 9). Esta dualidad permite centrar la atención en la dialéctica entre lo particular y lo general, que sin duda es una cuestión clave en la construcción y aplicación de conocimiento matemático. "La generalización es esencial porque este es el proceso que distingue la creatividad matemática de la conducta mecanizable o algorítmica según Otte (2003) citado por Godino (2008, pg. 9).
- *Unitario – sistémico.* En algunas circunstancias los objetos matemáticos participan como entidades unitarias, mientras que otras intervienen como sistemas que se deben descomponer para su estudio.

2.2.6. Tipos Del Signo

Otra de las teorías de las que se fundamentó la estructura del EOS es sobre la semiótica, especialmente el trabajo desarrollado por Charls Peirce (1987), quien sustenta el cargo de padre de la semiótica, compartida según algunos autores con Ferdinand de Saussure. Ambos aportaron al campo lingüístico desarrollando entre muchos trabajos una descripción de la estructura del signo. Para Peirce un signo es algo que está para alguien, por algo, en alguna relación. Esta definición es menos estática que la de Saussure porque define el proceso que da origen al signo.

Dentro de la teoría semiótica de Peirce, los signos se dividen según tres tricotomías Peirce (Moheno, 1990, p. 96):

PRIMERA: Resulta de que el signo en sí mismo sea:

- Una cualidad
- Un existente real
- Una ley general

SEGUNDA: Resulta de que la relación del signo con su objeto sea:

- Una relación del signo consigo mismo
- Una relación existencial con el objeto
- Una relación con el interpretante

TERCERA: Resulta de que el interpretante represente al signo como:

- Signo de posibilidad
- Signo de hecho
- Signo de razón

Centrando el punto del campo tan amplio del trabajo de Peirce en algunos aspectos básicos en la segundidad o segunda tricotomía, teniendo en cuenta que esta describe una relación del signo y el objeto, encontramos la definición de tres tipos de signo:

ÍCONO

Peirce define al ícono como "un signo que se refiere al Objeto al que denota naturalmente en virtud de caracteres que le son propios y que posee igualmente, exista o no tal Objeto", citado por Moheno (1990, p. 98). Peirce concibe el ícono diferente al significado que tiene la palabra en griego, que implica semejanza, la aplicación de la palabra, está en el sentido en el que el ícono representa a su objeto, en un acto que podría llamarse de similitud en relación con su objeto, sin depender de la existencia de este, tal como se manifiesta en la definición.

Se pueden hacer algunas caracterizaciones de la manera como se muestra el ícono.

- Imágenes*:* Cuando se trata de simples cualidades, como por ejemplo lo verde del campo.
- Diagramas: Cuando se trata de relaciones diádicas de las partes de una cosa por relaciones análogas con sus propias partes, un ejemplo podría ser las partes del diagrama de un motor de auto, corresponden a cada una de las partes del motor real.
- Metáforas*:* Representan el carácter haciendo un paralelo con alguna otra cosa, como por ejemplo, este niño es un dulce.

ÍNDICE

La definición de índice según Peirce, citado por *Moheno (1990, p~~g~~. 100)*: "Es un signo determinado por un objeto… en virtud de estar en una relación real con él”. Teniendo en cuenta esta definición el índice es afectado par su objeto, comparte con éste alguna cualidad y en relación con ella lo refiere. Por tanto, el índice implica un ícono, tiene la especial particularidad que no se reduce a la semejanza con el objeto, sino que requiere ser modificado por este, también se puede identificar que necesariamente no debe tener un parecido significativo con su objeto.

Ejemplos, de índice pueden ser: una pisada de un hombre en la arena, el caminar en zigzag de un borracho o la exclamación", ¡cuidado! de un conductor que va a atropellar un peatón.

La relación del índice con su objeto puede ser existencial o referencial, es necesario aclarar que está relación no se denota como una idea de ley o razón, de lo contrario se estaría describiendo el elemento símbolo.

SÍMBOLO

Según Peirce, referenciado por Moheno (1990, pg. 101), el símbolo: "Es un signo que se refiere al objeto que denota en virtud de una ley" que puede ser una convención, un hábito, una asociación de ideas o "una disposición natural de su interpretante". En este sentido se encuentra que el símbolo tiene una característica especial, como es un acuerdo social, una regla que la sociedad construye según su uso, existe una sola interpretación del símbolo en relación con el objeto relacionado en su contexto.

Se relaciona bastante la noción de símbolo con la estructura gramatical, se encuentran muchos ejemplos en los escritos de Peirce y en la de las investigaciones inspiradas en él, donde se mencionan diferentes palabras que tienen un significado ya establecido, como es un constructo social se convierte en símbolo.

Se menciona la definición de solo el índice, el ícono y el símbolo, para delimitar el marco teórico, teniendo en cuenta que estos elementos se convierten en los descriptores en la parte de recolección de la información, la caracterización y el análisis.

2.3. Transposición Didáctica

En el marco de la didáctica de las matemáticas, la Transposición Didáctica (TD) se puede entender como el proceso del pasar del saber sabio al saber enseñado. O explicado de otra manera es el proceso de pasar de un concepto institucional matemático a un saber explícito por el estudiante, a partir de diferentes tipos de situaciones y/o actividades que debe proponer el docente.

Chevallard (1997), en la práctica de enseñanza, define que las nociones matemáticas (como círculo, suma, derivadas, ecuaciones, entre otras) son consideradas como objetos de estudios y están claramente puestos en los currículos, unidades o temáticas a trabajar. Sobre estas nociones matemáticas, el docente plantea diferentes actividades para construir estos conceptos.

En el proceso de intervención de una nociones matemática, se pueden evidenciar “nociones Paramatemáticas”, que son aquellas que no son el objeto de estudio, pero son trabajadas para la construcción de las nociones matemáticas. Estas nociones paramatemáticas no se especifican en el currículo ni en las temáticas a trabajar.

En un nivel más profundo aparecen la “nociones proto-matemáticas” que se movilizan en los diferentes usos o prácticas de un saber matemático, pero estas no son reconocidas ni como herramientas y tampoco como objeto de estudio.

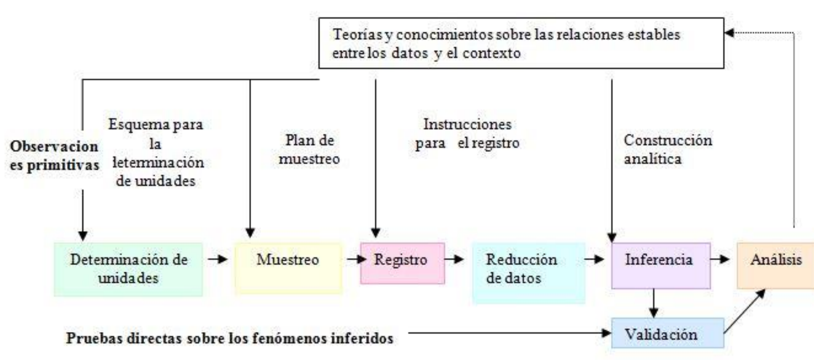
3. Diseño Metodológico

Para realizar este trabajo se toman tanto las fuentes como los objetos de análisis de manera holística, por tal motivo se evidencia como un conjunto de teorías para crear las categorías de análisis que determinan la caracterización del objeto de estudio. Para cumplir con esta hipótesis el trabajo se realizara con un análisis cualitativo, específicamente guiado por el trabajo de Krippendorf (1990) de análisis cualitativo del contenido.

3.1 Análisis Cualitativo De Contenido

Dentro de las técnicas de análisis de contenido se distinguen dos tipos, el cuantitativo y el cualitativo, perspectivas diferentes pero generalmente trabajan de manera conjunta para posibilitar mejores inferencias. El análisis cualitativo de contenido ocupa un lugar importante dentro de la metodología de los instrumentos de investigación. Ante todo, permite aceptar como datos comunicaciones simbólicas comparativamente no estructuradas y, en segundo lugar, permite analizar fenómenos no observados directamente a través de los datos relacionados con ellos, independientemente de que intervenga o no un lenguaje Krippendorff (1990, p. 45).

