

Université de Montréal

Simulations Monte Carlo de régions d'interaction en
corotation dans le vent d'étoiles chaudes

par

Danny Carlos-Leblanc

Département de physique
Faculté des arts et des sciences

Mémoire présenté à la Faculté des études supérieures et postdoctorales
en vue de l'obtention du grade de
Maître ès sciences (M.Sc.)
en Physique

Orientation Astronomie et Astrophysique

juin 2019

Université de Montréal

Faculté des études supérieures et postdoctorales

Ce mémoire intitulé

Simulations Monte Carlo de régions d'interaction en corotation dans le vent d'étoiles chaudes

présenté par

Danny Carlos-Leblanc

a été évalué par un jury composé des personnes suivantes :

Pierre Bergeron

(président-rapporteur)

Nicole St-Louis

(directeur de recherche)

Paul Charbonneau

(membre du jury)

Mémoire accepté le :

26 juin 2019

Sommaire

La présence de structures à grande échelle, appelées régions d'interaction en corotation (CIR), semble être universelle dans les vents des étoiles O dû à la présence de composantes discrètes d'absorption (DAC) observées dans leur profils P Cygni dans l'ultraviolet (UV). De l'évidence pour un tel phénomène a également été trouvée dans les raies d'émission fortes de certaines étoiles Wolf-Rayet (WR) sous la forme d'excès d'émission se déplaçant de façon périodique d'un côté à l'autre de la raie, ainsi que dans des variations polarimétriques. Ces dernières constituent un outil puissant pour étudier les vents stellaires, dont l'opacité du continu est dominée par la diffusion électronique, car elles nous permettent de détecter et caractériser les asymétries dans les vents associées à ces variations polarimétriques.

Un modèle statistique utilisant le transfert radiatif par simulations Monte Carlo (MCRT) a été développé pour décrire cette polarisation et comparé aux modèles analytiques de Ignace *et al.* (2015) pour le cas optiquement mince et St-Louis *et al.* (2018) pour le cas optiquement épais. Le modèle de base en trois dimensions consiste en une étoile avec un vent sphérique statique dans lequel on insère une ou plusieurs régions de surdensités prenant la forme d'une spirale d'Archimède, ou CIRs, ainsi qu'une tache gaussienne brillante à la base du CIR. Ce mémoire présente les détails de ce modèle, ainsi que les résultats décrivant les variations polarimétriques et photométriques découlant des simulations.

Mots Clés : Vents stellaires - étoiles massives - méthode : numérique - polarisation - structures à grande échelle - transfert radiatif - simulation Monte Carlo

Summary

The presence of large-scale structures, named Corotating Interaction Regions (CIRs), seems to be universal in the winds of O stars due to the presence of discrete absorption components (DACs) in the absorption part of a their ultraviolet (UV) P Cygni profiles. Evidence for the presence of such structures has also been found in the strong emission lines of some Wolf-Rayet (WR) stars taking the form of the periodic movement of sub-peaks superposed on strong emission lines from one side of the line to the other, as well as in continuum polarimetric variations. Polarimetric observations are a powerful tool to study hot stellar winds, for which the continuum opacity is dominated by electron scattering, as it allows one to detect and characterize asymetries in the stellar wind related to these polarimetric variations.

We developed a model to describe this polarisation using a Monte Carlo radiative transfer (MCRT) method, and compared our results to the analytical models derived in Ignace *et al.* (2015) for the optically thin case and in St-Louis *et al.* (2018) for the optically thick case. Our basic model includes a star surrounded by a static three-dimensional spherically symmetric wind, in which we insert one or many over-densities in the form of an Archimedean spiral, or CIR, as well as a bright Gaussian spot on the stellar surface at the base of the CIR. This thesis presents the details of this model as well as the polarimetric and photometric variations resulting from the simulations.

Keywords: stellar winds - massive stars - methods: numerical - polarization - large-scale structures - radiative transfer - Monte Carlo simulations

Table des matières

Sommaire	v
Summary	vii
Table des figures	xiii
Liste des sigles et des abréviations	xv
Remerciements	xix
Chapitre 1. Structures à grande échelle dans le vent des étoiles massives .	1
1.1. Vents stellaires	1
1.2. Structures à grande échelle	4
1.2.1. Modélisation polarimétrique des vents avec CIRs	6
1.2.2. Limite optiquement mince	9
1.2.3. Limite optiquement épaisse	12
Chapitre 2. Transfert radiatif par simulations Monte Carlo	15
2.1. Générateur de nombres pseudo-aléatoires	17
2.2. Grille du vent stellaire	18
2.3. Le trajet des photons	19
2.3.1. Polarisation et vecteurs de Stokes	21
2.3.2. Diffusion électronique de Thomson	24
2.3.3. Méthode «Peel-off»	24
2.3.4. «Binning» des photons	25

2.4. Modélisation du vent d'une étoile massive	26
Chapitre 3. Monte Carlo Simulations of Polarimetric and Light Variability	
from Corotating Interaction Regions in Hot Stellar Winds ...	27
Contributions de Danny Carlos-Leblanc et rôle joué par les coauteurs	28
3.1. Introduction	31
3.2. The Monte Carlo Radiative Transfer (MCRT) Model	33
3.2.1. Polarization	34
3.2.2. Wind and Grid Properties	35
3.2.3. Spot model	37
3.2.4. Input Parameters	37
3.3. Model Validation	38
3.3.1. Optical Thickness	39
3.3.2. Photon Numbers	39
3.3.3. Statistical Error from Seed Values	42
3.4. Comparison with the Analytical Results	46
3.4.1. Optically Thin	46
3.4.1.1. CIRs only	46
3.4.1.2. CIR with Wind	48
3.4.1.3. What Causes the Differences?	48
3.4.2. Optically Thick	50
3.4.3. Interpretation	53
3.4.3.1. Pole-on view	53
3.4.3.2. Edge-on view	54
3.5. Gaussian Spot Models	56
3.5.1. MCRT models including spots on the stellar surface	56
3.5.1.1. The effect on the Polarization curves	56

3.5.1.2. The effect on the light-curves	58
3.5.2. MCRT CIR polarization curves for a range of densities	60
3.5.3. MCRT Light Curves for a range of densities	61
3.6. Conclusions	63
Acknowledgements	65
Chapitre 4. Conclusion	67
Bibliographie	71

Table des figures

1.1	Diagramme simplifié d'un profil P Cygni	3
1.2	Structure en densité du vent d'une étoile O résultant d'une simulation hydrodynamique	7
1.3	Spectre dynamique des résidus d'une raie pour WR1	8
1.4	Illustration des diverses orientations des vecteurs de Stokes	9
1.5	Exemples de courbes de polarisation pour différents rayons d'enroulement et différentes colatitudes des CIRs	13
2.1	Visualisation du problème de «l'aiguille de Buffon»	16
2.2	Schéma représentant une tranche 2D du milieu discrétisé utilisé dans notre modèle	19
2.3	Exemple d'une marche aléatoire d'un photon	22
2.4	Diffusion d'un photon se propageant initialement dans la direction P_1 vers la direction P_2	23
2.5	Visualisation de la méthode du «peel-off»	25
3.1	Linear polarization as a function of τ_0	40
3.2	Polarization contribution from a spherical wind for runs with different numbers of photons	41
3.3	Pole-on and edge-on polarization values as a function of phase for different values of τ_0	43
3.4	Mean relative errors as a function of τ_0	44
3.5	Mean of the standard deviations	45

3.6	Comparison between our MCRT linear polarization values and those from the analytical model when the wind density is set to 0	47
3.7	Comparison between our MCRT linear polarization values and those from the analytical model when both the CIR and the wind are included	49
3.8	Comparison between a polarization normalization by stellar escaping photons only and a normalization by all photons	50
3.9	Comparison between our MCRT linear polarization values and those from the modified analytical solution for a wind containing a straight CIR	52
3.10	Linear polarization map observed from the pole from a star with a spherical wind containing an essentially straight CIR	54
3.11	2D sketch of an observer viewing the star with a wind and CIR from an edge-on point of view	55
3.12	Contributions to the q polarization from the Gaussian spot, the CIR and both combined for three different τ_0	57
3.13	Contributions to the intensity from the Gaussian spot, the CIR and both combined for three different τ_0	59
3.14	Polarization values p and q as a function of phase of a spherical wind with a single essentially straight CIR for different values of τ_0	62
3.15	Intensity values as a function of phase of a spherical wind with a single straight CIR for different values of τ_0	63
3.16	Pole-on and edge-on intensity values as a function of phase for a spherical wind containing a single CIR for different values of τ_0	64

Liste des sigles et des abréviations

UV	<i>Ultraviolet</i>
WR	<i>Wolf-Rayet</i>
CIR	Région d'interaction en corotation, de l'anglais <i>Corotating Interaction Region</i>
DAC	Composante d'absorption discrète, de l'anglais <i>Discrete Absorption Component</i>
LBV	Variable lumineuse bleue, de l'anglais <i>Luminous Blue Variable</i>
MCRT	Transfert radiatif par méthode Monte Carlo, de l'anglais <i>Monte Carlo Radiative Transfer</i>
PDF	Fonction de distribution de probabilité, de l'anglais <i>Probability Distribution Function</i> ou <i>Probability Density Function</i>
CPD	Distribution cumulative de probabilité, de l'anglais <i>Cumulative Probability Distribution</i>

À ma mère qui m'a donné mon intérêt pour l'astronomie.

Remerciements

Je tiens à remercier ma directrice de recherche Nicore St-Louis, qui est une excellente éducatrice sur le sujet des vents stellaires, ainsi que pour ses disponibilités et son aide et support tout au long du projet. Je tiens aussi à remercier Jon Bjorkman, d'avoir modifier son code de base Monte Carlo afin que je puisse construire le modèle spécifique à mon projet, ainsi que pour son aide pour le côté numérique. Je tiens aussi à remercier Richard Ignace pour ses connaissances physiques et mathématiques sur le sujet des vents stellaires en général et la polarisation en particulier et pour l'aide générale tout au long du projet. Je dois remercier aussi Anthony Moffat et Tahina Ramiaramanantsoa pour leurs conseils et connaissances générales sur le sujet des étoiles massives. J'aimerais remercier Calcul Québec pour l'accès au super ordinateur «Briarée» de l'Université de Montréal, sur lequel la grande majorité des simulations ont été effectuées. L'exploitation de ce supercalculateur est financée par la Fondation canadienne pour l'innovation (FCI), le ministère de l'économie, de la science et de l'innovation du Québec (MESI), et le Fonds de recherche du Québec - Nature et technologies (FRQ-NT). Finalement j'aimerais remercier le soutien donné par ma mère, mes sœurs, mon frère, mi abuelita, et le reste de ma famille qui ont tous beaucoup d'importance pour moi.

Chapitre 1

Structures à grande échelle dans le vent des étoiles massives

1.1. Vents stellaires

Les vents stellaires consistent en la perte continue de matière par une étoile au cours de sa vie. Cette dernière, dans le cas des étoiles massives, est causée par le transfert de quantité de mouvement entre l'intense radiation de ces étoiles, principalement dans l'ultraviolet (UV), et la matière dans les couches externes par l'entremise d'une multitude de raies spectrales présentes dans ce domaine de longueur d'onde (Lamers et Cassinelli, 1999).

Ces éjections sont caractérisées par différents taux de perte de masse, \dot{M} , un paramètre important pour étudier l'évolution de l'étoile, ainsi que pour l'enrichissement chimique du milieu interstellaire environnant. Jumelé à l'intense radiation en provenance de l'étoile qui affecte grandement l'ionisation et l'excitation du gaz, cette perte de matière contribue ultimement à l'évolution des populations stellaires dans les galaxies. Une étoile comme notre Soleil a un taux de perte de masse d'environ $2 \times 10^{-14} M_{\odot} \text{an}^{-1}$ (Wood *et al.*, 2002), ce qui est assez faible comparativement aux étoiles plus chaudes et massives. Par exemple, on estime le taux de perte de masse de l'étoile O ζ Puppis à environ $1.9 \times 10^{-6} M_{\odot} \text{an}^{-1}$ (Ramiamanantsoa *et al.*, 2018) et celui de l'étoile Wolf-Rayet (WR) WR6 à environ $5 \times 10^{-5} M_{\odot} \text{an}^{-1}$ (Hamann *et al.*, 2006). Les étoiles variables lumineuses bleues (LBV) ont des valeurs encore plus élevées, avec des taux de perte de masse pouvant atteindre $10^{-3} M_{\odot} \text{an}^{-1}$ (Puls *et al.*, 2008).

Pour un vent stationnaire à symétrie sphérique, le taux de perte de masse est donné par l'équation de continuité (Lamers et Cassinelli, 1999; Crowther, 2007),

$$\dot{M} = 4\pi r^2 \rho(r) v(r), \quad (1.1.1)$$

où r est la distance au centre de l'étoile, $\rho(r)$ est la densité et $v(r)$ la vitesse du vent en un point r . Cette équation indique que n'importe quelle sphère de rayon r est traversée par la même quantité de matière, rien n'est détruit ni créé dans ce vent stationnaire (Lamers et Cassinelli, 1999).

Cette masse est accélérée de manière asymptotique vers la vitesse terminale, v_∞ , un autre paramètre important pour l'étude de ces vents, suivant une loi de vitesse $v(r)$ qui peut être approximée par une loi dite de β (Lamers et Cassinelli, 1999)

$$v(r) \approx v_\infty (1 - r_0/r)^\beta, \quad (1.1.2)$$

avec r_0 donné par

$$r_0 = R_* (1 - (v_0/v_\infty)^{1/\beta}), \quad (1.1.3)$$

où R_* est le rayon de l'étoile, v_0 est la vitesse du vent à sa base et β est un paramètre que l'on détermine ou adopte. Pour un taux de perte de masse donné, la structure en densité du vent, $\rho(r)$, peut être déduite de la structure en vitesse en utilisant l'équation de continuité.

Une des évidences de l'existence de vents stellaires forts dans les étoiles chaudes et massives vient de la présence dans leur spectre de profils P Cygni, une indication claire d'une importante perte de masse à des vitesses élevées. Le nom P Cygni vient de la variable lumineuse bleue (LBV) du même nom, découverte en 1600 par Willem Janszoon Blaeu (de Groot, 1988). Les premiers spectres obtenus de cette étoile, à la fin du 19^e siècle montrent déjà ce fameux profil, et un peu plus tard d'autres observations d'étoiles dites de Wolf-Rayet (WR) montrèrent ces mêmes profils, qui dans les années 1930 étaient déjà attribués à une enveloppe de gaz en expansion rapide autour de l'étoile (Israelian et de Groot, 1999). La forme de ces profils de raies spectrales s'explique par une composante en absorption décalée vers le bleu additionnée à une composante d'émission s'étendant du bleu au rouge. La figure 1.1 présente un diagramme illustrant la formation d'un tel profil de raie pour un vent stellaire sphérique. Dans le cas des raies de résonance d'ions abondants, ces profils nous permettent d'obtenir une valeur assez précise du taux de perte de masse de l'étoile (Howarth et Prinja, 1989).

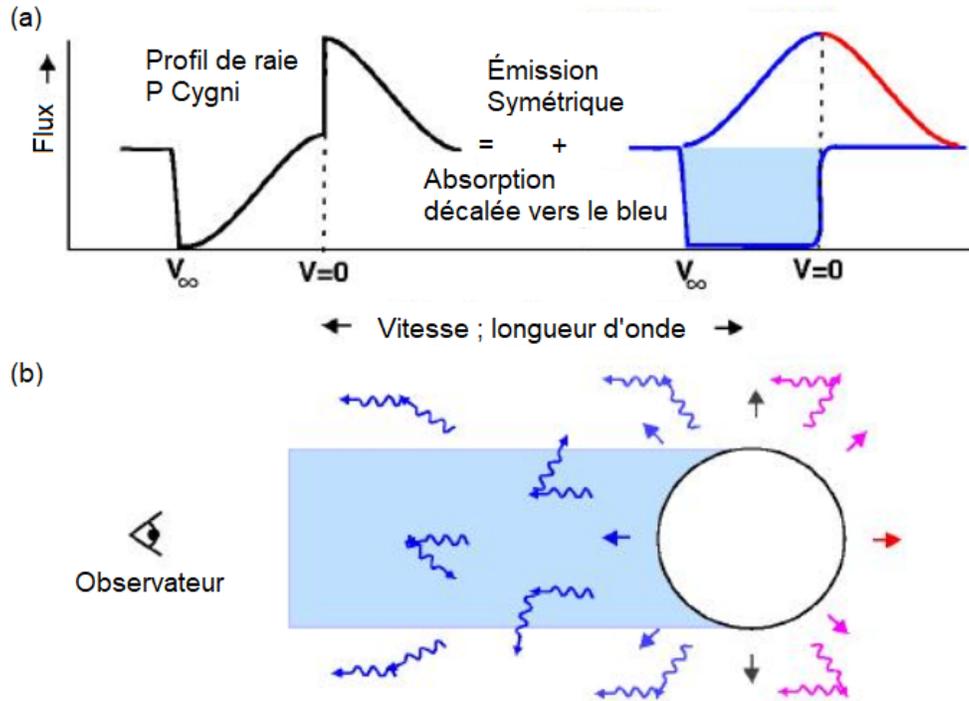


FIGURE 1.1. (a) Diagramme simplifié d'un profil P Cygni (b) Représentation géométrique de la formation du profil en (a). L'émission provient d'une région symétrique autour de l'étoile (mauve) tandis que l'absorption prend naissance seulement devant l'étoile (bleu) et est due à des photons qui sont diffusés hors de la ligne de visée de l'observateur. Figure tirée de <http://www.bartol.udel.edu/~owocki/talks/Swarthmore/sld025.htm> et légèrement modifiée.

La composante d'absorption du profil P Cygni se forme lorsque les photons émis devant l'étoile sont diffusés par le vent hors de la ligne de visée de l'observateur. À cause de l'effet Doppler, cette absorption est distribuée sur l'intervalle de longueurs d'ondes décalés vers le bleu (de 0 à $-v_\infty$). La composante en émission, pour sa part, est causée par de l'émission distribuée de manière symétrique à travers les longueurs d'onde décalées vers le bleu et le rouge.

La structure en vitesse des vents, $v(r)$, allant de v_0 à v_∞ , joue un rôle crucial pour l'entraînement du vent des étoiles massives. Pour une atmosphère sans expansion, seuls les photons près de la longueur d'onde au repos d'une transition donnée interagissent avec les atomes. Ainsi, pour les raies fortes, tous les photons seraient absorbés par une région de l'atmosphère très proche de l'étoile et la force radiative serait très inefficace. Par contre pour

une atmosphère en expansion, le gradient de vitesse fait en sorte que les couches extérieures, voient la lumière en provenance de la photosphère décalée vers le rouge, car de leur point de vue, la photosphère s'éloigne. Ces couches reçoivent donc la radiation stellaire non-atténuée par les couches plus profondes.

Dans le cas des étoiles WR, le vent de ces étoiles résulte en une série de raies d'émission larges, qui sont le reflet d'un vent extrêmement puissant et dense. Ces raies se forment principalement dans les régions externes du vent. En fait, ces vents sont tellement denses, que même la profondeur optique unité pour le continu se trouve dans l'atmosphère en expansion, et donc on ne voit même pas l'étoile elle-même, seulement le vent. En d'autres mots, le vent est optiquement épais même dans le continu. La région de formation du continu et des raies est physiquement très étendue, de l'ordre de plusieurs fois le rayon de l'étoile (Crowther, 2007).

De l'évidence que les vents des étoiles WR sont inhomogènes a été mise en lumière par Moffat *et al.* (1988), par la détection de variabilités spectrales temporelles. Ces variabilités prennent la forme de petits sous-pics superposés aux profils des raies d'émission, qui se déplacent du centre de la raie vers l'extérieur, soit vers le bleu ou le rouge. On croit que ces sous-pics sont associés à des structures en densité à petite échelle dans le vent. La présence de telles structures semble être un effet universel dans le vent des étoiles chaudes et massives (Lépine et Moffat, 2008) et a comme conséquence de fausser l'estimation des taux de perte de masse d'une facteur $\approx 2 - 4$ dans les étoiles WR (Crowther, 2007) lorsque des diagnostics proportionnels au carré de la densité sont utilisés (e.g. raies de recombinaison, émission libre-libre du continu).

1.2. Structures à grande échelle

La venue du satellite IUE (International Ultraviolet Explorer) à la fin des années 70s a permis d'identifier dans la partie en absorption des profils P Cygni UV non-saturés de plusieurs raies spectrales d'étoiles O, la présence de composantes d'absorption discrètes (DACs), soit des augmentations de la profondeur optique sur une intervalle de longueur d'onde restreinte (e.g. Howarth et Prinja, 1989; Kaper *et al.*, 1996, 1999). Ces DACs migrent de leur emplacement de formation à basse vitesse vers l'aile bleue de la composante P Cygni en absorption, devenant plus étroites lorsqu'elles s'approchent de la vitesse terminale, v_∞ (Puls

et al., 2008). Ces composantes semblent réapparaître de manière périodique sur une échelle de temps cohérente avec la période de rotation de l'étoile. La présence de ces DACs est observée dans la plupart des étoiles O. Le fait que la variabilité soit corrélée avec la vitesse de rotation de l'étoile, la profondeur de l'absorption de ces DACs ainsi que le fait que ces DACs semblent se former à basses vitesses, nous indiquent que leur point d'origine est la base du vent (Massa et Prinja, 2015). Combiné au fait qu'elles s'étendent sur toute la région de formation des raies, ceci nous amène à conclure que ces composantes indiquent la présence de structures à grande échelle dans les vents ancrées à la surface de l'étoile (Cranmer et Owocki, 1996; Puls *et al.*, 2008).

Les structures à grande échelle sont donc des régions de sur (ou sous) densité s'étendant sur une large fraction du vent stellaire. On croit qu'elles apparaissent sous la forme de régions d'interaction en corotation (CIRs), qui se forment lorsque des écoulements de matière de vitesses et densités différentes entrent en collision à cause de la rotation de l'étoile. Ces CIRs ont d'abord été observées dans le vent solaire, où l'interaction entre des flux éjectés rapides et lents, crée une structure de forme spirale tournant avec l'étoile (Gosling et Pizzo, 1999). L'origine des CIRs dans le Soleil est connue : elle est due à des structures magnétiques à la surface du Soleil qui engendrent des flux de particules de vitesses différentes, souvent concentrés à basse latitude. Ces flux interagissent en raison de la rotation de l'étoile, créant une structure spirale. Par contre, pour ce qui est des étoiles massives, malgré le fait que l'on connaisse leur existence par la présence des DACs dans les profils P Cygni, l'origine de ces structures à grande échelle est encore un mystère. On croit que les perturbations à la base du vent responsables de leur formation pourraient être soit de nature magnétique ou dues à des pulsations non radiales.

Cranmer et Owocki (1996) ont été les premiers à développer des simulations hydrodynamiques du vent des étoiles O en rotation soumis à de telles perturbations. Leur modèle consistait en une perturbation du flux radiatif dans une région localisée à la base d'un vent en deux dimensions menant à une hausse ou une baisse de la force d'entraînement radiative du vent, soit l'équivalent d'une tache (brillante ou sombre) à la surface de l'étoile. Cette dernière est supposée gaussienne et l'accélération radiative est alors décrite par

$$g_r^{raies}(r, \psi) = g_0(r) \{1 + A\gamma(r) \exp[-(\psi - \psi_0)^2/\sigma^2]\}, \quad (1.2.1)$$

où g_0 est l'accélération de Sobolev du vent non perturbé, A est un paramètre d'amplitude sans dimensions prenant des valeurs entre -1 (taches sombres) et 1 (taches brillantes), ψ est la position azimutale avec ψ_0 , la position centrale de la tache, σ détermine sa largeur à mi-hauteur (définie par $\Phi = 2\sigma(\ln 2)^{1/2}$) et γ est un facteur qui décrit la taille relative de la tache par rapport à l'étoile en fonction de la distance r au centre de l'étoile. À de courtes distances radiales on ne voit que celle-ci, et donc $\gamma \rightarrow 1$ lorsque $r \rightarrow R_*$. Loin de l'étoile, la taille de la tache en comparaison à celle de l'étoile est petite et donc γ s'approche d'une petite valeur lorsque $r \rightarrow \infty$. Cette tache engendre un flux de particules ayant une vitesse différente de celle du vent non perturbé environnant, ce qui fait en sorte que ces flux de matière entrent en collision lorsque l'étoile tourne formant une structure complexe de forme spirale. Cette structure est présentée à la figure 1.2, où deux taches espacées de 180° ont été placées à la base du vent à la surface de l'étoile. Diverses structures spirales apparaissent, notamment une région de surdensité (III) juxtaposant la hausse en densité causée par la tache (I), et une région de raréfaction (IV), due à l'interaction entre les écoulement de matière à différents vitesses dans le vent. Une discontinuité dans le gradient de vitesse radiale se forme également en (V) et entre éventuellement en collision avec la zone de raréfaction à haute vitesse (grande distance radiale) pour finalement disparaître. Ces modèles prédisent la formation de composantes étroites en absorption superposées aux profils de raies P Cygni ayant un comportement similaire aux observations de DACs.

L'existence de telles structures à grande échelle dans les vents optiquement épais des étoiles WR a aussi été proposée. La variabilité des profils de raies d'émission se présentant sous la forme d'excès d'émission relativement larges et intenses superposés aux profils de raie et se déplaçant périodiquement d'un côté à l'autre de la raie (e.g. Chené et St-Louis, 2010). La figure 1.3 montre un exemple de ce genre de variations sous la forme d'un spectre dynamique des résiduels de la raie HeII $\lambda 5411$ par rapport au profil moyen pour l'étoile WR1. On peut voir la variation dans la position des excès d'émission en forme de «S» avec une période de 16.9 jours.

