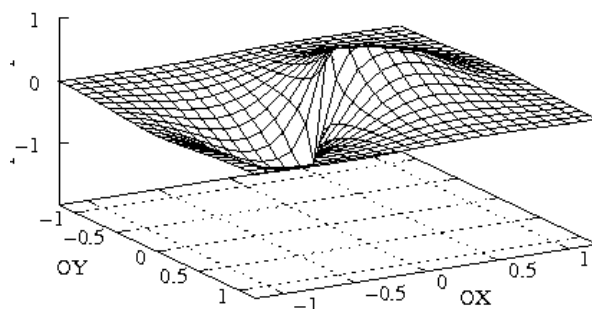




**UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA**  
**INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO**

**INSTITUTO  
SUPERIOR  
TÉCNICO**



**Deteccção e Agrupamento de Contornos**

**José Jasnau Caeiro**

**Orientador: Doutor Moisés Simões Piedade**

**Tese aprovada em provas públicas para obtenção do Grau de Doutor em  
Engenharia Electrotécnica e de Computadores**

**Qualificação atribuída pelo Júri: Aprovado com Muito Bom**

**Júri**

**Presidente: Presidente do Conselho Científico do IST**

**Vogais:**

**Doutor Luís António Serralva Vieira de Sá  
Doutor Aurélio Joaquim de Castro Campilho  
Doutor Moisés Simões Piedade  
Doutor Mário Alexandre Teles de Figueiredo  
Doutor Leonel Augusto Pires Seabra de Sousa  
Doutor João Miguel Raposo Sanches**







INSTITUTO  
SUPERIOR  
TÉCNICO

UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA  
INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO

**Detecção e Agrupamento de Contornos**

**José Jasnau Caeiro**

**Orientador: Doutor Moisés Simões Piedade**

**Tese aprovada em provas públicas para obtenção do Grau de Doutor em  
Engenharia Electrotécnica e de Computadores**

**Qualificação atribuída pelo Júri: Aprovado com Muito Bom**

**Júri**

**Presidente: Presidente do Conselho Científico do IST**

**Vogais:**

**Doutor Luís António Serralva Vieira de Sá**

Professor Catedrático da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

**Doutor Aurélio Joaquim de Castro Campilho**

Professor Catedrático da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto

**Doutor Moisés Simões Piedade**

Professor Catedrático do Instituto Superior Técnico da Universidade Técnica de Lisboa

**Doutor Mário Alexandre Teles de Figueiredo**

Professor Associado (com Agregação) do Instituto Superior Técnico da Universidade Técnica de Lisboa

**Doutor Leonel Augusto Pires Seabra de Sousa**

Professor Associado (com Agregação) do Instituto Superior Técnico da Universidade Técnica de Lisboa

**Doutor João Miguel Raposo Sanches**

Professor Auxiliar do Instituto Superior Técnico da Universidade Técnica de Lisboa



## Agradecimentos

No período de tempo em que trabalhei nesta tese beneficiei do convívio com um conjunto de pessoas a quem devo agradecer os seus contributos directos e indirectos e a sua paciência. Tive o ensejo de poder colaborar com gente de imenso valor durante a minha estadia no INESC-ID (Instituto de Engenharia e Sistemas de Computadores - Investigação e Desenvolvimento) o que aumentou consideravelmente os meus conhecimentos e capacidade científica.

Inicio por agradecer ao meu orientador, o Prof. Catedrático Moisés Piedade, líder do grupo de investigação em Sistemas de Processamento de Sinal (SIPS) do INESC-ID. São de louvar as suas virtudes humanas e científicas que tiveram significativo impacto no meu desenvolvimento profissional e pessoal.

Não posso deixar de expressar a minha gratidão ao Prof. Doutor Leonel Sousa pelos incentivos que sempre me deu para a conclusão deste trabalho e pela troca de impressões sobre os mais diversos temas ao longo destes anos. Agradeço aos meus colegas do grupo de Sistemas de Processamento de Sinal a sua estima e suporte, em particular aos colegas do INESC-ID: Prof. Doutor Gonçalo Tavares, ao Prof. Doutor José Soares Augusto e ao Eng.º João Carlos Martins.

É importante recordar aqui o meu colega e amigo Prof. Doutor Carlos Martins, infelizmente já desaparecido, pelos inúmeros momentos em que me animou e trocou ideias comigo.

