

**ESTRATEGIA DIDÁCTICA MEDIADA POR EL ÁBACO PARA EL DESARROLLO
DEL PENSAMIENTO NUMÉRICO EN ESTUDIANTES EXTRAEDAD**

WILLIAM ALFREDO RUBIO GIRALDO

UNIVERSIDAD EXTERNADO DE COLOMBIA

Facultad de Ciencias de la Educación

Maestría en Educación

(Modalidad Investigación: Aprendizaje de la lectoescritura y las matemáticas)

BOGOTÁ D. C., agosto de 2019

**ESTRATEGIA DIDÁCTICA MEDIADA POR EL ÁBACO PARA EL DESARROLLO
DEL PENSAMIENTO NUMÉRICO EN ESTUDIANTES EXTRAEDAD**

WILLIAM ALFREDO RUBIO GIRALDO

Proyecto presentado para optar el título de Magister en Educación

Modalidad Investigación: Aprendizaje de la lectoescritura y las matemáticas

Asesor:

Marco Antonio Feria

UNIVERSIDAD EXTERNADO DE COLOMBIA

Facultad de Ciencias de la Educación

Maestría en Educación

BOGOTÁ D. C., agosto de 2019

TABLA DE CONTENIDO

	Pág.
RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN – RAE	10
INTRODUCCIÓN	21
1. PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN	23
1.1 Planteamiento del problema	23
1.2 Pregunta de investigación	26
1.3 Objetivos de la investigación	26
1.3.1 Objetivo general	26
1.3.2 Objetivos específicos	27
1.4 Antecedentes	27
1.5 Justificación del problema	32
2. MARCO DE REFERENCIA	35
2.1 Pensamiento numérico	35
2.1.1 Aspectos que involucra el pensamiento numérico	36
2.1.2 Ventajas del desarrollo del pensamiento numérico	36
2.1.3 Formas de desarrollar el pensamiento numérico	37
2.1.4 Importancia del desarrollo del pensamiento numérico	38
2.1.5 Aspectos básicos para el desarrollo del pensamiento numérico	38
2.1.5.1 Comprensión de los números y la numeración	39

2.1.5.2	Comprensión del concepto de las operaciones	40
2.1.5.3	Cálculos con números y aplicaciones de números y operaciones ..	41
2.1.6	El pensamiento numérico en la escuela	41
2.2	Estrategias cognitivas	42
2.2.1	Reversibilidad Piagetiana	44
2.2.2	Formas de representación	45
2.2.3	Realización verbal de las acciones	46
2.3	Ábaco	47
2.3.1	Historia y desarrollo del ábaco	47
2.3.2	Tipos de ábacos	48
2.4	Extraedad	50
3.	DISEÑO METODOLOGICO	52
3.1	Enfoque de investigación	52
3.2	Tipo de investigación	52
3.3	Población y muestra de la investigación	53
3.4	Categorías de análisis	53
3.5	Instrumentos y recolección de la información	55
3.6	Validez	55
3.7	Herramientas de análisis	56
3.8	Condiciones éticas	56
3.9	Unidad de análisis	57

3.9.1 Fases del proceso investigativo	57
3.9.2 Fase diagnostica	57
3.9.3 Fase de diseño y aplicación	66
3.9.4 Fase de análisis y evaluación	72
4. ANÁLISIS Y RESULTADOS	73
4.1 Análisis general de los resultados encontrados en la prueba diagnóstica	73
4.2 Análisis general de los resultados encontrados en la intervención pedagógica	75
4.3 Análisis general de los resultados encontrados en la prueba de salida	86
5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	89
5.1 Conclusiones	89
5.2 Recomendaciones	92
5.3 Limitaciones del estudio	94
REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS	96
ANEXOS	102

LISTA DE GRÁFICAS

Gráfica N° 1. Resultados de prueba diagnóstica, subcategoría 1	60
Gráfica N° 2. Resultados de prueba diagnóstica, subcategoría 2	61
Gráfica N° 3. Resultados de prueba diagnóstica, subcategoría 3	63
Gráfica N° 4. Resultados de prueba diagnóstica, subcategoría 4	64
Gráfica N° 5. Resultados generales de la prueba diagnóstica	74
Gráfica N° 6. Resultados generales encontrados en los instrumentos 1, 2, 3 y 4	76
Gráfica N° 7. Resultados generales encontrados en los instrumentos 5 y 6	77
Gráfica N° 8. Resultados generales encontrados en los instrumentos 7 y 8	78
Gráfica N° 9. Resultados generales encontrados en el instrumento 8	80
Gráfica N° 10. Resultados generales encontrados en el instrumento 1	82
Gráfica N° 11. Resultados generales encontrados en el instrumento 3	84
Gráfica N° 12. Resultados generales encontrados en el instrumento 2	85
Gráfica N° 13. Resultados generales de la prueba de salida	86
Gráfica N° 14. Subcategoría 1	87
Gráfica N° 15. Subcategoría 2	87
Gráfica N° 16. Subcategoría 3	87
Gráfica N° 17. Subcategoría 4	87

LISTA DE IMÁGENES

Imagen N° 1. Resultados de prueba diagnóstica, subcategoría 1	60
Imagen N° 2. Resultados de prueba diagnóstica, subcategoría 1	60
Imagen N° 3. Resultados de prueba diagnóstica, subcategoría 2	62
Imagen N° 4. Resultados de prueba diagnóstica, subcategoría 2	62
Imagen N° 5. Resultados de prueba diagnóstica, subcategoría 3	63
Imagen N° 6. Resultados de prueba diagnóstica, subcategoría 3	63
Imagen N° 7. Resultados de prueba diagnóstica, subcategoría 4	65
Imagen N° 8. Resultados de prueba diagnóstica, subcategoría 4	65
Imagen N° 9. Diseño de ábaco para imprimir	70
Imagen N° 10. Ábaco vertical	71
Imagen N° 11. Resultados generales de la prueba diagnóstica	74
Imagen N° 12. Resultados generales de la prueba diagnóstica	74
Imagen N° 13. Resultados generales encontrados en los instrumentos 1, 2, 3 y 4	76
Imagen N° 14. Resultados generales encontrados en los instrumentos 1, 2, 3 y 4	76
Imagen N° 15. Resultados generales encontrados en los instrumentos 5 y 6	78
Imagen N° 16. Resultados generales encontrados en los instrumentos 5 y 6	78
Imagen N° 17. Resultados generales encontrados en los instrumentos 7 y 8	79
Imagen N° 18. Resultados generales encontrados en los instrumentos 7 y 8	79
Imagen N° 19. Resultados generales encontrados en el instrumento 2	86
Imagen N° 20. Resultados generales encontrados en el instrumento 2	86


LISTA DE TABLAS

Tabla N°1. Categorías y subcategorías de análisis	54
Tabla N° 2. Programación de sesiones de trabajo durante la intervención	68

LISTA DE ANEXOS

Anexo 1. Solicitud de permiso para desarrollar la investigación en la institución	102
Anexo 2. Consentimiento informado para el acudiente del menor de edad	103
Anexo 3. Autorización de uso de nombre, imagen, frases, declaraciones, Testimoniales y retrato fotográfico	104
Anexo 4. Prueba diagnóstica	105
Anexo 5. Instrumento 1	107
Anexo 6. Instrumento 2	111
Anexo 7. Instrumento 3	116
Anexo 8. Instrumento 4	122
Anexo 9. Instrumento 5	128
Anexo 10. Instrumento 6	135
Anexo 11. Instrumento 7	138
Anexo 12. Instrumento 8	141
Anexo 13. Prueba de salida	144

RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN – RAE

	Resumen Analítico en Educación - RAE
	Página 1 de 2
1. Información General	
Tipo de documento	Tesis de grado
Acceso al documento	Universidad Externado de Colombia. Biblioteca Central
Título del documento	Estrategia didáctica mediada por el ábaco para el desarrollo del pensamiento numérico en estudiantes extraedad
Autor(a)	William Alfredo Rubio Giraldo
Director	Marco Antonio Feria
Publicación	
Palabras Claves	Pensamiento numérico, ábaco, estrategias cognitivas, sentido numérico, estudiantes extraedad.

2. Descripción
<p>El presente trabajo es el resultado de una investigación que busca fortalecer el desarrollo de la habilidad del pensamiento numérico en estudiantes que se encuentran en condición de extraedad vinculados al “Proyecto Volver a la Escuela” enmarcado en el modelo educativo flexible “Aceleración del Aprendizaje”. La investigación se desarrolla con la metodología de Investigación-Acción (I-A) y se describen los resultados obtenidos en 17 estudiantes a los que se les aplican diferentes instrumentos durante 10 sesiones de clase en las que se trabaja con el uso del ábaco como estrategia didáctica para favorecer mejores resultados académicos y cognitivos frente a</p>

2. Descripción

diferentes aspectos que involucra el pensamiento numérico. El análisis de los resultados se hace desde dos categorías que son el pensamiento numérico y las estrategias cognitivas, con el fin de evidenciar cambios significativos en cuanto a la actitud hacia el aprendizaje de las matemáticas, en particular de aspectos como el sentido numérico, la comprensión de los números y de la numeración, la comprensión del concepto de las operaciones, los cálculos con números y aplicaciones de números y operaciones, la reversibilidad Piagetiana, el sistema de representación y la representación concreta, pictórica y simbólica.

3. Fuentes

Álvarez, L. I.; Triviño, J. & Flórez, O. J. (2009). Ambientes lúdicos para el desarrollo del pensamiento numérico. Recuperado de:
<http://funes.uniandes.edu.co/700/1/ambientesludicos.pdf>.

Aristizábal, J.H.; Colorado, H. & Gutiérrez, H. (2016). El juego como una estrategia didáctica para desarrollar el pensamiento numérico en las cuatro operaciones básicas. *Sophia*, 12, (1).
Universidad La Gran Colombia. Quindío, Colombia. Recuperado de:
<https://www.redalyc.org/pdf/4137/413744648009.pdf>

Bausela Herrera, E. (2004). La docencia a través de la investigación – acción. *Revista Iberoamericana de Educación*. 35(1), 1-9. Recuperado de:
<https://rieoei.org/RIE/article/view/2871>

Corbalán, F. (1995). *La matemática aplicada a la vida cotidiana*. Editorial Grao. Barcelona

Creswell, J. W. (2012). *Educational research: planning, conducting, and evaluating quantitative*

3. Fuentes

and qualitative research. Recuperado de: <http://basu.nahad.ir/uploads/creswell.pdf>

Díaz, F. (2012). El desarrollo del pensamiento numérico en estudiantes en condición de extraedad del programa procesos básicos. (Tesis de Maestría) Universidad Externado de Colombia. Bogotá, Colombia.

Gómez, B. (1993). Numeración y cálculo. Madrid, España: Síntesis.

Hernández, R., Fernández, C. & Baptista, M. (2010). Metodología de la Investigación. Quinta edición. Recuperado de:

https://www.esup.edu.pe/descargas/dep_investigacion/Metodologia%20de%20la%20investigacion%205ta%20Edici%C3%B3n.pdf

Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación ICFES. (2018). Resultados pruebas saber. Recuperado de: <http://www.icfes.gov.co/>

Lupiáñez, J. L. & Rico, L. (2009). Investigación en Educación Matemática: Pensamiento Numérico. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 7, (1). 239-242. Universidad de Almería. España. Ministerio de Educación Nacional. Recuperado de: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=293121936012>

[MEN] (1998). Lineamientos curriculares para el área de matemáticas. Santafé de Bogotá.

Recuperado de: https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf

3. Fuentes

Obando, G., & Vásquez, N. (2008). Pensamiento numérico del preescolar a la educación básica.

Curso dictado en 9º Encuentro Colombiano de Matemática Educativa (16 al 18 de Octubre de 2008). Valledupar, Colombia. Recuperado de:

<http://funes.uniandes.edu.co/933/1/1Cursos.pdf>

Orrantia, J. (2006). Dificultades en el aprendizaje de las matemáticas: una perspectiva evolutiva.

Revista Psicopedagogía, 23 (71). 158-180. Recuperado de:

http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-84862006000200010

Rico, L., & Castro, E., (1987). Números y operaciones. Madrid, España: Síntesis.

Rico, L. & Castro, E. (1995). Pensamiento numérico en educación secundaria obligatoria.

Departamento Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. Recuperado de:

<http://funes.uniandes.edu.co/469/>.

Vasuki, K. & ALOHA. (2013). Informe impacto del aprendizaje de aritmética mental con ábaco en las habilidades cognitivas de los niños. Primera Edición. ALOHA Mental Arithmetic.

Recuperado de: <https://www.alohaspain.com/public/file/el-impacto-del-aprendizaje-de-aritmetica-mental-con-abaco.pdf>

Villarroel Villamor, J. (2009). Origen y desarrollo del pensamiento numérico: una perspectiva

multidisciplinar. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 7 (1), 555-604.

Recuperado de: <http://www.redalyc.org/pdf/2931/293121936025.pdf>

4. Contenidos

TABLA DE CONTENIDO

RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN – RAE	10
INTRODUCCIÓN	21
1. PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN	23
1.1 Planteamiento del problema	23
1.2 Pregunta de investigación	26
1.3 Objetivos de la investigación	26
1.3.1 Objetivo general	26
1.3.2 Objetivos específicos	27
1.4 Antecedentes	27
1.5 Justificación del problema	32
2. MARCO DE REFERENCIA	35
2.1 Pensamiento numérico	35
2.1.1 Aspectos que involucra el pensamiento numérico	36
2.1.2 Ventajas del desarrollo del pensamiento numérico	36
2.1.3 Formas de desarrollar el pensamiento numérico	37
2.1.4 Importancia del desarrollo del pensamiento numérico	38
2.1.5 Aspectos básicos para el desarrollo del pensamiento numérico	38
2.1.5.1 Comprensión de los números y la numeración	39

3. Fuentes	
2.1.5.2	Comprensión del concepto de las operaciones 40
2.1.5.3	Cálculos con números y aplicaciones de números y operaciones .. 41
2.1.6	El pensamiento numérico en la escuela 41
2.2	Estrategias cognitivas 42
2.2.1	Reversibilidad Piagetiana 44
2.2.2	Formas de representación 45
2.2.3	Realización verbal de las acciones 46
2.3	Ábaco 47
2.3.1	Historia y desarrollo del ábaco 47
2.3.2	Tipos de ábacos 48
2.4	Extraedad 50
3.	DISEÑO METODOLOGICO 52
3.1	Enfoque de investigación 52
3.2	Tipo de investigación 52
3.3	Población y muestra de la investigación 53
3.4	Categorías de análisis 53
3.5	Instrumentos y recolección de la información 55
3.6	Validez 55
3.7	Herramientas de análisis 56
3.8	Condiciones éticas 56

3. Fuentes	
3.9 Unidad de análisis	57
3.9.1 Fases del proceso investigativo	57
3.9.2 Fase diagnostica	57
3.9.3 Fase de diseño y aplicación	66
3.9.4 Fase de análisis y evaluación	72
4. ANÁLISIS Y RESULTADOS	73
4.1 Análisis general de los resultados encontrados en la prueba diagnóstica	73
4.2 Análisis general de los resultados encontrados en la intervención pedagógica	75
4.3 Análisis general de los resultados encontrados en la prueba de salida	86
5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	89
5.1 Conclusiones	89
5.2 Recomendaciones	92
5.3 Limitaciones del estudio	94
REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS	96
ANEXOS	102

5. Metodología	
<p>Trabajo desarrollado con la metodología de la Investigación Acción (I-A); y enmarcado en el enfoque cualitativo. Se trabajó con una población de 50 estudiantes de ciclo III (grado 6° y 7°) del Colegio Distrital Paulo VI, del “Programa Volver a la Escuela” enmarcado en el modelo educativo flexible “Aceleración del Aprendizaje”, que comprende estudiantes en condición de extraedad, que oscilan entre los 14 y 17 años, y de esta población se tomó una muestra de 17 estudiantes. Se</p>	

5. Metodología

definieron dos categorías de análisis como referentes para observar los cambios que se daban con la implementación de una estrategia didáctica basada en el uso del ábaco que busca fortalecer la habilidad del pensamiento numérico en los estudiantes. Se diseñaron y aplicaron instrumentos con el uso del ábaco durante diez sesiones de clase, una prueba inicial antes de comenzar la intervención con el fin de detectar fortalezas y dificultades frente al contenido propuesto, y una prueba final semejante a la del inicio de la intervención para analizar los cambios ocurridos. Durante la intervención se hizo ejercicio de observación de actitudes, así como entrevistas a diferentes estudiantes. Finalmente se sistematizaron las respuestas de los instrumentos utilizados durante la intervención para su análisis.

6. Conclusiones

Para describir las conclusiones del presente trabajo académico, es necesario tener como punto de referencia la pregunta de investigación planteada al inicio, la cual apunta a responder ¿cómo incide el uso del ábaco en el desarrollo del pensamiento numérico, en particular en el sistema conceptual de los números naturales, en los estudiantes del programa volver a la escuela del colegio distrital Paulo VI?, ya que permitió orientar todas las etapas desarrolladas en el trabajo investigativo.

En primer lugar, es importante señalar, que el haber introducido el ábaco como mediador dentro de la estrategia pedagógica fue acertado, ya que este, es un material concreto que acerca y ayuda a los estudiantes a la familiarización y comprensión de los números. Es un recurso con el cual se puede desarrollar pensamiento lógico-matemático, así como también, múltiples habilidades cognitivas como; la concentración, la memoria operativa, y la orientación espacial, entre otras, y

6. Conclusiones

que, de acuerdo a su continuo uso, puede favorecer el rendimiento académico de los niños en la escuela a mediano y largo plazo.

Así mismo, se puede concluir que el ábaco tiene un gran valor didáctico para la clase de matemáticas ya que da sentido al aprendizaje de las mismas, crea un interés para los alumnos, ayuda a la comprensión del sistema de numeración decimal y les permite realizar y comprender procesos iniciales de la aritmética, tales como la agrupación, el conteo, y la comprensión y concreción de las operaciones básicas, entre otros. Sirve como herramienta para comprender qué está pasando dentro de las operaciones, ayuda a los niños a efectuar algoritmos de cada una de las cuatro operaciones fundamentales, principalmente en las sumas llevando y las restas prestando.

En este mismo sentido, a través de la estrategia mediada por el ábaco y desarrollada mediante los ejercicios propuestos en cada uno de los instrumentos, se pudo evidenciar que el material concreto permitió que los estudiantes pudieran dar sentido a las “llevadas” en las sumas y a los “préstamos” en las restas, lo que favoreció la comprensión del concepto de valor posicional de las cifras en el sistema de numeración decimal.

Se observó también, que el uso del ábaco como recurso y material concreto permite traducir cualquier número del ábaco al sistema de numeración decimal, y más importante aún, aclarar la formación de unidades de orden superior.

Una conclusión más, es que la estrategia permite y favorece la solución de problemas cotidianos con contextos numéricos mediante procedimientos que la escuela regularmente no

6. Conclusiones

enseña, permite tomar pautas para que esos procedimientos evolucionen desde las ideas de los niños, lo que en gran medida favorece el gusto hacia las matemáticas.

Mediante la estrategia, se estableció también la oportunidad para que los niños expusieran sus puntos de vista, evaluaran su expresión oral o realización verbal mediante las entrevistas, las cuales en principio eran muy tímidas y sencillas, pero que, durante el proceso, se fueron volviendo más ricas en argumentos y en libertad de expresión, y que, a su vez sirvió para que los estudiantes ganaran seguridad a la hora de explicar cualquiera de los procesos desarrollados.

Finalmente, con respecto a la población objeto (jóvenes en condición de extraedad), se pudo concluir que el trabajo académico desarrollado, no tuvo ninguna dificultad asociada a la edad de los jóvenes, al contrario, todo se dio en completa normalidad. Esto permite, en parte, quitar la etiqueta de que los estudiantes no les interesa ni quieren aprender nada, y que la oportunidad de estar en un programa especial, creado para que los niños que se integren nuevamente al aula regular, puede ser aprovechada, tanto para los procesos de inclusión en la escuela, como para el fortalecimiento de la práctica docente.

En la investigación, la extraedad de los niños no representó ni fue un factor que tuviera una relevancia negativa. Es más, en el proceso, los estudiantes asumieron la estrategia y las actividades desarrolladas en ella, como ejercicios de clase normal.

Como últimos aspectos, no menos importantes, ya que es de las cosas claves que se observaron en el comportamiento de los jóvenes en el tiempo de ejecución de la estrategia, son; el

6. Conclusiones

trabajo colaborativo, el querer aprender a hacer, el querer participar, el fortalecimiento de su autoestima y la autorregulando en la convivencia en el aula. Esto último, posiblemente porque todo el tiempo tenían el material concreto para trabajar de manera individual, lo que les permitía una manipulación continua y les causaba entretenimiento mientras encontraban la solución de los ejercicios.

**Fecha de elaboración del
 Resumen:**

05

07

2019

INTRODUCCIÓN

El aprendizaje de las matemáticas es fundamental y necesario para el desarrollo de la persona ya que contribuye a varios aspectos entre los cuales están el desarrollo cultural, la integración social, el desarrollo económico, la preparación para el mundo laboral y la solución a las necesidades sociales y científicas, entre otros (Lupiáñez y Rico, 2009). Sin embargo, en el afán de la enseñanza y aprendizaje de esta rama del conocimiento los estudiantes se ven enfrentados a muchas dificultades que imposibilitan lograr su cometido.

Es común observar en las aulas de clase a profesores preocupados por el desempeño académico de sus estudiantes en el área de matemáticas, pues con frecuencia los alumnos presentan problemas relacionados con aspectos básicos como la lectura y escritura de números naturales, la utilización del cálculo mental para el desarrollo de situaciones cotidianas, la solución a problemas utilizando las operaciones básicas y el concepto de valor posicional, en los procesos de reversibilidad, en la composición y descomposición numérica, aspectos involucrados en el desarrollo del pensamiento numérico.

Para atacar la preocupante situación que se vive en las instituciones educativas los Lineamientos Curriculares en el área de matemáticas, proponen que el desarrollo del Pensamiento Numérico es el nuevo énfasis sobre el cual debe realizarse el estudio de los Sistemas Numéricos (MEN, 1998) y para alcanzar tal fin se plantea la utilización de estrategias no tradicionales, como el juego, con el fin de desarrollar y fortalecer la habilidad del pensamiento numérico, ya que centra el interés y la motivación de los estudiantes y se logra una

transformación en los procesos de enseñanza y aprendizaje (Aristizábal, Colorado y Gutiérrez, 2016). Por esta razón, lo que pretende la presente investigación es demostrar la incidencia que tiene el uso del ábaco en el desarrollo de la habilidad del pensamiento numérico en estudiantes en condición de extraedad.

Este documento se compone de cinco capítulos, en el primero se plantea el problema, la pregunta y los objetivos de investigación, la justificación y los antecedentes del problema que dan un acercamiento a la situación actual del tema de estudio. El segundo capítulo presenta el marco de referencia en el que se asumen las posturas de algunos autores que exponen la importancia de trabajar en el desarrollo del pensamiento numérico y las estrategias cognitivas que se siguen para tal fin. El tercero da a conocer la metodología de la investigación utilizada para el presente estudio. El cuarto capítulo presenta los resultados obtenidos y el análisis de los mismos. Y el quinto da a conocer las conclusiones y las recomendaciones para posteriores trabajos relacionados con el tema.

1. PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1.1 Planteamiento del problema

Actualmente en Colombia es posible que las instituciones educativas conozcan los resultados académicos de sus estudiantes, esto, a partir de las mediciones estandarizadas y censales realizadas periódicamente por el estado. Con base en estas, cada colegio plantea estrategias, metas y planes de mejoramiento encaminados a alcanzar en los años posteriores los puntajes avanzados propuestos a nivel nacional.

Como apoyo a las instituciones, el Ministerio de Educación Nacional (MEN) creó el día de la excelencia académica o “Día E” para analizar y caracterizar los resultados en cada colegio. Este día corresponde a una jornada escolar en donde se reúnen docentes, padres de familia, estudiantes y directivos de cada comunidad educativa para presentar un informe de resultados, y que sirve para revisar, analizar y tomar decisiones, frente a los puntajes obtenidos, así como también, para plantear estrategias de mejoramiento a corto y mediano plazo en búsqueda de mejores desempeños de los escolares (MEN, 2018).

En el análisis realizado durante la jornada “Día E 2018” en el colegio Paulo VI (institución educativa de carácter oficial ubicada en la ciudad de Bogotá) del cuatrenio comprendido entre el año 2014 y 2017 se puede evidenciar que el área de matemáticas presenta un desempeño el cual está en un rango entre 50 y 53 puntos sobre un máximo de 100, situación

preocupante porque es un porcentaje que está lejos de un desempeño avanzado según los datos enviados a la institución (ICFES, 2018).

Además del bajo desempeño académico que los estudiantes presentan en las pruebas saber a nivel institucional, es notoria también, la problemática que evidencian los docentes de matemáticas del “Programa Volver a la Escuela”, donde regularmente se encuentran con muchas dificultades académicas y un gran desinterés frente al área por parte de sus estudiantes, así como también, con estigmatizaciones por parte de los docentes de aula regular frente a los procesos académicos desarrollados con los estudiantes en condición de extraedad de las aulas del programa, cuyas bases y estructuras curriculares se encuentran fundamentadas en el modelo educativo flexible “Aceleración del Aprendizaje” desarrollado por el Ministerio de Educación Nacional (MEN), cuyo objetivo primordial es incluir nuevamente a los estudiantes al aula regular a partir del fortalecimiento de su autoestima y de la promoción de saberes (SED, 1998).

Analizando lo anterior, es muy importante tener presente dos factores claves: por un lado, las dificultades académicas de los estudiantes del programa, especialmente en el área de matemáticas, las cuales van desde la lectura y escritura de números naturales, hasta la aplicación de sus propiedades, dificultades en el manejo y aprendizaje de operaciones básicas, en el concepto de valor posicional, en los procesos de reversibilidad, en la composición y descomposición numérica, y en la utilización del cálculo mental para desarrollar situaciones problemas que impliquen operaciones como la adición y la sustracción entre otras. Todas estas,

evidenciadas por los docentes en la evaluación constante y formativa, en los resultados académicos periodo a periodo y en los desempeños en pruebas internas y externas.

Por otro lado, las estigmatizaciones realizadas por los docentes de aula regular, ya que son relacionadas directamente con la poca asertividad del proceso de inclusión de los estudiantes del programa en el aula regular, medida en la eficiencia institucional, (resultados ICFES 2018), en donde la deserción y el fracaso escolar de estos jóvenes es muy alta.

Entonces, es fundamental que en el colegio se tenga muy en cuenta el área de matemáticas, ya que juega un papel importante en el programa, pues, a través de esta se realizan proyectos académicos dando prioridad al trabajo interdisciplinar, el cual permite a los educandos relacionar contenidos propios de los números con otras áreas del conocimiento, y es así como se hace necesario que las estrategias pedagógicas y didácticas empleadas, respondan a las necesidades de los estudiantes para lograr buenos desempeños y habilidades numéricas.

Como afirma Orrantia (2006) “las dificultades aparecen cuando se plantea el proceso de enseñanza y aprendizaje como algo mecánico y escasamente significativo” (p. 178), si al contrario se analiza la aritmética como un todo, que necesita de estrategias cada vez más complejas, pueden disminuir las dificultades y hacer del proceso de enseñanza y aprendizaje más significativo para los alumnos en función de sus conocimientos y posibilidades (Orrantia, 2006).

Y la aplicación de estrategias que impliquen la participación activa de los estudiantes serán las que favorezcan la consecución de mejores desempeños académicos, como el éxito logrado con el programa ALOHA Mental Arithmetic, que contribuyó a mejores resultados académicos y cognitivos relacionados con mejoras en el cálculo mental y otras habilidades gracias a la utilización del ábaco (Vasuki y ALOHA, 2013).

Finalmente, el problema identificado es un punto que permite incluir constantemente en las aulas del programa “volver a la escuela” nuevos elementos tecnológicos, permite promover nuevas estrategias didácticas y nuevos elementos lúdicos los cuales favorezcan el proceso de enseñanza-aprendizaje. Esto, con el fin de retener, incluir y promover en los niños, niñas y jóvenes mejores actitudes, capacidades y competencias que les permitan avanzar en su proceso académico - formativo, evitando el fracaso y la deserción escolar.

1.2 Pregunta de investigación

¿Cómo incide el uso del ábaco en el desarrollo del pensamiento numérico, en particular en el sistema conceptual de los números naturales, en los estudiantes del programa volver a la escuela del colegio distrital Paulo VI?

1.3 Objetivos de la investigación

1.3.1 Objetivo general

Evaluar como incide el uso del ábaco en el desarrollo del pensamiento numérico en los estudiantes del programa volver a la escuela del colegio distrital Paulo VI.

1.3.2 Objetivos específicos

- Identificar fortalezas y debilidades que presentan los estudiantes del ciclo 3 del programa volver a la escuela en el desarrollo del pensamiento numérico.
- Diseñar una estrategia de intervención mediada por el ábaco a partir de las fortalezas y debilidades identificadas en los estudiantes, para potenciar en estos el desarrollo del pensamiento numérico.
- Evaluar la incidencia que tiene el uso del ábaco en el sistema conceptual de los números naturales en los estudiantes.

1.4 Antecedentes

El aprendizaje de las matemáticas contribuye a la formación de varios aspectos importantes en una sociedad. Fortalece el desarrollo cultural proporcionando herramientas para la investigación, el desarrollo económico y preparación para la actividad laboral. Ayuda a la formación individual y a la integración social, brindando material para construir un mundo basado en la razón que da respuestas a las necesidades sociales y científicas, a la formación de personas y al desarrollo de sus capacidades. Por ende, la necesidad de incluir a las matemáticas en los procesos de educación obligatoria de una sociedad (Lupiáñez y Rico, 2009).

En muchas de las actividades que realizamos cotidianamente nos encontramos inmersos en múltiples contextos numéricos. Independientemente si se es niño, joven o adulto una persona se ve involucrada diariamente en situaciones que implican el uso de la aritmética. Entonces, si

esta rama de las matemáticas es una de las más usadas por las personas en el día a día, es necesario tener una comprensión clara de los números naturales y de las operaciones entre estos.

Desde los lineamientos curriculares indicados por el MEN (1998), para el área de matemáticas, se promueve en la articulación de los currículos escolares el desarrollo del pensamiento numérico, ya que este es el nuevo énfasis sobre el cual debe realizarse el estudio de los sistemas numéricos.

De acuerdo con Obando y Vásquez (2008), el desarrollo del pensamiento numérico es un proceso cuya construcción implica largos periodos de tiempo, puesto que involucra no solo aspectos conceptuales de las matemáticas, sino también el desarrollo mismo de la cognición humana.

El desarrollo del pensamiento numérico de los niños empieza antes de su ingreso a la escuela, hacia los dos o tres años, y a través de la interacción con otros adultos (fundamentalmente sus padres) desarrollan no solo las habilidades y competencias relativas al lenguaje materno, sino que, gracias a esas interacciones, también desarrollan una serie de intuiciones sobre lo numérico, las cuales se muestran en competencias relativas al conteo, percepción del cardinal de pequeñas colecciones, incluso, la posibilidad de composiciones y descomposiciones de las mismas (Obando y Vásquez, 2008).

Entonces, si el docente de matemáticas pretende desarrollar o potenciar en la escuela el pensamiento numérico, debe tener presente que dicho pensamiento se adquiere gradualmente, y que va evolucionando en la medida en que los estudiantes tengan oportunidades de pensar en los

números y de usarlos en contextos significativos. Además, es clave analizar que este puede manifestarse de diversas maneras de acuerdo con el desarrollo del pensamiento matemático (MEN, 1998).

Es importante también, hablar del pensamiento numérico como un concepto más general que el sentido numérico, el cual no solo incluye este, sino el sentido operacional, las habilidades, competencias, destrezas numéricas, las comparaciones, las estimaciones y las órdenes de magnitud, entre otras (MEN, 1998).

En particular, es fundamental la manera como los estudiantes escogen, desarrollan y usan métodos de cálculo, el cual incluye el cálculo escrito, cálculo mental, calculadoras y estimación, pues el pensamiento numérico juega un papel muy importante en el uso de cada uno de estos métodos (MEN, 1998, p.26).