1.2.1. Modélisation polarimétrique des vents avec CIRs

Comme la présence de structures à grande échelle cause des asymétries dans les vents, un outil puissant pour les étudier est la polarimétrie. En effet, comme ce sont des milieux

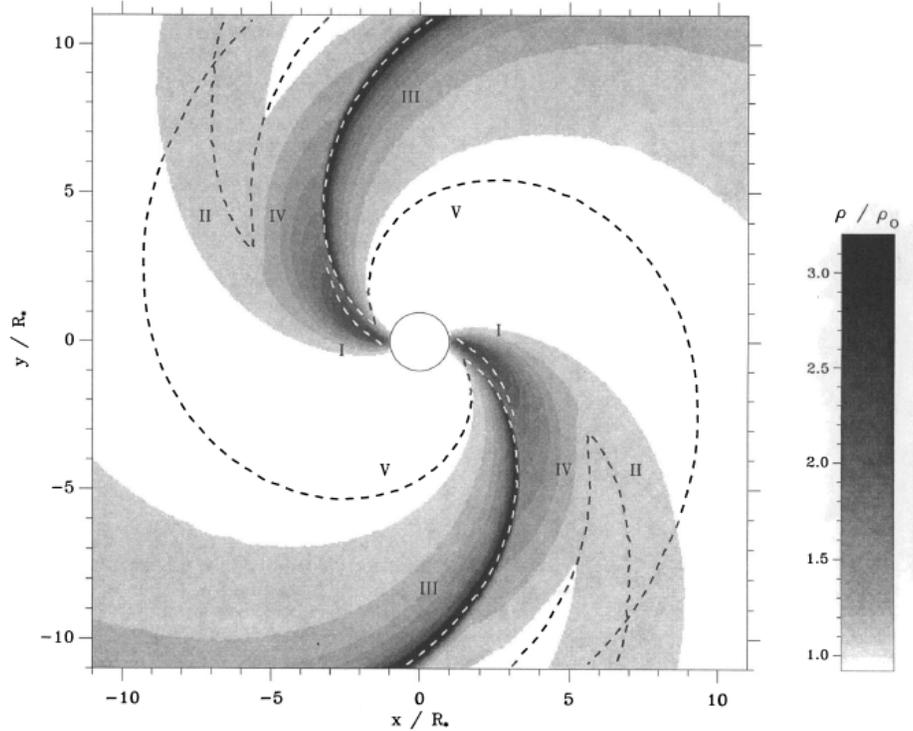


FIGURE 1.2. Figure tirée de Cranmer et Owocki (1996) illustrant la structure en densité du vent d’une étoile O résultant d’une simulation hydrodynamique où deux taches brillantes ont été placées à la base du vent sur des faces opposées de l’étoile. (I) est l’augmentation de densité due à la tache, (II) est appelé précurseur prograde, (III) est la compression du gaz du CIR, (IV) est la raréfaction du CIR et (V) est le «kink» radiatif-acoustique qui se forme dans le gradient de la vitesse radiale.

très chauds, ils contiennent une grande quantité d’électrons libres qui diffusent les photons, ce qui génèrent de la polarisation linéaire lorsque la symétrie sphérique est brisée (Ignace *et al.*, 2015). Le présence de CIRs, engendre de la variabilité polarimétrique temporelle qui découle du fait qu’à cause de la rotation de l’étoile nous regardons cette structure asymétrique sous différents points de vue. La nature des variations nous informe sur les caractéristiques physiques de ces structures.

La polarisation peut être représentée en terme des paramètres de Stokes, I représentant l’intensité, Q et U la polarisation linéaire et V la polarisation circulaire (Chandrasekhar, 1960). La convention pour les signes des différents paramètres de Stokes est présentée à la figure 1.4. Le paramètre V ne sera pas discuté dans ce travail puisque la diffusion électronique

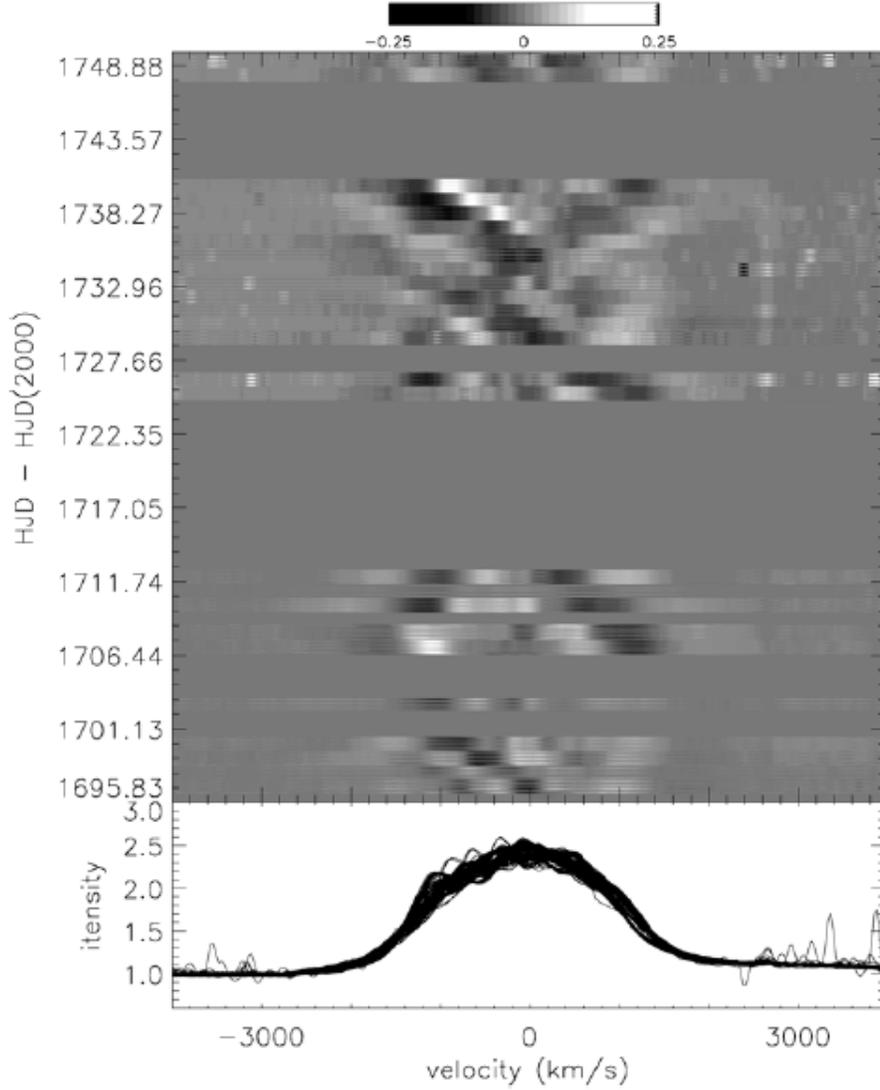


FIGURE 1.3. *Panneau du haut* : spectre dynamique des résidus (spectres individuels moins le spectre moyen) de la raie d’HeII λ 5411 pour l’étoile WR1. *Panneau du bas* : superposition de tous les spectres observés. Figure tirée de Chené et St-Louis (2010).

ne produit que de la polarisation linéaire. Le taux de polarisation linéaire totale est donné par

$$p = \frac{\sqrt{Q^2 + U^2}}{I} \quad (1.2.2)$$

et l’angle de polarisation ψ_p par

$$\tan 2\psi_p = \frac{U}{Q}. \quad (1.2.3)$$

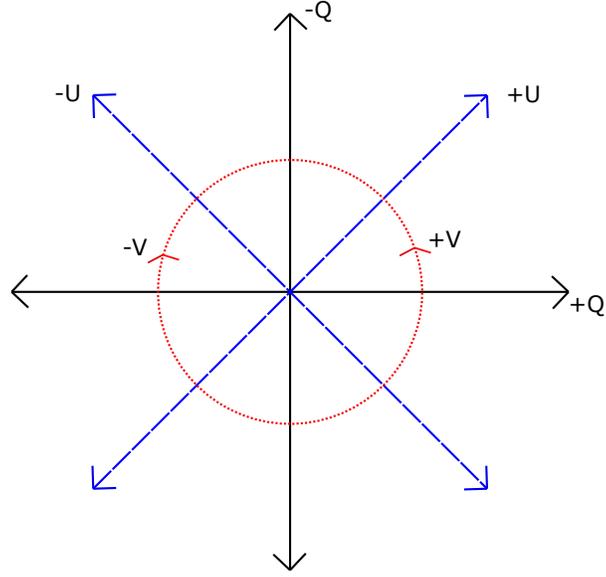


FIGURE 1.4. Illustration des diverses orientations des vecteurs de Stokes décrivant la polarisation linéaire (Q et U) et circulaire (V). Les lignes noires représentent les orientations de polarisation linéaire purement en Q (positif ou négatif), les lignes bleues orientées à 45° représente la polarisation linéaire purement décrite par le paramètre U et les cercles rouges la polarisation circulaire décrite par le paramètre V , soit droite ($-$) ou gauche ($+$), avec $Q = U = 0$.

1.2.2. Limite optiquement mince

Ignace *et al.* (2015) ont développé un modèle analytique pour décrire l'effet d'un ou plusieurs CIRs statiques dans le vent d'une étoile massive pour le cas où la diffusion électronique est optiquement mince. Ce modèle consiste en une description cinématique du CIR qui est représenté par une hausse de densité prenant la forme d'une spirale d'Archimède insérée dans un vent avec une symétrie sphérique. La variabilité temporelle vient du fait que lorsque l'étoile tourne, le point de vue de l'observateur change et la polarisation linéaire résultante varie. Une des simplifications de ce modèle est que la lumière provient uniquement de l'étoile ; la composante de lumière diffusée par l'enveloppe circumstellaire est négligée. Le CIR est décrit comme des segments de cônes décalés en phase lorsque la distance radiale augmente, selon l'équation d'une spirale d'Archimède.

La densité électronique en nombre dans un vent sphérique est donnée par

$$n_w = \frac{\dot{M}/\mu_e m_H}{4\pi R_*^2 v_\infty} \left[\frac{1}{\tilde{r}^2 w(\tilde{r})} \right] \equiv n_0 \tilde{r}^{-2} w^{-1}, \quad (1.2.4)$$

où \dot{M} est le taux de perte de masse du vent, μ_e est le nombre moyen d'électrons libres par nucléon, m_H est la masse de l'atome d'hydrogène, R_* est le rayon de l'étoile, v_∞ est la vitesse terminale du vent, $\tilde{r} = r/R_*$ la distance radiale normalisée au rayon de l'étoile, et $w(\tilde{r})$ est la vitesse du vent normalisée à la vitesse terminale, $v(\tilde{r})/v_\infty$, défini à partir de l'équation 1.1.2, comme

$$w(\tilde{r}) = \left(1 - \frac{b}{\tilde{r}} \right)^\gamma, \quad (1.2.5)$$

où γ est l'exposant de la loi β dans l'équation 1.1.2 et b est un paramètre sans dimensions relié à la vitesse à la base du vent, v_0 , dérivé de l'équation 1.1.3

$$b = 1 - \left(\frac{v_0}{v_\infty} \right)^{1/\gamma}. \quad (1.2.6)$$

Notons que le paramètre n_0 représente l'échelle de densité du vent, que l'on peut exprimer en fonction du paramètre d'échelle de la profondeur optique par

$$\tau_0 = n_0 \sigma_T R_*, \quad (1.2.7)$$

où $\sigma_T \approx 6.65 \times 10^{-29} \text{m}^2$ est la section efficace de Thomson. Ce paramètre peut aussi être exprimé en termes de la structure en densité du vent par

$$\rho_w = \frac{n_0 \mu_e m_H}{\omega \tilde{r}^2} = n_\omega \mu_e m_H. \quad (1.2.8)$$

La densité électronique dans le CIR s'écrit comme

$$n_c = (1 + \eta) n_w(\tilde{r}), \quad (1.2.9)$$

où η représente l'excès ou le déficit de densité dans le CIR par rapport à la densité du vent. $\eta = 0$ représente un CIR avec la même densité que le vent, donc aucun CIR.

Dans ce travail, nous adoptons $\gamma = 1$ et avec un angle d'ouverture du CIR β_0 , nous pouvons décrire le mouvement d'un CIR équatorial. Nous supposons que les éléments de fluide se propagent radialement dans le vent, mais que chaque élément de fluide émis à un même endroit sur la surface de l'étoile est décalé en phase dû à la rotation de l'étoile. Le CIR est donc décrit par une forme spirale, qui résulte du décalage successif des éléments de fluide, qui dépend de la vitesse radiale ω dans le vent. Nous pouvons donc écrire l'équation

du mouvement du centre d'un élément de fluide dans le référentiel en rotation de l'étoile comme

$$\frac{d\phi'}{dr} = \frac{1}{r} \left[\frac{v_\phi(r) - \omega r}{v_r} \right], \quad (1.2.10)$$

où ϕ' est la position azimutale autour de l'étoile mesurée à partir de la position de la tache, $v_\phi(r)$ est la vitesse azimutale en fonction du rayon r , ω est la vitesse angulaire et v_r est la vitesse radiale. Dans notre modèle, nous adoptons $v_\phi(r) = 0$ pour plus de simplicité. La solution de cette équation est alors

$$\phi' = -\frac{R_*}{r_0} \int_\xi^1 \frac{d\xi}{\xi^2 w(\xi)}, \quad (1.2.11)$$

où $\xi = 1/\tilde{r}$ et $r_0 = v_\infty/\omega$ est le rayon d'enroulement (*winding radius*). Pour un CIR situé à une latitude arbitraire θ_0 , l'équation du mouvement en fonction de $\Omega = r \sin \theta_0$ devient

$$\frac{d\phi'}{d\Omega} = -\frac{\omega}{v_r}, \quad (1.2.12)$$

qui résulte en une solution similaire :

$$\phi' = -\frac{R_*}{r_0} \sin \theta_0 \int_\xi^1 \frac{d\xi}{\xi^2 w(\xi)}. \quad (1.2.13)$$

Dans le référentiel de l'observateur, la position du centre de la spirale est donnée par

$$\phi = \phi_0 + \phi'(r) + \omega t, \quad (1.2.14)$$

où ϕ_0 correspond à la position initiale du centre de la tache. La solution de l'équation ci-dessus est finalement

$$\phi = \omega t + \phi_0 - \frac{R_* \sin \theta_0}{r_0} \left\{ \frac{1 - \xi}{\xi} + b \ln \left[\frac{w}{\xi w_0} \right] \right\}. \quad (1.2.15)$$

Chaque coupe à un rayon r à travers le CIR peut être assimilée à la section d'une cône et peut donc être décrite par les équations décrivant la polarisation d'une distribution axisymétrique de diffuseurs. La polarisation linéaire résultante pour le CIR est alors obtenue en intégrant sur tous les rayons (ξ), l'expression de la polarisation pour une telle distribution (Brown et McLean, 1977; Cassinelli *et al.*, 1987). On obtient :

$$\begin{aligned} q(t) &= \frac{3}{16} \eta \tau_0 \Lambda_0 \Gamma_q \\ u(t) &= \frac{3}{16} n_0 \eta \tau_0 \Lambda_0 \Gamma_u \end{aligned} \quad (1.2.16)$$

Ici, $\Lambda_0 = -\mu_0(1 - \mu_0^2)$ avec $\mu_0 = \cos \beta_0$ et les intégrales Γ sont

$$\begin{aligned}\Gamma_q &= \int_0^1 \frac{D(\xi)}{w(\xi)} \sin^2 i \cos 2\psi d\xi \\ \Gamma_u &= \int_0^1 \frac{D(\xi)}{w(\xi)} \sin^2 i \sin 2\psi d\xi\end{aligned}, \quad (1.2.17)$$

où $D(\xi)$ est un facteur qui corrige pour la nature non ponctuelle de l'étoile et qui a pour effet de diminuer la valeur de la polarisation. Ce facteur, appelé facteur de dilution (Cassinelli *et al.*, 1987), est donné par

$$D(\xi) = \sqrt{1 - \xi^2}. \quad (1.2.18)$$

À l'aide de la trigonométrie sphérique, on peut relier les variables associées à l'observateur (i, ψ) à celles reliées à l'étoile (ϕ, θ_0, i_0) :

$$\begin{aligned}\sin^2 i \cos 2\psi &= \sin^2 \theta_0 \sin^2 \phi - (\cos \theta_0 \sin i_0 - \cos i_0 \sin \theta_0 \cos \phi)^2 \\ \sin^2 i \sin 2\psi &= \sin i_0 \sin 2\theta_0 \sin \phi - \cos i_0 \sin^2 \theta_0 \sin 2\phi\end{aligned}, \quad (1.2.19)$$

où θ_0 est la colatitude d'origine du CIR, ψ est l'orientation de l'axe de l'étoile dans le plan du ciel, i est l'inclinaison de l'axe de rotation de l'étoile le long de la ligne de visée, ϕ est décrit par l'équation 1.2.15, et $i_0 = \pi/2 - i$. Des exemples de courbes de polarisation résultantes sont présentés à la figure 1.5.

1.2.3. Limite optiquement épaisse

St-Louis *et al.* (2018) ont présenté une modification du modèle décrit dans la section précédente pour la limite optiquement épaisse de la diffusion électronique. Un vent optiquement épais dans le continu est un vent où la surface de l'étoile n'est pas visible. Les étoiles qui possèdent un tel vent sont les étoiles WR et les étoiles variables lumineuses bleues (LBV) dont les vents sont très denses. La modification consiste à simplement combiner le modèle optiquement mince avec une approche «noyau-halo» où une définition est adoptée pour le rayon de la pseudo-photosphère du vent (rayon R_{ph}) au delà duquel le vent peut être considéré comme «optiquement mince». Ce nouveau rayon remplacera le rayon de l'étoile du modèle optiquement mince avec une exception ; le CIR va tout de même prendre naissance à la surface de l'étoile et non à R_{ph} . En conséquence, le CIR qui apparaîtra à la pseudo-photosphère sera décalé vers les phases négatives, tout dépendant de sa courbure.

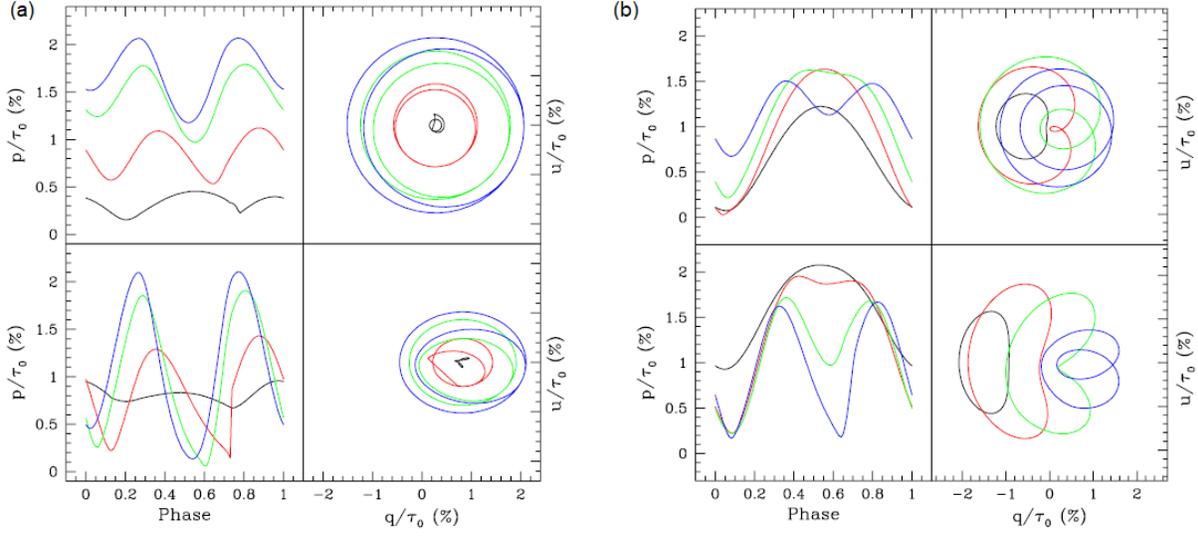


FIGURE 1.5. Exemples de courbes de polarisation, tirées de Ignace *et al.* (2015), résultant des équations 1.2.16 (a) pour différents rayons d’enroulement r_0/R_* et (b) pour différentes colatitudes des CIRs (b). Pour chaque figure, les courbes du haut sont pour une inclinaison de l’étoile le long de la ligne de visée de $i = 30^\circ$ et les courbes du bas sont pour une inclinaison de $i = 60^\circ$. Pour (a), $r_0/R_* = 1$ (noir), 3 (rouge), 9 (vert), 27 (bleu). Pour (b), $\theta = 20^\circ$ (noir), 40° (rouge), 60° (vert), 80° (bleu).

Le premier changement dans le modèle fut de renormaliser les valeurs de $\xi \rightarrow R_{ph}/r$, où R_{ph} est maintenant le rayon de la pseudo-photosphère au lieu de celui de l’étoile. L’équation 1.2.5 pour la vitesse est ensuite modifiée et devient

$$w(\xi) = (1 - b_{ph}\xi), \quad (1.2.20)$$

où $b_{ph} = bR_*/R_{ph}$. La solution de l’équation de mouvement devient alors

$$\phi = \omega t + \phi_0 - \frac{R_{ph} \sin \theta_0}{r_0} \left\{ \frac{1 - \xi}{\xi} + b_{ph} \ln \left[\frac{w}{\xi w_{ph}} \right] \right\}, \quad (1.2.21)$$

où $w_{ph} = 1 - b_{ph}$, est la vitesse à la base de la pseudo-photosphère. Pour compléter la modification au modèle, une définition doit être établie pour R_{ph} qui est lié à la profondeur optique de la diffusion électronique intégrée sur la ligne de visée telle que $\tau_{es} = 1$. En d’autres mots

$$\tau_{es} = 1 = \int_{R_{ph}}^{\infty} n_e(r) \sigma_T dr, \quad (1.2.22)$$

où n_e est la densité électronique en nombre. Nous adoptons ici la simplification que l'ionisation du vent est fixe. En utilisant l'expression pour la densité électronique donnée par l'équation 1.2.4, l'équation pour R_{ph} devient

$$R_{ph} = \frac{n_0 \sigma_T R_*^2}{b_{ph}} \left[\ln \left(\frac{1}{1 - b_{ph}} \right) \right]. \quad (1.2.23)$$

Les équations 1.2.16 et 1.2.17 sont donc réécrites en fonction de R_{ph} et les intégrales ne donnent pas les mêmes résultats puisqu'elles se font non pas à partir de la surface de l'étoile, mais à partir du rayon de la pseudo-photosphère du vent, R_{ph} .

St-Louis *et al.* (2018) ont utilisé ce modèle avec deux CIRs pour explorer l'espace des paramètres des différentes propriétés des CIRs telles que leur angle d'ouverture, β_0 , leur séparation en ϕ , leur colatitude θ_0 et leur contraste en densité η . Ils ont également utilisé leur modèle pour ajuster des courbes de polarisation linéaire théoriques simultanément en q ($\equiv Q/I$) et u ($\equiv U/I$) à des observations de l'étoile WR6 obtenues à 13 époques différentes, en utilisant un algorithme de minimisation des moindres carrés non-linéaire de Levenberg-Marquardt. Certains paramètres physiques du vent furent adoptés et d'autres déterminés par l'ajustement des courbes. Ils ont obtenu une inclinaison de l'étoile de 166° et une orientation de l'axe de l'étoile dans le plan du ciel de 63° , de manière cohérente pour toutes les séries d'observations, malgré l'allure changeante des courbes de polarisation d'une époque à l'autre. Ces variations sont dues au fait que les CIRs se trouvaient à des longitudes différentes selon l'époque d'observation.

Ces modèles analytiques peuvent être comparés à un autre modèle, utilisant une approche différente, ce qui était le but de ce travail. Dans le prochain chapitre, un modèle statistique de vent stellaire incluant des CIRs basé sur des simulations Monte Carlo est décrit.

Chapitre 2

Transfert radiatif par simulations Monte Carlo

La méthode Monte Carlo est une approche statistique utilisant un générateur de nombres aléatoires (ou «pseudo-aléatoires», voir Section 2.1) pour échantillonner un grand nombre d'événements individuellement qui, collectivement, permet de trouver une solution à un problème donné. Cette méthode stochastique nous permet de simuler des systèmes complexes qui sont impossibles à résoudre de manière analytique, ou de simplement vérifier statistiquement un résultat obtenu de manière analytique.

La première instance connue de l'utilisation d'événements aléatoires pour trouver la solution à un problème est le fameux problème de «l'aiguille de Buffon» qui fut étudié par Georges-Louis LeClerc, Comte de Buffon au 18^e siècle. Le problème est posé ainsi : supposons un plancher avec des lignes parallèles séparées d'une distance l et prenons une aiguille de la même taille que cette séparation. Lançons aléatoirement cette aiguille sur ce plancher. La probabilité que cette aiguille intersecte une des lignes parallèles lorsqu'elle atterrit est de $2/\pi$ (Harrison *et al.*, 2010). Le résultat varie selon la longueur de l'aiguille par rapport à la distance entre les lignes du plancher, mais il est toujours d'une façon ou d'une autre relié au nombre π . Une illustration de cette expérience est présentée à la figure 2.1.

La première utilisation du terme «Monte Carlo» a été faite par Stanislaw Ulam et John von Neumann comme nom de code dans les années 1940 pour l'étude de la diffusion de neutrons dans un matériel fissile (Hammersley, 2013; Whitney, 2011; Harrison *et al.*, 2010). L'instauration des méthodes de base utilisées dans les simulations Monte Carlo a eu lieu, à cette époque, dans le cadre du développement de l'étude de problèmes liés aux armes nucléaires (Harrison *et al.*, 2010).



FIGURE 2.1. Visualisation du problème de «l'aiguille de Buffon». Pour des aiguilles de même longueur que la distance entre les lignes du plancher, la valeur de π est donnée à un facteur 2 près, par l'inverse du rapport entre nombre d'aiguilles intersectant une ligne, X , et le nombre total d'aiguilles N : $\pi = 2N/X$. Figure tirée de Harrison *et al.* (2010)

Les concepts développés lors de cette étude Monte Carlo pour modéliser le transport de neutrons sont également applicables pour le transport de photons, malgré le fait que dans un cas la particule a une masse et dans l'autre elle n'en a pas. En effet, les lois décrivant la diffusion des photons sont similaires à celles pour les neutrons. On retrouve des résultats analogues pour les collisions de neutrons et pour les collisions photon-électron, malgré que les processus physiques soient différents (Carter et Cashwell, 1975).