A finalizar quero exprimir os meus agradecimentos à minha esposa Conceição Amaral e ao meu filho Rodolfo Caeiro.



## Resumo

A detecção de contornos a partir de imagens digitais é um procedimento do qual resulta informação essencial para muitos algoritmos de visão por computador. A natureza das imagens digitais bidimensionais: a sua relativamente baixa resolução; a amostragem espacial e em amplitude; a presença de ruído; a falta de informação em profundidade; as oclusões, etc., e a importância dos contornos como informação básica para muitos outros algoritmos a montante, fazem com a detecção de contornos seja um problema apenas parcialmente resolvido, com múltiplas abordagens e dando origem desde há algumas décadas a larga quantidade de publicações. Continua a ser um tema actual de investigação como se comprova pela quantidade e qualidade das publicações científicas mais actuais nesta área.

A tese discute a detecção de contornos nas suas fases clássicas: a estimação da amplitude do sinal que aponta a presença de um ponto de contorno; a pré-classificação dos pontos da imagem com base nos sinais estimados e o posterior agrupamento dos pontos de contorno individuais em segmentos de curvas de contorno.

Propõe-se, nesta tese: um método de projecto de estimadores de presença de pontos de contorno baseado na utilização de equações integrais de Fredholm; um classificador não-linear que utiliza informação de pontos vizinhos para a tomada de decisão, e uma metodologia de agrupamento de pontos de contorno com crescimento iterativo com uma função de custo com suporte local.

A metodologia de extracção das propriedades baseada na equação integral de Fredholm de primeira ordem permite uma análise unificadora de vários métodos previamente propostos na literatura sobre o assunto.

O procedimento de classificação dos pontos de contorno baseia-se na análise das sequências ordenadas das amplitudes do gradiente na vizinhança do ponto de contorno. O procedimento é estudado com base nas funções densidade de distribuição das estatísticas ordenadas dos pontos de contorno vizinhos e na assunção de que os pontos de um mesmo contorno possuem distribuições ordenadas similares.

A fase final da detecção de contornos é realizada com um procedimento de agrupamento de contornos em que se constrói uma hipótese de vizinhança para eventual crescimento do contorno e em que se estima o melhor ponto para agregação ao contorno.

Os resultados experimentais para os métodos propostos são apresentados e analisados com imagens reais e sintéticas.

**Palavras-chave** detecção de contornos, classificação de pontos de contorno, agrupamento de pontos de contorno, equações integrais de primeira ordem de Fredholm, estatísticas ordenadas



## Abstract

Edge detection from digital images is a procedure resulting in essential data for many computer vision algorithms. The nature of bidimensional digital images: its relatively low resolution; the spatial and amplitude sampling; the presence of noise; the lack of depth information; the occlusions; etc., and the importance of edges as basic information for many other algorithms, make edge detection a partially solved problem, with multiple approaches and originating a large quantity of publications on the subject during the last decades. It is still a current research theme proven by the quantity and quality of the latest research publications in this area.

The thesis discusses edge detection in its classical phases: the edge point presence signal amplitude estimation; the classification of image points based on the estimated signals and the posterior grouping of individual edge points into edge segments.

In this thesis it is proposed: an edge point presence estimator design using Fredholm integral equations; a non-linear classifier using neighboring points information for the decision process and an edge grouping methodology using iterative growth based on a local support cost function.

The feature extraction methodology based on the first order Fredholm integral equation allows an unifying analysis of several methods on the subject previously published.

The edge point classification procedure is based on the analysis of the gradient magnitude ordered sequences in the neighborhood of the edge point. The procedure is studied using the probability density functions of order statistics of neighboring edge points and on the assumption that the points of a same contour have similar order statistic distributions.

The edge detection final phase is implemented using an edge grouping procedure based on an hypothetical edge growth neighborhood upon which the best next edge point is calculated.

The experimental results for the proposed methods are presented and analysed with real and synthetic images.