Componentes análisis cualitativo del contenido



Fuente Krippendorf (1990)

Todo proyecto o plan de investigación mediante la técnica de análisis cualitativo de contenido desarrolla varios elementos o pasos diferentes en su proceso, además de las habituales que se relacionan a continuación. Bardín expone una fase en la que se tiene en cuenta la sistematización en el ordenador y Piñuel es menos descriptivo, por eso se referencian las etapas manifestadas por Andréu (2001), claro está que basadas en el trabajo de Krippendorff y Bardín.

- Determinar el objeto o tema de análisis.
- Determinar las reglas de codificación.
- Determinar el sistema de categorías.
- Comprobar la fiabilidad del sistema de codificación-categorización.
- Inferencias.

3.2. *Fases De Investigación*

La metodología de esta investigación está dada bajo las siguientes fases que dan cuenta de un trabajo bajo el análisis cualitativo del contenido presentado por Andreu (2001).

3.2.1. *Fase 1 Caracterización Del Objeto De Estudio*

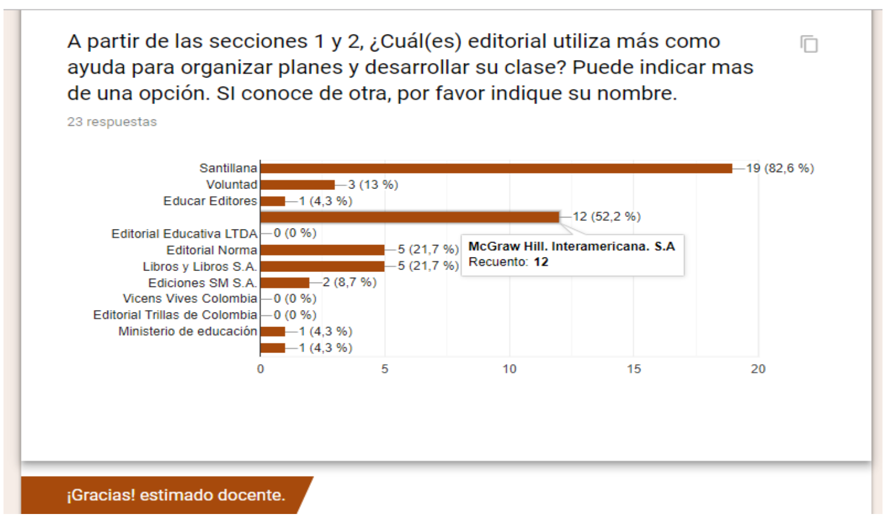
Para cumplir el objetivo de la investigación se hacer uso de dos teorías en un proceso de descripción y análisis, fue necesario buscar antecedentes, teoría y ejemplos de aplicaciones de investigaciones que analizaran textos y por otro lado que se hiciera uso de los elementos del enfoque ontosemiótico

Para seleccionar los documentos a analizar, se genera una encuesta, donde cada una de las preguntas apuntan a cada una de las categorías de análisis, en otras palabras se pretende identificar desde la misma selección de textos las tres categorías de análisis las cuales están fundamentadas desde el marco conceptual.

3.2.2. Fase 2 Selección De Textos De Análisis

Para escoger los textos a analizar se realizó una encuesta a docentes de matemáticas del municipio de Soacha de colegios oficiales, dividiendo el instrumento de selección en 5 partes. La primera son datos personales y de control de datos, la segunda da cuenta a como el docente maneja la información obtenida de los textos escolares, la tercera sobre la importancia que le brinda a los diferentes apartados de los textos, la cuarta frente a algunos conceptos asociados al concepto de función, y por ultimo a la recomendación y reconocimiento de textos específicos.

Resultados sección 5 de la encuesta



3.3. Caracterización De Los Textos Seleccionados

Conforme a lo descrito en la técnica de análisis cualitativo del contenido, los objetos de análisis poseen una caracterización teniendo en cuenta las unidades de muestreo, de contexto y de registro.

3.3.1. Caracterización Texto 1

3.3.1.1. Unidad De Muestreo

El texto 1 Es un texto que puede ser abordado bien sea por profesores de matemáticas o por estudiantes. No es un libro que se plantea para el desarrollo de estándares de alguna nación, solo resalta el desarrollo de objetivos temáticos. Presenta una lista de 15 capítulos en la cual indica los conceptos a trabajar por cada una de las unidades

Unidad de muestreo 1

Luego presenta un apartado para el lector en la cual explica la flexibilidad entre las diferentes unidades y sea el profesor quien elija la cantidad de temas abordados que considere apropiados para lograr los objetivos de estudio o propuestos por el docente.

3.3.1.2. Unidad De Contexto

Para identificar el concepto de función se toma el capítulo 5 en el cual se hace explicito el concepto de función con sus representaciones y sus propiedades, además de presentar diferentes tipos de función.

3.3.1.3. Unidad De Registro

Entendiendo unidad de registro “como el segmento específico de contenido que se caracteriza al situarlo en una categoría dada” Holstin (1969), citado por Andréu (2001 p.13), identificamos fragmentos, situaciones, imágenes, entre otras, que aparecen en los textos intencionalmente donde representa, indica o caracteriza los conceptos de número real y la función lineal con sus propiedades. A continuación se presentan algunos ejemplos.

U17

Unidad de registro 1A

Dominio de una función Como se vio antes, en general no se especifica el dominio de una función $y = f(x)$ que se define por una fórmula. A menos que se indique o esté implícito lo contrario, se sobreentiende que:

U18

Unidad de registro 1B

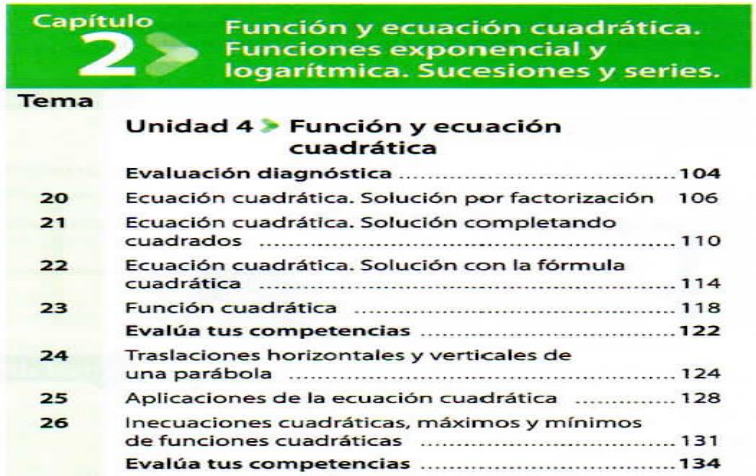
El dominio de una función f es el mayor subconjunto del conjunto de números reales para los que f(x) es un número real.

3.3.2. Caracterización Texto 2

3.3.2.1. Unidad De Muestreo

El texto 2, es un texto para la educación básica en grado noveno, el cual presenta un contenido dividido en 4 capítulos y cada uno de ellos en 3 unidades, las cuales apuntan según el libro a las competencias del siglo XXI como las Tics y manejo de información y un sistema de evaluación enfocado a las pruebas saber de Colombia.

Unidad de muestreo 2



Capítulo 2 Función y ecuación cuadrática. Funciones exponencial y logarítmica. Sucesiones y series.

Tema

Unidad 4 Función y ecuación cuadrática

3.3.2.2. Unidad De Contexto

Para identificar el concepto de función se toma el capítulo 1, la unidad 2, específicamente los temas 7 y 8, donde se hace explicito el concepto de función con sus representaciones y sus propiedades.

3.3.2.3. Unidad De Registro

Entendiendo unidad de registro “como el segmento específico de contenido que se caracteriza al situarlo en una categoría dada” Holstin (1969), citado por Andréu (2001 p.13), identificamos fragmentos, situaciones, imágenes, entre otras, que aparecen en los textos intencionalmente donde representa, indica o caracteriza los conceptos de número real y la función lineal con sus propiedades. A continuación se presentan algunos ejemplos.