Le transport de photons est à la base du transfert radiatif par simulation Monte Carlo (MCRT). Le MCRT suit des paquets d'énergie photoniques individuels dont le parcours est une marche aléatoire à travers un milieu quelconque, par exemple de la poussière, une atmosphère stellaire, ou dans notre cas, un vent stellaire. Le trajet des paquets de photons est suivi dans le milieu à travers lequel ils sont diffusés, jusqu'à ce que l'on considère qu'ils en sont "sortis". Le résultat cumulatif de tous les photons qui se sont échappés représente la luminosité de l'étoile (voir section 2.3 pour plus de détails). La nécessité de développer une méthode statistique au problème de transfert radiatif s'est manifestée lorsqu'est venu le temps d'étudier des géométries d'atmosphères ou de vents plus complexes en trois dimensions ou

de traiter des raies spectrales multiples (e.g. Abbott et Lucy, 1985; Hillier, 1991). Il s'agit de problèmes pour lesquelles il n'y a pas nécessairement de solution analytique ou une équation différentielle numérique qui peut être résolue facilement, ou encore un problème qui nécessite le traitement de trop de variables simultanément.

Dans ce chapitre, nous décrirons le code Monte Carlo utilisé dans le cadre de ce projet. La section 2.1 décrira le générateur de nombres pseudo-aléatoires, central au code Monte Carlo. La section 2.2 décrira la grille utilisée pour décrire la structure en densité du système étoile-vent-CIR. La section 2.3 décrira la marche aléatoire des photons et expliquera comment ils sont diffusés et placés ensuite dans des «bins» individuels pour nous donner un résultat global que l'on pourra analyser par la suite. On conclura ce chapitre à la section 2.4 avec un bref résumé du modèle utilisé pour les simulations.

2.1. Générateur de nombres pseudo-aléatoires

Notre code nécessite l'utilisation d'un générateur de nombres aléatoires. Or, il n'est pas possible de construire un générateur de nombres purement aléatoires à l'aide d'une machine déterministe comme un ordinateur. Cependant, reste qu'il s'agit de la méthode la plus efficace, car se fier sur des sources extérieures pour produire des nombres purement aléatoires, comme par exemple la lecture de temps de désintégration d'un atome instable, est plus complexe et coûte cher en temps de calcul. Or, nous devons trouver une façon de générer une distribution de nombres qui simulent le plus possible une distribution purement aléatoire afin d'obtenir des simulations Monte Carlo fiables.

Ceci est le but d'un générateur de nombres pseudo-aléatoires. Il y en existe plusieurs types qui utilisent différents algorithmes logiques et arithmétiques pour générer des distributions de nombres uniformes entre 0 et 1. Puisque ces méthodes sont purement déterministes, il est possible de produire deux simulations avec la même série de nombres pseudo-aléatoires si nous initialisons à chaque fois le générateur à des valeurs identiques. Ceci se fait à l'aide d'un nombre d'amorce, ou «seed» de départ, soit un nombre quelconque que l'on fournit au code. Ceci peut s'avérer être un avantage car, nous sommes alors en mesure de reproduire des simulations sous les mêmes conditions et de «déboguer» le programme. Cependant si nous voulons étudier un phénomène quelconque comme le comportement du bruit numérique par exemple, nous devons nous assurer de choisir des «seeds» différents pour chaque simulation.

Chaque générateur a aussi une période après laquelle il commence à répéter les séquences de nombres ; nous devons alors nous assurer de choisir un générateur avec une période assez longue pour éviter les erreurs systématiques. Il existe plusieurs tests statistiques établis pour déterminer la qualité d'un générateur, comme ceux dits de «Dieharder» qui incluent les tests originaux de «Diehard» décrits dans Marsaglia et Tsang (2002) et dans Marsaglia et Zaman (1993), ou encore les tests TestU01 décrit dans L'Ecuyer et Simard (2007).

Le générateur de nombres aléatoires utilisé dans nos simulations est le code `ran.h` tiré de Press *et al.* (2007), un générateur avec une période de $\sim 3.138 \times 10^{57}$.

2.2. Grille du vent stellaire

Nous devons d'abord établir un milieu discrétisé à travers lequel les photons voyageront. Une grille représentant notre vent stellaire doit donc être construite, chaque cellule contenant de l'information sur la densité du milieu ainsi que sa position par rapport au centre de l'étoile. Puisque nous traitons d'abord un vent sphérique, nous avons distribué les cellules selon des coordonnées sphériques (r, θ, ϕ) . Les cellules en θ et ϕ sont espacées également tandis que les cellules en r sont espacées de telle sorte que les cellules plus éloignées de l'étoile sont plus grandes. La raison de ce choix est que pour ce travail nous avons adopté comme loi de vitesse une loi beta avec $\beta = 1$ ($v(r) = v_\infty (1 - \frac{bR_*}{r})$). Lorsque la vitesse terminale est atteinte, la densité décroît comme $1/r^2$ car $\dot{M} = 4\pi r^2 \rho(r) v_\infty$ par l'équation de continuité. Les changements en densité deviennent donc moins grands lorsque l'on s'éloigne de l'étoile. Comme les cellules très lointaines sont des régions de densité pratiquement constante, il n'est pas nécessaire qu'elles soient aussi petites que celles proches de l'étoile.

Pour ce qui est du CIR, nous nécessitons une précision plus grande afin de bien le résoudre. Pour ce faire, une sous-grille a été créée pour chaque cellule qui contient une partie du CIR. Une visualisation de cette sous-grille est présentée à la figure 2.2, où les parties en jaune représentent l'étoile et les parties en orange représentent le vent (claire) et la surdensité (foncée). La densité dans les cellules oranges claires est donnée par l'équation 1.2.8, où r est le point milieu de la cellule. Pour les cellules contenant un ou plusieurs CIRs, la densité dans la cellule est donnée par

$$\rho_{cell} = \rho_{wind} \left(1 + \sum_{CIRs} \eta \right), \quad (2.2.1)$$

où ρ_{wind} est la densité de base dans le vent sphérique et η est défini à l'équation 1.2.9.

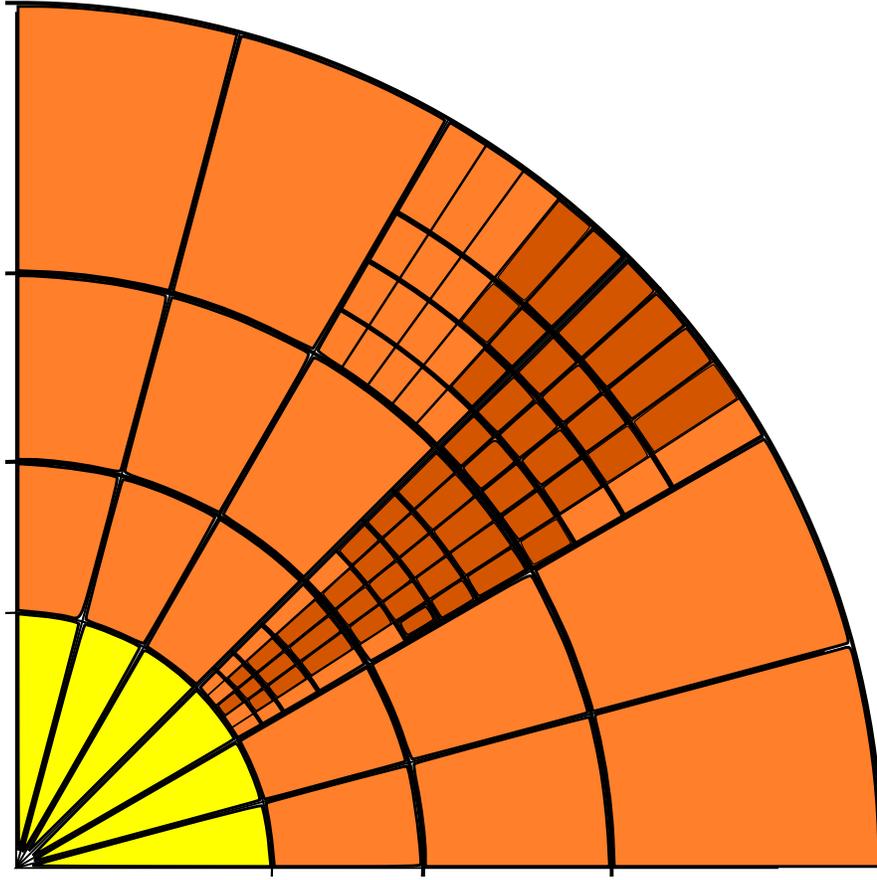


FIGURE 2.2. Schéma représentant une tranche 2D du milieu discrétisé utilisé dans notre modèle pour un système étoile(jaune)-vent(orange) séparé en différentes cellules (r,θ) (pas à l'échelle). On remarque que les cellules contenant le CIR (orange foncé) contiennent une sous-grille produisant une meilleure résolution pour le CIR.

2.3. Le trajet des photons

Pour simuler le trajet des photons, nous devons d'abord spécifier ce que nous considérons comme un photon dans notre simulation. Dans ce travail, on considère le mouvement de paquets d'énergie photoniques, que nous appellerons à partir de maintenant «photons». Chaque photon possède une énergie, dE_ν , bien définie, une fréquence ν , une direction de propagation, un taux de polarisation linéaire et une intensité spécifique, I_ν , reliée à l'énergie par $I_\nu \cos \theta dA dt d\nu d\Omega = dE_\nu$. Ici dE_ν est l'énergie à la fréquence ν qui est émise à un angle θ de la normale d'une surface avec une aire dA dans un angle solide $d\Omega$ sur un temps dt . D'autres paramètres ou drapeaux numériques pertinents à notre étude sont aussi associés

aux photons. Les photons commencent leur trajet à la source, où ils sont émis uniformément sur la photosphère de l'étoile et dans des directions aléatoires. Dans le cas où nous incluons des taches à la base de nos CIRs, nous utilisons une distribution de probabilité d'émission à la surface de l'étoile, plus grande dans la région où se trouve la tache.

Pour traiter le cas 3D de l'émission uniforme de photons à la surface d'une étoile sphérique, nous utilisons une méthode de rejet pour générer des points (x,y,z) à l'intérieur d'une sphère de rayon unité. Plus précisément, une position aléatoire en coordonnées cartésiennes (x,y,z) est générée entre les valeurs -1 et 1 pour chaque direction spatiale, en d'autre mot un point parmi une distribution uniforme à l'intérieur d'un cube, et nous calculons la distance de ce point à la position centrale $(0,0,0)$. Si la distance est plus grande que 1 , c'est-à-dire à l'extérieur d'une sphère de rayon unitaire, la position est rejetée et une nouvelle position est générée. Si la distance est plus petite que 1 , nous normalisons le vecteur position allant de $(0,0,0)$ à (x,y,z) pour qu'il ait une norme de 1 . En autres mots, nous ramenons le point à la surface de la sphère de rayon unitaire. Ce processus, multiplié plusieurs fois, résulte en une distribution uniforme de photons émis à la surface de l'étoile.

Dans le cas d'une distribution de probabilité non uniforme à la surface de l'étoile due à la présence d'une tache, nous n'avons qu'à ajouter quelques étapes à l'algorithme. Puisque chaque point à la surface de l'étoile n'a plus nécessairement le même flux, nous devons tout d'abord calculer le flux maximal. Nous divisons ensuite le flux en chaque point sur l'étoile par ce flux maximal. Nous obtenons alors une valeur de flux entre 0 et 1 pour chaque point de l'étoile. Cette valeur représente la probabilité relative par unité de surface pour l'émission d'un photon à ce point, F_{phot} (entre 0 et 1). Nous utilisons ensuite encore une fois la même méthode de rejet décrite ci-dessus pour générer un photon à la surface de l'étoile. Nous générons un nombre aléatoire ξ entre 0 et 1 et si $\xi \leq F_{phot}$ en ce point, le photon est émis, sinon, il est rejeté.

Lors de l'émission du photon, nous devons également déterminer une direction de propagation, ce qui marque le début de son trajet à travers le vent. La première étape pour le photon est une émission dans une direction aléatoire. Pour déterminer cette direction, nous avons besoin de la fonction de distribution de probabilité, ou PDF. Dans un milieu uniforme,

la probabilité que le photon voyage une distance donnée correspondant à une profondeur optique τ sans interaction est donnée par (Whitney, 2011) :

$$p(\tau)d\tau = e^{-\tau} d\tau, \quad (2.3.1)$$

où $e^{-\tau}$ est notre PDF. La distribution cumulative de probabilité, quant à elle, ou CPD (Whitney, 2011; Duderstadt et Martin, 1979) est donnée par :

$$P(\tau) = \frac{\int_0^\tau p(\tau')d\tau'}{\int_0^\infty p(\tau')d\tau'} = \frac{\int_0^\tau e^{-\tau'} d\tau'}{\int_0^\infty e^{-\tau'} d\tau'} = 1 - e^{-\tau}. \quad (2.3.2)$$

Il a été montré que pour une PDF donnée, $p(x)$, les valeurs correspondantes de la CPD, $P(x)$, sont distribuées uniformément (Duderstadt et Martin, 1979). En prenant alors $P(x)$ comme un nombre aléatoire, ξ , choisi d'une distribution uniforme entre 0 et 1, et en inversant l'équation 2.3.2, nous obtenons :

$$\tau = -\ln(1 - \xi). \quad (2.3.3)$$

Le photon se déplace alors sur une profondeur optique τ déterminée par l'équation 2.3.3. Il subit ensuite une diffusion électronique (voir Section 2.3.2) et le processus recommence. Notons que l'équation 2.3.3 n'est valide que pour une densité constante. C'est-à-dire que lors d'un déplacement donné, si le photon croise un des murs de la cellule et se trouve dans une cellule de densité différente, le photon n'est pas diffusé et il conserve sa direction de voyage. Le photon parcourt alors une nouvelle distance correspondant à une profondeur optique τ , mais en utilisant la densité dans cette nouvelle cellule. Notons que l'absorption de photons n'est pas traitée dans notre simulation car nous supposons que la diffusion électronique est la source dominante d'opacité. Nous répétons ce processus jusqu'à ce que le photon s'échappe du vent. Dans ce travail, nous supposons que ceci se produit à $r = 100 R_*$. À ce moment, le photon est placé dans un bin d'observation en (θ, ϕ) (plus de détails à la Section 2.3.4). Nous répétons ensuite tout le processus pour un nouveau photon. Une visualisation du trajet d'un photon est présentée à la figure 2.3. Examinons ces étapes en un peu plus de détails.

2.3.1. Polarisation et vecteurs de Stokes

Chaque photon contient de l'information sur son intensité et sa polarisation qui est définie par l'orientation de son champ électrique. La polarisation est représentée par les vecteurs de Stokes, définis dans Chandrasekhar (1960). Ces vecteurs contiennent 4 éléments : $I(\theta, \phi)$ pour l'intensité, $Q(\theta, \phi)$ et $U(\theta, \phi)$ pour la polarisation linéaire, et $V(\theta, \phi)$ pour la polarisation

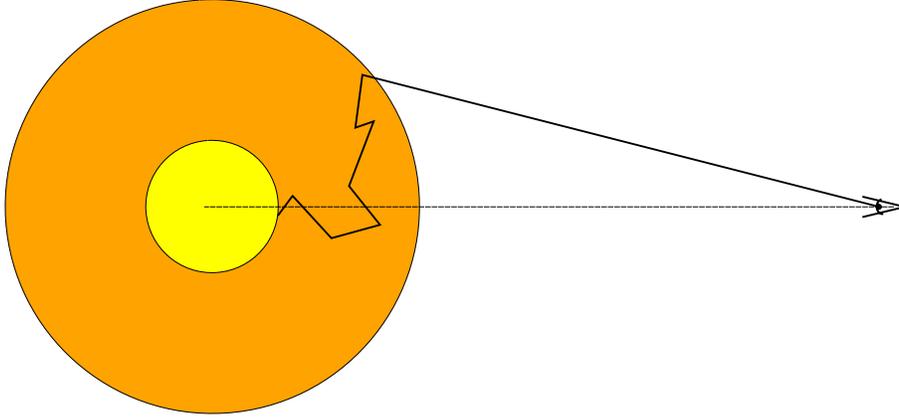


FIGURE 2.3. Exemple d'une marche aléatoire d'un photon (trajet noir) originant de la photosphère d'une étoile (jaune) à travers un vent stellaire (orange) et qui en sort dans la direction d'un observateur (œil).

circulaire. La figure 1.4 illustre la convention des signes pour les différentes orientations des vecteurs de Stokes pour la polarisation linéaire et les sens de rotation pour la polarisation circulaire. L'orientation du champ électrique dépend évidemment du point de vue de l'observateur qui s'exprime dans son référentiel en terme de (θ, ϕ) . Le vecteur de Stokes \mathbf{S} est représenté par (Whitney, 2011) :

$$\mathbf{S}(\theta, \phi) = [I(\theta, \phi), Q(\theta, \phi), U(\theta, \phi), V(\theta, \phi)]. \quad (2.3.4)$$

Chaque photon émis par l'étoile est d'abord considéré comme non-polarisé, soit $\mathbf{S} = (1, 0, 0, 0)$. Comme la polarisation est définie dans le référentiel de l'observateur, il faut faire subir au référentiel une rotation vers la direction de propagation du photon, i_1 , avant de lui faire subir une diffusion, en utilisant la matrice de Mueller (Code et Whitney, 1995) suivante

$$\mathbf{L}(\psi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\psi & \sin 2\psi & 0 \\ 0 & -\sin 2\psi & \cos 2\psi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.3.5)$$

Cette rotation se fait sur un angle $-i_1$, soit l'angle entre la direction de propagation du photon dans le référentiel de l'observateur et celui de l'étoile (voir figure 2.4). Nous devons ensuite appliquer la matrice de diffusion dans ce référentiel pour un angle Θ entre la direction initiale de propagation du photon et sa direction de propagation après la diffusion. Les éléments de

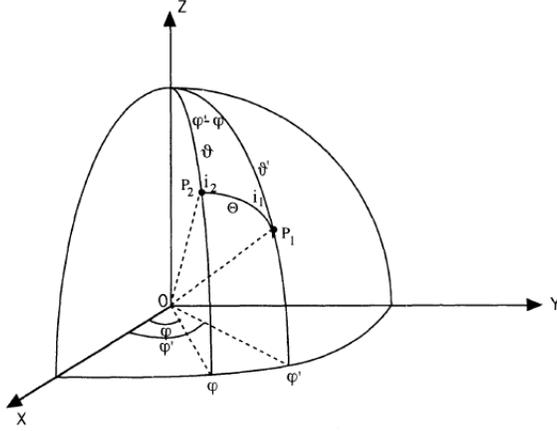


FIGURE 2.4. Figure tirée de Code et Whitney (1995) représentant la diffusion d'un photon se propageant initialement dans la direction P_1 vers la direction P_2 , avec un angle de diffusion Θ et un angle de rotation du plan de diffusion i_1 du plan OP_1Z au plan OP_1P_2 .

cette matrice dépendent du type de diffusion, soit par exemple la diffusion électronique ou par la poussière et s'exprime en fonction des éléments R_1, R_2, R_3 et R_4 par (Code et Whitney, 1995)

$$R(\Theta) = a \begin{bmatrix} R_1 & R_2 & 0 & 0 \\ R_2 & R_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_3 & -R_4 \\ 0 & 0 & R_4 & R_3 \end{bmatrix}. \quad (2.3.6)$$

Dans le cas d'une diffusion unique, nous faisons alors subir au référentiel une autre rotation à l'aide de la matrice \mathbf{L} , cette fois-ci d'un angle $\pi - i_2$ (voir figure 2.4) pour ramener le vecteur dans le référentiel de l'observateur et pour pouvoir mesurer la polarisation. Le vecteur de Stokes résultant s'exprime comme

$$\mathbf{S} = \mathbf{L}(\pi - i_2)\mathbf{R}(\Theta)\mathbf{L}(-i_1)\mathbf{S}'. \quad (2.3.7)$$

où \mathbf{S}' est le vecteur de Stokes avant la diffusion, et \mathbf{S} le vecteur résultant. Dans le cas de diffusions multiples, on ne fera subir au photon la dernière rotation vers le référentiel de l'observateur que lorsque le photon sortira du vent.

2.3.2. Diffusion électronique de Thomson

Puisque dans ce travail nous traitons seulement la diffusion électronique de Thomson, nous utilisons pour les éléments de la matrice de diffusion de Rayleigh les paramètres suivants :

$$\begin{aligned}
 a &= 3/4, \\
 R_1 &= \cos^2 \Theta + 1, \\
 R_2 &= \cos^2 \Theta - 1, \\
 R_3 &= 2 \cos \Theta, \\
 R_4 &= 0.
 \end{aligned}
 \tag{2.3.8}$$

Pour déterminer l'angle de diffusion aléatoire du photon, nous utilisons une méthode de rejet similaire à celle décrite précédemment pour générer des photons uniformément à la surface de l'étoile (Section 2.3). Nous tirons une position aléatoire d'une distribution uniforme de points à l'intérieur d'un cube avec côtés $(-1,1)$ et nous normalisons ensuite le vecteur à 1 pour obtenir une distribution uniforme en i_1 et $\cos \Theta$. Nous évaluons ensuite la composante I du vecteur de Stokes \mathbf{S} du photon après sa diffusion par (Whitney, 2011)

$$I = R_1 I' + R_2 \cos(2i_1) Q' - R_2 \sin(2i_1) U'. \tag{2.3.9}$$

Ceci constitue notre PDF. Notons que ici, I peut atteindre une valeur maximale de 2. Ceci signifie que la condition de rejet pour I pour cet angle $(i_1, \cos \Theta)$ est $\xi \leq I/2$, sinon on doit tirer d'autres angles. À la fin, nous normalisons le vecteur de Stokes à $I = 1$.

2.3.3. Méthode «Peel-off»

Une méthode utile pour augmenter le rapport signal-sur-bruit est celle dite du «peel-off», dans laquelle à chaque interaction, un photon virtuel est émis dans la direction de chaque observateur que l'on choisit de définir. Chacun de ces photons virtuels, contribuera à l'intensité et à la polarisation observée par ce dernier. Ces photons virtuels ont un poids qui dépend de la probabilité qu'ils ont d'être diffusés dans une direction donnée et de la probabilité qu'ils s'échappent (e.g. Yusef-Zadeh *et al.*, 1984; Whitney, 2011). Un nouveau photon virtuel est émis à chaque fois qu'un photon réel est soit émis ou diffusé (voir Figure 2.5). Ceci est un peu l'inverse de ce que nous faisons avec l'échantillonnage de nombres aléatoires. Au

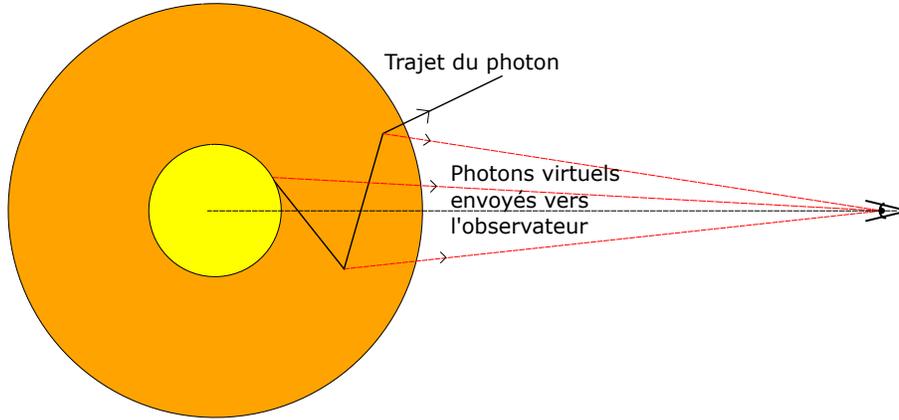


FIGURE 2.5. Visualisation de la méthode du «peel-off». Un photon réel suit un trajet dans le vent (noir) et à chaque interaction, il émet un photon virtuel vers un observateur donné (rouge).

lieu d'utiliser la probabilité pour déterminer un angle de diffusion et une distance de trajet aléatoire, nous forçons la diffusion et la direction de trajet et nous déterminons la probabilité que cet événement se produise.

2.3.4. «Binning» des photons

Chaque photon, virtuel et réel, doit être placé dans des «bins» à la fin de leur voyage, dépendant de leur angle de sortie, afin de produire un histogramme de flux selon les différents angles.

Pour les photons réels, nous utilisons des «bins» uniforme en $\mu = \cos \theta$ et en ϕ . Il faut tenir compte du fait que le nombre de «bins» ainsi que leur espacement affectera la précision des résultats. S'il y en a un trop grand nombre, le nombre de photons par «bin» sera très petit, et le bruit sera très élevé. Par contre, s'il n'y en a pas suffisamment, la résolution de l'histogramme de sortie ne sera pas assez élevée.

Pour les photons virtuels nous disposons de plus de liberté. Chaque photon virtuel produit est forcé à se déplacer dans la direction de chaque observateur choisi. Nous pouvons donc adopter n'importe quelle série de «bins» selon nos besoins. Pour notre étude de CIRs dans le vent d'étoiles massives, puisque notre vent est considéré comme statique, nous pouvons simuler la rotation en prenant une série d'observateurs à différents angles ϕ pour une

inclinaison i donnée. Ces différents angles ϕ correspondent à nos différentes phases de rotation de l'étoile ce qui nous permet d'obtenir l'intensité et la polarisation pour une étoile en rotation.