La invención de un algoritmo y su aplicación hace énfasis en aspectos del pensamiento numérico tales como la descomposición y la recomposición, y la comprensión de propiedades numéricas. Cuando se usa un algoritmo ya sea utilizando papel y lápiz o calculadora, el pensamiento numérico es importante cuando se reflexiona sobre las respuestas (MEN, 1998).

Otro aspecto importante a tener en cuenta para el desarrollo y fortalecimiento del pensamiento numérico es la estrategia que se utiliza para lograr tal fin, el estudio hecho por Aristizábal, Colorado y Gutiérrez (2016) demuestra que el juego permite desarrollar distintas habilidades de cálculo y relaciones para familiarizarse y reafirmar el conocimiento de las operaciones básicas en niños de grado quinto, ya que el juego provoca el interés y favorece la

participación de los estudiantes. Además, se encontró que con la utilización del juego se propiciaron actitudes como el liderazgo, integración, confrontación de ideas, generación de estrategias para dar solución a problemas planteados y mejoraron su habilidad de cálculo mental.

Lo anterior coincide con el estudio elaborado por Álvarez, Triviño y Flórez (2009) en el que se propone un ambiente de aprendizaje lúdico para fortalecer el pensamiento numérico en niños, y con la afirmación de Rico y Castro (1995) respecto a la forma de enseñar las matemáticas, pues ellos consideran que es un área que debe ser enseñada con procedimientos distintos a los tradicionales.

La investigación hecha por Díaz (2012) con estudiantes en condición de extraedad que no sabían sumar, ni restar, agrega elementos importantes a la hora de abordar estrategias diferenciadas para el fortalecimiento del pensamiento numérico. En este estudio, Díaz (2012) concluye que el uso de estrategias que involucre al docente y permita la participación continua de los estudiantes favorece en el mejoramiento de los procedimientos de suma y resta y en la resolución de problemas, en general, la intervención de este investigador permitió transformar el desempeño académico de los estudiantes.

Cabe destacar la aplicación de estrategias diferencias en el beneficio que trae para fortalecer la habilidad del pensamiento numérico, evidencia de esto es el estudio desarrollado por Elizalde y Victoria (2016), en el que concluyen que la aplicación de estrategias activas, entre ellas el juego y la dinámica “son valiosos instrumentos de enseñanza aprendizaje que contribuyen al desarrollo de destreza de los estudiantes porque promueven la integración del grupo, la

interacción permanente y el incremento de su rendimiento” (p. 15), en general “se logró un crecimiento considerable en el desarrollo del pensamiento lógico matemático en los niños de quinto año” (p. 63).

Un último estudio que se tiene en cuenta es el elaborado por Vasuki y Aloha (2005), que demostraron la efectividad del entrenamiento con el ábaco en niños de entre 8 y 12 años de edad, ya que se evidenciaron mejoras en siete habilidades cognitivas (concentración, resolución de problemas, memoria asociativa, memoria operativa, formación de conceptos, creatividad y habilidad para crear imágenes mentales y resolver cálculos), además de mejorar el rendimiento académico e incrementar la velocidad y precisión de cálculo.

Desde el análisis realizado en el estado del arte de la presente investigación, se puede establecer que el estudio profundo de los sistemas numéricos puede desarrollar habilidades para comprender los números, usarlos en métodos cualitativos o cuantitativos, realizar estimaciones y aproximaciones, y en general, para poder utilizarlos como herramientas de comunicación, procesamiento e interpretación de la información en contexto, con el fin de fijar posturas críticas frente a ella, y así participar activamente en la toma de decisiones relevantes para su vida personal o en comunidad. Pero además también es notoria la importancia de elegir una estrategia adecuada para potenciar y fortalecer el desarrollo del pensamiento numérico que traiga consigo la consecución de mejores desempeños académicos por parte de los estudiantes.

1.5 Justificación del problema

El aprendizaje de las matemáticas en sus conceptos básicos no es solo una tarea de niños, niñas y jóvenes en la escuela, es también, una tarea de cualquier persona que desee comprender cómo funcionan muchas de las cosas que los rodean. Aprender matemáticas, tener conocimientos y saberes específicos de esta área, permite y sirve en la vida diaria para clasificar, ordenar, y agrupar, entre muchas otras habilidades. Las matemáticas ofrecen una ayuda fundamental para comprender fenómenos naturales, para escribir la historia, para comunicarnos, y especialmente para crear elementos que nos hagan la vida más fácil y amena (Corbalán, 1995).

Hoy en día, en el ámbito educativo, el proceso de enseñanza de las matemáticas recae principalmente sobre los docentes del área. Por esta razón, el maestro que enseña a pensar a través de los números debe recurrir a infinidad de estrategias para que dicho proceso sea exitoso, o al menos, para garantizar que los estudiantes alcancen unas competencias básicas (Corbalán, 1995). El reto entonces, para el maestro que día a día transita en el aula, es proponer, crear y construir estrategias y ambientes de aprendizaje que permitan una mejor comprensión de las matemáticas y de su utilidad en el cotidiano.

En este punto, estudiar y desarrollar estrategias para mejorar el desempeño en el cálculo mental es importante porque permite reforzar el pensamiento numérico, hace que este se adquiera gradualmente, que vaya evolucionando en la medida en que los estudiantes tengan la oportunidad de pensar en los números, tengan la posibilidad de usarlos en contextos significativos y tengan la habilidad de operar con ellos.

El pensamiento numérico se puede manifestar de diversas maneras, de acuerdo con el proceso desarrollado en el pensamiento matemático, en la articulación con otras áreas de conocimiento o saberes del ser humano. En todo caso, es fundamental la forma como los estudiantes contextualizan la información, la escogen, la desarrollan y la usan en sus métodos de cálculo, incluyendo en este proceso el cálculo escrito, el cálculo mental, las calculadoras y la estimación, pues el pensamiento numérico juega un papel muy importante en el uso de cada uno de estos métodos (MEN, 1998, p. 26).

Consecuente con lo anterior, Gómez (1994) encuentra en consultas a otros expertos que el cálculo mental incluido en los currículos permite que los estudiantes avancen en los procesos de aprendizaje ya que este sirve para fortalecer la comprensión del valor de posición, para contrastar, para analizar situaciones numéricas y para trabajar la transición de la aritmética al álgebra.

Comúnmente el proceso y trabajo desarrollado con las operaciones básicas en la escuela se ha limitado a que los niños adquieran destrezas o habilidades en las rutinas de cálculo escrito, es decir; con lápiz y papel, y a través de algoritmos matemáticos formales, antes de saber aplicarlas en situaciones cotidianas y problemas prácticos, y que muchas veces no logran comprender, ni los conceptos que los fundamentan ni el significado de las operaciones (MEN, 1998, p. 34).

Finalmente, teniendo en cuenta lo anterior, se hace necesario implementar múltiples estrategias didácticas en las aulas del programa para fortalecer y potenciar en los estudiantes el

desarrollo de habilidades de pensamiento numérico, lo cual en alguna medida debe favorecer el proceso académico, formativo y actitudinal de los escolares.

2. MARCO DE REFERENCIA

2.1 Pensamiento numérico

Desde los lineamientos curriculares indicados por el MEN (1998) para el área de matemáticas se promueve en la articulación de los currículos escolares el desarrollo del pensamiento numérico, ya que este es el nuevo énfasis sobre el cual debe realizarse el estudio de los Sistemas Numéricos. Al respecto McIntosh (1992, en MEN, 1998) explica este concepto y afirma que:

el pensamiento numérico se refiere a la comprensión general que tiene una persona sobre los números y las operaciones junto con la habilidad y la inclinación a usar esta comprensión en formas flexibles para hacer juicios matemáticos y para desarrollar estrategias útiles al manejar números y operaciones (p. 26).

El pensamiento numérico se ocupa de los fenómenos de enseñanza, aprendizaje y comunicación de conceptos numéricos y estudia los diferentes procesos cognitivos y culturales con que los seres humanos asignan y comparten significados utilizando diferentes estructuras numéricas (Rico y Castro, 1995).

Así se refleja una inclinación y una habilidad para usar números y métodos cuantitativos como medios para comunicar, procesar e interpretar información, y se crea la expectativa de que los números son útiles y de que las matemáticas tienen una cierta regularidad (MEN, 1998).

2.1.1 Aspectos que involucra el pensamiento numérico

En esta propuesta se habla del pensamiento numérico como un concepto más general que sentido numérico, el cual incluye no sólo este, sino el sentido operacional, las habilidades y destrezas numéricas, las comparaciones, las estimaciones, los órdenes de magnitud, etcétera (MEN, 1998).

Otras situaciones que involucran el desarrollo del pensamiento numérico hacen referencia a la comprensión del significado de los números, a sus diferentes interpretaciones y representaciones, a la utilización de su poder descriptivo, al reconocimiento del valor (tamaño) absoluto y relativo de los números, a la apreciación del efecto de las distintas operaciones, al desarrollo de puntos de referencia para considerar números (MEN, 1998).

Más en particular el pensamiento numérico se interesa por la elaboración, codificación y comunicación de sistemas simbólicos con los cuales expresar conceptos y relaciones de una estructura numérica, organización sistematización y desarrollo de diferentes actividades cognitivas, y los modos de abordar e interpretar una variedad de cuestiones y problemas que admiten ser analizados mediante conceptos y procedimientos que forman parte de una estructura numérica (Castro, 1994, en Rico y Castro, 1995).

2.1.2 Ventajas del desarrollo de pensamiento numérico

Un indicador valioso del pensamiento numérico es la utilización de las operaciones y de los números en la formulación y resolución de problemas y la comprensión de la relación entre el

contexto del problema y el cálculo necesario, lo que da pistas para determinar si la solución debe ser exacta o aproximada y también si los resultados a la luz de los datos del problema son o no razonables (MEN, 1998).

2.1.3 Formas de desarrollar el pensamiento numérico

El pensamiento numérico se adquiere gradualmente, evoluciona en la medida en que los alumnos tienen la oportunidad de pensar en los números y de usarlos en contextos significativos, y se manifiesta de diversas maneras de acuerdo con el desarrollo del pensamiento matemático (MEN, 1998).

La invención de un algoritmo, su aplicación, hace énfasis en aspectos del pensamiento numérico tales como, la descomposición y la recomposición y la comprensión de propiedades numéricas. Cuando se usa un algoritmo ya sea utilizando papel y lápiz o calculadora, el pensamiento numérico es importante cuando se reflexiona sobre las respuestas. Evoluciona o se desarrolla a través de la experiencia escolar y extraescolar de los estudiantes derivada del contexto.

Ejemplos: El contexto mediante el cual se acercan los estudiantes a las matemáticas es un aspecto determinante para el desarrollo del pensamiento, por tanto, para la adquisición del sentido numérico es necesario proporcionar situaciones ricas y significativas para los alumnos.

Claramente, el pensamiento numérico es a veces determinado por el contexto en el cual las matemáticas evolucionan.

1. Por ejemplo, mientras un estudiante en la escuela no se incomoda porque 514 sea la suma de $26 + 38$, el mismo estudiante en una tienda puede exigir que se le revise la cuenta si tiene que pagar \$5140 por dos artículos cuyos precios son \$260 y \$380.
2. Para otro estudiante, resulta más fácil decir que en $1/2$ libra de queso hay más que en $1/4$ de libra, que determinar cuál es mayor entre $1/4$ y $1/2$.

2.1.4 Importancia del desarrollo del pensamiento numérico

Un aspecto importante del pensamiento numérico es la comparación con puntos de referencia, que se refiere al uso de puntos fijos comunes en nuestro sistema de numeración que son útiles para hacer juicios (MEN, 1998, p. 27).

El conocimiento de que los números se pueden representar de diferentes maneras, junto con el reconocimiento de que algunas representaciones son más útiles que otras en ciertas situaciones de resolución de problemas, es valioso y esencial para desarrollar pensamiento numérico (MEN, 1998, p. 27).

2.1.5 Aspectos básicos para el desarrollo del pensamiento numérico

Los siguientes son tres aspectos básicos, sobre los cuales hay acuerdo, que pueden ayudar a desarrollar, el pensamiento numérico de los niños y de las niñas a través del sistema de los números naturales, y a orientar el trabajo en el aula:

1. Comprensión de los números y de la numeración.

2. Comprensión del concepto de las operaciones.
3. Cálculos con números y aplicaciones de números y operaciones

A continuación, se realizar una breve descripción de cada uno de ellos dando algunos ejemplos de “competencias” o “comprensiones” que se espera que los alumnos muestren o utilicen (MEN, 1998).

2.1.5.1 Comprensión de los números y de la numeración

La comprensión de conceptos numéricos apropiados se puede iniciar con la construcción por parte de los alumnos de los significados de los números, a partir de sus experiencias en la vida cotidiana, y con la construcción de nuestro sistema de numeración teniendo como base actividades de contar, agrupar y el uso del valor posicional (MEN, 1998)

Significados de los números: los números tienen distintos significados para los niños de acuerdo con el contexto en el que se emplean. En la vida diaria se utilizan de distintas maneras, entre las cuales están las siguientes (Rico, 1987, en MEN, 1998):

- 1) Como secuencia verbal.
- 2) Para contar.
- 3) Para expresar una cantidad de objetos o como cardinal.
- 4) Para medir.
- 5) Para marcar una posición o como ordinal.
- 6) Como código o símbolo.
- 7) Como una tecla para pulsar

Comprensión significativa del sistema de numeración. La comprensión significativa del sistema de numeración, que incluya una apreciación de su estructura, su organización y su regularidad, es fundamental para comprender conceptos numéricos.

Se consideran tres actividades o destrezas que al reflexionar sobre ellas y relacionarlas, ayudan a los niños a comprender nuestro sistema de numeración, que son:

- Contar
- Agrupar
- Uso del valor posicional

2.1.5.2 Comprensión del concepto de las operaciones

Una parte importante del currículo de matemáticas en la educación básica primaria, se dedica a la comprensión del concepto de las operaciones fundamentales de adición, sustracción, multiplicación y división entre números naturales.

Los aspectos básicos que según varios investigadores (por ejemplo, NCTM, 1989; Dickson, 1991; Rico, 1987; McIntosh, 1992, en MEN, 1998) se pueden tener en cuenta para construir el significado de las diferentes operaciones y que pueden dar pautas para orientar el aprendizaje de cada operación, tienen que ver con:

- reconocer el significado de la operación en situaciones concretas, de las cuales emergen;
- reconocer los modelos más usuales y prácticos de las operaciones;

- comprender las propiedades matemáticas de las operaciones;
- comprender el efecto de cada operación y las relaciones entre operaciones.

2.1.5.3 Cálculos con números y aplicaciones de números y operaciones

La finalidad de los cálculos es la resolución de problemas. Por lo tanto, aunque el cálculo sea importante para las matemáticas y para la vida diaria, la era tecnológica en que vivimos nos obliga a replantear la forma en que se utiliza el cálculo hoy día. Hoy casi todos los cálculos complejos los hacen las calculadoras y los computadores. En muchas situaciones de la vida diaria, las respuestas se calculan mentalmente o basta con una estimación, y los algoritmos con lápiz y papel son útiles cuando el cálculo es razonablemente simple (NCTM, 1989, en MEN, 1998).

Tradicionalmente el trabajo con las operaciones en la escuela se ha limitado a que los niños adquieran destrezas en las rutinas de cálculo con lápiz y papel a través de los algoritmos formales, antes de saber aplicarlas en situaciones y problemas prácticos, muchas veces sin comprender ni los conceptos que los fundamentan ni el significado de las operaciones (MEN, 1998).

2.1.6 El pensamiento numérico en la escuela

La manera como se trabajan los números en la escuela contribuye o no a la adquisición del pensamiento numérico. Los estudiantes que son muy hábiles para efectuar cálculos con

algoritmos de lápiz y papel (éste es el indicador mediante el cual se mide con frecuencia el éxito en las matemáticas) pueden o no estar desarrollando este pensamiento.

Casos para analizar en la escuela:

- A. Cuando un estudiante de 6° grado dice que $3/4+5/6=8/10$, o un estudiante de 2° grado afirma que $40 - 36 = 16$, están intentando aplicar un algoritmo que han aprendido, pero no están manifestando pensamiento numérico.

En realidad, toda la importancia que en este momento se está dando al desarrollo del pensamiento numérico en la educación, es una reacción al énfasis tan grande que se le ha dado a los algoritmos para efectuar cálculos, los cuales se tratan a veces de una forma mecánica sin considerar la comprensión de los conceptos que los fundamentan (MEN, 1998).

2.2 Estrategias cognitivas

Román y Carbonero (2002, en Carbonero y Navarro, 2006) plantean que, entre las causas de los reiterados fracasos de los alumnos, está la deficiente utilización de estrategias cognitivas y metacognitivas; por lo que resulta necesario que la instrucción matemática incluya estrategias para analizar o resolver conflictos, razonamiento inductivo e intuitivo, entre otros.

Al respecto Olmedo y Curotto (1998), consideran que las estrategias cognitivas son procesos por medio de los cuales se obtiene conocimiento y las estrategias metacognitivas son conocimiento sobre los procesos de cognición o auto administración del aprendizaje por medio del planeamiento, monitoreo y evaluación. El proceso metacognitivo hace que el estudiante

reflexione sobre su propio aprendizaje, lo que favorece la consecución del mismo, pues se hace consciente de lo que aprende y de lo que no (López, 2013).

El componente cognitivo son los procesos de pensamiento que se emplean para hacer el trabajo concreto del pensamiento, y el componente metacognitivo incluye la conciencia de los factores que afectan el pensamiento y el control que se tiene sobre esos factores (Gaskins y Elliot, 1999).

Cuestiones como las diferencias individuales, la interacción entre el profesor y cada uno de sus alumnos o entre los diferentes grupos de trabajo, el conocimiento y las características de los contenidos conceptuales, procedimentales o actitudinales en cada tarea concreta, o incluso los contenidos priorizados por un profesor, son absolutamente decisivas, no sólo en el tipo de aprendizaje que el alumno realiza, sino también en la actitud y la motivación de este alumno hacia la actividad escolar. Es importante conocer cómo el uso reflexivo de los procedimientos que se utilizan para realizar una determinada tarea supone la utilización de estrategias de aprendizaje (Monereo, Castelló, Clariana, Palma y Pérez, 1994).

Utilizar una estrategia, supone algo más que el conocimiento y la utilización de técnicas o procedimientos en la resolución de una tarea determinada, la utilización de estrategias requiere, de algún sistema que controle continuamente el desarrollo de los acontecimientos y decida, cuando sea preciso, qué conocimientos declarativos o procedimentales hay que recuperar y cómo se deben coordinar para resolver cada nueva coyuntura (Monereo, Castelló, Clariana, Palma y Pérez, 1994).

Dentro de las estrategias cognitivas también es importante resaltar la validez del error, de la equivocación en los procesos de construcción del conocimiento matemático y en la pretensión de formar a nuestros estudiantes en una actitud abierta y positiva hacia el conocimiento, los errores ofrecen una posibilidad metodológica muy importante, pues el error cometido por un estudiante brinda la posibilidad de animarlo a que busque, experimente, trabaje en la solución de problemas para que tenga una mejor comprensión del tema en cuestión (Ortiz, Orobio, Espinosa, Feria y García, 1998).

Entre las diferentes estrategias cognitivas en que enfatizará esta investigación se tienen;

- La reversibilidad Piagetiana.
- Las formas de representación.
- La realización verbal de las acciones.

2.2.1 Reversibilidad Piagetiana

Dentro de los principios que Piaget define para dar explicación a la forma de cómo el ser humano construye el conocimiento indica que la construcción del conocimiento es el fruto de una reconstrucción continua a través del intercambio entre el sujeto y el medio humano o físico. La inteligencia se construye y en la base de esta construcción está la acción. La inteligencia es entonces la forma más general de las operaciones del pensamiento, corresponde a una experiencia de tipo lógico entre el sujeto y la realidad y para su construcción es necesario el lenguaje. Lo que va a ser la llave de la inteligencia, es lo que Piaget denomina reversibilidad (Parrat-Dayán, 2012).

La reversibilidad designa las coordinaciones entre la acción directa y la que la anula, o sea la inversa, o entre la acción directa y la que la compensa, o sea la recíproca. Todas las operaciones del pensamiento son reversibles. La reversibilidad implica la posibilidad de volver al punto de partida (Parrat-Dayán, 2012).

Existe también la reversibilidad por reciprocidad. La operación recíproca no es la inversa. Ella no anula el resultado de la acción directa, sino que reconoce el resultado como de dos acciones que se compensan mutuamente (Parrat-Dayán, 2012). El pensamiento termina siendo el resultado de las acciones, porque el pensamiento es libre de anularlas o compensarlas sin necesidad de tocarlas y para llegar a la reversibilidad es necesario un largo y arduo trabajo cognitivo, producto de la actividad humana que se construye por la acción (Parrat-Dayán, 2012).

2.2.2 Formas de representación

Según Piaget la representación que el individuo hace de la realidad depende de instrumentos lógicos. Estos instrumentos organizan lo que percibimos y lo que creamos mentalmente (Parrat-Dayán, 2012).

Orientar la actividad de la clase hacia el ejercicio de la discusión sana, del debate con argumentos, lo mismo que hacia la escritura de conclusiones, opiniones o puntos de vista, escribiendo para los demás, son formas de representar el conocimiento que se va adquiriendo en un proceso de enseñanza aprendizaje (Ortiz, Orobio, Espinosa, Feria y García, 1998).

En la implementación de procesos de construcción de conocimiento matemático es necesario estimular el desarrollo de sistemas de pensamiento con el fin de comprender la realidad, la construcción de “lógicas” en niños y jóvenes debe estar orientada hacia la identificación de los elementos que constituyen una situación específica, el establecimiento de relaciones entre elementos, y realización de acciones (Ortiz, Orobio, Espinosa, Feria y García, 1998), lo que podría considerarse como formas de representación para llegar a un aprendizaje.

2.2.3 Realización verbal de las acciones

El desarrollo de conceptos está íntimamente relacionado con el desarrollo del lenguaje, a partir del lenguaje se reconoce la importancia de propiciar en las clases el accionar espontáneo y libre sobre objetos y hechos reales, empleando la lógica y el lenguaje propio se logra la orientación mental que conduce a la solución que sea requerida (Ortiz, Orobio, Espinosa, Feria y García, 1998).

En un desarrollo intelectual armónico se presenta primero una actuación o comportamiento concreto basado en la percepción de realidades a nivel situacional: en este contexto, las posibilidades de conocimiento del sujeto se ubican allí. La actuación o modo de comportamiento intelectual, que se presenta posteriormente, trasciende esta inmediatez y percibe cosas y fenómenos en sus generalidades. Si al interior de la clase se facilitan estos procesos, se irán logrando poco a poco fases de superación de la impresión directa y por lo tanto, progresivas subordinaciones del esquema mental ya no a situaciones concretas, sino a recodificaciones cada vez más elaboradas del campo perceptivo; y, lo que es más importante, se vivenciará

cotidianamente el diálogo consigo mismo, qué significa pensar y el uso del lenguaje en su acción recíproca con la elaboración de ideas o conceptos (Ortiz, Orobio, Espinosa, Feria y García, 1998).

Es necesario estimular el desarrollo del lenguaje como expresión y de comunicación. Después de desarrollar un ejercicio, resolver un problema, observar un gráfico o leer un texto, se debe lograr también paulatinamente la expresión oral y escrita de pensamientos a través de enunciados simples, para luego alcanzar niveles discursivos más elevados que permitan la formulación de reflexiones o puntos de vista, con el fin de llegar a argumentar y a escribir de forma objetiva para los demás (Ortiz, Orobio, Espinosa, Feria y García, 1998).

En conclusión, reconociendo la importancia de la relación entre lenguaje y matemáticas, se entiende por realización verbal de las acciones todo procedimiento que implique la comunicación oral de las acciones o comportamientos que se derivan del proceso de aprendizaje durante el desarrollo de contenidos en matemáticas.

2.3 Ábaco

2.3.1 Historia y Desarrollo del Ábaco

El hombre desde sus inicios ha tenido la necesidad de realizar cálculos numéricos. Esta situación lo llevó a resolver algunos problemas cotidianos y de intercambio comercial, en donde en un primer momento utilizaron los dedos o alguna parte del cuerpo para resolverlos, y

posteriormente se utilizaron objetos como piedras o alguna marca (rayas en un árbol) etc. para poder cuantificar. Más adelante, algunas culturas inventaron el ábaco, instrumento cuya existencia es antigua.

De acuerdo con Vasuki (2005), los primeros instrumentos que utilizó el ser humano para calcular fueron piedras, ramas, nudos y tallas. Posteriormente, estos primitivos elementos evolucionaron hasta llegar a la creación del ábaco; instrumento de cálculo utilizado en cuentas, deslizando a lo largo de una serie de barras fijas unas fichas con el fin de representar unidades, decenas, centenas, etc.

A pesar de su antigüedad, el ábaco es una herramienta que hoy en día sigue vigente por su utilidad y sus beneficios a la hora de realizar cálculos numéricos.

Vasuki (2005), señala que el ábaco se ha utilizado como instrumento de cálculo en países como China, Japón o Corea desde tiempo inmemoriales. En dichos países su uso no ha estado restringido al mundo de los negocios, sino que se ha extendido a otras áreas científicas tales como la trigonometría o la astronomía.

2.3.2 Tipos de ábacos

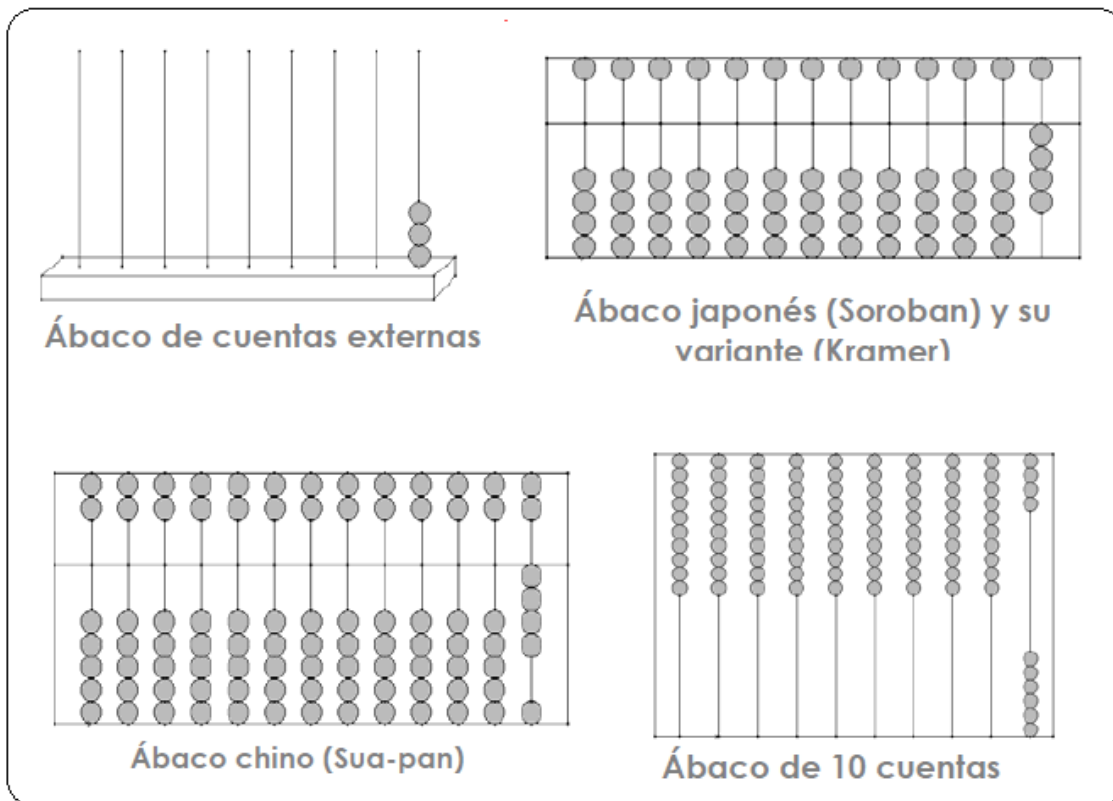
Desde la época prehispánica, en México, se contaba con los ábacos, los cuales eran llamados Nepohualzinzin, y a su vez permitían realizar cualquiera de las cuatro operaciones fundamentales. En nuestra época, el ábaco se sigue utilizando principalmente en países como China y Japón (Sánchez, 2005).

A pesar de los múltiples beneficios del ábaco para el aprendizaje inicial de las matemáticas, este es un instrumento poco usado en las escuelas públicas. Sin embargo, bien utilizado puede ayudar a los niños a la comprensión del sistema de numeración decimal, así como a efectuar algoritmos de cada una de las cuatro operaciones fundamentales (Sánchez, 2005).

En el caso de los ciegos, el ábaco resulta ser un instrumento muy útil para lograr la comprensión a que se ha hecho referencia; asimismo es una herramienta que le facilitará abordar algunos aspectos de uno de los ejes en que están organizados los contenidos de los programas para la educación primaria: “Los números sus relaciones y sus operaciones”.

Algunos de estos contenidos son: conteos, agrupamientos y desagrupamientos, lectura y escritura de números, valor posicional, antecesor y sucesor, comparación de números, algoritmos de las cuatro operaciones básicas, solución de problemas mediante el uso de algún algoritmo, números decimales, suma y resta de números decimales, descomposición de un número en sumando y en factores.

Existen ábacos de diferentes formas, tamaños, colores y disposiciones. Uno de los formatos más utilizados en la actualidad es el que presenta un tamaño medio y consta de una ficha en la parte superior y cuatro en la parte inferior, también conocido como “soroban”, (Vasuki, 2005). Para su utilización en el ámbito escolar, es necesario analizar y determinar aquél que conviene utilizar con los niños para cada grado escolar. Entre los más reconocidos están:



2.4 Extraedad

Partiendo de la contextualización y caracterización, que se realiza año a año, de los estudiantes en las diferentes escuelas del país, se pueden determinar que uno o un grupo de estudiantes se encuentran en extraedad, principalmente por condiciones asociadas al abandono escolar, a los conflictos sociales, a los desplazamientos forzados, y a la repitencia escolar entre otros.

En cualquier caso, la extraedad es considerada como una condición particular, y que en las aulas puede llegar a ser un factor diferencial para el desarrollo de las diferentes estrategias y didácticas implementadas por el docente.

De acuerdo con lo establecido por el MEN (1999), la extraedad puede presentarse en las escuelas cuando hay un desfase entre la edad promedio y el grado cursado, y que ocurre cuando un niño, joven o adolescente, tiene dos o tres años por encima de la edad promedio esperada para cursar un determinado grado. En ese mismo sentido, la Ley General de Educación plantea que la educación es obligatoria entre los 5 y 15 años de edad, desde transición a grado noveno. Es así, como, por ejemplo, en una escuela un estudiante de sexto grado se espera tenga entre 10 y 12 años, si tiene 13 o más, ya es considerado en condición de extraedad, lo cual en ocasiones es muy notorio, porque en muchos casos son niños más altos y más maduros con respecto a sus compañeros, lo cual puede afectar tanto el grupo donde sea incluido, como la autoestima del mismo estudiante.

3. DISEÑO METODOLÓGICO

3.1 Enfoque de investigación

Para el desarrollo de la presente investigación se elige el enfoque cualitativo, ya que “se enfoca a comprender y profundizar los fenómenos, explorándolos desde la perspectiva de los participantes en un ambiente natural y en relación con el contexto” (Hernández, Fernández y Baptista, 2010, p. 364), que es lo que se pretende realizar en el presente estudio. La investigación cualitativa se fundamenta en un papel interpretativo y centrado en el entendimiento de las acciones de seres humanos, su objetivo es interpretar lo que va captando activamente en una situación particular, es característica la interacción entre individuos, patrón que se sigue en la presente investigación, ya que es necesario el involucramiento del investigador con los participantes de la misma, con el fin de construir el conocimiento, toma en cuenta un punto de vista interno (desde los participantes) y mantiene una perspectiva analítica desde el observador (Hernández, Fernández y Baptista, 2010, p. 10).