U9

Unidad de Registro 2A

Ejemplo 1

Determinemos el dominio y el rango de cada una de las funciones de la figura 7.1.

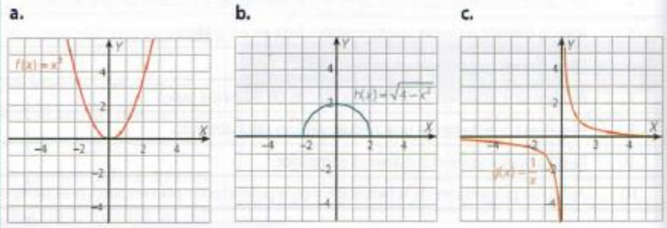


Figura 7.1

U10

Unidad de Registro 2B

Solución

a. Dominio: R. Rango: los números reales positivos.

b. Dominio: [−2, 2]. Rango: [0, 2].

c. El dominio y rango son iguales a R − {0}.

U11

Unidad de Registro 2C

Ejemplo 2

Dos reglas que permiten encontrar la dosis de un medicamento para niños a partir de la dosis para adultos son la de Cowling y la de Friend:

Regla de Cowling: $d = \left(\frac{x+1}{24}\right)a$. Regla de Friend: $d = \frac{2}{25}xa$

Donde a: dosis para adulto (en mg), x: edad del niño (en años) y d: dosis correspondiente para el niño. Aproximadamente, ¿para qué edad la dosis según la regla de Friend es igual que la dosis según la regla de Cowling?

3.3.3. Caracterización Texto 3

3.3.3.1. Unidad De Muestreo

El texto 3, es un texto para la educación básica en grado noveno, el cual presenta un contenido dividido en 10 unidades en las que cada una apunta según el libro al desarrollo de un pensamiento (según estándares de Colombia) por lo que conlleva a entender y trabajar el objeto matemático planteado por la unidad.

Unidad de muestreo 3

3.3.3.2. Unidad De Contexto

Para identificar el concepto de función se toma la unidad 4 y 5, específicamente los temas, donde se hace explicito el concepto de función con sus tipos, representaciones y sus propiedades.

3.3.3.3. Unidad De Registro

Entendiendo unidad de registro “como el segmento específico de contenido que se caracteriza al situarlo en una categoría dada” Holstin (1969), citado por Andréu (2001 p.13), identificamos fragmentos, situaciones, imágenes, entre otras, que aparecen en los textos intencionalmente donde representa, indica o caracteriza los conceptos de número real y la función lineal con sus propiedades. A continuación se presentan algunos ejemplos.

U1

Unidad de Registro 3A

1. Funciones

Las funciones permiten representar, modelar y describir situaciones del mundo real, ya sean fenómenos físicos, económicos, biológicos o demográficos. Por ejemplo, conocer la variación del precio de la moneda en un periodo de tiempo ayuda a predecir el valor de una acción de una empresa en la bolsa de valores.

U2

Unidad de Registro 3B

Si se conoce la variación del precio de la moneda, se puede predecir el valor de la acción de una empresa en determinado período de tiempo.

U3

Unidad de Registro 3C

1.1 Concepto de función

Ampliación multimedia

Una **función** es una regla o correspondencia que asigna a cada elemento de un conjunto *A* uno y solo un elemento de un conjunto *B*.

3.3.4. Fase 3 Formulación De Categorías De Análisis

Para caracterizar el objeto matemático en los libros de texto, se analizarán a partir de 3 perspectivas teóricas, las cuales permiten analizar el objeto matemático desde la intencionalidad pedagógica de los textos frente al tratamiento de las nociones matemáticas (Chevallard, 1997), identificar la manera en que se trabaja el concepto de función a partir de una construcción epistemológica del concepto (Ruiz Higueras, 1998). Reconocer de qué manera se contextualiza el saber en los textos a partir de las facetas duales presentadas por el enfoque ontosemiótico (Godino, 2008)

T 1 Categoría Transposición didáctica

<table>
<tr><th colspan="5">TRANSPOSICIÓN DIDÁCTICA</th></tr>
<tr><th colspan="2">NOCIÓN MATEMÁTICA</th><th colspan="2">NOCIÓN PARAMATEMÁTICA</th><th>NOCIÓN PROTOMATEMÁTICA</th></tr>
<tr><td colspan="2">Son nociones claras sobre un tema en específico, hacen parte del objeto de estudio</td><td colspan="2">Son objetos del saber auxiliares que no hacen parte del objeto de estudio, pero son herramientas necesarias para este. las realiza de manera explicita</td><td>Desempeño de un concepto matemático, en el que los niveles de representación son básicos.</td></tr>
<tr><td>DEFINICIÓN</td><td>CONSTRUCCIÓN</td><td>PROPIEDADES</td><td>OPERACIONES</td><td>IMPLÍCITO</td></tr>
<tr><td>Las presenta a través de definiciones</td><td>Las presenta a través de situaciones que con llevan a construir el objeto de estudio</td><td>Las presente como propiedades</td><td>Las presenta como herramientas de trabajo para la construcción de otro saber</td><td>Se evidencia al hacer análisis exhaustivo de los procedimientos del texto</td></tr>
</table>

T 2 Categoría concepto de función

DIFICULTADES EN LA CONCEPTO DE FUNCIÓN					
MAGNITUDES Y VARIABLES	RAZÓN O PROPORCIÓN	GRÁFICA	EXPRESIÓN ANALÍTICA	APLICACIÓN	TEMA
Se refiere a la relación de cantidades de magnitudes	Magnitudes físicas, especialmente de representación geométrica y astronómica	Presentada a través de representaciones graficas inicialmente	Presenta la función desde representaciones algebraicas	Con situaciones que presente nociones generales de la función	Como tema propiamente dicho.

MEDIDAS	TABLAS	RELACIONES DE RAZÓN	RELACIONES DE MAGNITUDES	EN CONTEXTO	SIN CONTEXTO	REPRESENTACIÓN ALGEBRAICA	DEFINICIÓN	DEMOSTRACIÓN	ARBITRARIA	SITUACIÓN PROBLEMA	TIPO DE FUNCIÓN	PROPIEDADES
Expresada en magnitudes	Expresada explícitamente en tablas	Habla explícitamente de razones	Explícitamente de proposiciones	Se expresa con una situación problema	Sin situación	Con una expresión algebraica	Con definiciones	Con demostraciones	Correspondencia arbitraria	Correspondencia guiada por una situación	Desde los tipos de funciones	Desde las propiedades y definiciones

T 3 Facetas Duales

<table>
<tr><th colspan="6">FACETAS DUALES</th></tr>
<tr><td colspan="2">INSTITUCIONAL</td><td colspan="2">EJEMPLAR</td><td colspan="2">TIPO</td></tr>
<tr><td colspan="2">Si los sistemas de prácticas son compartidas en el seno de una institución, los objetos emergentes se consideran "objetos institucionales"</td><td colspan="2">Permite centrar la atención en la dialéctica entre lo particular</td><td colspan="2">Permite centrar la atención en la dialéctica entre lo general</td></tr>
<tr><td>CONCEPTOS</td><td>ARGUMENTOS</td><td>SITUACIÓN PROBLEMA</td><td>ELEMENTOS LINGÜÍSTICOS</td><td>PROPORCIONES</td><td>PROCEDIMIENTOS</td></tr>
<tr><td>Introducidos mediante definiciones o descripciones</td><td>Enunciados usados para validar o explicar las proposiciones y procedimientos, deductivos o de otro tipo</td><td>Aplicaciones extra-matemáticas, ejercicios</td><td>Términos, expresiones, notaciones, gráficos</td><td>Enunciados sobre conceptos</td><td>Algoritmos, operaciones, técnicas de cálculo</td></tr>
</table>

Es claro que cada una de las categorías corresponde a uno de los ejes teóricos de esta investigación, los cuales en su totalidad pueden ser descritos desde el cómo aparecen en los libros de texto, para ello se toma en cuenta la teoría del signo de Peirce, a partir de su segunda tricotomía.