2.4. Modélisation du vent d'une étoile massive

Résumons finalement ce que nous modélisons dans notre simulation Monte Carlo. Nous prenons d'abord un vent stellaire sphérique, qui ne varie pas dans le temps dans lequel nous plaçons un ou plusieurs CIRs qui prennent la forme d'une spirale de matière plus dense que le vent ainsi que des taches lumineuses dont l'intensité est de forme gaussienne qui sont associées aux CIRs à la base du vent. Ce vent est représenté par une grille en (r, θ, ϕ) , où les cellules contenant le CIR sont divisées en une sous-grille afin d'obtenir une meilleure résolution. L'ensemble des photons, qui individuellement contiennent de l'information sur l'intensité et la polarisation, produisent un résultat global pour un observateur situé à un angle (θ, ϕ) donné. Puisque nous traitons un vent chaud et donc hautement ionisé, la diffusion électronique domine l'opacité du continu. Nous pouvons donc négliger toutes autres interactions et utiliser une approche monochromatique pour notre simulation. Le vent étant statique, nous définissons une série d'observateurs à différents angles ϕ pour simuler la rotation de l'étoile.

Ce premier modèle nous donne une base solide pour pouvoir dans le futur construire des grilles avec des géométries plus complexes, soit en densité ou en vitesse.

Chapitre 3

Monte Carlo Simulations of Polarimetric and Light Variability from Corotating Interaction Regions in Hot Stellar Winds

par

Danny Carlos-Leblanc¹, Nicole St-Louis¹, Jon Bjorkman² et Richard Ignace³

- (¹) Département de Physique, Université de Montréal, C.P. 6128, Succ. Centre-Ville, Montréal, Québec H3C 3J7, Canada
- (²) Ritter Observatory, Department of Physics & Astronomy, University of Toledo, 2801 W. Bancroft, Toledo, OH 43606-3390, USA
- (³) Department of Physics & Astronomy, East Tennessee State University, Johnson City, TN 37614, USA

Cet article a été soumis à la revue «Monthly Notices of the Royal Astronomical Society».

Contributions de Danny Carlos-Leblanc et rôle joué par les coauteurs

Les principales contributions de Danny Carlos-Leblanc sont les suivantes :

- Modification du code Monte Carlo pour modéliser un vent sphérique dans lequel on peut inclure un ou des CIRs ainsi qu'une tache à la base des CIRs ;
- Parallélisation du code ;
- Calculs de toutes les simulations Monte Carlo ;
- Créations de toutes les figures et écriture principale de l'article.

Nicole St-Louis a suggéré plusieurs tests et a aidé pour l'écriture de l'article et l'interprétation des résultats. Elle était également auteur/coauteur pour les articles décrivant les modèles analytiques. Jon Bjorkman est le créateur du code Monte Carlo de base qui a été modifié pour les besoins de ce projet et a suggéré plusieurs tests pour la validation des résultats comme par exemple le test de linéarité. Richard Ignace a aidé dans l'interprétation des résultats, principalement pour les différences entre les modèles analytiques et les calculs Monte Carlo.

RÉSUMÉ. Un code de transfert radiatif Monte Carlo en trois dimensions est utilisé pour étudier la variabilité polarimétrique et photométrique de régions d'interactions en corotation (CIR) dans le vent d'étoiles massives. Les CIRs sont représentés par une spirale d'Archimède de matière plus (ou moins) dense qui se forme dans le vent sphérique et originent de la surface de l'étoile. Nous avons également inclus la possibilité d'ajouter une tache brillante de forme gaussienne à la base du CIR. Nous avons alors comparé les résultats obtenus avec notre code avec ceux des calculs analytiques de la littérature. Dans le cas optiquement mince, nous trouvons des différences que nous attribuons principalement à une meilleure estimation du flux de lumière non-polarisé total arrivant à l'observateur. Dans le cas optiquement épais, les différences avec les calculs analytiques sont beaucoup plus importantes et s'expliquent en grande partie par des complexités additionnelles introduites par la diffusion multiple, incluant des effets d'occultation. L'ajout de la tache gaussienne ne change pas significativement la forme des courbes de polarisation, mais elle ajoute tout de même un petit excès de polarisation. Par contre, l'effet sur les courbes de lumière peut être plus important et peut même devenir dominant comparé à la contribution du CIR, dépendant des paramètres de la tache et de la densité du vent.

Mots clés : Polarisation - Transfert radiatif - méthodes : numérique - étoiles : massive - étoiles : vents, flux sortant - étoiles : Wolf-Rayet

ABSTRACT. We use a 3D Monte Carlo radiative transfer code to study the polarimetric and photometric variability from stationary corotating interaction regions (CIR) in the wind of massive stars. Our CIRs are approximated by Archimedean spirals of higher (or lower) density formed in a spherical wind originating from the star and we also made allowance for a bright Gaussian spot at the base of the CIR. Comparing results from our code to previous analytical calculations in the optically thin case, we find differences which we attribute mainly to a better estimation of the total unpolarized flux reaching the observer. In the optically thick case, the differences with the analytical calculations are much larger, as multiple scattering introduces extra complexities including occultation effects. The addition of a Gaussian spot does not alter the shape of the polarization curve significantly but does create a small excess in polarization. On the other hand, the effect can be larger on the light curve and can become dominant over the resulting CIR, depending on the spot parameters and density of the wind.

Keywords: Polarization - Radiative Transfer - methods: numerical - stars: massive - stars: winds, outflow - stars: Wolf-Rayet

3.1. Introduction

Radiation-driven winds are a defining feature of massive stars (Puls *et al.*, 2008). High mass-loss rates cause a significant fraction of their envelope to be lost to the interstellar medium in all phases of their evolution, which combined with their hot and intense radiation flux, contributes to the enrichment, ionization and excitation of the gas and dust in the surrounding medium and ultimately, to the evolution of the stellar populations in galaxies (Langer, 2012; Kennicutt et Evans, 2012). It is well known that these outflows are inhomogeneous on a small scale (e.g. Moffat *et al.*, 1988), but spectral line variability has revealed that, in some cases, large-scale structures also form in the winds of these stars. These large-scale structures were first discovered in the solar wind and were later generalized to a broader context of stellar winds (e.g. Mullan, 1984). The most common evidence for the presence of these large-scale asymmetries are the discrete absorption components (DACs) that are observed in the absorption troughs of ultraviolet (UV) P Cygni profiles of O stars (e.g. Howarth et Prinja, 1989; Kaper *et al.*, 1996, 1999), which have been shown by Massa et Prinja (2015) to originate at or very close to the stellar surface. However, they are also revealed as large-amplitude variations in the strong optical emission lines of Wolf-Rayet (WR) stars (e.g. Morel *et al.*, 1997, 1999; Chené et St-Louis, 2010). These variations are found to be epoch-dependant, meaning that the periodic changes are generally found at various epochs but their characteristics can evolve.

Hydrodynamic simulations have shown that a perturbation at the base of an optically thin wind, represented by a bright (or dim) spot on the surface of the star, generates large-scale corotating structures to form out of the interaction between high and low velocity flows as the star rotates, both in the 2D (Cranmer et Owocki, 1996) and 3D (Dessart, 2004) cases. Brown *et al.* (2004) presented an analytical model to deduce the kinematics of these structures, from optical depth profiles obtained from spectroscopic observations. These large spiral-like structures have been appropriately named "Corotating Interaction regions" or "CIRs". The epoch-dependant nature of the above-mentioned periodic spectroscopic changes could then be attributed to the dissipation and regeneration of the CIRs.

A major effort to study CIRs came from the *IUE* MEGA campaign (Massa *et al.*, 1995) in which different types of massive stars were monitored in UV spectroscopy; WN5 (St-Louis *et al.*, 1995), B0.5 Ib (Prinja *et al.*, 1995) and ζ Puppis (Howarth *et al.*, 1995). More recent

efforts include characterizing the wind structure of WR1 using spectropolarization (St-Louis, 2013) as well as a detailed study of ζ Puppis from extensive time-dependant photometry and spectroscopy (Ramiamanantsoa *et al.*, 2018).

In two previous publications, we have presented a simplified analytical model for polarimetric variability from such CIRs by describing them parametrically as a spiral-like density enhancement in an otherwise unperturbed spherical wind. In Ignace *et al.* (2015), we developed the model, expanding on Ignace *et al.* (2009), in the optically thin electron scattering limit and allowing multiple CIRs to be placed on the star, at arbitrary latitudes and azimuth. Our model polarization curves present clear phase-dependant signatures for one or two CIRs, but for multiple CIRs create more complex behaviours. In St-Louis *et al.* (2018) we extend our model to optically thick winds by accounting for multiple scattering using a "core-halo" approach. This approach defines a pseudo-photosphere beyond the radius of the star, above which the wind can be treated as optically thin. This way, we treated this pseudo-photosphere as the source from which the light emerges, while still having treated the wind and the CIR as initiating from the actual stellar radius. That model was then applied to polarimetric observations obtained from the literature of the WR star WR6, well known to show consistent periodic ($P = 3.77$ days) but epoch-dependant photometric, polarimetric and spectroscopic variability without convincing evidence for the presence of a companion. A Levenberg-Marquardt (LM) nonlinear least-squares minimization algorithm was developed to fit 13 different datasets obtained over a time span of about five years (as well as two older datasets from twenty years before). Two CIRs were used, and a number of parameters related to the stellar wind were adopted. The algorithm was able to fit all observations with consistent stellar parameters and found a stellar inclination of 166° and an orientation of the stellar axis on the plane of the sky of 63° . In all cases, the CIRs were found to be located close to the stellar equator and separated by approximately 90° in longitude. Only their specific locations on the stellar surface were found to differ from one epoch to the next.

In this paper, we expand upon these two papers using Monte Carlo radiative transfer (MCRT). Section 3.2 describes the MCRT model, and Section 3.3 presents validation tests to determine the limit between the optically thin and optically thick cases, as well as the number of photons required to obtain significant results. We also present error estimates for different wind densities introduced by varying the random number generator seed. In

Section 3.4 we compare our polarimetric calculations to those obtained both for the optically thin (Ignace *et al.*, 2015) and thick (St-Louis *et al.*, 2018) limits. Finally, in Section 3.5 we present a parameter study for polarization and light curve calculations including a CIR and an associated bright Gaussian spot. For these calculations, we have used stellar parameters typical of Wolf-Rayet stars. We conclude in Section 3.6.

3.2. The Monte Carlo Radiative Transfer (MCRT) Model

The principle behind MCRT simulations is to follow a large number of monochromatic energy packets, each containing an ensemble of individual photons. So the packet, hereafter referred to as a "photon" may be partially polarized. These packets are randomly emitted from the stellar surface and travel through some medium, in our case a hot stellar wind until they escape the system. Collectively, these photons represent the luminosity emitted by the star. The scattering during radiation transport is determined by randomly sampling the optical depth while the change in direction (and polarization) of the packet is determined by randomly sampling the Rayleigh phase function. Photons are followed until they leave the envelope where they are placed into the appropriate latitude, azimuth and frequency bins. To improve our signal-to-noise ratio, we have also implemented a source function sampling procedure. This procedure samples every photon interaction, which measures the scattering source function, and then emits virtual photons in the direction of every individual viewpoint. The result is then weighted by the probability of the virtual photon to scatter and subsequently escape in that direction (often called "photon peeling", e.g. Yusef-Zadeh *et al.*, 1984; Whitney, 2011).

Our goal with these Monte Carlo simulations was to study the polarimetric and photometric changes caused by the presence of a density perturbation representing the CIRs. We employed a three-dimensional approach for the wind model by adopting a time-independent spherical wind from a hot star, threaded by a CIR as a density perturbation in the shape of a 3D Archimedean spiral. This simplified structure is not quite equivalent to that predicted by hydrodynamic calculations (e.g. Cranmer et Owocki, 1996) but our goal with these initial numerical models is to compare our results with our analytical calculations. In future work, we intend to complexify the density and velocity structures of our CIRs. Rotation was

simulated by having observers view the star from different azimuths along the same "inclination" or latitude, which act as different rotation phases for the star. As electron scattering is the dominant source of polarization in hot stellar winds, we neglected all other types of scattering. Since electron scattering is wavelength independent, we used a monochromatic approach for the purposes of this paper.

3.2.1. Polarization

We used Stokes vectors to describe the polarization in our simulation, as described by Chandrasekhar (1960). Stokes vectors are separated into the four parameters I , Q , U and V by (e.g. Whitney, 2011) :

$$\mathbf{S}(\theta, \phi) = [I(\theta, \phi), Q(\theta, \phi), U(\theta, \phi), V(\theta, \phi)], \quad (3.2.1)$$

where I describes the intensity of the incoming light, Q and U , the linear polarization components and V , the circular polarization. These components depend on the spherical coordinates θ and ϕ in the star's frame of reference, and therefore obviously differ depending on the observer's frame of reference. In our model, $V(\theta, \phi)$ is always 0 as we assume that there are no sources of circular polarization in the wind. Photons emitted by the star have an initial Stokes vector of $(1, 0, 0, 0)$ and travel a distance characterized by a random optical depth of $\tau = -\ln(1 - \epsilon)$, where ϵ is a random number between 0 and 1, which is chosen from a Poisson distribution with unit mean. After travelling this distance, they scatter and are given a new direction (θ', ϕ') using the Mueller and phase function matrices which rotate the frame of reference from the previous scattering frame to the next (e.g. Code et Whitney, 1995). The resulting Stokes vector is expressed as

$$\mathbf{S} = \mathbf{R}(\chi)\mathbf{L}(i)\mathbf{S}', \quad (3.2.2)$$

where \mathbf{S}' is the previous Stokes vector. $\mathbf{L}(i)$ is the Mueller rotation matrix for an angle i

$$\mathbf{L}(i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2i & \sin 2i & 0 \\ 0 & -\sin 2i & \cos 2i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.2.3)$$

and \mathbf{R} is the Rayleigh phase function matrix for a scattering angle χ , given by

$$R(\chi) = \begin{bmatrix} \cos^2 \chi + 1 & \cos^2 \chi - 1 & 0 & 0 \\ \cos^2 \chi - 1 & \cos^2 \chi + 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \cos \chi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \cos \chi \end{bmatrix}. \quad (3.2.4)$$

Once the photon has escaped from the wind, the Stokes vector reference direction is realigned to the stellar rotation axis, from which we binned the photons into the appropriate observer bins depending on the inclination. Once the simulation is finished, the final Stokes vector is normalized by the total flux for each bin so that

$$\begin{aligned} q &= Q/I, \\ u &= U/I. \end{aligned} \quad (3.2.5)$$

We then correct for the rotation angle of the stellar axis on the plane of the sky ψ by rotating the final Stokes vectors using $\mathbf{L}(\psi)$.

3.2.2. Wind and Grid Properties

Our spherical wind was described by a three-dimensional adaptive mesh spherical grid in (r, θ, ϕ) , with each cell containing information on the density within it. The density depends on a number of input parameters, as well as on the cell's distance from the star and whether or not a CIR crosses its path. Following our analytical approach, the density of the wind itself is given by

$$\rho_{\text{wind}} = \frac{n_0 \mu_e m_H}{w \tilde{r}^2}, \quad (3.2.6)$$

where n_0 is the number density scaling factor given by

$$n_0 = \frac{\dot{M} / \mu_e m_H}{4\pi R_*^2 v_\infty}, \quad (3.2.7)$$

μ_e , the mean molecular weight per free electron, m_H , the mass of a hydrogen atom, \tilde{r} , the radial distance from the center of the star normalized to the stellar hydrostatic radius R_* , and $w(\tilde{r})$ is the normalized velocity of the wind at a location \tilde{r} given by

$$w(\tilde{r}) = \frac{v(\tilde{r})}{v_\infty} = 1 - \frac{(1 - w_0)}{\tilde{r}}, \quad (3.2.8)$$

where $w_0 = v_0/v_\infty$, with v_0 being the velocity at the base of the wind and v_∞ , the terminal velocity of the wind. Note that for simplicity, we adopted a standard beta velocity law

with an exponent of 1, which is why this exponent does not appear explicitly in the above equation. The number density scaling factor is related to the optical depth parameter τ_0 by

$$\tau_0 = n_0 R_* \sigma_T, \quad (3.2.9)$$

where σ_T is the Thomson scattering cross-section. We defined grid cells to become radially larger further out in the wind due to the fact that the density varies as $1/r^2$. However, we have added an extra layer of fine structure for the grid cells containing the CIR in the form of subgrids for these particular cells. That way, we can resolve the CIR with a much better precision. For our simulations, the coarse grid contains 43 r cells (going from R_* to $100R_*$), 18 θ cells and 24 ϕ cells. The fine grid for the cells containing a subgrid have an extra set of (r, θ, ϕ) cells depending on the CIR half-opening angle β_0 and the winding rate of the CIR, which is characterized by the ratio of the rotation and wind terminal velocities, v_{rot}/v_∞ . The star itself contains 1 r cell and the same number of θ and ϕ cells as the wind.

Each CIR that crosses the center point of a grid cell increments its density. The density in a given cell in our grid is therefore given by

$$\rho_{\text{cell}} = \rho_{\text{wind}} \left(1 + \sum_{\text{CIRs}} \eta \right), \quad (3.2.10)$$

where η is the density contrast with respect to the spherical wind in a CIR crossing the center point of the cell given by

$$\eta = \frac{n_{\text{CIR}} - n_{\text{wind}}}{n_{\text{wind}}}, \quad (3.2.11)$$

with n_{CIR} the number density in the CIR and n_{wind} that of the spherical wind. $\eta = 0$ for a spherical wind. Note that we have adopted the approach, described in Ignace *et al.* (2015), in which the CIR shape is determined from the radial streamline flow in the rotating frame of reference of the star, corresponding to a spiral pattern as seen by an observer. The center position ϕ_s of this spiral is defined by

$$\phi_s = \phi_0 - \frac{v_{\text{rot}}}{v_\infty} \sin(\theta_{\text{CIR}}) \left[\tilde{r} - 1 + (1 - w_0) \ln \left(\frac{\tilde{r} - 1 + w_0}{w_0} \right) \right], \quad (3.2.12)$$

where ϕ_0 is the azimuth of the CIR at the base of the wind, θ_{CIR} is the latitude of the CIR and v_{rot} is the equatorial rotation speed of the star.

Note that we characterize the amount of winding of our CIRs with the winding radius defined by

$$r_0 = \frac{v_\infty}{2\pi/P} = \frac{v_\infty}{v_{\text{rot}}} R_*, \quad (3.2.13)$$

P being the period of rotation. This parametrization defines the degree of curvature of the spiral. Higher values of v_∞/v_{rot} correspond to less curved CIRs.

3.2.3. Spot model

Our model has the option to add Gaussian spots at the base of the CIRs. The luminosity contribution of a spot at a given point on the surface of our star is given by

$$L_{\text{spot}} = A e^{-\beta/\sigma^2}, \quad (3.2.14)$$

where

$$\beta = \cos^{-1}(\hat{n} \cdot \hat{n}_{\text{CIR}}), \quad (3.2.15)$$

A is the intensity of the spot relative to the star, \hat{n} is the unit surface vector at a given location on the star, \hat{n}_{CIR} is that of the center of the base of the CIR related to the spot and

$$\sigma = \beta_0 / (\ln 2)^{1/2} \quad (3.2.16)$$

with β_0 the half width at half-maximum of the spot, which also corresponds to the half-opening angle of the CIR. The luminosity of a given point on the surface of the star is then given by the sum of the contributions from each spot plus the contribution from the base photosphere. This gives a luminosity map of the whole star, which in turn provides the probability per surface area for a photon to be emitted at this position, normalized by the total luminosity.

3.2.4. Input Parameters

Our model requires several input parameters to describe both the spherical wind and the CIRs that we define below. First, there are a number of stellar and wind parameters :

- N_{phot} , the number of photons in the Monte Carlo simulation,
- R_* , the stellar radius,
- v_{rot} , the equatorial rotation rate,
- τ_0 , the optical depth scaling factor (see equation 3.2.9),
- v_0 , the speed of the wind at its base,

- v_∞ , the terminal velocity of the wind.

There are also a number of CIR input parameters :

- N_{CIR} , the number of CIRs,
- ϕ_0 , the azimuth of a given CIR,
- θ_{CIR} , the colatitude of a given CIR,
- β_0 , the CIR half-opening angle,
- η , the density contrast of the CIR (see equation 3.2.11),
- $L_{\text{spot}}/L_{\text{phot}}$, the ratio of the luminosity of the spot at the base of the CIR to the stellar luminosity.

We also require a number of parameters associated with the different viewpoints, such as their total number, the inclination and azimuth relative to the star of each individual viewpoint. To simulate rotation, we take data from a series of viewpoints at the same inclination but different azimuths. These act as different rotation phases of the star.

Unless stated otherwise we have adopted these parameters that are thought to be appropriate for the star WR6:

- $R_* = 2.65R_\odot$ (Hamann *et al.*, 2006),
- $v_0 = 57$ km/s (obtained by assuming $v(r) = v_\infty \left(1 - \frac{bR_*}{r}\right)$ with $b = 0.97$),
- $v_\infty = 1900$ km/s (see St-Louis *et al.*, 1995).

As for default CIR parameters, unless it is explicitly mentioned, CIRs always have :

- $\eta = 1$,
- $\theta_{\text{CIR}} = 90^\circ$ and $\phi_0 = 0^\circ$,
- $\beta_0 = 15^\circ$.

Also note that $L_{\text{spot}}/L_{\text{phot}} = 1$, unless explicitly noted that spots were used in the model.

One last input parameter we must set is the seed, a number which initializes a sequence of (pseudo) random numbers that the MCRT code uses. This is useful to reproduce simulations for debugging purposes, but it can also be useful to vary for estimating statistical error, which is what we do in Section 3.3.3.

3.3. Model Validation

To verify the validity of our model, we have performed tests described in this section. First we determine the transition between an optically thin and thick wind. Second we

explore how polarization values change as a function of the total number of photons. Finally we characterize the effect of the chosen seed for our MCRT simulations.

3.3.1. Optical Thickness

To demarcate thin and thick limits, we carried out a series of linearity tests to determine how q and u behave as τ_0 increases. The linear polarization for various values of a CIR's "winding" radius, r_0 , defined in equation 3.2.13 were calculated for different inclinations of the stellar rotation axis. Our assumption is that a departure from linearity indicates that multiple scattering effects due to optical depth start to become significant. For these tests, we calculated only the linear polarization for a single viewpoint at $(\theta, \phi) = (0, 0)$ and determined how it varies with τ_0 and r_0/R_* . In Figure 3.1 we present the calculated q and u values as filled circles for the edge-on (top) and pole-on (middle) views when the winding radius is varied from $r_0/R_* = 5$ to $r_0/R_* = 100$, the latter corresponding to an essentially straight CIR. For technical reasons (the reference direction of the observed Stokes vectors is the projection of the stellar rotation axis on the plane of the sky, which is undefined for $i = 0$), we cannot strictly use $i = 0^\circ$ so our pole-on calculations are in reality for $\theta = 1^\circ$. In the bottom panels, we present the polarization for $r_0/r_* = 100$ as viewed from different inclinations. To determine where the linear polarization starts to deviate for a linear behaviour, we fitted a straight line to the first few values at small τ_0 . The fits appear as solid lines. From this figure we conclude that departures from a linear behaviour begin roughly around $\tau_0 = 0.03$, which corresponds to an optical depth integrated on the line of sight of the order of 0.1, although for some of the curves a non-linear behaviour only begins for higher values of τ_0 . In order to encompass as much as possible all different winding radii and inclinations, we have adopted $\tau_0 = 0.03$ as our optically thin limit; anything higher will be considered as an optically thick calculation. Note that these results are for a density contrast in the CIR of $\eta = 1$.

3.3.2. Photon Numbers

For a spherical wind, the polarization should be zero. In Figure 3.2, we present our calculated polarization as a function of phase (left panels) and in the q - u plane (right panels) for a spherical wind only, with an intermediate optical depth of $\tau_0 = 0.1$ for a pole-on (top) and edge-on (bottom) view using different numbers of photons for each run, from 1×10^6 photons to 1×10^9 photons. For comparison, we also present the polarization from a CIR

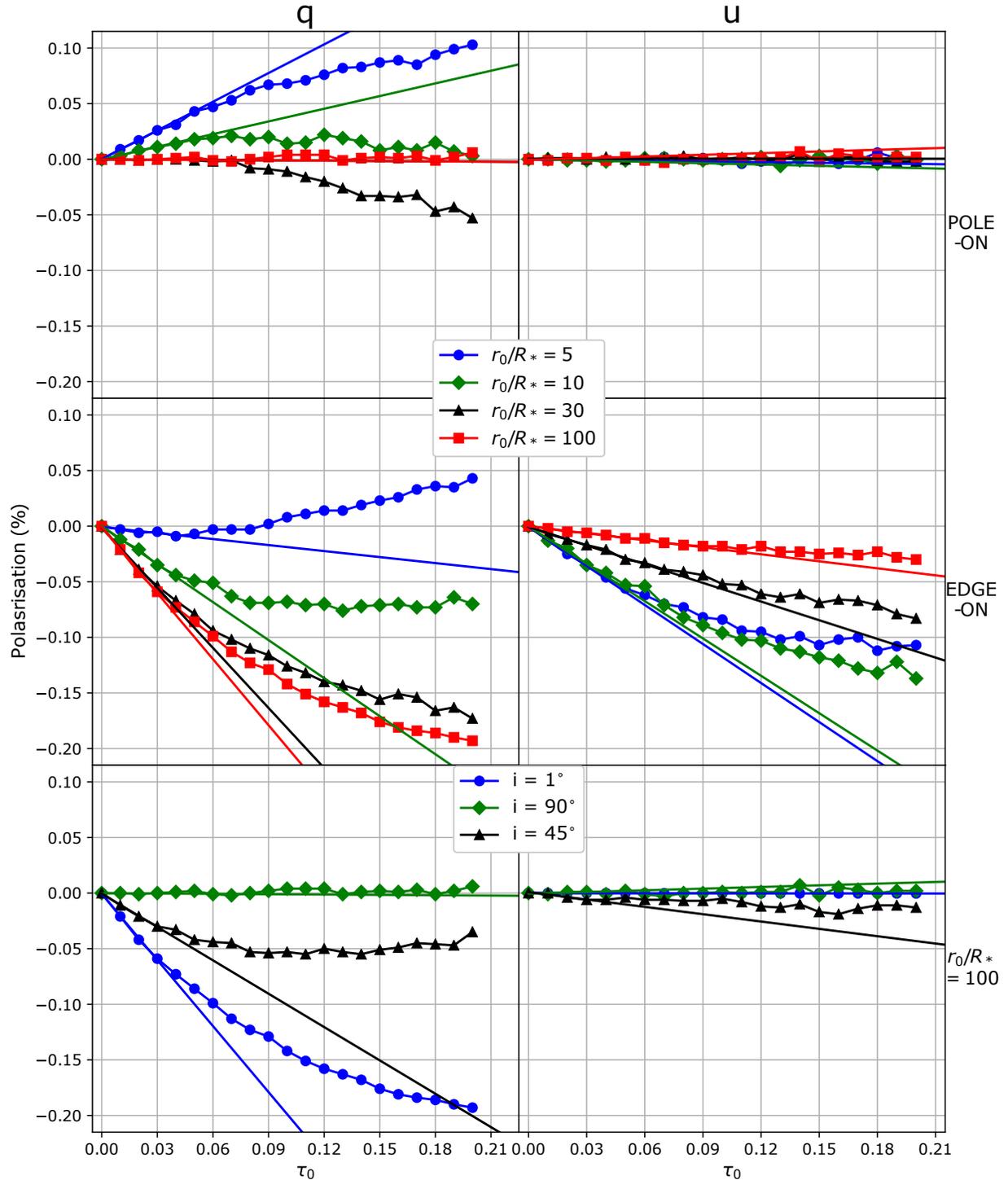


Figure 3.1. Linear polarization as a function of τ_0 for an edge-on (top row) and a pole-on view (middle row) for one CIR located in the stellar equator for various values of the winding radius from 5 to $100R_*$. In the bottom row, we present the linear polarization for an essentially straight CIR ($r_0/R_* = 100$) from different viewing angles. The solid lines represent a linear fit of the first few values showing up to what point the change in polarization remains linear.