3.2 Tipo de investigación

La presente investigación se desarrolló a través de la Investigación Acción (I-A); “herramienta metodológica para estudiar la realidad educativa, mejorar su comprensión y al mismo tiempo lograr su transformación” (Colmenares y Piñero, 2008, p. 2). La investigación – acción permite entender la enseñanza como un proceso de investigación, un proceso de continua búsqueda, que integra la reflexión y el análisis de las experiencias que se realizan (Bausela, 2004, p. 1). Objetivo al que apunta esta investigación, pues lo que se pretende es evidenciar los

cambios que se tienen en el interés y la motivación durante el desarrollo de habilidades de pensamiento numérico a partir de la utilización del ábaco, y verificar como incide en el mejoramiento del aprendizaje de las matemáticas. Para llevarla a cabo se siguen los pasos planteados en la misma: problematización, diagnóstico, planeación, ejecución–observación y reflexión–evaluación, a fin de obtener mejoras y transformaciones en el aspecto estudiado (Colmenares y Piñero, 2008, p. 14).

3.3 Población y muestra de la investigación

La investigación se desarrolló en un colegio oficial de la localidad octava; Kennedy. La población objeto de estudio comprende 50 estudiantes de ciclo III (grado 6° y 7°) del Colegio Distrital Paulo VI, del “Programa Volver a la Escuela” enmarcado en el modelo educativo flexible “Aceleración del Aprendizaje”, que comprende estudiantes en condición de extraedad, que oscilan entre los 14 y 17 años. La población estudio es no probabilística y se elige por conveniencia una muestra de 17 estudiantes, dada la facilidad del acceso a la misma, ya que el docente investigador tiene a cargo el grupo objeto de estudio, y dadas las características de la población en la que se evidencia la pérdida de interés, la falta de motivación y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas.

3.4 Categorías de análisis

Con el fin de organizar y tener el control de la investigación, se plantea una tabla organizacional en donde se encuentran relacionadas las categorías de análisis, las subcategorías y los indicadores. Pretendiendo con esto, observar la relación directa entre los contenidos

desarrollados en el marco teórico y el problema de investigación. Dicha tabla (N° 1) de categorías, se muestra a continuación:

CATEGORÍAS	SUBCATEGORÍAS	INDICADORES
Pensamiento numérico	1. Sentido numérico	Comprende el significado de los números en un sistema numérico.
	2. Comprensión de los números y de la numeración	Utiliza el ábaco para componer y descomponer números naturales.
	3. Comprensión del concepto de las operaciones	Reconoce los distintos significados que tienen los números de acuerdo con el contexto.
	4. Cálculos con números y aplicaciones de números y operaciones	Realiza operaciones de forma correcta para dar solución a una situación problema.
Estrategias cognitivas	1. Reversibilidad Piagetiana	<p>Emplea procesos cognitivos en la solución de ejercicios, para ello hace uso de la reversibilidad completa.</p> <p>Emplea procesos cognitivos en la solución de ejercicios, para ello hace uso de la reversibilidad incompleta.</p> <p>Maneja el ábaco adecuadamente, de tal manera que realiza reversibilidad en los números.</p>
	2. Sistema de representación	<p>Representación de forma espacial el trabajo de cambio de base con el ábaco.</p> <p>Representa con el ábaco el cambio de base de la forma espacio temporal.</p> <p>Representación fuera del espacio y el tiempo, el cambio de base y el sistema de valor posicional con el ábaco.</p> <p>Realiza representaciones de los números en un sistema de numeración de forma escrita y mediante el ábaco.</p>
	3. Representación concreta, pictórica y simbólica	<p>Representa de manera con el ábaco de forma concreta.</p> <p>Representa con el ábaco las operaciones de manera pictórica.</p> <p>Representa con el ábaco de manera de manera simbólica.</p> <p>Simboliza una operación o una estructura aditiva.</p>

Tabla N°1. Categorías y subcategorías de análisis

3.5 Instrumentos y recolección de información

Con el enfoque cualitativo, lo que se espera después de la intervención es obtener datos descriptivos a partir de una conducta observable en los participantes y a través de los cuales se demuestre una modificación en la misma. Entre las técnicas para recoger datos sugeridas desde este tipo de investigación se utilizan; registros, anotaciones, revisión de documentos, cuestionarios y entrevistas, a través de las cuales se pretende obtener datos de tipo cualitativo (Hernández, Fernández y Baptista, 2010, p. 9).

Al inicio de la intervención se diseñó una prueba diagnóstica, tipo cuestionario con 11 preguntas abiertas. Durante la intervención (desarrollo de la secuencia didáctica) se diligenció un diario de campo describiendo lo observado en los estudiantes, también se tomaron notas escritas y se realizaron grabaciones. Una vez recolectados todos los datos de la investigación, se procede a su transcripción en documento digital y su organización para el análisis de los mismos.

3.6 Validez

Para los instrumentos que se van a utilizar durante el proceso de investigación es necesario la validez que tengan, pues dependiendo de esta, los resultados obtenidos brindarán un nivel de confianza y serán significativos para la investigación. Los instrumentos que se diseñaron (prueba diagnóstica, prueba de salida y otros cuestionarios de la secuencia didáctica) fueron validados por la técnica de juicio de expertos, en el que participaron el asesor de la presente investigación y el docente investigador. Una vez realizado el juicio de expertos se procede a la implementación de los instrumentos en la población estudio.

3.7 Herramientas de análisis

Para el análisis y la interpretación de los datos se toma como referencia a Creswell (2012), quien sugiere seis pasos a tener en cuenta para el análisis de datos cualitativos, los cuales son: organización de los datos, codificación de los mismos, descripción de hallazgos, informar hallazgos, interpretar hallazgos y validar la exactitud de los hallazgos. Una vez se tengan los datos como resultados de la investigación, estos se organizaron a partir de la transcripción en documento digital y se procede a realizar su codificación para el análisis de los mismos.

3.8 Condiciones éticas

A través de la presente investigación se pretende transformar una realidad que en la actualidad no beneficia a la población estudio, ya que en los mismos se evidencia una falta de interés y motivación, así como dificultades en los aprendizajes que generan un bajo nivel académico en matemáticas. Dadas estas circunstancias se procedió a la elaboración una carta (Anexo 01) solicitando permiso a la institución para desarrollar el proyecto con alumnos de ciclo III del “Programa Volver a la Escuela” enmarcado en el modelo educativo flexible “Aceleración del Aprendizaje”, diligenciar un consentimiento informado (Anexo 02) por parte de los acudientes y responsables legales de los estudiantes y una autorización de uso de nombre, imagen, frases, declaraciones, Testimoniales y retrato fotográfico (Anexo 3). Estos documentos se elaboraron con el fin de garantizar el anonimato y seguridad al utilizar los datos con los cuales se pretende generar una serie de recomendaciones a tener en cuenta en el proceso de enseñanza de habilidades de pensamiento numérico para enriquecer los procesos de aprendizaje en las matemáticas ligados a la motivación e interés por los mismos. Con dichos consentimientos y

autorizaciones se certificó la utilización adecuada de los datos obtenidos con el único propósito de manipularlos para la presente investigación.

3.9 Unidad de análisis

La unidad de análisis para la presente investigación fue estructurada sobre el desarrollo del pensamiento numérico en estudiantes en condición extraedad. Dicha unidad, presenta las siguientes fases:

3.9.1 Fases del proceso investigativo

Para el desarrollo del proceso investigativo del presente trabajo académico se estructuraron tres fases, las cuales son: diagnóstica, de diseño y aplicación, y fase de análisis de resultados.

3.9.2 Fase diagnóstica

En esta fase el propósito fue identificar las fortalezas y debilidades que presentaban los estudiantes frente al desarrollo del pensamiento numérico, antes de implementar la estrategia didáctica. Para el cumplimiento de dicho propósito, se analizaron los siguientes aspectos:

✓ Presentación

Se realizó una prueba diagnóstica con 11 preguntas abiertas (Anexo 4) para evaluar fortalezas y debilidades del pensamiento numérico a los estudiantes de los dos grupos del ciclo 3 (grados 6° y 7°) del programa volver a la escuela del colegio Paulo VI, ubicado en la localidad de Kennedy en la ciudad de Bogotá D.C. En dicha prueba, se les dio la libertad a los estudiantes

para que respondieran de forma escrita y abierta las preguntas y los ejercicios propuestos, utilizando la estrategia que quisiera.

✓ **Instrumento de recolección de información**

El instrumento implementado para la recolección de información, fue una prueba escrita (Anexo 04), tipo cuestionario con preguntas abiertas (saber hacer), con la cual se pretendió diagnosticar las fortalezas y debilidades que presentaban los estudiantes en el desarrollo del pensamiento numérico. Adicionalmente, se usó como apoyo un diario de campo, el cual sirvió para ir escribiendo los comportamientos de los educandos y las diferentes inquietudes suscitadas a partir de las preguntas de la prueba.

✓ **Sistematización de la información**

Toda la información y los resultados de la prueba diagnóstica fueron sistematizados en un archivo de excel. En este, se incluyeron códigos para cada uno de los estudiantes, así como también, códigos para las respuestas, los cuales variaban entre 0 y 3, dependiendo si dichas respuestas estaban sin responder, si estaban incorrectas, si tenían parte de la respuesta correcta y si estaban completamente correctas.

Adicionalmente, dentro del proceso de sistematización se fueron identificando varias evidencias de aspectos que sirvieron para justificar las debilidades o dificultades de los estudiantes en competencias básicas del pensamiento numérico.

✓ **Resultados de la prueba diagnóstica**

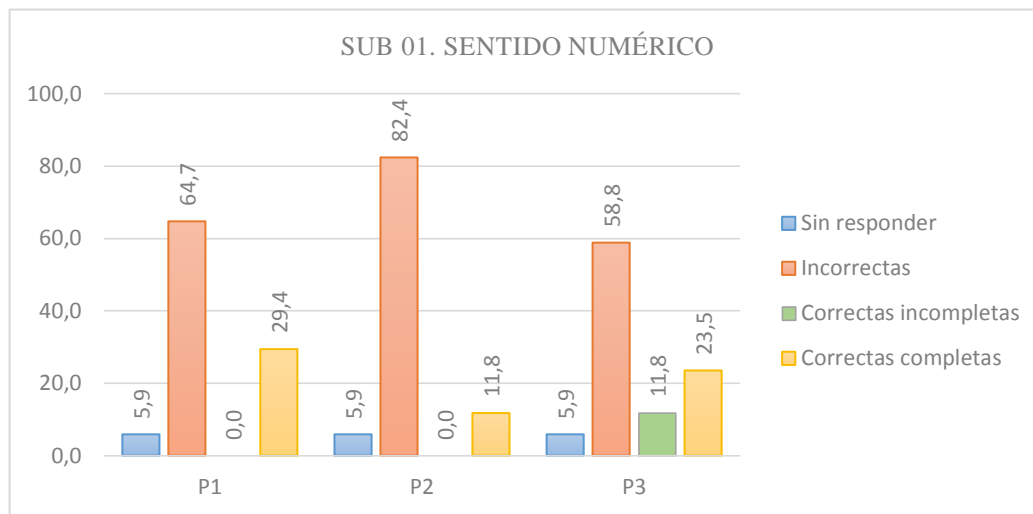
En la prueba diagnóstica, solo se realizaron preguntas para evaluar la categoría N° 01 concerniente al pensamiento numérico, ya que esta es la base de la investigación. A continuación, se encuentran varias gráficas donde se observan los datos tabulados de la prueba inicial, así como también, el análisis de los resultados obtenidos:

Categoría No 1. Pensamiento numérico

Para analizar los resultados generales de esta categoría, se hizo necesario exponer de manera particular los resultados encontrados en las cuatro subcategorías en la que esta se encuentra dividida. A continuación, se describen las particularidades de dicho análisis:

Subcategoría N° 01. Sentido numérico

En resumen, los resultados encontrados en la prueba diagnóstica para la subcategoría 01, muestran que la mayoría de los estudiantes presentan dificultad al responder preguntas asociadas a la adquisición del pensamiento numérico. En este caso, las respuestas incorrectas representan un mayor porcentaje en comparación con las respuestas correctas. En la gráfica N° 01, que se muestra a continuación, se observan las respuestas de las tres primeras preguntas, y los porcentajes correspondientes.



Gráfica N° 1. Resultados de prueba diagnóstica, subcategoría 1

En general, los resultados de la prueba diagnóstica, arrojan que los estudiantes presentan dificultad en el desarrollo del sentido numérico, tal como se muestra en las imágenes 1 y 2, ya que, se puede visualizar que no hay una comprensión de los números ni una relación de estos con situaciones cotidianas, lo cual implica e incide, a largo plazo en el desarrollo del pensamiento numérico de acuerdo con lo planteado por Luis Rico Romero.

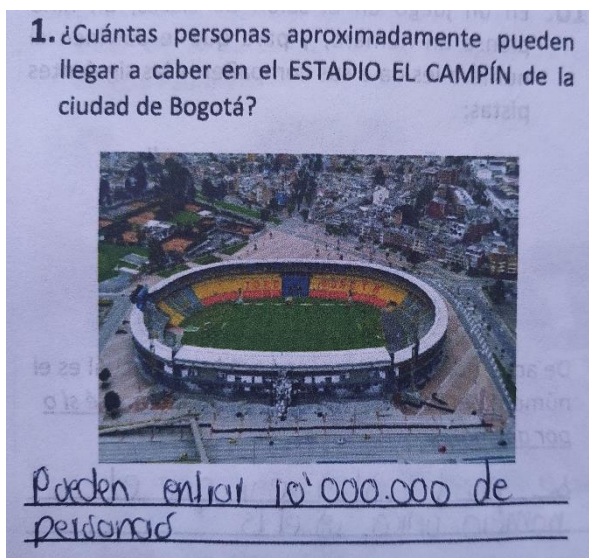


Imagen N° 1

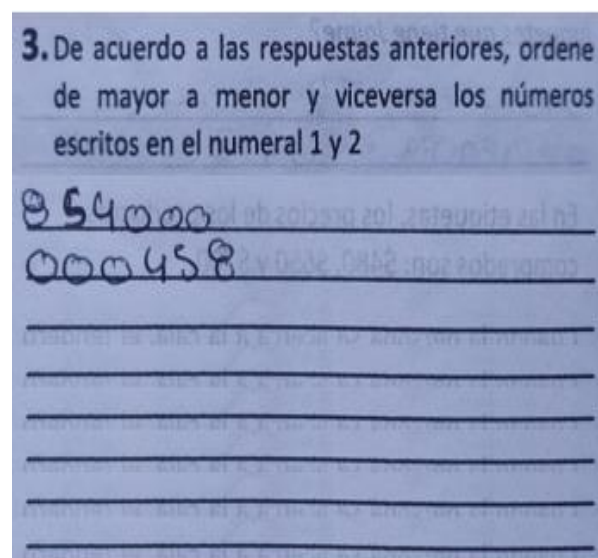
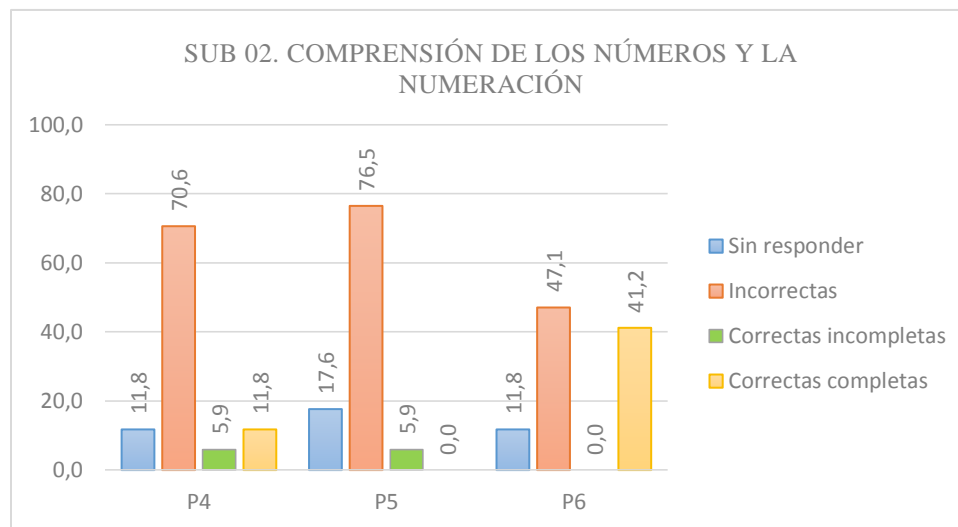


Imagen N° 2

Subcategoría N° 02. Comprensión de los números y la numeración

Los resultados encontrados en la prueba diagnóstica para la subcategoría 02, indican que la gran mayoría de los estudiantes presentan dificultad en la comprensión de los números, más puntualmente en lo concerniente a al valor posicional de un número en el sistema de numeración decimal, y en la forma de hacer agrupamientos, esto último puede ser una causa de las dificultades y poca comprensión de la operación de división.

En la gráfica N° 02, la cual se muestra a continuación se pueden observar los porcentajes favorables y desfavorables encontrados en las respuestas de los estudiantes:



Gráfica N° 2. Resultados de prueba diagnóstica, subcategoría 2

Adicionalmente, algunas de las respuestas de los estudiantes (imágenes 3 y 4), permiten evidenciar que hay debilidades que pueden ser muy serias a la hora de comprender contextos numéricos que impliquen conceptos aritméticos básicos, dificultad que los puede llevar a no solucionar problemas cotidianos de manera correcta.

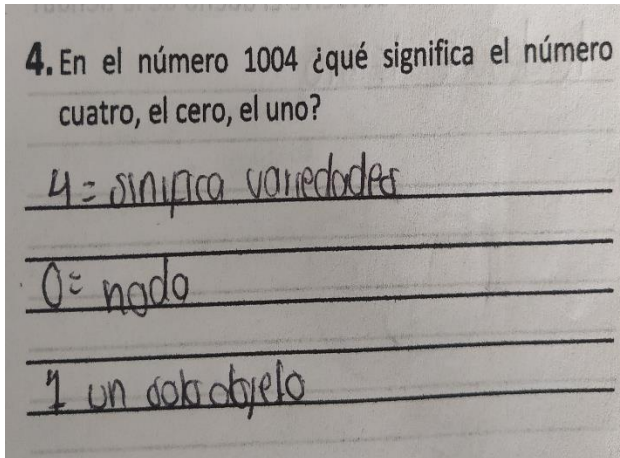


Imagen N° 3

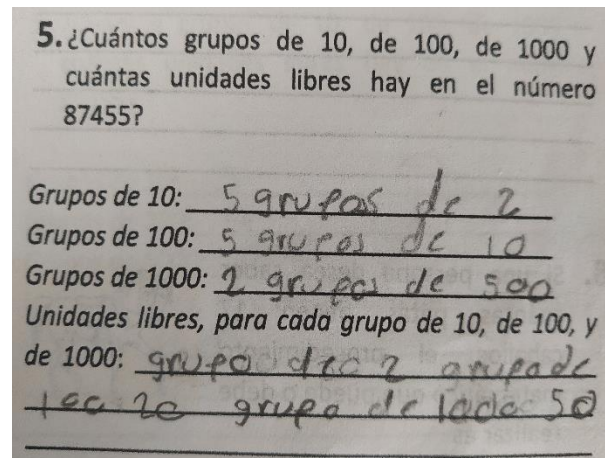
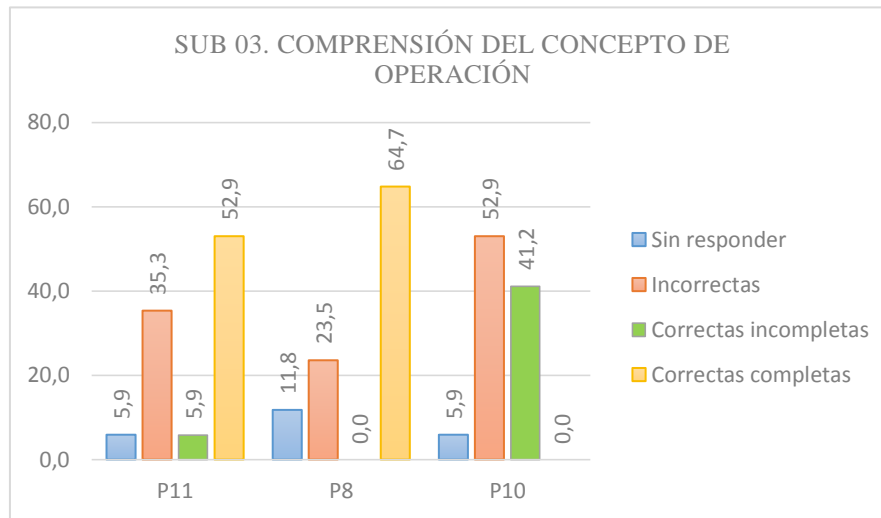


Imagen N° 4

Subcategoría N° 3. Comprensión del concepto de operación

En resumen, los resultados encontrados en la prueba diagnóstica para la subcategoría 03, indican, que, para las preguntas 8 y 11, hay un porcentaje favorable, lo que indica que la mayoría de los estudiantes respondieron correctamente, probablemente porque saben realizar los algoritmos solicitados, aunque si se observa la gráfica N° 3, el porcentaje de respuestas incorrectas es muy alto, lo que claramente señala una dificultad, y que, de acuerdo con NCTM, 1989; Dickson, 1991; Rico, 1987 y McIntosh, 1992, en MEN (1998), pueden presentarse porque el estudiante no sabe reconocer el significado de la operación en situaciones concretas, de las cuales emergen, no reconoce los modelos más usuales y prácticos de las operaciones, y no logra comprender las propiedades matemáticas de las operaciones. Debilidades, que son aún más preocupantes, si en los niños, después haber realizado todo un proceso para el aprendizaje de las matemáticas en la educación básica primaria, todavía persisten dificultades con operaciones básicas, lo que probablemente se convierta en una de las causas de la apatía de muchos niños hacia el aprendizaje de los números, como también del fracaso escolar.



Gráfica N° 3. Resultados de prueba diagnóstica, subcategoría 3

En las imágenes 5 y 6, se pueden observar algunas de las respuestas de los estudiantes, lo cual dejar entrever algunas de las debilidades descritas anteriormente.

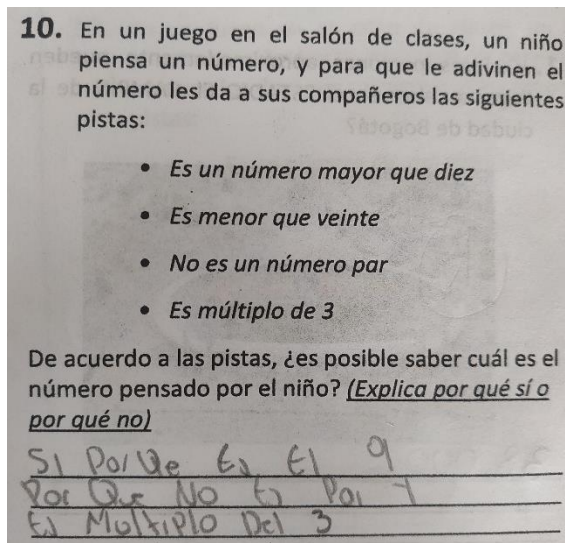


Imagen N° 5

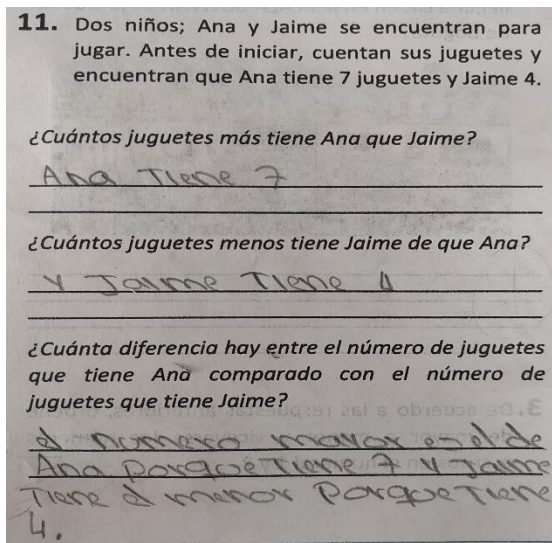
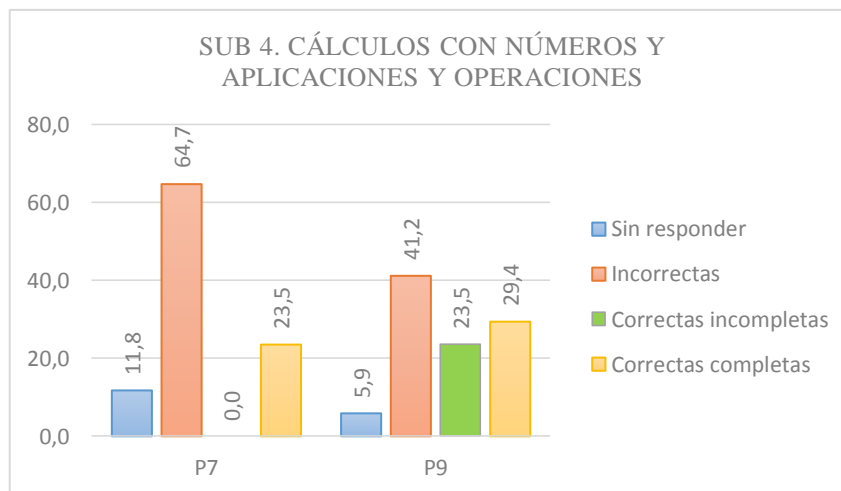


Imagen N° 6

Subcategoría N° 4. Cálculos con números y aplicaciones y operaciones

Los resultados encontrados en la prueba diagnóstica para la subcategoría 4 (gráfica N° 4), indican que, para las preguntas que se realizaron con el fin de evaluar el cálculo con números y


aplicaciones, el porcentaje de respuestas incorrectas es superior a los porcentajes de respuestas correctas. Es decir, que los estudiantes presentan mayores dificultades en este aspecto comparado con las subcategorías anteriores. Debilidades que pueden presentarse, debido a que los estudiantes no saben calcular ni dar solución a problemas cotidianos que impliquen contextos numéricos, no ven la importancia de realizar estimaciones numéricas en las operaciones básicas que las requieran, y probablemente, y de acuerdo con el MEN (1998), porque se observa que tradicionalmente el trabajo con las operaciones en la escuela se ha limitado a que los niños adquieran destrezas en las rutinas de cálculo con lápiz y papel a través de los algoritmos formales, antes de saber aplicarlas en situaciones y problemas prácticos, muchas veces sin comprender ni los conceptos que los fundamentan ni el significado de las operaciones.



Gráfica N° 4. Resultados de prueba diagnóstica, subcategoría 4

A continuación, en las imágenes 7 y 8, se observan algunas de las respuestas escritas por los estudiantes a las situaciones problema planteadas en la prueba diagnóstica, lo que permite concluir, que el desarrollar algoritmos repetitivos en la escuela, no conlleva a la aplicación correcta de los mismos en la vida diaria, y más aún, cuando hoy en día los cálculos numéricos más complejos los hacen mediante el uso de las calculadoras de los celulares, y mediante el uso de aplicaciones.

7. Una persona entra a una tienda y compra tres productos.



En las etiquetas, los precios de los productos comprados son: \$480, \$650 y \$700.

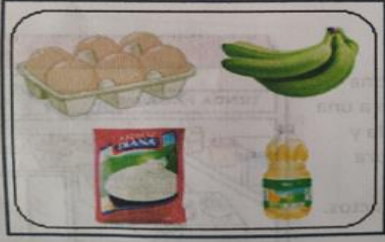
Cuando la persona se acerca a la caja, el tendero le informa que el precio total a pagar es \$5.490

Si la persona paga con un billete de \$20.000 ¿cuánto dinero le devuelve el dueño de la tienda?

2.740 Pesos sobran

Imagen N° 7

9. A un niño, la mamá lo envía a comprar \$3.000 en huevos, \$2.800 en arroz, \$1.500 en plátanos y \$800 en aceite.



Si la mamá le da un billete de \$5.000, se puede afirmar que

Si la mamá le da un billete de 5.000 se puede afirmar que no le alcanza al niño para comprar los productos deseados porque el costo es de 7.600 en total.

Imagen N° 8

Finalmente, es importante indicar que, a pesar de los resultados de la prueba diagnóstica, los cuales no dejan ver un buen panorama del aprendizaje de las matemáticas en la escuela, la implementación de estrategias innovadoras, el uso de recursos didácticos, y el uso de la tecnología en el aula, pueden llegar a ser unas de las soluciones a muchas de las debilidades

encontradas en los aspectos básicos que se requieren para desarrollar pensamiento numérico, y que no solo sirven para avanzar de curso en la escuela, sino para la vida misma.

3.9.3 Fase de diseño y aplicación

En esta etapa el propósito fue diseñar una secuencia o unidad didáctica partiendo de las fortalezas y dificultades identificadas en la fase anterior (fase diagnóstica) con el fin de permitir el desarrollo del pensamiento numérico en los estudiantes objeto de la investigación.

✓ Hipótesis de intervención

Potenciar la comprensión del sistema de numeración decimal de numeración, y a su vez, el desarrollo de algoritmos en cada una de las cuatro operaciones fundamentales.

✓ Fases de la intervención

El propósito de la intervención pedagógica fue; en primer lugar, la creación de un espacio lúdico que permitiera a través de material concreto (juego del ábaco) el fortalecimiento de conceptos concernientes al sistema conceptual de los números naturales, y en segundo, evaluar la incidencia del ábaco en el desarrollo del pensamiento numérico en estudiantes en condición de extraedad.

Durante el proceso de intervención, se trabajó con 50 estudiantes en condición de extraedad del ciclo 3 (grados 6° y 7°), con edades entre los 14 y 17 años, del Programa Volver a la Escuela del colegio Distrital Paulo VI de la jornada tarde. De estos, fueron seleccionados 17 estudiantes los cuales conformaron los casos de estudio, y de los cuales se obtuvieron los datos y

resultados que permitieron evidenciar la incidencia de la intervención pedagógica en la presente investigación.

Todo el proceso de intervención en el aula se desarrolló en 10 sesiones de trabajo. En cada sesión, se pretendió atender las dificultades encontradas en la prueba diagnóstica, y a su vez, potenciar las fortalezas identificadas en la misma. Dicha intervención, fue estructurada partiendo de los lineamientos curriculares del MEN (1998), principalmente sobre tres aspectos básicos en los cuales hay acuerdo, ya que permiten ayudar al desarrollo del pensamiento numérico en los niños y en las niñas a través del sistema de los números naturales, así como también, a orientar el trabajo en el aula.