DESCRIPTORES		
SIMBÓLICO	ÍNDICE	ÍCONO
"Es un signo que se refiere al objeto que denota en virtud de una ley" que puede ser una convención, un hábito, una asociación de ideas o "una disposición natural de su interpretante.	Es un signo determinado por un objeto… en virtud de estar en una relación real con él"	Un signo que se refiere al objeto al que denota naturalmente en virtud de caracteres que le son propios y que posee igualmente, exista o no tal objeto

3.3.5. *Fase 4 Codificación Y Categorización*

Luego de definir los libros de texto a analizar (unidades de muestreo), se retoman los apartados de cada texto donde se trabaje el concepto de función (unidades de registro), para así poder seleccionar y diferenciar en enunciados, graficas, y demás maneras de presentar el concepto (unidades de análisis), clasificándolos en cada una de las categorías de análisis.

Cada unidad de análisis se codifica de acuerdo a cada una de las tres categorías, es decir se hace pertinente analizar la concepción ontológica, didáctica e histórica del concepto de función.

3.3.6. fase 5 triangulación, inferencias y conclusiones

Se obtienen tres tipos de matrices para realizar la recolección de la información que permiten realizar inferencias entre cada uno de los textos seleccionados, entre las categorías de análisis y entre los diferentes textos. De las diferentes inferencias realizadas se realizaran triangulaciones entre las categorías y los textos seleccionados.

Al concluir con las inferencias en cuanto a cada uno de los textos y su respectiva relación, se generan conclusiones desde el aspecto pedagógico, ontológico, conceptual e investigativo del trabajo realizado.

3.4. *Validez*

Con el fin de garantizar la forma adecuada en la recolección de la información, la encuesta realizada y las matrices utilizadas tendrán un proceso de pilotaje y aprobación de expertos.

3.5. *Consideraciones Éticas*

Con el fin de hacer un análisis exhaustivo se omiten los nombres, los autores y las editoriales de los textos seleccionados, aunque este trabajo no pretende definir cuál texto es mejor se pueden generar diferentes juicios de valor. Por tal motivo los llamaremos “Texto 1”, “Texto 2” y “Texto 3”.

Para la recolección de la información de la fase 2, se solicitarán algunos datos de mis compañeros docentes, los cuales solo serán usados como término de control mas no de objeto de estudio, por lo tanto, no se usarán ni divulgarán ninguno de los datos obtenidos en esta investigación.

4. Análisis Y Resultados

Como parte del objetivo de la investigación, se continúa con el proceso de identificar combinaciones de códigos teniendo presente los componentes del análisis cualitativo de contenido, el marco de referencia de los elementos de significado del enfoque ontosemiótico y los descriptores la teoría del signo del Peirce. Para ello se codifico cada una de las unidades de muestreo de cada texto de acuerdo con cada una de las categorías de análisis, haciendo inferencias de acuerdo con la categoría vs la unidad de muestreo.

A continuación se muestra un ejemplo de cómo se realizó el proceso de caracterización de cada una de las unidades del texto. Se toma el ejemplo de la unidad de análisis 1 del texto 2

UNIDADES DE ANÁLISIS		CATEGORIA 1 YVES CHEVALLARD				
		TRANSPOSICIÓN DIDÁCTICA				
		NOCIÓN MATEMÁTICA		NOCIÓN PARAMATEMÁTICA		NOCIÓN PROTOMATEMÁTICA
		DEFINICIÓN	CONSTRUCCIÓN	PROPIEDADES	OPERACIONES	IMPLÍCITO
1	Función y ecuación lineal Concepto de función					El saber matemático se presenta de manera implicita con un nivel de representación bajo.

UNIDADES DE ANÁLISIS		CATEGORÍA 2													
		CONCEPTO DE FUNCIÓN													
		MAGNITUDES Y VARIABLES		RAZÓN O PROPORCIÓN		GRÁFICA			EXPRESIÓN ANALÍTICA		APLICACIÓN		TEMA	
		MEDIDAS	TABLAS	RELACIONES DE RAZON	RELACIONES DE MAGNITUDES	EN CONTEXTO	SIN CONTEXTO	REPRESENTACIÓN ALGEBRÁICA	DEFINICIÓN	DEMOSTRACIÓN	ARBITRARIA	SITUACIÓN PROBLEMA	TIPO DE FUNCIÓN	PROPIEDADES
1	Función y ecuación lineal Concepto de función												Presenta el concepto como tema a trabajar	

UNIDADES DE ANÁLISIS		CATEGORÍA 3						DESCRIPTORES		
		FACETAS DUALES								
		INSTITUCIONAL		EJEMPLAR		TIPO		ICONO	ÍNDICE	SIMBOLO
		CONCEPTOS	ARGUMENTOS	SITUACIÓN PROBLEMA	ELEMENTOS LINGUISTICOS	PROPORCIONES	PROCEDIMIENTOS			
1	Función y ecuación lineal Concepto de función					Presenta la atención del concepto desde una exposición explicita			Presenta el concepto de manera directa	

Luego se hace una recolección de la información suministrada por cada tabla, identificando las generalidades del texto con respecto a cada una de las categorías de análisis, se comparan las generalidades de cada texto con cada categoría de análisis.

Tablas De Análisis

Informe De Análisis Del Texto 1

CATEGORIAS DE ANALISIS			
TRANSPOSICIÓN DIDÁCTICA	CONCEPTO DE FUNCIÓN	FACETAS DUALES	DESCRIPTORES
En general el texto presenta el saber cómo una herramienta para construir conceptos o propiedades, de la misma función, mostrándolo desde operaciones o ejercicios explicativos. En algunos el saber matemático se especifica y se trabaja, pero en mayor medida las nociones paramatemáticas se encuentran en mayor cantidad que las matemáticas.	El saber matemático se presenta en su mayoria como un tema a trabajar, en el cual se relacionan situaciones sin contexto, solamente como ejemplos. Las definiciones se presentan de manera explicita, pero con un uso lingüistico extenso, mas no presenta diferentes tipos de representaciones, basándose solamente en una representación algebraica y gráfica.	Teniendo en cuenta la importancia de los procesos de generalización que el texto debe generar, para una mejor cognición en la enseñanza de las matemáticas, el texto presenta una mayoria en presentar ejemplos desde la operatividad y la gráfica, basándose desde el proceso netamente algorítmico y no desde la construcción del saber, por eso el nivel de significado es bajo.	El texto presenta poca variedad en la manera de presentar el concepto, el texto claramente busca la mecanización de un saber, lo que refiere a que indica constantemente lo que hay que el lector debe hacer, dejando de lado una posible construcción o procesos de inferencia en la estructura que plantea.

Informe De Análisis Del Texto 2

CATEGORÍAS DE ANÁLISIS			
TRANSPOSICIÓN DIDÁCTICA	CONCEPTO DE FUNCIÓN	FACETAS DUALES	DESCRIPTORES
El texto presenta el saber cómo una secuencia de pasos para resolver situaciones problema, es decir desde sus nociones paramatemáticas, hasta lograr construir nociones matemáticas basados en sus propiedades y relaciones	El texto logra identificar claramente las representaciones gráficas y analíticas a través de ejemplos ejercicios y situaciones contextualizadas.	El nivel de significados que presenta el texto es alto, mostrando continuamente el paso entre elementos lingüísticos y procedimientos, creando argumentos previos a una definición.	La variedad en la manera de presentar el concepto entre representaciones de índice como icónicas. Logrando una mayor interpretación del concepto al manejar en algunas ocasiones representaciones simbólicas. Estas últimas en la sección de ejercicios.