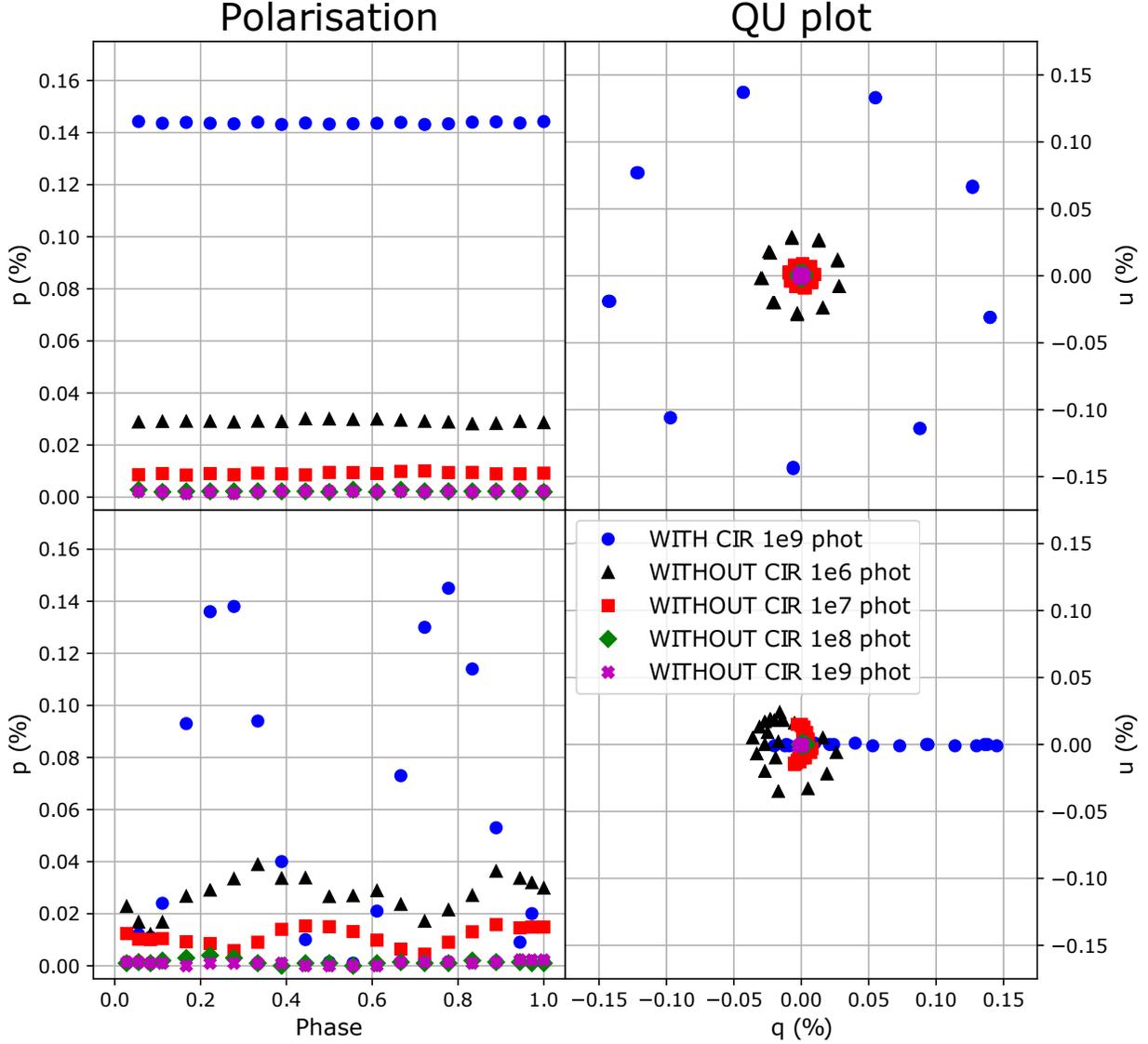


Figure 3.2. Polarization contribution from a spherical wind for runs with different numbers of photons in our simulation. We have also included our calculations of the polarization from a spherical wind with a CIR with $\tau_0 = 0.1$ for comparison.

at the equator with $r_0 = 100R_*$ for both viewing angles when using the highest number of photons.

To minimize the random noise while minimizing the numerical error associated with the spherical wind, as well as the computation time, the number of photons used in the simulation needs to be optimized. From Figure 3.2, with only a million photons, a residual polarization for our spherical wind of about 0.03% is obtained. As the number of photons

is increased, the residual polarization gradually decreases. Finally, very little difference is apparent between simulations with $N_{\text{phot}} = 1 \times 10^8$ and $N_{\text{phot}} = 1 \times 10^9$ for both the pole-on and edge-on views. We therefore decided to use $N_{\text{phot}} = 1 \times 10^8$ for all simulations presented in this work. We also notice qualitative differences in the shape of the pole-on and edge-on q - u noise curves. Indeed, a wind that is viewed nearly pole-on leads to a circular pattern in this q - u plane, while a wind viewed edge-on does not show such a clear pattern. Instead, the polarization values seem to be aligned along a preferred axis in the q - u plane. This behaviour is readily explained by our source function sampling algorithm. Each emitted photon and photon interaction emits a virtual photon in the direction of each viewpoint weighted by the probability it has to scatter towards them. This results in a correlation between viewpoints due to each of them receiving the same virtual photons (more precisely, source function sample events), which are simply weighted differently. For this particular case ($\tau = 0.1$) the residual polarization of the spherical wind for 1×10^8 photons is of the order of 0.003% for both pole-on and edge-on views, which is essentially negligible compared to that of a CIR.

3.3.3. Statistical Error from Seed Values

To determine an approximate numerical error bar for the calculated values from our simulations, we performed a series of simulations with identical input parameters, but for different initial seeds for both the pole-on and edge-on view for one equatorial CIR with a winding radius of $r_0 = 5R_*$ for different values of τ_0 . For each τ_0 value, we performed 20 simulations and calculated the mean polarization and the standard deviation. Figure 3.3 shows our calculated mean polarization values and associated standard deviations as a function of phase for different values of τ_0 . In the top panel we show a pole-on view for τ_0 from 0.01 to 3 while in the bottom panel we show an edge-on view from $\tau_0 = 0.01$ to 0.3. Note that as computations with large values of τ_0 are very expensive in computing time. Therefore, for those cases, we only calculated the polarization values for a small number of phases for the pole-on view. As expected, both the polarization and its standard deviation generally increases with the number of scatterings, characterized by larger values of τ_0 .

To show the behaviour between the standard deviation, σ_p , and τ_0 we use the pole-on case for which the polarization is nearly constant with phase. In Figure 3.4, we plot the relative

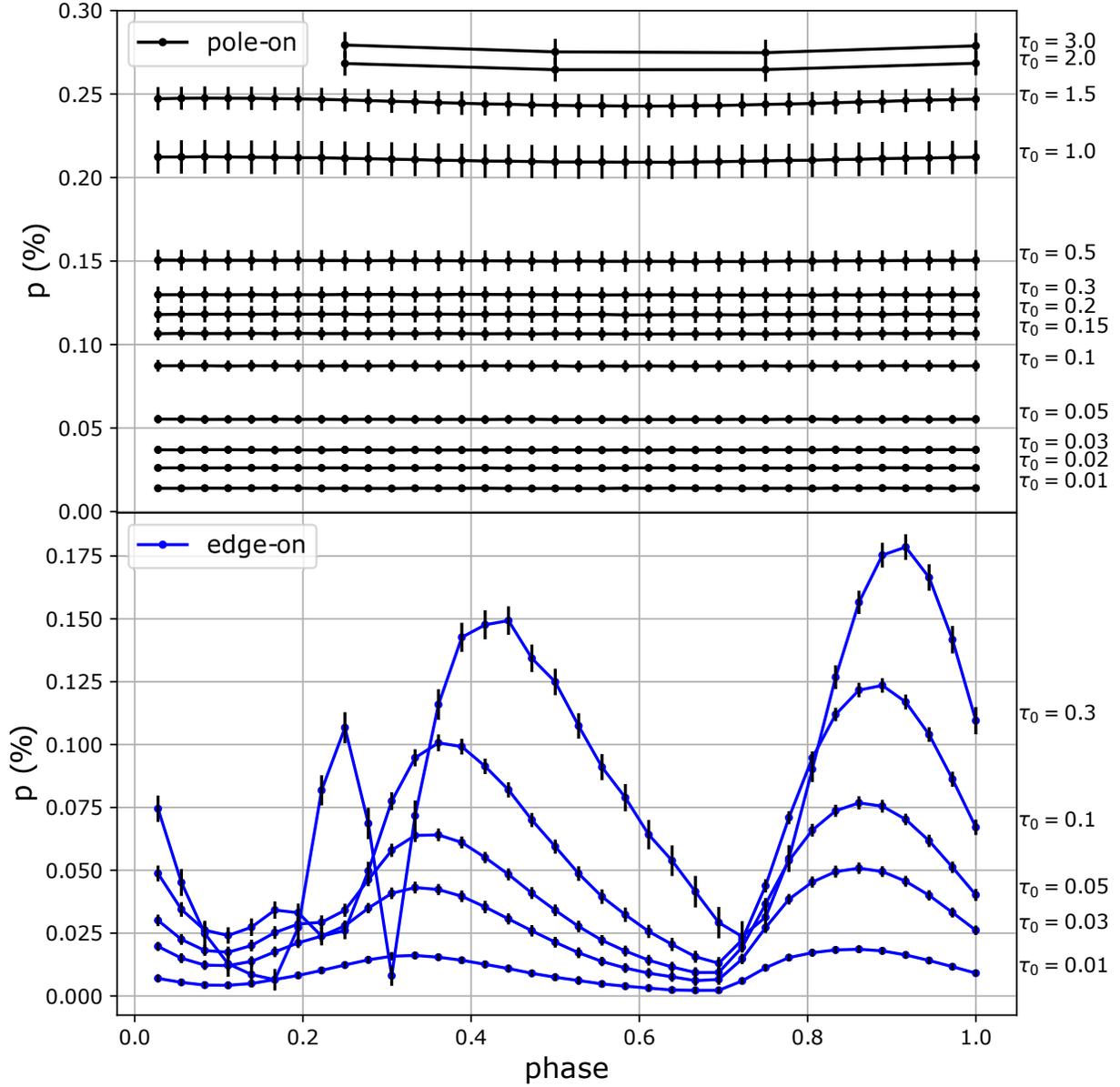


Figure 3.3. Pole-on and edge-on polarization values as a function of phase for a CIR with $r_0 = 5R_*$ located at the equator for different values of τ_0 from 0.01 to 3.0. The error bars represent the standard deviation given by running the same simulation with 20 different seeds.

error, defined by the mean of the ratio between the standard deviation and the polarization at each phase as a function of τ_0 for the pole-on view. The vertical error bars in this plot were calculated using error propagation. The error on the mean value of the polarization, P , was set to σ_p/N , where N is the number of simulations (in this case, $N = 20$), while

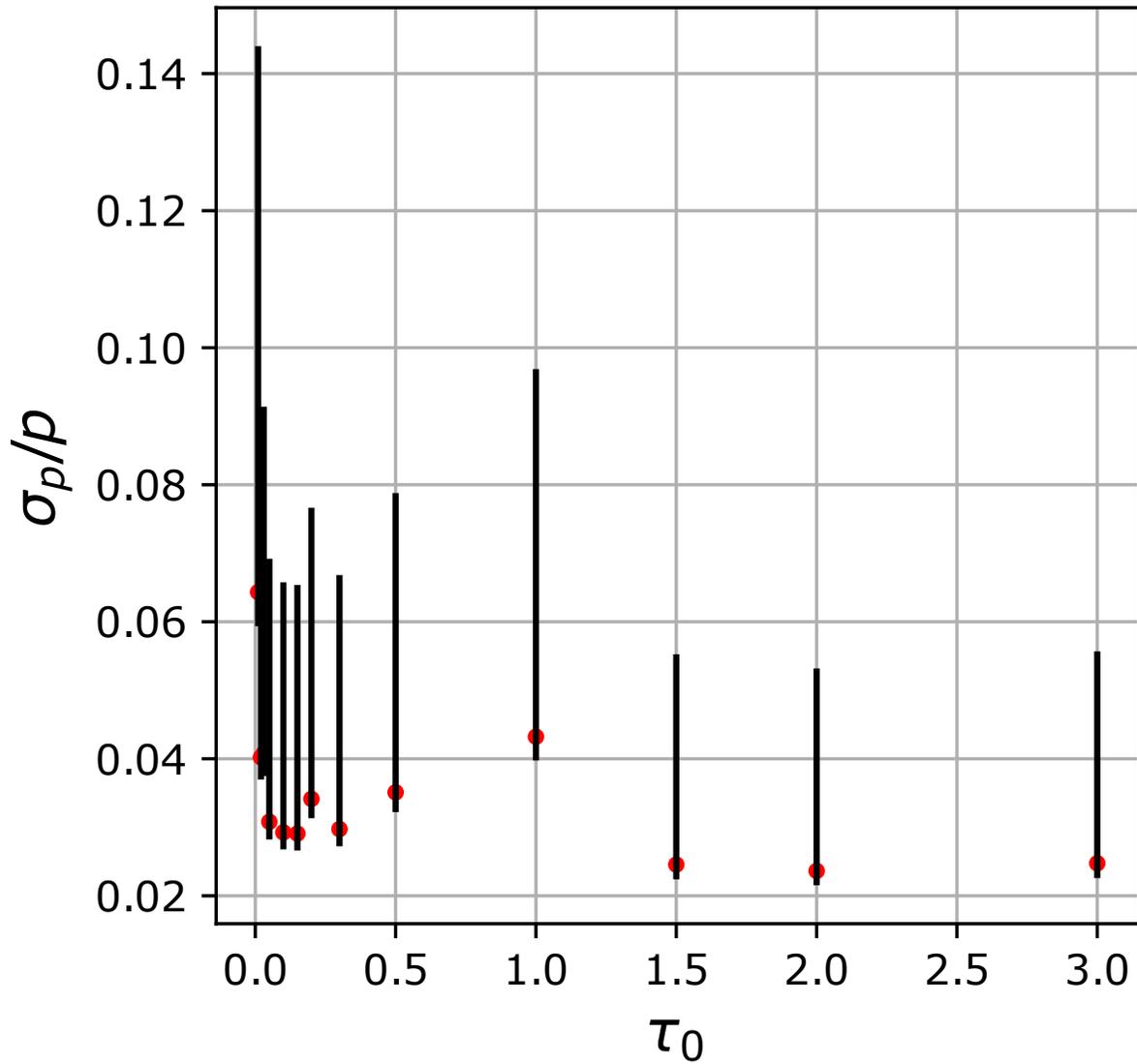


Figure 3.4. Mean relative errors as a function of τ_0 for the different curves in the top graph of Figure 3.3.

the error on σ_p was set by calculating the confidence interval for the variance at the 95% level, assuming a normal distribution. The latter uncertainty dominates over the error on the mean of the polarization leading to asymmetric error bars. The behaviour of the relative error as a function of τ_0 can be explained roughly as follows. Assuming that the relative error can be drawn from a Poisson distribution, it should be inversely proportional to the

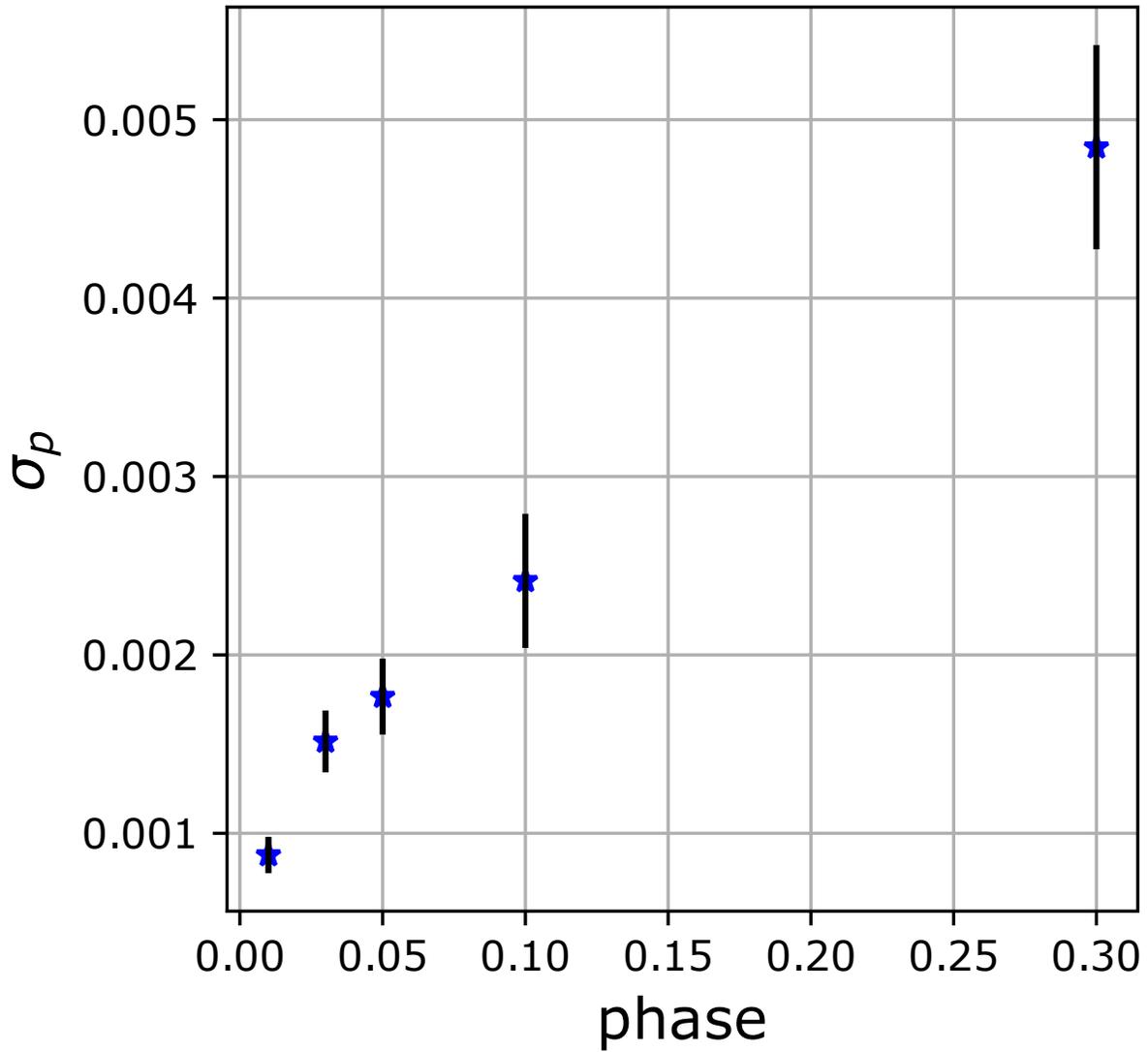


Figure 3.5. Mean of the standard deviations for the different curves in the bottom graph of Figure 3.3 as a function of τ_0 .

square root of the number of photons that scatter at least once given by

$$\frac{\delta p}{p} \propto \frac{1}{\sqrt{N_{\text{phot}}(1 - e^{-\tau_0})}}. \quad (3.3.1)$$

If we carry out N such calculations, the standard deviation of the mean should be proportional to $1/\sqrt{N}$ and therefore the measured error should vary as

$$\frac{\delta p}{p} \propto \frac{1}{\sqrt{N \cdot N_{\text{phot}}(1 - e^{-\tau_0})}}. \quad (3.3.2)$$

At small τ_0 , $\delta p/p$ should therefore be proportional to $\frac{1}{N \cdot N_{\text{phot}} \tau_0}$ which seems to be compatible with what we observe. At large τ_0 , $\delta p/p$ should be constant and again this seems to be compatible with what we observe. At intermediate values of τ_0 ($\sim 0.4 - 1$), we observe an increase in $\delta p/p$ with increasing τ_0 . This most likely can be explained by polarization saturating at large τ_0 and therefore increase the value of $\delta p/p$. In Figure 3.5 we plot the mean of the standard deviations as a function of τ_0 for the edge-on view. Note that the scatter on δ_p is higher at larger τ_0 , which is simply due to the error bars being dependent on phase as we can see in the bottom graph of Figure 3.3. However the mean standard deviation on the points still seems to rise as we go higher.

3.4. Comparison with the Analytical Results

3.4.1. Optically Thin

In Ignace *et al.* (2015), we presented analytical calculations for the periodic polarization variability from CIRs embedded in an otherwise spherical wind for an optically thin wind. In our second paper (St-Louis *et al.*, 2018) we applied a similar approach to optically thick winds. For our MCRT calculations, in order to differentiate between the effects of the CIRs and that of the wind, we proceeded in two steps. First we only included CIRs by imposing that the density in the grid cells not associated with them was 0. As a second step, we used a non-zero density for the spherical wind and added the density to that of the CIRs. In this section we compare our Monte Carlo polarization calculations with the results from those previous analytical model, first in the optically thin case and then in the optically thick limit. Our goal is to confront both approaches to verify if they agree and to bring to light any differences there may be.

3.4.1.1. CIRs only

We first discuss our results when assuming that only the grid cells containing the CIR have a density incremented by equation 3.2.10 and that all other cells have a nil density. Note that we retain the same contrast for the CIRs with the wind. This way we will be able to compare the cases with and without a spherical wind. In Figure 3.6, we show a comparison between analytical (solid curves) and MCRT (filled circles) calculations for one CIR with $r_0 = 5R_*$ placed at different latitudes (θ_{CIR} from 20° to 80°). In the top panels,

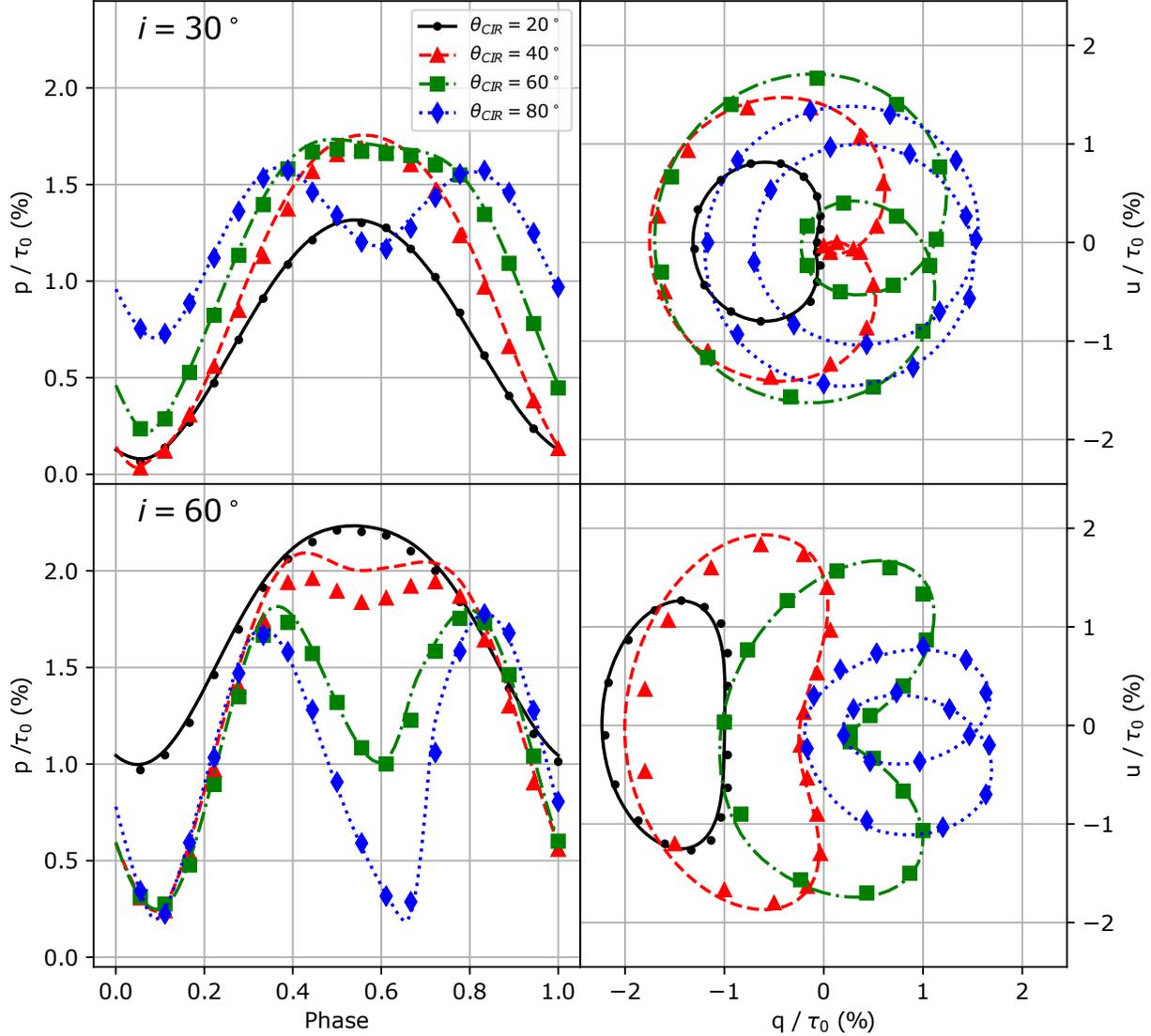


Figure 3.6. Comparison between our MCRT linear polarization values (shapes) and those from the analytical model (lines) when only a CIR with $r_0 = 5R_*$ is included, meaning that the wind density is set to 0. We vary the CIR latitude θ_{CIR} as we did in (Ignace *et al.*, 2015) and present results for an inclination of $i = 30^\circ$ for the top row and $i = 60^\circ$ for the bottom row. Calculations are carried out for $\tau_0 = 0.03$.

we show p normalized by τ_0 as a function of phase and q vs u for an inclination of 30° and in the bottom panels, the same plots for an inclination of 60° .