**Keywords** edge detection, edge point classification, edge point grouping, first order Fredholm integral equations, order statistics





# Conteúdo

Índice Geral . . . . .	i
Lista de Figuras . . . . .	iii
<b>1 Introdução — Contornos</b>	<b>1</b>
1.1 Enquadramento . . . . .	3
1.2 Detecção de Contornos . . . . .	6
1.3 Estrutura da Tese . . . . .	8
1.4 Contribuições Originais . . . . .	12
Referências Bibliográficas . . . . .	15
<b>2 Detecção de Contornos</b>	<b>17</b>
2.1 Introdução . . . . .	19
2.2 Detecção de Contornos: Estado da Arte . . . . .	22
2.3 Qualidade da Detecção . . . . .	36
2.4 Conclusões . . . . .	38
Referências Bibliográficas . . . . .	41
<b>3 Estimação do Contraste Local</b>	<b>53</b>
3.1 Introdução . . . . .	55
3.2 Modelo do Contorno . . . . .	56
3.3 Equações Integrais . . . . .	74
3.4 Novo Método de Detecção de Contornos . . . . .	77
3.5 Detector de Contornos Unidimensional . . . . .	78
3.6 Detector de Contornos Bidimensional . . . . .	87
3.7 Um Exemplo de Aplicação do Método: Filtro Exponencial Misto . . . . .	88
3.8 Conclusões . . . . .	99
Referências Bibliográficas . . . . .	105
<b>4 Classificação Inicial de Contornos</b>	<b>109</b>
4.1 Introdução . . . . .	112
4.2 O Novo Processo de Classificação de Contornos . . . . .	117
4.3 A Densidade de Distribuição do Gradiente . . . . .	120
4.4 A Distribuição dos Valores Ordenados de Amplitude do Gradiente . . . . .	128
4.5 Classificação por Ordenação de Vizinhanças . . . . .	135

4.6	Conclusões . . . . .	137
	Referências Bibliográficas . . . . .	140
<b>5</b>	<b>Agrupamento de Contornos</b>	<b>143</b>
5.1	Introdução . . . . .	145
5.2	Definições Iniciais e Características Gerais . . . . .	151
5.3	A Escolha dos Pontos Iniciais . . . . .	154
5.4	Agrupamento de Contornos . . . . .	158
5.5	Conclusões . . . . .	162
	Referências Bibliográficas . . . . .	163
<b>6</b>	<b>Análise Experimental</b>	<b>167</b>
6.1	Introdução . . . . .	169
6.2	Pseudo-Código dos Algoritmos Propostos . . . . .	171
6.3	Código Experimental . . . . .	185
6.4	Resultados Experimentais em Imagens . . . . .	189
6.5	Conclusões . . . . .	193
	Referências Bibliográficas . . . . .	228
<b>7</b>	<b>Conclusões</b>	<b>229</b>
7.1	A Detecção de Contornos . . . . .	231
7.2	Perspectivas de Trabalho Futuro . . . . .	233
	<b>Bibliografia</b>	<b>237</b>
	Detecção de Contornos . . . . .	239
	Bibliografia Adicional . . . . .	274
	<b>Índices</b>	<b>279</b>
	Índice de Autores . . . . .	281
	Índice Remissivo . . . . .	287

# Lista de Figuras

3.1	Imagem <i>lena</i> . . . . .	58
3.2	Intensidades na linha amostra da imagem <i>lena</i> . . . . .	59
3.3	Região de presença de um contorno na imagem <i>lena</i> . . . . .	60
3.4	Representação das vizinhanças em torno de pontos de contorno. . . . .	61
3.5	Representação gráfica informal de contorno. . . . .	63
3.6	Contorno amostrado com grelha quadrada. . . . .	64
3.7	Imagem discreta resultante da amostragem. . . . .	65
3.8	Corte transversal ao longo do eixo <i>OX</i> perpendicular a um contorno. . . . .	66
3.9	Modelo de contorno do tipo degrau bidimensional. . . . .	67
3.10	Modelos de contorno do tipo rampa ideal e modelos de contorno com aproximações a rampas. . . . .	69
3.11	Modelos de contornos do tipo pulso e escada. . . . .	71
3.12	Modelos não-antisimétricos. . . . .	72
3.13	Exemplo de contorno correspondente ao modelo paramétrico. . . . .	74
3.14	Respostas de filtros do tipo exponencial. . . . .	80
3.15	Representação dos filtros para o modelo de rampa simples. . . . .	82
3.16	Filtro para o modelo de Petrou e Kittler. . . . .	85
3.17	Filtro para o modelo de Nalwa e Binford. . . . .	86
3.18	Respostas à aplicação do filtro MEXP. . . . .	90
3.19	Filtros MEXP unidimensionais. . . . .	91
3.20	Representações discretas do filtro MEXP. . . . .	92
3.21	Filtro exponencial misto bidimensional. . . . .	93
3.22	Distância média ao ponto correcto para $\theta = 0,1$ graus. . . . .	96
3.23	Distância média ao ponto correcto para $\theta = 10,5$ graus. . . . .	97
3.24	Distância média ao ponto correcto para $\theta = 22,5$ graus. . . . .	98
3.25	Pontos com máximo para $\theta = 0,1$ graus. . . . .	100
3.26	Pontos com máximo para $\theta = 10,5$ graus. . . . .	101
3.27	Pontos com máximo para $\theta = 22,5$ graus. . . . .	102
3.28	Figura de mérito de Pratt (melhores resultados) . . . . .	103
3.29	Figura de mérito de Pratt (piores resultados) . . . . .	104
4.1	Processo de classificação de contornos. . . . .	112
4.2	Método de classificação de Canny. . . . .	115