En la tabla N° 2, que se muestra a continuación, se pueden observar las actividades, recursos y organización general establecida como ruta de trabajo:

ACTIVIDADES PROPUESTAS PARA LA INTERVENCIÓN PEDAGÓGICA							
CATEGORÍA	SUBCATEGORÍAS	N°	ACTIVIDAD	OBJETIVO	RECURSOS	TIEMPO	TÉCNICA DE RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN
JUEGO	APRESTAMIENTO CON EL ÁBACO	1	Ábaco impreso	Manipular material concreto para construir el concepto de base, elemento esencial de la estructura de los diferentes sistemas de numeración, en particular del sistema decimal de numeración, y así desarrollar en los estudiantes la realización verbal de la acción, una reversibilidad completa del proceso, y la representación gráfica del juego.	<ul style="list-style-type: none"> • Hoja impresa a color y granos de frijol • Guía con ejercicios 	2 horas	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Instrumento - guía de trabajo en clase ✓ Diario de campo del docente ✓ Fotos al grupo de estudiantes ✓ Entrevistas
		2	Ábaco vertical	Identificar: unidades, decenas, centenas, elementos clave de la conceptualización de valor posicional en el sistema decimal de numeración.	<ul style="list-style-type: none"> • Ábaco y fichas de colores • Guía con ejercicios 	2 horas	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Guía de trabajo en clase ✓ Diario de campo del docente ✓ Fotos al grupo de estudiantes ✓ Entrevistas

ACTIVIDADES PROPUESTAS PARA LA INTERVENCIÓN PEDAGÓGICA							
CATEGORÍA	SUBCATEGORÍAS	Nº	ACTIVIDAD	OBJETIVO	RECURSOS	TIEMPO	TÉCNICA DE RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN
PENSAMIENTO NUMÉRICO	SUB1. SENTIDO NUMÉRICO	3	Sentido Numérico	Comprender las características de un universo numérico, y a su vez, ordenarlo y secuenciarlo coherentemente.	<ul style="list-style-type: none"> Ábaco impreso, ábaco vertical, granos de frijol y fichas de colores Guía con ejercicios 	2 horas	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Guía de trabajo en clase ✓ Diario de campo del docente ✓ Fotos al grupo de estudiantes ✓ Entrevistas
	SUB 2. COMPRESIÓN DE LOS NÚMEROS Y LA NUMERACIÓN	4	Comprensión de los números y la numeración	Fortalecer en concepto de valor posicional y comprender el significado del cero en una cantidad numérica, así como también, realizar agrupamientos de dos, cuatro, seis, etc.	<ul style="list-style-type: none"> Ábaco impreso, ábaco vertical, granos de frijol y fichas de colores Guía con ejercicios 	2 horas	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Guía de trabajo en clase ✓ Diario de campo del docente ✓ Fotos al grupo de estudiantes ✓ Entrevistas
	SUB 3. COMPRESIÓN DEL CONCEPTO DE OPERACIÓN	5	Comprensión del concepto de operación	Comprender el significado de las operaciones, principalmente la suma y la resta a través de diferentes estrategias.	<ul style="list-style-type: none"> Ábaco impreso, ábaco vertical, granos de frijol y fichas de colores Guía con ejercicios 	2 horas	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Guía de trabajo en clase ✓ Diario de campo del docente ✓ Fotos al grupo de estudiantes ✓ Entrevistas
	SUB 4. CÁLCULOS CON NÚMEROS Y APLICACIONES Y OPERACIONES	6	Cálculos con números y aplicaciones y operaciones	Estimar lo más preciso posible el resultado de una operación, para posteriormente realizar los cálculos correspondientes de forma correcta.	<ul style="list-style-type: none"> Ábaco y fichas de colores Guía con ejercicios 	2 horas	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Guía de trabajo en clase ✓ Diario de campo del docente ✓ Fotos al grupo de estudiantes ✓ Entrevistas
ESTRATEGIAS COGNITIVAS	SUB 1. REALIZACIÓN VERBAL DE LA ACCIÓN	7	Realización verbal de la acción	Describir de forma oral y escrita el proceso llevado a cabo en cada uno de los ejercicios propuestos.	<ul style="list-style-type: none"> Ábaco impreso, ábaco vertical, granos de frijol y fichas de colores Guía con ejercicios 	2 horas	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Guía de trabajo en clase ✓ Diario de campo del docente ✓ Fotos al grupo de estudiantes ✓ Entrevistas
	SUB 2. REVERSIBILIDAD COMPLETA	8 9	Reversibilidad completa	Identificar y realizar el proceso de reversibilidad completa en los sistemas de numeración estudiados, principalmente en el sistema de base 10	<ul style="list-style-type: none"> Ábaco impreso, ábaco vertical, granos de frijol y fichas de colores Guía con ejercicios 	4 horas	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Guía de trabajo en clase ✓ Diario de campo del docente ✓ Fotos al grupo de estudiantes ✓ Entrevistas
	SUB 3. SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN	10	Representación concreta, pictórica y simbólica	Representar gráficamente cualquier cantidad numérica, y a partir del juego, indicar en el papel mediante dibujos el proceso desarrollado.	<ul style="list-style-type: none"> Ábaco impreso, ábaco vertical, granos de frijol y fichas de colores Guía con ejercicios 	2 horas	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Guía de trabajo en clase ✓ Diario de campo del docente ✓ Fotos al grupo de estudiantes ✓ Entrevistas
	ACTIVIDAD DE CIERRE	11	Prueba de salida	Presentar una prueba final que involucre procesos de pensamiento numérico desarrollados durante la intervención pedagógica.	<ul style="list-style-type: none"> Prueba escrita 	2 horas	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Prueba escrita diligenciada por los estudiantes

Tabla N° 2. Programación de sesiones de trabajo durante la intervención

A partir de la propuesta de intervención (tabla N° 2), se construyeron ocho instrumentos (Anexos del 5 al 12) desde de la “*estrategia didáctica: el juego del ábaco*”, desarrollada por Ortiz, Orobio, Espinosa, Feria y García (1998), los cuales sirvieron como guías de trabajo para los estudiantes, permitiéndoles encontrar de manera individual, y de acuerdo con las indicaciones descritas en el material, la solución o resultados de los ejercicios propuestos. Todo, este proceso utilizando y manipulando el ábaco.

Además de los instrumentos utilizados en el desarrollo de la intervención, se realizó también, un trabajo de observación constante para lo cual se diligenció un diario de campo, en este se describieron situaciones particulares, comportamientos y actitudes que los estudiantes reflejaban en los momentos de trabajo con los materiales propuestos.

Dentro del proceso de intervención, se realizaron varias etapas que fueron importantes para el apropiamiento de los conceptos implicados y de las reglas del juego del ábaco, así como también, de la responsabilidad y compromiso con el trabajo propuesto para unas posibles mejoras en el aprendizaje de las matemáticas.

En el primer momento se propuso el aprestamiento con el material didáctico, en este caso, lo más importante fue la manipulación del juego del ábaco, el conocimiento de las reglas y las formas de resolver los ejercicios propuestos. En el ábaco impreso (Imagen N° 9), y utilizando los granos de frijol, cada estudiante colocaba una cantidad específica en la primera casilla (enumeradas del 1 al 6 de derecha a izquierda como en los ábacos tradicionales haciendo referencia al valor posicional; unidades, decenas, centenas, etc.), y en esta, realizaba agrupamientos de dos, de tres,

de cuatro según fuera indicado para posteriormente ir trasladando de la casilla uno a la dos, y así sucesivamente, una ficha de cada grupo y sacando las compañeras del ábaco.

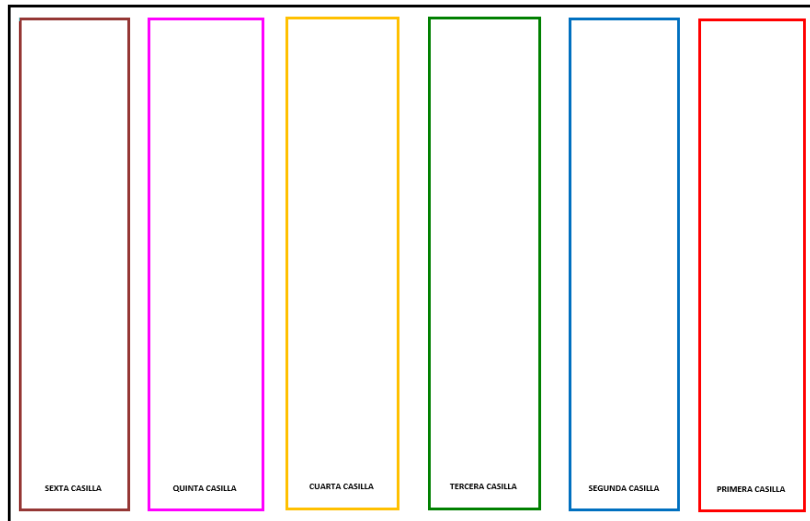


Imagen N° 9. Diseño de ábaco para imprimir

Adicionalmente, antes de realizar las actividades en el ábaco, se utilizaron los granos de frijol para hacer estimaciones de las cantidades que tenían. A su vez, se realizaron conteos y agrupamientos según indicaran los ejercicios, así como también, los traslados de una casilla a otra según las reglas establecidas. El otro diseño de ábaco utilizado durante el proceso de intervención pedagógica, fue el llamado ábaco vertical o ábaco abierto (Imagen N° 10), en el cual, los estudiantes realizaron los ejercicios teniendo presente las reglas del sistema decimal de numeración.



Imagen N° 10. Ábaco vertical

Luego de todo el proceso de intervención, se procedió a la sistematización de la información, la cual inició con el desarrollo y diligenciamiento por parte de los estudiantes de los 8 instrumentos propuestos en las actividades, en seguida, se llevó a cabo la revisión detallada de cada uno de los ejercicios resueltos por los participantes, y posteriormente se realizó la digitalización de los resultados encontrados en una matriz de excel, en la cual se tabularon todos los datos de los estudiantes, por ejercicio resuelto, por categorías y por subcategorías.

Finalmente, y luego de culminada la fase de intervención, se aplicó una prueba de salida con la cual se pretendió evaluar la incidencia de la propuesta pedagógica, pero principalmente evaluar la incidencia del ábaco en el desarrollo del pensamiento numérico en estudiantes en condición de extraedad.

3.9.4 Fase de análisis y evaluación

En esta última fase, el propósito fue evaluar, a partir de una prueba de salida (Anexo 13), y de la triangulación de la información, los resultados, los hallazgos y los comportamientos de los estudiantes, y de esa manera poder establecer y escribir las conclusiones, recomendaciones y limitaciones de la investigación. Todo este proceso, se describe en el capítulo IV, el cual sigue a continuación.

4. ANÁLISIS Y RESULTADOS

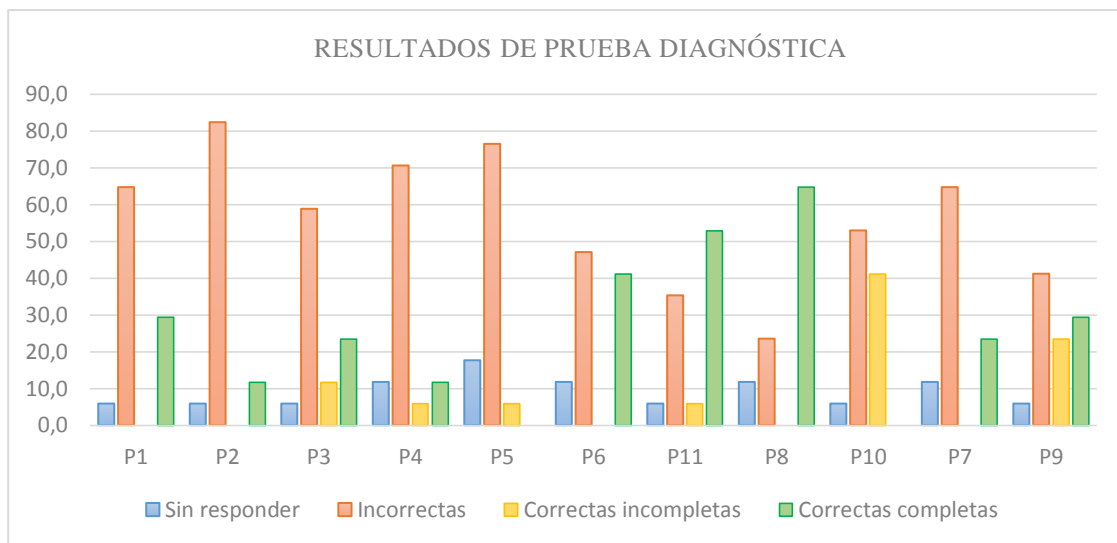
En esta etapa se realizó unos de los procesos más importantes de la investigación, el cual corresponde a la lectura e interpretación de la información y de los datos recolectados. Como resultado de dicho proceso, se describen los resultados obtenidos y el análisis de los hallazgos a la luz del problema planteado, de los objetivos y de las categorías propuestas.

Inicialmente se organizó la información recolectada; correspondiente a la prueba diagnóstica, a los instrumentos (guías de trabajo) desarrollados y diligenciados por los estudiantes, a la prueba de salida y al diario de campo, en unas carpetas físicas. Se le dio un orden cronológico el cual permitió ir realizando el ejercicio de tabulación y digitalización de los datos en un documento de excel.

4.1 Análisis general de los resultados encontrados en la prueba diagnóstica

Lo primero que se analizó fue la prueba diagnóstica, la cual se elaboró con el fin de evaluar las fortalezas y las debilidades de los estudiantes frente al desarrollo del pensamiento numérico (base fundamental de la investigación). A partir de los datos sistematizados y codificados, se concluyó que los estudiantes presentaban muchas dificultades en aspectos claves para el desarrollo del pensamiento numérico. Principalmente, y de acuerdo con el MEN (1998), en tres aspectos importantes que podrían ayudar a los niño y niñas en la escuela; la comprensión de los números y de la numeración, la comprensión del concepto de las operaciones y los cálculos con números, aplicaciones de los números y sus operaciones.

Lo anterior, se pudo evidenciar en la tabulación de las respuestas de los estudiantes a la prueba diagnóstica (gráfica N° 5), y específicamente en algunas respuestas donde se hacen más claras y notorias las debilidades, tal se como observa en las imágenes 11 y 12, y como se describió en el análisis de la prueba indicado por categorías unos párrafos atrás.



Gráfica N° 5. Resultados generales de la prueba diagnóstica

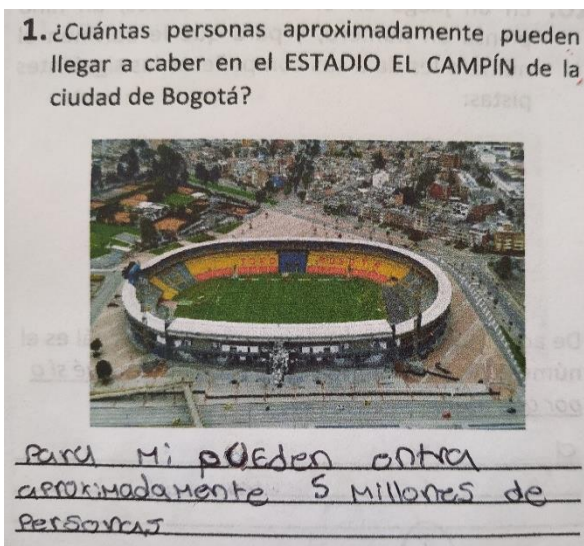


Imagen N° 11

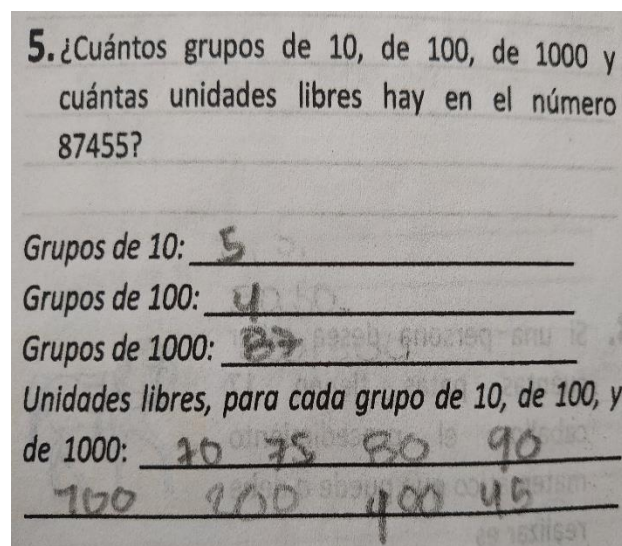


Imagen N° 12

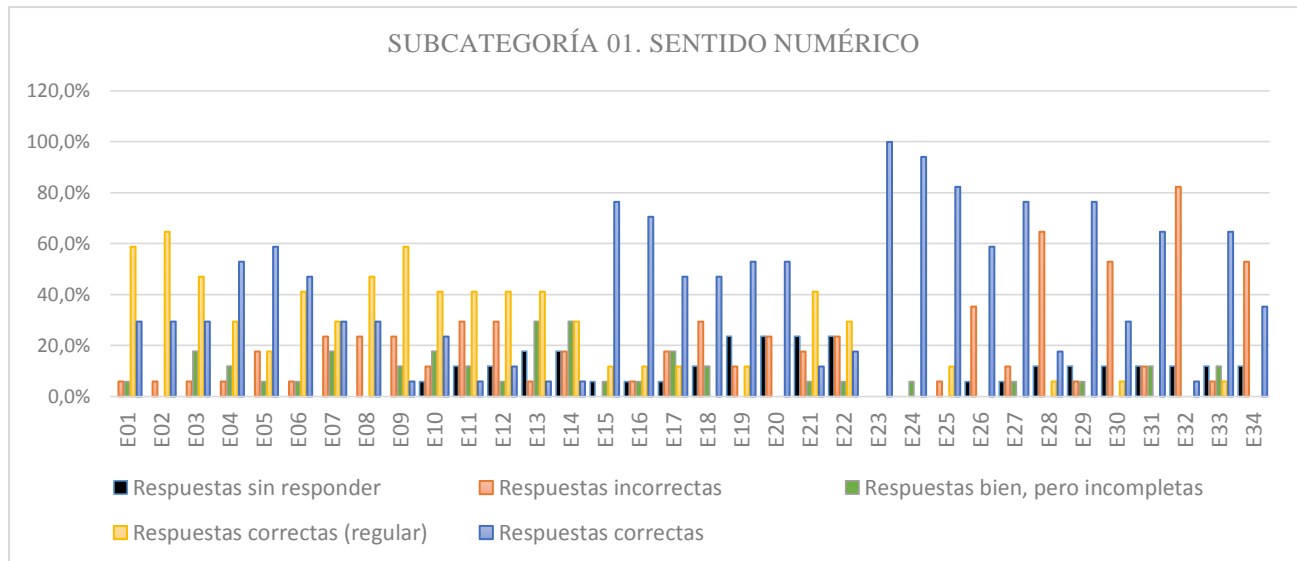
A raíz de todo lo encontrado y analizado en la sistematización de la prueba diagnóstica, se planteó la intervención pedagógica, la cual tuvo como fin, el fortalecer las debilidades encontradas en los estudiantes en el aspecto matemático que refiere al desarrollo del pensamiento numérico.

4.2 Análisis general de los resultados encontrados en la intervención pedagógica

Siguiendo con las etapas de la investigación, se analizaron por categorías los resultados encontrados en los instrumentos aplicados en la intervención, lo cual permitió establecer y evidenciar la favorabilidad de la estrategia en el proceso desarrollado en las sesiones de trabajo en el aula.

✓ Análisis de los resultados encontrados para la categoría 1

Respecto a la categoría N° 01 (pensamiento numérico), se observaron y analizaron los datos recogidos en los ocho instrumentos, pero de acuerdo a las subcategorías, se tomaron unos en específico. En primer lugar, para la subcategoría N° 1 (sentido numérico), se trabajó con los instrumentos; 1, 2, 3 y 4, los cuales contenían 34 ejercicios desarrollados por los estudiantes en las sesiones 1, 2 y 3. En la gráfica N° 6, se muestra la tabulación de dicha información, en donde se puede observar que el porcentaje de respuestas correctas es superior a las respuestas incorrectas, lo que puede ser leído como una apropiación y comprensión de las indicaciones dadas por el material y por la orientación del docente.



Gráfica N° 6. Resultados generales encontrados en los instrumentos 1, 2, 3 y 4.

Adicionalmente, a los resultados mostrados en la gráfica 6, e indicados a partir de las respuestas de los estudiantes, descritas en los instrumentos, se pueden observar, en las imágenes 13 y 14 avances del proceso desarrollado, lo cual permite demostrar una favorabilidad de la estrategia implementada.

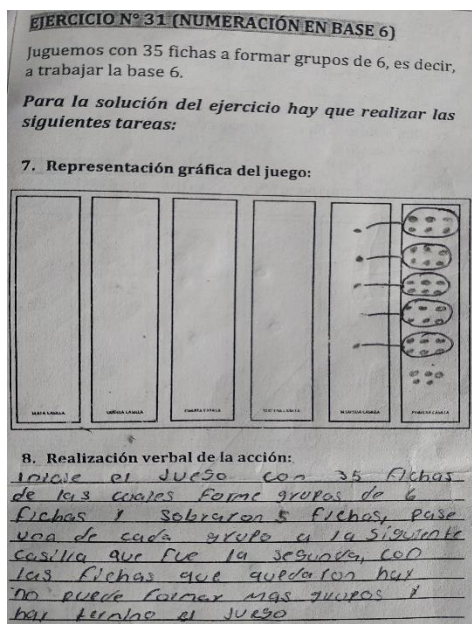


Imagen N° 13

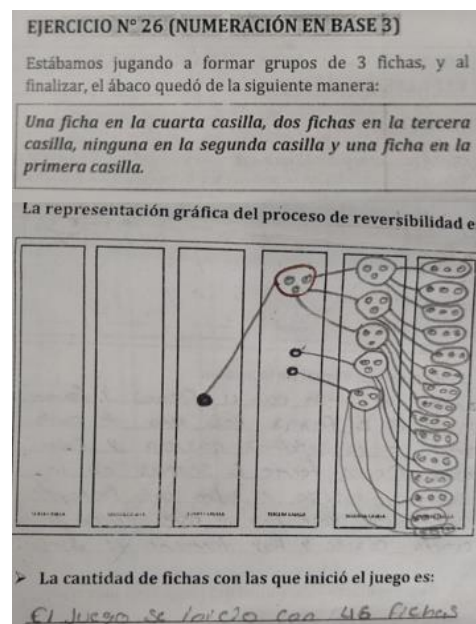
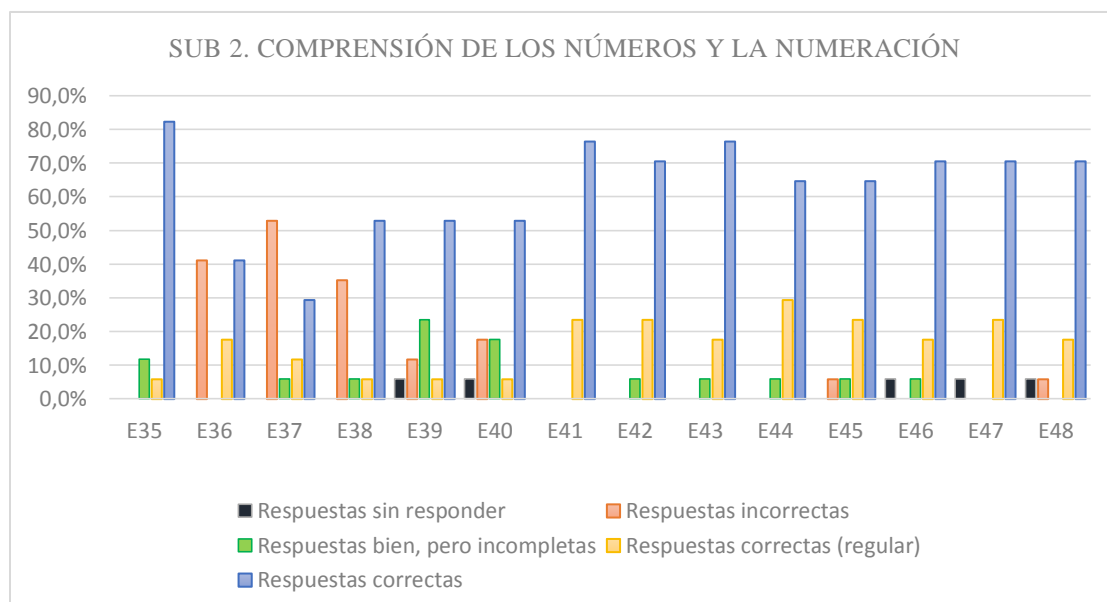


Imagen N° 14

Para la subcategoría N° 2 (Comprensión de los números y la numeración) se trabajó con los instrumentos; 5 y 6, los cuales contenían 14 ejercicios desarrollados por los estudiantes en las sesiones 3 y 4. La gráfica N° 7, que se muestra a continuación, permite observar los porcentajes favorables y desfavorables de los resultados obtenidos en el desarrollo de las actividades.



Gráfica N° 7. Resultados generales encontrados en los instrumentos 5 y 6.

Partiendo de los datos tabulados, se puede inferir, de acuerdo los porcentajes favorables en la realización de cada uno de los ejercicios, que la intervención y el uso del ábaco como mediador para la comprensión de los números es un factor motivante y activador de aprendizajes matemáticos. Dentro de los instrumentos diligenciados por los estudiantes, también se pueden encontrar elementos que indican progreso en comparación con los resultados de la prueba diagnóstica. Las imágenes 15 y 16, que se encuentran a continuación, muestran el trabajo de los estudiantes en las actividades propuestas:

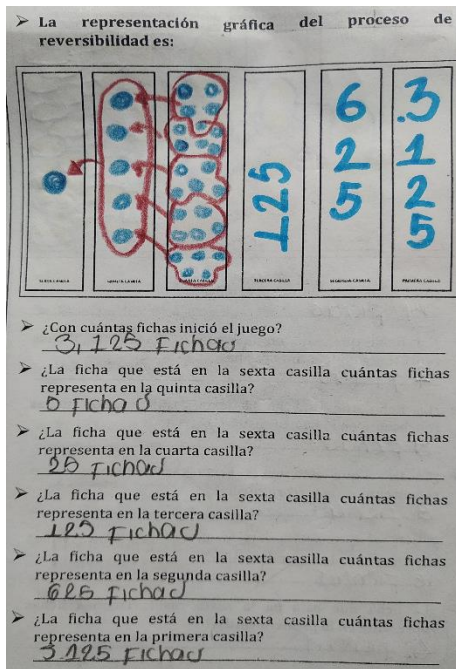


Imagen N° 15

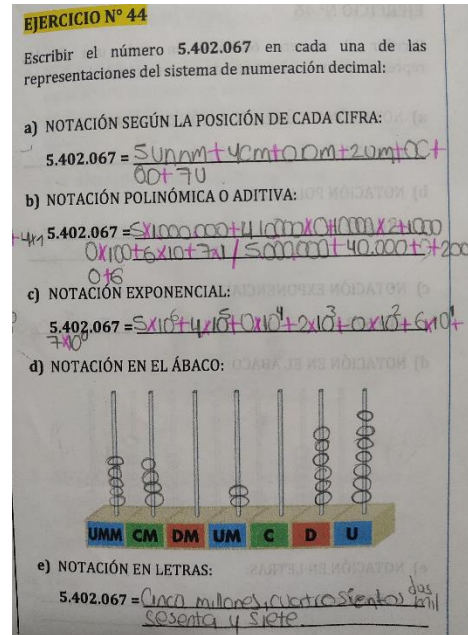
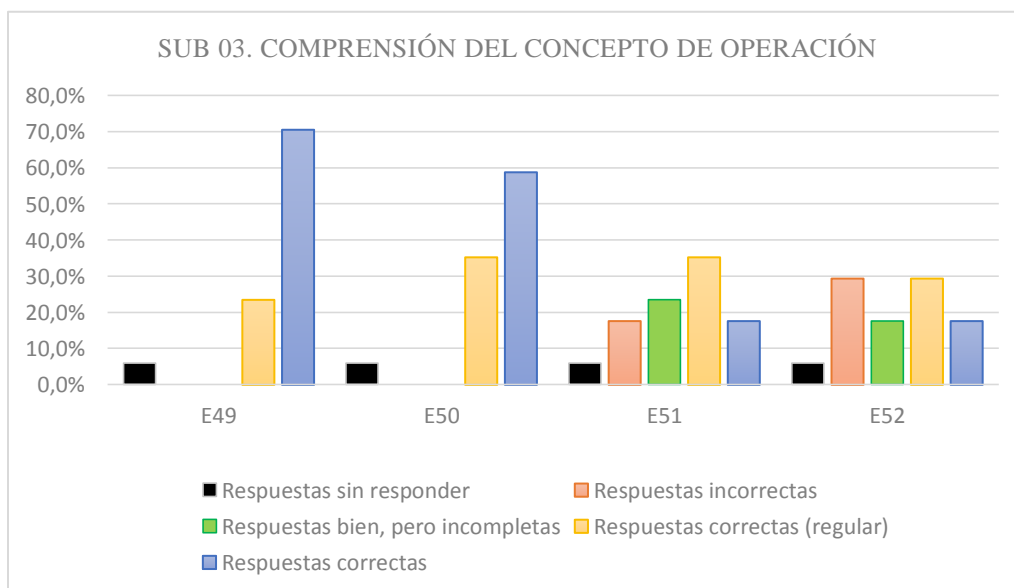


Imagen N° 16

Con respecto a la subcategoría N° 3 (Comprensión del concepto de operación), se desarrollaron 22 ejercicios propuestos en los instrumentos 7 y 8 durante las sesiones 5 y 6. A continuación, en la gráfica N° 8, se pueden observar los porcentajes de las respuestas correctas e incorrectas presentadas en la solución de los ejercicios.



Gráfica N° 8. Resultados generales encontrados en los instrumentos 7 y 8.

De acuerdo con la gráfica N° 8, se puede observar que, en cuanto a la comprensión del significado de las operaciones, principalmente la suma y la resta, los estudiantes muestran una mejoría considerable con respecto a la prueba inicial diagnóstica, pero, a pesar de usar material concreto para darle una mayor significancia a las mismas, se pudo notar que siguen presentándose dificultades por parte de los estudiantes en cuanto a aspectos que deberían ser desarrollados a lo largo de la educación primaria y que de acuerdo con Dickson, 1991; Rico, 1987; McIntosh, 1992 se deben tener en cuenta para construir el significado de las diferentes operaciones y que dan pautas para orientar el aprendizaje de cada operación, principalmente en lo que tienen que ver con: el reconocer el significado de la operación en situaciones concretas, de las cuales emergen, el reconocer los modelos más usuales y prácticos de las operaciones, el comprender las propiedades matemáticas de las operaciones y el comprender el efecto de cada operación y las relaciones entre operaciones.

Algunas de las dificultades de los estudiantes, encontradas en el análisis de los instrumentos desarrollados, se pueden observar en las imágenes 17 y 18, las cuales se muestran a continuación:

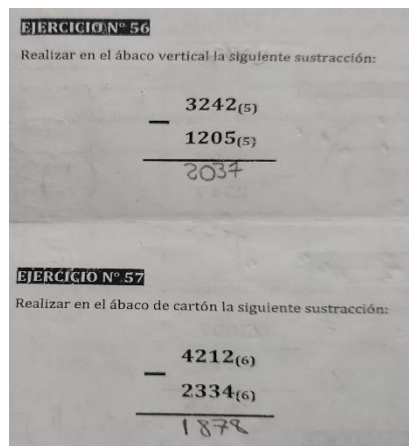


Imagen N° 17

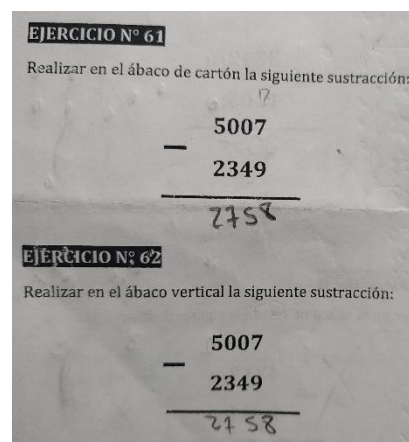
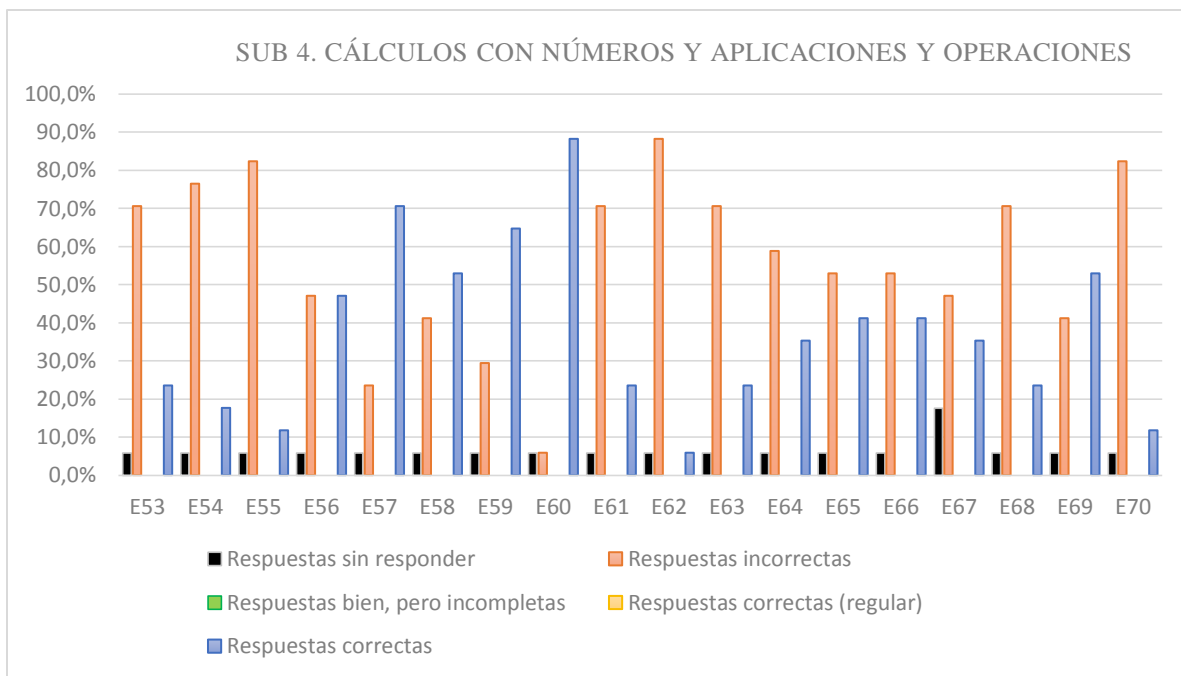


Imagen N° 18

En cuanto a los resultados de la Subcategoría N° 4 (Cálculos con números y aplicaciones y operaciones), gráfica N° 9, analizados a partir de la solución de los 18 ejercicios propuestos en el instrumento 8, y desarrollados en las sesiones 9 y 10, permiten tener una lectura no tan favorable en cuanto a un avance significativo en el objetivo del desarrollo del pensamiento numérico en estudiantes en condición extraedad.