We note the close similarities between the analytical and the Monte Carlo model. The curve is either single or double peaked, depending if the CIR is viewed in a more stationary

manner by a given viewpoint. However, there still are some small differences that are larger than the numerical error, discussed in Section 3.3.3. In general, the MCRT values are below the analytical ones with the largest deviations at phases near 0.5 when the CIR is located behind the stellar axis. Strangely, there does not seem to be a coherent pattern in the deviations as a function of θ_{CIR} with the best agreement for $\theta_{\text{CIR}} = 20^\circ$ and $\theta_{\text{CIR}} = 80^\circ$ and the worst for $\theta_{\text{CIR}} = 40^\circ$. This behaviour is most likely specific to this particular viewing configuration.

3.4.1.2. CIR with Wind

Even though the net contribution from the spherical wind should in principle be zero, we have carried out the Monte Carlo simulations with a non-zero density for the wind. We present our results in Figure 3.7, superimposed on the same analytical curves as in Figure 3.6. One can see immediately that the differences are much more pronounced than for the case without a wind. Although the general form of the curves are the same, the polarization is attenuated for all phases and maybe even slightly shifted (see for example $i = 60^\circ$, $\theta_{\text{CIR}} = 40^\circ$). Once again the largest differences are for phases near 0.5.

3.4.1.3. What Causes the Differences?

Part of the difference might be explained in the way our polarization values are normalized in equation 3.2.5. For the analytical calculations, since the scattering in the envelope is expected to be small compared to the direct star light, the total intensity was assumed to be that coming directly from the star, i.e. $I = I_*$. For the Monte Carlo calculations, all scattering contribution as well as the pre and post scattering attenuation are included by default since each photon run in the simulation contributes to I . In this interpretation, the differences are so much larger when we include the spherical wind because there are simply many more scatterings.

To attempt to verify this hypothesis we ran simulations where the polarization bins were normalized by the flux of the escaping stellar photons I_* only, instead of the total number of photons. In Figure 3.8, we compare the analytical values for a pole-on view of a equatorial CIR with $r_0 = 5R_*$ (blue curve) embedded in an optically thin wind with $\tau_0 = 0.03$ as well as the Monte Carlo results when our polarization values are normalized using all photons (black curve) or only the photons escaping directly from the star (green curve). Although the

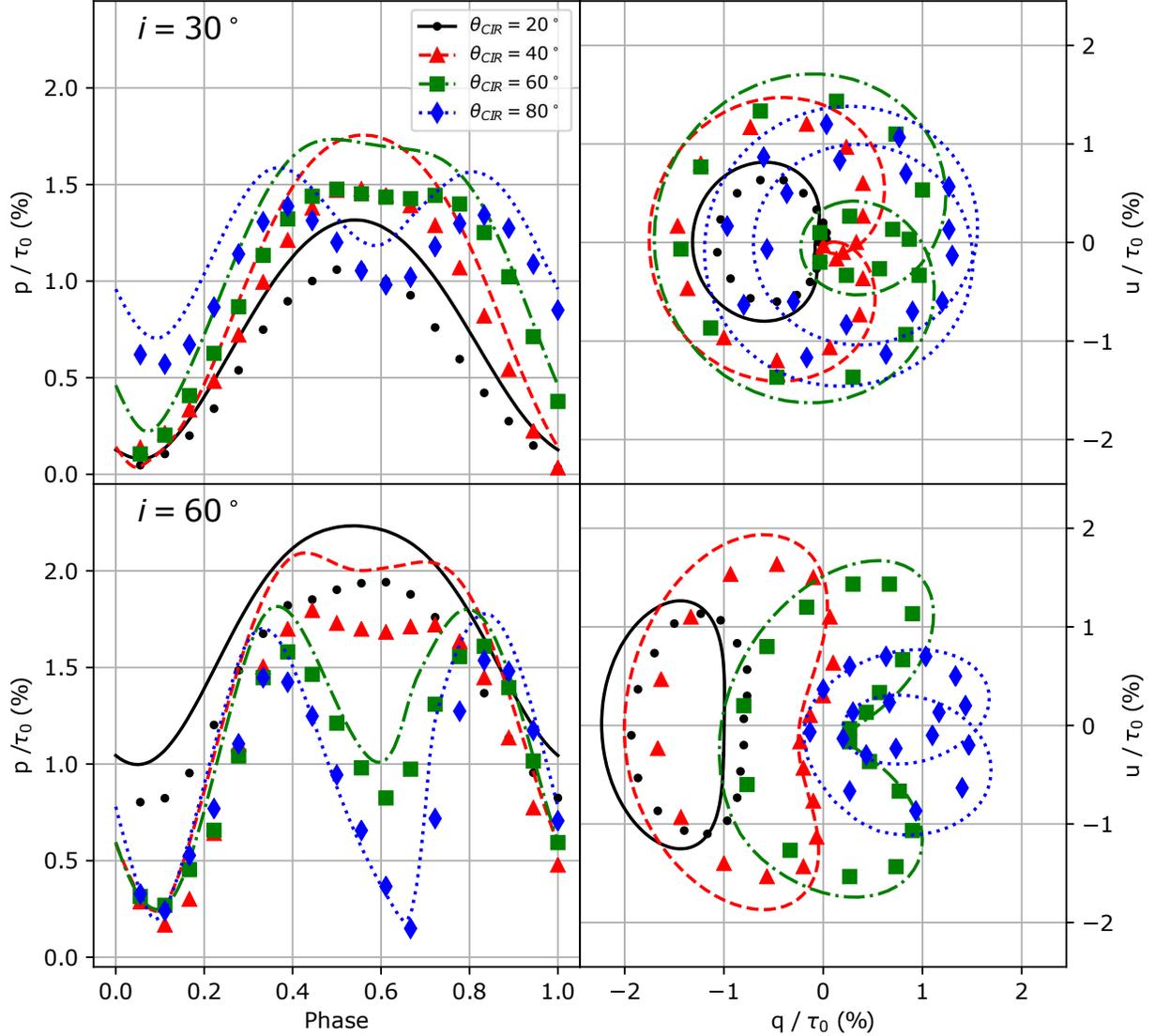


Figure 3.7. Comparison between our MCRT linear polarization values (shapes) and those from the analytical model (lines) when both the CIR with $r_0 = 5R_*$ and the wind are included. We vary the CIR latitude θ_{CIR} as we did in (Ignace *et al.*, 2015) and we present results for an inclination of $i = 30^\circ$ for the top row and $i = 60^\circ$ for the bottom row. Calculations are carried out for $\tau_0 = 0.03$.

difference isn't compensated completely, the resulting polarization is definitely much closer to the analytical results, with a deviation of only about 7% between the two curves, as opposed to a difference of about 20% between our original result and the analytical calculation. Note

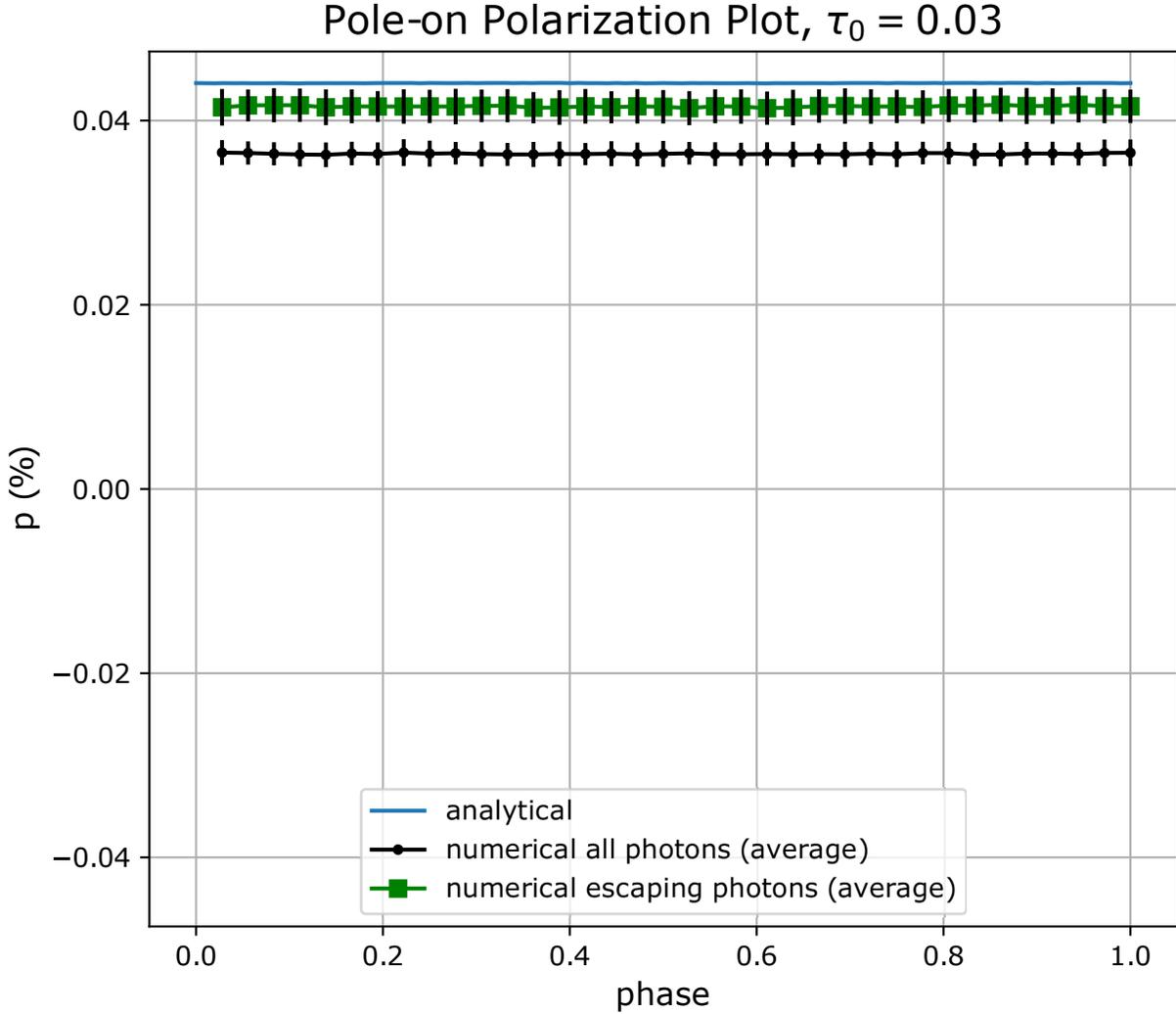


Figure 3.8. Comparison between a polarization normalization by stellar escaping photons only and a normalization by all photons, for a wind with $\tau_0 = 0.03$ and a CIR with $r_0/R_* = 5$ in the pole-on view. Note that we still find a small difference with the analytical results, even with the different normalization. However the resulting polarization curve is much closer to the analytical results.

that this simple test does not remove the pre and post scattering attenuation terms which still contributes to the Monte Carlo value but obviously not to the analytical one.

3.4.2. Optically Thick

In this section we compare our numerical calculations with the analytical ones presented in St-Louis *et al.* (2018), which treats optically thick winds in an approximate way using

a "core-halo" approach. Since we already noted significant differences between the MCRT and the optically thin analytical calculations, we elected to adopt the simplest possible configuration. Therefore the calculations presented in this section are for an essentially straight CIR ($r_0 = 100R_*$) at the equator and we consider only the pole-on and edge-on views. In Figure 3.9 we compare analytical (solid curves) and MCRT (filled circles) results for three different values of τ_0 : for an optically thin wind ($\tau_0 = 0.03$), for a moderate optical depth ($\tau_0 = 0.5$) and a strongly optically thick wind ($\tau_0 = 2.0$). The top row shows the total linear polarization p (left), and Stokes parameter q (right) as a function of phase for the pole-on view while the bottom row shows these same parameters for an edge-on view. For the optically thin calculations (black curve and points), the difference between the MCRT and analytical points are the same order of magnitude as those shown in Figure 3.6 and 3.7. For the pole-on view, for example, the difference in p is around 0.008%. Note that unlike in the optically thin case, here we do not normalize our polarization values by τ_0 because in the optically thick cases, the polarization does not scale linearly with τ_0 . As can readily be seen, the differences between the analytical and MCRT models are considerable for both optically thick cases.

For the pole-on view, the amplitude of the polarization curves are wildly different, with the $\tau_0 = 0.5$ curve (blue) varying by about 0.55% for p and the $\tau_0 = 2.0$ curve (red) varying by about 0.64% for p . The red curve is also attenuated compared to the blue curve in the statistical approach, while the attenuation for the analytical approach has not happened yet. The curve shift in the statistical approach is also much more pronounced than it is in the analytical approach, varying by an amount of almost 0.1 phase between the blue and red curves, compared to the 0.01 change in phase that the analytical model has.

In general, as the wind becomes increasingly optically thick, the differences between the MCRT and analytical models become increasingly large. For the pole-on view, for example, the difference is now $\Delta p = 0.5\%$ for $\tau_0 = 0.5$ and $\Delta p = 0.7\%$ for $\tau_0 = 2.0$. These are extremely large differences.

The q versus phase curve for the pole-on view presents an additional intriguing characteristic. As τ_0 becomes larger, the maximum of the curve gradually shifts from the value of $\phi = 0.25$ expected analytically to phases that are increasingly larger.

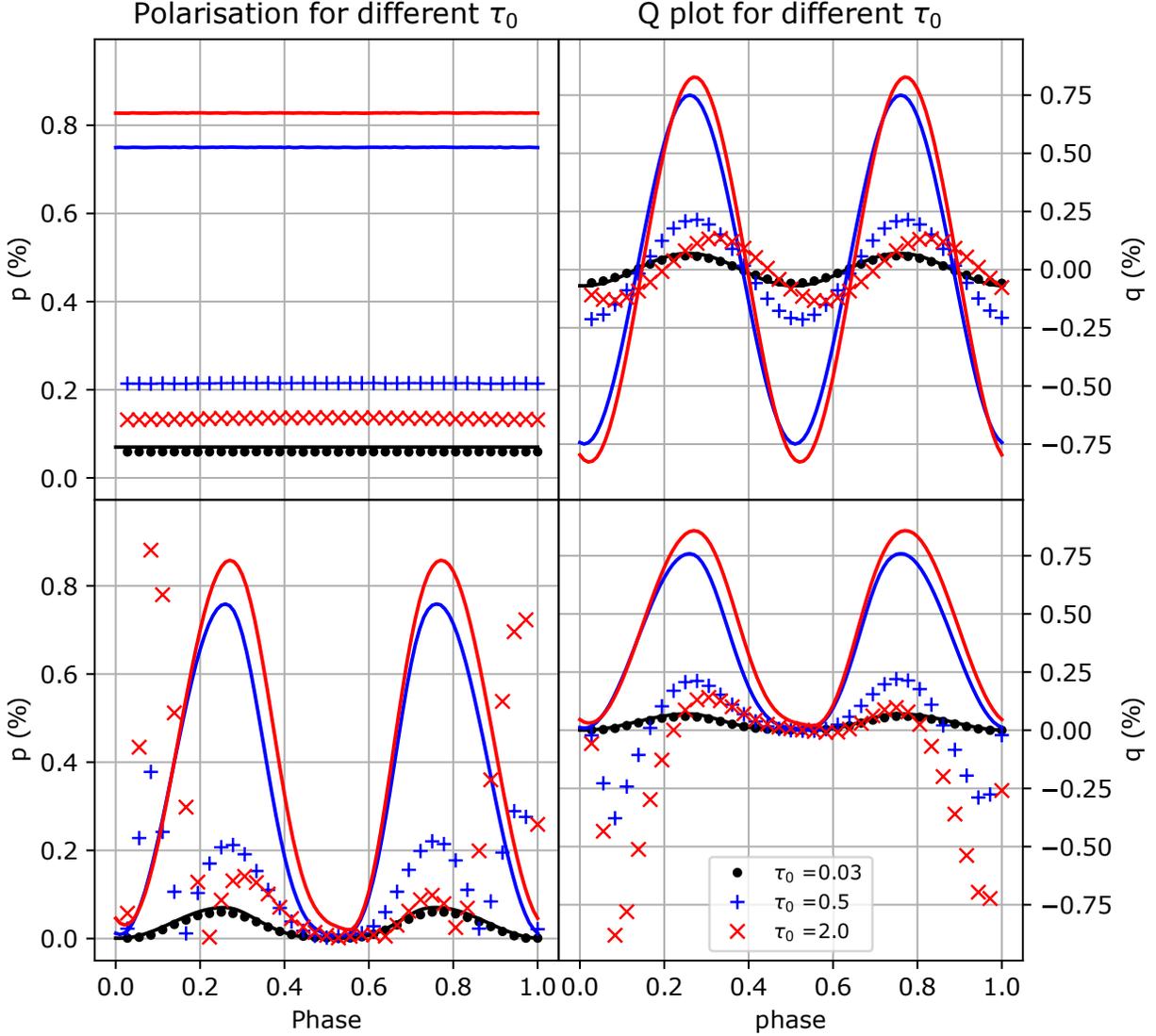


Figure 3.9. Comparison between our MCRT linear polarization values (shapes) and those from the modified analytical solution (lines) for a wind containing a straight CIR with $r_0 = 100R_*$ at different τ_0 . Top row has a pole-on view $i = 1^\circ$ and the bottom row has an edge-on view, $i = 90^\circ$.

For the edge-on case, the q curve also presents this shift in its maximum but in addition, two dips to negative q values appear on either side of phase 0 (CIR between the star and the observer). The u curve (not shown here) shows values all close to 0, as expected, as the polarization vector is horizontal on the plane of the sky. These two dips are not predicted by our analytical model and makes p curves ($\sqrt{q^2 + u^2}$) complex looking.

3.4.3. Interpretation

The behaviour exhibited in these optically thick MCRT simulations are complex and the difference with the analytical calculations are large. In this section, we will present our interpretation of these results for both the pole-on and the edge-on views.

3.4.3.1. Pole-on view

Figure 3.10 shows a linear polarization image of a spherical wind and CIR at phase 0.25 viewed from the pole. Superposed on the images are lines of various colours corresponding to isocontours on a linear scale. Moving radially from the center of the star, the polarization rises, reaches a maximum (region in white) and decreases again. This is a well-known behaviour for extended atmospheres of early-type stars (e.g. Brown et McLean, 1977; Cassinelli *et al.*, 1987). As with the analytical model, we see that the CIR causes an excess in polarization throughout most of the wind, except in the interior near the polarization. For the analytical calculations and our optically thin model this produces a double-wave q curve with maxima at positive values at phases 0.25 and 0.75 and minima at negative values at phases 0 and 0.5 (see Figure 3.9). However, in the optically thick cases, there is a deficit in the region where the polarization peaks at the location of the CIR. This can readily be seen as a break in the dark blue isocontour. This deficit introduces an important new contribution to the polarization of the wind as it breaks the previously axisymmetric polarization of the wind. The resulting curve has maxima at positive q values at phase 0 and 0.5 and minima at negative q values at phases 0 and 0.25. Both contributions (CIR and deficit) therefore vary in anti-phase, which greatly reduces the amplitude of the resulting polarization.

There is one final ingredient that explains the apparent gradual shift in the q curve with increasing τ_0 that is seen in Figure 3.9. As can be seen in Figure 3.10, even though our chosen CIR is essentially straight ($r_0 = 100R_*$), a slight curvature is still present. This can be readily seen by measuring the position of the center of the CIR on the yellow and red isophotes. While the center of the deficit in the wind at $r = 1.7R_*$ is on the horizontal, the center of the yellow isophote at the position of the CIR is clearly below and the center of the CIR on the red isophote is even lower. This will produce a q polarization curve that is slightly shifted from the one from an optically thin wind. As the wind becomes increasingly thick, the CIR will emerge at higher and higher radii shifting the curve accordingly to brighter phases.

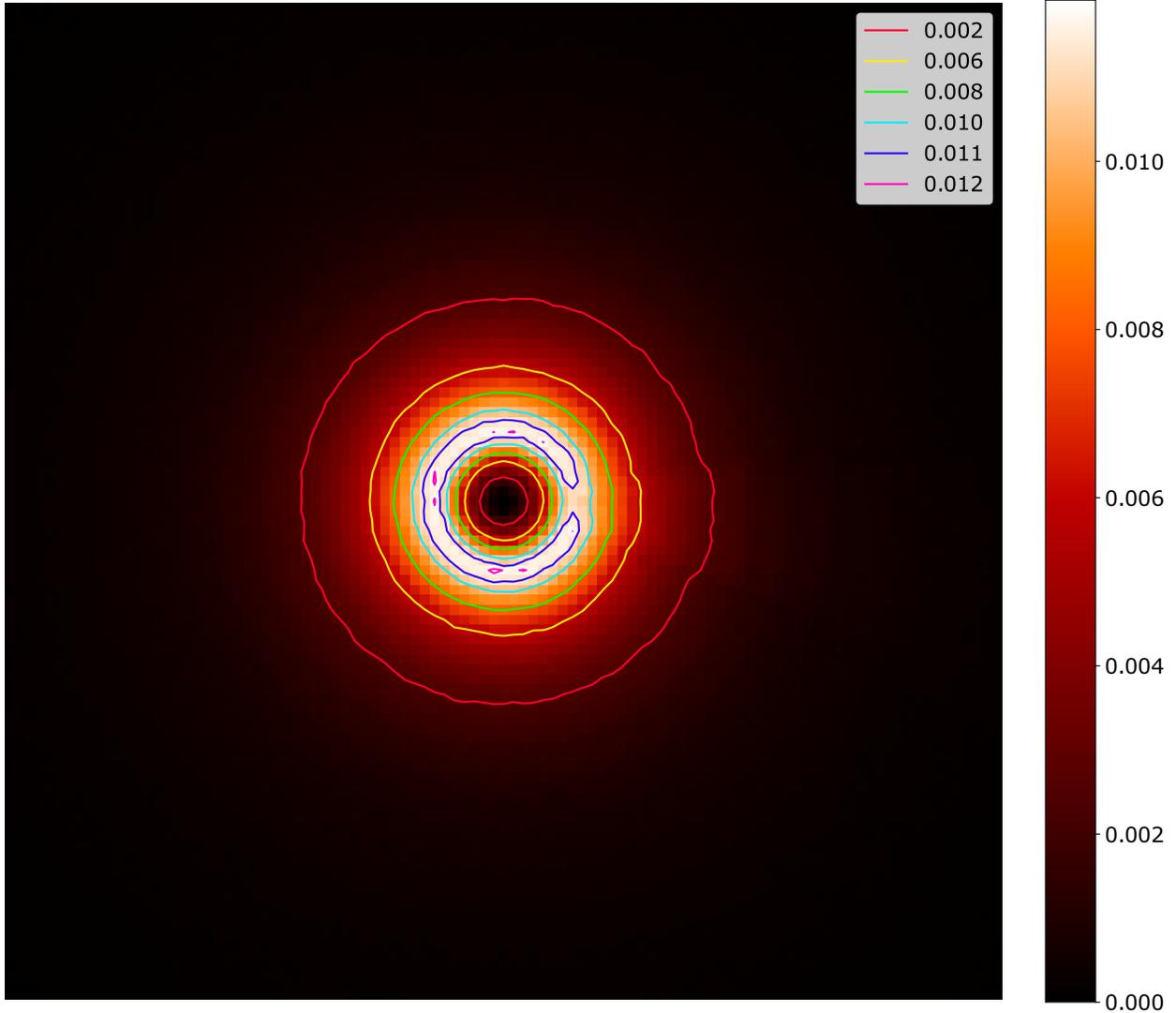


Figure 3.10. $24R_*$ by $24R_*$ linear polarization map (p) observed from the pole from a star with a spherical wind containing an essentially straight CIR ($r_0 = 100R_*$) for $\tau_0 = 2.0$, at phase 0.25. Isophotes have been drawn, representing surfaces of constant polarization.

When the two polarization contributions are added (deficit plus slightly curved CIR) we obtain a curve with a greatly reduced amplitude with maxima that gradually shift towards higher phases as the optical thickness of the wind increases, as seen in Figure 3.9.

