



Opgaver og noter til Erhvervsøkonomi

Hjorth-Andersen, Christian

Publication date:
2004

Document version
Også kaldet Forlagets PDF

Citation for published version (APA):
Hjorth-Andersen, C. (2004). *Opgaver og noter til Erhvervsøkonomi*. Kbh.: Department of Economics, University of Copenhagen. Undervisningsnoter, Nr. 92

Undervisningsnoter

92

September 2004

Opgaver og noter til Erhvervsøkonomi

Chr. Hjorth-Andersen

Fag: Erhvervsøkonomi

ØKONOMISK INSTITUT
KØBENHAVNS UNIVERSITET

Stu­diestræde 6

DK-1455 København K

www.econ.ku.dk

August 2004

Opgaver og noter til erhvervsøkonomi

Chr. Hjorth-Andersen

Forord

Dette hæfte skal ses sammen med det pensum¹ og det kursus, som i 2004 udbydes til politstuderende på 1'årsprøve i erhvervsøkonomi. Kurset er indledende og af et halvt års varighed, hvad der nødvendigvis medfører en del begrænsninger. Der er således ikke medtaget stof fra organisationsteori og i behandlingen af traditionelle emner er skattespørgsmål i det store og hele fravalgt. Det skal også bemærkes, at der er medtaget 1 eksamensopgave, men at der er yderligere eksamensopgaver tilgængelig på min hjemmeside www.econ.ku.dk/cha, så noget af stoffet såsom økonomistyring kan gennemgås med udgangspunkt i disse opgaver.

I forbindelse med udarbejdelsen har jeg modtaget forslag til opgaver, kommentarer til løsningsforslag fra en række personer. I første række bør nævnes lektor, Ph.d. Jørgen Ravn Elkjær, der er medforfatter til lærebogen *Årsrapport og Virksomhedsanalyse*, samt undervisningsassistent Nikolaj Eriksen, som har påtaget sig det utaknemmelige arbejde at gennemgå den omfattende samling regneark med løsningsforslag, som er udarbejdet sideløbende med disse opgaver. Nikolaj Eriksen og lektor Mikkel Gregersen har leveret flere opgaver til samlingen.

En sådan opgavesamling bør være under løbende udvikling, og med den anvendte teknik er det ganske nemt at lave ændringer i denne samling, så jeg modtager med tak forslag til suppleringer eller ændringer i opgaverne ud fra pædagogiske eller faglige hensyn.

¹ Jørgen Ravn Elkjær og Kristian Hjulsager: **Årsrapport og virksomhedsanalyse**. Forlaget Thomson Gad Jura. Kbh. Seneste udgave

Peter Lynggaard: **Investering og finansiering**, seneste udgave. Handelshøjskolens Forlag.

John Christensen, Ole Christensen, Steffen Jørgensen og Mogens Nielsen: **Omkostningsteori og regnskab**. Kapitlerne 1, 2, 3, 5 og 7. Odense Universitetsforlag 2001.

Indholdsfortegnelse

1. OPGAVER I BOGHOLDERI OG REGNSKABSANALYSE.....	6
A. Opgaverne 1-5 i Elkjær og Hjulsager pp. 65-74.....	6
B. Opgave i midlertidigt partnerskab	6
1. Ekspeditionen til Ægypten	6
C. Opgaver i daglig kontering	7
1. Grønthandler Cengiz Gök.....	7
2. Daglig registrering. Iskageboden i Rørvig.....	7
3. Daglig registrering. Supermarkedet Sommerland	8
4. Reklamebureauet R&R.....	9
5. Opgave i kontering med moms. Handelsvirksomheden Globex A/S	10
D. Opgaver i balanceposterings og regnskabsanalyse	11
1. Karlslunde skotøjshandel.....	11
2. Opgave i aktivpostering.....	11
3. Opgave i udarbejdelse af balance. Jannike Huse.....	12
4. Opgave i hemmelige reserver.....	13
5. Opgave i åbningsbalance. Kloakmestrene Tjørbing og Vigerhus.....	14
6. Petersens skotøjshandel.....	14
7. Andelsboligforeningen Rosines Minde.....	15
F. Opgaver i afskrivninger.....	17
1: Lineær afskrivning versus saldoafskrivning.....	17
2. En blandet portefølje	17
3. Fornuftige afskrivninger af en række aktiver.....	17
G. Opgaver i lagerprincipper	18
1. LIFO eller FIFO.....	18
2. FIFO princippets anvendelse.....	18
H. Regnskabsanalyse.....	19
1. Forrentning af egenkapital versus fremmedkapital.....	19
2. Rentabiliteten af en virksomhed.....	19
4.Regnskabstal fra Lundbeck A/S	20
5.Glarmester Olsen	21
2. INVESTERINGSTEORI	22
A. Opgaverne 1-18 hos Lynggaard.....	22
B. Supplerende traditionelle opgaver.....	22
1. Valg af produktionsmetode.....	22
2. Flyselskabet.....	22
3. Digiprint	23
4. Multigods	23
5. Cafeen	23
6. Opgave i udskiftning.....	24
C. Særlige opgaver i investeringsteori	25
1. Årlige eller månedlige værdier?	25
2. Aritmetisk eller harmonisk gennemsnit?	25
3. Spekulation i renteforskelle.....	25
4. Empiriske rentesatser.....	25
5. Den skuffede sygeplejerske.....	25
6. Henførelstidspunktets betydning.....	25

7. Pay-back metoden.....	26
8. Sammenkoblede investeringsproblemer.....	26
9. Pensionistproblemet.....	26
10. Imperfekt kapitalmarked – likviditetsbegrænsning.....	27
11. Risiko: El-forretningen i Ballerup.....	27
12. Kapitalværdi som det eneste kriterium?.....	28
3. OPGAVER I FINANSIERING.....	30
A. Lynggaards opgaver i finansiering.....	30
B. Særlige opgaver.....	30
1. Markedsværdi kontra bogført værdi.....	30
2. GRIMEX A/S.....	31
3. Illustration af Gordons formel.....	31
4. Den dristige virksomhed.....	31
5. Kassekredit og finansieringsbehov.....	32
4. OPGAVER I OMKOSTNINGSTEORI OG INTERNT REGNSKAB.....	33
A. Opgaver i omkostningsteori.....	33
1. Grænseomkostningerne for optisk kabel.....	33
2. Bestemmelse af MC, AVC og VC kurve.....	33
3. Bestemmelse af MC, AVC og VC kurve.....	33
4. Korsbæk Dagblad.....	33
5. Bestemmelse af faste og variable omkostninger.....	33
6. Springvist variable omkostninger.....	34
7. Kalkulation af mark-up priser.....	35
B. Opgaver i internt regnskab.....	35
8. Fordeling af faste omkostninger.....	35
9. Boldklubben af 1910.....	36
10. Afdelingsregnskaber.....	38
5. OPGAVER I OPTIMERING.....	39
A. Opgaver til målsøgningsfunktionen.....	39
Opgave 1. Den traditionelle anvendelse.....	39
Opgave 2. Løsning af en kompleks ligning 1.....	39
Opgave 3. Løsning af en kompleks ligning 2.....	39
B. Opgaver i optimering.....	39
Opgave 1. Prisdifferentiering.....	39
Opgave 2. Beregning af efterspørgselskurve.....	39
Opgave 3. Er løsningen $MR = MC$ entydig?.....	39
Opgave 4. Optimering ved springvist variable omkostninger.....	40
Opgave 5. Learning by doing.....	40
Opgave 6. Maksimering med sparsom information.....	40
Opgave 7. Sejlsport A/S.....	40
Opgave 8. Ny Iransk Cola Produktion A/S.....	41
Opgave 9. Opsamlende optimeringsopgave.....	42
C. Opgaver i LP.....	44
Opgave 1. Abstrakt opgave i Lineær Programmering.....	44
Opgave 2. LP i en produktionsvirksomhed.....	44
Opgave 3. LP anvendt på et forureningsproblem.....	44
D. Alternativer til profitmaksimering.....	45
1. En konkret illustration.....	45

6. EFTERSPØRGSELSTEORI OG AFSÆTNINGSØKONOMI.....	46
A. Efterspørgselsteori.....	46
Opgavesæt A.....	46
Opgavesæt B.....	48
Opgavesæt C.....	51
B. Afsætningsøkonomi.....	53
1. Markedsbegreber.....	53
2. Producent- eller konsumentkriterier.....	53
3. Switching costs for husholdninger.....	54
4. Switching costs for virksomheder.....	54
5. Markedet for studieture til Bruxelles.....	54
6. Markedsføringen af en bog.....	55
7. Forskellige typer virksomhedsprofil.....	55
8. Det lokale monopol?.....	55
9. Skimming pricing eller penetration pricing?.....	55
10. Afsætningsparametre.....	55
11. Varebegrebets afgrænsning.....	56
12. Internettet som salgskanal.....	56
13. Markedsføring til forbrugere eller til detailhandel?.....	56
14. Nichebegrebet.....	56
15. Markedssegmenter.....	56
16. Den logistiske kurve.....	56
 VÆRDIANSÆTTELSE AF VIRKSOMHEDER – EN INDLEDENDE NOTE.....	57
 EKSAMENSOPGAVE JANUAR 2003	60
 EN NOTE OM LINEÆR PROGRAMMERING.....	71
 MÅLSØGERFUNKTIONEN I EXCEL.....	80
1. Standardanvendelsen.....	80
2. Anvendelse på simple matematiske problemer.....	80
3. Anvendelse af mere komplicerede matematiske funktioner.....	80
4. Eksempel på løsning af en matematisk ligning med "grimme" egenskaber.....	80
5. Advarsel:.....	81
 NOTE OM OPTIMERING	82
A. Kortsigtet profitmaksimering.....	82
1. Vareprisen er konstant.....	82
2. Virksomheden står over for en faldende efterspørgselskurve (Monopolmodellen).....	83
3. Prisdifferentiering.....	84
B. Langsigtet profitmaksimering.....	84
C. Alternativer til profitmaksimering.....	85

1. Opgaver i bogholderi og regnskabsanalyse.

A. Opgaverne 1-5 i Elkjær og Hjulsager pp. 65-74.

B. Opgave i midlertidigt partnerskab

1. Ekspeditionen til Ægypten

De 3 italienske købmænd Bottocelli, Antonini og Avarro planlagde i 1478 en fælles ekspedition fra Venezia til Ægypten. Avarro skulle levere skibet, som blev ansat til 1.000 guldfloiner. På udrejsen skulle de handle hver for sig, idet de skulle dele omkostningerne ved forsyninger til mandskabet i forhold til lastens værdi på afgangstidspunktet. På hjemrejsen fra Ægypten skulle de handle i fællesskab, men da Avarro stillede skibet til rådighed, skulle han have halvdelen af fortjenesten på hjemrejsen, medens de to andre parthavere skulle dele resten.

Ved udrejsen blev der indskibet forsyninger på skibet for i alt 150 floriner. Derudover havde Avarro en last af fajance til en indkøbsværdi af 600 floriner. Bottocelli havde en last af klæder til en indkøbspris på 800 floriner, og Antonini en last af våben til 600 floriner.

Det blev en vellykket ekspedition. Ankomsten til Kreta blev Avarros fajance solgt for 1200 floriner og Botticellis klæder for 1000 floriner. Avarro og Bottocelli indkøbte derefter vin fra Kreta til i alt 400 floriner. Der blev indkøbt forsyninger til mandskabet på 300 floriner, og der blev foretaget en reparation af skibet til 50 floriner.

I Ægypten blev Antoninis våben solgt for 1200 floriner og vinen solgt for 800 floriner. Til gengæld blev der i fællesskab indkøbt hvede for 900 floriner, som blev solgt på hjemvejen på Kreta for en pris af 1500 floriner. På Kreta blev der købt vin for 600 floriner, som blev solgt i Venezia for 1200 floriner.

Ved tilbagekomsten til Venezia skulle der foretages en afregning. Hvorledes kom den til at se ud?

C. Opgaver i daglig kontering

1. Grønthandler Cengiz Gök

For grønthandleren Cengiz Gök skal nedenstående bilag bogføres på kontoskitserne. Der ses bort fra moms

Bilag	Tekst		Beløb		
1	Dagens kontante varesalg		18.526	kr.	
2	Kontant varekøb		10.210	kr.	
3	Husleje betalt med check		2.213	kr.	
4	Benzin til varebilen betalt kontant		200	kr.	
5	Kontant retur til kunden for rådne tomater		25	kr.	
6	Overført fra kasse til bank		5.000	kr.	
Varesalg		Varelager		Lokaleomkostninger	
Debet	Kredit	Debet	Kredit	Debet	Kredit
Kasse		Bank		Bilers drift	
Debet	Kredit	Debet	Kredit	Debet	Kredit

2. Daglig registrering. Iskageboden i Rørvig.

Opret følgende konti: ((Der ses bort fra moms)

1. Varesalg 2. Varelager 3. Kassebeholdning 4. Bankkonto	5. Diverse omkostninger 6. Debitorer 7. Lønkonto
---	--

Transaktion nr.	Beskrivelse	Beløb i kr.
1	Dagens kontante salg af is m.v.	3.150,-
2	Dagens kontante køb af is	850,-
3	Kontant køb af vafler	216,-
4	Indsat i banken fra kassen	1.500,-
5	Betalt elektricitetsregning med check	830,-
6	Modtaget check for tidligere leverede varer	600,-
7	Betalt benzin til varebil kontant	200,-
8	Betalt parkometerafgift kontant	20,-
9	Afregnet medhjælp kontant	250,-
10	Indkøbt frimærker kontant	90,-

3. Daglig registrering. Supermarkedet Sommerland

Supermarkedet Sommerland

I supermarkedet Sommerland foreligger følgende bilag, som skal registreres på kontoskitser.
Der ses bort fra moms.

Bilag 1 Kontantsalg af varer til kunder kr. 5.000	<u>1100 Varesalg</u> Debet Kredit	<u>12410 Kasse</u> Debet Kredit
Bilag 2 Faktura fra Tulip A/S, konto 152354 på køb af varer kr. 3.000	<u>12110 Varelager</u> Debet Kredit	<u>152354 Tulip A/S</u> Debet Kredit
Bilag 3 Salg af varer på kredit til Lars Rasmussen, konto 122115 kr. 10.900	<u>1100 Varesalg</u> Debet Kredit	<u>122115 L. Rasmussen</u> Debet Kredit
Bilag 4 Annonceudgift betalt til Marketing- butikken kontant kr. 4.900	<u>3100 Markedsføring</u> Debet Kredit	<u>12410 Kasse</u> Debet Kredit
Bilag 5 Køb af varer til salg. Betalt med check. kr. 800	<u>12110 Varelager</u> Debet Kredit	<u>12420 Bank</u> Debet Kredit
Bilag 6 Overført fra kasse til bank kr. 2.500	<u>12410 Kasse</u> Debet Kredit	<u>12420 Bank</u> Debet Kredit
Bilag 7 Kontant varesalg kr. 1.450	<u>1100 Varesalg</u> Debet Kredit	<u>12410 Kasse</u> Debet Kredit
Bilag 8 Kontant køb af frimærker kr. 400	<u>3900 Øvrige omk.</u> Debet Kredit	<u>12410 Kasse</u> Debet Kredit

4. Reklamebureauet R&R

Reklamebureauet R&R.

Angiv konti og registrer nedenstående bilag på kontoskitserne.

Bilag 1		<u>Debet</u>	<u>Kredit</u>	<u>Debet</u>	<u>Kredit</u>
Salgsfaktura til Mikael Mortensen, 8 dage netto	kr. 3.000				
Bilag 2		<u>Debet</u>	<u>Kredit</u>	<u>Debet</u>	<u>Kredit</u>
Reparation af fax Betalt kontant	kr. 800				
Bilag 3		<u>Debet</u>	<u>Kredit</u>	<u>Debet</u>	<u>Kredit</u>
Hæver i banken	kr. 7.500				
Bilag 4		<u>Debet</u>	<u>Kredit</u>	<u>Debet</u>	<u>Kredit</u>
Faktura fra PC Netto. Køb af laserprinter Betalt kontant	kr. 4.995				
Bilag 5		<u>Debet</u>	<u>Kredit</u>	<u>Debet</u>	<u>Kredit</u>
Betaling af bilforsikring til Codan Beløbet er betalt med check	kr. 2.300				
Bilag 6		<u>Debet</u>	<u>Kredit</u>	<u>Debet</u>	<u>Kredit</u>
Salgsfaktura til Krag Invest 30 dages kredit	kr. 24.500				
Bilag 7		<u>Debet</u>	<u>Kredit</u>	<u>Debet</u>	<u>Kredit</u>
Køb af diverse kontormaterialer Betalt med check	kr. 1.800				
Bilag 8		<u>Debet</u>	<u>Kredit</u>	<u>Debet</u>	<u>Kredit</u>
Refusion af regning Krediteres kundens konto	kr. 2.250				
Bilag 9		<u>Debet</u>	<u>Kredit</u>	<u>Debet</u>	<u>Kredit</u>
Tyveri af kassebeholdning	kr. 3.500				

5. Opgave i kontering med moms. Handelsvirksomheden Globex A/S

Handelsvirksomheden Globex A/S havde pr. 31/1 en momskonto med følgende udseende:

Momskonto pr. 31/1		
Købsmoms	40.000	
Salgsmoms		60.000

I løbet af februar havde den følgende transaktioner:

Bilag nr.	Angivelse af bilagens indhold	Kontonavn	Debet	Kredit
1	Faktura til J. Hansen			
	Diverse varer 10.000,-			
	+ moms <u>2.500,-</u>			
	Betaling om 30 dage 12.500,-			
2	Kreditnota til Per Sørensen			
	Returvarer 600,-			
	+ moms <u>150,-</u>			
	750,-			
3	Rentenota fra ABB A/S			
	Rente: 2 % af kr. 25.000 <u>500,-</u>			
4	Faktura fra BIVA			
	Kontormøbler 16.000,-			
	+ moms <u>4.000,-</u>			
	Betaling om 30 dage <u>20.000,-</u>			
5	Fragt af kontormøbler			
	Fragt af kontormøbler 1.000,-			
	+ moms <u>250,-</u>			
	<u>1.250,-</u>			
	Betalt ved check			

Find en passende kontobetegnelse og ajourfør momsregnskabet.

D. Opgaver i balanceposter og regnskabsanalyse

1. Karlslunde skotøjshandel

Følgende poster skal fordeles på resultatopgørelse og balance:

Konto	Beløb i kr.
Varelager	140.000,-
Varekreditorer	96.000,-
Husleje	120.000,-
Renter	4.300,-
Bankgæld	45.000,-
Kreditorer	12.000,-
Debitorer	4.000,-
Varebil, bogført værdi	58.000,-
Kassebeholdning	12.000,-
Medhjælp	120.000,-
Indkøb af PC'er inkl. moms	12.000,-
Omsætning	2.138.000,-
Kontorartikler	6.000,-

2. Opgave i aktivpostering

Aktivpostering

Angiv med et X, hvilken gruppe hver af nedenstående poster tilhører.

	Immaterielle anlægs- aktiver	Materielle anlægs- aktiver	Finansielle anlægs- aktiver	Varebe- holdninger	Tilgode- havender	Likvide beholdninger
Inventar						
Varevogn						
Bankindestående						
Goodwill						
Produktionsanlæg						
Patentrettighed						
Ejendom						
Varedebitorer						
Kassebeholdning						
Færdigvarelager						
Forudbetalt husleje						
Råvarelager						

3. Opgave i udarbejdelse af balance. Jannike Huse.

Virksomheden Jannike Huse havde ved udarbejdelsen af årsregnskabet 31/12 nedenstående balanceposter. Udarbejd på baggrund af disse posteringer en balance pr. 31.12

Postering i balancen:	Beløb
	kr.
Lagerejendom	4.000
Inventar	1.500
Aktier i datterselskab	1.000
Råvarer og hjælpematerialer	420
Varer under produktion	608
Færdigvarer	1.640
Varedebitorer	2.040
Periodeafgrænsningsposter (aktiv)	296
Bankkonto, folio	44
Likvider	36
Aktiekapital	2.000
Overført overskud	1.056
Hensættelse til pensionsforpligtelse	80
Prioritetsgæld	2.520
Kassekredit	2.916
Leverandørgæld	2.168
Skyldig A-skat, ATP og AM-bidrag	292
Momsgæld	352
Skyldigt udbytte	200

Jannike Huse A/S - Balance pr. 31/12	
AKTIVER	PASSIVER
Anlægsaktiver	Egenkapital
Immaterielle anlægsaktiver	
Materielle anlægsaktiver	Hensættelser
Finansielle anlægsaktiver	Langfristet gæld
Omsætningsaktiver	Kortfristet gæld
Aktiver i alt	Passiver i alt

4. Opgave i hemmelige reserver.

En virksomhed havde ved udgangen af 2001 følgende balance og resultatopgørelse

Balance ultimo 2001					
Aktiver			Passiver		
Anlægsaktiver				Egenkapital	6,46
Bygning		10			
Maskiner	4				
heraf afskrevet	2,04	1,96		Bankgæld	10
I alt anlægsaktiver		11,96			
Omsætningsaktiver					
Råvarer		1,2			
Færdigvarer		1,3			
Debitorer	1,2				
Heraf afskrevet	0,2				
		1			
Likvide midler		1			
Omsætningsaktiver i alt		4,5			
AKTIVER I ALT		16,46		PASSIVER I ALT	16,46
Resultatopgørelse for 2001					
Nettoomsætning			8,5		
Råvareforbrug			3,4		
Bruttofortjeneste			5,1		
Lønninger			3,8		
Indtjeningsbidrag			1,3		
Afskrivninger			0,84		
Resultat før renter og skat			0,46		

Som følge af den nye årsregnskabslov besluttede direktionen, at regnskabet fremover skulle optræde uden "skjulte" reserver. Der skulle korrigeres for følgende poster:

1. Bygningen var købt i 1992, og ejendomsværdien for tilsvarende bygninger var steget med ca. 50 pct. Handelsværdien ultimo 2001 lå 5-10 pct. over den seneste ejendomsvurdering.
2. Råvarelagrene var optaget til indkøbsprisen, men dagsprisen lå ca. 15 % over indkøbsprisen.
3. Debitorerne var rutinemæssigt nedskrevet med 1/6. Erfaringen talte imidlertid kun for 1/10.

Primo 2002 ønsker direktionen imidlertid et nyt korrigeret regnskab, der giver en dagsaktuel og retvisende beskrivelse. Opstil en korrigeret balance for 2001.

5. Opgave i åbningsbalance. Kloakmestrene Tjørbing og Vigerhus.

2 kloakmestre var ved skæbnens tilfælde blevet svigerfædre til hinanden og benyttede lejligheden til at slå deres virksomheder sammen. De to tidligere virksomheder havde likvidationsbalancer som vist nedenfor (En *likvidationsbalance* er den balance, som en virksomhed har umiddelbart før ophør). Lav en åbningsbalance for virksomheden den nye virksomhed med den korrekte opstilling af posterne:

(1000 kr.) Likvidationsbalance for kloakmester Tjørbing			
Aktiver		Passiver	
Bygning	1.400,-	Egenkapital	1.307,-
Varebil	230,-	Kreditforeningslån	630,-
Varelager	211,-	Kreditorer	12,-
Debitorer	89,-	Skyldig moms	18,-
Kontorinventar	26,-		
Bankindestående	11,-		
I alt	1.967,-	I alt	1.967,-

(1000 kr.) Likvidationsbalance for kloakmester Vigerhus			
Aktiver		Passiver	
Varebiler	430,-	Egenkapital	1.086,-
Varelager	311,-	Kreditorer	112,-
Debitorer	189,-	Skyldig moms	88,-
Kontorinventar	126,-		
Bankindestående	230,-		
I alt	1.286,-	I alt	1.286,-

6. Petersens skotøjshandel

Petersens skotøjshandel

- På grundlag af saldobalance pr. 31.12. foretages følgende efterposteringer:
1. Varelageret pr. 31.12. er optalt og vurderet til kr. 110.000.
Vareforbruget for oktober kvartal overføres til konto for vareforbrug.
Vareforbruget for årets øvrige kvartaler er tidligere bogført
 2. På inventar afskrives 24.500 kr.
 3. Der er forudbetalt 11.500 kr. i husleje for januar kvartal
 4. Skyldigt revisionshonorar udgør 18.000 kr.
 5. Momskontiene afsluttes.
 6. Privatforbruget overføres til konto for egenkapital.