4.3	Fronteira entre duas regiões e suas vizinhanças. . . . .	118
4.4	Sistema de detecção de pontos de contorno. . . . .	120
4.5	Histograma de imagem contaminada com ruído normal. . . . .	124
4.6	Histograma de uma componente do gradiente estimado pelo método de Sobel. . . . .	126
4.7	Histograma da amplitude do gradiente estimado pelo método de Sobel. . . . .	128
4.8	Funções densidade de distribuição para as estatísticas de ordem construídas sobre a vizinhança $W_0$ . . . . .	130
4.9	Histograma para as estatísticas de ordem. . . . .	131
4.10	Imagem utilizada na realização dos histogramas. . . . .	132
4.11	Densidade de probabilidade sobre uma vizinhança $\mathcal{V}_1$ . . . . .	133
4.12	Histogramas para diversas estatísticas de ordem. . . . .	134
4.13	Erros do tipo I e II para o classificador $T_S$ . . . . .	136
4.14	Erros do tipo <i>I</i> e <i>II</i> dos classificadores $T_{88}$ e $T_{8877}$ . . . . .	138
5.1	Zona de expansão de um contorno. . . . .	155
5.2	Procedimento de selecção dos pontos iniciais para o método de agrupamento de contornos. . . . .	156
5.3	Vizinhança octo-conexa e direcções associadas. . . . .	158
5.4	Zonas de expansão A, B e C para uma determinada orientação de agrupamento do contorno. . . . .	160
6.1	Inversão directa e regularização da equação integral. . . . .	172
6.2	Geração do filtro MEXP unidimensional. . . . .	173
6.3	Geração do filtro MEXP bidimensional. . . . .	174
6.4	Ordenação por inserção. . . . .	175
6.5	Função de comparação das amplitudes do gradiente para efeitos de ordenação. . . . .	175
6.6	Classificador à base de ordenação de amplitudes do gradiente. . . . .	176
6.7	Pesquisa do ponto vizinho com maior amplitude do gradiente. . . . .	177
6.8	Determinação da orientação discreta. . . . .	177
6.9	Zona imediata de expansão local. . . . .	178
6.10	Cálculo da zona de expansão. . . . .	179
6.11	Cálculo das zonas de expansão. . . . .	179
6.12	Redução do número de marcas de componentes conexos. . . . .	180
6.13	Criação da lista de marcas associadas a pontos vizinhos. . . . .	180
6.14	Algoritmo de marcação de componentes conexos. . . . .	181
6.15	Seleção dos pontos iniciais de arranque do procedimento de agrupamento de contornos. . . . .	182
6.16	Função para verificação de possibilidade de expansão do contorno. . . . .	182
6.17	Escolha do melhor ponto seguinte. . . . .	183
6.18	Procedimento de agrupamento de contornos. . . . .	184