3.4.3.2. *Edge-on view*

For the edge-on view, there is an extra level of complexity because there are now occultation effects. In the bottom right panel of Figure 3.9, two dips to negative values can be seen in the q polarization curve, on either side of phase 0 for optically thick calculations ($\tau_0 = 0.5$

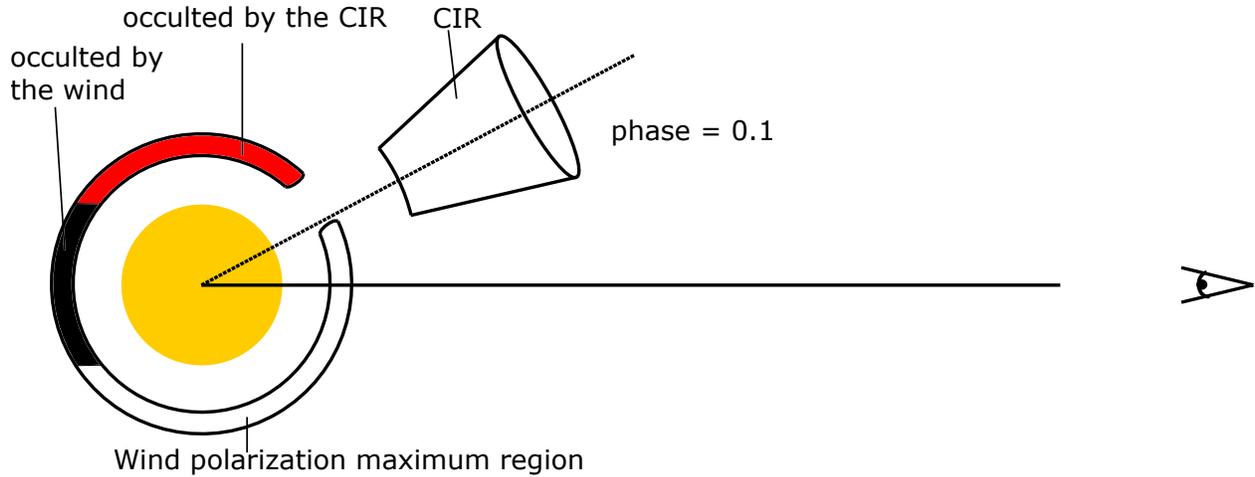


Figure 3.11. 2D sketch of an observer (eye) viewing the star (centre circle) with a wind and CIR (2d cone) from an edge-on point of view at phase $\phi = 0.1$. The max polarization band in the wind is represented by the region between two disconnected and partially filled circles. The red or lighter band represents the region occulted by the CIR while the black or darker band represents the region occulted by the star. Note that the CIR isn't centered on the opening due to its curvature, which is approximated in this sketch by a slightly displaced CIR.

and $\tau_0 = 2.0$). As the optical thickness of the wind increases, the dips become deeper and they gradually move away from phase 0. The q values remain positive in the other parts of the curve. Our interpretation of these dips is that we are seeing the occultation of sections of the wind polarization by the dense CIR on either side of phase 0.

In Figure 3.11 we present a 2D sketch of an edge-on view of the wind and CIR at a phase around $\phi = 0.1$. It can be seen that a large fraction of the wind polarization in the horizontal direction is occulted by the optically thick CIR. As a consequence, the balance between the horizontal and vertical components, previously leading to a nil polarization, is now broken and produces a net vertical polarization, i.e. negative q values. This leads to the two dips in the q curve. These two negative dips are superposed on a curve that is identical to the one that can be seen for the pole-on view and plotted in the top right panel of Figure 3.9. indeed, the contributions from the spherical wind are the same whether they are viewed pole-on or edge-on.

The effects of the curvature are also visible in this edge-on view. At $\tau_0 = 0.5$, the CIR emerges closer to the star than at $\tau_0 = 2.0$. Therefore at $\phi = 0$, the polarization reaches

almost 0 for the $\tau_0 = 0.5$ case as the dominant part of the CIR is then symmetrical in our line of sight, which is not quite the case for the $\tau_0 = 2.0$ case. The curvature also manifest itself through the slight asymmetry of the two dips around phase 0, and the two peaks around phase 0.5. The slight curvature inward when the CIR is at phase 0.25 will scatter more photons into the line of sight than the outward curvature at 0.75 would. This also implies that at phase 0.1 more photons will be scattered out of the line of sight than at phase 0.9.

3.5. Gaussian Spot Models

In this section, we present MCRT calculations of the polarization, now including the total light intensity of a spherical wind and a CIR along with a stellar spot on the surface of the star at the footpoint of the CIR. Different spot models have been studied for a variety of star types, for example, in Al-Malki (1992), whose model generated small variations in polarization due to asymmetries in the photosphere. Here a Gaussian spot model will be used.

3.5.1. MCRT models including spots on the stellar surface

Here we present results of MCRT models for a spherical wind spanning three values of τ_0 ; and optically thin wind (0.01), a moderately thick wind (0.1) and a thick wind (1.0). We also include a CIR with $r_0 = 100R_*$ and a density contrast of $\eta = 1$ at the stellar equator. Finally, we include a spot on the surface of the star, at the base of the CIR with the same angular extent as the CIR. We will vary the opening angle of the spot and CIR and the intensity of the spot with respect to the rest of the star.

3.5.1.1. *The effect on the Polarization curves*

In Figure 3.12, we present q polarization curves for an edge-on view for three configurations. First, in the top for a spherical wind with only a spot at the surface of the star (no CIR). In the middle panels, we show a spherical wind with a CIR only (no spot). Finally in the bottom panels, we show results for the combination of a spot and a CIR. We also vary the spot and CIR parameters to get a better idea of their effect. In each plot, the black curve is a spot with a luminosity contrast of 1.2 and a half-opening angle of 15° . The blue curve is for the same opening angle but a luminosity contrast of 1.5. Finally, the red curve is for a spot with a 1.2 luminosity contrast but for a wider spot with $\beta = 30^\circ$.

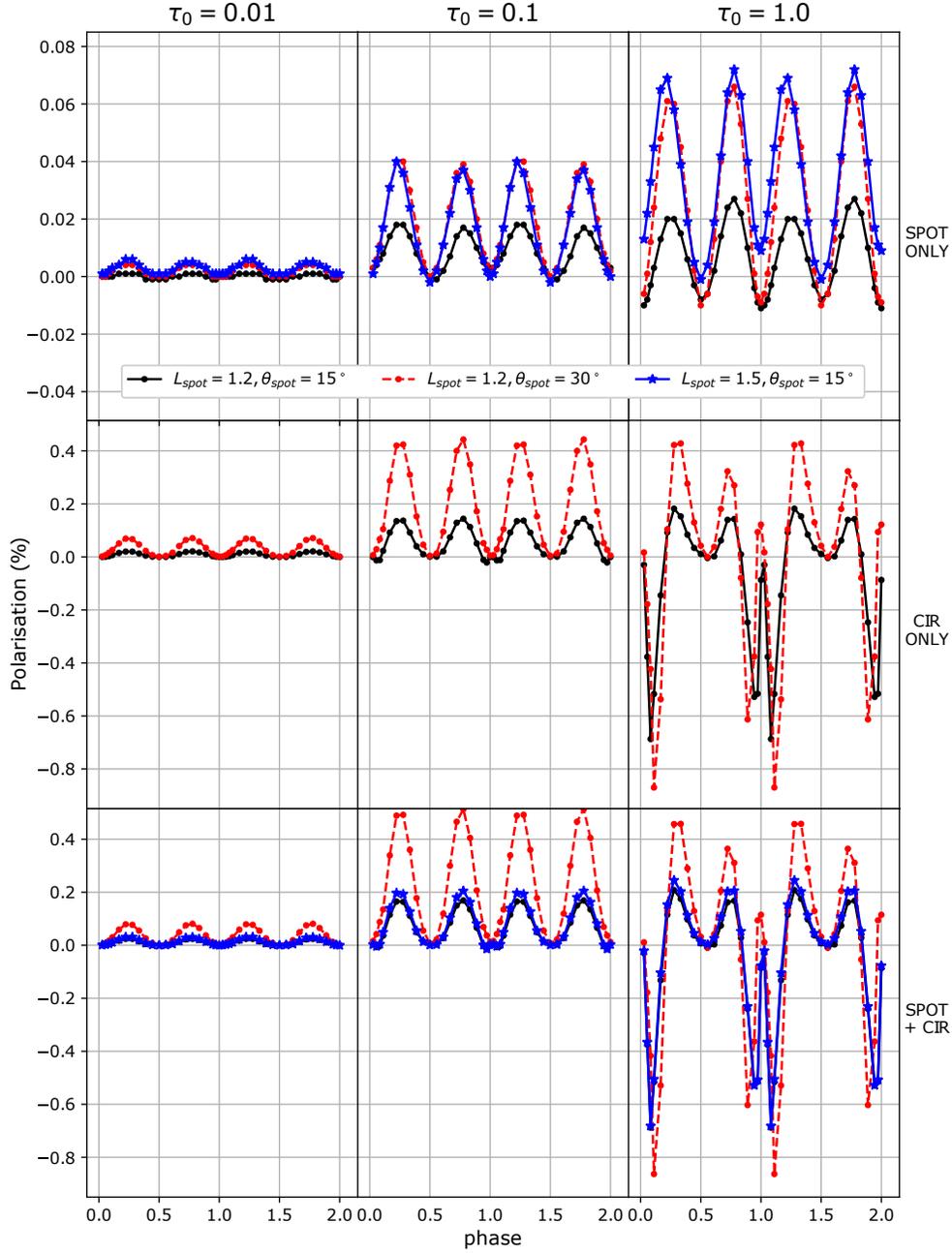


Figure 3.12. Contributions to the q polarization from the Gaussian spot (top row), the CIR (middle row) and both combined (bottom row) for three different τ_0 ; $\tau_0 = 0.01$ (left column), $\tau_0 = 0.1$ (center column) and $\tau_0 = 1.0$ (right column). Three different combinations of spot luminosity $L_{\text{spot}}/L_{\text{phot}}$ and spot opening angular radius β were used. Note that the scale on the first row is different to the two other rows in order to see more clearly the amplitude of variation of intensity caused by the spot.

The effects on the q polarization curves of the CIR only are as discussed in the previous section. Here in addition, we can see that increasing the opening angle increases the amplitude of the curve and the depth of the eclipses of the wind and can be explained within the framework of our interpretation.

The effects on the polarization of a spot are illustrated in the top panels. First note that the amplitude of polarization is a factor of ~ 10 smaller than in the case of a CIR only. Second, as expected, for an optically thin or modestly thick wind, the effect of increasing the brightness ratio of the opening angle is to increase the amplitude of the curve. This curve has two maxima per cycle, one at 0.25 and the other at 0.75 when the scattering angle is 90° and two minima at $q = 0$ when the spot is in the line of sight of the observer at phase 0 (forward scattering) or behind the star (occulted). The behaviour for the optically thick wind seems more complex when the spot is in front of the star at $\phi = 0$, the q polarization can either be positive if its contrast is higher (1.5) or negative if it is lower (1.2). When the spot is behind the star at $\phi = 0.5$, the q polarization is either 0 for a brighter spot (1.5) or negative for a lower luminosity contrast (1.2). This can be accounted for mainly by numerical noise, as the errors on the polarization values at $\tau_0 = 1$ in Figure 3.14 are quite large (~ 0.03) at this scale. As for the CIR, the amplitudes for the optically thick case at phase 0.25 and 0.75 are not quite equal. This can most likely be explained by the fact that the CIR is slightly curved, even for $r_0/R_* = 100$ and the leading and trailing edges then cause an asymmetry in the polarization (see Section 3.4.3.2).

In the bottom panels, we present the combined effects of the spot and CIR. the most important conclusion is that the effect of the spot on the polarization is similar in nature as that of the CIR (excluding the eclipse effects) but that they are of much smaller amplitude. Therefore, they do not affect significantly the shape of the polarization curves.

3.5.1.2. *The effect on the light-curves*

In Figure 3.13, we present light-curves associated with the polarization curves presented in Figure 3.12. For the spot only, the curves are very much as expected with an increasing amplitude, when the spot is brighter and when it has a bigger surface. As the wind becomes thicker, the amplitude becomes smaller and smaller and the eclipse become less sharp. This is because as τ_0 increases, light from the spot is diffused outward, making the spot larger

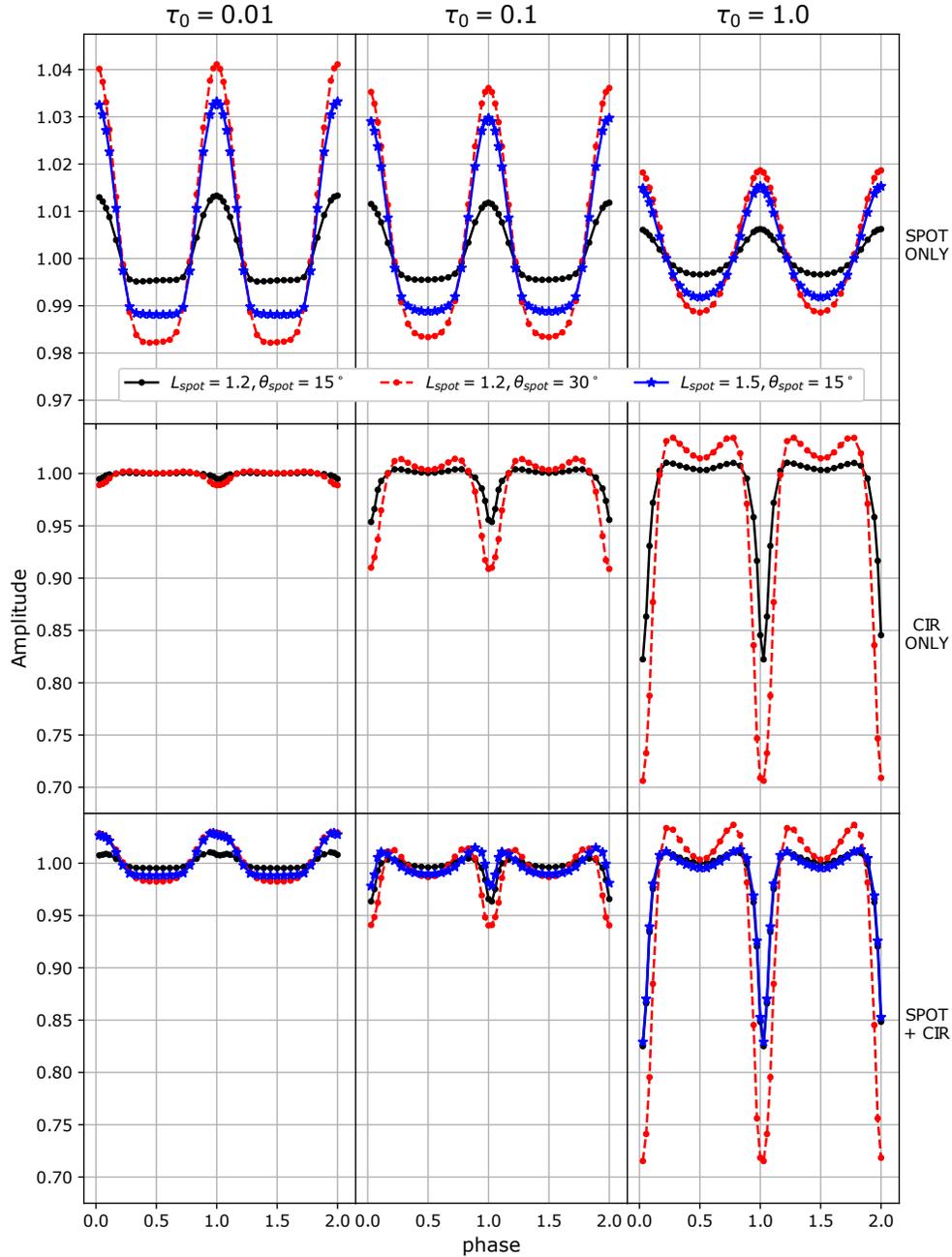


Figure 3.13. Contributions to the intensity from the Gaussian spot (top row), the CIR (middle row) and both combined (bottom row) for three different τ_0 ; $\tau_0 = 0.01$ (left column), $\tau_0 = 0.1$ (center column) and $\tau_0 = 1.0$ (right column). Three different combinations of spot luminosity $L_{\text{spot}}/L_{\text{phot}}$ and spot opening angular radius β were used. Note that the scale on the first row is different to the two other rows in order to see more clearly the amplitude of variation of intensity caused by the spot.

and blurrier. For the CIR only, the behaviour is also as expected. When the CIR is in front at phase 0, it eclipses part of the star creating a dip. Of course, if the CIR is wider, the eclipse is also wider but also deeper. At phases 0.25 and 0.75, it scatters the light into the line of sight, generating excess light. For a wider CIR, these excesses are stronger. Finally, when the CIR is behind the star, it is totally invisible and the relative flux is unaffected ($= 1.0$) for thin and moderately thick winds. For thick winds, some flux seems to reach the observer (> 1.0) indicating that when it emerges, the CIR is slightly larger than the stellar photosphere. As for the relative amplitudes between the effects of the spot and that of the CIR, when the wind is thin (0.01) the spot dominates, but when the wind is thick (1.0) the CIR dominates. This is true even for moderately thick winds (0.1).

3.5.2. MCRT CIR polarization curves for a range of densities

In Figure 3.14, we present polarization curves for a wind with an essentially straight equatorial CIR ($r_0/R_* = 100$) in a pole-on (top row) and edge-on (bottom row) view for p (left column) and q (right column) as a function of phase for different values of τ_0 . For these models, we have also added a Gaussian spot with $L_{\text{spot}}/L_{\text{phot}} = 1.2$. Here 1.5 phase cycles are shown more clearly the shape of the curve. For the pole-on view, we can see that the total linear polarization, p , increases with τ_0 until it reaches a maximum value of $\sim 0.25\%$ at $\tau_0 = 0.3 - 0.5$. Above this value, increasing τ_0 gradually decreases the value of p until it reaches a value of ~ 0.15 at $\tau_0 = 2.0$. Our calculation at $\tau_0 = 3.0$ gives a very similar polarization value. These effects can also be seen in the amplitude of the q curves shown in the top right panel (the u curves are in anti-phase with the q curves). In addition to these variations in the amplitude of the q curve with τ_0 , we can also see the gradual shift in the maxima of the curves, already described in Section 3.4.3.1. This shift begins to become significant after $\tau_0 = 0.5$, approximately when the maximum in p is reached. This is consistent with our interpretation that at a certain value of τ_0 (0.3 - 0.5) the optical depth in the CIR becomes important enough to break the symmetry of the wind polarization, hereby generating a new linear polarization source that varies in anti-phase with the polarization curve generated by the CIR itself. As τ_0 increases, the CIR emerges at larger and larger distances from the star and because even with $r_0/R_* = 100$ it still presents

a slight curvature, the polarization curve from the CIR becomes gradually shifted to higher phases as τ_0 increases.

For the edge-on view, we can see the gradual appearance of the double dips caused by the eclipse of the wind by the CIR on either side of phase 0, also starting around $\tau_0 = 0.3$. These dips become deeper and wider as τ_0 increases as the wind polarization becomes larger and the CIR occults a larger and larger fraction of the wind polarization.

One interesting thing to note here is that, in the edge-on view, we can see at what τ_0 the two peaks in the polarization curve around phase 0 start appearing, in this case around $\tau_0 = 0.3$. With increasing density the peaks become higher.

As for the pole-on view, we can see that at in between $\tau_0 = 0.3$ and $\tau_0 = 0.5$, the polarization peaks reach a maximum and start decreasing. There also seems to be slight phase shifting in q becoming most noticeable around $\tau_0 = 1.0$. Note that the decrease in polarization seems to have stopped in between $\tau_0 = 2.0$ and $\tau_0 = 3.0$, since the amplitude has stayed the same, however the shifting in q still continues.

3.5.3. MCRT Light Curves for a range of densities

Our MCRT calculations also include monochromatic light curves for scattering of star light from both the wind and CIR. Total intensities include light from the star and scattered light, $I = 1$ corresponding to the intensity from stellar light only. In this section, we present results showing how these vary for various wind densities.

In Figure 3.15, we illustrate how the light curves evolve as a function of τ_0 for a spherical wind containing a single straight CIR ($r_0 = 100R_*$) at the equator with a spot on the surface of the star for pole-on (left) and edge-on (right) views. As expected, the pole-on case yields constant values of I with an increase in amplitude for higher values of τ_0 . The slight systematic variations at this scale are due to the slight inclination ($\sim 1^\circ$). The edge-on case shows curves with the same characteristics as those presented in Section 3.5.1.2, where the CIR contribution becomes gradually more important as τ_0 increases. For low τ_0 values, we can see a broad contribution from scattered light centered on phase 0 for this essentially straight CIR. As τ_0 increases, this excess becomes more and more reduced by the more narrow dip generated by the eclipse of the wind of the star by the CIR. Around phases 0.25

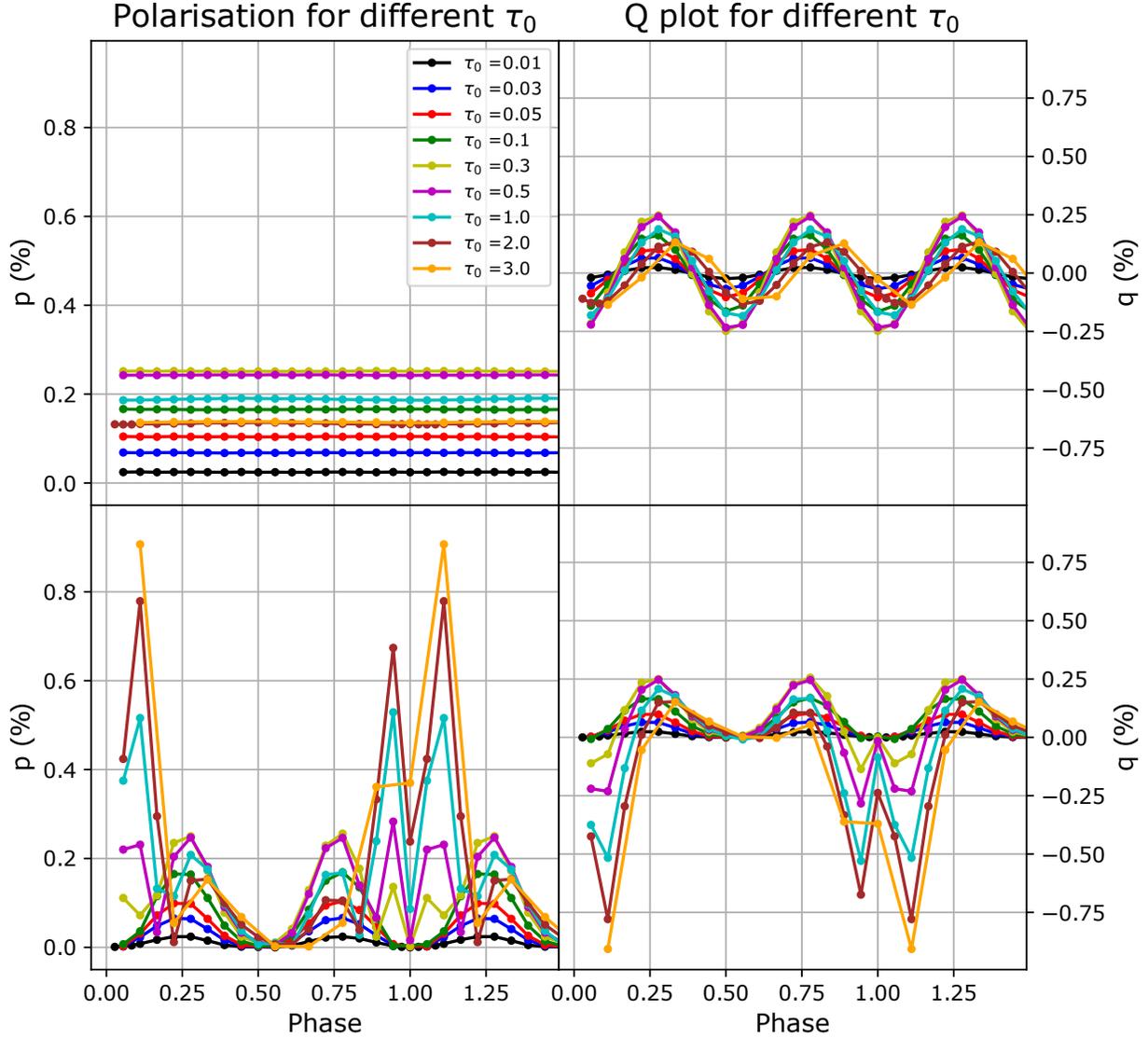


Figure 3.14. Polarization values p and q as a function of phase of a spherical wind with a single essentially straight CIR ($r_0 = 100R_*$) located at the equator for different values of τ_0 from 0.01 to 3.0, with spot included for a pole-on view $i = 1^\circ$ (top row) and an edge-on view $i = 90^\circ$ (bottom row). Note that our $\tau_0 = 3.0$ simulation has half the amount of phase points, making the curve a bit less resolved.

and 0.75 however, as the CIR exits the line of sight of the star, we notice two bumps in the light curve, indicating an excess of photons scattered into the line of sight.

Figure 3.16 presents the light curves from a slightly curved CIR ($r_0 = 5R_*$) instead of a straight one, for different values of τ_0 for a pole-on view (top) and edge-on view (bottom).