Opstil desuden årsregnskabet og balancen for skotøjshandlen.

Kontonavn	Saldobalance 31/12		Efterposterings		Resultatoppgørelse		Balance	
	Debet	Kredit	Debet	Kredit	Debet	Kredit	Debet	Kredit
Varesalg		2.800.000						
Vareforbrug	1.500.000							
Lokaleomkostninger	181.000							
Tab, tilgodehavender	6.700							
Øvrige omkostninger	142.700							
Løn og gager	341.800							
ATP-bidrag	16.600							
Afskrivning på inventar								
Renteomkostninger	31.300							
Inventar	162.000							
Akk. afsk inventar		112.000						
Varelager	552.800							
Varedebitorer	316.800							
Periodeafgr.								
Kasse	31.500							
Egenkapital		439.800						
Privatforbrug	341.400							
Kassekredit		75.800						
Leverandørkredit		113.000						
Købsmoms	85.800							
Salgsmoms		154.600						
Momsafregning								
Andre kreditorer		15.200						
Sum	3.710.400	3.710.400						
Resultat								
Sum i alt								

7. Andelsboligforeningen Rosines Minde

Andelsboligforeningen ”Rosines Minde” åbnede 2003 med følgende balance:

Aktiver		Passiver	
Ejendomsværdi ¹	7.886.827	Egenkapital	391.335
Bankindestående	210.830	Prioritetsgæld ²	7.400.365
Andre tilgodehavender	37.380	Anden gæld	343.337
Aktiver i alt	8.135.037	Passiver i alt	8.135.037

Note 1:

Anskaffelsesværdi	3.709.027
Udbedring af svampeskade og udskiftning af tag	3.046.629
Installation af fjernvarme	1.131.171
Total ejendomsværdi	7.886.827

Note 2:

Forfalder i 2003	162.997
Heraf langsigtet	7.237.368
Total prioritetsgæld	7.400.365

Igennem 2003 havde foreningen følgende posteringer:

1. Advokathonorar og revisionshonorar for 2002 betales. (kr. 40.000)
2. Vandskade hos 26A, st. tv. grundet tilstoppet faldstamme betales. (kr. 12.374)
3. Bestyrelsen afholder møde på restaurant. (kr. 465)
4. Afholdelse af generalforsamling. (kr. 1.200)
5. Andelshaverne indbetaler i alt kr. 875.500 i boligafgift.
6. Lejere indbetaler i alt kr. 223.499 i leje.
7. Der betales i alt kr. 634.000 som renter og afdrag af prioritetsgælden.
8. Diverse håndværksarbejde fra 2002 betales. (kr. 154.739)
9. Diverse håndværksarbejde, vicevært samt arbejdsdage er udført (kr. 363.499), heraf er kr. 180.375 ikke betalt pr. 31. december 2003. (Kontoen "Ejendomsudgifter")

Gennemfør ved hjælp af ovenstående bilag åbning, bogføring gennem året samt lukning af 2003. Opstil til dette formål selv relevante konti. Opstil herefter Resultatopgørelse og Balance.

F. Opgaver i afskrivninger.

1: Lineær afskrivning versus saldoafskrivning.

En virksomhed indkøber en maskine i starten af år 2000 til en værdi af 835.000 kr.

1. Vis udviklingen i den bogførte værdi ved lineær afskrivning, hvis maskinen anslås at have en levetid på 15 år.
2. Vis udviklingen i den bogførte værdi igennem 15 år, hvis maskinen afskrives med 30 pct. om året
3. Vis udviklingen i den bogførte værdi igennem 15 år, hvis maskinen afskrives med 20 pct. om året.

Vis de bogførte værdier som kurver i et diagram.

2. En blandet portefølje

Spørgsmål a: En virksomhed har indkøbt 2 maskiner, maskine A til en indkøbspris på 215.000 kr., maskine B til ligeledes 215.000 kr. Maskine A afskrives efter saldometoden med 30 pct., maskine B med 20 pct. Svarer dette til at afskrive begge maskiner med 25 pct.?

Spørgsmål b: Hvorledes bliver svaret under a), hvis A koster dobbelt så meget som B?

Spørgsmål c: Samme maskiner som under a antages alternativt at skulle afskrives lineært med 10 år til A og 8 år til B. Svarer dette til at afskrive begge maskiner med 9 år?

Spørgsmål d: Diskuter de praktiske konsekvenser af ovenstående, hvis en virksomhed har en blandet portefølje bestående af mange maskiner.

3. Fornuftige afskrivninger af en række aktiver.

Lad os antage, at du i dag købte

- a) Et B&O fjernsyn,
- b) Et digitalkamera
- c) En færdiglavet carport
- d) Et spisestuebord
- e) En smoking
- f) Et guldarmbånd

Hvor lang tid tror du, at disse ting vil være i brug for dig? Vil det være slid eller forældelse, der betinger, at du ikke længere vil bruge genstanden. Hvad vil scrapværdien være? Hvordan ville du i princippet afskrive disse genstande?

G. Opgaver i lagerprincipper

1. LIFO eller FIFO.

En trælasthandel havde ultimo 2000 udtømt sit lager af egetræ og fyrretræ. I årets løb købte den

Dato	Bjælker - egetræ	Pris/bjælke
1-4	500	1200
1-7	200	1400
1-10	400	1500
	Bjælker - fyrretræ	
1-4	500	400
1-7	300	350
1-10	300	375

Ved lageroptællingen ultimo 2001 havde den 500 bjælker af egetræ og 400 bjælker af fyrretræ. Beregn årets forbrug af træ og lagerværdien af træ ved hhv. LIFO og FIFO princippet. Beregn alternativt gennemsnitsprisen for det forbrugte træ. Hvad synes du er mest rimeligt for en trælasthandel?

2. FIFO princippet anvendelse.

Diskuter FIFO princippet anvendelse på

- En slagterbutik
- En forretning, der sælger modetøj til damer
- Et forlag, der udgiver smalle publikationer med høj kunstnerisk værdi, men ringe efterspørgsel.

H. Regnskabsanalyse

1. Forrentning af egenkapital versus fremmedkapital

2 virksomheder har haft følgende resultater i det forløbne år. Beregn relevante nøgletal og forklar, hvilken virksomhed, der har klaret sig bedst.

Resultatopgørelse	Virks. 1	Virks.2
Resultat før renter	360.000	360.000
Renteomkostninger	80.000	160.000
Resultat før skat	280.000	200.000
Balance		
Egenkapital	2.000.000	1.000.000
Gæld	1.000.000	2.000.000
Aktiver i alt	3.000.000	3.000.000

2. Rentabiliteten af en virksomhed.

Diskuter rentabiliteten i nedenstående virksomhed.

Resultatopgørelse i t.kr.

	1999	2000	2001
Nettoomsætning	32.600	35.800	39.400
Var. produktionsomk.	16.620	18.370	20.220
Salgsprovision	1.300	1.430	1.575
Dækningsbidrag	14.680	16.000	17.605
Kontante kapacitetsomk	10.280	11.400	11.215
Indtjeningsbidrag	4.400	4.600	6.390
Afskrivninger	1.900	2.100	2.300
Resultat før renter	2.500	2.500	4.090
Renteomkostninger netto	530	605	760
Resultat før skat	1.970	1.895	3.330
Skat af årets resultat	670	645	1.130
Årets resultat	1.300	1.250	2.200
der fordeles således			
Udbytte	600	600	600
Henlæggelse til reserverne	700	650	1.600
	1.300	1.250	2.200

Balance i t.kr.

	1999	2000	2001
Anlægsaktiver	15.450	16.700	18.200
Omsætningsaktiver	11.460	12.950	15.950
Aktiver i alt	26.910	29.650	34.150
Aktiekapital	10.000	10.000	10.000
Egenkapital i alt	14.400	15.200	16.300
Gæld i alt	12.510	14.450	17.850
Passiver i alt	26.910	29.650	34.150

4. Regnskabstal fra Lundbeck A/S

Her er hovedtallene for Lundbeck A/S. Det er et medicinalfirma, noteret på Fondsbørsen.

KONCERN TAL DKK('000)	1997	1998	1999	2000	2001
Nettoomsætning	2.661.900	3.231.100	4.189.300	5.622.700	7.655.500
Resultat af primær drift	440.500	384.300	862.300	1.004.000	1.825.900
Finansielle poster, netto	-2.700	61.600	64.000	386.200	78.900
Resultat af ordinær drift	437.800	445.900	926.300	1.390.200	1.904.800
Ekstraordinære poster	0	0	0	0	0
Skat	141.200	133.300	310.500	394.000	581.500
Nettoresultat	293.900	307.000	615.800	984.800	1.311.400
Ordinært resultat efter skat	293.900	307.000	615.800	984.800	1.311.400
Udbytte %	32	41	11	17	23
Aktiekapital	110.000	110.000	1.165.500	1.165.500	1.165.500
Egenkapital	1.511.200	1.773.200	2.902.700	3.757.300	4.741.600
Balance	2.755.800	2.981.200	4.457.800	6.782.600	7.965.900

Hvilke nøgletal vil du beregne for at belyse den økonomiske udvikling for Lundbeck?

5. Glarmester Olsen

Denne glarmesterforretning kunne udvise følgende resultatopgørelse og balance i 2002:

Glarmester Olsen

(1000 kr.)

Resultatopgørelse for 2002		Balance ultimo 2002		Passiver		
		Aktiver				
Nettoomsætning	1.400	Anlægsaktiver		Egenkapital	663	
Råmaterialer	830	Varebil	280			
		heraf				
Dækningsbidrag	570	afskrevet	112	168		
Løn	220	Maskiner	220			
		heraf				
Husleje	45	afskrevet	15	205	Bankgæld	150
Diverse	33	Omsætningsaktiver				
Indtjeningsbidrag	272	Lager		300		
Afskrivninger	14	Tilgodehavender		140		
Resultat før renter	258					
Nettorenter	16					
Årets resultat	242	I alt		813	813	

Hvordan bedømmer du rentabiliteten af den virksomhed?

2. Investeringsteori

A. Opgaverne 1-18 hos Lynggaard.

B. Supplerende traditionelle opgaver

1. Valg af produktionsmetode

Til produktion af et givet produkt kan en virksomhed vælge mellem to alternative produktionsmetoder. Et anlæg til Metode 1 koster kr. 5 mio. og har en levetid på 10 år, mens et anlæg til Metode 2 koster kr. 10 mio. og har en levetid på 15 år. Det antages, at der for begge produktionsmetoder kan genanskaffes identiske anlæg.

Omkostningerne ved produktionen, der for begge de to typer af anlæg er proportionale med produktionen, udgør for Metode 1 kr. 500 pr. produceret enhed, mens de for Metode 2 er på kr. 400 pr. produceret enhed.

Virksomhedens kalkulationsrente er på 12 % p.a.

Find det produktionsniveau, ved hvilket de to anlæg økonomisk set er lige gode.

2. Flyselskabet.

Et flyselskab står over for at skulle udskifte sin flypark, der er nedslidt. Ved anskaffelsen af de nye fly står valget mellem en traditionel flytype (type 1) og en ny type (type 2), der er mindre brændstofforbrugende og kræver mindre vedligeholdelse. Data for de to flytyper er som anført nedenfor.

	Type 1	Type 2
Anskaffelsespris	120 mio. kr.	160 mio. kr.
Energiforbrug pr. år	25 mio. kr.	22,5 mio. kr.
Øvrige driftsomkostninger pr. år	18 mio. kr.	16,4 mio. kr.
Forventet skrotværdi	20 mio. kr.	24 mio. kr.

Driftsomkostningerne er opgjort ud fra forudsætninger om udnyttelsen af flyene (regnet i fløjne kilometer), idet både brændstofforbrug og øvrige driftsomkostninger er antaget proportionale med antal fløjne km. Kalkulationsrenten er 9 % p.a. Der regnes i faste priser, og der tages ikke hensyn til skattemæssige betragtninger.

1. Hvilken flytype bør vælges, hvis den forventede levetid for de to fly er på 15 år?

2. Hvorledes er svaret på sp. 1, såfremt flytype 1 har en levetid på 15 år, mens type 2 har en levetid på 20 år.

De opstillede driftsudgifter er baseret på, at brændstofprisen ikke ændrer sig i forhold til i dag. Ledelsen ønsker derfor oplyst, hvor følsom kalkulen er over for ændringer i brændstofprisen.

3. Hvor meget skal brændstofprisen ændre sig, for at de to flytyper anses for lige gode (forudsætningen om levetid er som i sp. 2)

3. Digiprint

Udviklingen af en ny printplade hos Digiprint tager et års tid. Det koster 10 mio. kr. at udvikle produktet. Desuden koster det 3 mio. kr. at markedsføre en ny printplade effektivt idet første salgår. Derefter beløber markedsføringen sig til 2 mio. kr. pr. år resten af produktets levetid. Produktlevetiden i branchen er erfaringsmæssigt 3 år til fuld pris og yderligere 2 år til halv pris. Digiprint benytter en kalkulationsrente på 15 % p.a. Der tages ikke hensyn til skat og inflation.

Digiprint regner med at sætte prisen på den nye printplade til 700 kr. pr. stk. og for nemheds skyld regnes med gennemsnitlige variable omkostninger inkl. justering og kontrol af produktionsanlægget på 450 kr. pr. stk.

1. Hvor stort et salg i antal stk. pr. år af den nye printplade skal opnås, for at investeringen i udviklingen af printpladen vil være rentabel?

Digiprint ser også på mulighederne for at reducere prisen til 600 kr. (et prisniveau, der ligger under konkurrenternes) og samtidig reducere markedsføringen pr. år med 1/3.

2. Hvad bliver kravet til salget i stk. af den printplade under disse ændrede forudsætninger?

4. Multigods

Multigods A/S er et blandet produktions- og handelsfirma. Direktøren har netop fået et forslag fra en virksomheden medarbejdere til et nyt produkt, som Multigods A/S selv skulle producere. Ideen lyder meget lovende og alt tyder på, at man vil kunne afsætte 7000 stk. på årsbasis af det nye produkt til en pris af 150 kr. pr. stk. Dog regner man med det første år kun at kunne afsætte 5000 stk.

Produktionen kræver, at man anskaffer en specialmaskine, som koster kr. 800.000, der betales med kr. 400.000 ved modtagelse og kr. 200.000 i hvert af de to efterfølgende år. Det anslås, at maskinen har en levetid på 5 år, hvorefter den er værdiløs. Virksomheden afskriver produktionsudstyr over den forventede levetid. Stykomkostninger beløber sig til 100 kr. pr. produceret enhed uafhængig af antal. Multigods A/S benytter en kalkulationsrente på 12 % p.a.

1. Bør direktøren indstille bestyrelsen, at man starter den nye produktion?

2. Hvad skal salgsprisen for det nye produkt mindst være, for at projektet er rentabelt?

5. Cafeen.

En café har fået en kontrakt med kommunen om retten til udendørs servering foran cafeen i 10 år. Den skal betale 100.000 kr. i afgift til kommunen. Cafeen regner med at opstille udstyr og indretning til 80.000 kr., som forventes at holde i 5 år. Cafeen anvender en rentesats på 12 pct. og opstiller følgende regnestykke.

Indtægter			
20.000 genstande a 30 kr.			600.000
Udgifter			
Forpagtning		100.000	
Råvarer, 20.000 a 5 kr.		100.000	
Arbejds løn		300.000	
I alt			500.000
Dækningsbidrag			100.000
Afskrivning af inventar		16.000	
Forrentning af inventar		5.760	
I alt			21.760
Overskud			78.240

Vis denne investeringskalkule omformuleret som en normal investeringskalkule.

6. Opgave i udskiftning.

En virksomhed anskaffede for tre år siden et produktionsanlæg til en pris af kr. 1.000.000 kontant. Anlægget afskrives med 30 % p.a., hvilket svarer ganske godt til den reelle værdiforringelse. Drifts- og vedligeholdelseskostninger var det første år kr. 45.000 og er derefter steget med kr. 45.000 om året, en årlig stigning som man forventer også vil være gældende i fremtiden. Til udligning af likviditetsudsving benytter virksomheden en kassekredit, hvor der betales 15 % p.a. i rente. Det her omtalte anlæg anvendes udelukkende til produktion af en del af virksomhedens samlede sortiment, og man har beregnet det årlige DB, der hidrører fra denne del af produktionen, til at være kr. 450.000 pr. år. Dette dækningsbidrag forventes at være uændret fremover.

Der ses overalt bort fra skattemæssige konsekvenser.

a) Under forudsætning af, at man vil nedlægge den her omhandlede del af produktionen, hvornår vil det da være optimalt at stoppe?

b) Såfremt man ønsker at fortsætte produktionen, hvornår vil det da være optimalt at udskifte anlægget med et tilsvarende?

C. Særlige opgaver i investeringsteori

1. Årlige eller månedlige værdier?

En virksomhed har købt en maskine kontant til 620.000 kr., som forventes at give en besparelse i arbejdskraft på en månedsløn på 20.000 kr. igennem 3 år. Virksomheden har en kalkulationsrente på 8 pct. p.a.

- Find kapitalværdien ved anvendelse af de (normale) årlige værdier
- Find den månedlige rente, der svarer til 8 pct. p.a.
- Find den eksakte kapitalværdi, når der anvendes månedlige og ikke årlige størrelser for såvel rente som arbejds løn.
- Diskuter eksemplet med henblik på at vurdere, hvor stor en fejl, der begås ved at sætte værdierne til den anvendte periodeenheds slutning snarere end dens midtpunkt.

2. Aritmetisk eller harmonisk gennemsnit?

En virksomhed får regner med, at den for et bestemt værdipapir kan få en rente på 4 pct. p.a. de første 5 år og 6 pct. de næste 5 år.

Hvor meget vil det afvige fra den simple antagelse, at den i gennemsnit får 5 pct. i 10 år?

Diskuter dette eksempel.

3. Spekulation i renteforskelle.

I en af John Grishams romaner (The Partner) stjæler en advokat 60 millioner dollars og flygter til Sydamerika. 5 år senere bliver han fundet og indvilliger i at betale pengene tilbage, imod at straffen bortfalder. Han havde som kyndig forretningsmand fået pengene forrentet med 8 pct. p.a., og han havde bestemt ikke betalt skat til nogen. Advokaten fik en aftale med de amerikanske myndigheder om, at han skulle betale 5 pct. i forrentning af de stjalne penge. Levede han videre som en rig eller en fattig mand?

4. Empiriske rentesatser.

Obligationsrenten for lange obligationer er i 2004 ca. 4 pct.

- Hvor stor er den typiske indlånsrente for private kunder?
- Hvor stor er lånerenten for private til boliglån?
- Hvor stor er den kortsigtede rente (flexlånsrenten)?
- Er renteniveauet det samme i DK som i Euroland, USA og Japan?
- Hvor stor har den realiserede realrente, d.v.s. den årlige rente divideret med årets inflationstakt, været i Danmark igennem de sidste 10 år?

Hvilken betydning har disse forskellige renter for den klassiske investeringsteori med forudsætningen om et perfekt kapitalmarked?

5. Den skuffede sygeplejerske.

En 50-årig sygeplejerske har arvet 50.000 kr., som hun har sat i banken på en anfordringskonto med en rente på 0,5 pct. p.a. Hvis vi antager en årlig inflationstakt fremover på 2 pct. p.a. (Hvorfor?), hvor meget vil hendes arv så være formindsket i realværdi, når hun går på pension som 67-årig?

6. Henførelstidspunktets betydning.

I investeringsteorien plejer vi at sige, at for en absolut investering (med nulinvesteringen som alternativ) skal kapitalværdien være positiv for at investeringen er rentabel. Dette gælder, når

vi henfører til tidspunkt 0. Men gælder det også, når vi henfører til et andet tidspunkt, f.eks. tidspunkt 1?

7. Pay-back metoden.

I bl.a. praktisk energipolitik bliver den simple pay-back metode ofte anvendt, måske fordi en hel del beslutninger tages af folk uden økonomisk uddannelse. Antag, at en energibesparende foranstaltning har en kapitaludgift på A kr., og at den vil give en årlig besparelse på b kr. i forventet n år. Man beregner en pay-back periode på $A/b = q$ år, og hvis denne værdi er mindre end en krævet pay-back periode på q^* år, bliver investeringen gennemført. Denne fremgangsmåde tager hverken hensyn til renter eller investeringens forventede levetid. Afhængig af det forventede antal år, som investeringen giver afkast i, kan det imidlertid beregnes, hvad en sådan investering indebærer i form af intern forrentning. Hvis en investering på 100.000 forventes at betale sig tilbage på den krævede periode på 4 år med 25.000 kr./år, men faktisk kan leve 5 år, giver investeringen en positiv intern rente.

Beregn den interne rente for følgende kombinationer af n og q:

	n =								
	3	4	5	6	7	8	10	12	15
q=q* =									
3	0	0,125898							
4		0							
5			0						
8						0			
10							0		
12								0	

Kommenter denne tabel.

8. Sammenkoblede investeringsproblemer.

Regeringen har besluttet at bygge en ny færge og et havneanlæg til betjening af Åholm. Der er tale om et specialkonstrueret anlæg og en specialkonstrueret færge, som ikke har værdi i anden anvendelse. Færgen kostede 70 mio. i købspris og har driftsomkostninger på 8 mio. kr. årligt. Den har en teknisk/økonomisk levetid på 20 år. Havneanlægget kostede 100 mio. kr. og har en levetid på 30 år.

Umiddelbart efter, at beslutningen er ført ud i livet, bliver det klart, at man kunne have købt en ny færge til 130 mio. kr. med driftsomkostninger på 2 mio. kr. og med en levetid på 20 år, samt et tilhørende havneanlæg til 80 mio. kr. med en levetid på 40 år, men det nye sæt af færge og havneanlæg kan kun fungere sammen.

Hvornår, om overhovedet, bliver den nye kombination af færge og havneanlæg taget i brug, hvis man anvender en kalkulationsrentefod på 6 %?

Er svaret følsomt over for moderate ændringer i de anvendte parameterværdier?

9. Pensionistproblemet.

Thomas Sørensen havde sammen med sin kone levet det meste af sit liv i udlandet, men var nu rejst tilbage til Danmark, hvor de ville blive permanent. Han var uddannet økonom

og havde været beskæftiget som kontraktansat konsulent ved forskellige projekter. Ved nytåret 2000 havde han lige fejret sin 50-års fødselsdag og haft anledning til at overveje sit fremtidige liv. Han talte med sin kone om sagen, og de var enige om, at da de ikke havde børn, var der ingen grund til at efterlade noget, men på den anden side var det et stort ønske hos dem at få en tredje livsfase som pensionister, og de satte som mål, at han skulle trække sig tilbage som 65-årig, og at han i pension have mindst 60 pct. af sin løn (som 65-årig).