Gráfica N° 9. Resultados generales encontrados en el instrumento 8.

De los datos y resultados analizados en la gráfica N° 9, se pudo interpretar que, el porcentaje de respuestas incorrectas supera al porcentaje de las respuestas correctas en la mayoría de los ejercicios. Una causa de esto, pudo ser que el tiempo programado para el desarrollo de esta subcategoría no fue el suficiente lo cual no permitió lograr una apropiación completa o con un porcentaje de favorabilidad mayor. Obando y Vásquez (2008), indican que el desarrollo del pensamiento numérico es un proceso cuya construcción implica largos periodos de

tiempo, puesto que involucra, no solo aspectos conceptuales de las matemáticas sino también el desarrollo mismo de la cognición humana.

Entonces, para alcanzar mejoras significativas, en lo posible, es necesario crear una estrategia que focalice el cálculo numérico, el desarrollo de aplicaciones matemáticas y la contextualización de las operaciones básicas las cuales se integren e involucren en espacios lúdicos, el trabajo con material concreto (ábaco) y la dinamización docente, ya que estos dos elementos pueden generar logros en los procesos matemáticos.

Con respecto al uso del ábaco, Vasuki y Aloha (2005), encontraron y demostraron la efectividad del entrenamiento con el ábaco en niños entre 8 y 12 años de edad, ya que evidenciaron mejoras en siete habilidades cognitivas (concentración, resolución de problemas, memoria asociativa, memoria operativa, formación de conceptos, creatividad y habilidad para crear imágenes mentales y resolver cálculos), además de mejorar el rendimiento académico e incrementar la velocidad y precisión de cálculo.

Otra causa del poco avance en el desarrollo de esta subcategoría, puede ser que la escuela está enfatizando mucho en el desarrollo de algoritmos, lo cual puede convertirse en un aprendizaje de corto plazo, y para este caso estudio, puede interpretarse como una predisposición a nuevas formas de encontrar significado a las matemáticas, o como también, otra causa, y no de menor importancia, la poca utilización de recursos didácticos por parte de los docentes de matemáticas para el aprendizaje de las mismas.

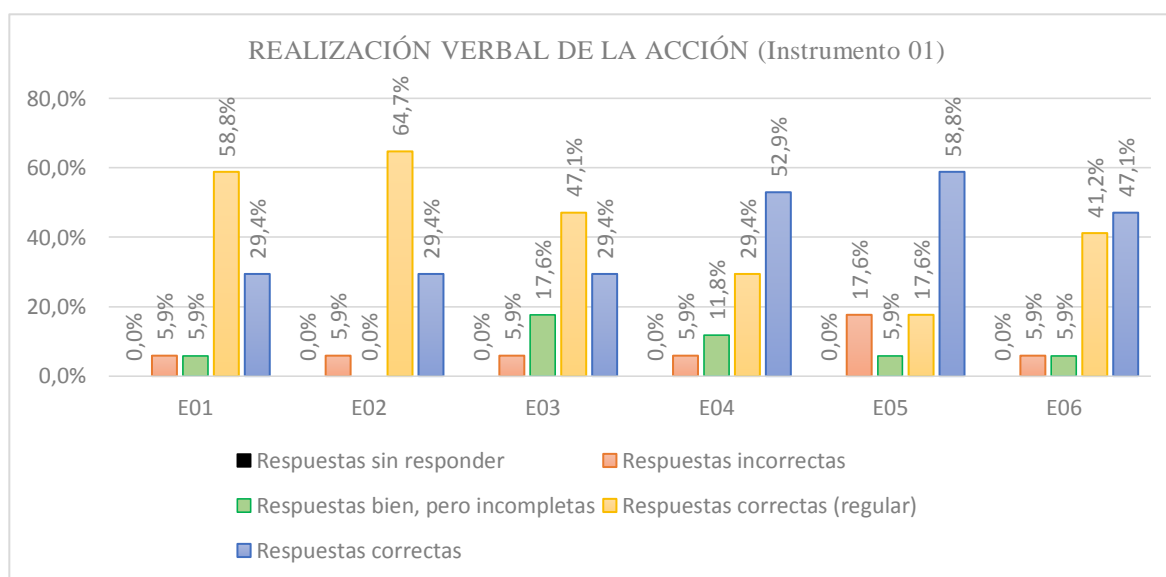
✓ **Análisis de los resultados encontrados para la categoría 2**

Por otro lado, dentro del proceso de análisis de los resultados, para la categoría N° 2, se observa, en resumen, un avance notorio en lo concerniente a las estrategias cognitivas desarrolladas. Para esta categoría, dentro de la intervención pedagógica, se trabajó de manera directa con los instrumentos 1, 2 y 3, y de manera indirecta con los instrumentos 4, 5 y 7.

A continuación, se encuentran los resultados y hallazgos luego de la tabulación correspondiente:

• **Subcategoría 1. Realización verbal de la acción**

Los resultados y datos recolectados a partir del instrumento 1 (gráfica N° 10), correspondientes a la realización verbal de la acción en el juego del ábaco, muestra unos avances favorables en cuanto a los indicadores trazados para este concepto, ya que los porcentajes de respuestas correctas supera en todos los ejercicios los resultados negativos.



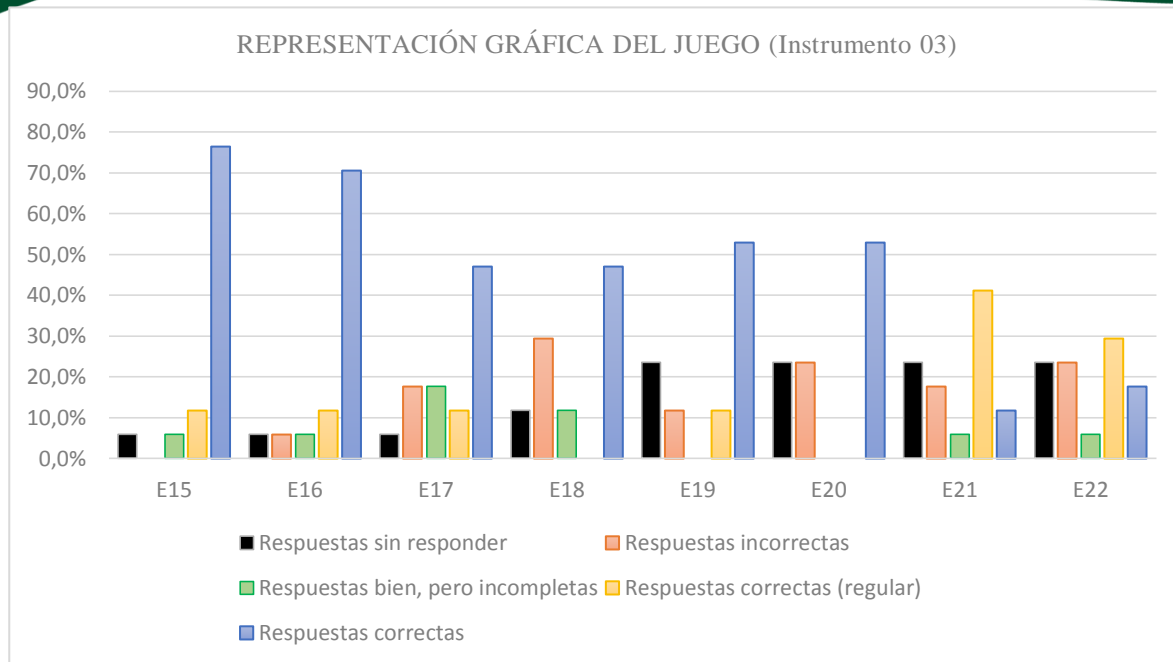
Gráfica N° 10. Resultados generales encontrados en el instrumento 1.

Uno de los avances significativos, sino el más importante, fue la ruptura del miedo a expresar la forma como los estudiantes iban comprendiendo el proceso para llegar a la solución de los ejercicios propuestos. Inicialmente se notó un poco de pena por parte de los estudiantes al hablar en público delante de sus compañeros, pero poco a poco con la dinamización docente y mediante el ejercicio de grabar su expresión oral fue permitiendo la apropiación y el compromiso con la realización de las actividades. En cuanto a esto el estudiante E09 expresa su realización verbal y comprensión del proceso de la siguiente manera:

“Armé grupos pares en la primera casilla, después pasé las fichas a la segunda casilla y con las fichas que pase armé otros grupos pares y saqué las que sobraban, las saqué del ábaco, después armé un grupo par con lo que quedó en la segunda casilla, después pase a la tercera casilla y saqué los que quedaban de la segunda casilla” (abril de 2019).

- **Subcategoría 2. Sistemas de representación (representación concreta, pictórica y simbólica) representación gráfica del juego**

La tabulación de los datos para esta categoría, muestra en la gráfica N° 11, que los porcentajes de aciertos son mayores en comparación con las respuestas incorrectas, lo cual permite interpretar que los ejercicios aportaron al cumplimiento de los indicadores propuestos.



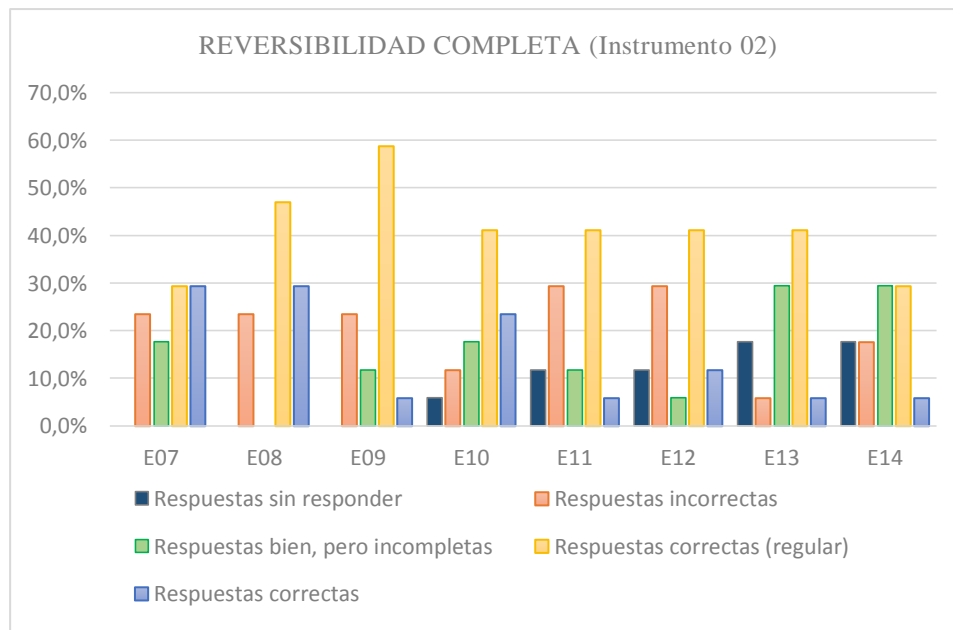
Gráfica N° 11. Resultados generales encontrados en el instrumento 3.

Los resultados de los ejercicios desarrollados en los instrumentos 3, 4, 5 y 7, pero puntualmente en el instrumento 3 durante las sesiones 4 y 5, indican una apropiación de las indicaciones dadas, lo cual permite interpretar un avance en el objetivo de representar gráficamente una cantidad numérica, sin necesidad de utilizar el material concreto, lo cual permite realizar representaciones espaciales lo que ayuda en gran medida al desarrollo del pensamiento numérico.

- **Subcategoría 3. Reversibilidad completa**

Con respecto a la subcategoría 3, los resultados y datos se recolectaron principalmente del instrumento 2 (gráfica N° 12), pero de manera indirecta se analizó también, las respuestas de los ejercicios propuestos en los instrumentos 2, 3, 4 y 7, ya que contenían elementos del proceso de reversibilidad, que dentro de las observaciones anotadas en el diario de campo, es la estrategia

cognitiva de mayor peso académico en la intervención pedagógica ya que a partir de esta se establecen principios para la comprensión de cualquier sistema de numeración.



Gráfica N° 12. Resultados generales encontrados en el instrumento 2.

De acuerdo con la gráfica N° 12, los resultados indica que los estudiantes presentan una mejoría en esta subcategoría, pero no es suficiente para llegar a una comprensión total del proceso de reversibilidad, posiblemente porque nunca lo habían estudiado, o porque debe hacerse un proceso con mayor duración en donde se incluyan otros recursos y elementos que aporten a una apropiación de los conceptos en todas sus características.

En las siguientes imágenes (19 y 20) se puede observar algunas de las representaciones que hacen los estudiantes en cuanto al proceso de reversibilidad.

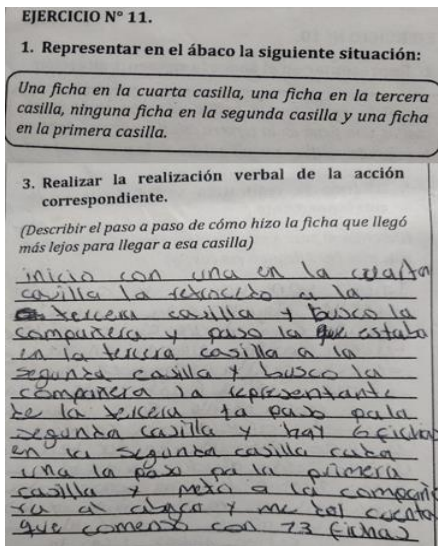


Imagen N° 19

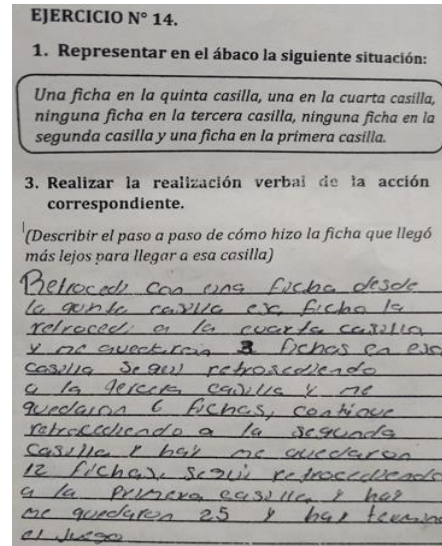
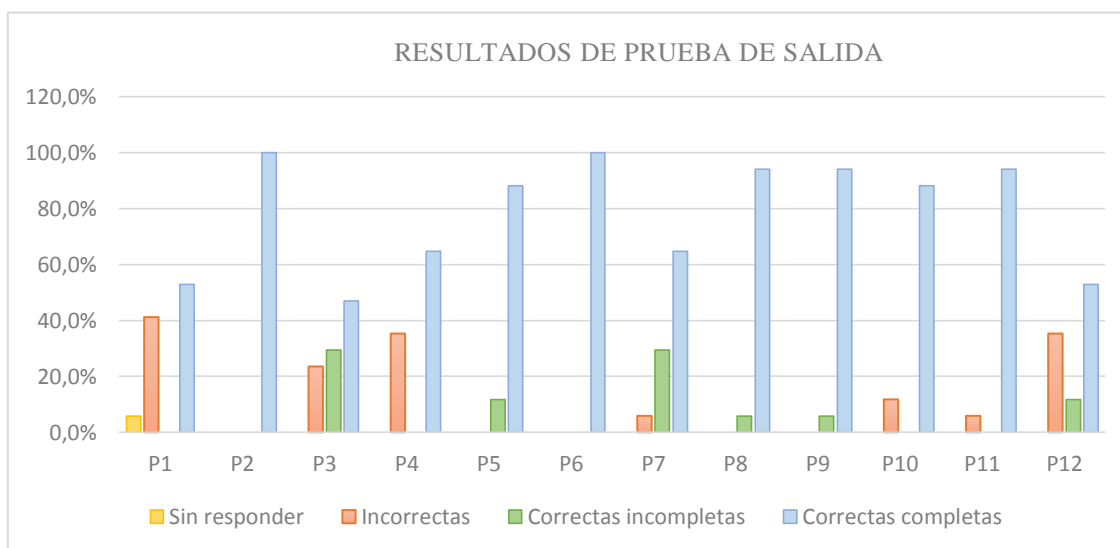


Imagen N° 20

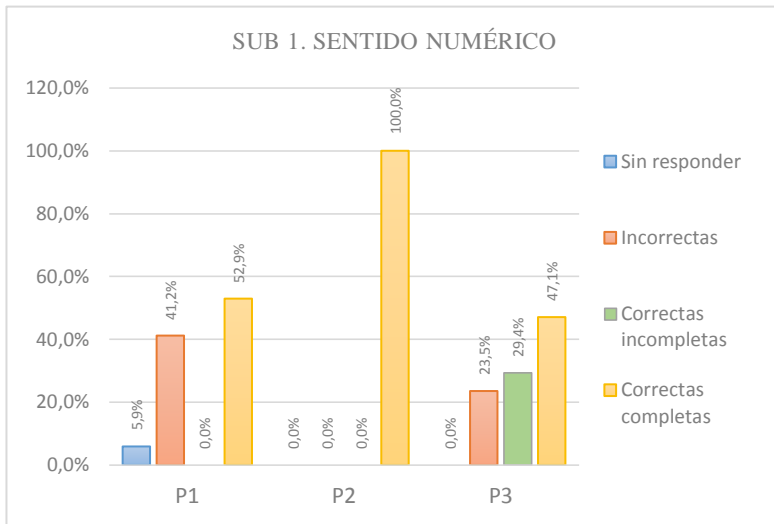
4.3 Análisis general de los resultados encontrados en la prueba de salida

Finalmente, los resultados encontrados en la prueba de salida, arrojan conclusiones positivas del proceso desarrollado mediante la estrategia didáctica implementada. Permite leer porcentajes muy favorables en comparación con la prueba diagnóstica inicial, lo cual indica un progreso en el desarrollo del pensamiento numérico de los estudiantes.

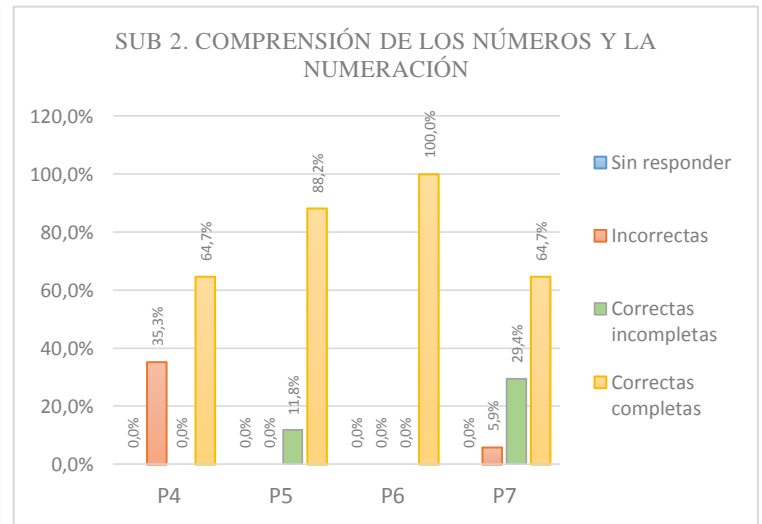


Gráfica N° 13. Resultados generales de la prueba de salida.

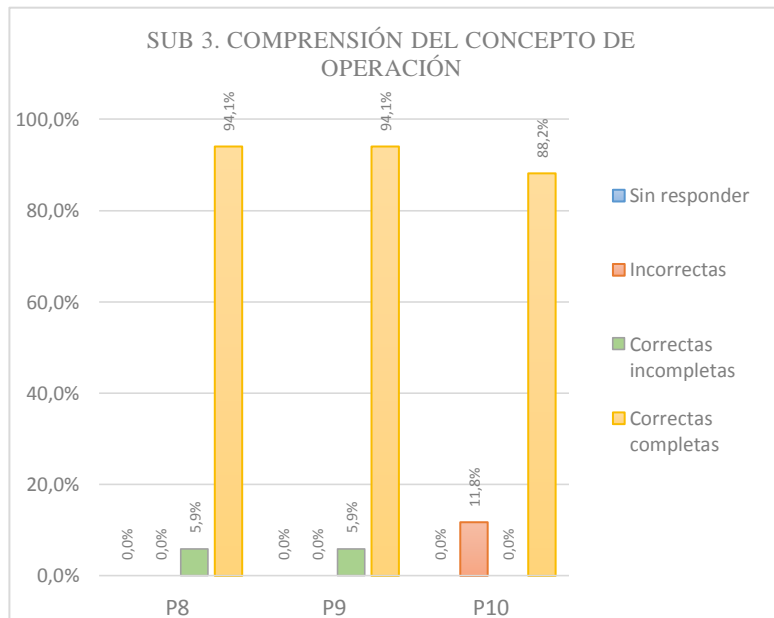
GRÁFICAS DE RESULTADOS DE LA PRUEBA DE SALIDA POR SUBCATEGORÍAS



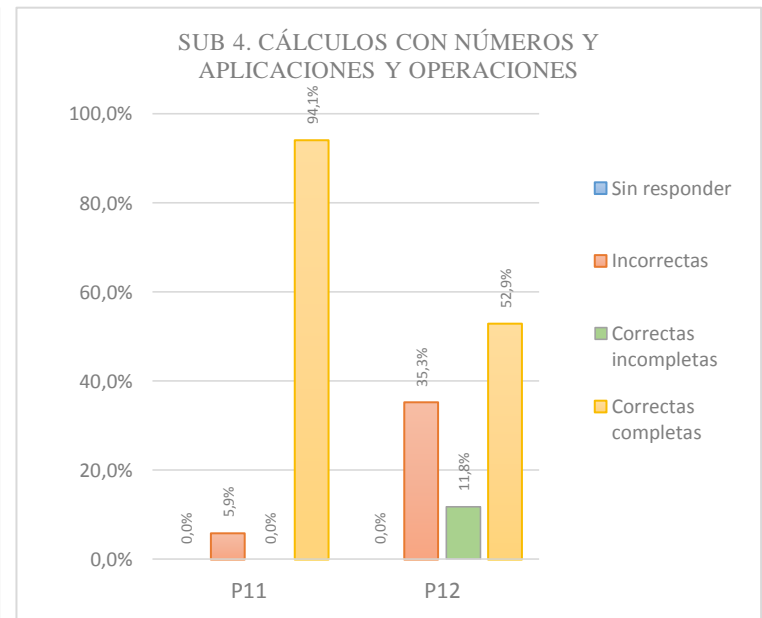
Gráfica N° 14. Subcategoría 1



Gráfica N° 15. Subcategoría 2



Gráfica N° 16. Subcategoría 3



Gráfica N° 17. Subcategoría 4

En la prueba de salida, se realizaron preguntas abiertas con el fin de evaluar las categorías de investigación, pero principalmente evaluar el desarrollo del pensamiento numérico, ya que este fue eje principal de la investigación. La prueba de salida también sirvió como instrumento de comparación después de la intervención, pues a partir de la aplicación de esta, los estudiantes demostraron mejoría en sus procesos académicos en el área de matemáticas.

Las gráficas 14, 15, 16 y 17 muestran los resultados obtenidos por los estudiantes en la prueba de salida, se puede observar que, aunque hay una pequeña cantidad de estudiantes que aun presentan dificultades, la gran mayoría de ellos manifiestan comprensión en los contenidos evaluados, pues el porcentaje de respuestas completas y correctas es significativo en comparación con las respuestas incorrectas o no contestadas.

Lo anterior es evidencia de que el uso de estrategias dinámicas, en este caso la utilización del ábaco, favorece la consecución de mejores desempeños académicos, porque mantiene a los estudiantes interesados y motivados hacia sus procesos de aprendizaje, además de lograr un progreso en el desarrollo de la habilidad del pensamiento numérico, pues en cada una de las subcategorías relacionadas con el pensamiento numérico es notorio el gran porcentaje de las respuestas correctas que obtuvieron los estudiantes.

Se puede afirmar que los resultados de la prueba de salida son la demostración de una mejoría en aspectos específicos de pensamiento numérico relacionados con el sentido numérico, la comprensión de los números y del concepto de operación y los cálculos matemáticos.

5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En este capítulo se presentan las conclusiones de la investigación, se aportan recomendaciones, y se describen algunas reflexiones sobre el proceso llevado a cabo durante la intervención pedagógica en el aula. En primer lugar, se establecen las conclusiones generadas en el proceso de buscar la respuesta a la pregunta de investigación. Seguido a esto, se muestran algunas recomendaciones importantes que se desprenden del proceso académico ejecutado, y por último se expresan las limitaciones del estudio, las cuales sirven de reflexión para abordar futuras investigaciones.

5.1 Conclusiones

Para describir las conclusiones del presente trabajo académico, es necesario tener como punto de referencia la pregunta de investigación planteada al inicio, la cual apunta a responder ¿cómo incide el uso del ábaco en el desarrollo del pensamiento numérico, en particular en el sistema conceptual de los números naturales, en los estudiantes del programa volver a la escuela del colegio distrital Paulo VI?, ya que permitió orientar todas las etapas desarrolladas en el trabajo investigativo.

En primer lugar, es importante señalar, que el haber introducido el ábaco como mediador dentro de la estrategia pedagógica fue acertado, ya que este, es un material concreto que acerca y ayuda a los estudiantes a la familiarización y comprensión de los números. Es un recurso con el cual se puede desarrollar pensamiento lógico-matemático, así como también, múltiples

habilidades cognitivas como; la concentración, la memoria operativa, y la orientación espacial, entre otras, y que, de acuerdo a su continuo uso, puede favorecer el rendimiento académico de los niños en la escuela a mediano y largo plazo.

Así mismo, se puede concluir que el ábaco tiene un gran valor didáctico para la clase de matemáticas ya que da sentido al aprendizaje de las mismas, crea un interés para los alumnos, ayuda a la comprensión del sistema de numeración decimal y les permite realizar y comprender procesos iniciales de la aritmética, tales como la agrupación, el conteo, y la comprensión y concreción de las operaciones básicas, entre otros. Sirve como herramienta para comprender qué está pasando dentro de las operaciones, ayuda a los niños a efectuar algoritmos de cada una de las cuatro operaciones fundamentales, principalmente en las sumas llevando y las restas prestando.

En este mismo sentido, a través de la estrategia mediada por el ábaco y desarrollada mediante los ejercicios propuestos en cada uno de los instrumentos, se pudo evidenciar que el material concreto permitió que los estudiantes pudieran dar sentido a las “llevadas” en las sumas y a los “préstamos” en las restas, lo que favoreció la comprensión del concepto de valor posicional de las cifras en el sistema de numeración decimal.

Se observó también, que el uso del ábaco como recurso y material concreto permite traducir cualquier número del ábaco al sistema de numeración decimal, y más importante aún, aclarar la formación de unidades de orden superior.

Una conclusión más, es que la estrategia permite y favorece la solución de problemas cotidianos con contextos numéricos mediante procedimientos que la escuela regularmente no enseña, permite tomar pautas para que esos procedimientos evolucionen desde las ideas de los niños, lo que en gran medida favorece el gusto hacia las matemáticas.

Mediante la estrategia, se estableció también la oportunidad para que los niños expusieran sus puntos de vista, evaluaran su expresión oral o realización verbal mediante las entrevistas, las cuales en principio eran muy tímidas y sencillas, pero que, durante el proceso, se fueron volviendo más ricas en argumentos y en libertad de expresión, y que, a su vez sirvió para que los estudiantes ganaran seguridad a la hora de explicar cualquiera de los procesos desarrollados.

Finalmente, con respecto a la población objeto (jóvenes en condición de extraedad), se pudo concluir que el trabajo académico desarrollado, no tuvo ninguna dificultad asociada a la edad de los jóvenes, al contrario, todo se dio en completa normalidad. Esto permite, en parte, quitar la etiqueta de que los estudiantes no les interesa ni quieren aprender nada, y que la oportunidad de estar en un programa especial, creado para que los niños que se integren nuevamente al aula regular, puede ser aprovechada, tanto para los procesos de inclusión en la escuela, como para el fortalecimiento de la práctica docente.

En la investigación, la extraedad de los niños no representó ni fue un factor que tuviera una relevancia negativa. Es más, en el proceso, los estudiantes asumieron la estrategia y las actividades desarrolladas en ella, como ejercicios de clase normal.

Como últimos aspectos, no menos importantes, ya que es de las cosas claves que se observaron en el comportamiento de los jóvenes en el tiempo de ejecución de la estrategia, son; el trabajo colaborativo, el querer aprender a hacer, el querer participar, el fortalecimiento de su autoestima y la autorregulando en la convivencia en el aula. Esto último, posiblemente porque todo el tiempo tenían el material concreto para trabajar de manera individual, lo que les permitía una manipulación continua y les causaba entretenimiento mientras encontraban la solución de los ejercicios.

5.2 Recomendaciones

En cuanto al manejo del ábaco, se recomienda su uso desde edades tempranas, principalmente para el aprendizaje de la aritmética en la educación primaria, ya que, como recurso didáctico presenta muchas ventajas; contribuye no solo al fortalecimiento del pensamiento numérico, sino al desarrollo de habilidades cognitivas específicas lo que ayuda al desempeño académico de los niños. Mediante el ábaco, también se fortalece la concentración, la cual es una de las habilidades cognitivas más importantes de una persona, sea niño, joven o

adulto, puesto que es necesaria para completar de forma exitosa cualquier tarea de la vida cotidiana.

Para la estrategia diseñada e implementada en esta investigación, lo primero que se recomienda es realizar ajustes a los tiempos de implementación, ya que, en la etapa inicial los jóvenes necesitan más tiempo de aprestamiento con el material y con las reglas establecidas para el desarrollo de los ejercicios. Lo segundo es, tener un lugar de ejecución en buenas condiciones, ya que el espacio donde se desarrolló la intervención pedagógica se encuentra muy mal (poca visibilidad, poca ventilación, incomodidad de las mesas y sillas entre otras), y, por último se recomienda realizar ajustes a los instrumentos de acuerdo al análisis de los resultados, se recomienda identificar y escoger los ejercicios que favorecieron el aprendizaje de los contenidos desarrollados, así como también, analizar los que presentaron mayor dificultad en su solución.

Se recomienda también, rediseñar la estrategia pedagógica, incluyendo la tecnología como complemento al uso del material concreto, ya que puede ser una oportunidad de integrar recursos didácticos tradicionales con elementos modernos, y que posiblemente sea más atractivo para el aprendizaje de las matemáticas por parte de los estudiantes.