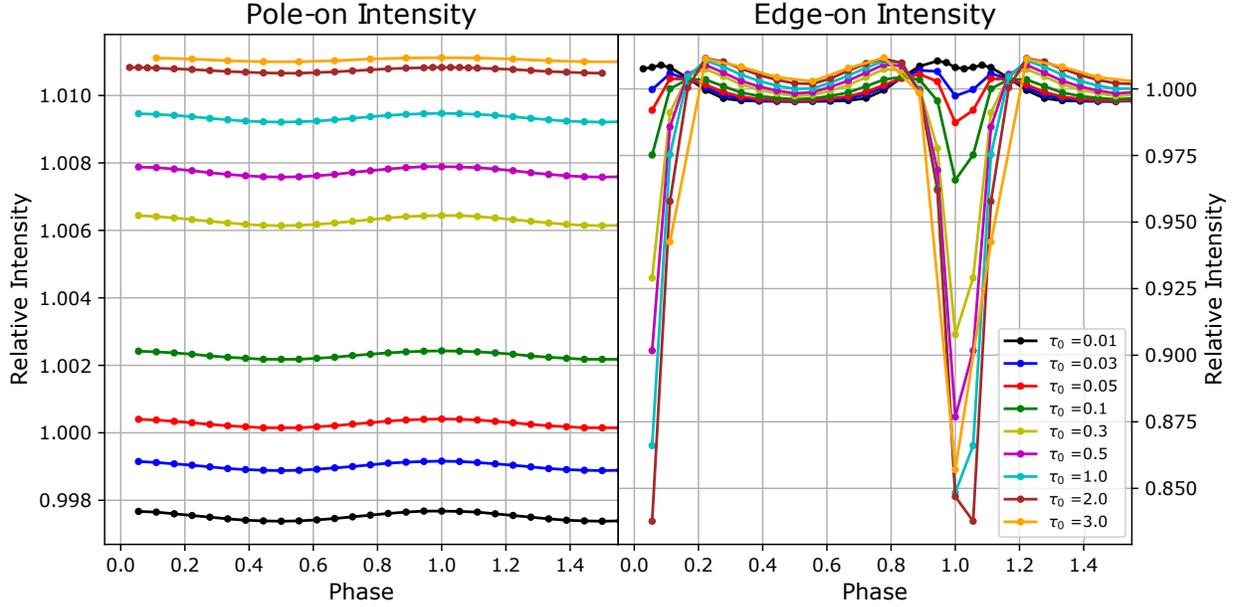


Figure 3.15. Intensity values as a function of phase of a spherical wind with a single straight CIR ($r_0 = 100R_*$) located at the equator for different values of τ_0 from 0.01 to 3.0, with spot included for a pole-on view $i = 1^\circ$ (left) and an edge-on view $i = 90^\circ$ (right). Note the scale for the pole-on intensity is different from the edge-on intensity to highlight the difference between the different curves.

For these curves, we have repeated the calculation 20 times and present the mean values on the figure. The error bars correspond to the standard deviation of these means. It can readily be seen that these intensity error bars are much smaller than their polarization counterparts in Figure 3.3, as the errors are in general of the order of 0.0001.

3.6. Conclusions

In this paper, we have shown that the results from our Monte Carlo statistical approach for treating CIRs differ significantly from the analytical models. While the Monte Carlo model fits relatively well with the optically thin results of Ignace *et al.* (2015), only with some minor differences when we do not include the spherical wind with the CIR, the polarization becomes much more attenuated compared to the analytical model when we do include the wind in the Monte Carlo simulations. We interpret this as indicating that the scattered light and/or the pre and post scattering attenuation have a much more important impact than previously envisaged on the polarization with a decrease of about $\sim 20\%$. When we compare

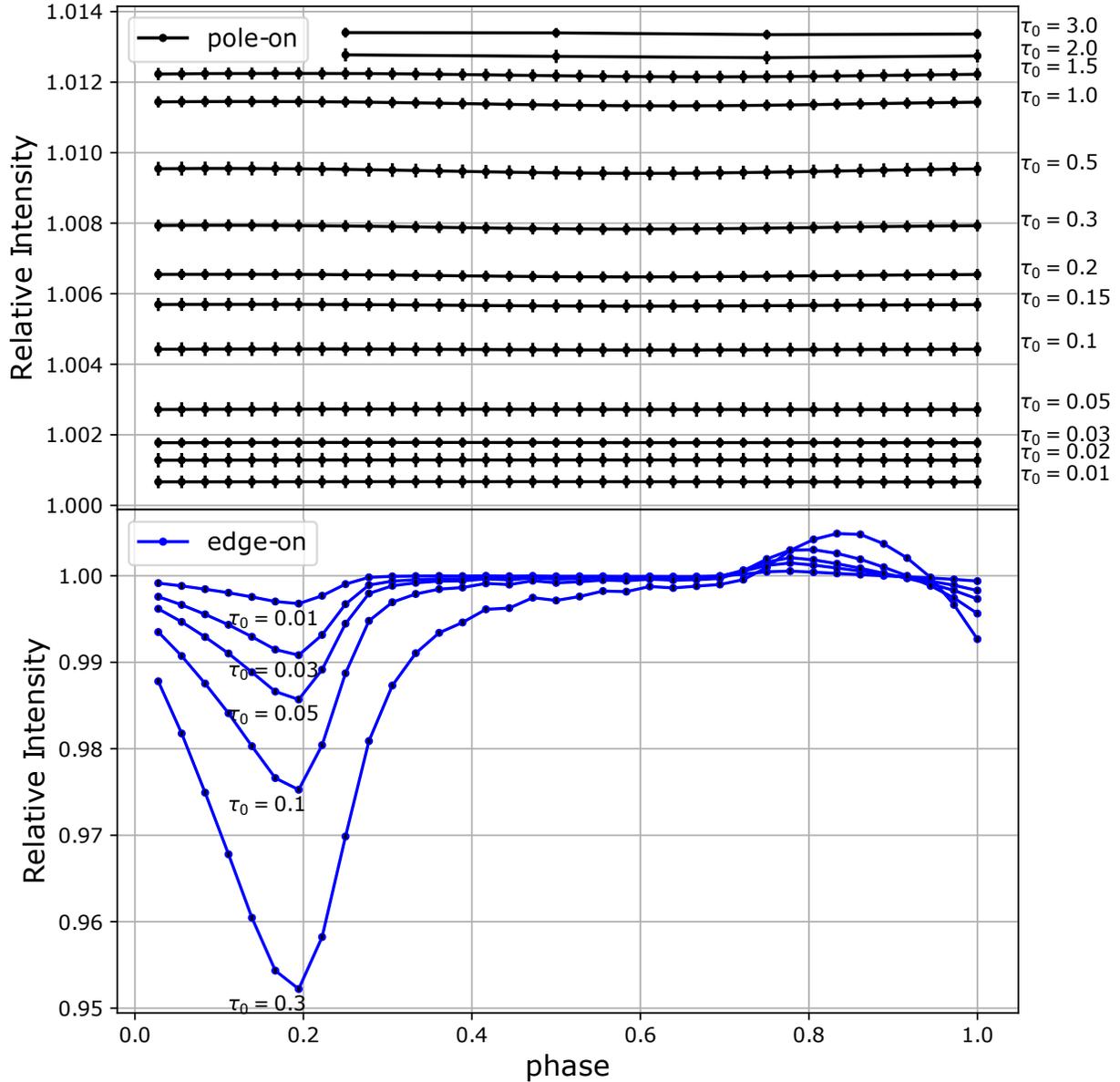


Figure 3.16. Pole-on (top graph) and edge-on (bottom graph) intensity values as a function of phase for a spherical wind containing a single CIR with $r_0 = 5R_*$ located at the equator for different values of τ_0 from 0.01 to 3.0 for the pole-on view and from 0.01 to 0.3 for the edge-on view, with spot included. The error bars represent the standard deviation given by running the same simulation with 20 different seeds.

our results with those of St-Louis *et al.* (2018) for the optically thick limit, the differences become even more important, as multiple scattering adds complexity to the polarization curves. First, the scattering of the photons by the CIR towards the line of site at phases

0.25 and 0.75 for an edge-on view is increasingly reduced as the optical depth becomes higher by the eclipse by the CIR of the polarised spherical wind on either side of phase 0 (CIR in front). Secondly, because of multiple scattering, the optically thick CIR introduces a deficit in the region of maximum polarization, yielding a polarization contribution almost completely in anti-phase with the polarization generated by the CIR further out in the wind where the density is smaller. These two contributions in almost complete anti-phase greatly reduce the amplitude of the resulting polarization.

Adding spots on the surface of the star at the base of the CIRs has a small effect on the polarization curve, where a slight excess can be observed. However in the total light curves, three cases can be distinguished depending on the spot parameters and the optical thickness of the wind: The first is when the spot dominates in the optically thin limit, the second is when the CIR dominates in the strongly optically thick limit, and the last is when both contributions are significant, in the moderately optically thick limit.

Although this statistical model presented in this paper is relatively simple, we believe it provides a base on which we will be able to build upon. In the future we plan to treat more complex wind and CIR geometries and kinematic structures such as those that result from hydrodynamical simulations.

Acknowledgements

Computations were made on the supercomputer Briarée from the Université de Montréal, managed by Calcul Québec and Compute Canada. The operation of this supercomputer is funded by the Canada Foundation for Innovation (CFI), the Ministère de l'économie, de la science et de l'innovation du Québec (MESI) and the Fonds de recherche du Québec - Nature et technologies (FRQ-NT). NSL acknowledges financial support from the Natural Sciences and Engineering Research Council (NSERC) of Canada.

Chapitre 4

Conclusion

Dans ce travail, nous avons présenté un modèle MCRT simplifié en trois dimensions pour l'étude de la variabilité polarimétrique causée par la présence dans un vent stellaire de régions d'interaction en corotation (CIRs). Un vent statique, à symétrie sphérique dans lequel nous incluons un ou des CIRs est modélisé par une grille en densité discrétisée autour de l'étoile, avec une plus haute résolution pour les parties de la grille où se trouve le ou les CIRs. Puisque notre vent est statique, nous simulons la rotation de l'étoile en plaçant une série d'observateurs à différentes longitudes autour de l'étoile de telle sorte que nous calculons une intensité totale et polarimétrique pour chaque «phase» du vent, nous permettant d'étudier les variations polarimétriques en fonction de la rotation de l'étoile.

Grâce à ce modèle, nous avons pu déterminer que les calculs analytiques pour la limite optiquement mince sont très proches des résultats numériques, sans toutefois être entièrement identiques, lorsque nous calculons les variations polarimétriques pour des CIRs seuls. Lorsque nous incluons des CIRs et un vent sphérique (qui devrait en principe résulter en une polarisation nette nulle), l'accord pour les taux de polarisation entre les deux modèles est beaucoup moins bon, quoique les formes des courbes sont les mêmes dans les deux cas. Nous trouvons que l'amplitude de la variation polarimétrique est réduite d'environ 20% dans les simulations Monte Carlo comparativement aux calculs analytiques. Nous suggérons que cette différence est en grande partie due au fait que la diffusion électronique contribue beaucoup plus au flux total qu'originellement anticipé dans le modèle analytique, pour lequel nous avons supposé que la majorité des photons provenait directement de l'étoile. Afin de vérifier si cette interprétation est correcte, nous avons effectué les calculs des taux de polarisation avec notre code MCRT en ne comptabilisant que les photons venant directement de l'étoile

afin de nous approcher le plus possible des conditions du modèle analytique. Les niveaux de polarisation obtenus avec la méthode MCRT sont alors beaucoup plus proches des résultats analytiques mais demeurent tout de même inférieurs.

Dans le cas où la diffusion électronique est optiquement épaisse, le modèle MCRT et le modèle analytique présentent de grandes différences. Tout d'abord, les amplitudes de variations polarimétriques sont beaucoup plus faibles dans le cas de notre modèle statistique comparativement au modèle analytique. Pour le cas test que nous avons calculé, c'est-à-dire un CIR pratiquement de forme conique (de très faible courbure ; $r_0 = 100R_*$) caractérisé par une valeur de τ_0 de 0.5 et 2, l'amplitude de polarisation trouvée par la méthode MCRT pour une ligne de visée vers le pôle de l'étoile est au moins un facteur trois plus faible. De plus, encore pour une ligne de visée vers le pôle, nous observons un décalage en phase de la courbe du paramètre de Stokes q qui devient progressivement plus grand à mesure que la densité du vent (ou la valeur de τ_0) augmente. De plus, pour le même CIR, la vue par la tranche présente des excursions vers des valeurs négatives du paramètre q pour les phases juste avant et juste après que le CIR aie passé devant l'étoile. Nous avons déterminé que ces résultats peuvent s'expliquer de la façon suivante. Malgré que, pour la ligne de visée vers le pôle, l'excès de densité que représente le CIR contribue pour presque toute sa longueur à produire une valeur positive du paramètre q qui devient maximale près des phases 0.25 et 0.75, tel que prédit par les modèles analytiques, dans la région du CIR près de l'étoile, la densité est tellement grande que la polarisation est en fait *réduite* à cause de la diffusion multiple. Ceci produit une variation de la polarisation qui est presque en anti-phase avec celle produite par le reste du CIR. Les deux composantes ne sont pas complètement en anti-phase car à cause de sa légère courbure, la phase d'émergence du CIR quand le vent devient optiquement mince à plus grande distance est légèrement décalée comparativement aux régions près de l'étoile. L'addition de deux courbes de variations polarimétriques presque qu'en anti-phase résulte en une courbe finale avec une amplitude grandement atténuée. Le léger décalage entre les deux composantes produit une courbe non plate avec un maximum décalé vers les phases plus élevées que pour le cas optiquement mince. Les excursions vers des valeurs négatives du paramètre de Stokes q pour la vue par la tranche s'explique aisément par l'occultation d'une partie du vent par le CIR. En effet, même si un vent sphérique produit une polarisation nette nulle à cause du fait que toutes les contributions provenant des différentes parties du

vent s'annulent, si une situation se présente pour laquelle une partie de ce vent est occultée, alors une polarisation nette sera mesurée. Comme dans le cas vu par la tranche ce sont des diffuseurs situés dans la direction horizontale qui sont occultés par le CIR, une polarisation négative en q est nécessairement produite, tel qu'observé. Cette occultation se produit juste avant et après le passage du CIR devant l'étoile. Lorsque le CIR (pratiquement de forme conique) se trouve directement devant l'étoile, les diffuseurs occultés sont placés de manière symétrique pour l'observateur et donc la polarisation résultante est nulle.

Nous avons également calculé des courbes photométriques et polarimétriques en ajoutant des taches brillantes sur la surface de l'étoile à la base du CIR. Afin de simplifier l'interprétation, nous avons choisi un CIR avec une très faible courbure ($r_0 = 100R_*$). Pour la polarisation, nous trouvons que le CIR domine la courbe autant pour les vents optiquement minces que pour les vents optiquement épais. La tache vient simplement légèrement augmenter l'amplitude de la courbe de polarisation, tel qu'on pouvait s'y attendre. Pour les courbes de lumière, la situation est légèrement différente. Pour un vent optiquement mince, la tache domine avec seulement une légère contribution du CIR. Par contre, pour un vent optiquement épais, l'éclipse de l'étoile par le CIR lorsque celui-ci passe devant ainsi que la lumière diffusée par le CIR lorsqu'il est à angle droit par rapport à la ligne de visée a un impact significatif, voir dominant sur la courbe de lumière.

Bien que simplifié, le modèle que nous avons présenté dans ce travail nous a permis de mettre en lumière des aspects du problème qui n'avaient pas été envisagés dans le modèle analytique. Il constitue un excellent point de départ pour aisément construire, dans le futur, des géométries plus complexes, plus proches de celles découlant des modèles hydrodynamiques. En plus de modéliser des géométries plus complexes, nous pourrions également inclure une loi de vitesse différente pour certaines sections du CIR, une caractéristique également prédite par les simulations hydrodynamiques.

Bibliographie

- D. C. ABBOTT et L. B. LUCY : Multiline transfer and the dynamics of stellar winds. *The Astrophysical Journal*, 288:679–693, janvier 1985.
- M. B. AL-MALKI : Thèse de doctorat, University of Glasgow, (1992), 1992.
- J. C. BROWN, R. K. BARRETT, L. M. OSKINOVA, S. P. OWOCKI, W.-R. HAMANN, J. A. DE JONG, L. KAPER et H. F. HENRICHS : Inference of hot star density stream properties from data on rotationally recurrent DACs. *Astronomy & Astrophysics*, 413:959–979, janvier 2004.
- J. C. BROWN et I. S. MCLEAN : Polarisation by Thomson Scattering in Optically Thin Stellar Envelopes. I. Source Star at Centre of Axisymmetric Envelope. *Astronomy & Astrophysics*, 57:141, mai 1977.
- L.L. CARTER et E.D. CASHWELL : Particle-transport simulation with the monte carlo method. Rapport technique, jan 1975.
- J. P. CASSINELLI, K. H. NORDSIECK et M. A. MURISON : Polarization of light scattered from the winds of early-type stars. *The Astrophysical Journal*, 317:290–302, juin 1987.
- S. CHANDRASEKHAR : *Radiative transfer*. 1960.
- A.-N. CHENÉ et N. ST-LOUIS : Large-scale Periodic Variability of the Wind of the Wolf-Rayet Star WR 1 (HD 4004). *The Astrophysical Journal*, 716:929–941, juin 2010.
- A. D. CODE et B. A. WHITNEY : Polarization from scattering in blobs. *The Astrophysical Journal*, 441:400–407, mars 1995.
- S. R. CRANMER et S. P. OWOCKI : Hydrodynamical Simulations of Corotating Interaction Regions and Discrete Absorption Components in Rotating O-Star Winds. *The Astrophysical Journal*, 462:469, mai 1996.
- P. A. CROWTHER : Physical Properties of Wolf-Rayet Stars. *Annual Review of Astronomy & Astrophysics*, 45:177–219, septembre 2007.

- M. de GROOT : The most luminous stars in the universe. *Irish Astronomical Journal*, 18:163–170, mars 1988.
- L. DESSART : 3D hydrodynamical simulations of corotating interaction regions in rotating line-driven stellar winds. *Astronomy & Astrophysics*, 423:693–704, août 2004.
- J. J. DUDERSTADT et W. R. MARTIN : *Transport theory*. 1979.
- J. T. GOSLING et V. J. PIZZO : Formation and Evolution of Corotating Interaction Regions and their Three Dimensional Structure. *Space Sciences Series of ISSI*, 89:21–52, juillet 1999.
- W.-R. HAMANN, G. GRÄFENER et A. LIERMANN : The Galactic WN stars. Spectral analyses with line-blanketed model atmospheres versus stellar evolution models with and without rotation. *Astronomy & Astrophysics*, 457:1015–1031, octobre 2006.
- J. HAMMERSLEY : *Monte Carlo Methods*. Springer Netherlands, 2013.
- R. L. HARRISON, C. GRANJA et C. LEROY : Introduction to Monte Carlo Simulation. AIP, 2010.
- D. J. HILLIER : The effects of electron scattering and wind clumping for early emission line stars. *Astronomy & Astrophysics*, 247:455–468, juillet 1991.
- I. D. HOWARTH et R. K. PRINJA : The stellar winds of 203 Galactic O stars - A quantitative ultraviolet survey. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 69:527–592, mars 1989.
- I. D. HOWARTH, R. K. PRINJA et D. MASSA : The IUE MEGA Campaign : The Rotationally Modulated Wind of ζ Puppis. *The Astrophysical Journal Letters*, 452:L65, octobre 1995.
- R. IGNACE, S. HUBRIG et M. SCHÖLLER : Spectropolarimetric Variability and Corotating Structure in HD 92207. *The Astronomical Journal*, 137:3339–3344, février 2009.
- R. IGNACE, N. ST-LOUIS et F. PROULX-GIRALDEAU : Polarimetric modeling of corotating interaction regions threading massive-star winds. *Astronomy & Astrophysics*, 575:A129, mars 2015.
- G. ISRAELIAN et M. de GROOT : *Space Science Reviews*, 90(3/4):493–522, 1999.
- L. KAPER, H. F. HENRICHS, J. S. NICHOLS, L. C. SNOEK, H. VOLTEN et G. A. A. ZWARTHOED : Long- and short-term variability in O-star winds. I. Time series of UV spectra for 10 bright O stars. *Astronomy and Astrophysics Supplement*, 116:257–287, avril 1996.
- L. KAPER, H. F. HENRICHS, J. S. NICHOLS et J. H. TELTING : Long- and short-term variability in O-star winds. II. Quantitative analysis of DAC behaviour. *Astronomy & Astrophysics*

- Astrophysics*, 344:231–262, avril 1999.
- R. C. KENNICUTT et N. J. EVANS : Star Formation in the Milky Way and Nearby Galaxies. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 50:531–608, septembre 2012.
- H. J. G. L. M. LAMERS et J. P. CASSINELLI : *Introduction to Stellar Winds*. juin 1999.
- N. LANGER : Presupernova Evolution of Massive Single and Binary Stars. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 50(1):107–164, sep 2012.
- P. L’ECUYER et R. SIMARD : TestU01. *ACM Transactions on Mathematical Software*, 33(4):22–es, aug 2007.
- S. LÉPINE et A. F. J. MOFFAT : Direct Spectroscopic Observations of Clumping in O-Star Winds. *The Astronomical Journal*, 136:548–553, août 2008.
- G. MARSAGLIA et W. W. TSANG : Some Difficult-to-Pass Tests of Randomness. *Journal of Statistical Software*, 7(3), 2002.
- G. MARSAGLIA et A. ZAMAN : Monkey tests for random number generators. *Computers & Mathematics with Applications*, 26(9):1–10, nov 1993.
- D. MASSA, A. W. FULLERTON, J. S. NICHOLS, S. P. OWOCKI, R. K. PRINJA, N. ST-LOUIS, A. J. WILLIS, B. ALTNER, C. T. BOLTON, J. P. CASSINELLI, D. COHEN, R. G. COOPER, A. FELDMEIER, K. G. GAYLEY, T. HARRIES, S. R. HEAP, R. N. HENRIKSEN, I. D. HOWARTH, I. HUBENY, E. KAMBE, L. KAPER, G. KOENIGSBERGER, S. MARCHENKO, S. R. MCCANDLISS, A. F. J. MOFFAT, T. NUGIS, J. PULS, C. ROBERT, R. E. SCHULTE-LADBECK, L. J. SMITH, M. A. SMITH, W. L. WALDRON et R. L. WHITE : The *IUE* mega campaign : Wind variability and rotation in early-type stars. *The Astrophysical Journal Letters*, 452:L53, octobre 1995.
- D. MASSA et R. K. PRINJA : On the origin of wind line variability in o stars. *The Astrophysical Journal*, 809(1):12, aug 2015.
- A. F. J. MOFFAT, L. DRISSEN, R. LAMONTAGNE et C. ROBERT : Spectroscopic evidence for rapid blob ejection in wolf-rayet stars. *The Astrophysical Journal*, 334:1038–1043, novembre 1988.
- T. MOREL, S. V. MARCHENKO, P. R. J. EENENS, A. F. J. MOFFAT, G. KOENIGSBERGER, I. I. ANTOKHIN, T. EVERSBERG, G. H. TOVMASSIAN, G. M. HILL, O. CARDONA et N. ST-LOUIS : A 2.3 day periodic variability in the apparently single wolf-rayet star wr 134 : Collapsed companion or rotational modulation? *The Astrophysical Journal*, 518:428–441,

- juin 1999.
- T. MOREL, N. ST-LOUIS et S. V. MARCHENKO : Optical spectroscopy of *ez canis majoris* : Indication for large-scale structures in a wolf-rayet wind. *The Astrophysical Journal*, 482: 470–489, juin 1997.
- D. J. MULLAN : Corotating interaction regions in stellar winds. *The Astrophysical Journal*, 283:303, aug 1984.
- W. H. PRESS, S. A. TEUKOLSKY, W. T. VETTERLING et B. P. FLANNERY : *Numerical Recipes*. Cambridge University Pr., 2007. ISBN 0521880688.
- R. K. PRINJA, D. MASSA et A. W. FULLERTON : The *IUE* mega campaign : Modulated structure in the wind of hd 64760 (b0.5 ib). *The Astrophysical Journal Letters*, 452:L61, octobre 1995.
- J. PULS, J. S. VINK et F. NAJARRO : Mass loss from hot massive stars. *The Astronomy and Astrophysics Review*, 16:209–325, décembre 2008.
- T. RAMIARAMANANTSOA, A. F. J. MOFFAT, R. HARMON, R. IGNACE, N. ST-LOUIS, D. VANBEVEREN, T. SHENAR, H. PABLO, N. D. RICHARDSON, I. D. HOWARTH, I. R. STEVENS, C. PIAULET, L. ST-JEAN, T. EVERSBERG, A. PIGULSKI, A. POPOWICZ, R. KUSCHNIG, E. ZOCŁOŃSKA, B. BUYSSCHAERT, G. HANDLER, W. W. WEISS, G. A. WADE, S. M. RUCINSKI, K. ZWINTZ, P. LUCKAS, B. HEATHCOTE, P. CACELLA, J. POWLES, M. LOCKE, T. BOHLEN, A.-N. CHENÉ, B. MISZALSKI, W. L. WALDRON, M. M. KOTZE, E. J. KOTZE et T. BÖHM : BRITE-Constellation high-precision time-dependent photometry of the early O-type supergiant ζ Puppis unveils the photospheric drivers of its small- and large-scale wind structures. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 473:5532–5569, février 2018.
- N. ST-LOUIS : Revealing the Asymmetry of the Wind of the Variable Wolf-Rayet Star WR1 (HD 4004) Through Sepctropolarization. *The Astrophysical Journal*, 777(1):9, oct 2013.
- N. ST-LOUIS, M. J. DALTON, S. V. MARCHENKO, A. F. J. MOFFAT et A. J. WILLIS : The *IUE* mega campaign : Wind structure and variability of hd 50896 (wn5). *The Astrophysical Journal Letters*, 452:L57, octobre 1995.
- N. ST-LOUIS, P. TREMBLAY et R. IGNACE : Polarization light curve modelling of corotating interaction regions in the wind of the Wolf-Rayet star WR 6. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 474(2):1886–1899, février 2018.

- B. A. WHITNEY : Monte carlo radiative transfer. *Bulletin of the Astronomical Society of India*, 39:101–127, mars 2011.
- B. E. WOOD, H.-R. MÜLLER, G. P. ZANK et J. L. LINSKY : Measured Mass-Loss Rates of Solar-like Stars as a Function of Age and Activity. *The Astrophysical Journal*, 574:412–425, juillet 2002.
- F. YUSEF-ZADEH, M. MORRIS et R. L. WHITE : Bipolar reflection nebulae - Monte Carlo simulations. *The Astrophysical Journal*, 278:186, mar 1984.