Fra sin tidligere tilværelse havde Thomas Sørensen en opsparing på \$100.000, men han havde ikke nogen pensionsordning i sit nuværende firma. Han havde i 1999 en løn på 480.000 kr. og forventede, at priserne ville stige med 2 pct. om året og en reallønstigning på 1 pct. Banken havde oplyst ham om, at han kunne påregne en rente på 5,5 pct. om året af sine indestående midler. Han talte også med et forsikringsselskab, og det fortalte ham, at den praktiske regel var følgende: Hvis han som 65-årig købte en livsvarig konstant ydelse mod et engangsbeløb ville selskabet regne med, at han levede i 15 år, og at de ville anvende en rente på 3,3 pct.

Hvor stor en del af sin løn skal Thomas Sørensen lægge til side hvert år for at kunne opnå den "gyldne pensionisttilværelse"?

Kommenter dette resultat.

10. Imperfekt kapitalmarked – likviditetsbegrænsning.

Peter Faxild var en energisk tømrermester i Nordvestsjælland. Han havde opgjort 6 potentielle investeringsprojekter som vist nedenfor.

år	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	-800.000	300.000	300.000	300.000							
B	-1.200.000	300.000	300.000	300.000	300.000	300.000	300.000				
C	-500.000	200.000	200.000	200.000	200.000						
D	-2.200.000	420.000	420.000	420.000	420.000	420.000	420.000	420.000	420.000	420.000	420.000
E	-350.000	200.000	200.000	200.000							
F	-900.000	230.000	230.000	230.000	230.000	230.000	230.000	230.000			

Faxild havde imidlertid kun selv 300.000 i kontanter. Hans bank fortalte ham, at kun fordi han var en gammel kunde, ville den give ham et lån på 1,8 mio. kr. til en rente på 8 pct. p.a. Alle projekterne er udelelige, og de kan ikke udskydes.

- Undersøg rentabiliteten af det enkelte investeringsprojekt.*
- Hvilken projektkombination skal Faxild faktisk gennemføre?*
- Hvor stor er den interne rente på de projekter, som Faxild ikke kan gennemføre?*

11. Risiko: El-forretningen i Ballerup.

En el-installatør med havde en forretning i Ballerup nær Hovedgaden, hvor der blev solgt lamper og diverse el-artikler. Derudover drev han en el-forretning med reparation, fortrinsvis for private og mindre forretninger. Til medhjælp havde han dels sin kone i forretningen tillige med en halvdags medhjælp, dels 2 svende og en lærling. Han havde i år 2002 haft et år som følger

Resultat for 2002			
Nettoomsætning			2.300
Lønninger			950
Materialeforbrug			500
Dækningsbidrag			850
Diverse kapacitetsomkostninger			230
Indtjeningsbidrag			620
Afskrivninger			105
Resultat før renter			515
Nettorenter			85
Årets resultat			430

Balance ultimo 2002			
Aktiver		Passiver	
Anlægsaktiver		Egenkapital	730
Ejendommen Storegade 13	1.200	Langfristet gæld	
2 varevogne	560	Kreditforeningslån	740
Heraf afskrevet	240	Kortfristet gæld	
Omsætningsaktiver		Kassekredit	640
Varelager	340	Leverandører	200
Debitorer	450	I alt	840
Aktiver i alt	2.310	Passiver i alt	2.310

- Forsøg at belyse risikobegrebet for denne forretning. Prøv at lave en oversigt over, hvilke ulykker, der kan tænkes at overgå el-forretningen.
- Hvor mange af de ulykker kan der tegnes forsikring imod?

Lad os betegne en hændelse, der kun sker 1 gang ud af tusinde, som en sjælden hændelse. Dem ser man typisk bort fra i praktiske beregninger. Men netop når der er tale om sådanne helt "usandsynlige" sjældne hændelser, kan der godt være mange af dem. Lad os antage, at der er 100 mulige sjældne hændelser. Sandsynligheden for, at mindst 1 af dem så faktisk indtræder, vil være 9,5 pct. Det er altså ikke spor usandsynligt, at en sjælden hændelse vil indtræde, men vi ved naturligvis ikke hvilken.

- Diskuter dette set i forhold til opgaven ovenfor.

12. Kapitalværdi som det eneste kriterium?

En produktionsvirksomhed har en omsætning på 200 mio. kr. og et overskud på 10 mio. kr. Driftsingeniøren har fået et tilbud om noget nyt maskineri, som vil rationalisere driften. Det ville betyde en investeringsudgift på 8 mio. kr. og spare personaleomkostninger på 1,5 mio. kr. om året i 10 år. En investeringskalkule gav til resultat, at det ville give en nutidsværdi på 640.000 kr. ved en kalkulationsrente på 10 pct. og en intern forrentning på 12 pct.

Personalebesparelsen ville imidlertid betyde afskedigelse af 5 ældre medarbejdere uden andre beskæftigelsesmuligheder.

Synes I, at virksomhedens direktør skal iværksætte investeringen, eller kunne andre hensyn tale imod?

3. Opgaver i finansiering.

A. Lynggaards opgaver i finansiering.

B. Særlige opgaver.

1. Markedsværdi kontra bogført værdi.

Et anpartsselskab har opgjort sit resultat som vist nedenfor ultimo 2000 i mio. kr.

Aktiver		Passiver	
Ejendom	20	Egenkapital	40
Maskiner	15	Gæld	10
Omsætningsaktiver	15		
I alt	50	I alt	50

Resultatopgørelsen for år 2000 viste følgende:

Omsætning	100
Driftsomkostninger	80
Resultat før renter	20
Renter	1
Årets resultat	19

Virksomheden regner med en vækst i overskuddet på 4 pct. om året og med at udbetale 40 pct. af årets resultat i udbytte. Virksomheden har kapitalomkostninger på 12 pct. (d.v.s., at kalkulationsrenten r på mine slides skal sættes til 0,12)

- a) Hvad er virksomhedens bogførte værdi?
- b) Hvad er virksomhedens markedsværdi?
- c) Hvordan vil disse størrelser blive påvirket af
 - 1) Den anerkendt dygtige unge direktør forlader selskabet?
 - 2) Ejendommens værdi stiger med 5 mio. p.g.a. konjunkturerne?
 - 3) En medarbejder i virksomheden bliver dømt for spirituspåvirket kørsel i virksomhedens tjeneste og skal betale erstatning for personskade på 1 mio. kr.?
 - 4) EU overvejer at liberalisere markedet, så konkurrence fra tredjelande bliver en mulighed?
 - 5) Der fremkommer en ny og mere effektiv maskine til produktion af virksomhedens hovedprodukt?

2. GRIMEX A/S

Industriaktieselskabet GRIMEX offentliggjorde i februar 2001 sin årsberetning. I henhold til regnskabet havde det en aktiekapital på 100 mill.kr. fordelt på aktier af 100 kr. Det havde et overskud på 178 mio. kr. og bekendtgjorde, at det ville følge sin fastlagte udbyttepolitik med at udbetale 30 pct. af overskuddet, medens resten ville blive henlagt.

Selskabet var noteret på Københavns Fondsbørs og havde ultimo 2000 en kursværdi på 2120.

- Hvor stor er markedsværdien af GRIMEX A/S?
- Hvordan er P/E forholdet?
- Er dette P/E forhold unormalt i forhold til andre industriaktieselskaber?²

En aktieanalytiker i en investeringsforening anvendte for den slags investeringer et kapitalkrav på 0,12, altså $r = 0,12$. Han regnede med, at vækstraten i overskuddet i løbende priser for GRIMEX A/S ville være 0,08. På den baggrund konkluderede han, at han ikke ville købe aktien til sin investeringsforening.

- Hvilken værdi nåede aktieanalytikereren til?
- Hvad kan være årsagen til, at han når til et andet resultat end fondsbørsen?

3. Illustration af Gordons formel.

I nedenstående tabel er vist udviklingen i hhv. Nettoresultat ("Earnings") og i udbytteprocent for SAS og Lundbeck

		1998	1999	2000	2001	2002
SAS	Nettoresultat	2134000	1379000	2135000	-1064000	-132000
	Udbytte %	40	40	45	0	0
Lundbeck	Nettoresultat	293900	307000	615800	984800	1311400
	Udbytte %	32	41	11	17	23

Diskuter anvendelsen af Gordons formel på disse to virksomheder. Find evt. selv flere eksempler fra Københavns Fondsbørs.

4. Den dristige virksomhed.

Diskuter solvens og rentabilitet for nedenstående virksomhed.

Resultatopgørelse		2002	
Omsætning		25.000	
Omkostninger		16.000	
Resultat før renter		9.000	
Renter		6.000	
Resultat efter renter		3.000	
Balance ultimo 2002			
Aktiver		Passiver	
Anlægsaktiver	35.000	Egenkapital	5.000
Omsætningsaktiver	12.000	Langsigtet gæld	20.000
		Kortsigtet gæld	22.000
I alt	47.000	I alt	47.000

² Se kurslisten i et dagblad

5. Kassekredit og finansieringsbehov.

En virksomhed havde lagt følgende budget for år 2003 for det månedlige salg (alle beløb i 1000 kr.). Kreditsalg vil konkret sige, at der blev givet en måneds kredit.

1000 kr.	Kontantsalg	Kreditsalg	I alt
Januar	250	300	550
Februar	200	300	500
Marts	200	300	500
April	200	300	500
Maj	200	300	500
Juni	150	200	350
Juli	150	200	350
August	150	200	350
September	200	300	500
Oktober	250	300	550
November	200	300	500
December	400	600	1000

Virksomhedens har derudover følgende udgifter:

- a) Råvarer, som bliver beregnet med 40 pct. af månedens salg.
- b) Kapacitetsomkostninger på 200, som bliver betalt løbende ved månedens udgang
- c) Lønomsomkostninger på 100, som bliver betalt løbende ved månedens udgang.

Virksomheden havde i december 2002 et kreditsalg på 310.

Virksomheden havde lavet en aftale med sin bank, der indebar

- i. At virksomheden skulle betale 6 pct. p.a. i rente af træk på sin kassekredit
- ii. At virksomheden skulle betale 2 pct. af maksimumsbeløbet på kassekrediten ved årets udgang.
- iii. At virksomheden skulle have $\frac{1}{2}$ pct. p.a. i rente af positivt indestående på sin kassekredit.
- iv. At der skal beregnes renter hver måned af saldoen på kassekreditkontoen, men renterne skal først betales ved årets slutning.

Virksomheden ønskede til stadighed at have en kassekredit, som overstiger det forventede træk med 50.

Spørgsmål 1. Vis udviklingen i virksomhedens likviditet igennem 2003.

Spørgsmål 2. Hvor stor bliver den ønskede kassekredit?

Spørgsmål 3: Hvor stort bliver virksomhedens forventede overskud?

Virksomheden overvejede at afskaffe kreditsalget. Den forventede, at den kunne have det samme salg, hvis den afskaffede kreditsalget og indførte en kontantrabat på 2 pct. Da kreditsalget foregik til særlige kunder, skulle der kun gives kontantrabat til disse og ikke til alle.

Spørgsmål 4. Er det en god idé at afskaffe kreditsalget?

4. Opgaver i omkostningsteori og internt regnskab

A. Opgaver i omkostningsteori

1. Grænseomkostningerne for optisk kabel.

I computerfirmaet Zitechs magasin for februar/marts 2001 er der angivet følgende priser for netværkskabler af typen "Fiber optisk kabel (ST conn.), 62.5/125 U Multimode" :

1 meter	290 kr
5 meter	435 kr
15 meter	495 kr
30 meter	745 kr
100 meter	1.995 kr

Beregn grænseomkostningerne for en meter optisk fiber. Kommenter.

2. Bestemmelse af MC, AVC og VC kurve.

En grossistvirksomhed køber ind hver dag på grønttorvet. Man har konstateret, at så længe man køber 100kg eller derunder af en bestemt vare, er noteringen rimelig fast på 7 kr. pr kg. Skal man en dag bruge mere end 100kg, stiger noteringen derefter med 0,02 kr. pr kg for hvert kg, man efterspørger ud over de 100 kg.

Bestem grænse-, gennemsnits- og totale variable omkostningsfunktioner

3. Bestemmelse af MC, AVC og VC kurve.

En virksomhed har gennem længere tid studeret omkostningerne forbundet med produktionen af en bestemt vare og har fundet frem til, at de marginale omkostninger ved at producere den første enhed er 99 kr. Herefter falder de marginale omkostninger med 1 kr pr stk, man yderligere producerer, indtil man når ned på en omkostning på 50 kr ved en produktion af enhed nr. 50. I produktionsintervallet 50-100 stk. er MC konstant 50 kr. Ved produktion herudover stiger de marginale omkostninger pr. stk med 0,50 kr for hver yderligere enhed.

Bestem grænse-, gennemsnits-, og totalomkostningsfunktioner.

4. Korsbæk Dagblad

Korsbæk dagblad trykker en reklameavis til lokalområdet. Materialeomkostningerne udgør 0,80kr pr avis til papir og 0,30 kr. til andre omkostninger. Afhængigt af månedsforbruget af papir er det muligt at opnå større eller mindre kvantumsrabatter på månedsindkøbet af denne råvare. En månedlig produktion på 10.000 aviser medfører en rabat på 10 %, 20.000 aviser medfører 20% rabat og 40.000 aviser medfører 30% rabat.

Beregn og vis grafisk, hvorledes marginal, gennemsnits og total omkostning på månedsbasis afhænger af antallet af trykte aviser.

5. Bestemmelse af faste og variable omkostninger.

Regnskabet for Café Den blå Måne viste for år 2001 følgende resultat.

Indtægter				
20.000 pilsnere a 24 kr			480.000	
10000 kopper kaffe a 12 kr.			120.000	
I alt				600.000
Udgifter				
Løn til serveringspersonale				
3.000 timer a 100 kr.			300.000	
Råvarer				
Øl			48.000	
Kaffe			20.000	
Husleje			80.000	
Lys og varme			30.000	
Reklame			4.000	
Reparation og vedligeholdelse			12.000	
Diverse omkostninger			5.000	
I alt				499.000
Resultat før renter				101.000
Renter				32.000
Årets resultat				69.000

Lav en opdeling i faste og variable omkostninger og bestem omkostningskurven.

6. Springvist variable omkostninger.

Sikker Dataservice har netop afsluttet udviklingen af et nyt produkt. Man er derfor ved at træffe beslutning om priser for produktet og de service besøg, dette vil kræve.

I denne sammenhæng ønskes en beskrivelse af de omkostninger, der er knyttet til servicebesøg. Tidsforbruget pr. servicebesøg vil afhænge af, hvor mange månedlige servicebesøg, der gennemføres, idet rutine spiller en stor rolle. I samarbejde med medarbejderne har man udarbejdet en beskrivelse af sammenhængen mellem antal besøg pr. måned og det gennemsnitlige tidsforbrug pr besøg:

Antal servicebesøg pr. md.	Gennemsnitlig tidsforbrug pr. besøg (timer)
1 (regn med 0)	8
10	4
50	3
100	2

Den medarbejder, der udfører servicebesøget, er på timeløn og får en løn på 170kr i timen. En servicevogn med udstyr leases for 8.000kr pr måned (alle omk. er inkluderet heri). Én servicevogn har en kapacitet på 50 servicebesøg pr. måned. Det antages, at AVC er stykvis lineær. Beregn, hvorledes marginal, gennemsnits og totalomkostning på månedsbasis afhænger af antallet af besøg.

7. Kalkulation af mark-up priser.

En middelstor tømmervirksomhed i Nordvestsjælland beskæftiger relativt fast 10 tømrere og lidt varierende 5-7 ufaglærte medhjælpere. Man kunne godt få fat i flere faglærte tømrere, men i så tilfælde skulle man betale 10 pct. mere i løn, ikke blot til de nyansatte, men også til de fast beskæftigede, som ikke ville finde sig i, at de nyansatte fik mere i løn end dem selv. De ufaglærte fik derimod den lokale markeds løn.

Den 30. april var virksomheden i den situation, at den efter industriferien skulle i gang med en større udbygning på det lokale plejehjem, der ville beskæftige hele virksomheden, men indtil da var der kun beskæftigelse til 7-8 mand. Men den 30. april indløb der en forespørgsel, om virksomheden ville afgive tilbud på en tilbygning til et hotel.

Tømmermesteren tog ud og besigtigede forholdene og nåede frem til følgende:

1. Der skulle bruges 3 faglærte og 1 ufaglært i 3 måneder til opgaven.
2. Der skulle bruges noget solidt tømmer til opgaven, som tømmermesteren dog havde på lager. Han havde oprindeligt købt det for 50.000, men det var siden steget med 20 %.
3. Der skulle bestilles noget særligt finér fra en finérfabrik, som samlet ville koste 40.000 kr. Denne finérfabrik havde en rabatordning, så der blev ydet 10 pct. rabat på det årlige køb, når, hvis dette oversteg 100.000 kr. Tidligere i året havde virksomheden købt for 80.000 kr. hos den pågældende finérfabrik, men skulle ikke bruge denne type finér til plejehjemmet.

Virksomheden plejede at kalkulere på følgende måde: Forbruget af faglært arbejdskraft blev anslået. Der blev regnet med den gældende timeløn på 120 kr, og den samlede tilbudspris blev beregnet som "Timeforbruget af faglært arbejdskraft x 120 x 2,5", hvor faktoren 2,5 var en *mark-up*, der skulle dække virksomhedens faste omkostninger, dens forbrug af ufaglært arbejdskraft samt fortjeneste. Til dette blev lagt udgiften til råmaterialer efter regning. En opgave på 40 timer og med et materialeforbrug på 10.000 kr. blev således beregnet til $40 \times 300 + 10.000 = 22.000$ kr.

Spørgsmål a: Hvilken pris ville tømmermesteren forlange med sin normale kalkulation? Hvad synes du om denne måde at kalkulere tilbud på?

Spørgsmål b: Hvad er den mindste pris – *bundprisen* -, som tømmermesteren kan tilbyde hotellet uden at tabe penge på tilbuddet? (Ved besvarelsen må du anlægge dine egne begrundede forudsætninger). Kommenter forskellen mellem dette resultat og svaret under spørgsmål a.

Tømmermesteren har ad omveje hørt, at hotelejereren regner med, at ombygningen kommer til at koste omkring en halv million. Han har også hørt fra sine kolleger, at de er travlt beskæftiget med at reparere sommerhuse.

Spørgsmål c: Hvilket tilbud ville du give til hotelejereren?

B. Opgaver i internt regnskab

8. Fordeling af faste omkostninger.

I en stiliseret udgave har Center for Anvendt Datalogi følgende struktur:

Omkostningsstruktur for CAD	
Faste omkostninger	1 million
Variable omkostninger	1 million
Ialt	2 millioner
Fordeling på fag	
Økonomi	70 pct.
Statskundskab	10 pct.
Fakultetskontor	10 pct.
Sociologi	7 pct.
Antropologi	3 pct.
I alt	100

Der er enighed mellem fagene om, at CAD skal have sine omkostninger dækket, og at fordelingsnøglen skal være det faktiske forbrug.

Det teologiske fakultet har imidlertid forespurgt, om de kunne blive tilknyttet CAD; det ville betyde en forøgelse af aktivitetsniveauet med 10 pct., men ville ikke medføre spring i de faste omkostninger. Dette fakultet har imidlertid ladet skinne igennem, at det kun ville betale marginalomkostningerne, da de faste omkostninger jo alligevel skal betales.

a) Diskuter dette forslag.

b) Ville det spille nogen rolle for jeres standpunkt, hvis der var tale om en institution af privat karakter?

9. Boldklubben af 1910.

Boldklubben af 1910 havde til huse i en hal, der var kommunalt ejet og udlejet på favorable vilkår. Klubben bestod af 3 afdelinger, en afdeling for indendørs fodbold, en håndboldklub og en basketballklub. B1910 havde den aftale med kommunen, at kommunen ville dække halvdelen af omkostningerne, men at den i øvrigt skulle hvile i sig selv, d.v.s. hverken have over- eller underskud. Baggrunden for det kommunale tilskud var et ønske om at støtte fritidslivet og ungdomsarbejdet i kommunen, reelt et ønske om at holde de unge mennesker væk fra gaden. Og faktisk blev en hel del kontingenter, især for de unge, betalt af andre kommunale kasser. Bestyrelsen for B1910 skal forelægge et forslag til fordeling af omkostningerne på den kommende generalforsamling.

Boldklubben af 1910				
Halleje	1.000.000			
Inspektør	250.000			
Økonomisektion	200.000			
Rengøring	1.000.000			
Særligt tilsyn	900.000			
Div. omkostninger	500.000			
Omkostninger i alt	3.850.000			
Indtægt fra cafeteria	550.000			
Kommunalt tilskud	1.925.000			
Årligt underskud	1.375.000			
		Fodbold	Håndbold	Basketball
				I alt
Antal medlemmer	120	220	30	370
heraf under 18	70	80	22	172
Benyttelse, antal timer/uge ¹	15	40	14	69
heraf i weekenden	10	14	0	24
				1152
Note 1: Hallen er lukket i 4 uger i juli.				

Ved beregningen af medlemskontingentet måtte bestyrelsen fornuftigvis tage hensyn til følgende kendsgerninger:

- At i økonomisektionen var halvdelen af omkostningerne afhængige af medlemstallet i de 3 foreninger, medens resten var afhængig af antallet af afdelinger.
- At der var tradition for, at alle poster, der ikke havde særlige forhold, blev fordelt efter benyttelse
- At det særlige tilsyn i det væsentlige vedrørte håndboldklubben, da det især var den, der havde de arrangementer, der medførte udgifterne
- At stort set alle indtægterne fra cafeteriaet kom fra håndboldklubbens medlemmer.
- At der var en del medlemmer, der mente, at den hidtidige praksis med et fast medlemskontingent var urimelig, og at der i stedet burde være et fast medlemskontingent og en brugerbetaling pr. time for hallen
- At basketballklubbens formand var i særlig grad såvel veltalende som aggressiv i varetagelsen af sine medlemmers interesser.
- At der var idelige skænderier mellem klubberne om fordelingen af tiden, især om weekenden.

Lav på denne baggrund en beregning af medlemskontingentet, under forudsætning af,

1. at det er ens for alle
2. at unge betaler halv pris
3. at hver afdeling betaler sine direkte omkostninger efter den sædvanlige fordelingsnøgle
4. at man overgår til en fordeling efter en ren betaling efter hver times benyttelse

Hvilket forslag ville du selv synes var rimeligt?

10. Afdelingsregnskaber.

Virksomheden Albex A/S består af 3 produktionsafdelinger samt 3 fællesafdelinger, nemlig en rengøringsafdeling, en IT afdeling og et økonomikontor. Afdelingerne har hidtil været styret af det princip, at den enkelte afdeling skulle maksimere bruttofortjenesten, d.v.s. salgsprisen – de direkte variable omkostninger. De enkelte afdelinger havde følgende situation: På grund af konkurrencesituationen var priserne i det væsentlige givet udefra, og virksomheden havde en betydelig erfaring med hensyn til forløbet af de direkte omkostninger. Der synes at gælde følgende:

	Salgspris	Direkte grænseomkostninger
Afdeling 1	10000	2000 + 60 x
Afdeling 2	8000	1500 + 40x
Afdeling 3	7000	2600 + 70x

Spørgsmål 1: Hvad er den optimale produktion i de 3 afdelinger? Hvor stor er omsætningen og de direkte omkostninger i de 3 afdelinger? Hvor stort er virksomhedens overskud?