Con respecto a la población objeto de estudio (jóvenes en condición de extraedad), se recomienda crear, para cualquiera estrategia que se quiera implementar con ellos, un material didáctico que logre mantener su concentración, ya que, además de las características de las

edades, los jóvenes presentan unos altos niveles de dispersión en clase, lo cual puede ser manejado con recursos y dinámicas que les produzcan interés, y que, de fondo le aporten a su proceso académico. En este caso, el ábaco sirvió como activador y mediador para desarrollar saberes académicos, habilidades cognitivas y especialmente la concentración.

En lo concerniente al currículo y a la priorización de los contenidos de la educación secundaria desarrollados en el programa volver a la escuela, es claro que la necesidad de incluir de a los estudiantes en los grados acorde a su edad, es el objetivo principal, pero en este caso se recomienda una reestructuración para incluir estrategias pedagógicas que sean mediadas continuamente con material concreto, didáctico o lúdico, lo cual permita evitar el fracaso escolar en la escuela, ya que es una de las causas de la extraedad de los jóvenes.

5.3 Limitaciones del estudio

La principal limitación durante el proceso de intervención fue el tiempo, ya que fue muy corto. Aunque se programaron las actividades con unos tiempos que eran pertinentes para cada una de las sesiones, no se tuvo en cuenta las diferentes actividades que normalmente se programan en las instituciones, y que iban interrumpiendo la dinámica del proceso.

La ausencia de los estudiantes con bajos desempeños académicos, ya que son con los jóvenes que principalmente se debiera implementar la estrategia pedagógica, debido a que

presentan múltiples dificultades que en la mayoría de los casos se aleja del alcance escolar, como lo son las económicas, sociales y familiares, y que en parte es una de razones por lo cual los niños son tan intermitentes en la asistencia a la escuela.

El tiempo establecido para los instrumentos 7 y 8 fue muy corto. En estas sesiones hubo mucho interés por parte de los estudiantes, y ese interés debe ser aprovechado para beneficio de sus aprendizajes. En este caso, se hace necesario programar más ejercicios y más sesiones porque en la tabulación de los datos se puede leer que la comprensión de los conceptos de adición y sustracción por más elementales que parezcan en la aritmética, es donde hay unas debilidades, que se hicieron más notorias, justo en el momento de la solución de los instrumentos.

La retroalimentación de los resultados con los estudiantes y la concepción o medición de sus logros a corto y mediano plazo. Aunque el docente podría hacerlo, la limitación más grande en este caso es la escasez de tiempo, ya que los jóvenes por su condición de extraedad (entre 14 y 17 años) deben cursar los grados sexto y séptimo y un solo año académico, lo que implica una aceleración de los aprendizajes curriculares a partir de una priorización de contenidos de ambos cursos.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Álvarez, L. I.; Triviño, J. & Flórez, O. J. (2009). Ambientes lúdicos para el desarrollo del pensamiento numérico. Recuperado de:

<http://funes.uniandes.edu.co/700/1/ambientesludicos.pdf>.

Aristizábal, J.H.; Colorado, H. & Gutiérrez, H. (2016). El juego como una estrategia didáctica para desarrollar el pensamiento numérico en las cuatro operaciones básicas. *Sophia*, 12, (1). Universidad La Gran Colombia. Quindío, Colombia. Recuperado de:

<https://www.redalyc.org/pdf/4137/413744648009.pdf>

Bausela Herrera, E. (2004). La docencia a través de la investigación – acción. *Revista Iberoamericana de Educación*. 35(1), 1-9. Recuperado de:

<https://rieoei.org/RIE/article/view/2871>

Carbonero, M. A., & Navarro, C. (2006). Entrenamiento de alumnos de Educación Superior en estrategias de aprendizaje en matemáticas. *Psicothema*, (18), 3, 348-352. Universidad de Oviedo. Oviedo, España. Recuperado de: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=72718303>

Colmenares, E., Ana Mercedes & Piñero M., Ma. Lourdes. (2008). La investigación acción: Una herramienta metodológica heurística para la comprensión y transformación de realidades y prácticas socio-educativas. *Revista Laurus*, (14), 27. 96 – 114. Universidad Pedagógica

Experimental Libertador. Caracas, Venezuela. Recuperado de:

<http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=76111892006>

Corbalán, F. (1995). La matemática aplicada a la vida cotidiana. Editorial Grao. Barcelona

Creswell, J. W. (2012). Educational research: planning, conducting, and evaluating quantitative and qualitative research. Recuperado de: <http://basu.nahad.ir/uploads/creswell.pdf>

Díaz, F. (2012). El desarrollo del pensamiento numérico en estudiantes en condición de extraedad del programa procesos básicos. (Tesis de Maestría) Universidad Externado de Colombia. Bogotá, Colombia.

Elizalde, S. C. & Victoria, P. J. (2016). Las técnicas activas en el desarrollo del pensamiento lógico-matemático en los niños de quinto año de educación general básica de la unidad educativa “Federico González Suárez” de la parroquia Matriz Cantón Alausí provincia de Chimborazo, durante el año 2014-2015. (Tesis de Pregrado) Universidad Nacional de Chimborazo. Riobamba, Ecuador. Recuperado de:
<http://dspace.unach.edu.ec/handle/51000/1773>

Gaskins, I., & Elliot, T. (1999). Cómo enseñar estrategias cognitivas en la escuela. Editorial PAIDÓS. Recuperado de:

https://www.researchgate.net/profile/Irene_Gaskins/publication/268338549_Como_ensenar_estrategias_cognitivas_en_la_escuela/links/5728b46c08ae2efb7e054.pdf

Gómez, B. (1994). Numeración y cálculo. Madrid, España: Síntesis.

Hernández, R., Fernández, C. & Baptista, M. (2010). Metodología de la Investigación. Quinta edición. Recuperado de:

https://www.esup.edu.pe/descargas/dep_investigacion/Metodologia%20de%20la%20investigacion%205ta%20Edici%C3%B3n.pdf

Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación ICFES. (2018). Resultados pruebas saber. Recuperado de: <http://www.icfes.gov.co/>

López, A. (2013). La evaluación como herramienta para el aprendizaje: conceptos, estrategias y recomendaciones. Bogotá, Colombia: Editorial magisterio.

Lupiáñez, J. L. & Rico, L. (2009). Investigación en Educación Matemática: Pensamiento Numérico. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 7, (1). 239-242.

Universidad de Almería. España. Ministerio de Educación Nacional. Recuperado de:

<http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=293121936012>

Ministerio de Educación Nacional [MEN] (1998). Lineamientos curriculares para el área de matemáticas. Santafé de Bogotá. Obtenido de:

https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf

Ministerio de Educación Nacional [MEN] (2018). Reporte de la excelencia 2018. Colegio Paulo VI. Recuperado de:

https://diae.mineduacion.gov.co/siempre_diae/documentos/2018/111001013153.pdf?fbclid=IwAR16RB98O0Qkb-VNRJGD1MOqNdcgaTJsW708Vmd1eZ7UcMbntzufGBmSv94

- Monereo, C., Castelló, M., Clariana, M., Palma, M. & Pérez, M. (1994). Estrategias de enseñanza y aprendizaje. Formación del profesorado y aplicación en la escuela. Editorial Graó. Primera edición. Recuperado de:
http://uiap.dgenp.unam.mx/apoyo_pedagogico/proforni/antologias/ESTRATEGIAS%20DE%20ENSEÑANZA%20Y%20APRENDIZAJE%20DE%20MONEREO.pdf
- Obando, G., & Vásquez, N. (2008). Pensamiento numérico del preescolar a la educación básica. *Curso dictado en 9º Encuentro Colombiano de Matemática Educativa (16 al 18 de octubre de 2008)*. Valledupar, Colombia. Recuperado de:
<http://funes.uniandes.edu.co/933/1/1Cursos.pdf>
- Olmedo, N., & Curotto, M. (1998). Taller: Estrategias de aprendizaje en matemática. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad Nacional de Catamarca. Argentina. Recuperado de:
https://s3.amazonaws.com/academia.edu.documents/56605612/ESTRATEGIAS_DE_APRENDIZAJE_MATEMATICAS.pdf?response-content-disposition=inline%3B%20filename%3DTALLER_ESTRATEGIAS_DE_APRENDIZAJE_EN_MAT.pdf&X-Amz-Algorithm=AWS4-HMAC-SHA256&X-Amz-Credential=AKIAIWOWYYGZ2Y53UL3A%2F20190706%2Fus-east-1%2Fs3%2Faws4_request&X-Amz-Date=20190706T002017Z&X-Amz-Expires=3600&X-Amz-SignedHeaders=host&X-Amz-Signature=a22b01c53abaff64448523a9b85690da602f84dd4588020fd75e893584fa5b96

Orrantia, J. (2006). Dificultades en el aprendizaje de las matemáticas: una perspectiva evolutiva.

Revista Psicopedagogía, 23 (71), 158-180. Recuperado de:

http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-84862006000200010

Ortiz, M., Orobio, H., Espinosa, B., Feria, M. & García, M. (1998). Construcción de sistemas lógicos y numéricos. Propuesta de desarrollo curricular para los grados cuarto, quinto y sexto de educación básica. Asociación de anillo de matemáticas AMA. Bogotá. Colombia.

Parrat-Dayán, S. (2012). Esencia y trascendencia de la obra de Jean Piaget (1896-1980).

Persona, (15), 213-224. Universidad de Lima. Lima, Perú. Recuperado de:

<http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=147125259012>

Rico, L., & Castro, E., (1987). Números y operaciones. Madrid, España: Síntesis.

Rico, L. & Castro, E. (1995). Pensamiento numérico en educación secundaria obligatoria.

Departamento Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. Recuperado de:

<http://funes.uniandes.edu.co/469/>.

Ruiz, D., & García, M. (2003). El lenguaje como mediador en el aprendizaje de la aritmética en la primera etapa de educación básica. *Educere*, 7 (23), 321-327. Recuperado de:

<http://www.redalyc.org/pdf/356/35602302.pdf>

Sánchez, R. P. (2005). Los ábacos: instrumentos didácticos. Editorial dirección de Educación Especial. México. Recuperado de:

https://guao.org/biblioteca/los_abacos_instrumentos_didacticos

Secretaria de Educación de Bogotá. [SED]. (1998). Aceleración del aprendizaje. Recuperado de:

https://www.mineducacion.gov.co/1759/w3-article-340092.html?fbclid=IwAR0TpPg4MmWtc5vyhAbOuJ_-q7wgbjvfystQ_Hvbm0b_f0zQxZkiIUXL7Bg

Vasuki, K. & ALOHA. (2013). Informe impacto del aprendizaje de aritmética mental con ábaco

en las habilidades cognitivas de los niños. Primera Edición. ALOHA Mental Arithmetic.

Recuperado de: <https://www.alohaspain.com/public/file/el-impacto-del-aprendizaje-de-aritmetica-mental-con-abaco.pdf>

Villarroel Villamor, J. (2009). Origen y desarrollo del pensamiento numérico: una perspectiva

multidisciplinar. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 7 (1), 555-

604. Recuperado de: <http://www.redalyc.org/pdf/2931/293121936025.pdf>

ANEXOS

Anexo 1. Solicitud de permiso para desarrollar la investigación en la institución

Bogotá D. C. Julio 3 de 2018

Señor:

JOSÉ DEMETRIO ESPINOSA HORTUA

Rector

Institución Educativa Distrital Paulo VI

E. S. M.

Por medio de la presente, yo WILLIAM ALFREDO RUBIO GIRALDO identificado con cédula de ciudadanía número; 7.574.325 de Valledupar, docente de matemáticas de la institución en la jornada tarde, solicito me sea concedido un permiso para desarrollar la investigación titulada “*Desarrollo del pensamiento numérico en estudiantes del modelo educativo aceleración del aprendizaje*”. Dicho trabajo hace parte de los estudios que estoy adelantando en el nivel de maestría en la Universidad Externado de Colombia, y que tiene por objetivo mejorar los aprendizajes de las matemáticas en los estudiantes de ciclo III a partir del fortalecimiento en las habilidades de pensamiento numérico.

Para desarrollar esta investigación, cuento con fichas de consentimiento informado que serán diligenciados por los acudientes de los menores. También tendré en cuenta, el asentimiento informado que diligenciarán los estudiantes que voluntariamente deseen participar.

Finalmente, las conclusiones y resultados obtenidos en esta investigación, serán presentados como evidencia del trabajo desarrollado con los estudiantes, esto con el fin de mostrar avances y mejoras que sean observadas durante el proceso.

Agradezco la atención prestada y su pronta respuesta.

Atentamente

William Alfredo Rubio Giraldo

C.C: 7.574.325 de Valledupar.

Anexo 2. Consentimiento informado para el acudiente del menor de edad.

UNIVERSIDAD EXTERNADO DE COLOMBIA

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN

CONSENTIMIENTO INFORMADO

Yo _____ con documento de identidad número C.C. _____ de _____, como acudiente del menor, por el presente estoy de acuerdo en participar en el estudio: “*Desarrollo del pensamiento numérico en estudiantes del modelo educativo aceleración del aprendizaje*”. He sido informado por los investigadores de los objetivos del estudio, el cual pretende determinar *cómo incide el uso del ábaco en el desarrollo del pensamiento numérico en los estudiantes del modelo educativo aceleración del aprendizaje del colegio distrital Paulo VI*. La duración estimada del estudio son dos meses, entiendo que los investigadores pueden detener el estudio o mi participación en cualquier momento sin mi consentimiento.

Así mismo tengo derecho a retirarme del estudio en cualquier momento.

Por el presente autorizo a los investigadores de este estudio de publicar la información obtenida como resultado de mi participación en el estudio, en revistas u otros medios legales, y de permitirles revisar mis datos personales, guardando la debida CONFIDENCIALIDAD de mi nombre y apellidos.

Entiendo que todos los documentos que revelen mi identidad serán confidenciales, salvo que sean proporcionados tal como se menciona líneas arriba o requeridos por Ley-

Para cualquier queja acerca de los derechos de usted como beneficiario, contactar al Comité de ética de la Facultad de _____, teléfono _____ con el (la) Dr(a). _____ en ésta ciudad.

Investigador: _____ Tel: _____

Firma del Investigador

Firma del beneficiario

Fecha: ____/____/____.

Anexo 3. Autorización de uso de nombre, imagen, frases, declaraciones, Testimoniales y retrato fotográfico.

**AUTORIZACIÓN DE USO DE NOMBRE, IMAGEN, FRASES, DECLARACIONES,
TESTIMONIALES Y RETRATO FOTOGRÁFICO**

Yo, _____ mayor de edad identificado con la C.C. _____ en uso de mis plenas facultades, autorizo irrevocablemente a _____ o a quien éste designe, para que use mi nombre, imagen, frases, declaraciones, testimoniales y retrato fotográfico, fruto de la entrevista que concedí el día _____ para los exclusivos efectos de emitir, publicar, divulgar y promocionar en cualquier lugar del mundo, el material audiovisual realizado por OSA Imagen para el Ministerio de Educación Nacional.

La utilización de las frases, declaraciones, testimoniales y retrato fotográfico podrá realizarse a través de su reproducción, tanto en medios impresos como electrónicos, así como su comunicación, emisión y divulgación pública, a través de los medios existentes, incluidas aquellas de acceso remoto, conocidos como Internet, para los fines de emisión del programa, fines promocionales e informativos que el Ministerio de Educación Nacional o a quien éste designe, estimen convenientes.

Manifiesto que esta autorización la otorgo con carácter gratuito, por lo que entiendo que no recibiré ningún tipo de compensación adicional, bonificación adicional o pago adicional de ninguna naturaleza. Reconozco, además, que no existe ninguna expectativa sobre el tipo de campaña publicitaria que pueda realizar el Ministerio de Educación Nacional o a quien éste designe, ni su regularidad y que renuncio a cualquier derecho patrimonial que se pueda generar por el uso de frases, testimoniales, declaraciones y retrato fotográfico.

La vigencia de autorización será por un período de 30 años, contados desde la fecha de suscripción de la presente autorización.

Atentamente,

Firma

Nombre: _____

C.C.: _____

Anexo 4. Prueba diagnóstica



UNIVERSIDAD EXTERNADO DE COLOMBIA
COLEGIO PAULO VI – INSTITUCIÓN EDUCATIVA DISTRITAL
PRUEBA DIAGNÓSTICA - PROYECTO DE INVESTIGACIÓN:
“Desarrollo Del Pensamiento Numérico En Estudiantes Extraedad”



NOMBRE: _____

PRUEBA DIAGNÓSTICA DE MATEMÁTICAS

Apreciado estudiante, a continuación, encontrará unas preguntas que buscan evaluar su pensamiento numérico y las formas de responder y de reflexionar frente a varias situaciones cotidianas. Por favor responda con una letra clara y de acuerdo a sus conocimientos matemáticos.

- 1.** ¿Cuántas personas aproximadamente pueden llegar a caber en el ESTADIO EL CAMPÍN de la ciudad de Bogotá?



- 2.** ¿Cuántas personas aproximadamente pueden llegar a caben en la PLAZA BOLÍVAR de la ciudad de Bogotá?



- 3.** De acuerdo a las respuestas anteriores, ordene de mayor a menor y viceversa los números escritos en el numeral 1 y 2

- 4.** En el número 1004 ¿qué significa el número cuatro, el cero, el uno?

- 5.** ¿Cuántos grupos de 10, de 100, de 1000 y cuántas unidades libres hay en el número 87455?

Grupos de 10: _____

Grupos de 100: _____

Grupos de 1000: _____



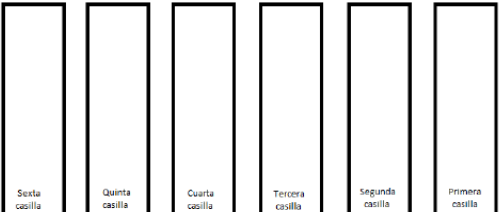
Unidades libres, para cada grupo de 10, de 100, y de 1000: _____

- 6.** En el número 84, ¿cuántos grupos de 3 se pueden hacer, y cuántos de 6?



- 7.** Una persona entra a una tienda y compra tres productos.






Anexo 5. Instrumento 1

	<p>UNIVERSIDAD EXTERNADO DE COLOMBIA COLEGIO PAULO VI (INSTITUCIÓN EDUCATIVA DISTRITAL) INTERVENCIÓN PEDAGÓGICA - PROYECTO DE INVESTIGACIÓN: “Desarrollo Del Pensamiento Numérico En Estudiantes Extraedad”</p>	
INSTRUMENTO N° 01		
PROCESO DE REALIZACIÓN VERBAL DE LA ACCIÓN EN EL JUEGO		
<p>ÁBACO DE CARTÓN</p> <p>JUEGO: Formar grupos de dos</p> <p>OBJETIVO: construir de forma gradual y progresiva el concepto de base, y asimilar leyes o reglas del juego (implícitas en la estructura de los sistemas de numeración)</p> <p>➤ INSTRUCCIONES Y REGLAS DEL JUEGO:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. El nombre de los espacios o campos del ábaco se llaman CASILLAS. 2. De derecha a izquierda, se nombran: primera casilla, segunda casilla, tercera casilla, etc., como se muestra en la siguiente imagen: 		
		
<p>CONTAR Y AGRUPAR</p> <ol style="list-style-type: none"> 3. El juego empieza formando grupos de 2 fichas en la primera casilla. 4. De cada grupo de 2 fichas formados en la primera casilla se pasa una de ellas como representante a la segunda casilla, mientras la otra ficha se ubica afuera del ábaco. 5. Con las fichas que llegaron a la segunda casilla se forman también grupos de 2 fichas, y ahora la representante pasa a la tercera casilla mientras la otra ficha se ubica afuera del ábaco. 6. Se continúan formando grupos de 2 fichas en cada casilla, y jugando de la misma manera hasta cuando sea posible. 7. El juego termina cuando ya no sea posible formar más grupos de 2 fichas. 8. Al final, el resultado del juego se lee en el ábaco de izquierda a derecha. 		
<p>JUEGOS DE APRESTAMIENTO</p> <p>De manera individual realizar los siguientes ejercicios en el ábaco teniendo en cuenta las reglas establecidas para el juego:</p> <ol style="list-style-type: none"> a. Colocar 3 fichas en la primera casilla b. Colocar 4 fichas en la primera casilla c. Colocar 5 fichas en la primera casilla d. Colocar 6 fichas en la primera casilla e. Colocar 7 fichas en la primera casilla f. Colocar 8 fichas en la primera casilla g. Colocar 9 fichas en la primera casilla h. Colocar 10 fichas en la primera casilla i. Colocar 11 fichas en la primera casilla j. Colocar 12 fichas en la primera casilla k. Colocar 13 fichas en la primera casilla l. Colocar 14 fichas en la primera casilla m. Colocar 15 fichas en la primera casilla n. Colocar 16 fichas en la primera casilla o. Colocar 17 fichas en la primera casilla p. Colocar 18 fichas en la primera casilla q. Colocar 19 fichas en la primera casilla r. Colocar 20 fichas en la primera casilla s. Colocar 21 fichas en la primera casilla t. Colocar 22 fichas en la primera casilla u. Colocar 23 fichas en la primera casilla v. Colocar 24 fichas en la primera casilla w. Colocar 25 fichas en la primera casilla x. Colocar 26 fichas en la primera casilla y. Colocar 27 fichas en la primera casilla z. Colocar 28 fichas en la primera casilla 		

Anexo 6. Instrumento 2

	<p>UNIVERSIDAD EXTERNADO DE COLOMBIA COLEGIO PAULO VI (INSTITUCIÓN EDUCATIVA DISTRITAL) INTERVENCIÓN PEDAGÓGICA - PROYECTO DE INVESTIGACIÓN: “Desarrollo Del Pensamiento Numérico En Estudiantes Extraedad”</p>	
INSTRUMENTO N° 02		
PROCESO DE REVERSIBILIDAD		
<p>ÁBACO DE CARTÓN</p> <p>JUEGO: Formar grupos de dos</p> <p>OBJETIVO: <i>construir de forma gradual y progresiva el concepto de base, y assimilar leyes o reglas del juego (implícitas en la estructura de los sistemas de numeración).</i></p> <p>Después de haber realizado muchos ejercicios en el ábaco de cartón de derecha a izquierda, y haber realizado para cada uno su correspondiente realización verbal, se propone ahora, una actividad que plantee el juego en sentido inverso, es decir, que a partir de un punto o forma de llegada, sea posible encontrar el punto de partida correspondiente.</p> <p>Ejemplo:</p> <p>Un niño estaba jugando en el ábaco a formar grupos de 2 fichas, y al terminar el juego, la solución quedó de la siguiente manera:</p> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 15px; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p><i>“Una ficha en la cuarta casilla, ninguna ficha en la tercera casilla, ninguna ficha en la segunda casilla y una ficha en la primera casilla”.</i></p> </div> <p>Para comprender el ejemplo de la situación anterior, es necesario realizar lo siguiente:</p> <p>a. Representar dicha situación en el ábaco.</p> <p>b. REVERSIBILIDAD COMPLETA. Reflexionar y responder las preguntas que se indican a continuación:</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>¿Qué le interesa descubrir o averiguar al niño en este momento?</i> • <i>¿Qué debe hacer el niño para saber con cuántas fichas inició el juego?</i> • <i>¿A qué estaba jugando el niño?</i> • <i>¿Cuál fue el resultado del juego?</i> • <i>¿Cuál fue la ficha que más lejos llegó al final del juego?</i> 		
<ul style="list-style-type: none"> • <i>¿Cómo hizo la ficha que llegó más lejos para llegar a esa casilla?</i> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>		
<p>JUEGOS DE APRESTAMIENTO</p> <p>Representar en el ábaco cada una de las siguientes situaciones, y luego, para cada caso responder las preguntas que se indican a continuación:</p> <p>A. ¿A qué estamos jugando? B. ¿Con cuántas fichas inició el juego? C. ¿Cuál fue el resultado del juego? D. ¿Cuál fue la ficha que más lejos llegó? E. ¿Cómo hizo la ficha que llegó más lejos para llegar a esa casilla?</p> <p>SITUACIONES:</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;"> <p>1. Una ficha en la quinta casilla, ninguna ficha en la cuarta casilla, una ficha en la tercera casilla, una ficha en la segunda casilla y ninguna ficha en la primera casilla.</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;"> <p>2. Una ficha en la cuarta casilla, una ficha en la tercera casilla, ninguna ficha en la segunda casilla y ninguna ficha en la primera casilla.</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;"> <p>3. Una ficha en la cuarta casilla, una ficha en la tercera casilla, una ficha en la segunda casilla y una ficha en la primera casilla.</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;"> <p>4. Una ficha en la quinta casilla, ninguna ficha en la cuarta casilla, ninguna ficha en la tercera casilla, ninguna ficha en la segunda casilla y ninguna ficha en la primera casilla.</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;"> <p>5. Una ficha en la quinta casilla, ninguna ficha en la cuarta casilla, ninguna ficha en la tercera casilla, ninguna ficha en la segunda casilla y ninguna ficha en la primera casilla.</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;"> <p>6. Una ficha en la sexta casilla, ninguna en la quinta casilla, una ficha en la cuarta casilla, ninguna ficha en la tercera casilla, una ficha en la segunda casilla y ninguna ficha en la primera casilla.</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>7. Una ficha en la cuarta casilla, ninguna ficha en la tercera casilla, una ficha en la segunda casilla y una ficha en la primera casilla.</p> </div>		

Anexo 7. Instrumento 3

	<p>UNIVERSIDAD EXTERNADO DE COLOMBIA COLEGIO PAULO VI (INSTITUCIÓN EDUCATIVA DISTRITAL) INTERVENCIÓN PEDAGÓGICA - PROYECTO DE INVESTIGACIÓN: “Desarrollo Del Pensamiento Numérico En Estudiantes Extraedad”</p>	
INSTRUMENTO N° 03		
 REPRESENTACIÓN GRÁFICA DEL JUEGO		
<p>ÁBACO DE CARTÓN</p> <p>JUEGO: Formar grupos de dos, tres, cuatro, cinco, etc.</p> <p>OBJETIVO: <i>construir de forma gradual y progresiva el concepto de base, y asimilar leyes o reglas del juego (implícitas en la estructura de los sistemas de numeración).</i></p> <p>Luego de cumplido el nivel de representación espacio-temporal, a través de la manipulación de material concreto, sigue el acceso a una forma de representación puramente espacial del juego, es decir, a su representación gráfica.</p> <p>En esta representación, se debe tener en cuenta lo siguiente:</p> <p>Reglas:</p> <ul style="list-style-type: none"> • No se puede utilizar el ábaco (material concreto). • Todos los ejercicios se deben realizar en el papel, es decir; se debe dibujar la solución utilizando lápiz o colores, como si se hiciera el procedimiento en el ábaco. • Realizar los ejercicios sobre el papel (como si se estuviera jugando en el ábaco) de derecha a izquierda de acuerdo con las reglas establecidas cuando corresponda, o de izquierda a derecha si es el caso. <p>Tareas:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Diseñar un método que sea claro para dibujar la solución de los ejercicios. • Describir la realización verbal de la acción ejecutada en el juego. <p>TAREAS DEL DOCENTE</p> <ul style="list-style-type: none"> • Observar y revisar las distintas formas de representación gráficas de los niños, es decir, la forma de comprender el proceso. • Elaborar conjuntamente el método que al grupo le parezca más claro. • Explicar y socializar el método más claro entre los estudiantes. • Indicar que los ejercicios deben ser resueltos a partir del método explicado. <i>(Recomendación: dibujar un ábaco inicial y uno final)</i> 		
<p>JUEGOS DE APRESTAMIENTO</p> <p>De manera individual realizar los siguientes ejercicios en el ábaco teniendo en cuenta las reglas establecidas para el juego:</p> <ol style="list-style-type: none"> a. Colocar 3 fichas en la primera casilla b. Colocar 4 fichas en la primera casilla c. Colocar 5 fichas en la primera casilla d. Colocar 6 fichas en la primera casilla e. Colocar 7 fichas en la primera casilla f. Colocar 8 fichas en la primera casilla g. Colocar 9 fichas en la primera casilla h. Colocar 10 fichas en la primera casilla i. Colocar 11 fichas en la primera casilla j. Colocar 12 fichas en la primera casilla k. Colocar 13 fichas en la primera casilla l. Colocar 14 fichas en la primera casilla m. Colocar 15 fichas en la primera casilla n. Colocar 16 fichas en la primera casilla o. Una en la cuarta casilla, ninguna ficha en la tercera casilla, una ficha en la segunda casilla y una ficha en la primera casilla. p. Una ficha en la quinta casilla, una en la cuarta casilla, ninguna ficha en la tercera casilla, ninguna ficha en la segunda casilla y una ficha en la primera casilla. q. Una ficha en la quinta casilla, ninguna en la cuarta casilla, ninguna ficha en la tercera casilla, ninguna ficha en la segunda casilla y una ficha en la primera casilla. r. Una ficha en la cuarta casilla, ninguna ficha en la tercera casilla, una ficha en la segunda casilla y ninguna ficha en la primera casilla. s. Una ficha en la tercera casilla, ninguna ficha en la segunda casilla y ninguna ficha en la primera casilla. t. Una ficha en la tercera casilla, una ficha en la segunda casilla y ninguna ficha en la primera casilla. 		



UNIVERSIDAD EXTERNADO DE COLOMBIA
COLEGIO PAULO VI (INSTITUCIÓN EDUCATIVA DISTRITAL)
INTERVENCIÓN PEDAGÓGICA - PROYECTO DE INVESTIGACIÓN:
“Desarrollo Del Pensamiento Numérico En Estudiantes Extraedad”



EJERCICIO N° 19

Juguemos con 17 fichas a formar grupos de 4.

Para la solución del ejercicio realizar las siguientes tareas:

Realización verbal:

Representación gráfica:

EJERCICIO N° 20

Juguemos con 19 fichas a formar grupos de 5.

Para la solución del ejercicio realizar las siguientes tareas:

Realización verbal:

Representación gráfica:



UNIVERSIDAD EXTERNADO DE COLOMBIA
COLEGIO PAULO VI (INSTITUCIÓN EDUCATIVA DISTRITAL)
INTERVENCIÓN PEDAGÓGICA - PROYECTO DE INVESTIGACIÓN:
“Desarrollo Del Pensamiento Numérico En Estudiantes Extraedad”



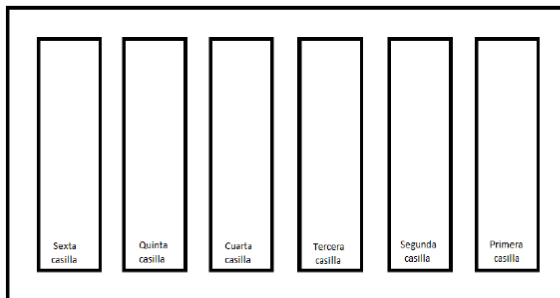
ÁBACO DE CARTÓN

JUEGO: el juego del ábaco en base 3, 4, 5 y 6

OBJETIVO: construir de forma gradual y progresiva el concepto de base, y asimilar leyes o reglas del juego (implícitas en la estructura de los sistemas de numeración)

➤ **INSTRUCCIONES Y REGLAS DEL JUEGO:**

1. El nombre de los espacios o campos del ábaco se llaman CASILLAS.
2. De derecha a izquierda, se nombran: primera casilla, segunda casilla, tercera casilla, etc., como se muestra en la siguiente imagen:



CONTAR Y AGRUPAR

3. El juego empieza formando grupos en la primera casilla de acuerdo con la base indicada en los ejercicios.
4. De cada grupo de fichas formados en la primera casilla se pasa una de ellas como representante a la segunda casilla, mientras las otras fichas se ubican afuera del ábaco.
5. Con las fichas que llegaron a la segunda casilla se forman también grupos según la base, y ahora la representante pasa a la tercera casilla mientras las otras fichas se ubican afuera del ábaco.
6. Se continúan formando grupos de fichas en cada casilla, y jugando de la misma manera hasta cuando sea posible.
7. El juego termina cuando ya no sea posible formar más grupos.
8. Al final, el resultado del juego se lee en el ábaco de izquierda a derecha.