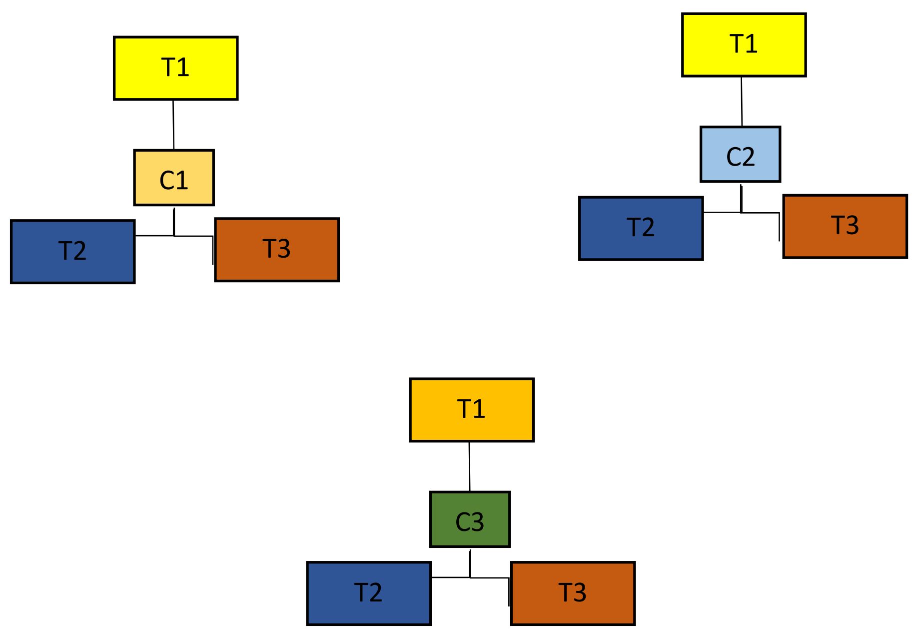
4.1.1. Informe De Análisis Del Texto 3

CATEGORÍAS DE ANÁLISIS			
TRANSPOSICIÓN DIDÁCTICA	CONCEPTO DE FUNCIÓN	FACETAS DUALES	DESCRIPTORES
El texto es directo en presentar nociones matemáticas explicita, usando frecuentemente las definiciones como el medio de presentar el concepto de función.	El saber matemático se presenta como un tema a trabajar, en el cual se relacionan situaciones sin contexto, solamente como ejemplos o ejercicios. Las definiciones se presentan de manera explícita. Diferencia entre los tipos de representaciones como temas de la función.	Teniendo en cuenta la importancia de los procesos de generalización que el texto debe generar, para una mejor cognición en la enseñanza de las matemáticas, el texto presenta una mayoría en conceptos, proposiciones y argumentos, seguido de situaciones a resolver. El nivel de significado es bastante bajo, dado que no le da importancia a la construcción del saber.	El texto INDICA los conceptos y las situaciones, dejando de lado una posible construcción o procesos de inferencia en la estructura que plantea.

4.2. Triangulación

Dentro de los diferentes tipos de triangulación se aplica la triangulación de datos, está tiene por objeto contrastar las fuentes de la información recogida. Se realizó el proceso de triangulación de la información a partir de los hallazgos develados en cada texto, se por cada una de las categorías de análisis, como se muestra el siguiente esquema:

Triangulación



Luego de realizar una descripción de cada una de los textos

4.2.1. Transposición didáctica

CATEGORÍAS	TEXTO 1	TEXTO 2	TEXTO 3
TRANSPOSICIÓN DIDÁCTICA	El texto presenta el saber cómo una herramienta para	El texto presenta el saber cómo una secuencia de pasos	El texto es directo en presentar nociones matemáticas

	construir conceptos o propiedades, de la misma función, Mostrándolo desde operaciones o ejercicios explicativos. En algunos el saber matemático se especifica y se trabaja, pero en mayor medida las nociones matemáticas se encuentran en mayor cantidad que las paramatemáticas	para resolver situaciones problema, es decir desde sus nociones paramatemáticas, hasta lograr construir nociones matemáticas basados en sus propiedades y relaciones	explicita, usando frecuentemente las definiciones como el medio de presentar el concepto de función.

4.2.1.1. Texto 1

Triangulación Didáctica Texto 1

Definición 5.1.1 Función

Una **función** de un conjunto X a un conjunto Y es una regla de correspondencia que asigna a cada elemento x de X exactamente un elemento y de Y.

Terminología Se acostumbra representar una función por una letra, por ejemplo *f*, *g* o *h*. Entonces, se puede representar una función *f* de un conjunto *X* a un conjunto *Y* mediante la notación $f{:}X \to Y$. El conjunto *X* se llama **dominio** de *f*. El conjunto de elementos correspondientes *y* del conjunto *Y* se llama **rango** de la función. En el caso de nuestra función alumno/pupitre, el conjunto de alumnos es el dominio y el conjunto de 20 pupitres que realmente estén ocupados por alumnos es el rango. Observe que el rango de *f* no necesita ser el conjunto entero *Y*. El elemento único *y* en el rango que corresponde a un elemento seleccionado *x* en el dominio *X* se llama **valor** de la función en *x*, o la **imagen** de *x*, y se escribe $f(x)$. Este último símbolo se lee “efe de equis o “efe en equis”, y se escribe $y = f(x)$ (**FIGURA 5.1.1**). En muchos libros, a *x* se le llama **entrada** de la función y a $f(x)$ **salida** de la función. Como el valor de *y* depende de la elección de *x*, a *y* se le llama **variable dependiente**; a *x* se le llama **variable independiente**. A menos que se indique otra cosa, aquí supondremos en adelante que los conjuntos *X* y *Y* están formados por números reales.

EJEMPLO 2 Dominio y rango

En el ejemplo 1, como todo número real *x* se puede elevar al cuadrado, y el resultado x^2 es otro número real, $f(x) = x^2$ es una función de *R* a *R*, esto es, $f{:}R \to R$. En otras palabras, el dominio de *f* es el conjunto *R* de los números reales. Usando la notación de intervalos, el dominio también se expresa como $(-\infty, \infty)$. El rango de *f* es el conjunto de los números reales no negativos, o $[0, \infty)$; esto se debe a que $x^2 \geq 0$ para todo número real *x*. ≡

EJEMPLO 4 Dominio de *f*

Determine el dominio de $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x - 15}$.

Solución Como en el ejemplo 3, la expresión bajo el signo radical, el radicando, debe ser no negativa, esto es, el dominio de *f* es el conjunto de los números reales *x* para los cuales $x^2 + 2x - 15 \geq 0$ o $(x - 3)(x + 5) \geq 0$. Ya resolvimos esta desigualdad, mediante una tabla de signos, en el ejemplo 1 de la sección 3.7. El conjunto solución de la desigualdad $(-\infty, -5] \cup [3, \infty)$ también es el dominio de *f*. ≡

4.2.1.2. Texto 2

Triangulación Didáctica texto 2

El peso ideal de una persona adulta puede calcularse mediante la expresión $y = 50 + \frac{3(x - 150)}{4}$, donde *y* representa el peso en kilogramos y *x* la estatura o talla (en centímetros) de la persona. Es decir, para cada talla, tenemos un peso (*ver* tabla 7.1).

De acuerdo con los resultados de la tabla 7.1, el peso ideal para una persona que mida 150 cm es 50 kilogramos y para una persona cuya estatura sea 160 cm, es 57,5 kg.

Esta información podemos representarla con parejas ordenadas en las que la primera componente es la talla y la segunda componente es el peso. Por tanto, algunas párejas que representan esta relación son (150; 50), (155; 53,75), (160; 57,5), etcétera. El peso *y* depende de la estatura *x*. Observamos que a cada valor de *x* le corresponde solamente un valor de *y*. Este tipo de relación se llama **función**.

x	y
150	50
155	53,75
160	57,5
163	59,75
170	65
178	71
180	72,5

Tabla 7.1

Una **función** es una regla de correspondencia entre dos conjuntos *A* y *B*, que asigna a cada elemento *x* del conjunto *A* un único elemento *y* o *f* (*x*) del conjunto *B*. El conjunto *A* se denomina el **dominio** de la función y el conjunto formado por los valores de *B* que son imagen de algún elemento de *A* se denomina **rango**.