Virksomheden havde imidlertid analyseret de indirekte omkostninger og var nået til følgende

	Faste omkostninger	Variable omkostninger	I alt
Rengøring m.v	120000	20000	140.000
IT	450000	170000	620.000
Økonomikontor	230000	50000	280.000
I alt	800.000	240.000	1.040.000

Virksomheden besluttede derfor, at det ville være fornuftigt at belaste de variable omkostninger fra den 3 fællesafdelinger på de 3 produktionsafdelinger i forhold til de direkte omkostninger i de 3 produktionsafdelinger. Tanken var først at fordele de variable omkostninger ud på de 3 produktionsafdelinger i forhold til deres direkte omkostninger. Derefter ville virksomheden beregne, hvad de enkelte afdelinger skulle betale for fællesydelse pr. produceret enhed.

Spørgsmål 2.

- Hvad bliver de nye grænseomkostninger i de 3 produktionsafdelinger.
- Hvad bliver de nye optimale produktioner i de 3 produktionsafdelinger.
- Hvilken ændring har denne omlægning af beregningsmetoderne medført, hvis der ikke sker andet i virksomheden.

Det var imidlertid erfaringen fra tilsvarende virksomheder, at ved en sådan omlægning ville der blive sparet på de variable omkostninger til rengøring, IT og økonomiydelser. Det forløb i branchen, at man kunne regne med besparelser på mindst 25 procent.

Spørgsmål 3. Hvordan vil virksomhedens situation se ud, hvis der faktisk opnås besparelser på 25 pct.?

5. Opgaver i optimering

A. Opgaver til målsøgningsfunktionen

Opgave 1. Den traditionelle anvendelse.

En virksomhed overvejer at investere 200.000 kr., som vil give en omsætningsforøgelse på 500.000 det første år med en foreløbig stigning på 5 pct. om året i de 4 efterfølgende år. Samtidig får vi en stigning i diverse omkostninger på 180.000 det første år med en stigning ligeledes på 5 pct. om året. Lønomsstigningerne er 200.000 kr. det første år, og lønstigningstakten er 6 pct. om året. For hvilken værdi af stigningstakten til omsætningen bliver kapitalværdien af investeringen netop lig med 0?

Opgave 2. Løsning af en kompleks ligning 1.

Find løsningen for følgende funktion

$$f(x) = x^2 - (x+5)^4 + 3x - 5 = 0$$

Find værdien af funktionen i en passende omegn af løsningen og tegn disse værdier op i et diagram.

Opgave 3. Løsning af en kompleks ligning 2.

Find løsningen til funktionen

$$f(x) = e^{1,03x} + \ln 5x - 3x + 0,17$$

B. Opgaver i optimering.

Opgave 1. Prisdifferentiering.

En virksomhed har beregnet, at efterspørgselskurve på hjemmemarkedet har formen $p = 200 - 0,2x$, medens den på eksportmarkedet har en efterspørgselskurve på $p = 150 - 0,3x$. Virksomheden har beregnet, at dens omkostningsfunktion kan anslås til $0,01x^2 + 10x + 8000$. Hvad er den optimale pris og mængde på de to markeder?

Opgave 2. Beregning af efterspørgselskurve.

En virksomhed har for øjeblikket en produktion på 20.000 enheder til en pris af 37 pr. stk. Virksomheden overvejer at sætte prisen op til 40 kr./stk. og antager, at den vil kunne sælge 19.000 enheder til den pris. Virksomheden har omkostningsfunktionen $TC = 250.000 + 23,5x$

a) Find den formodede efterspørgselskurve.

b) Find den optimale pris og mængde og kommentér denne løsning.

Opgave 3. Er løsningen $MR = MC$ entydig?

Springvist variable omkostninger, den højere tekniks lov mm indebærer, at der kan komme huller og knæk i grænseomkostningskurven, så den bliver diskontinuert. Gælder det samme for grænseomsætningskurven?

Kan betingelsen $MR = MC$ selv med $MC = \text{konstant}$ have flere forskellige løsninger?

Opgave 4. Optimering ved springvist variable omkostninger.

En bagermester overvejer at udvide sin forretning. Han har p.t. 6 svende ansat, og hans søn har beregnet hans afsætningskurve til $p = 20 - x$, hvor x er den mængde, som en svend kan producere i løbet af et år. Hans omkostningsfunktion er $TC = 40 + 6x$ for $x \leq 6$. Ved en udvidelse vil de faste omkostninger imidlertid stige med 5 om året.

Kan udvidelsen betale sig? Illustrer svaret grafisk.

Opgave 5. Learning by doing.

En fabrikant af biogasanlæg har udviklet en ny type anlæg, som det første år som prototype kostede 5 mio. kr. at producere. Han regner med, baseret på tidligere erfaringer, at omkostningerne vil falde med 15 pct., hver gang han producerer 30 stk., når han først opnår erfaring med produktionen. Han regner med at kunne afsætte 15 stk. om året.

Ud fra erfaringer med andre typer af anlæg regner han med, at han kan sælge dem for 4 mio. kr. stykket, og at prototypen vil kunne overleve i 10 år, før den bliver forældet.

For at iværksætte produktionen har han engangsomkostninger på 10 mio. kr. Kan det betale sig at iværksætte produktionen med en kalkulationsrente på 8 pct.?

Opgave 6. Maksimering med sparsom information.

En virksomhed har konstateret, at den i to perioder har haft et produktionsomfang for en given vare x på 3.500 i periode 1 og 4.500 i periode 2. De samlede omkostninger har været 870.000 kr. hhv. 1.020.000 kr., og den samlede omsætning hhv. 905.000 og 1.200.000. Virksomheden mener, at forholdene i det væsentlige har været uændrede, så de to observationer for perioderne 1 og 2 kan siges at ligge på samme omkostningskurve hhv. efterspørgselskurve.

Da virksomheden ikke har anden information, antager den, at der er tale om en lineær omkostningsfunktion $TC = F + cx$, hvor F er de faste omkostninger og c de marginale omkostninger, og en lineær efterspørgselsfunktion $p = ax + b$, $a < 0$, $b > 0$.

Find den optimale pris og mængde samt profitten i optimum.

Antag, at virksomheden erkender, at der er en usikkerhed på + eller - 10 pct. ved fastsættelsen af grænseomkostningerne. Synes du, at en sådan usikkerhed ligger inden for eller uden for det rimelige?

Hvad bliver da de optimale mængder og tilhørende profit?

Beregn den procentvise nedgang i profit målt i forhold til den optimale profit.

Kommenter disse tal.

Opgave 7. Sejlsport A/S

En mindre virksomhed, Sejlsport A/S, forhandler og udvikler værktøj til "gør-det-selv" bådfolk.

Produktionen består af forskellige håndværktøjer til vedligeholdelse og reparation af mindre både. Produkternes levetid er normalt 2-3 år, hvorfor der løbende foretages udvikling af nye produkter. Man har netop afsluttet udviklingen af et nyt universalværktøj, som man har store forventninger til. Produktionen, der foregår på eget værksted, er håndværkspræget og foregår i serier. Arbejdskraften er faglærte håndværkere, der er ansat på timeløn. Arbejdskraften er ret fleksibel.

Produktionsafdelingen har sammen med regnskabsafdelingen opstillet nogle beregninger over produktionsomkostninger og tidsforbrug. Til hver produceret enhed medgår materialer for 150 kr. Tidsforbruget, der medgår til fremstillingen af det nye universalværktøj, varierer afhængig af produktionens størrelse. Det gennemsnitlige tidsforbrug kan beskrives ved en lineær funktion. Man

har konstateret, at der på normal dagtid maksimalt kan produceres 800 stk. pr. kvartal, og at det gennemsnitlige tidsforbrug ved maksimal produktion er 1 time pr. stk. Reduceres produktionen til det halve, stiger det gennemsnitlige tidsforbrug til 1,5 time pr. stk.

Det er dog muligt at øge produktionen ved at indføre to- eller treholdsskift, dvs., indføre aften- og/eller nathold. Det vil selvfølgelig ændre omkostningsbilledet noget at indføre to- eller treholdsskift. Omkostninger for dagholdet forbliver uændrede, mens timelønnen på aftenholdet ligger 50 pct. over lønnen på dagtid. Natholdet skal have et tillæg på 100 pct. i forhold til dagholdet. Timelønnen for de timelønnede arbejdere, der medvirker ved produktionen er 100 kr. pr. time på daghold.

Hertil kommer, at de faste omkostninger ved overgang til flerholdsdrift også stiger. man regner med en ekstraomkostning pr. kvartal på 20.000 kr. ved overgang til to-holdsskift og yderligere 20.000 kr. pr. kvartal ved overgang til tre-holdsdrift.

Man forventer, at der på såvel aften- som nathold kan produceres med et tidsforbrug på 1 mandtime pr. produceret enhed uanset produktionens størrelse. På hvert skift er der 800 mandtimer til rådighed pr. kvartal.

Salgsafdelingen er på grundlag af en omfattende analyse af markedet kommet frem til, at det nye universalværktøj til en pris på 600 kr. pr. stk., vil kunne sælges i et antal af 4.000 stk. årligt. Priselasticiteten ved en pris på 600 kr. pr. stk. har de vurderet til at være -2 .

Hvad bliver den optimale pris for det nye universalværktøj?
Hvor meget skal man producere pr. kvartal?
Hvad bliver den maksimale fortjeneste?
Løs problemet med problemløseren

Opgave 8. Ny Iransk Cola Produktion A/S

Ali Al-Abd er blevet træt af de store udenlandske sodavandsproducenters hærgen på det iranske marked. Han har besluttet sig for at tage kampen op og vil derfor producere iranske colaer i 1/2 liters flasker. Før han går i gang har han udarbejdet en række analyser af afsætnings- og omkostningsforholdene til brug for produktionsplanlægningen.

Omkostningsanalyserne gav følgende resultat: Råvarerne til produktion af selve cola-indholdet koster cirka 30 øre pr. 1/2 liters flaske. Andre materialer til produktionen koster cirka 20 øre pr. flaske. Dertil kommer lønomkostningerne som udgør 1,5 kr. pr. produceret flaske, men kun op til og med et produktionsniveau på 30.000 stk. dagligt. Hvis dette produktionsniveau overskrides, skal der arbejdes på toholdsskift, hvilket medfører en lang række ekstra engangsomkostninger på i alt 80.000 kr. pr. dag. Dertil kommer, at lønomkostningerne pr. flaske stiger til 2 kr. for den del af den daglige produktion, der overstiger 30.000 stk. Med toholdsskift kan der produceres op til og med 60.000 stk. dagligt. Hvis denne grænse overskrides, skal der produceres på treholdsskift, hvilket medfører ekstra engangsomkostninger på 100.000 kr. dagligt. Samtidig stiger lønomkostningerne yderligere til 2,5 kr. pr. flaske for den del af den daglige produktion, der overstiger 60.000 stk. Med treholdsskift kan der maksimalt produceres 90.000 stk. dagligt, som er den ultimative kapacitetsgrænse for Ali.

Afsætningsanalyserne gav følgende resultat: Ved en stykpris på 7 kr. pr. flaske kan der dagligt afsættes 50.000 flasker. Markedet er præget af meget hård konkurrence, hvorfor prisforhøjelser vil føre til en kraftig reduktion i den afsatte mængde. Ved prisen 7 kr. pr. flaske er priselasticiteten estimeret til -10 ved prisforhøjelser. Ved prisnedsættelser vil markedet reagere anderledes, idet det estimeres, at der dagligt kan afsættes 90.000 flasker ved en pris på 5 kr. pr. stk. Afsætningsfunktionen kan antages at være lineær i hvert af de to intervaller større eller mindre en 50.000 stk.

Hvad bliver den optimale pris, mængde samt profit pr. dag for den nye cola?

Ali Al-Abd har endvidere foretaget en analyse af mulighederne for også at afsætte colaerne til det tyrkiske marked. Det har her vist sig at være forbundet med en række vanskeligheder at sælge og distribuere flaskerne. Derimod har han under arbejdet fået kontakt til en tyrkisk grossist, som meget gerne vil købe og videresælge colaerne. Den tyrkiske kunde har tilbudt at betale en pris på 7 kr. pr. flaske, hvis Ali kan levere 30.000 flasker dagligt. Leverancen til den tyrkiske kunde vil medføre en ekstraomkostning på 1 kr. pr. flaske til pakning og forsendelse.

Vil det være fordelagtigt for Ali at sælge colaerne til det tyrkiske marked? Hvis pris sælger Ali til på det iranske marked, hvis han vælger at sælge til Tyrkiet også? Hvad bliver den samlede profit ved salg til såvel det iranske som det tyrkiske marked?

Hvilke andre overvejelser om omkostningsforholdene bør Ali Al-Abd gøre sig, før han etablerer virksomheden? På hvilken måde skal Ali beslutte sig for at etablere sig eller ej, når han har fremskaffet al relevant information om markeder, omkostninger etc.?

Opgave 9. Opsamlende optimeringsopgave

Alle afsætningsfunktioner i denne opgave er retliniede med mindre andet er udtrykkeligt anført. Der skal desuden ikke tages hensyn til moms og skat. Der produceres ikke til lager.

Virksomheden er Frederiksberg Smedefabrik ApS, som gennem længere tid har produceret og solgt varen QS7 til prisen 550,- kr. pr. stk. Virksomheden afsætter ved denne pris 5.000 stk. pr. år af QS7. Gennem grundige studier af markedet har virksomheden fundet ud af, at den til trods for konkurrenternes reaktion kan øge afsætningen til 10.000 stk. pr. år ved at sætte prisen ned med 250,- kr. pr. stk. Markedet er mere følsomt over for prisstigninger på QS7, hvorfor virksomheden vurderer, at priselasticiteten er $-4,833333333$ ved prisen 580,- kr. pr. stk.

Mht. virksomhedens omkostninger har Frederiksberg Smedefabriks produktionsingeniør estimeret følgende sammenhænge mellem produktionen og omkostninger:

De faste omkostninger pr. enhed ved en produktion på 5.000 stk. pr. år andrager 150,-

De marginale lønomkostninger er 50,- kr. pr. stk. op til et produktionsniveau på 10.000 stk. pr. år, der er kapacitetsgrænsen.

De marginale materialeomkostninger har størrelsen 300,- kr. pr. stk. indtil et produktionsniveau på 5.500 stk. pr. år. Overstiger virksomhedens produktion dette niveau, har virksomheden opnået en gunstig rabataftale med materialeleverandøren. Rabatten omfatter virksomhedens samlede indkøb af materialer til QS7, og er på 150,- kr. pr. enhed.

i) *Du bedes hjælpe virksomheden med at fastsætte den optimale pris på QS7 samt bestemme det optimale resultat.*

Et af virksomhedens andre produkter har navnet PL12. Produktet afsættes på både det danske og grønlandske marked til en pris på 500,- kr. pr. stk. Ved denne pris afsættes 1.875 stk. pr. år på det danske marked, og 500 stk. pr. år på det grønlandske marked.

Virksomhedens nyansatte cand.polit. har ved en nylig undersøgelse af de to markeder konstateret flg. forhold:

Virksomheden er stort set ikke udsat for konkurrence på nogen af markederne, og kan derfor fastsætte prisen på PL12 på hvert marked, som den vil.

PL12s priselasticitet ved prisen 500,- kr. pr. stk. er på det grønlandske marked -5 og på det danske marked $-1,6666666$.

På grund af den geografiske afstand mellem de to markeder kan de stort set holdes adskilt.

PL12 produceres på et anlæg i Danmark. Omkostningsforholdene er simple, idet grænseomkostningskurven skærer anden-aksen i 100,- kr. Herefter stiger grænseomkostningerne lineært og udgør 200,- kr. for enhed nr. 5.000. Hver enhed, der afsættes i Grønland er dog belastet af en ekstraomkostning på 50,- kr. pr. stk.

ii) *Du bedes kort redegøre for, hvorfor den nuværende prisfastsættelse på PL12 ikke er optimal. Du bedes endvidere bestemme den optimale prisfastsættelse af produktet på de to markeder samt det optimale dækningsbidrag.*

På en speciel maskine har man gennem længere tid produceret to varer, der kan afsættes på hvert sit marked. Den ene vare, AB9, har man solgt 300 stk. pr. år af til en pris på 100,- kr. pr. stk. Den anden vare ES8 har været solgt i mængden 900 stk. pr. år til prisen 82,5 kr. pr. stk. Som det kan ses, produceres der i alt 1.200 stk. pr. år, hvilket også er maskines kapacitetsmaksimum.

Vedrørende AB9 har man fundet, at afsætningsfunktionen kan skrives som $P(Q) = -0,05Q + 125$, og marginalomkostningen er 45,- kr. uanset produceret antal.

Omkring ES8 har man gjort følgende erfaring: Ved en pris på 150,- kr. pr. stk. kan der ikke afsættes ES8, ligesom markedet er mættet ved 2.000 stk. Gennemsnitsomkostningen for ES8 kan skrives som $0,003125Q + 25$.

iii) *Man har længe været i tvivl om, hvorvidt de priser, man har taget på AB9 og ES8, er optimale. I den forbindelse bedes du beregne de optimale priser og mængder samt ændringen af dækningsbidraget ved at producere i optimal situationen.*

C. Opgaver i LP

Opgave 1. Abstrakt opgave i Lineær Programmering.

a) Løs følgende LP problem med anvendelse af solver

$$\text{MAX: } 5A + 2B$$

$$\text{SUB: } A + B \leq 15$$

$$3A + B \leq 20$$

$$A + 4B \leq 25$$

$$A \geq 0$$

$$B \geq 0$$

b) Hvad bliver skyggepriserne på de 3 restriktioner

c) Løs problemet med den alternative målfunktion

$$\text{MAX: } -0,1A^2 + 5A - 0,1B^2 + 0,2B.$$

Opgave 2. LP i en produktionsvirksomhed.

En virksomhed råder over 4 maskiner i 37 timer til produktionen af varerne A, B og C. Vare A kræver 2 timer for maskine 1, 1,5 time for maskine 2, 0,5 time på maskine 3 og 4 timer på maskine 4. Vare B kræver en times maskintid for alle maskiner. Vare C kræver 2 timer på maskine 1 og 2 og 3, og 1,5 time på maskine 4.

Vare A giver 800 kr. i dækningsbidrag, vare B giver 900 kr. i dækningsbidrag og vare C giver 1200 kr. i dækningsbidrag.

a) Hvad er den optimale ugentlige produktion?

b) Hvad sker der, hvis virksomheden kan få overtalt de ansatte til at arbejde 3 timer ekstra om ugen til normal løn?

c) Hvad sker der med den optimale løsning, hvis produktionschefen finder ud af, at man ved at forbehandle vare A i en ekstra time på maskine 3 kan spare 2 maskintimer på maskine 4?

Opgave 3. LP anvendt på et forureningsproblem.

I en lille provinsby findes der 3 fabrikker. Fabrikkerne producerer 2 typer af forurening nemlig 1=svovldampe og 2=spildevand.

På fabrik 1 koster det 40 kr. at behandle 1 ton affald, som reducerer forurening 1 med 0,1 ton og forurening 2 med 0,45 ton.

På fabrik 2 koster det 30 kr. at behandle 1 ton affald, som reducerer forurening 1 med 0,2 ton og forurening 2 med 0,25 ton.

Endelig koster det 60 kr. at behandle 1 ton affald på fabrik 3, hvilket reducerer forurening 1 med 0,5 ton og forurening 2 med 0,4 ton.

Amtets teknik- og miljømyndighed, der ønsker at reducere den samlede forurening, har beregnet, at man som minimum skal have reduceret forurening af type 1 med 30 ton, mens forurening af type 2 skal reduceres med 40 ton, for at man kan hjælpe miljøet bedst.

a) Opskriv et lineært programmeringsproblem for de 3 fabrikker, idet man ønsker at imødekomme amtets krav på den billigst mulige måde.

DVS., vi antager, at der er:

1) Proportionalitet i målfunktionen således, at uanset størrelsen af det behandlet affald vil et ekstra ton altid koste den angivne pris.

2) Additivitet i målfunktionen, således at vi blot kan lægge alle tal sammen

b) Løs det lineære programmeringsproblem vha. problemløseren, og find den forureningstype, som virksomhederne helst vil vælge at reducere, hvis amtet finder ud af, at der skal som virksomhederne helst vil vælge at reducere, hvis amtet finder ud af, at der skal reduceres forurening med et ekstra ton.

D. Alternativer til profitmaksimering.

1. En konkret illustration.

En virksomhed har følgende data:

Råvareomkostninger pr. enhed: 10 kr.

En arbejder producerer 8 enheder pr. arbejdstime.

Et arbejdsår er erfaringsmæssigt 1680 arbejdstimer.

Arbejdslønnen er 125 kr. i timen.

Der er faste omkostninger på 20.000.000 kr./år.

Efterspørgselsfunktionen har formen: $60 - 0,00001x$, hvor x er produceret (= solgt) mængde.

Traditionel profitmaksimering: Find den optimale mængde, det optimale antal arbejdere og den maksimale profit ved almindelig profitmaksimering. Tegn profitfunktionen (Profitten som en funktion af mængden) op i en omegn af den optimale løsning og diskuter dens udseende.

Omsætningsmaksimering: Hvad bliver mængden, antal arbejdere og profitten ved omsætningsmaksimering?

Konvertering af løn til aktieudbytte: Hvad bliver mængden, antal arbejdere og profitten, hvis alle arbejdere afstår fra at få løn imod at få en andel af virksomhedens overskud?

Medarbejderejede virksomheder: Hvad bliver mængden, antal arbejdere og profitten, hvis arbejderne overtager virksomheden som et kollektiv, hvorefter de maksimerer profitten pr. ansat, idet de dog kan regulere på antal ansatte?

Hvile i sig selv: Hvad bliver mængden og antal arbejdere, hvis virksomheden skal hvile i sig selv?

6. Efterspørgselsteori og afsætningsøkonomi.

A. Efterspørgselsteori

Opgavesæt A

Opgave 1.

Givet efterspørgselsfunktionen: $P = -\frac{1}{400}Q + 7,5$ udfyld da nedenstående tabel og vis de relevante beregninger

Elasticitet				
P	Q	Punktelasticiteten	TR	MR
7,00				
6,00				
5,00				
4,00				
3,00				

Opgave 2.

For en række forskellige virksomheder med varer på forskellige markeder har konsulentfirmaet ”Kend Din Prisafsætningsfunktion A/S” indsamlet nedenstående oplysninger vedr. efterspørgselsforholdene. Det antages, at prisafsætningsfunktionerne er lineære

- a. Virksomhed 1: $(P,Q) = (14,3)$ og $(P,Q) = (6,15)$
- b. Virksomhed 2: $(P,Q) = (9,8)$ og $e_p(P = 3) = -0,25$
- c. Virksomhed 3: $(P,Q) = (8,5)$ og $e_p(Q = 2,5) = -5$
- d. Virksomhed 4: $(P,Q) = (8,2)$ og $\alpha = -2$

På baggrund af ovenstående oplysninger bedes I for hver af virksomhederne fastlægge afsætningsfunktionen såvel matematisk som grafisk. Giv derefter en verbal fortolkning af graferne.

Opgave 3.

Virksomheden WellCare er en mindre dansk import virksomhed, der importerer diverse produkter til personlig pleje, herunder forskellige indonesiske cremer. Produkterne afsættes primært til helseforretninger i Københavnsområdet. Ejeren af virksomheden har længe tænkt over, hvordan kunderne reagerer på prisændringer, hvorfor han har lavet en test med en af de indonesiske cremer, der er velindført på markedet og velkendt af de mulige brugere. For denne creme viste sig følgende

mønster. (Alle tal er ekskl. moms og priser til helseforretningerne, der selv lægger yderlige tillæg op til salgsprisen):

Ved en pris på 100 kr. pr. creme kan virksomheden sælge 50 stk. Hvis prisen sættes 10 % op fra 100 til 110 kr. pr. creme falder afsætningen med 20 %. Endvidere har ejeren bemærket, at efterspørgslen efter cremen ændres lineært ved prisændringer, også over og under de opgivne grænser på hhv. 110 og 100 kr.