TALLER

De manera individual realizar los siguientes ejercicios en el ábaco teniendo en cuenta las reglas establecidas para el juego:

- a. Juguemos con 11 fichas en la primera casilla a formar grupos de 3.
- b. Si después de jugar a formar grupos de 3 fichas, el ábaco quedó con 2 fichas en la tercera casilla, ninguna en la segunda casilla y una ficha en la primera casilla, ¿con cuántas fichas había comenzado el juego?
- c. Juguemos con 19 fichas en la primera casilla a formar grupos de 4.
- d. Si después de jugar a formar grupos de 4 fichas, el ábaco quedó con una ficha en la cuarta casilla, dos fichas en la tercera casilla, ninguna en la segunda casilla y una ficha en la primera casilla, ¿con cuántas fichas había comenzado el juego?
- e. Juguemos con 15 fichas en la primera casilla a formar grupos de 5.
- f. Si después de jugar a formar grupos de 5 fichas, el ábaco quedó con una ficha en la tercera casilla, ninguna en la segunda casilla y ninguna ficha en la primera casilla, ¿con cuántas fichas había comenzado el juego?
- g. Juguemos con 48 fichas en la primera casilla a formar grupos de 6.
- h. Si después de jugar a formar grupos de 6 fichas, el ábaco quedó con una ficha en la cuarta casilla, tres fichas en la tercera casilla, ninguna en la segunda casilla y una ficha en la primera casilla, ¿con cuántas fichas había comenzado el juego?
- i. Juguemos con 38 fichas en la primera casilla a formar grupos de 3.
- j. Si después de jugar a formar grupos de 4 fichas, el ábaco quedó con 2 fichas en la tercera casilla, ninguna en la segunda casilla y una ficha en la primera casilla, ¿con cuántas fichas había comenzado el juego?
- k. Juguemos con 52 fichas en la primera casilla a formar grupos de 5.
- l. Si después de jugar a formar grupos de 6 fichas, el ábaco quedó con cuatro fichas en la cuarta casilla, 2 fichas en la tercera casilla, una en la segunda casilla y una ficha en la primera casilla, ¿con cuántas fichas había comenzado el juego?



UNIVERSIDAD EXTERNADO DE COLOMBIA
COLEGIO PAULO VI (INSTITUCIÓN EDUCATIVA DISTRITAL)
INTERVENCIÓN PEDAGÓGICA - PROYECTO DE INVESTIGACIÓN:
"Desarrollo Del Pensamiento Numérico En Estudiantes Extraedad"



EJERCICIO N° 25 (NUMERACIÓN EN BASE 3)

Juguemos con 16 fichas a formar grupos de 3, es decir, a trabajar la base 3.

Para la solución del ejercicio hay que realizar las siguientes tareas:

1. Representación gráfica del juego:

SEXTA CASILLA	QUINTA CASILLA	CUARTA CASILLA	TERCERA CASILLA	SEGUNDA CASILLA	PRIMERA CASILLA

2. Realización verbal de la acción:

3. Representación simbólica del juego (con números):

NOTA: En la base 3, los únicos símbolos que se utilizan son el 0, 1 y 2.

SEXTA CASILLA	QUINTA CASILLA	CUARTA CASILLA	TERCERA CASILLA	SEGUNDA CASILLA	PRIMERA CASILLA

○ ○ ○ ○ ○ ○

El cardinal 16 queda representado o simbolizado en base 3 de la siguiente manera:

$16 = \underline{\quad\quad} (3)$

EJERCICIO N° 26 (NUMERACIÓN EN BASE 3)

Estábamos jugando a formar grupos de 3 fichas, y al finalizar, el ábaco quedó de la siguiente manera:

Una ficha en la cuarta casilla, dos fichas en la tercera casilla, ninguna en la segunda casilla y una ficha en la primera casilla.

➤ **La representación gráfica de la situación anterior es:**

SEXTA CASILLA	QUINTA CASILLA	CUARTA CASILLA	TERCERA CASILLA	SEGUNDA CASILLA	PRIMERA CASILLA

La representación gráfica del proceso de reversibilidad es:

SEXTA CASILLA	QUINTA CASILLA	CUARTA CASILLA	TERCERA CASILLA	SEGUNDA CASILLA	PRIMERA CASILLA

➤ **La cantidad de fichas con las que inició el juego es:**

➤ **La respuesta al finalizar el juego queda representada o simbolizada así:**

○ ○ ○ ○ ○ ○

➤ **El cardinal _____ queda representado o simbolizado en base 3 de la siguiente manera:**

$\underline{\quad\quad} = \underline{\quad\quad} (3)$



UNIVERSIDAD EXTERNADO DE COLOMBIA
COLEGIO PAULO VI (INSTITUCIÓN EDUCATIVA DISTRITAL)
INTERVENCIÓN PEDAGÓGICA - PROYECTO DE INVESTIGACIÓN:
"Desarrollo Del Pensamiento Numérico En Estudiantes Extraedad"



EJERCICIO N° 27 (NUMERACIÓN EN BASE 4)

Juguemos con 19 fichas a formar grupos de 4, es decir, a trabajar la base 4.

Para la solución del ejercicio hay que realizar las siguientes tareas:

1. Representación gráfica del juego:

SIXTA CASILLA	QUINTA CASILLA	CUARTA CASILLA	TERCERA CASILLA	SEGUNDA CASILLA	PRIMERA CASILLA

2. Realización verbal de la acción:

3. Representación simbólica del juego (con números):

NOTA: En la base 4, los únicos símbolos que se utilizan son el 0, 1, 2 y 3.

SIXTA CASILLA	QUINTA CASILLA	CUARTA CASILLA	TERCERA CASILLA	SEGUNDA CASILLA	PRIMERA CASILLA

○ ○ ○ ○ ○ ○

➤ El cardinal 16 quedaría representado o simbolizado en base 4 de la siguiente manera:

$$\underline{16} = \underline{\quad\quad} (4)$$

EJERCICIO N° 28 (NUMERACIÓN EN BASE 4)

Estábamos jugando a formar grupos de 4 fichas, y al finalizar, el ábaco quedó de la siguiente manera:

Una ficha en la cuarta casilla, dos fichas en la tercera casilla, ninguna en la segunda casilla y tres fichas en la primera casilla.

➤ **La representación gráfica de la situación anterior es:**

SIXTA CASILLA	QUINTA CASILLA	CUARTA CASILLA	TERCERA CASILLA	SEGUNDA CASILLA	PRIMERA CASILLA

La representación gráfica del proceso de reversibilidad es:

SIXTA CASILLA	QUINTA CASILLA	CUARTA CASILLA	TERCERA CASILLA	SEGUNDA CASILLA	PRIMERA CASILLA

➤ **La cantidad de fichas con las que inició el juego es:**

➤ La respuesta al finalizar el juego queda representada o simbolizada así:

○ ○ ○ ○ ○ ○

➤ El cardinal _____ queda representado o simbolizado en base 4 de la siguiente manera:

$$\underline{\quad\quad} = \underline{\quad\quad} (4)$$



UNIVERSIDAD EXTERNADO DE COLOMBIA
COLEGIO PAULO VI (INSTITUCIÓN EDUCATIVA DISTRITAL)
INTERVENCIÓN PEDAGÓGICA - PROYECTO DE INVESTIGACIÓN:
“Desarrollo Del Pensamiento Numérico En Estudiantes Extraedad”



EJERCICIO N° 29 (NUMERACIÓN EN BASE 5)

Juguemos con 21 fichas a formar grupos de 5, es decir, a trabajar la base 5.

Para la solución del ejercicio hay que realizar las siguientes tareas:

4. Representación gráfica del juego:

SIXTA CASILLA	QUINTA CASILLA	CUARTA CASILLA	TERCERA CASILLA	SEGUNDA CASILLA	PRIMERA CASILLA
---------------	----------------	----------------	-----------------	-----------------	-----------------

5. Realización verbal de la acción:

6. Representación simbólica del juego (con números):

NOTA: En la base 5, los únicos símbolos que se utilizan son el 0, 1, 2, 3 y el 4.

SIXTA CASILLA	QUINTA CASILLA	CUARTA CASILLA	TERCERA CASILLA	SEGUNDA CASILLA	PRIMERA CASILLA
---------------	----------------	----------------	-----------------	-----------------	-----------------



➤ El cardinal 21 queda representado o simbolizado en base 5 de la siguiente manera:

$21 = \underline{\quad\quad}^{(5)}$

EJERCICIO N° 30 (NUMERACIÓN EN BASE 5)

Estábamos jugando a formar grupos de 5 fichas, y al finalizar, el ábaco quedó de la siguiente manera:

Una ficha en la tercera casilla, cuatro fichas en la segunda casilla y dos fichas en la primera casilla.

➤ **La representación gráfica de la situación anterior es:**

SIXTA CASILLA	QUINTA CASILLA	CUARTA CASILLA	TERCERA CASILLA	SEGUNDA CASILLA	PRIMERA CASILLA
---------------	----------------	----------------	-----------------	-----------------	-----------------

La representación gráfica del proceso de reversibilidad es:

SIXTA CASILLA	QUINTA CASILLA	CUARTA CASILLA	TERCERA CASILLA	SEGUNDA CASILLA	PRIMERA CASILLA
---------------	----------------	----------------	-----------------	-----------------	-----------------

➤ **La cantidad de fichas con las que inició el juego es:**

➤ La respuesta al finalizar el juego queda representada o simbolizada así:



➤ El cardinal _____ queda representado o simbolizado en base 5 de la siguiente manera:

$\underline{\quad\quad} = \underline{\quad\quad}^{(5)}$



UNIVERSIDAD EXTERNADO DE COLOMBIA
COLEGIO PAULO VI (INSTITUCIÓN EDUCATIVA DISTRITAL)
INTERVENCIÓN PEDAGÓGICA - PROYECTO DE INVESTIGACIÓN:
"Desarrollo Del Pensamiento Numérico En Estudiantes Extraedad"



EJERCICIO N° 31 (NUMERACIÓN EN BASE 6)

Juguemos con 35 fichas a formar grupos de 6, es decir, a trabajar la base 6.

Para la solución del ejercicio hay que realizar las siguientes tareas:

7. Representación gráfica del juego:

SEXTA CASILLA	QUINTA CASILLA	CUARTA CASILLA	TERCERA CASILLA	SEGUNDA CASILLA	PRIMERA CASILLA

8. Realización verbal de la acción:

9. Representación simbólica del juego (con números):

NOTA: En la base 6, los únicos símbolos que se utilizan son el 0, 1, 2, 3, 4, y 5.

SEXTA CASILLA	QUINTA CASILLA	CUARTA CASILLA	TERCERA CASILLA	SEGUNDA CASILLA	PRIMERA CASILLA

○ ○ ○ ○ ○ ○

➤ El cardinal 35 queda representado o simbolizado en base 6 de la siguiente manera:

$$\underline{35} = \underline{\quad\quad} (6)$$

EJERCICIO N° 32 (NUMERACIÓN EN BASE 6)

Estábamos jugando a formar grupos de 6 fichas, y al finalizar, el ábaco quedó de la siguiente manera:

Una ficha en la cuarta casilla, ninguna ficha en la tercera casilla, cuatro fichas en la segunda casilla y cinco fichas en la primera casilla.

➤ **La representación gráfica de la situación anterior es:**

SEXTA CASILLA	QUINTA CASILLA	CUARTA CASILLA	TERCERA CASILLA	SEGUNDA CASILLA	PRIMERA CASILLA

La representación gráfica del proceso de reversibilidad es:

SEXTA CASILLA	QUINTA CASILLA	CUARTA CASILLA	TERCERA CASILLA	SEGUNDA CASILLA	PRIMERA CASILLA

➤ **La cantidad de fichas con las que inició el juego es:**

➤ La respuesta al finalizar el juego queda representada o simbolizada así:

○ ○ ○ ○ ○ ○

➤ El cardinal _____ queda representado o simbolizado en base 6 de la siguiente manera:

$$\underline{\quad\quad} = \underline{\quad\quad} (6)$$



UNIVERSIDAD EXTERNADO DE COLOMBIA
COLEGIO PAULO VI (INSTITUCIÓN EDUCATIVA DISTRITAL)
INTERVENCIÓN PEDAGÓGICA - PROYECTO DE INVESTIGACIÓN:
"Desarrollo Del Pensamiento Numérico En Estudiantes Extraedad"



EJERCICIO N° 33 (NUMERACIÓN EN BASE 10)

Juguemos con 47 fichas a formar grupos de 10, es decir, a trabajar la base 10.

Para la solución del ejercicio hay que realizar las siguientes tareas:

10. Representación gráfica del juego:

SEXTA CASILLA	QUINTA CASILLA	CUARTA CASILLA	TERCERA CASILLA	SEGUNDA CASILLA	PRIMERA CASILLA

11. Realización verbal de la acción:

12. Representación simbólica del juego (con números):

NOTA: En la base 10, los símbolos que se utilizan son el 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9.

SEXTA CASILLA	QUINTA CASILLA	CUARTA CASILLA	TERCERA CASILLA	SEGUNDA CASILLA	PRIMERA CASILLA

○ ○ ○ ○ ○ ○

➤ El cardinal 47 queda representado o simbolizado en base 10 de la siguiente manera:

$47 = \underline{\quad\quad} (10)$

EJERCICIO N° 34 (NUMERACIÓN EN BASE 10)

Estábamos jugando a formar grupos de 10 fichas, y al finalizar, el ábaco quedó de la siguiente manera:

Una ficha en la cuarta casilla, una ficha en la tercera casilla, ninguna en la segunda casilla y siete fichas en la primera casilla.

➤ **La representación gráfica de la situación anterior es:**

SEXTA CASILLA	QUINTA CASILLA	CUARTA CASILLA	TERCERA CASILLA	SEGUNDA CASILLA	PRIMERA CASILLA

La representación gráfica del proceso de reversibilidad es:

SEXTA CASILLA	QUINTA CASILLA	CUARTA CASILLA	TERCERA CASILLA	SEGUNDA CASILLA	PRIMERA CASILLA

➤ **La cantidad de fichas con las que inició el juego es:**


➤ La respuesta al finalizar el juego queda representada o simbolizada así:

○ ○ ○ ○ ○ ○


➤ El cardinal _____ queda representado o simbolizado en base 10 de la siguiente manera:

$\underline{\quad\quad} = \underline{\quad\quad} (10)$

Anexo 9. Instrumento 5



UNIVERSIDAD EXTERNADO DE COLOMBIA
COLEGIO PAULO VI (INSTITUCIÓN EDUCATIVA DISTRITAL)
INTERVENCIÓN PEDAGÓGICA - PROYECTO DE INVESTIGACIÓN:
"Desarrollo Del Pensamiento Numérico En Estudiantes Extraedad"



INSTRUMENTO N° 05

CONCEPTO DE VALOR POSICIONAL Y CONCEPTO DE POTENCIACIÓN

JUEGO: Formar grupos de 2, 3, 4, 5, 6 y 10

OBJETIVO: construir de forma gradual y progresiva el concepto de base, el concepto de valor posicional y potenciación.

EJERCICIO N° 35

Estábamos jugando a formar grupos de 2 fichas, y al finalizar, el ábaco quedó de la siguiente manera:

Una ficha en la sexta casilla, ninguna ficha en la quinta casilla, ninguna ficha en la cuarta casilla, ninguna ficha en la tercera casilla, ninguna ficha en la segunda casilla y ninguna ficha en la primera casilla.

➤ **La representación gráfica de del proceso de reversibilidad es:**

SEXTA CASILLA	QUINTA CASILLA	CUARTA CASILLA	TERCERA CASILLA	SEGUNDA CASILLA	PRIMERA CASILLA

➤ **¿Con cuántas fichas inició el juego?**

➤ **¿La ficha que está en la sexta casilla cuántas fichas representa en la quinta casilla?**

➤ **¿La ficha que está en la sexta casilla cuántas fichas representa en la cuarta casilla?**

➤ **¿La ficha que está en la sexta casilla cuántas fichas representa en la tercera casilla?**

➤ **¿La ficha que está en la sexta casilla cuántas fichas representa en la segunda casilla?**

➤ **¿La ficha que está en la sexta casilla cuántas fichas representa en la primera casilla?**

EJERCICIO N° 36

Estábamos jugando a formar grupos de 3 fichas, y al finalizar, el ábaco quedó de la siguiente manera:

Una ficha en la sexta casilla, ninguna ficha en la quinta casilla, ninguna ficha en la cuarta casilla, ninguna ficha en la tercera casilla, ninguna ficha en la segunda casilla y ninguna ficha en la primera casilla.

➤ **La representación gráfica de la situación anterior es:**

SEXTA CASILLA	QUINTA CASILLA	CUARTA CASILLA	TERCERA CASILLA	SEGUNDA CASILLA	PRIMERA CASILLA

➤ **La representación gráfica del proceso de reversibilidad es:**

SEXTA CASILLA	QUINTA CASILLA	CUARTA CASILLA	TERCERA CASILLA	SEGUNDA CASILLA	PRIMERA CASILLA

➤ **¿Con cuántas fichas inició el juego?**

➤ **¿La ficha que está en la sexta casilla cuántas fichas representa en la quinta casilla?**

➤ **¿La ficha que está en la sexta casilla cuántas fichas representa en la cuarta casilla?**

➤ **¿La ficha que está en la sexta casilla cuántas fichas representa en la tercera casilla?**

➤ **¿La ficha que está en la sexta casilla cuántas fichas representa en la segunda casilla?**

➤ **¿La ficha que está en la sexta casilla cuántas fichas representa en la primera casilla?**



UNIVERSIDAD EXTERNADO DE COLOMBIA
COLEGIO PAULO VI (INSTITUCIÓN EDUCATIVA DISTRITAL)
INTERVENCIÓN PEDAGÓGICA - PROYECTO DE INVESTIGACIÓN:
“Desarrollo Del Pensamiento Numérico En Estudiantes Extraedad”



EJERCICIO N° 37

Estábamos jugando a formar grupos de 4 fichas, y al finalizar, el ábaco quedó de la siguiente manera:

Una ficha en la sexta casilla, ninguna ficha en la quinta casilla, ninguna ficha en la cuarta casilla, ninguna ficha en la tercera casilla, ninguna ficha en la segunda casilla y ninguna ficha en la primera casilla.

➤ **La representación gráfica de la situación anterior es:**

SEXTA CASILLA	QUINTA CASILLA	CUARTA CASILLA	TERCERA CASILLA	SEGUNDA CASILLA	PRIMERA CASILLA

➤ **La representación gráfica del proceso de reversibilidad es:**

SEXTA CASILLA	QUINTA CASILLA	CUARTA CASILLA	TERCERA CASILLA	SEGUNDA CASILLA	PRIMERA CASILLA

- ¿Con cuántas fichas inició el juego?

- ¿La ficha que está en la sexta casilla cuántas fichas representa en la quinta casilla?

- ¿La ficha que está en la sexta casilla cuántas fichas representa en la cuarta casilla?

- ¿La ficha que está en la sexta casilla cuántas fichas representa en la tercera casilla?

- ¿La ficha que está en la sexta casilla cuántas fichas representa en la segunda casilla?

- ¿La ficha que está en la sexta casilla cuántas fichas representa en la primera casilla?

EJERCICIO N° 38

Estábamos jugando a formar grupos de 5 fichas, y al finalizar, el ábaco quedó de la siguiente manera:

Una ficha en la sexta casilla, ninguna ficha en la quinta casilla, ninguna ficha en la cuarta casilla, ninguna ficha en la tercera casilla, ninguna ficha en la segunda casilla y ninguna ficha en la primera casilla.

➤ **La representación gráfica de la situación anterior es:**

SEXTA CASILLA	QUINTA CASILLA	CUARTA CASILLA	TERCERA CASILLA	SEGUNDA CASILLA	PRIMERA CASILLA

➤ **La representación gráfica del proceso de reversibilidad es:**

SEXTA CASILLA	QUINTA CASILLA	CUARTA CASILLA	TERCERA CASILLA	SEGUNDA CASILLA	PRIMERA CASILLA

- ¿Con cuántas fichas inició el juego?

- ¿La ficha que está en la sexta casilla cuántas fichas representa en la quinta casilla?

- ¿La ficha que está en la sexta casilla cuántas fichas representa en la cuarta casilla?

- ¿La ficha que está en la sexta casilla cuántas fichas representa en la tercera casilla?

- ¿La ficha que está en la sexta casilla cuántas fichas representa en la segunda casilla?

- ¿La ficha que está en la sexta casilla cuántas fichas representa en la primera casilla?



UNIVERSIDAD EXTERNADO DE COLOMBIA
COLEGIO PAULO VI (INSTITUCIÓN EDUCATIVA DISTRITAL)
INTERVENCIÓN PEDAGÓGICA - PROYECTO DE INVESTIGACIÓN:
“Desarrollo Del Pensamiento Numérico En Estudiantes Extraedad”



EJERCICIO N° 39

Estábamos jugando a formar grupos de 6 fichas, y al finalizar, el ábaco quedó de la siguiente manera:

Una ficha en la sexta casilla, ninguna ficha en la quinta casilla, ninguna ficha en la cuarta casilla, ninguna ficha en la tercera casilla, ninguna ficha en la segunda casilla y ninguna ficha en la primera casilla.

➤ **La representación gráfica de la situación anterior es:**

SEXTA CASILLA	QUINTA CASILLA	CUARTA CASILLA	TERCERA CASILLA	SEGUNDA CASILLA	PRIMERA CASILLA

➤ **La representación gráfica del proceso de reversibilidad es:**

SEXTA CASILLA	QUINTA CASILLA	CUARTA CASILLA	TERCERA CASILLA	SEGUNDA CASILLA	PRIMERA CASILLA

- ¿Con cuántas fichas inició el juego?

- ¿La ficha que está en la sexta casilla cuántas fichas representa en la quinta casilla?

- ¿La ficha que está en la sexta casilla cuántas fichas representa en la cuarta casilla?

- ¿La ficha que está en la sexta casilla cuántas fichas representa en la tercera casilla?

- ¿La ficha que está en la sexta casilla cuántas fichas representa en la segunda casilla?

- ¿La ficha que está en la sexta casilla cuántas fichas representa en la primera casilla?

EJERCICIO N° 40

Estábamos jugando a formar grupos de 10 fichas, y al finalizar, el ábaco quedó de la siguiente manera:

Una ficha en la sexta casilla, ninguna ficha en la quinta casilla, ninguna ficha en la cuarta casilla, ninguna ficha en la tercera casilla, ninguna ficha en la segunda casilla y ninguna ficha en la primera casilla.

➤ **La representación gráfica de la situación anterior es:**

SEXTA CASILLA	QUINTA CASILLA	CUARTA CASILLA	TERCERA CASILLA	SEGUNDA CASILLA	PRIMERA CASILLA

➤ **La representación gráfica del proceso de reversibilidad es:**

SEXTA CASILLA	QUINTA CASILLA	CUARTA CASILLA	TERCERA CASILLA	SEGUNDA CASILLA	PRIMERA CASILLA

- ¿Con cuántas fichas inició el juego?

- ¿La ficha que está en la sexta casilla cuántas fichas representa en la quinta casilla?

- ¿La ficha que está en la sexta casilla cuántas fichas representa en la cuarta casilla?

- ¿La ficha que está en la sexta casilla cuántas fichas representa en la tercera casilla?

- ¿La ficha que está en la sexta casilla cuántas fichas representa en la segunda casilla?

- ¿La ficha que está en la sexta casilla cuántas fichas representa en la primera casilla?



UNIVERSIDAD EXTERNADO DE COLOMBIA
COLEGIO PAULO VI (INSTITUCIÓN EDUCATIVA DISTRITAL)
INTERVENCIÓN PEDAGÓGICA - PROYECTO DE INVESTIGACIÓN:
"Desarrollo Del Pensamiento Numérico En Estudiantes Extraedad"



CONCEPTO DE VALOR POSICIONAL Y CONCEPTO DE POTENCIACIÓN

Cuando se juega en base 2, el valor de una ficha va dependiendo de la casilla donde se encuentre.

Juguemos en el ábaco y completemos las siguientes expresiones:

SEXTA CASILLA	QUINTA CASILLA	CUARTA CASILLA	TERCERA CASILLA	SEGUNDA CASILLA	PRIMERA CASILLA

➤ El valor de **una ficha** en la sexta casilla puede expresarse como:

$$1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5$$

$$\underline{2^5} = \underline{32}$$

➤ El valor de **una ficha** en la quinta casilla puede expresarse como:

$$1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$$

$$\underline{2^4} = \underline{\quad}$$

➤ El valor de **una ficha** en la cuarta casilla puede expresarse como:

$$1 \times 2 \times 2 \times 2 = \underline{\quad}$$

$$\underline{\quad} = \underline{\quad}$$

➤ El valor de **una ficha** en la tercera casilla puede expresarse como:

$$1 \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$\underline{\quad} = \underline{\quad}$$

➤ El valor de **una ficha** en la segunda casilla puede expresarse como:

$$1 \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$\underline{\quad} = \underline{\quad}$$

➤ El valor de **una ficha** en la primera casilla puede expresarse como:

$$1 \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$\underline{\quad} = \underline{\quad}$$

CONCEPTO DE VALOR POSICIONAL Y CONCEPTO DE POTENCIACIÓN

Cuando se juega en base 3, el valor de una ficha va dependiendo de la casilla donde se encuentre.

Juguemos en el ábaco y completemos las siguientes expresiones:

SEXTA CASILLA	QUINTA CASILLA	CUARTA CASILLA	TERCERA CASILLA	SEGUNDA CASILLA	PRIMERA CASILLA

➤ El valor de **una ficha** en la sexta casilla puede expresarse como:

$$1 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^5$$

$$\underline{3^5} = \underline{243}$$

➤ El valor de **una ficha** en la quinta casilla puede expresarse como:

$$1 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$$

$$\underline{3^4} = \underline{\quad}$$

➤ El valor de **una ficha** en la cuarta casilla puede expresarse como:

$$1 \times 3 \times 3 \times 3 = \underline{\quad}$$

$$\underline{\quad} = \underline{\quad}$$

➤ El valor de **una ficha** en la tercera casilla puede expresarse como:

$$1 \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$\underline{\quad} = \underline{\quad}$$

➤ El valor de **una ficha** en la segunda casilla puede expresarse como:

$$1 \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$\underline{\quad} = \underline{\quad}$$

➤ El valor de **una ficha** en la primera casilla puede expresarse como:

$$1 \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$\underline{\quad} = \underline{\quad}$$



UNIVERSIDAD EXTERNADO DE COLOMBIA
COLEGIO PAULO VI (INSTITUCIÓN EDUCATIVA DISTRITAL)
INTERVENCIÓN PEDAGÓGICA - PROYECTO DE INVESTIGACIÓN:
"Desarrollo Del Pensamiento Numérico En Estudiantes Extraedad"



CONCEPTO DE VALOR POSICIONAL Y CONCEPTO DE POTENCIACIÓN

Cuando se juega en base 4, el valor de una ficha va dependiendo de la casilla donde se encuentre.

Juguemos en el ábaco y completemos las siguientes expresiones:

SEXTA CASILLA	QUINTA CASILLA	CUARTA CASILLA	TERCERA CASILLA	SEGUNDA CASILLA	PRIMERA CASILLA

➤ El valor de **una ficha** en la sexta casilla puede expresarse como:

$$1 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 4^5$$

$$4^5 = 1024$$

➤ El valor de **una ficha** en la quinta casilla puede expresarse como:

$$1 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 4^4$$

$$4^4 = \underline{\hspace{2cm}}$$

➤ El valor de **una ficha** en la cuarta casilla puede expresarse como:

$$1 \times 4 \times 4 \times 4 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

➤ El valor de **una ficha** en la tercera casilla puede expresarse como:

$$1 \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

➤ El valor de **una ficha** en la segunda casilla puede expresarse como:

$$1 \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

➤ El valor de **una ficha** en la primera casilla puede expresarse como:

$$1 \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

CONCEPTO DE VALOR POSICIONAL Y CONCEPTO DE POTENCIACIÓN

Cuando se juega en base 5, el valor de una ficha va dependiendo de la casilla donde se encuentre.

Juguemos en el ábaco y completemos las siguientes expresiones:

SEXTA CASILLA	QUINTA CASILLA	CUARTA CASILLA	TERCERA CASILLA	SEGUNDA CASILLA	PRIMERA CASILLA

➤ El valor de **una ficha** en la sexta casilla puede expresarse como:

$$1 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^5$$

$$5^5 = 3125$$

➤ El valor de **una ficha** en la quinta casilla puede expresarse como:

$$1 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4$$

$$5^4 = \underline{\hspace{2cm}}$$

➤ El valor de **una ficha** en la cuarta casilla puede expresarse como:

$$1 \times 5 \times 5 \times 5 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

➤ El valor de **una ficha** en la tercera casilla puede expresarse como:

$$1 \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

➤ El valor de **una ficha** en la segunda casilla puede expresarse como:

$$1 \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

➤ El valor de **una ficha** en la primera casilla puede expresarse como:

$$1 \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$



UNIVERSIDAD EXTERNADO DE COLOMBIA
COLEGIO PAULO VI (INSTITUCIÓN EDUCATIVA DISTRITAL)
INTERVENCIÓN PEDAGÓGICA - PROYECTO DE INVESTIGACIÓN:
"Desarrollo Del Pensamiento Numérico En Estudiantes Extraedad"



CONCEPTO DE VALOR POSICIONAL Y CONCEPTO DE POTENCIACIÓN

Cuando se juega en base 6, el valor de una ficha va dependiendo de la casilla donde se encuentre.

Juguemos en el ábaco y completemos las siguientes expresiones:

SEXTA CASILLA	QUINTA CASILLA	CUARTA CASILLA	TERCERA CASILLA	SEGUNDA CASILLA	PRIMERA CASILLA

➤ El valor de **una ficha** en la sexta casilla puede expresarse como:

$$1 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 = 6^5$$

$$6^5 = 7776$$

➤ El valor de **una ficha** en la quinta casilla puede expresarse como:

$$1 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 = 6^4$$

$$6^4 = \underline{\hspace{2cm}}$$

➤ El valor de **una ficha** en la cuarta casilla puede expresarse como:

$$1 \times 6 \times 6 \times 6 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

➤ El valor de **una ficha** en la tercera casilla puede expresarse como:

$$1 \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

➤ El valor de **una ficha** en la segunda casilla puede expresarse como:

$$1 \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

➤ El valor de **una ficha** en la primera casilla puede expresarse como:

$$1 \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

CONCEPTO DE VALOR POSICIONAL Y CONCEPTO DE POTENCIACIÓN

Cuando se juega en base 10, el valor de una ficha va dependiendo de la casilla donde se encuentre.

Juguemos en el ábaco y completemos las siguientes expresiones:

SEXTA CASILLA	QUINTA CASILLA	CUARTA CASILLA	TERCERA CASILLA	SEGUNDA CASILLA	PRIMERA CASILLA

➤ El valor de **una ficha** en la sexta casilla puede expresarse como:

$$1 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^5$$

$$10^5 = 100000$$

➤ El valor de **una ficha** en la quinta casilla puede expresarse como:

$$1 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^4$$

$$10^4 = \underline{\hspace{2cm}}$$

➤ El valor de **una ficha** en la cuarta casilla puede expresarse como:

$$1 \times 10 \times 10 \times 10 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

➤ El valor de **una ficha** en la tercera casilla puede expresarse como:

$$1 \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

➤ El valor de **una ficha** en la segunda casilla puede expresarse como:

$$1 \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

➤ El valor de **una ficha** en la primera casilla puede expresarse como:

$$1 \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$



UNIVERSIDAD EXTERNADO DE COLOMBIA
COLEGIO PAULO VI (INSTITUCIÓN EDUCATIVA DISTRITAL)
INTERVENCIÓN PEDAGÓGICA - PROYECTO DE INVESTIGACIÓN:
"Desarrollo Del Pensamiento Numérico En Estudiantes Extraedad"



CONCEPTO DE VALOR POSICIONAL Y CONCEPTO DE POTENCIACIÓN

Cuando se juega en base 6, el valor de una ficha va dependiendo de la casilla donde se encuentre.