4.2.1.3. Texto 3

Triangulación Didáctica texto 3

1.1 Concepto de función

Ampliación multimedia

Una **función** es una regla o correspondencia que asigna a cada elemento de un conjunto *A* uno y solo un elemento de un conjunto *B*.

Las funciones se simbolizan con letras minúsculas tales como *f*, *g*, *h*, entre otras.

Así, para notar la función *f* definida del conjunto de partida *A* en el conjunto de llegada *B*, se escribe

$f: A \to B$ y se lee "efe de *A* en *B*".

Además, si $x \in A$ y $y \in B$, la expresión $f(x) = y$ se lee "efe de *x* igual a *y*", se interpreta así:

El elemento $x \in A$ está relacionado con el elemento $y \in B$ por medio de la función *f*.

La imagen del elemento *x* por la función *f* es el elemento *y*.

Una función $f: A \to$ B se puede representar mediante un diagrama sagital como el de la figura 1.

1.2 Elementos de una función

Actividad

En una función $f: A \to B$ se distinguen los siguientes elementos:

- **Dominio:** es el conjunto de partida de la función, se simboliza Dom *f*.
- **Codominio:** es el conjunto de llegada de la función, se simboliza Cod *f*.
- **Rango:** es el conjunto formado por los elementos del codominio, que son la imagen de los elementos del dominio, se simboliza Ran *f*.
- **Grafo:** es el conjunto formado por todas las parejas ordenadas (x, y) tales que $x \in$ Dom *f* y $y \in$ Ran *f*.

4.2.2. Dificultades del concepto de función

CATEGORÍAS	TEXTO 1	TEXTO 2	TEXTO 3
DIFICULTADES EPISTEMOLÓGICAS DE LA FUNCIÓN	El saber matemático se presenta en su mayoría como un tema a trabajar, en el cual se relacionan situaciones sin contexto, solamente como ejemplos. Las definiciones se presentan de manera explícita, pero con un uso lingüístico extenso, mas no presenta diferentes tipos de representaciones, basándose solamente en una representación algebraica y gráfica.	El texto logra identificar claramente las representaciones gráficas y analíticas a través de ejemplos ejercicios y situaciones contextualizadas.	El saber matemático se presenta como un tema a trabajar, en el cual se relacionan situaciones sin contexto, solamente como ejemplos o ejercicios. Las definiciones se presentan de manera explícita. Diferencia entre los tipos de representaciones como temas de la función.

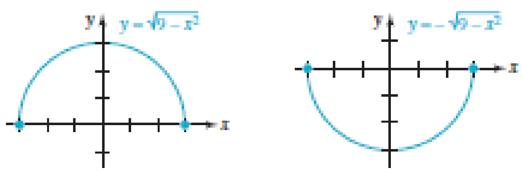
4.2.2.1. Texto 1

U35

Concepción de función texto 1

Como se vio en la figura 5.1.3*b*), un círculo no es la gráfica de una función. En realidad, una ecuación como $x^2 + y^2 = 9$ define (al menos) dos funciones de x. Si esta ecuación se resuelve para y en función de x, se obtiene $y = \pm\sqrt{9 - x^2}$. Debido a la convención del valor único del signo $\sqrt{\ }$, ambas ecuaciones, $y = \sqrt{9 - x^2}$ y $y = -\sqrt{9 - x^2}$, definen funciones. Como se vio en la sección 4.2, la primera ecuación define un *semicírculo superior*, y la segunda define a un *semicírculo inferior*. De las gráficas que se muestran en la **FIGURA 5.1.6**,

U36



a) Semicírculo superior *b*) Semicírculo inferior

FIGURA 5.1.6 Estos semicírculos son gráficas de funciones

4.2.2.2. Texto 2

U11

Concepción de función texto 2

Ejemplo 2

Dos reglas que permiten encontrar la dosis de un medicamento para niños a partir de la dosis para adultos son la de Cowling y la de Friend:

Regla de Cowling: $d = \left(\frac{x+1}{24}\right)a$. Regla de Friend: $d = \frac{2}{25}xa$

Donde a: dosis para adulto (en mg), x: edad del niño (en años) y d: dosis correspondiente para el niño. Aproximadamente, ¿para qué edad la dosis según la regla de Friend es igual que la dosis según la regla de Cowling?

U12

Solución

Hallemos el valor de x que da como resultado la misma dosis para ambas reglas.

$\left(\frac{x+1}{24}\right)a = \frac{2}{25}xa$ Igualamos las dos reglas.

$\frac{x+1}{24} = \frac{2}{25}x$ Dividimos ambos lados de la ecuación entre a.

$25x + 25 = 48x$ Simplificamos.

$x = \frac{25}{23} \approx 1{,}087$ años Despejamos el valor de x y aproximamos.

La gráfica de la figura 7.2 muestra las dos reglas para una dosis de adulto de $a = 5$ mg.

U13

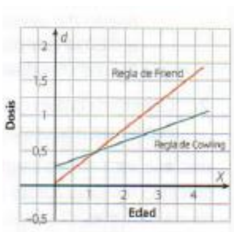


Figura 7.2

4.2.2.3. Texto 3

U8

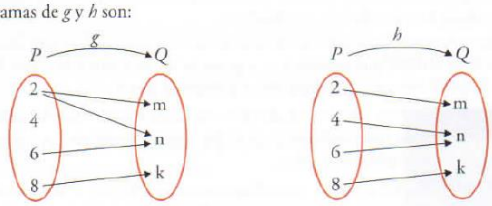
Concepción de función texto 3

2. Realizar el diagrama sagital de cada relación. Luego, determinar si el grafo corresponde a una función.

$P = \{2, 4, 6, 8\}$ $g = \{(2, m), (2, n), (6, n), (8, k)\}$

$Q = \{m, n, k\}$ $h = \{(2, m), (4, n), (6, n), (8, k)\}$

Los diagramas de g y h son:



U9

El grafo de la relación g no es una función ya que al elemento $2 \in P$ le corresponden dos imágenes m y n. Además, el elemento $4 \in P$ no tiene imagen y todos los elementos del conjunto de salida deben tener imagen.

El grafo de la función h sí es una función ya que a cada elemento de P le corresponde uno y solo un elemento en Q.

4.2.3. Facetas duales

CATEGORÍAS	TEXTO 1	TEXTO 2	TEXTO 3
FACETAS DUALES	El texto presenta una mayoría en presentar ejemplos desde la operatividad y la gráfica, basándose desde el proceso netamente algorítmico y no desde la construcción del saber, por eso el nivel de significado es bajo.	El nivel de significados que presenta el texto es alto, mostrando continuamente el paso entre elementos lingüísticos y procedimientos, creando argumentos previos a una definición.	Teniendo en cuenta la importancia de los procesos de generalización que el texto debe generar, para una mejor cognición en la enseñanza de las matemáticas, el texto presenta una mayoría en conceptos, proposiciones y argumentos, seguido de situaciones a resolver. El nivel de significado es bastante bajo, dado que no le da importancia a la construcción del saber.