- Find virksomhedens prisafsætningsfunktion matematisk – og tegn derefter denne grafisk.
- Find virksomhedens marginale revenue (MR) matematisk – og indtegn denne i samme graf som prisafsætningsfunktionen.
- Find virksomhedens totale omsætningsfunktion (TR) matematisk – og tegn denne i en ny graf. Forklar sammenhængen mellem MR og TR på baggrund af de hidtil tegnede grafer.
- Forklar hvordan priselasticiteten ændres langs efterspørgselskurven.
- Antag, at WellCare på nuværende tidspunkt sælger cremen til 135 kr. pr. creme. Skal prisen sættes op eller ned, hvis ejeren ønsker at opnå den størst mulige omsætning?

Opgave 4.

Slagter Svendsen har gennem den senere periode haft forskellige priser på sin hjemmelavede medister i sin slagterbutik. Hvis Svendsen sælger 1 kg hjemmelavet medister til sin nuværende pris på 40 kr. sælger han 500 kg medister om ugen. Hvis Svendsen sætter prisen ned med 15,25% har erfaringer vist, at Svendsen kan øge sin nuværende omsætning med 2040 kr. Endvidere har Svendsen erfaret, at efterspørgslen efter medister formentligt ændres lineært ved ændringer i prisen. I hvert fald regner han med en sådan forudsætning.

- Opgiv efterspørgselsfunktionen for medister både grafisk og matematisk.
- Hvad er priselasticiteten ved en pris på 38 kr.?
- Ved en pris på 50 kr pr. kg medister bør Svendsen, da hæve, sænke eller bibeholde prisen for at opnå *højst* mulig omsætning? Hvad bliver omsætningen?

Omkostningerne ved at producere 1 kg hjemmelavet medister er ca.:

- råvarer (inkl. el og varme) 9 kr
 - arbejds løn 13 kr for intervallet $[0;300[$ og 18 kr for intervallet $[300;\infty[$, (den skønsmæssige tid, som en fastansat produktionsmedarbejder i baglokalet ca. bruger til at fremstille det samt den rengøring mm. der følger med produktion).
- d. Opgiv MC både matematisk og grafisk
 - e. Opgiv MR både matematisk og grafisk

Svendsen beslutter sig for at producere 200 kg medister om ugen.

f. Hvad bliver Svendsen egentlige DB for denne produktion

De sidste tre uger op til Jul er der ekstra ”run” på i butikken og Svendsen forventer, da at kunne sælge 350 kg medister om ugen til de samme priser som ovenfor. Han regner med, at efterspørgselskurven er parallelforskydet udad/opad – og stadigvæk lineær.

- g. Hvad bliver Svendsens DB for disse uger?
- h. Ville han få en større fortjeneste, hvis han opfandt navnet ”julemedister” (samme produktionspris), og tog en anden pris for denne? Og hvad ville denne optimalpris blive.
- i. Der er generelt travlt i butikken og de ansatte skal derfor have overarbejdsbetaling ved juletid. Hvordan bør dette indgå i Svendsens overvejelser?

Opgavesæt B

Gennemfør (løbende) de antagelser du mener, er nødvendige for at besvare opgaven.

HC. Hansen A/S producerer redningsudstyr til den danske handelsflåde. Sortimentet er varieret sammensat, og dækker så forskellige produkter som redningsbåde, redningsveste, førstehjælpeskasser, pulverslukkere mv.

Et af produkterne er ved at vinde indpas på det danske marked for fritidssejlere, der således har vist stor interesse for førstehjælpeskassen. På denne baggrund forventer HC Hansen A/S at kunne udvikle et nyt og interessant marked.

Marketingafdelingen har fastlagt de marginale omkostninger og prisafsætningsfunktion som angivet herunder, hvor Q er udtrykt i antal førstehjælpeskasser pr. år.:

$$P = -0,005Q + 220 \quad ; 0 \leq Q$$

$$MC = 0,005Q + 50 \quad ; 0 \leq Q$$

Spørgsmål 1.1:

Find optimal pris, mængde og dækningsbidrag på årsbasis.

Ved bestemmelse af prisafsætningsfunktionen kortlagde marketingafdelingen fritidssejleres vaner, attituder og holdninger. På denne baggrund fandt man, at markedet er polariseret i en velhavende gruppe af fritidssejlere, og en gruppe af mindre velhavende fritidssejlere.

Spørgsmål 1.2:

HC Hansen A/S overvejer nu at tage forskellige priser til de to kundegrupper. Hvorledes kan prisen forventes at udvikle sig overfor hver af de to grupper, sammenlignet med prisen fra foregående spørgsmål. Svaret begrundes ved hjælp af elasticiteter – og gerne grafisk.

Marketingafdelingen har gennem diverse kvantitative og kvalitative analyser estimeret de to gruppers prisafsætningsfunktioner som følger, hvor Q udtrykker antal førstehjælpeskasser pr. år:

Velhavende sejlere:	$P = -0,0075Q + 300$	$; 0 \leq Q$
Mindre velhavende sejlere:	$P = -0,0025Q + 200$	$; 0 \leq Q$

Spørgsmål 1.3:

Find optimal dækningsbidrag, pris og mængde pr. år. for de to kundegrupper, såfremt prisen er den samme på begge markeder?

Spørgsmål 1.4:

Find optimal pris og mængde pr. år. for de to kundegrupper samt det totale DB, såfremt prisen er forskellig på begge markeder?

Spørgsmål 1.5:

Sammenlign ændringen i mængder, priser og dækningsbidrag mellem spørgsmål 1.3 (samme pris) og 1.4 (forskellig pris), og giv en forklaring på deres udvikling.

Spørgsmål 1.6:

Indtegn i samme koordinatsystem totalgraferne "for samme pris" (spørgsmål 1.3) og "forskellig pris" (spørgsmål 1.4), dvs. MR-total og MC-fælles.

Kan man ud fra graferne, på forhånd afgøre, at det samlede dækningsbidrag vil stige som følge af prisdifferentiering imellem de to markeder?

Spørgsmål 1.7:

- A) Hvilke forudsætninger skal være opfyldt før HC Hansen A/S kan gennemføre prisdifferentiering mellem de to kundegrupper?
- B) Vurder (og begrund) om forudsætningerne efter din mening er opfyldt.
- C) Prøv at finde eksempler fra dagligdagen, hvor der er tale om prisdifferentiering.

HC Hansen A/S beslutter sig for ikke at opdele markedet i de to kundesegmenter, fordi det ikke synes muligt at holde markederne adskilte. Dvs. at man nu igen arbejder med prisafsætnings-funktionen (og MC) som lå til grund for det oprindelige marked, hvor Q er angivet i antal førstehjælpskasser pr. år:

$$\begin{array}{ll}
 P = -0,005Q + 220 & ; 0 \leq Q \\
 MC = 0,005Q + 50 & ; 0 \leq Q
 \end{array}$$

En af HC Hansen A/S svenske kunder har på kontraktbasis tilbudt af aftage 5000 førstehjælpskasser pr. år., hverken mere eller mindre, til en fast pris af 120,- kr. pr. stk.

Spørgsmål 2.1:

Skal HC Hansen A/S tage i mod kontrakten?

Spørgsmål 2.2:

Såfremt man vælger at tage imod kontrakten, er der så tale om prisdifferentiering?

HC. Hansens to italienske distributører har netop mødt hinanden på en messe, og man har her diskuteret muligheden for at tage forskellige priser for deres nye overlevelseshjælpskasser - Pelicanmodel

309 T i Syditalien og i Norditalien. Overlevelsedragterne hører til blandt de mest avancerede på markedet. De to italienske distributører er blevet enige om at lade den ene leverandør, som er bosiddende i Rom, forestå det samlede salg. Salget foregår via distributørens hjemmeside, via messer, via direct mail og via opsøgende salg.

Distributørerne har fået et marketingfirma til at estimere prisafsætningsfunktionerne, der har fundet at prisen pr. stk. pr. år kan udtrykkes som følger:

$$\begin{aligned} P_{\text{Norditalien}} &= -8 \cdot Q_{\text{Norditalien}} + 17.000 && ; Q \geq 0 \\ P_{\text{Syditalien}} &= -1,5 \cdot Q_{\text{Syditalien}} + 17.000 && ; Q \geq 0 \end{aligned}$$

De to distributører har sendt en forespørgsel til HC Hansen A/S med henblik på at få godkendt Deres plan om at tage forskellige priser i det nordlige og sydlige Italien.

Spørgsmål 3.1: Kan der prisdifferentieres i det skitserede tilfælde?

Marketingfirmaet har udarbejdet deres analyse under en "alt andet lige" (ceteris paribus) forudsætning. Det viser sig, at de norditalienske virksomheder og forbrugere kan forvente store stigninger i omsætning og indkomst i fremtiden, som følge af et opsving, mens det forholder sig modsat for de syditalienske virksomheder og forbrugere.

De to distributører har på baggrund af den nye situation sat sig for at undersøge om det kan betale sig at tage forskellige priser på de to markeder. I bekræftende fald vil de oplyse HC Hansen A/S, hvor stort et dækningsbidrag man går glip af. På denne baggrund er marketingfirmaet endnu en gang blevet bedt om at estimere prisafsætningsfunktionerne. De har fundet at prisen pr. stk. pr. år i stedet bør udtrykkes som følger:

$$\begin{aligned} P_{\text{Norditalien}} &= -8 \cdot Q_{\text{Norditalien}} + 25.000 && ; Q \geq 0 \\ P_{\text{Syditalien}} &= -1,5 \cdot Q_{\text{Syditalien}} + 15.600 && ; Q \geq 0 \end{aligned}$$

Omkostningerne kan udtrykkes som følger:

$$\begin{aligned} MC_{\text{fælles}} &= 0,5 \cdot Q + 1.000 && ; Q \geq 0 \\ MC_{\text{særomkostning Syditalien}} &= -0,1 \cdot Q + 600 && ; 0 \leq Q \leq 4000 \\ MC_{\text{særomkostning Syditalien}} &= 0,1 \cdot Q - 200 && ; 4000 \leq Q \end{aligned}$$

Spørgsmål 3.2: Beregn, givet den nye situation, hvor stort det italienske dækningsbidrag pr. år, bliver ved at tage forskellige priser på de to markeder. (Det forudsættes at det kan lade sig gøre at tage forskellige priser i Norditalien og Syditalien).

Opgavesæt C

Gartneriet Haveblomster A/S har specialiseret sig i at producere blomsterløg, der pakkes og leveres i kasser året rundt. I et afsnit af gartneriet udvikler man kun tulipanløg. Virksomheden har konstateret, at der er overskudskapacitet i produktionen, og har derfor besluttet sig for at også at producere løg til påskeliljer. Der antages ingen afsætningsmæssige sammenhænge, et jævnt salg samt kontinuerte og lineære prisafsætningsfunktioner, hvor P er prisen pr. kasse, og Q er antal kasser pr. uge.

$$\begin{array}{ll} \text{P-tulipaner} & = -1,5Q + 300 & 0 \leq Q \\ \text{P-påskeliljer} & = -0,5Q + 200 & 0 \leq Q \end{array}$$

Spørgsmål 1.1:

Gennemfør en vandret addition af de to prisafsætningsfunktioners tilhørende MR.

De to typer løg produceres i et fælles drivhus, hvor de fælles totale omkostninger er estimeret til følgende funktionsudtryk, hvor Q er antal kasser pr. uge:

$$\begin{array}{ll} \text{MC fælles:} & - Q + 175 & 0 \leq Q \leq 100 \\ & 0,675Q + 7,5 & 100 < Q \end{array}$$

Ved produktionen af påskeliljeløg påløber der ekstra omkostninger på 5 kr. pr. produceret kasse som følge af udgifter til særlig emballage. Øvrige udgifter er så små, at de er uden betydning.

Spørgsmål 1.2:

Redegør for hvilken optimeringssituation Gartneriet Haveblomster A/S befinder sig i.

Spørgsmål 1.3:

Hvad kaldes emballageudgiften på 5 kr. til påskeliljer? Vis i skitseform (grafisk), hvilken indflydelse, den får på optimeringen?

Spørgsmål 1.4:

Find optimalt DB samt mængder og priser for de to produkter pr. uge opgjort i kasser.

Ledelsen i Gartneriet Haveblomster A/S er indkaldt til strategimøde, idet OPEC er begyndt at ændre sin prispolitik. Man forventer derfor store stigninger i de fremtidige udgifter til opvarmning af drivhuse, og har på denne baggrund besluttet sig for, at gennemføre en mindre horisontal diversifikation, dvs. omlægge en del af produktionen til blomsterløg, der kan produceres udendørs året rundt.

Efter megen søgen i de kaukasiske urskove har man fundet frem til en særdeles sjælden blomst, der passer til det danske klima, og som man derfor er begyndt at producere.

Indtil videre har man udelukkende solgt de *afskårne* blomster på grønttorvet, og dermed betragtet løgene som et spildprodukt uden værdi. Imidlertid har den sjældne blomst vakt stor interesse i medicinalindustrien, fordi et særligt ekstrakt kan udvindes af blomsterløgene. Ekstraktet kan indgå i behandlingen af, og dermed lette tilværelsen for, sukkersygepatienter.

Blomsten udarter sig ved at have en stængel og to rodknolde. Ved blomsterproduktionen fremkommer de afskårne blomsterstængler og løgene således i forholdet 1:2, dvs. at hver gang *en hel* blomst er behandlet fremkommer der 1 afskåret blomsterstængel og 2 blomsterløg.

Medicinalvirksomhederne anvender løgene direkte i produktionen. Afsætningsfunktionen for biproduktet løg kan udtrykkes ved følgende funktion, hvor Q er den afsatte mængde pr. år.

$$P\text{-løg} = -0,001Q + 120 \quad 0 \leq Q$$

Der er indgået aftale med den lokale genbrugsstation om fri afhentning af evt. ikke solgte løg. De marginale omkostninger kan for hele produktionsforløbet udtrykkes ved:

$$MC = 100 \quad 0 \leq Q$$

Afsætningsfunktionen pr. år for hovedproduktet blomster er givet ved nedenstående funktion, hvor Q er den afsatte mængde pr. år:

$$P\text{-blomster} = -0,004Q + 400 \quad 0 \leq Q$$

Der forventes linearitet i prisafsætningsfunktionerne, et jævnt salg over hele året samt fuld delelighed i alle funktioner. Der er ingen afsætningsmæssige sammenhænge.

Spørgsmål 2.1:

Redegør for hvilken optimeringssituation Gartneriet Haveblomster A/S befinder sig i..

Spørgsmål 2.2:

Find de optimale priser og mængder for de to produkter pr. år. Beregn endvidere det samlede optimale dækningsbidrag pr. år.

Landbohøjskolen har rettet henvendelse til Fødevareministeriet, fordi den nye blomst udgør et fareelement for den danske fauna. På denne baggrund har Fødevareministeriet meddelt Gartneriet Haveblomster A/S, at blomsterløg, der ikke videresælges, skal destrueres. Det koster Gartneriet Haveblomster A/S 4 kr. i destruktionsomkostninger pr. blomsterløg, der skal destrueres.

Spørgsmål 2.3:

Redegør, gerne kun grafisk, for hvilken betydning det vil få for den optimale løsning, hvis Gartneriet Haveblomster A/S skal betale 4 kr. pr. løg for at få dem destrueret.

Gartneriet Haveblomster A/S har endvidere introduceret et nyt produkt som supplement til et de ”trofaste” produkter i produktmikset. Gennem mange år har man således solgt Solsikkefrø, men har nu udvidet med et nyt produkt i form af Frøblandning.

Skemaet herunder angiver kombinationerne af salg og mængder af de to produkter i de nuværende optimalsituationer, hvor P er prisen pr. kg frø og Q er antallet af solgte kg frø pr. uge.:

Før	Q	P	Oms
Frøbl.	500	10	5000
Solsikke	1000	20	20000

Priselasticiteten på solsikkefrø er $-1,5$, mens krydspriselasticiteten (E_{xy}) mellem frøblandningen (vare x) og solsikkefrø (vare y) er 2 .

Ledelsen har overvejet at sætte prisen på solsikkefrø op med 5% i forhold til den nuværende situation. MC ved produktion af såvel Frøblandning som Solsikkeblandning er 5 kr. pr. produceret kg. Der er tale om kontinuerte og lineære prisafsætningsfunktioner.

Spørgsmål 3.1:

Redegør for hvilken optimeringssituation virksomheden befinder sig i?

Spørgsmål 3.2?

Skal prisen på solsikkefrø sættes op?

B. Afsætningsøkonomi

1. Markedsbegreber.

Hvor stort er det potentielle marked for bredbåndsforbindelser?

- Hvor stort er det effektive marked for økonomiuddannelser?
- Hvis man opfatter det latente marked for økonomiuddannelser som de øvrige universitetsuddannelser, hvor stort er så det potentielle marked for økonomiuddannelser?
- Det Økonomiske Studienævn ønsker at forøge antallet af politstuderende. Skal det koncentrere sig om det effektive marked eller det potentielle marked? Det virker jo nærliggende at koncentrere sig om det effektive marked snarere end det potentielle.

2. Producent- eller konsumentkriterier.

I dagbladet Politikens tidligere Internettillæg optrådte der den 5. april følgende annonce fra Multimedia World:

Bærbar Compaq Presario 12XL403

Intel Celeron 700 MHz

6 GB hard disk, modem

CD-ROM/diskettedrev

12,1" TFT farveskærm

MS Windows ME DK

MS Word, Works, m.fl.

Forsøg at oversætte denne annonce til konsumentkriterier. Jfr. Mine slides. Nok lidt svært at formulere, men meningen var også bare at vise en annonce, der udpræget er præget af producentkriterier.

3. Switching costs for husholdninger.

Hvor store er switching costs for en forbruger på følgende markeder: Switching costs = omkostninger ved at skifte leverandør. Spiller en stor rolle i nyere industriøkonomi.

- a) Cowboybukser Ingen
- b) Husstandsforsikring En god del besvær
- c) Avis Psykisk store.
- d) Døgnkiosk Typisk meget små
- e) Blikkenslager Kan være store, hvis blikkenslageren kender huset.
- f) Tandlæge Typisk store for ældre patienter, små for nye.
- g) Tekstbehandlingsprogram Meget store
- h) Blækpatroner til printer? Ingen.

4. Switching costs for virksomheder.

Hvor store er switching costs for en virksomhed ved at skifte

- a) Papirleverandør Meget små
- b) Bank Kan være meget store.
- c) Catering firma Ingen
- d) Advokat Kan være alt fra meget store i verserende retssager til ganske små.
- e) Realkreditinstitut Kan beregnes i kr. og øre

5. Markedet for studieture til Bruxelles.

Forestil dig, at du fik den idé at lave en studietur til Bruxelles på deltagerfinansieret basis. Hvordan ville du undersøge markedet for dette? Undersøge det latente marked. Lave en spørgeundersøgelse. Evt. uforpligtende tilmelding.

6. Markedsføringen af en bog.

Forestil dig, at du som indehaver af et forlag har fået rettighederne til en ny fransk roman, såvel spændende som halvpornografisk, der har været en stor succes i Frankrig.

Hvordan ville du markedsføre den i Danmark? Annoncering i særlige blade. Anmeldereksemplarer o.s.v. Kan ikke bære et stort reklamebudget.

7. Forskellige typer virksomhedsprofil.

Giv eksempler fra den danske virkelighed på

- a. En markedsleder.
- b. Markedsudfordrer
- c. En markedstilpasser
- d. En risikoavers virksomhed
- e. En risikosøgende virksomhed
- f. En vækstororienteret virksomhed
- g. En profitorienteret virksomhed

Tror du, der er typiske sammenfald mellem disse 3 kategorier, eller tror du, at de er stort set fordelt uafhængigt af hinanden?

8. Det lokale monopol?

Karakteriser konkurrencesituationen for din lokale bager. Den kender jeg ikke, men der er typisk et vist monopolelement, men ikke særlig stort i København, da der er andre bagere og andre indkøbssteder.

9. Skimming pricing eller penetration pricing?

Hvis du som forlægger skulle prisfastsætte en ny roman af Frederick Forsyth, ville du så anvende skimming pricing eller penetration pricing? Helt klart skimming pricing, hvor man sælger en hard cover udgave først og en billigbog bagefter, hvortil så sidst kommer en bogklubudgave.

10. Afsætningsparametre

Angiv varer, hvor følgende parametre må antages at spille en betydelig rolle for salget:

- a. Indpakning
- b. Garantiordning
- c. Serviceordning
- d. Forretningens troværdighed
- e. Reservedelspolitikken
- f. Sortimentets bredde
- g. Sortimentets dybde
- h. Prisen

11. Varebegrebets afgrænsning.

Skal museumsbesøg sælges som faglige udstillinger eller som totaloplevelser? Louisiana tilsiger, at det skal ske som totaloplevelser.

12. Internettet som salgskanal.

Internettet angives at have et stort besparingspotentiale for forbrugerne ved at eliminere mellemmand såsom detailhandelen. Diskuter denne påstand.³

13. Markedsføring til forbrugere eller til detailhandel?

Antag, at du som producent af vaskemaskiner har produceret en ny vaskemaskine med indbygget, tørretumbler, der i modsætning til de øvrige på markedet er simpel at operere, så forbrugerne sparer penge og plads. Hvordan ville du markedsføre den, direkte over for forbrugerne eller over for de store kædebutikker? Formentligt det sidste

14. Nichebegrebet.

Angiv et nicheprodukt fra bilmarkedet?

15. Markedssegmenter.

Hvilket markedssegment sigter dagbladet Information på?

16. Den logistiske kurve.

For en ny vare antager marketingchefen, at det samlede marked er på 20.000, at konstanten a kan sættes til 50, samt at konstanten k kan sættes til 0,2. Vis den logistiske kurve for disse værdier.

Hvor meget er der i alt solgt efter 10 år? Hvad bliver det forventede årlige salg i år 4?

³ Hvis du vil diskutere det på basis af reel viden, kan du konsultere Journal of Economic Perspectives, Winter 2001, som indeholder let tilgængelige og fagligt højt kvalificerede artikler om emnet.

Værdiansættelse af virksomheder – en indledende note.

En virksomhed kan have værdi på 2 forskellige måder: Dels ved likvidation og dels som en going concern. Betragt virksomheden nedenfor.

Aktiver		Passiver	
Anlægsaktiver	200	Egenkapital	170
Omsætningsaktiver	100	Gæld	130
Aktiver i alt	300	Passiver i alt	300

Man definerer virksomhedens **indre værdi = den bogførte værdi** som virksomhedens egenkapital, d.v.s. konkret 170. Fortolkningen af det ligger i, at

- hvis virksomhedens anlægsaktiver kan sælges til den angivne værdi på 200, og
- hvis omsætningsaktiverne kan sælges til 100, og hvis
- gælden kan indfries til pari kurs

så vil virksomheden have en værdi for ejeren på 170. Men egenkapitalen er ikke en ”kapital” i ordets normale betydning. Ordet egenkapital er reelt et dårligt udtryk, fordi det leder tanken hen på en kapital, som man kunne tænkes at have stående i banken. Men det er det ikke. Det er en beregningsmæssig størrelse, som findes som summen af aktiverne (=summen af passiverne) fratrukket virksomhedens gæld. Egenkapitalen er bundet i virksomheden og kommer først frem som kapital = rede penge, hvis virksomheden likviderer (sælger sine aktiver og passiver).