Juguemos en el ábaco y completemos las siguientes expresiones:

SEXTA CASILLA	QUINTA CASILLA	CUARTA CASILLA	TERCERA CASILLA	SEGUNDA CASILLA	PRIMERA CASILLA

➤ El valor de **una ficha** en la sexta casilla puede expresarse como:

$$1 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 = 6^5$$

$$6^5 = \underline{7776}$$

➤ El valor de **una ficha** en la quinta casilla puede expresarse como:

$$1 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 = 6^4$$

$$6^4 = \underline{\quad}$$

➤ El valor de **una ficha** en la cuarta casilla puede expresarse como:

$$1 \times 6 \times 6 \times 6 = \underline{\quad}$$

$$\underline{\quad} = \underline{\quad}$$

➤ El valor de **una ficha** en la tercera casilla puede expresarse como:

$$1 \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$\underline{\quad} = \underline{\quad}$$

➤ El valor de **una ficha** en la segunda casilla puede expresarse como:

$$1 \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$\underline{\quad} = \underline{\quad}$$

➤ El valor de **una ficha** en la primera casilla puede expresarse como:

$$1 \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$\underline{\quad} = \underline{\quad}$$

CONCEPTO DE VALOR POSICIONAL Y CONCEPTO DE POTENCIACIÓN

Cuando se juega en base 10, el valor de una ficha va dependiendo de la casilla donde se encuentre.

Juguemos en el ábaco y completemos las siguientes expresiones:

SEXTA CASILLA	QUINTA CASILLA	CUARTA CASILLA	TERCERA CASILLA	SEGUNDA CASILLA	PRIMERA CASILLA

➤ El valor de **una ficha** en la sexta casilla puede expresarse como:

$$1 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^5$$

$$10^5 = \underline{100000}$$

➤ El valor de **una ficha** en la quinta casilla puede expresarse como:

$$1 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^4$$

$$10^4 = \underline{\quad}$$

➤ El valor de **una ficha** en la cuarta casilla puede expresarse como:

$$1 \times 10 \times 10 \times 10 = \underline{\quad}$$

$$\underline{\quad} = \underline{\quad}$$

➤ El valor de **una ficha** en la tercera casilla puede expresarse como:

$$1 \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$\underline{\quad} = \underline{\quad}$$

➤ El valor de **una ficha** en la segunda casilla puede expresarse como:

$$1 \underline{\quad} = \underline{\quad}$$


$$\underline{\quad} = \underline{\quad}$$

➤ El valor de **una ficha** en la primera casilla puede expresarse como:


$$1 \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$\underline{\quad} = \underline{\quad}$$

Anexo 10. Instrumento 6



UNIVERSIDAD EXTERNADO DE COLOMBIA
COLEGIO PAULO VI (INSTITUCIÓN EDUCATIVA DISTRITAL)
INTERVENCIÓN PEDAGÓGICA - PROYECTO DE INVESTIGACIÓN:
“Desarrollo Del Pensamiento Numérico En Estudiantes Extraedad”



INSTRUMENTO N° 06

SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL

El sistema de numeración decimal apareció inicialmente en la India a mediados del siglo VIII. Luego fue adoptado y perfeccionado por los árabes, quienes lo difundieron en Europa en el siglo XII. Desde entonces es el sistema de numeración más usado.

Sus principales características son:

- Es un sistema en base 10.** Esto quiere decir que los agrupamientos se hacen de diez en diez, y cada 10 unidades de un orden forman una unidad del orden siguiente.
- Utiliza diez símbolos,** estos son: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9, los cuales son llamados cifras o dígitos y con estos se pueden hacer combinaciones para formar infinitos números.
- Es un sistema posicional y relativo de cada dígito.** Esto quiere decir que, dependiendo de la posición donde se ubique cada dígito tendrá un valor.

Por ejemplo: en el número

$$\begin{array}{ccccccc} & & & 3 & 2 & 5 & 2 & 0 \\ & & & \uparrow & & \uparrow & & \\ \text{Vale } 2.000 & & & & & & & \text{vale } 20 \end{array}$$

En el sistema de numeración decimal se ubican las cifras de acuerdo con la siguiente tabla de valor posicional:

ORDEN:	3er ORDEN: MILLONES			2do ORDEN: MILES			1er ORDEN: UNIDADES		
	Centenas de millón	Decenas de millón	Unidades de millón	Centenas de mil	Decenas de mil	Unidades de mil	Centenas	Decenas	Unidades
SÍMBOLO	CMM	DMM	UMM	CM	DM	UM	C	D	U
VALOR	100.000.000	10.000.000	1.000.000	100.000	10.000	1.000	100	10	1
NOTACIÓN EXPONENCIAL	10 ⁸	10 ⁷	10 ⁶	10 ⁵	10 ⁴	10 ³	10 ²	10 ¹	10 ⁰

Ejemplo:

El valor del número 2 en 8245 no es el mismo que en 8332, esto es debido a que los dígitos actúan como multiplicadores de las potencias de la base.

Así, tenemos que en el número 8245 el 2 se ubica en las centenas, por lo que su valor posicional será 2×10^2 , es decir, 200. Sin embargo, en el número 8332 su valor equivaldrá a la multiplicación de 2×10^0 , es decir, 2; ya que el 2 se encuentra en la posición de unidades.

REPRESENTACIÓN DE UN NÚMERO EN EL SISTEMA DECIMAL

Un número en el sistema de numeración decimal, puede representarse de las siguientes maneras:

- NOTACIÓN SEGÚN EL NOMBRE DE LA POSICIÓN DE CADA CIFRA:** el número se expresa teniendo en cuenta el nombre del valor de posición de cada una de sus cifras.

Por ejemplo; el número 537.400 se representa así:

 $537.400 = 5CM + 3DM + 7UM + 4C$
- NOTACIÓN POLINÓMICA O ADITIVA:** el número se expresa teniendo en cuenta el valor de la posición de cada una de sus cifras.

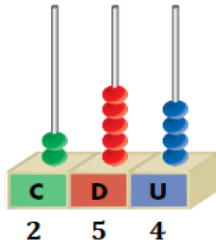
Por ejemplo; el número 537.400 expresado en forma polinómica es:

 $537.400 = 500.000 + 30.000 + 7.000 + 400$
- NOTACIÓN EXPONENCIAL.** El número se expresa teniendo en cuenta el valor de posición de cada una de sus cifras en forma exponencial.

Por ejemplo; el número 537.400 expresado en forma exponencial es:

 $537.400 = (5 \times 10^5) + (3 \times 10^4) + (7 \times 10^3) + (4 \times 10^2)$
- NOTACIÓN EN EL ÁBACO:** el número se representa en el ábaco teniendo en cuenta el valor de posición, es decir; se indican las unidades, decenas, centenas, unidades de mil, etc.

Por ejemplo; el número 254 se representa así:



2 5 4

- NOTACIÓN EN LETRAS:** Lectura y escritura de números. Para escribir la lectura correcta de las cifras en un número, se agrupan de tres en tres, partiendo de las unidades, así:

miles
130 210 801 → Se lee: 130 millones 210 mil 801 unidades.

millones unidades

250 800 005 → Se lee: doscientos cincuenta millones ochocientos mil cinco unidades.



UNIVERSIDAD EXTERNADO DE COLOMBIA
COLEGIO PAULO VI (INSTITUCIÓN EDUCATIVA DISTRITAL)
INTERVENCIÓN PEDAGÓGICA - PROYECTO DE INVESTIGACIÓN:
“Desarrollo Del Pensamiento Numérico En Estudiantes Extraedad”



EJERCICIO N° 41

Escribir el número **25.030** en cada una de las representaciones del sistema de numeración decimal:

a) NOTACIÓN SEGÚN LA POSICIÓN DE CADA CIFRA:

25.030 = _____

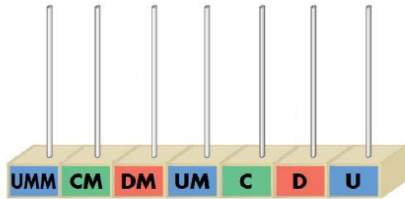
b) NOTACIÓN POLINÓMICA O ADITIVA:

25.030 = _____

c) NOTACIÓN EXPONENCIAL:

25.030 = _____

d) NOTACIÓN EN EL ÁBACO:



e) NOTACIÓN EN LETRAS:

25.030 = _____

EJERCICIO N° 42

Escribir el número **706.234** en cada una de las representaciones del sistema de numeración decimal:

a) NOTACIÓN SEGÚN LA POSICIÓN DE CADA CIFRA:

706.234 = _____

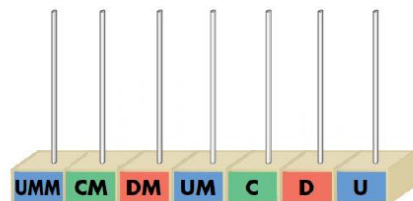
b) NOTACIÓN POLINÓMICA O ADITIVA:

706.234 = _____

c) NOTACIÓN EXPONENCIAL:

706.234 = _____

d) NOTACIÓN EN EL ÁBACO:



e) NOTACIÓN EN LETRAS:

706.234 = _____

EJERCICIO N° 43

Escribir el número **8.097** en cada una de las representaciones del sistema de numeración decimal:

a) NOTACIÓN SEGÚN LA POSICIÓN DE CADA CIFRA:

8.097 = _____

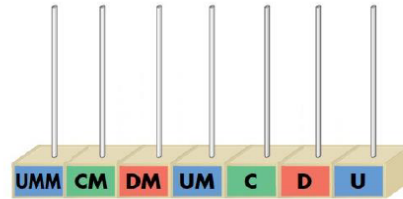
b) NOTACIÓN POLINÓMICA O ADITIVA:

8.097 = _____

c) NOTACIÓN EXPONENCIAL:

8.097 = _____

d) NOTACIÓN EN EL ÁBACO:



e) NOTACIÓN EN LETRAS:

8.097 = _____

EJERCICIO N° 44

Escribir el número **5.402.067** en cada una de las representaciones del sistema de numeración decimal:

a) NOTACIÓN SEGÚN LA POSICIÓN DE CADA CIFRA:

5.402.067 = _____

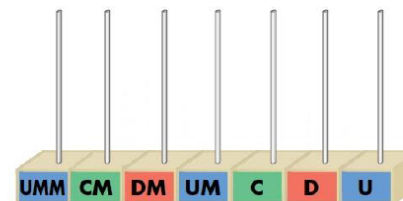
b) NOTACIÓN POLINÓMICA O ADITIVA:

5.402.067 = _____

c) NOTACIÓN EXPONENCIAL:

5.402.067 = _____

d) NOTACIÓN EN EL ÁBACO:



e) NOTACIÓN EN LETRAS:

5.402.067 = _____



UNIVERSIDAD EXTERNADO DE COLOMBIA
COLEGIO PAULO VI (INSTITUCIÓN EDUCATIVA DISTRITAL)
INTERVENCIÓN PEDAGÓGICA - PROYECTO DE INVESTIGACIÓN:
“Desarrollo Del Pensamiento Numérico En Estudiantes Extraedad”



EJERCICIO N° 45

Escribir el número **97.603** en cada una de las representaciones del sistema de numeración decimal:

a) NOTACIÓN SEGÚN LA POSICIÓN DE CADA CIFRA:

97.603 = _____

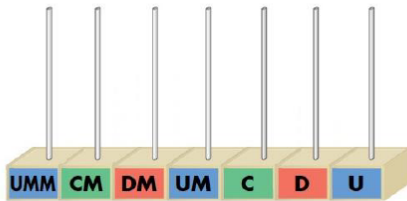
b) NOTACIÓN POLINÓMICA O ADITIVA:

97.603 = _____

c) NOTACIÓN EXPONENCIAL:

97.603 = _____

d) NOTACIÓN EN EL ÁBACO:



e) NOTACIÓN EN LETRAS:

97.603 = _____

EJERCICIO N° 46

Escribir el número **610.672** en cada una de las representaciones del sistema de numeración decimal:

a) NOTACIÓN SEGÚN LA POSICIÓN DE CADA CIFRA:

610.672 = _____

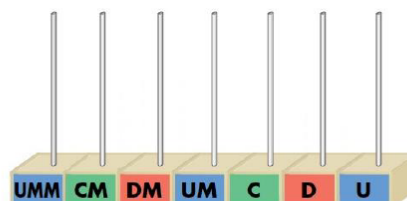
b) NOTACIÓN POLINÓMICA O ADITIVA:

610.672 = _____

c) NOTACIÓN EXPONENCIAL:

610.672 = _____

d) NOTACIÓN EN EL ÁBACO:



e) NOTACIÓN EN LETRAS:

610.672 = _____

EJERCICIO N° 47

Escribir el número **9.004** en cada una de las representaciones del sistema de numeración decimal:

a) NOTACIÓN SEGÚN LA POSICIÓN DE CADA CIFRA:

9.004 = _____

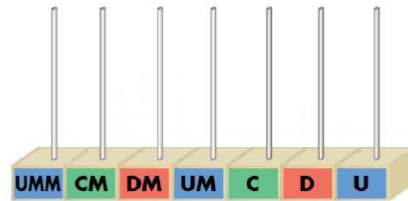
b) NOTACIÓN POLINÓMICA O ADITIVA:

9.004 = _____

c) NOTACIÓN EXPONENCIAL:

9.004 = _____

d) NOTACIÓN EN EL ÁBACO:



e) NOTACIÓN EN LETRAS:

9.004 = _____

EJERCICIO N° 48

Escribir el número **7.006.580** en cada una de las representaciones del sistema de numeración decimal:

a) NOTACIÓN SEGÚN LA POSICIÓN DE CADA CIFRA:

7.006.580 = _____

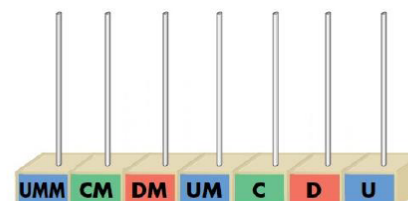
b) NOTACIÓN POLINÓMICA O ADITIVA:

7.006.580 = _____

c) NOTACIÓN EXPONENCIAL:

7.006.580 = _____


d) NOTACIÓN EN EL ÁBACO:




e) NOTACIÓN EN LETRAS:

7.006.580 = _____

Anexo 11. Instrumento 7



UNIVERSIDAD EXTERNADO DE COLOMBIA
COLEGIO PAULO VI (INSTITUCIÓN EDUCATIVA DISTRITAL)
INTERVENCIÓN PEDAGÓGICA - PROYECTO DE INVESTIGACIÓN:
“Desarrollo Del Pensamiento Numérico En Estudiantes Extraedad”



INSTRUMENTO 07

ALGORITMOS EN EL ÁBACO

ADICIÓN

El proceso de sumar está asociado al concepto de agregar, se trata de continuar con la dinámica de formar grupos, y es necesario tener claro el concepto de agrupar en las diferentes bases.

EJERCICIO 49:

Para desarrollar adecuadamente el proceso de la adición es necesario saber realizar las siguientes tareas:

1. Indicar la forma como se simbolizan en BASE 3 los cardinales 26 y 15.

➤ Representación gráfica del cardinal 26 en BASE 3

SEGUNDA CASILLA	QUINTA CASILLA	OCTAVA CASILLA	DECIMATERCERA CASILLA	DECIMOSEXTA CASILLA	VEINTITERCERA CASILLA

26 = _____ (3)

➤ Representación gráfica del cardinal 15 en BASE 3

SEGUNDA CASILLA	QUINTA CASILLA	OCTAVA CASILLA	DECIMATERCERA CASILLA	DECIMOSEXTA CASILLA	VEINTITERCERA CASILLA

15 = _____ (3)

2. Representar o simbolizar en el ábaco los dos cardinales.

Simbolización de los cardinales en el ábaco					

3. Representar gráficamente el proceso de adición de los dos cardinales en el ábaco. (Formar grupos de tres).

Representación gráfica del proceso de adición					

4. Escribir la adición de los cardinales en forma numérica. (Suma vertical)

$$\begin{array}{r}
 + \\
 \hline
 \\
 \\

 \end{array}$$

5. Realización verbal del proceso realizado:



UNIVERSIDAD EXTERNADO DE COLOMBIA
COLEGIO PAULO VI (INSTITUCIÓN EDUCATIVA DISTRITAL)
INTERVENCIÓN PEDAGÓGICA - PROYECTO DE INVESTIGACIÓN:
“Desarrollo Del Pensamiento Numérico En Estudiantes Extraedad”



INSTRUMENTO 07

ALGORITMOS EN EL ÁBACO

ADICIÓN

El proceso de sumar está asociado al concepto de agregar, se trata de continuar con la dinámica de formar grupos, y es necesario tener claro el concepto de agrupar en las diferentes bases.

EJERCICIO 50:

Para desarrollar adecuadamente el proceso de la adición es necesario saber realizar las siguientes tareas:

1. Indicar la forma como se simbolizan en **BASE 5** los cardinales 45 y 29.

➤ Representación gráfica del cardinal 45 en BASE 5

SESTA CASILLA	QUINTA CASILLA	CUARTA CASILLA	TERCERA CASILLA	SEGUNDA CASILLA	PRIMERA CASILLA



El cardinal 45 quedaría representado o simbolizado en BASE 5 de la siguiente manera:

$$45 = \underline{\hspace{2cm}} (5)$$

➤ Representación gráfica del cardinal 29 en BASE 5

SESTA CASILLA	QUINTA CASILLA	CUARTA CASILLA	TERCERA CASILLA	SEGUNDA CASILLA	PRIMERA CASILLA



El cardinal 29 quedaría representado o simbolizado en BASE 5 de la siguiente manera:

$$29 = \underline{\hspace{2cm}} (5)$$

2. Representar o simbolizar en el ábaco los dos cardinales.

Simbolización de los cardinales en el ábaco					

3. Representar gráficamente el proceso de adición de los dos cardinales en el ábaco. (Formar grupos de tres).

Representación gráfica del proceso de adición					



4. Escribir la adición de los cardinales en forma numérica. (Suma vertical)

$$\begin{array}{r}
 + \quad (5) \\
 \quad (5) \\
 \hline
 \quad (5)
 \end{array}$$

5. Realización verbal del proceso realizado:



UNIVERSIDAD EXTERNADO DE COLOMBIA
COLEGIO PAULO VI (INSTITUCIÓN EDUCATIVA DISTRITAL)
INTERVENCIÓN PEDAGÓGICA - PROYECTO DE INVESTIGACIÓN:
“Desarrollo Del Pensamiento Numérico En Estudiantes Extraedad”



INSTRUMENTO 07

ALGORITMOS EN EL ÁBACO

ADICIÓN

El proceso de sumar está asociado al concepto de agregar, se trata de continuar con la dinámica de formar grupos, y es necesario tener claro el concepto de agrupar en las diferentes bases.

EJERCICIO 51:

Para desarrollar adecuadamente el proceso de la adición es necesario saber realizar las siguientes tareas:

1. Indicar la forma como se simbolizan en BASE 6 los cardinales 52 y 31.

➤ Representación gráfica del cardinal 52 en BASE 6

SEXTA CASILLA	QUINTA CASILLA	CUARTA CASILLA	TERCERA CASILLA	SEGUNDA CASILLA	PRIMERA CASILLA
---------------	----------------	----------------	-----------------	-----------------	-----------------

○ ○ ○ ○ ○ ○

El cardinal 52 quedaría representado o simbolizado en BASE 6 de la siguiente manera:

52 = _____ (6)

➤ Representación gráfica del cardinal 31 en BASE 6

SEXTA CASILLA	QUINTA CASILLA	CUARTA CASILLA	TERCERA CASILLA	SEGUNDA CASILLA	PRIMERA CASILLA
---------------	----------------	----------------	-----------------	-----------------	-----------------

○ ○ ○ ○ ○ ○

El cardinal 31 quedaría representado o simbolizado en BASE 6 de la siguiente manera:

31 = _____ (6)

2. Representar o simbolizar en el ábaco los dos cardinales.

Simbolización de los cardinales en el ábaco

3. Representar gráficamente el proceso de adición de los dos cardinales en el ábaco. (Formar grupos de tres).

Representación gráfica del proceso de adición

○ ○ ○ ○ ○ ○

4. Escribir la adición de los cardinales en forma numérica. (Suma vertical)

$$\begin{array}{r}
 \\
 + \\
 \hline

 \end{array}$$

5. Realización verbal del proceso realizado:



UNIVERSIDAD EXTERNADO DE COLOMBIA
COLEGIO PAULO VI (INSTITUCIÓN EDUCATIVA DISTRITAL)
INTERVENCIÓN PEDAGÓGICA - PROYECTO DE INVESTIGACIÓN:
"Desarrollo Del Pensamiento Numérico En Estudiantes Extraedad"



INSTRUMENTO 07

ALGORITMOS EN EL ÁBACO

ADICIÓN

El proceso de sumar está asociado al concepto de agregar, se trata de continuar con la dinámica de formar grupos, y es necesario tener claro el concepto de agrupar en las diferentes bases.

EJERCICIO 52:

Para desarrollar adecuadamente el proceso de la adición es necesario saber realizar las siguientes tareas:

1. Indicar la forma como se simbolizan en **BASE 10** los cardinales 65 y 29.

➤ Representación gráfica del cardinal 65 en BASE 10

SEXTA CASILLA	QUINTA CASILLA	CUARTA CASILLA	TERCERA CASILLA	SEGUNDA CASILLA	PRIMERA CASILLA
---------------	----------------	----------------	-----------------	-----------------	-----------------



El cardinal 65 quedaría representado o simbolizado en BASE 10 de la siguiente manera:

$$65 = \underline{\hspace{2cm}} \quad (10)$$

➤ Representación gráfica del cardinal 38 en BASE 10

SEXTA CASILLA	QUINTA CASILLA	CUARTA CASILLA	TERCERA CASILLA	SEGUNDA CASILLA	PRIMERA CASILLA
---------------	----------------	----------------	-----------------	-----------------	-----------------



El cardinal 38 quedaría representado o simbolizado en BASE 10 de la siguiente manera:

$$38 = \underline{\hspace{2cm}} \quad (10)$$

2. Representar o simbolizar en el ábaco los dos cardinales.

Simbolización de los cardinales en el ábaco					

3. Representar gráficamente el proceso de adición de los dos cardinales en el ábaco. (Formar grupos de tres).

Representación gráfica del proceso de adición					



4. Escribir la adición de los cardinales en forma numérica. (Suma vertical)

$$\begin{array}{r}
 + \quad (10) \\
 \quad (10) \\
 \hline
 \quad (10)
 \end{array}$$

5. Realización verbal del proceso realizado:

Anexo 12. Instrumento 8



UNIVERSIDAD EXTERNADO DE COLOMBIA
COLEGIO PAULO VI (INSTITUCIÓN EDUCATIVA DISTRITAL)
INTERVENCIÓN PEDAGÓGICA - PROYECTO DE INVESTIGACIÓN:
“Desarrollo Del Pensamiento Numérico En Estudiantes Extraedad”



INSTRUMENTO 08

ÁBACO DE CARTÓN Y ÁBACO VERTICAL CON FICHAS

➤ ALGORITMO DE SUSTRACCIÓN

OBJETIVO: comprender el algoritmo de la sustracción en el sistema decimal de numeración a partir de la manipulación de material concreto (uso del ábaco).

➤ ASPECTOS BÁSICOS DE LOS DISTINOS SISTEMAS DE NUMERACIÓN

BASE	SISTEMA DE NUMERACIÓN	DÍGITOS QUE UTILIZA
2	Binario	0, 1
3	Ternario	0, 1, 2
4	Cuaternario	0, 1, 2, 3
5	Quinario	0, 1, 2, 3, 4
6	Senario	0, 1, 2, 3, 4, 5
7	Heptal	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6
8	Octal	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
9	Nonario	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8
10	Decimal	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

EJERCICIO N° 53

Realizar en el ábaco de cartón la siguiente sustracción:

$$\begin{array}{r} 201_{(3)} \\ - 122_{(3)} \\ \hline \end{array}$$

EJERCICIO N° 54

Realizar en el ábaco vertical la siguiente sustracción:

$$\begin{array}{r} 2012_{(3)} \\ - 1121_{(3)} \\ \hline \end{array}$$

EJERCICIO N° 55

Realizar en el ábaco de cartón la siguiente sustracción:

$$\begin{array}{r} 4212_{(5)} \\ - 2334_{(5)} \\ \hline \end{array}$$

EJERCICIO N° 56

Realizar en el ábaco vertical la siguiente sustracción:

$$\begin{array}{r} 3242_{(5)} \\ - 1205_{(5)} \\ \hline \end{array}$$

EJERCICIO N° 57

Realizar en el ábaco de cartón la siguiente sustracción:

$$\begin{array}{r} 4212_{(6)} \\ - 2334_{(6)} \\ \hline \end{array}$$

EJERCICIO N° 58

Realizar en el ábaco vertical la siguiente sustracción:

$$\begin{array}{r} 3242_{(6)} \\ - 1205_{(6)} \\ \hline \end{array}$$



UNIVERSIDAD EXTERNADO DE COLOMBIA
COLEGIO PAULO VI (INSTITUCIÓN EDUCATIVA DISTRITAL)
INTERVENCIÓN PEDAGÓGICA - PROYECTO DE INVESTIGACIÓN:
“Desarrollo Del Pensamiento Numérico En Estudiantes Extraedad”



EJERCICIO N° 59

Realizar en el ábaco de cartón la siguiente sustracción:

$$\begin{array}{r} 4212_{(10)} \\ - 2334_{(10)} \\ \hline \end{array}$$

EJERCICIO N° 60

Realizar en el ábaco vertical la siguiente sustracción:

$$\begin{array}{r} 3242_{(10)} \\ - 1205_{(10)} \\ \hline \end{array}$$

EJERCICIO N° 61

Realizar en el ábaco de cartón la siguiente sustracción:

$$\begin{array}{r} 5007 \\ - 2349 \\ \hline \end{array}$$

EJERCICIO N° 62

Realizar en el ábaco vertical la siguiente sustracción:

$$\begin{array}{r} 5007 \\ - 2349 \\ \hline \end{array}$$

EJERCICIO N° 63

Realizar en el ábaco vertical la siguiente sustracción:

$$\begin{array}{r} 7005 \\ - 4647 \\ \hline \end{array}$$

EJERCICIO N° 64

Realizar en el ábaco vertical la siguiente sustracción:

$$\begin{array}{r} 8008 \\ - 5075 \\ \hline \end{array}$$

EJERCICIO N° 65

Realizar en el ábaco vertical la siguiente sustracción:

$$\begin{array}{r} 76012 \\ - 3532 \\ \hline \end{array}$$

EJERCICIO N° 66

Realizar en el ábaco vertical la siguiente sustracción:

$$\begin{array}{r} 89203 \\ - 61465 \\ \hline \end{array}$$

EJERCICIO N° 67

Realizar en el ábaco vertical la siguiente sustracción:

$$\begin{array}{r} 80006 \\ - 7408 \\ \hline \end{array}$$

EJERCICIO N° 68

Realizar en el ábaco vertical la siguiente sustracción:

$$\begin{array}{r} 45016 \\ - 21357 \\ \hline \end{array}$$

EJERCICIO N° 69

Realizar en el ábaco vertical la siguiente sustracción:

$$\begin{array}{r} 9900 \\ - 5677 \\ \hline \end{array}$$

EJERCICIO N° 70

Realizar en el ábaco vertical la siguiente sustracción:

$$\begin{array}{r} 198007 \\ - 140348 \\ \hline \end{array}$$

Anexo 13. Prueba de salida



UNIVERSIDAD EXTERNADO DE COLOMBIA
COLEGIO PAULO VI – INSTITUCIÓN EDUCATIVA DISTRITAL
PRUEBA DE SALIDA - PROYECTO DE INVESTIGACIÓN:



“Desarrollo Del Pensamiento Numérico En Estudiantes Extraedad”

NOMBRE: _____

PRUEBA DE SALIDA

Apreciado estudiante, a continuación, encontrará unas preguntas que buscan evaluar su pensamiento numérico y las formas de responder y de reflexionar frente a varias situaciones cotidianas. Por favor responda con una letra clara y de acuerdo a sus conocimientos matemáticos.

1. ¿Cuántos estudiantes aproximadamente pueden estar en el patio durante el descanso en el colegio Paulo VI?



2. Ordenar los siguientes números del menor al mayor:

157	468	787	253	▶	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
378	324	953	764	▶	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
499	739	500	601	▶	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
432	243	324	342	▶	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

Ordenar los siguientes números del mayor al menor:

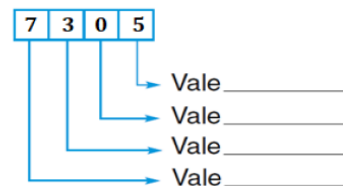
475	917	201	738	▶	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
157	468	787	253	▶	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
378	324	953	764	▶	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
499	739	500	601	▶	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

3. Una señora fue a comprar unos objetos a un almacén, al llegar a la caja le dicen que la cuenta es el equivalente a un billete de diez mil, dieciocho billetes de mil y cinco monedas de cien. Si la señora desea pagar con dos billetes de \$10.000, cuatro billetes de \$1.000 y siete monedas de \$100, ¿recibirá vueltas?, explicar por qué sí o por qué no.

4. ¿Cuál es el significado de la cifra cero en el número 5084?

5. De acuerdo con su posición ¿qué valor tiene la cifra 7 en cada uno de los siguientes números?

3 7 1 9	→	<input type="text"/>	U	7 3 0 5	→	<input type="text"/>	U
7 9 3 4	→	<input type="text"/>	U	5 2 7 2	→	<input type="text"/>	U
2 5 3 7	→	<input type="text"/>	U	3 7 1 6	→	<input type="text"/>	U



6. ¿Cuántos grupos de 10, de 100 y de 1000 se pueden formar en el número 3462?, y ¿cuántas unidades libres hay en cada agrupamiento?

- En el número 3462 hay _____ grupos de 10 y _____ unidades libres.



UNIVERSIDAD EXTERNADO DE COLOMBIA
COLEGIO PAULO VI – INSTITUCIÓN EDUCATIVA DISTRITAL
PRUEBA DE SALIDA - PROYECTO DE INVESTIGACIÓN:



“Desarrollo Del Pensamiento Numérico En Estudiantes Extraedad”

- En el número 3462 hay _____ grupos de 100 y _____ unidades libres.
- En el número 3462 hay _____ grupos de 1000 y _____ unidades libres.

7. Completar la información en cada espacio:

En el cardinal 127...

- se pueden formar _____ grupos de 3 y _____
- se pueden formar _____ grupos de 4 y _____
- se pueden formar _____ grupos de 5 y _____
- se pueden formar _____ grupos de 10 y _____

8. Leer la situación problema indicada en la tabla, y enfrente señalar la operación matemática con la cual se puede resolver el problema:

Situación problema	Operación matemática
Pedro llevó 14 cartulinas de colores al taller de artes. Si ya tenía 23 cartulinas, ¿cuántas tiene ahora en total?	
En una panadería hicieron 48 panes para vender. Si se han vendido 16 panes, ¿cuántos faltan por vender?	
En un campeonato deportivo participan 9 delegaciones de 15 estudiantes cada una. ¿Cuántos deportistas se reunieron en este campeonato?	
La profesora del taller de ciencias debe repartir 72 bolitas entre sus 9 estudiantes. ¿Cuántas bolitas recibirá cada uno?	

9. Marcelo fue de compras al supermercado y gastó \$42.565. Si al pasar por la caja pagó con dos billetes de \$20.000 y uno de \$10.000, ¿cuánto dinero recibió de vuelto?

10. Yolanda tiene en la floristería 4 jarrones con flores. Cada jarrón tiene 9 rosas y 2 margaritas. ¿Cuántas flores hay en total en los jarrones?

11. El valor de la entrada de un circo es de \$550 para niños y de \$1.200 para adultos. Si a la primera función asistieron 24 estudiantes y un docente, ¿cuánto dinero recaudó en esa función el circo por la venta de entradas para adultos?

12. La madre de Juanito lo envía a la tienda con dos billetes de 5UM y dos billetes de 1UM a comprar una libra de arroz, dos plátanos, siete huevos y medio litro de aceite.

Al llegar a la tienda Juanito observa los precios de los productos encargados. Estos son:

- **Libra de arroz = \$2.500**
- **Huevo = \$350**
- **Plátano = \$950 la unidad**
- **Medio litro de aceite = \$3.400**



¿La estimación del precio de los productos que realizó la mamá de Juanito antes de enviarlo a la tienda con el dinero estuvo bien hecha o no? Explica por qué sí, o porque no.