4.2.3.1. Texto 1

Facetas Duales texto 1

EJEMPLO 7 Intersecciones con los ejes

Determine las intersecciones con los ejes coordenados de la función indicada.

a) $f(x) = x^2 + 2x - 2$ *b)* $f(x) = \dfrac{x^2 - 2x - 3}{x}$

Solución *a)* Como 0 está en el dominio de f, $f(0) = -2$ es la coordenada y de la intersección con el eje y de la gráfica de f. La intersección con el eje y es el punto $(0, -2)$. Para obtener las intersecciones con el eje x se debe determinar si f tiene ceros reales, esto es, soluciones reales de la ecuación $f(x) = 0$. En virtud de que el miembro izquierdo de la ecuación $x^2 + 2x - 2 = 0$ no tiene factores obvios, se aplica la fórmula general de segundo grado para obtener $x = \frac{1}{2}(2 \pm \sqrt{12})$. Debido a que $\sqrt{12} = \sqrt{4 \cdot 3} = 2\sqrt{3}$, los ceros de f son los números $1 - \sqrt{3}$ y $1 + \sqrt{3}$. Las intersecciones con el eje x son los puntos $(1 - \sqrt{3}, 0)$ y $(1 + \sqrt{3}, 0)$.

b) Como 0 no está en el dominio de f ($f(0) = -3/0$ no está definida), la gráfica de f no tiene intersección con el eje y. Ahora, como f es una expresión fraccionaria, la única forma en que $f(x) = 0$ es hacer que el numerador sea igual a cero. Si se factoriza el miembro izquierdo de $x^2 - 2x - 3 = 0$, se obtiene $(x + 1)(x - 3) = 0$. Por consiguiente, los números -1 y 3 son los ceros de f. Las intersecciones con el eje x son los puntos $(-1, 0)$ y $(3, 0)$.

4.2.3.2. Texto 2

U30

Facetas Duales texto 2

Una piscina se llena mediante un grifo que vierte 5 litros de agua por minuto. Analicemos la relación entre diferentes tiempos y el agua acumulada en la piscina en los siguientes casos.

U31

a. La piscina está desocupada al abrir el grifo. En este caso, se obtienen los valores de la tabla 8.1.

Tiempo (minutos)	0	1	1,5	2	2,5	3	5	10	t
Volumen (litros)	0	5	7,5	10	12,5	15	25	50	$5t$

Tabla 8.1

El análisis gráfico de esta situación podemos apreciarlo en la figura 8.1.

Función lineal $v(t) = 5t$

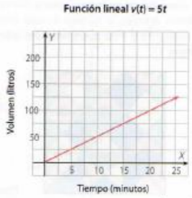


Figura 8.1

U32

b. La piscina tenía 30 litros de agua al abrir el grifo. En este caso, tenemos los valores de la tabla 8.2.

Tiempo (minutos)	0	1	1,5	2	2,5	3	5	10	· t
Volumen (litros)	30	35	37,5	40	42,5	45	55	80	$5t + 30$

Tabla 8.2

El análisis gráfico de esta situación podemos apreciarlo en la figura 8.2.

Función afín $v(t) = 5t + 30$

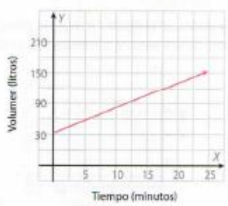


Figura 8.2

U33

Así, tenemos que $v(t) = 5t$ es un ejemplo de una **función lineal** y $v(t) = 5t + 30$ es un ejemplo de una **función afín**.

U34

Una función de la forma $y = mx$, donde m representa una constante, recibe el nombre de **función lineal**. La gráfica de la función lineal es una recta que pasa por el origen del plano cartesiano.

Una función de la forma $y = mx + b$, con m y b constantes y $b \neq 0$, se denomina **función afín** de la función lineal $y = mx$. La gráfica de una función afín es una línea recta que **no** pasa por el origen del plano cartesiano.

4.2.3.3. Texto 3

U29

Facetas Duales texto 3

1.4 Funciones de variable real

Ampliación multimedia · Recurso imprimible · Enlace web

Una función f es una **función de variable real** cuando su dominio y su rango son el conjunto de los números reales o son subconjuntos del mismo.

U30

En las funciones de variable real no es posible indicar todas las parejas ordenadas que constituyen una función real, por tanto, se utiliza la fórmula $y = f(x)$ para referirse a estas funciones.

U31

La gráfica de una función real f es el conjunto de puntos (x, y) del plano cartesiano cuyas coordenadas satisfacen la fórmula de la ecuación.

U32

Como no es posible representar todos los puntos en la gráfica de una función, entonces solo se ubican algunos de ellos y se unen mediante un trazo continuo, teniendo en cuenta los valores para los cuales la función está definida, es decir, que pertenezcan al dominio de la función. De esta manera se obtiene el bosquejo de la gráfica de una función real.

U33

EJEMPLO

Realizar una tabla con algunos valores para x. Luego, trazar la gráfica de la función $f(x) = 2x^3 - 5$.

U34

Primero, se elabora la tabla con algunos valores reales.

U35

Luego, se traza la curva a partir de los puntos obtenidos.

U36

Para la construcción de la tabla se evalúa la función para los valores indicados. Así:

Si $x = -2$, su imagen es $f(-2) = 2(-2)^3 - 5 = -21$.

Si $x = -1$, su imagen es $f(-1) = 2(-1)^3 - 5 = -7$.

Si $x = 0$, su imagen es $f(0) = 2(0)^3 - 5 = -5$.

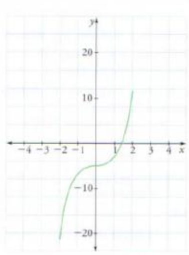
Si $x = 1$, su imagen es $f(1) = 2(1)^3 - 5 = -3$.

Si $x = 2$, su imagen es $f(2) = 2(2)^3 - 5 = 11$.

U37

Por tanto, la tabla de valores de $x = -2, -1, 0, 1$ y 2, y el bosquejo de la gráfica de la función son:

x	$f(x)$
-2	-21
-1	-7
0	-5
1	-3
2	11



4.2.4. Teoría del signo

CATEGORÍAS	TEXTO 1	TEXTO 2	TEXTO 3
DESCRIPTORES	El texto presenta poca variedad en la manera de presentar el concepto, el texto claramente busca la mecanización de un saber, lo que refiere a que indica constantemente lo que hay que el lector debe hacer, dejando de lado una posible construcción o procesos de inferencia en la estructura que plantea.	La variedad en la manera de presentar el concepto entre representaciones de índice como icónicas. Logrando una mayor interpretación del concepto al manejar en algunas ocasiones representaciones simbólicas. Estas últimas en la sección de ejercicios.	El texto INDICA los conceptos y las situaciones, dejando de lado una posible construcción o procesos de inferencia en la estructura que plantea.

5. Conclusiones, hallazgos y reflexiones.

En el término del trabajo se presentan aspectos que bien logran condensar lo analizado en los textos bajo la luz de la teoría como la transposición didáctica, y desde el mismo concepto de función, también ha dejado algunos hallazgos que de por si son pocos, logran generar nuevas preguntas para un futuro proceso investigativo. Por último se realizara una reflexión desde el trabajo realizado, como investigador y como docente de matemáticas.

5.1. Conclusiones

El estudio realizado en este trabajo de grado busco develar de manera exhaustiva la concepción de función en libros de matemáticas trabajados por docentes de matemáticas en el municipio de Soacha, desde tres aspectos fundamentales, los cuales dan cuenta del cómo se estructuran los textos y cuáles son sus propuestas tanto didácticas como pedagógicas de cada una de las editoriales.

Al realizar una encuesta a los docentes sobre la importancia del texto escolar como mecanismo de apoyo bien sea en los procesos de planeación como en ayudas de aula, se resalta la importancia de reconocer en los documentos la relación entre lo estipulado por el gobierno de educación de Colombia desde los estándares curriculares, lineamientos y derechos básicos de aprendizaje, relacionándolo con las necesidades del contexto que se labora. Si bien los textos no son explícitos en las actividades propuestas, si logran identificar algunas situaciones más cercanas para los estudiantes. Esto visto de mayor manera en los textos 2 y 3 dado que son textos escolares de Colombia.

En el ejercicio de transposición didáctica, se logra reconocer bien como lo plantea Chevallard (1997) el paso desde el saber sabio (nociones primitivas que pueden ser verdaderas o falsas sobre un concepto) al saber enseñado (concepciones construidas de un saber a partir de diferentes estrategias o situaciones), los tres textos analizados logran evidenciar que si existe una intencionalidad pedagógica en cada uno de ellos, de una manera similar entre el texto 3 y el texto 1 la cual se basa desde definiciones para realizar luego un proceso de ejercitación, que en términos de Chevallard se construye desde nociones protomatematicas, hasta que el estudiante construya una definición y una aplicación concreta y logre construir la noción matemática. Caso opuesto presenta el texto 2 que plante diferentes tipos de situaciones que busca en los estudiantes una necesidad de usar el concepto a trabajar. Las nociones paramatemáticas emergen en este tipo de situaciones y logra a partir de ejemplos y situaciones propuestas que el estudiante se decante por generar su propio concepto de función, para luego compararlo con el presentado en el texto.