Men de angivne værdier for aktiverne er jo opgjort på basis af en forudsætning om, at virksomheden er en going concern og dermed fortsætter sin drift. Meget ofte vil der imidlertid ske det, at aktiverne ved likvidation ikke vil indbringe det bogførte beløb, men typisk et mindre beløb.

Man definerer virksomhedens **likvidationsværdi** som den værdi, virksomheden vil have ved likvidation. Lad os sætte,

- at anlægsaktiverne kan sælges til 170,
- at omsætningsaktiverne kan sælges til 80
- og at gælden kan indfries til pari kurs

Virksomheden vil dermed have en likvidationsværdi på $(170+80-130) = 120$. Den bogførte egenkapital kunne altså ikke realiseres, så virksomheden har ved ophør kun en værdi for ejeren på 120.

Det bemærkes, at i dette eksempel bliver likvidationsværdien mindre end egenkapitalen. Har virksomheden haft skjulte reserver, f.eks. i form af forsigtige vurderinger af lagre og bygninger, kan det modsatte også blive tilfældet.

Virksomheden som going concern. Det normale for en virksomhed er imidlertid ikke likvidation, men fortsat drift. Det, der betinger virksomhedens **ydre værdi = markedsmæssige værdi** er de udbetalinger af udbytte, som driften af virksomheden giver anledning til.

Lad virksomheden i periode 0 (som kan fortolkes som "sidste år") have haft et udbetaling til indehaveren på U_0 . Virksomheden antages at have udbetalingerne U_t , $t = 1, \dots, \infty$ i tiden fremover. Dermed fås virksomhedens værdi som en going concern i princippet som

$$(1) \quad \text{Virksomhedens ydre værdi } P = \sum_{t=1}^{\infty} U_t (1+r)^{-t}$$

hvor r er en investors (konstante) kalkulationsrente. Virksomheden har altså en markedsmæssig værdi, fordi den giver en række udbetalinger til ejeren, og denne værdi findes som summen af de tilbagediskonterede udbetalinger.

Denne formel helt generel og er af grundlæggende betydning for forståelsen af, hvad der betinger en virksomheds værdi. Det er ikke virksomhedens størrelse, dens alder, dets renommé, dens historiske resultater eller noget som helst andet, der spiller en rolle, men kun de forventede udbytter fremover. I 50'erne var der i København et krystalisværk, men da køleskabe blev almindelige, ophørte det med at have en markedsmæssig værdi, og værdien for ejeren blev kun likvidationsværdien.

For den praktiske anvendelse af formlen er der imidlertid den afgørende vanskelighed, at informationskravet er helt urealistisk. Formlen fordrer jo kendskab til udbetalinger fra tidspunkt 1 og i al fremtid. Derfor benytter man sig af mere stilerede forudsætninger.

Gordons formel. Ved denne værdiansættelse antager man, at udbytterne stiger med g procent om året. D.v.s., at $U_t = U_0 (1+g)^t$. Indsættes dette, fås

$$P = \sum_{t=1}^{\infty} U_0 (1+g)^t (1+r)^{-t} = \sum_{t=1}^{\infty} U_0 * \left(\frac{(1+g)}{(1+r)} \right)^t$$

$$P = U_0 * \frac{(1+g)}{(1+r)} * \sum_{t=1}^{\infty} 1 + \left(\frac{(1+g)}{(1+r)} \right)^{-1} + \left(\frac{(1+g)}{(1+r)} \right)^{-2} + \dots$$

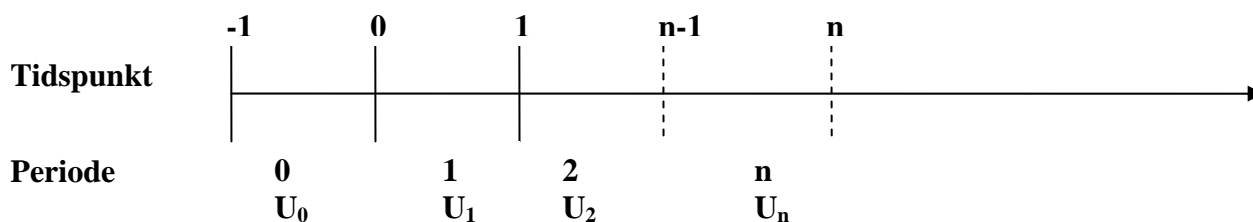
$$(2) \quad P = U_0 * \frac{(1+g)}{(1+r)} * \left[\frac{1}{1 - \frac{1+g}{1+r}} \right] = U_0 * \frac{(1+g)}{(1+r)} * \left[\frac{1}{\frac{1+r-(1+g)}{1+r}} \right]$$

$$P = \frac{U_0(1+g)}{r-g} = \frac{U_1}{r-g} \quad \text{for } g < r$$

ved anvendelse af formlen for summen af en uendelig kvotientrække.⁴ Udledningen forudsætter meget naturligt, at vækstraten g er mindre end kalkulationsrenten r , for hvis det ikke er tilfældet, har virksomheden værdien uendelig.

⁴ Summen S af en uendelig kvotientrække med kvotienten q fås som $S = 1 + q + q^2 + q^3 + \dots = \frac{1}{1-q}$.

Når U_0 bliver multipliceret med faktoren $(1+g)$ ses det intuitivt på nedenstående figur, at det er U_1 som det første led, der skal henføres til tidspunkt 0.



Eks. Lad $U_0 = 100$, $g = 0,04$ og $r = 0,12$. Vi får dermed $P = 1300$. Sættes g alternativt til $0,06$, fås værdien $P = 1.767$. Som det også fremgår af formlen, er værdien for given kalkulationsrente særdeles følsom over for antagelsen om vækstprocenten. Det betyder, at ændrede forventninger til en virksomhed i form af ændrede udbytter vil få drastiske konsekvenser for virksomhedens markedsmæssige værdi. Eller sagt på en anden måde: Aktier er meget følsomme over for udbytteforventninger.

I ovenstående gennemgang er der ikke taget stilling til kalkulationsrenten r . Men investeringer i virksomheder er ikke risikofrie, så det er afgørende for fortolkningen af r , at den indeholder en måske betydelig risikopræmie. Den benyttede kalkulationsrente må derfor antages at variere fra virksomhed til virksomhed afhængig af, hvor risikabel virksomheden antages at være. Den må ligeledes afhænge af, hvor stor en betydning, som investor tillægger risiko i al almindelighed. Det sidste indebærer, at kalkulationsrenten må antages at variere fra investor til investor. Selv med samme vækstforventninger må investorer således nå frem til forskellige markedsværdier, da de har forskellige holdninger til risiko. Da de derudover normalt også har forskellige forestillinger om en konkret virksomheds vækstmuligheder, vil deres vurdering af virksomhedens markedsmæssige værdi kunne variere ganske meget. En indehaver af en virksomhed vil derfor være i den situation, at forskellige købere r af i alt R vil tillægge virksomheden værdierne P_r , $r = 1, \dots, R$, men den faktiske salgsværdi vil afhænge af den højeste værdi blandt P_r .

I stedet for direkte at antage en eksponentiel stigning i udbytte kunne vi antage, at der var en eksponentiel stigning i virksomhedens overskud E (for earnings). Hvis vi kombinerer dette med en konstant udbyttepolitik, således at virksomheden udbetaler ρ procent i udbytte, d.v.s. $U_t = \rho * E_t$, kan vi alternativt skrive

$$(3) \quad P = \frac{\rho * E}{r - g}$$

hvor E står for det kommende års udbytte. Ved omformning fås

$$(4) \quad \frac{P}{E} = \frac{\rho}{r - g}$$

Forholdet mellem P og E – det ganske anvendte *Price-Earnings forhold*, bliver dermed lig med udbytteprocenten divideret med kalkulationsrenten minus vækstforventningen. Stiger vækstforventningen, vil aktiernes pris stige målt i forhold til E , fordi man forventer at få udbetalt store udbytter, om ikke i dag, så dog fremover.

Eksamensopgave Januar 2003

Erhvervsøkonomi

*Besvarelsen afleveres senest mandag d.20. januar 2003 kl.10.00 på eksamenskontoret, St. Kannikestræde 13 i **to** eksemplarer.*

Der vil ved vurderingen af opgaven blive lagt vægt på, at forudsætningerne for beregningerne er klart præciseret, og at valget af forudsætninger er begrundet, ligesom der vil blive lagt vægt på en klar og pædagogisk fremstilling med ordentlige tabeller og figurer.

Der kan i opgaven forekomme overflødige oplysninger og manglende oplysninger. I tilfælde af manglende oplysninger må den enkelte gruppe angive sit bedste skøn og begrunde dette.

Det understreges, at den enkelte gruppe ikke må søge hjælp fra andre uden for gruppen, hverken andre grupper eller andre personer. Overtrædelse af dette vil blive behandlet efter universitetets almindelige ordensregler.

Cosmorama

Henrik Nicolaisen var lægesøn fra Holbæk. Han var født i 1945 og havde i skolen vist gode boglige evner. Det var derfor en selvfølge, at han skulle i gymnasiet, og hans far havde så inderligt håbet, at han ville blive læge ligesom ham og med årene overtage hans praksis. Men han havde fravalgt den matematisk-naturvidenskabelige gren, da det ikke interesserede ham, og var blevet nysproglig student i stedet for.

Da han var blevet student, valgte han at studere sammenlignende litteraturvidenskab på Københavns Universitet til trods for, at faderen havde fortalt ham, at sådant et brødløst studium ville han ikke finansiere, så hvis sønnen ville læse det fag, måtte han klare sig selv. Og det havde Henrik så gjort. Men uden SU og med et meget ustruktureret studium havde det taget ganske lang tid. For at forsørge sig selv og sin kæreste Lise havde han taget et studenterjob i Danmarks Radios underholdningsafdeling, hvor de var mindre interesserede i hans kendskab til verdenslitteraturens klassikere end hans kendskab til moderne europæiske sprog. Igennem det job fik han efterhånden interesse i det nye medie Fjernsynet og blev engageret i at indkøbe spillefilm for DR. Det var et arbejde, der interesserede ham, fordi han i sin barndom havde været mindre interesseret i fodbold end i at gå i Kosmorama biografen i Holbæk. Han havde set alle de film, der blev vist.

Igennem dette forløb havde han hele tiden boet på Amager, først på et kedeligt værelse på Sundholmsvej, men bagefter i en rummelig lejlighed i Spaniensgade tæt ved, hvor senere

”Amager-centeret” skulle bygges. Efterhånden fik han og Lise to piger, Maren og Mette, og hans job i DR blev til stadighed mere omfattende. Men til alles overraskelse lykkedes det ham faktisk at blive magister i en alder af 36 år på en afhandling om Chaplins indflydelse på tidlig dansk film. Som årene gik, førte han et stille og roligt liv sammen med Lise og sine børn i Spaniensgade. Efterhånden blev han også fastansat i DR’s underholdningsafdeling og var en velanskrevet kollega, om end ledelsen til tider bebrejdede ham, at han havde en tilbøjelighed til at indkøbe film, som var mere filmhistorisk interessante og kulturelt værdifulde end de film, som en almindelig fjernsynsseer helst ville se lørdag aften.

Lige efter nytår år 2000 brød Henriks stabile verden imidlertid sammen. Hans kone fik nyresvigt og døde efter kort tids sygdom. Nogle måneder siden døde hans far, efter at han var blevet enkemand for nogle år forinden. Og endelig var der tiltrådt en ny ledelse i DR, som annoncerede, at DR nu var i en intensiveret konkurrencesituation, og at det var aldeles nødvendigt, at medarbejdernes produktivitet blev forøget, og at DR’s seerandel blev bevaret; om det ville betyde et fald i det kulturelle niveau og en leflen for den billigste smag var underordnet hensynet til seerandelen. Resultatet var, at Henrik reelt havde valget mellem at blive sagt op eller selv sige op; han valgte at blive sagt op, fordi han så ville få sin normale løn på 430.000 kr. udbetalt til udgangen af 2001. Han stod dermed uden sin kone og reelt uden udsigt til at få et fast arbejde fremover. Da han boede i en lejelejlighed, havde han ingen fast ejendom eller andre aktiver af nogen betydning. Uden et arbejde ville Henrik kunne få ca. 165.000 kr. i dagpenge, indtil han var fyldt 60, hvorefter han kunne få pension, som imidlertid p.g.a. den tidlige pensionsalder kun ville blive på omkring 205.000 kr.

Henrik forsøgte at få lidt trøst hos sine to piger, men reelt blev det modsat. Hans datter Mette, der nu var 28 år, var lige blevet færdig med sin uddannelse fra Handelshøjskolen. Hun var blevet kæreste med en jurist, der lige var startet som advokatfuldmægtig, og de var begge i gang med at opbygge en karriere, og deres situation kompliceredes yderligere af, at Mette var gravid og havde en del gener af den grund. Maren på 35 havde fået en kontoruddannelse og havde et stabilt job på regnskabskontoret i Danmarks Biblioteksskole, men hun havde problemer i privatlivet. Hun var i lang tid kommet sammen med Gustav, som egentlig var en sød og begavet fyr, men en noget svag karakter. Han var i sin tid startet på Handelshøjskolen i København, og det var egentligt gået udmærket, men han havde haft for meget erhvervsarbejde og var droppet ud af studierne og havde siden haft forskellige jobs. Han havde tilbøjelighed til i perioder at blive deprimeret og drikke for meget, og som følge deraf havde hans ansættelser normalt været kortvarige. I maj 2000 havde

Gustav fortalt Mette, at han for nogle måneder siden var blevet fyret, uden at hun vidste det. Og for at skaffe de normale penge havde han handlet lidt narkotika, og nu stod han til at afsone en dom på 6 måneder. Maren var helt fortvivlet, for hun holdt meget af Gustav.

Sådan var situationen, da Henrik modtog et brev fra en advokat, der var eksekutor i hans fars bo. Faderen havde altid fortalt Henrik, at han ikke skulle regne med at arve noget fra ham, men faderen havde undervurderet prisstigningerne på fast ejendom. Advokaten kunne derfor fortælle Henrik, at lægeboligen, der lå ned til vandet på en ganske stor grund, var blevet ganske mange penge værd. Efter honorarer og boafgift kunne Henrik regne med at få udbetalt en arv på omkring 3 millioner kr.

Det var baggrunden for, at Henrik i december 2000 traf en af sit livs mærkeligste beslutninger. En lille biograf med navnet Sundby Bio i nærheden af hans bolig var kommet til salg. Den købte han, fordi han ville realisere sin barndoms drøm om en biograf, der skulle hedde Cosmorama, og med den bagtanke, at Gustav så kunne gå ham til hånde og dermed langsomt blive ført tilbage til et normalt liv.

Henrik overtog d. 1. januar 2001 Sundby Bio for en kontant købesum på 500.000. Dermed overtog han bygning, inventar samt gæld. Han fik fra ejendomsmægleren at vide, at den tidligere ejer Erik Jørgensen havde fået et tilbud fra en supermarkeds kæde, der havde tilbudt ham at købe ejendommen til en pris svarende til grundværdien, idet bygningen ikke blev tillagt nogen værdi af supermarkeds kæden. Hvis Erik Jørgensen havde accepteret dette tilbud, måtte han så selv sørge for at indfri realkreditlånet. Sandt var det, at bygningen trængte meget til at blive vedligeholdt. Indvendigt havde Henrik imidlertid straks efter overtagelsen investeret i nye stole og filmudstyr til et beløb af 700.000 kr. kontant. I den forbindelse havde han inddraget den første række af de såkaldte B-pladser. Derudover havde han foretaget en nødvendig reparation af taget til i alt 600.000 kr. På regnearket "Sundby Bio" er regnskaberne givet for 5 år, og på regnearket "Data om Sundby Bio" er givet supplerende oplysninger om biografen.

Spørgsmål 1: Beskriv udviklingen i økonomien for Sundby Bio

Spørgsmål 2: Hvordan vurderer I Henriks køb på baggrund af de foreliggende oplysninger.

I foråret 2001 kom Gustav tilbage og engagerede sig helt i biografen. Han havde ikke Henriks mere sentimentale indstilling over for film og gik i gang med at overveje økonomien i Cosmorama. Til indledning så han på tallene for 2000. Han konstruerede først en omkostningskurve, hvor han opdelte omkostningerne i faste og variable omkostninger, idet han forudsatte, at omkostningskurven var lineær.

Spørgsmål 3: Find omkostningskurven for år 2000.

Derefter gik Gustav i gang med at se, om billetpriserne var fastsat økonomisk optimalt. I løbet af foråret havde han bedt Henrik om at eksperimentere med priserne. Biografen havde oprindeligt 18 rækker med 12 sæder i hver, og det normale fra Erik Jørgensens tid var, at der blev forlangt 50 kr. pr. billet for 14 rækker, de såkaldte A-billetter, og 40 kr. for de forreste 4 rækker, B-billetterne. I to uger i marts og 2 uger i april havde Henrik sat priserne på begge typer billetter til 56 kr. og havde noteret sig, at det havde betydet et fald i det samlede antal solgte billetter på 10 pct. Gustav forestillede sig, at man fremover kun skulle have én pris, og at man kunne sætte sig i biografen, hvor man ville. Han anvendte en lineær model og fandt den optimale pris.

Spørgsmål 4: Hvor meget vil du anslå, at bruttofortjenesten kan forøges ved en optimal prisfastsættelse?

Gustav var imidlertid lidt utryk ved det foretagne eksperiment og forsøgte at analysere følsomheden for den optimale pris.

Spørgsmål 5: Lav en følsomhedsanalyse af den optimale pris. Hvilken billetpris vil I sætte, alt taget i betragtning?

Endelig konstaterede Gustav, at der var vist 20 forskellige spillefilm i løbet af år 2000. Han konstaterede også, at den typiske kontrakt med en filmudlejer indebar, at der skulle betales 20.000 kr. i startgebyr for at få en ny kopi til en film, samt et afgift på 20 pct. af filmomsætningen. Ud fra en gennemgang af de daglige salgstal fik han en tidligere studiekammerat til at lave en statistisk analyse, der gav som resultat, at normalfilmen gav en filmomsætning på 10.000 kr. den første

spilledag, hvorefter filmomsætningen faldt med 500 kr. pr. dag. (Der var ved det regnestykke korrigeret for søn- og helligdage m.v.). Gustav kendte således marginalomsætningen ved at spille en ekstra dag for en normalfilm. Derudfra kunne han beregne den gennemsnitlige daglige omsætning pr. spilledag for en normalfilm. Omsætningen pr. normalfilm kunne fås som den gennemsnitlige daglige omsætning gange antal spilledage. Den årlige omsætning kunne fås som antal normalfilm gange omsætningen pr. normalfilm. Dermed kunne han finde det optimale antal normalfilm pr. år og den optimale spillelængde pr. film.

Spørgsmål 6a: Hvor store bliver den gennemsnitlige daglige omsætning pr. dag som en funktion af antal spilledage for en normalfilm?

Spørgsmål 6b: Hvad er med de givne forudsætninger det optimale antal normalfilm om året?

Spørgsmål 7: Hvor stor vil I anslå den årlige forøgelse af bruttofortjenesten ved filmudlejning til at blive?

For at holde styr på beregningerne gik Gustav i gang med at lave et slags budget for 2001, idet han tog udgangspunkt i år 2000 vedrørende omkostninger og videreførte alle tal, men indførte sine antagelser om en optimal spillelængde for film og en optimal prisfastsættelse, idet han fiktivt antog, at hans forslag kunne få effekt for hele året 2001.

Spørgsmål 8: Lav en sådan opstilling for 2001 og kommentér resultatet.

Henrik havde en vis forståelse for, at hvis budgetterne skulle hænge sammen, var det nødvendigt ikke at afvige for meget fra det repertoire, som Erik Jørgensen havde spillet, også selv om det en gang imellem indbefattede en amerikansk voldsfilm, en såkaldt action film, eller en halvblød pornofilm. Men som kompensation for det udtænkte han et projekt med ombygning af kælderen. Under den nuværende biografsal var der kælder i fuld længde, og efter en foreløbig konsultation hos en arkitekt var han nået til, at der kunne indrettes to små sale med hhv. 18 og 32 pladser. I disse sale tænkte han, at der kunne vises kvalitetsfilm såsom repriser af Ingmar Bergman,

nyere værker af Pedro Almodóvar og film fra den tredje verden; især var Henrik begejstret for indiske spillefilm. Desuden havde han en idé om at vise en række film specielt for etniske minoriteter, som han kunne vise i samarbejde med forskellige organisationer; f.eks. kunne han i samarbejde med Dansk-kinesisk Forening vise kinesiske spillefilm. Og så var det hans tanke, at disse spillefilm skulle vises kl. 20.00, medens de normale forestillinger blev afviklet kl. 19.00 og 21.15.

Arkitekten havde fortalt ham, at selve ombygningen nok ville koste omkring 400.000 kr., hvortil ville komme indretning med sæder samt belysning og højtalere til omkring 200.000 kr. På den baggrund lavede Henrik sit livs første investeringskalkule: Han regnede med priser og belægningsprocenter som konstateret i regnskabet for år 2000; filmlejen ville for den type film typisk andrage en 1/3 af filmindtægten. Han regnede tillige med, at tidspunktet kl. 20 var så godt, at der ville komme det samme antal tilskuere som normalt til de to aftenforestillinger tilsammen. Som rente anvendte han den rente, som han fik i forrentning af sin arv, anbragt i lange obligationer, som var på 6 pct. p.a.

Filmindtægt:	450.000
Filmleje, 30 pct. af filmindtægt	150.000
Bruttofortjeneste	300.000
Forrentning af kapital: 6 pct. af 600.000 kr.	36.000
Afskrivning af inventar (lineært over 5 år)	40.000
Andel af lønomkostninger (antal sæder anvendt som fordelingsnøgle, 50:216)	107.000
Udgifter i alt	183.000
Overskud	117.000

Henrik havde imidlertid også en anden plan. Den bestod i at udbygge kiosken, så det blev til en mere trendy café, hvor man kunne indtage en drink eller en cappuccino før filmen. Han gættede på, at en ud af 5 biografgængere ville benytte sig af det tilbud. Arkitekten havde fortalt ham, at det ville koste en 3-400.000 kr. at indrette en sådan café, idet beløbet nok ville komme til at ligge i den nedre

ende, hvis den blev indrettet samtidigt med de to biografale. Af dette beløb ville inventaret beløbe sig til ca. 150.000 kr. Henriks anden investeringskalkule så således ud:

Caféindtægt	
1/5 af 50.000 biografgæster * 20 kr. pr. gennemsnitsdrink	200.000
Udgifter	
Forrentning af kapital: 6 pct. af 300.000 kr.	18.000
Afskrivning af inventar (lineært over 10 år)	15.000
Råvarer, 5 kr. i pr. gennemsnitsdrink.	50.000
Ekstra arbejds løn, 2 timer a 100 kr.	75.400
Udgifter i alt	158.400
Overskud	41.600

Spørgsmål 9: Hvad mener I om disse to projekter?

Hvad er det daglige nulpunktssalg for projekterne?

Da Henrik havde fortalt sine børn om ombygningsplanerne, blev der uro i familien. Mette havde hele tiden syntes, at det var tåbeligt af Henrik at købe biografen; han skulle i stedet investere fornuftigt og leve af renterne. Men ikke alene havde han købt den, nu ville han nærmest satse resten af sin arv på dette fjollede projekt. Maren derimod tænkte mest på Gustav, og han var faldet godt til. Han arbejdede nu regelmæssigt og på fuld tid i biografen med alle forefaldende opgaver. Gustav selv derimod var noget mere urolig, især for økonomien på langt sigt, og han havde slet ikke tillid til Henriks økonomiske evner.

Midt i det hele havde Henrik imidlertid en nyhed. Han havde hørt, at hans nærmeste konkurrent Center Bio, der var lidt større end hans egen og lå 3 km væk, grundet tiderne var i svære vanskeligheder og formentligt ville lukke. Den havde ellers haft et repertoire og en prispolitik, som mindede meget om Sundby Bio. Så vidt Henrik kunne se, ville det betyde, at store dele af Amager ville være uden lokal biograf. Han syntes, at det var ganske realistisk, at det ville betyde ekstra biografgængere i hans biograf.

Henrik var derimod noget mere usikker på, hvad den kommende metro ville indebære. På den ene side var det klart, at hans biograf lige i nærheden af den nye metrostation Amagerbro ville betyde, at det ville blive meget nemt for hans stamkunder at komme ind til den Indre By og gå i biografen dér. På den anden side mente Henrik, at togene jo kørte begge veje; hvis han viste gode film, ville det omvendt være meget nemt for folk andre steder i byen at komme ud til hans biograf. Han kunne jo annoncere med ”Lige i nærheden af Metroen”.

Gustav var imidlertid loyal over for Henrik og lavede en prognose for Cosmorama. Han tog udgangspunkt i den historiske udvikling for Sundby Bio og tilføjede et realistisk skøn over de ændringer, der kunne foretages. Som tidshorisont satte han år 2012, for i det år fyldte Henrik 67 og ville få en mere acceptabel pension, så Gustav så problemet som et spørgsmål, om biografen kunne give et rimeligt afkast indtil det tidspunkt.

Spørgsmål 10: Vis et budget for Cosmorama frem til år 2012.

Spørgsmål 11: Hvad synes I alt i alt om Henriks investering i Cosmorama?

Resultatopgørelse for Sundby Bio

	1996	1997	1998	1999	2000 anslået
Nettoomsætning biograf	2.389.985	2.109.465	2.200.105	2.007.400	1.940.000
Nettoomsætning reklame ¹	191.199	168.757	176.008	160.592	155.200
Nettoomsætning kiosk	322.000	335.000	345.000	342.000	352.000
Nettoomsætning i alt	2.903.184	2.613.222	2.721.113	2.509.992	2.447.200
Filmleje	996.624	896.523	979.047	867.197	830.320
Indkøb af råvarer	167.440	174.200	179.400	177.840	183.040
Bruttofortjeneste	1.739.120	1.542.500	1.562.667	1.464.955	1.433.840
Driftsomkostninger					
Løn til operatør og billetsalg	375.000	356.000	401.000	412.000	435.000
Løn til pige i kiosken	112.000	116.000	121.000	123.000	135.000
Reklame	75.600	74.800	72.100	68.400	56.400
Ejendomsskatter	32.000	34.000	36.000	37.500	38.000
Vedligeholdelse og reparation af bygning	190.000	167.400	175.000	160.000	155.000
Lys og varme	48.000	51.000	54.000	58.000	55.500
Øvrige driftsomkostninger	54.000	57.000	61.000	64.000	66.000
Driftsomkostninger i alt	886.600	856.200	920.100	922.900	940.900
Indtjeningsbidrag	852.520	686.300	642.567	542.055	492.940
Afskrivninger på inventar	11.400	10.260	9.234	8.311	7.480
Afskrivninger på bygning	43.000	43.000	45.000	45.000	47.000
Resultat før renter og skat	798.120	633.040	588.333	488.745	438.460
Renter af kassekredit	76.500	80.912	90.944	79.040	87.035
Renter og bidrag af prioritetslån	182.956	181.799	180.380	178.858	177.288
Årets resultat	538.664	370.329	317.009	230.847	174.137

Note 1: I henhold til aftale med reklamebureau fik Sundby Bio 8 pct.

af nettoomsætningen ved forevisning af reklamefilm.

Balance for Sundby Bio

	1996	1997	1998	1999	2000 anslået
Aktiver					
Ejendomsværdi for Frankrigsgade 34 (Note 1)	4.300.000	4.300.000	4.500.000	4.500.000	4.700.000
Heraf grundværdi	800.000	840.000	900.000	1.000.000	1.200.000
Bogført værdi af inventar	114.000	102.600	92.340	83.106	74.795
Inventar - indkøbspris	226.000	226.000	226.000	226.000	226.000
heraf afskrevet	112.000	123.400	133.660	142.894	151.205
Aktiver i alt	4.414.000	4.402.600	4.592.340	4.583.106	4.774.795
Passiver					
Egenkapital 1.1	1.698.620	1.835.428	1.816.779	1.994.690	2.001.149
Opskrivning ejendom			200.000		200.000
Årets overskud	538.664	370.329	317.009	230.847	174.137
Privat udtræk	401.856	388.978	339.098	224.388	197.125
Egenkapital 31.12	1.835.428	1.816.779	1.994.690	2.001.149	2.178.161
Realkreditlån	1.781.572	1.761.821	1.740.650	1.717.957	1.693.634
Kortfristet gæld					
Skyldige omkostninger	32.000	46.000	45.000	32.000	58.000
Kassekredit (Maks. 1,5 mio)	765.000	778.000	812.000	832.000	845.000
Kortfristet gæld i alt	797.000	824.000	857.000	864.000	903.000
Gæld i alt	2.578.572	2.585.821	2.597.650	2.581.957	2.596.634
Passiver i alt	4.414.000	4.402.600	4.592.340	4.583.106	4.774.795

Note 1: Der er anvendt den offentlige vurdering.

Data for Sundby Bio - år 2000						
Antal siddepladser	216					
Antal A-billetter	168	Række 5-18				
Antal B-billetter	48	Række 1-4				
Pris pr. A-billet	50					
Pris pr. B-billet	40					
Antal spilledage om året	337	Hele året fraset 4 uger i juli måned				
Potentiel nettoomsætning pr. dag	20.640					
Årlig kapacitet A-billetter	113.232	med 2 forestillinger om dagen				
Årlig kapacitet B-billetter	32.352	med 2 forestillinger om dagen				
Samlet årlig kapacitet	145.584					
Potentiel nettoomsætning pr. år	6.955.680					
Forventet nettoomsætning i 2000	1.940.000					
Værdiudnyttelsesprocent	27,9					
Antal film i år 2000	20					
Antal solgte A-billetter i år 2000	32.100					
Antal solgte B-billetter i år 2000	8.300					
I alt	40.400					
Belægningsprocent	27,8					
NB: Der ses overalt i denne opgave bort fra moms.						

En note om lineær programmering

Lineær programmering, eller LP-modeller, som de ofte kaldes, var en metode, der blev udviklet i 50'erne og 60'erne. I Danmark var især Sven Danø, professor i driftsøkonomi ved Københavns Universitet, medvirkende til udbredelsen af metoden. Som et blandt mange eksempler kan man forestille sig følgende situation:

En virksomhed har en produktion af to forskellige produkter A og B, som begge skal undergå behandling på to 3 forskellige maskiner, M1, M2 og M3.

Maskine 1: Vare A kræver 1 times maskintid og
vare B kræver 2 timers maskintid

Der er i alt 300.000 maskintimer til rådighed

Maskine 2 vare A kræver 1 times maskintid, og
vare B kræver 1 times maskintid,

Der er i alt 200.000 maskintimer til rådighed

Maskine 3: Vare A kræver 3 times maskintid
vare B kræver 2 timers maskintid

Der er i alt 550.000 maskintimer til rådighed.

Dækningsbidrag:

Vare A: 6 kr.

Vare B: 5 kr.

Det økonomiske problem består i, at vare A giver det højeste dækningsbidrag, men beslaglægger også mere maskintid per enhed, især på maskine 3. Uden systematik er det svært at overskue problemets løsning.

Lad os derfor stille det formelt op. Vi vil maksimere en målfunktion, der består af summen af dækningsbidragene fra de to produktioner, altså summen af dækningsbidraget fra A, d.v.s. $6 \cdot A$, hvor A er det faktiske antal producerede enheder, og dækningsbidraget fra B, altså $5 \cdot B$, hvor B er det faktiske antal enheder. Formelt skrives dette som

$$\text{MAKS: } 6 \cdot A + 5 \cdot B$$

under nogle bibetingelser. Den første maskine giver *bibetingelsen* eller *restriktionen*, at $A + 2 \cdot B \leq 300.000$. Vi regner i timer, og har ikke mere end 300.000 timer til rådighed. Det er vigtigt at notere sig ulighedstegnet, for vi kan godt lade en maskine stå ledig (selv om det alt andet lige er uøkonomisk), men vi kan ikke bruge flere maskintimer, end vi har. Bemærk, at sådanne tekniske

koefficienter, der mere eller mindre eksplicit bliver antaget konstante, bevirker, at restriktionen bliver lineær. Tilsvarende udtryk får vi for de to andre maskiner. Formelt skriver vi, at vi vil maksimere målfunktionen under bibetingelserne, som

$$\begin{array}{ll}
 \text{SUB: } 1 \cdot A + 2 \cdot B \leq 300.000 & \text{(svarende til maskine 1)} \\
 1 \cdot A + 1 \cdot B \leq 200.000 & \text{(svarende til maskine 2)} \\
 3 \cdot A + 2 \cdot B \leq 550.000 & \text{(svarende til maskine 3)} \\
 A \geq 0 & \text{(Produktionen af A kan ikke blive negativ)} \\
 B \geq 0 & \text{(Produktionen af B kan ikke blive negativ)}
 \end{array}$$

I den generelle udformning kan der være m restriktioner (maskiner) og n varer, hvor vare i giver dækningsbidraget d_i . D.v.s. at vi får

$$\begin{array}{l}
 \text{MAX: } \sum_{i=1}^n d_i \cdot x_i \\
 \text{SUB: } a_{11} x_1 + \dots + a_{1n} x_n \leq b_1 \\
 \dots \\
 \dots \\
 a_{m1} x_1 + \dots + a_{mn} x_m \leq b_m
 \end{array}$$

Eller i mere kompakt matrixnotation

$$\begin{array}{ll}
 \text{MAX: } & \mathbf{d} \cdot \mathbf{x} \\
 \text{SUB: } & \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} \leq \mathbf{b} \quad ,
 \end{array}$$

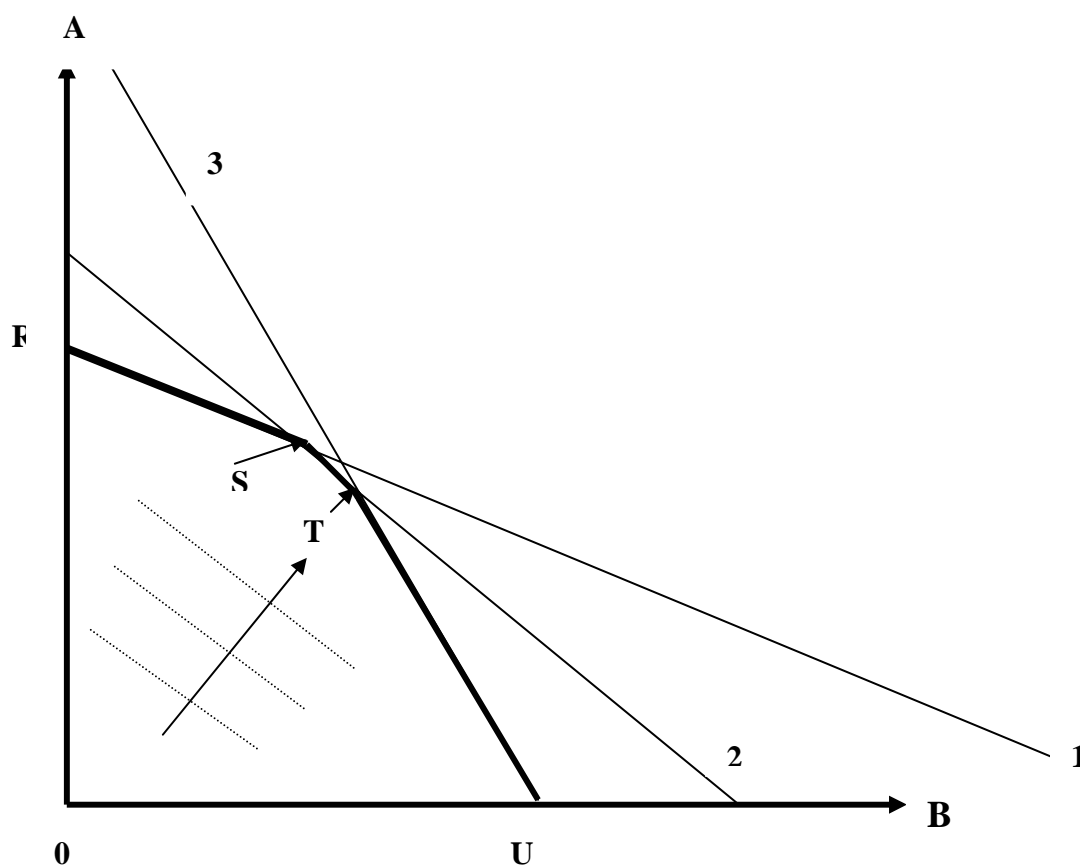
hvor \mathbf{d} er en n 'dimensional rækkevektor, \mathbf{x} er en n 'dimensional søjlevektor, \mathbf{A} er en (m,n) matrix og \mathbf{b} er en m 'dimensional søjlevektor.

Her angiver $\{a_{ij}\}$ den mængde (maskin)timer, der er nødvendig for vare i ved maskine j ; de kaldes ofte *de tekniske koefficienter*. Der er intet i vejen for, at nogle af dem kan være nul, men de kan selvfølgelig ikke blive negative. b_j angiver maskinkapaciteten for maskine j , $j = 1, \dots, m$. Lineær programmering består således i at maksimere en lineær funktion, målfunktionen, som også kan have andre navne såsom kriteriefunktionen eller mere konkret f.eks. dækningsbidragsfunktionen, under et sæt af lineære uligheder.

I nogle situationer er der tale om et minimeringsproblem, men principperne er de samme.

Tovareillustration. Hvis der kun er 2 varer A og B, kan LP problemet gives en meget oplysende grafisk illustration.

Vi tegner en figur med A og B ud af akserne.



Figur 1. Restriktionerne afgrænser en polygon.

På figuren er der indtegnet 3 restriktioner. Vi kan højst producere inden for hver restriktion, så vi må ligge på eller nedenfor alle 3 linier. Det betyder, at vores *mulighedsområde* for produktionen blive afgrænset af markerede polygon ORSTU, som består af en række endepunkter, hvor to restriktioner skærer hinanden, forbundet med rette linier.

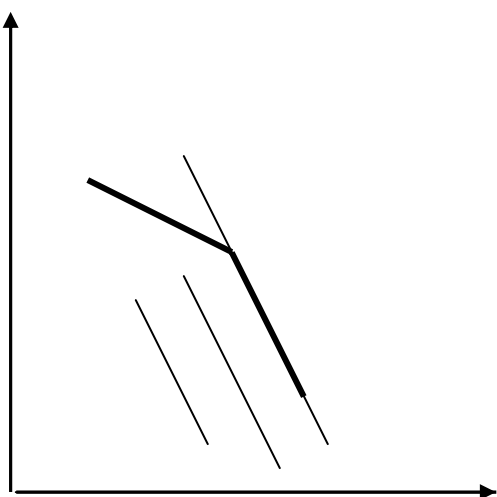
Spørgsmålet er så, hvilket punkt vi skal vælge, når vi skal vælge os et punkt enten inden for eller på randen af denne polygon.

Da målfunktionen er lineær i A og B, vil en k pct. forøgelse af både A og B give en k pct. forøgelse af dækningsbidraget. Det vil derfor aldrig kunne betale sig at producere inden for randen af mulighedsområdet. I eksemplet ovenfor med 2 varer havde vi, at det samlede dækningsbidrag D var

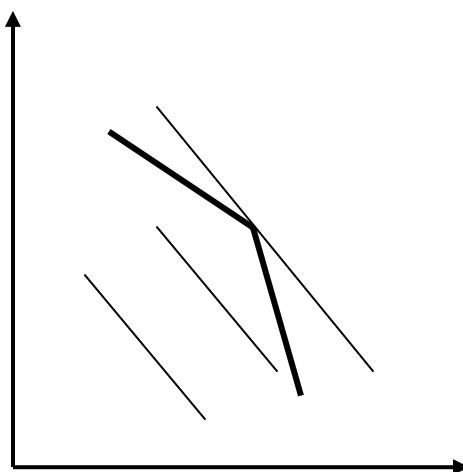
$$D = 6 \cdot A + 5 \cdot B \quad \text{eller}$$

$$A = D/6 - 5/6 \cdot B$$

Vores målsætningsfunktion er altså en linie med hældningen $-5/6$, der skal forskubbes så langt ud mod højre som muligt, hvorved $D/6$ og dermed D bliver så stor som mulig. På figuren er denne ligning illustreret med 3 stiplede linier, som skal forskydes ud mod randen så langt som muligt i pilens retning (vinkelret på de 3 stiplede linier). Der er nu to muligheder: Enten er denne linie parallel med en af linierne (fig 2a), eller også vil den komme til at ligge og vippe på et endepunkt (fig. 2b).



Figur 2a



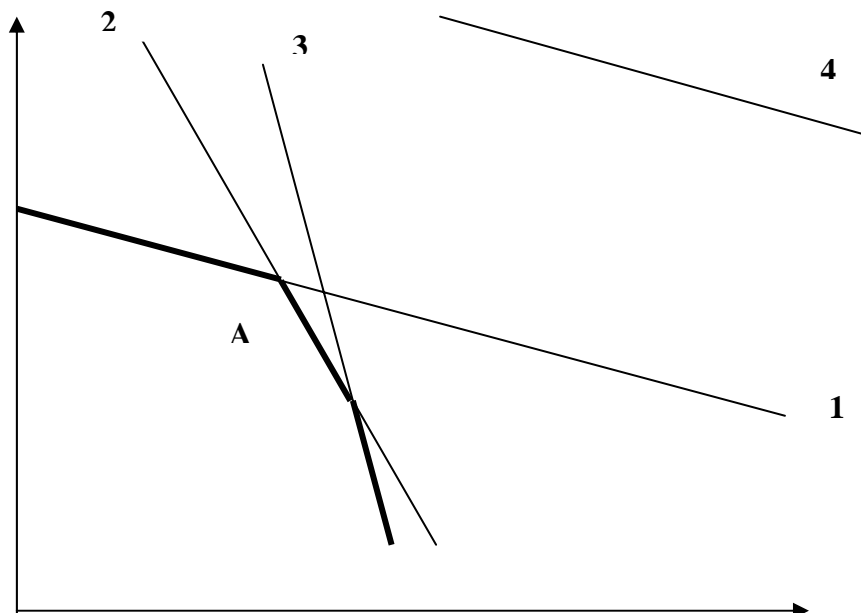
Figur 2b

På figur 2a og 2b er kun vist et udsnit af mulighedsområdet. Den afgørende pointe er, at på figur 2b er der ingen tvivl, endepunktet er det punkt, vi længst kan forskyde dækningsbidragslinien til, og dermed det optimale punkt. Men på figur 2a vil godt nok alle punkter, der sammenfalder med dækningsbidragslinien, i princippet være lige gode, men også endepunktet vil være lige så godt. *Vi behøver altså ikke undersøge alle punkter på randen af figuren, men kan nøjes med undersøge endepunkterne.* På figur 1 svarer det til, at den optimale løsning må være et af punkterne R, S, T, U. Der kan i hvert fald ikke findes nogen bedre løsning.

Denne egenskab ved LP var baggrunden for en ofte anvendt *algoritme* eller beregningsmetode, som blev kaldt SIMPLEX-metoden, og som løst sagt bestod i at undersøge endepunkterne efter en nærmere bestemt fremgangsmåde.

Udviklingen inden for EDB har imidlertid bevirket, at der ikke længere er det samme behov for at beskæftige sig med detaljerne i den algoritme, da der findes en lang række programmer til at løse LP problemer med, så vi vil her mere koncentrere os om at vise, hvordan man i praksis kan løse LP problemer. I næste afsnit skal vi konkret vise, hvordan LP problemer kan formuleres **og løses** i Excel, selv om mere professionelle anvendelser utvivlsomt vil anvende et egentligt LP-program. Men forinden er der grund til at fremhæve nogle særlige egenskaber ved løsningen.

Bindende og ikke-bindende restriktioner. Betragt figuren nedenfor



Der er indtegnet 4 restriktioner. Hvis det optimale punkt er A, fremkommet ved en skæring mellem restriktion 1 og restriktion 2, ses det klart af figuren, at restriktion 3 konkret ikke har nogen betydning for den optimale løsning; vi siger, at den er *ikke-bindende*. Omvendt er restriktion 1 og 2 bindende. For en *bindende* restriktion gælder, at lighedstegnet i optimum er opfyldt, medens det strenge ulighedstegn $<$ gælder for den ikke-bindende restriktion. Restriktion 4 er aldrig bindende - den er tegnet parallelt med restriktion 1 og kunne svare til en restriktion $A+2B \leq 600.000$; en sådan restriktion ligger helt uden for restriktion 1. Det vil imidlertid ofte være sådan, at om en restriktion er bindende eller ej, vil afhænge ikke kun af restriktionen selv, men af såvel koefficientmatricen af tekniske koefficienter som af de koefficienter - "de relative priser" - der indgår i målfunktionen. Hvis man ændrede de relative priser, kunne restriktion 3 blive bindende, medens f.eks. restriktion 1 ikke ville blive bindende.

En bindende restriktion j lægger pr. definition bånd på vores handlinger, så hvis vi løsner bindingen, d.v.s. forøger b_j , vil vi også forøge vores dækningsbidrag D .

Som en illustration kan tages eksemplet ovenfor med 2 varer, hvor den optimale produktionsomfang viser sig at blive bestemt af de to bindende restriktioner 2 og 3, se nedenfor, medens restriktion 1 er ikke-bindende. Vi kan altså opfatte situationen således, at vi finder optimum ved hjælp af at maksimere dækningsbidraget under bibetingelserne 2 og 3, idet der anvendes lighedstegn. Vi danner på sædvanlig facon Lagrangefunktionen L med de tilhørende multiplikatorer δ og ϵ og differentierer.

$$L = 6A + 5B - 8(A+B-200.000) - ((3A + 2B - 550.000))$$

$$\begin{aligned}\partial L/\partial A &= 6 - 8 - 3\zeta &= 0 \\ \partial L/\partial B &= 5 - 8 - 2\zeta &= 0 \\ \partial L/\partial \delta &= A + B - 200.000 &= 0 \\ \partial L/\partial \zeta &= 3A + 2B - 550.000 &= 0\end{aligned}$$

Vi får $\delta = 3$ og $\zeta = 1$ og iøvrigt også $A = 150.000$ og $B = 50.000$. Med andre ord: Hvis vi forøger kapaciteten for restriktion 2 med 1 enhed, vil dækningsbidraget stige med 3 enheder. For restriktion 3 er det tilsvarende tal 1. Tallene δ og ζ kaldes *skyggepriser*. De viser, hvad en marginal forøgelse på 1 enhed af kapaciteten på en restriktion vil give i bidrag i målfunktionen. Det følger intuitivt heraf, selv om det ikke er bevist, at:

skyggeprisen på ikke-bindende restriktioner er 0

Der sker jo ikke nogen påvirkning af det samlede dækningsbidrag, hvis vi marginalt forøger kapaciteten. Dette er et vigtigt resultat, som har talrige økonomiske anvendelser. Da maskine 1 ikke giver nogen bindende restriktion, er skyggeprisen for dens anvendelse 0. Det vil sige, at indtil restriktionen for maskine 1 bliver bindende, er det gratis at anvende den.