Ahora bien y siendo coherente con lo que evalúan las pruebas estandarizadas en Colombia en los diferentes niveles especialmente en grado noveno para este caso, se deben tener en cuenta los dos tipos de métodos presentados por los textos logrando un equilibrio en el proceso de enseñanza –aprendizaje en la construcción de los saberes matemáticos. La importancia del concepto de función es coherente con las diferentes concepciones que trabajan los textos. El texto 1 es quien se queda más corto en este aspecto identificando cierto tipo de representaciones de la función más como una herramienta que una construcción como tal. Caso contrario los textos 2 y 3, logran reconocer diferentes tipos de dificultades epistemológicas en la construcción de la noción de función y una necesidad del uso de diferentes tipos de representaciones bien sea explicita y sin contextualizar como lo hace el texto 3 o un poco más inferencial y estructurado del texto 2.

La necesidad de reconocer el lenguaje utilizado por las unidades de análisis, logra develar de manera explícita los procesos en la instrucción matemática, presentado en el apartado 2.2.1 lo presentado por los textos, logrando caracterizar cada uno de los textos analizados, desde lo pretendido por los textos hasta lo presentado, es decir, que la estructura de cada uno de ellos está acorde con lo que presentan en un momento inicial. Aunque los textos puedan satisfacer las necesidades de los maestros, sin embargo las habilidades de argumentar y proponer son un poco sesgadas en los textos 1 y 3, lo que significa que la institucionalización de los conceptos es en gran nivel de forma que indica explícitamente una definición y unos procedimientos. Por el contrario el texto 2 presenta en mayor porcentaje representaciones simbólicas e icónicas bien sea en los argumentos, conceptos o situaciones que presenta el texto.

5.2. Hallazgos

Los textos pueden llegar a ser un recurso muy utilizado por los docentes de matemáticas, aunque algunos no son del todo generosos con el manejo de los conceptos, no debemos pretender que un texto identifique los objetos matemáticos a nuestra manera, por el contrario, el simbolismo del concepto debe darse por el estudiante a partir de un proceso de construcción entre estudiante, saber, docente y entorno, a través de situaciones didácticas que potencialicen y desarrollen los objetos matemáticos.

Para ello se debe tener en cuenta las pretensiones de los docentes, por ejemplo Si el texto, está estructurado de manera coherente en relación con los lineamientos curriculares, los estándares y los DBA, formulados por el MEN, así los procesos evaluativos serán mejor diseñados y asertivos.

Por otro lado el tratamiento que debe tener el concepto de función según los docentes es de un alto nivel de importancia, pero entre los textos analizados solamente el texto 2 presenta una disposición frente a las concepciones de la función. Lo curioso es que el texto 2 es el que menos aceptación tuvo con respecto a los otros 2 que no tienen en cuenta las dificultades epistemológicas del concepto de función. Podría afirmar que la importancia del texto escolar para un gran sector de docentes del municipio se basa en la implementación de actividades evaluativas y de ejercicio, mas no de un proceso de construcción del saber.

5.3. Reflexiones

Al ser un investigador, definitivamente se identifica la gran importancia que tienen los procesos de sistematización y al contraponerlo con el rol docente, se debería lograr un alto nivel de sistematización de las prácticas de educativas, además basándose en una metodología tan exhaustiva como el análisis cualitativo del contenido, se lograrían reconocer las dificultades epistemológicas y procedimentales de los estudiantes de forma explícita. Este tipo de investigaciones permiten no solo el realizar procesos investigativos, sino el cuestionarse sobre la labor real del docente, visto no solo como el mediador del conocimiento, entre el saber y el estudiante, sino como un formador de semilleros de investigación en donde los estudiantes puedan sistematizar sus procesos y reconocer sus propias dificultades.

6. Referencias

Andreu, J. (2001) *Las Técnicas de Análisis de Contenido. Una Revisión Actualizada* Tomado de http://public.centrodeestudiosandaluces.es/pdfs/S200103.pdf

Bardín, L. (1996) *El análisis del contenido (2da edición)* Madrid, España tomado de https://es.slideshare.net/silenatapia/laurence-bardinanalisisdecontenido

Chevallard, Y. (1997). *Transposición Didáctica. Del saber sabio al saber enseñado*. Libro de edición argentina: Aique.

Fajardo, L. (2011). *Análisis del concepto de función lineal en los textos escolares de grado noveno*. (Tesis de maestría). Universidad Externado de Colombia.

Farfán, M. & García, M. (S.F). *El Concepto de Función: Un Breve Recorrido Epistemológico* Recuperado de: http://funes.uniandes.edu.co/5974/1/FarfanElconceptoAlme2005.pdf

García, M. (2014). *El uso del libro de texto de matemáticas en el aula. Revisión del estado actual de la cuestión*. Recuperado de www.digibug.ugr.es/bitstream/10481/36188/1/GARCIAMARTINANTONO.pdf

Godino, J. & Batanero, C. (1994) *Significado institucional y personal de los objetos matemáticos*, Recuperado de http://www.ugr.es/~jgodino/funcionessemioticas/03_SignificadosIP_RDM94.pdf

Godino, J., Batanero, C. & Font, V. (2008) *Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática.* Universidad de Granada. España. Recuperado el 5 de octubre de 2017, del sitio Web: https://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/sintesis_eos_10marzo08.pdf

Godino, J., Font, V. & Wilhelmi, M. R. (2008). *Análisis didáctico de procesos de estudio matemático basado en el enfoque ontosemiótico*. Recuperado de www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/sintesis_eos_10marzo08.pdf

González, M. & Sierra M. (2004*). Metodología de análisis de libros de texto de matemáticas. Los puntos críticos en la enseñanza secundaria en España durante el siglo XX*. Recuperado de www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/download/21990/21824

Guataquira, R. (2016). *La dimensión afectivo emotiva de los estudiantes y sus roles, interacciones y organizaciones en la clase de matemáticas. Reporte de una experiencia*. (Tesis de maestría) Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN) (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. Bogotá: MEN. Recuperado de http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf

Moheno, L. (1990) *Aproximaciones a la semiótica de Charles Pierce. Revista de Teoría de Análisis,* Universidad Autónoma Metropolitana. México

Pulido, J. (2015*). El ambiente educativo de las prácticas matemáticas en una institución de innovación educativa. Sistematización de una experiencia.* (Tesis de maestría) Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Krippendorf, K. (1990) *Metodología del Análisis de contenido,* [Versión Electrónica] *Printed in Spain, España*.

Sánchez, B. (2009) *El concepto de función a través de las representaciones sociales* (Tesis de doctorado) Instituto Politécnico Nacional, México.

Sánchez, D. (2016) *Conceptualización de la función lineal y afín: una experiencia de aula* (Tesis de maestría) Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Rey, B., Boubée, C., Sastre, P. & Cañibano, A. (2009) *Aportes Didácticos para Abordar el Concepto de Función*. *Revista iberoamericana de educación matemática*, 20, pp.-153-162. Recuperado de http://ddd.uab.cat/pub/edlc/02124521v17n2p259.pdf

Rodríguez, E. & Valdíve, C. (2011*) Análisis histórico de la función afín y la ecuación lineal en la economía desde el enfoque ontosemiótico. Revista Teacs, año 4, número 08*. pp. 17-29 recuperado de http://www.ucla.edu.ve/dac/revistateacs/revistas/revista8.pdf

Ruiz Higueras, L. (1998). *La noción de función: Análisis epistemológico y didáctico*. Tesis de doctorado publicada. Jaén, España.: Universidad de Jaén, Colección Juan Pérez de Moya