Lad os f.eks. antage, at virksomheden får en lille ny ordre, som den skal give et tilbud på, som involverer de 3 maskiner med et forbrug på 10 timer hver. Hvordan skal man så indregne værdien af tidsforbruget ved brug af de tre maskiner?

Svaret er umiddelbart givet ved anvendelse af skyggepriser: Maskine 1 er gratis, så det koster ikke virksomheden noget at anvende den (marginalt) mere. Ved brug af maskine 2 i 10 timer går vi derimod glip af en indtjening af $3 \cdot 10$ kroner og ved brug af maskine 3 i 10 timer går vi ligeledes glip af $1 \cdot 10$ kroner, så opportunity costs ved den nye ordre er (for så vidt angår dette maskintidsforbrug) $= 30 + 10 = 40$ kroner.

Lad os resumere resultaterne

Restriktionen er bindende	Restriktionen er marginalt ikke-bindende	Restriktionen er aldrig bindende
Skyggeprisen er positiv	Skyggeprisen er nul ved marginale ændringer	Skyggeprisen er altid nul

Eksempel på løsning af LP-problem ved hjælp af EXCEL, se mappen "LP programmering med EXCEL"

Det anbefales at printe denne vejledning ud eller have den liggende, medens regnearket gennemgås. Lad os have ovenstående problem

MAKS: $6A + 5B$

SUB:

$$(1) \quad A+2B \leq 300.000$$

$$(2) \quad A+ B \leq 200.000$$

$$(3) \quad 3A+2B \leq 550.000$$

$$(4) \quad A \geq 0$$

$$(5) \quad B \geq 0$$

Da der kun er to variable A og B, kan der findes en grafisk løsning. Denne er givet i arket "Grafisk Illustration". De 3 restriktioner er indtegnet tillige med "isoprofitlinien, som er den røde kurve og markerer hældningen på dækningsbidraget $D = 6A+5B$. Det er denne linie, som vi skal parallelforskyde så langt som muligt opad til højre. Det kan være lidt svært at se helt klart, hvilken løsning, der er optimal, men der er to kandidater, nemlig $(A,B) = (100.000, 100.000)$ og $(A,B) = (150.000,50.000)$ – de præcise værdier for disse to punkter kan findes ved simpelthen at løse de tilhørende ligninger. En direkte indsættelse i målfunktionen giver hhv. 110.000 og 115.000, så den optimale løsning bliver $A = 150.000$ og $B = 50.000$, altså den løsning, vi fandt fra før.

I EXCEL løses det eksakt på følgende måde. Se "Excel-regnearket LP-programmering med EXCEL" med følgende ark

1. Problemformulering
2. Grafisk løsning
3. Svarrapport 1
4. Sensitivitetsrapport 1
5. Svarrapport 2

Vi foretager nu følgende skridt:

- 1) Definer to celler svarende til de to værdier A og B. Her er sat $A = a1$ og $B = b1$.
- 2) Sæt helt foreløbigt $a1=1$ og $b1=1$.
- 3) Indsæt målfunktionen i f.eks. som her cellen a3, idet der skrives $=6*A1+5*B1$. Der vises nu (selvfølgelig) tallet 11. (Gangetallene * er her overflødige, men anbefales i praksis.)
- 4) Skriv de 3 lineære restriktioner og de to ikke-negativitetsbetingelser som vist, f.eks. den første som $=A1+2*B1$. Da vi foreløbigt har sat $A1=1$ og $B1=1$, fås tallet 3. Læg mærke til, at vi skriver venstresiden af uligheden i én celle, og højresiden i en anden.
- 5) Tryk på funktioner i menulinien og find "Problemløser" (eng. "solver").⁵ Vi skal nu udfylde 4 felter.
 - a) Målcellen, nemlig den størrelse, som vi ønsker at maksimere.

⁵ Hvis problemløser (solver) ikke er tilgængelig, kan du gå ind på funktioner i menuen og se under "tilføjelsesprogrammer", om den er tilgængelig der. Hvis den er tilgængelig som tilføjelsesprogram, må du installere den. Alternativt må du sørge for at få den installeret.

- b) Rubrikken maks, min eller lig med. Vi vælger maks.
 - c) Ved redigering af cellerne: A1 og B1. For det er jo netop disse værdier, som vi kan ændre på. Hvis de ikke står ved siden af hinanden, skal du anvende et semikolon efter hver henvisning.
 - d) Underlagt betingelserne. Tryk på "Tilføj" og indlæg den første betingelse. Tryk på tilføj igen og indlæg den næste o.s.v. Når alle 5 betingelser er indføjede, tryk på Løs, og EXCEL giver en meddelelse om, at den har fundet en løsning.
- 6) Sæt kryds i rubrikken "Behold problemløsning" og tryk på svarrapport. Denne fremkommer på et særligt ark kaldet "Svarrapport 1", som typisk bliver sat ind i starten af projektmappen. Det har et udseende som vist på Excel-arket. Læs dette. Noter, at slutværdien for målvariablen er 115.000, altså den løsning, vi fandt ovenfor. Noter, at restriktion (1) ikke er bindende, jfr. ovenfor, og at restriktion (2) og (3) er bindende. Noter også, at vi direkte får udskrevet, hvor meget der er af ledig kapacitet ved den optimale løsning for restriktion 1.

Løs problemet igen og bed om en sensitivitetsrapport. Konstater, at Lagrangemultiplikatoren = skyggeprisen for restriktion 2 er på 3 og for restriktion 3 er skyggeprisen på 1. Altså de løsninger, vi fandt ovenfor.

Hermed er vi for så vidt færdige, som vi har løst vores problem, men for illustrationens skyld fortsætter vi med

- 7) Vi ser, hvad der sker, hvis vi antager, at kapaciteten for (den bindende) restriktion 2 ikke var 200.000, men 200.001, men problemet (1)-(5) i øvrigt er uændret.

MAKS: $6A + 5B$

SUB:

- (1) $A+2B \leq 300.000$
- (2) $A+ B \leq 200.001$
- (3) $3A+2B \leq 550.000$
- (4) $A \geq 0$
- (5) $B \geq 0$

Vi indtaster problemet igen, blot med 200.001 i stedet for 200.000 og løser.

- 8) På arket svarrapport 2 er vist, at målfunktionen, "slutværdien" ændrer sig til 115.003, hvor den før var 115.000, altså en stigning på 3. Men det var jo netop definitionen af skyggeprisen på restriktionen, som vi netop har fundet til at blive 3.

Et advarende slutord. LP-modeller har været ganske populære, såvel i økonomisk teori som i praksis, og de anvendes stadig, men nok ikke i samme omfang. Det skyldes nok to forskellige forhold. For det første, at de har en tilbøjelighed til at give for drastiske resultater. De giver ikke anledning til marginale ændringer i de optimale værdier som følge af marginale

ændringer i parametrene. Enten giver de slet ingen ændringer - den optimale løsning er den samme i et vist parameterinterval - eller også de giver de anledning til ganske store ændringer. I sidste tilfælde kan en lille ændring i en teknisk koefficient forårsage en drastisk ændring i den optimale løsning. Det kan for så vidt også være rigtigt, men som en beskrivelse af virkeligheden er det typisk ikke tilfældet.

For det andet var LP en lang overgang i praksis den eneste modeltype, der teknisk og beregningsmæssigt kunne håndteres. Dette medførte en vis tilbøjelighed til at antage linearitet, også hvor der krævedes en del god vilje for at acceptere denne forudsætning. Med moderne hjælpemidler er det ikke på samme måde længere nødvendigt af beregningstekniske hensyn at kræve linearitet. Og det er det faktisk heller ikke i Excel.

Brug af problemløser til mere generelle maksimeringsproblemer.

Funktionen "Problemløser" i Excel er ikke begrænset til blot LP-problemer eller overhovedet indrettet specielt til disse. Der er intet i vejen for, at der i målfunktionen indgår et ikke-lineært udtryk, f.eks. at prisen er en faldende funktion af den solgte mængde.

Hvis f.eks. på vare A er $15 - 0,3 A$ og prisen på vare B er $10 - 0,4 B$, fås målfunktionen

$$\text{MAKS: } -0,3 \cdot A^2 + 15 \cdot A - 0,4 \cdot B^2 + 10 \cdot B,$$

som så kan maksimeres under de relevante bibetingelser. Men hvis såvel målfunktion som bibetingelser er af speciel karakter, er der ingen garanti for hverken eksistens eller entydighed af en løsning. Ikke desto mindre er problemløserfunktionen et ganske kraftigt værktøj til "mindre" problemer, så derfor

Til lykke:

Du er nu i stand til konkret at løse flere erhvervsøkonomiske problemer end de fleste, ikke blot i teorien, men også i praksis.

Målsøgerfunktionen i Excel.

Den har en række anvendelser, der også rækker ud over den typiske erhvervsøkonomiske anvendelse. Bemærkninger om disse anvendelser skal ses som et led i samarbejdet mellem fagene på 1'årsprøve.

1. Standardanvendelsen.

På projektmappen "Eksempler på målsøgningsfunktionen" vil I som en start kunne se den typiske anvendelse.

I dette eksempel forestiller vi os en virksomhed, der overvejer at investere 200.000 kr, som vil give en omsætningsforøgelse på 500.000 det første år med en stigning på 5 pct. om året i 5 år. Samtidig får vi en stigning i diverse omkostninger på 180.000 med en stigning ligeledes på 5 pct. om året. Lønomkostningerne stiger med 200.000 og vi antager foreløbigt, at lønstigningstakten er 6 pct. om året.

Så langt ligner det en helt almindelig investeringskalkule, og vi kan let beregne det årlige overskud og det tilbagediskonterede årlige overskud (Kalkulationsrenten 8 %). Kapitalværdien af investeringen bliver 226.500.

Men lad os nu - helt realistisk - antage, at vi er usikre på den fremtidige lønstigningstakt. Den er sat til 6 pct., men kunne jo også blive f.eks. 8. Det kan vi jo naturligvis løse ved at beregne kapitalværdien for f.eks. lønstigningssatserne fra 1 til 12 pct. Men det giver 12 forskellige udregninger. Noget smartere er det at bruge målsøgningsfunktionen. Se det første ark på vedlagte projektmappe "Standardeksempel".

2. Anvendelse på simple matematiske problemer.

Men målsøgningsfunktionen har langt videre anvendelser.

På regnearket "Målsøgningsfunktionen" viser vi, hvorledes den finder løsningen til et 3'grads polynomium.

3. Anvendelse af mere komplicerede matematiske funktioner.

Dette afsnit er på en vis måde en indskud. Det tilsigter at lære dig at anvende de matematiske funktioner i Excel, helt uafhængigt af målsøgningsfunktionen.

Problemet: Find den naturlige logaritme til 3,22, altså $\ln 3,22$.

Dette kan man naturligvis finde i en lommeregner, men så kan man ikke arbejde videre med tallet.

Så kig på regnearket "Matematiske funktioner". Her står fremgangsmåden forklaret.

Nu har du muligheden for at arbejde med en lang række matematiske funktioner.

4. Eksempel på løsning af en matematisk ligning med "grimme" egenskaber.

Lad os antage, at du skal løse ligningen

$$x + 3^x + e^{2x} = 20$$

Den har ikke en eksplicit løsning. Men prøv "målsøgning" på arket "Ligninger". Med lidt øvelse tager det ingen tid.

5. Advarsel:

Målsøgning kan ikke erstatte hverken matematik eller tankevirksomhed.

Målsøgningsfunktionen finder måske en løsning, men det garanterer ikke, at der ikke kan være flere løsninger. Ligningen $(x-2)(x-3) = 0$ har naturligvis rødderne 2 og 3. Men det afhænger helt af, hvilken startværdi, man gætter på, om man får udskrevet 2 eller 3.

Så selv om Målsøgning finder en løsning, må man overveje, om den er entydig. Dette kan gøres enten analytisk eller ved simpelthen at finde funktionens værdier i det relevante interval og tegne den.

Kort sagt, målsøgning er nyttig til simple, om end måske tidskrævende opgaver. Mere indviklede problemer kræver mere avancerede programmer og tankevirksomhed. Men principperne er de samme.

Note om optimering

A. Kortsigtet profitmaksimering.

Kortsigtet profitmaksimering er den almindelige antagelse i ganske meget teori om optimering.

Vi har per definition, at profitten Π er lig med den samlede omsætning TR minus de samlede omkostninger TC , som begge er funktionen af den producerede = solgte mængde x .

$$\Pi = TR(x) - TC(x)$$

$$\text{For optimum kræves } \frac{d\Pi}{dx} = 0$$

$$(1) \quad \frac{d\Pi}{dx} = \frac{dTR(x)}{dx} - \frac{dTC(x)}{dx} \equiv MR(x) - MC(x) = 0$$

$$MR(x) = MC(x)$$

og dermed har vi den helt generelle regel, at hvis funktionerne er differentiable, er det en nødvendig betingelse, at *grænseomsætningen i optimum skal være lig med grænseomkostningerne*.

Bemærk, at reglen kun gælder, hvis omkostningsfunktionen er differentiabel, hvad den ikke er, hvis der forekommer springvist variable omkostninger. I så fald vil omkostningsoptimum forekomme enten som x_{opt} eller for en af de værdier, hvor der optræder spring.

Denne generelle regel kan så uddybes med konkrete antagelser.

1. Vareprisen er konstant.

At vareprisen er konstant indebærer, at $TR = p \cdot x$.

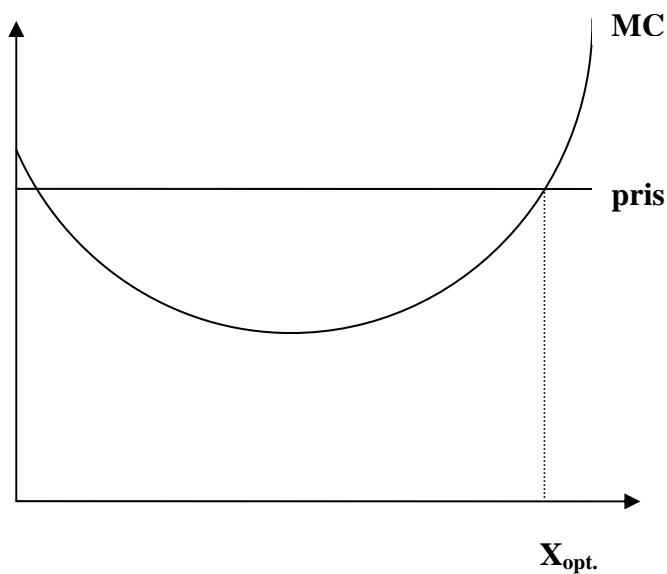
Vi kan skrive profitten som

$$\Pi = TR - TC = p \cdot x - TC(x)$$

$$\frac{d\Pi}{dx} = p - \frac{dTC(x)}{dx} = p - MC(x) = 0$$

og dermed den kendte regel fra bl.a. fuldkommen konkurrence, at pris skal være lig grænseomkostninger i optimum, se illustrationen nedenfor.

Kender vi omkostningskurven og vareprisen, kan vi umiddelbart beregne den optimale mængde i Excel. Men bemærk, at vi benytter ikke reglen ved udregningen i Excel. Vi opstiller $\Pi = TR - TC$ og anvender x som handlingsvariabel. Da Excel finder maksimum så at sige automatisk, kan vi benytte reglen som kontrol.



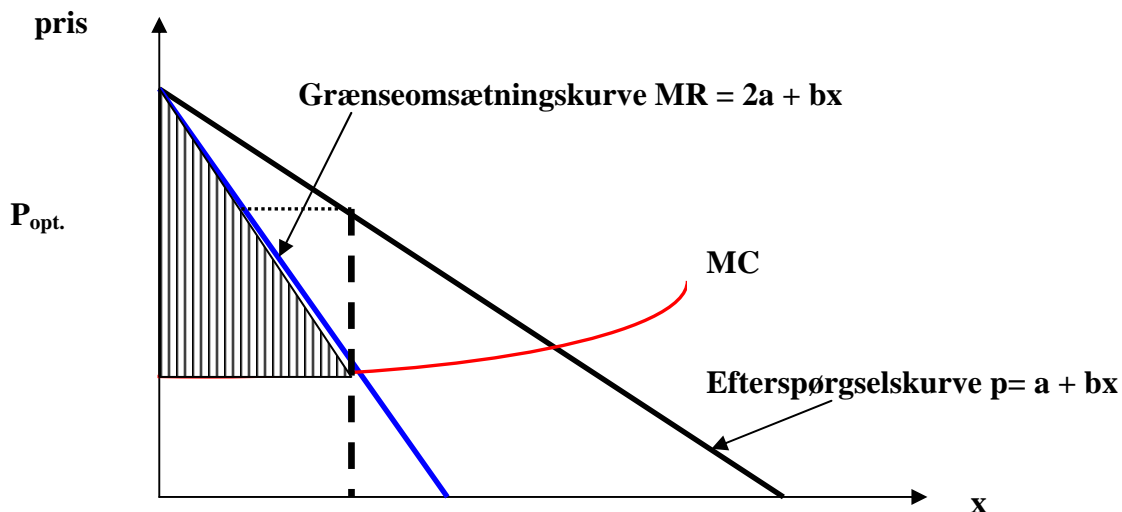
2. Virksomheden står over for en faldende efterspørgselskurve (Monopolmodellen).

Lad efterspørgselskurven være lineær og skrevet på invers form $p = ax + b$. Vi får

$$\Pi = (ax + b) \cdot x - TC(x) = ax^2 + bx - TC(x)$$

$$\frac{d\Pi}{dx} = 2ax + b - MC(x) = 0$$

Vi får altså, at grænseomsætningen MR bliver en faldende kurve, der afskærer det samme stykke b på Y-aksen, men har den dobbelte (negative) hældning. Grafisk kan dette illustreres som følger:



Det skraverede areal bliver lig med virksomhedens dækningsbidrag.

Hvis man skal løse et problem Excel, opstiller man profitfunktionen med $\Pi = TR - TC$ og maksimerer. Betingelsen $MR = MC$ kan så anvendes til kontrol.

3. Prisdifferentiering.

Lad et monopol stå over for 2 adskilte markeder, begge med en faldende efterspørgselskurve:

Marked 1: $p_1 = a_1 + b_1x$ og

Marked 2: $p_2 = a_2 + b_2x$

Vi får

$$\Pi(x_1, x_2) = (a_1 + b_1x_1) * x_1 + (a_2 + b_2x_2) * x_2 - TC(x)$$

$$x = x_1 + x_2$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial x_1} = a_1 + 2b_1x_1 + \frac{\delta TC(x)}{\delta x_1} = 0$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial x_2} = a_2 + 2b_2x_2 + \frac{\delta TC(x)}{\delta x_2} = 0$$

Men vi har, at

$$\frac{\delta TC(x)}{\delta x_1} = \frac{\delta TC(x)}{\delta x} * \frac{\delta x}{\delta x_1} = MC(x) * 1 = MC(x) \text{ og tilsvarende for } x_2,$$

$$\text{da } \frac{\delta x}{\delta x_1} = \frac{\delta(x_1 + x_2)}{\delta x} = 1$$

Dermed fås i optimum, at $MR_1 = MC = MR_2$ eller i ord

Grænseomsætningen på det ene marked skal i optimum være lig med grænseomsætningen på det andet marked og lig de fælles grænseomkostninger.

Bemærk, at vi i ovenstående differentierer partielt, da vi i princippet har 2 variable x_1 og x_2 , der kan varieres uafhængigt af hinanden.

Hvis efterspørgselskurverne ikke er identiske, vil vi dermed få to forskellige priser på de to markeder.

Hvis vi skal maksimere et sådant problem i Excel, har vi to beslutningsvariable, nemlig x_1 og x_2 , hvortil kommer, at de samlede omkostninger er en funktion af $x = x_1 + x_2$. Betingelsen $MR_1 = MR_2 = MC$ kan anvendes til kontrol.

B. Langsigtet profitmaksimering.

Kortsigtet profitmaksimering indebærer ikke nødvendigvis, at også den langsigtede profit for virksomheden bliver maksimeret. Dertil kræves yderligere, at de enkelte perioder er uafhængige af hinanden. Men det er de ikke, hvis virksomheden f.eks. har learning by doing effekter, hvorved omkostningerne i den ene periode afhænger af produktionsniveauet i tidligere perioder. Eller hvis omsætningen i den ene periode afhænger af omsætningen i den anden periode.

Hvis der er tale om afhængighed mellem perioderne, må man lave en samlet opstilling for den relevante tidshorisont og tilbagediskontere til tidspunkt 0.

C. Alternativer til profitmaksimering.

Den normale antagelse i erhvervsøkonomi er profitmaksimering. Dette skyldes delvist et ønske om at gøre erhvervsøkonomi til en *normativ videnskab*: Hvis virksomheden ønsker at maksimere profitten, skal den gøre sådan og sådan; erhvervsøkonomi giver dermed opskrifter på, hvordan virksomheden skal bære sig ad. En anden væsentlig baggrund for den præcise antagelse om profitmaksimering er, at der dermed kan udledes præcise konklusioner om de behandlede problemer.

I nationaløkonomi er forudsætningen normalt, at virksomhederne profitmaksimerer, ikke ud fra et ønske om at gøre nationaløkonomi til en *normativ videnskab*, men simpelthen fordi det typisk er den mest realistiske beskrivelse. Forudsætningen om profitmaksimering er dermed *deskriptiv*; det er, hvad de fleste virksomheder normalt gør. Principielt bliver forudsætningen om profitmaksimering dermed et empirisk spørgsmål: Er det rent faktisk sådan, at de fleste virksomheder opfører sig?

Den økonomiske teori med dens karakteristiske analytiske indfaldsvinkel står og falder imidlertid ikke med antagelsen om profitmaksimering. Der kan sagtens opstilles alternativer til profitmaksimering, der kan give lige så præcise resultater som profitmaksimering. F.eks.:

Omsætningsmaksimering, hvor virksomheden maksimerer omsætningen.

Begrundelsen kunne f.eks. være, at virksomhedens profit er svært målelig på kort sigt, medens omsætningstallene normalt er pålidelige og foreligger hurtigt. Hvis en direktør de facto er aflønnet efter omsætningen, bliver omsætningsmaksimering ikke nogen urealistisk mulighed; til tider omtalt i pressen som "vækstsyge" eller lignende.

Aktieaflønnig, hvor virksomhedens medarbejdere ikke modtager løn, men derimod en andel af virksomhedens overskud. Det har den konsekvens, at virksomheden ikke får normale lønomkostninger, hvorfor grænseomkostningskurven vil blive skubbet nedad set i forhold til en profitmaksimerende virksomhed.

Medarbejderstyrede virksomheder,⁶ hvor medarbejderne som ved aktieaflønnig ikke modtager løn, hvorfor lønomkostningerne ikke er med i omkostningsfunktionen, men hvor medarbejderne antages at have ret til at bestemme antallet af medarbejdere (i modsætning til aktieaflønnig). Det formuleres normalt som, at man maksimerer bruttofortjenesten pr. medarbejder.

Hvile i sig selv princippet. For en del virksomheder, især i kommunalt regi, er det et krav, at de skal hvile i sig selv, d.v.s. hverken give overskud eller underskud, hvorfor vi nødvendigvis må have, at $\Pi = 0$ og derfor $TR = TC$. Princippet kendes også for en lang række foreninger og klubber.

Alle disse alternativer, og flere kunne fremføres, ses undertiden i virkeligheden, men er trods alt så tilpas sjældent forekommende, at de betragtes mere som undtagelser end som regler.

⁶ til tider kaldet *Illyriske virksomheder* efter Illyrien, et område i det tidligere Jugoslavien. Det tidligere Jugoslavien var kendt for medarbejderstyrede virksomheder, og Illyrien var det navn, som romerne kaldte (en del af) Jugoslavien.