---

6.19	Aplicação GIMP e <i>plugins</i> dos algoritmos. . . . .	188
6.20	Estimação do contraste para a imagem <i>circulo512x512</i> . . . . .	195
6.21	Estimação de contraste para a imagem <i>quadrado</i> . . . . .	196
6.22	Estimação de contraste para a imagem <i>circulosconcentricos512x512</i> . . . . .	197
6.23	Estimação de contraste para a imagem <i>quadconce</i> . . . . .	198
6.24	Estimação de contraste para a imagem <i>lena</i> . . . . .	199
6.25	Estimação de contraste para a imagem <i>house</i> . . . . .	200
6.26	Estimação de contraste para a imagem <i>airplane</i> . . . . .	201
6.27	Estimação de contraste para a imagem <i>peppers</i> . . . . .	202
6.28	Estimação de contraste para a imagem <i>cameraman</i> . . . . .	203
6.29	Estimação de contraste para a imagem <i>1_i110</i> . . . . .	204
6.30	Estimação de contraste para a imagem <i>9_i110</i> . . . . .	205
6.31	Estimação de contraste para a imagem <i>110_i110</i> . . . . .	206
6.32	Estimação de contraste para a imagem <i>239_i110</i> . . . . .	207
6.33	Estimação de contraste para a imagem <i>elephant_2</i> . . . . .	208
6.34	Estimação de contraste para a imagem <i>basket</i> . . . . .	209
6.35	Estimação de contraste para a imagem <i>golfcart</i> . . . . .	210
6.36	Estimação de contraste para a imagem <i>tire</i> . . . . .	211
6.37	Estimação de contraste para a imagem <i>rino</i> . . . . .	212
6.38	Estimação de contraste para a imagem <i>189011</i> . . . . .	213
6.39	Estimação do contraste para a imagem <i>207056</i> . . . . .	214
6.40	Estimação do contraste para a imagem <i>299091</i> . . . . .	215
6.41	Estimação do contraste para a imagem <i>106020</i> . . . . .	216
6.42	Agrupamento de pontos de contorno em imagens <i>standard</i> . . . . .	217
6.43	Agrupamento de pontos de contorno nas imagens <i>ALOI</i> . . . . .	218
6.44	Agrupamento de pontos de contorno nas imagens <i>RUG</i> . . . . .	219
6.45	Agrupamento de pontos de contorno nas imagens <i>BSDS</i> . . . . .	220
6.46	Sobreposição de pontos de contorno nas imagens <i>peppers</i> . . . . .	221
6.47	Agrupamento de contornos em imagens com ruído. . . . .	222
6.48	Agrupamento de contornos em imagens com ruído artificiais. . . . .	223
6.49	Agrupamento na imagem artificial representando círculos concêntricos com ruído. . . . .	224
6.50	Agrupamento na imagem artificial representando quadrados sobrepostos com ruído. . . . .	225
6.51	Agrupamento de contornos na imagem <i>peppers</i> com ruído. . . . .	226
6.52	Agrupamento na imagem <i>lena</i> com ruído. . . . .	227



*O importante na ciência não é tanto a obtenção de novos factos mas a descoberta de novas formas de pensar acerca destes.* William Bragg, 1862–1942

# 1

## Introdução — Contornos

### Conteúdo

---

<b>1.1</b>	<b>Enquadramento</b>	3
<b>1.2</b>	<b>Detecção de Contornos</b>	6
<b>1.3</b>	<b>Estrutura da Tese</b>	8
<b>1.4</b>	<b>Contribuições Originais</b>	12
	Referências Bibliográficas	15

---





A detecção de contornos é um processo fundamental para muitos dos algoritmos de processamento de imagem e de visão por computador. É reconhecido que provavelmente a informação mais relevante de uma imagem é extraída através da detecção de contornos. A investigação nesta área é estimulante. Existem muitos contributos, em muitas vertentes e com abordagens inteligentes e inesperadas. É a presença de tantos trabalhos que, talvez inesperadamente, motiva a pesquisa com maior afinco. O problema da detecção de contornos não está em absoluto resolvido mas os métodos existentes, com os contributos desta tese, permitem que muitas aplicações de grande utilidade possam ser desenvolvidas.

Constituem o objecto deste capítulo o enquadramento inicial do tema da tese, a súpula das principais contribuições originais decorrentes do trabalho de investigação realizado e a estrutura organizativa do texto.

Este capítulo divide-se em várias secções. A Secção 1.1 contextualiza o tema da detecção de contornos em imagens digitais, enquadra o tema dentro das áreas da visão por computador e do processamento digital de imagem e por fim realça a importância do assunto na investigação e nas aplicações resultantes nas áreas atrás mencionadas.

Na Secção 1.2 apresentam-se alguns dos aspectos específicos da detecção de contornos relevantes para esta tese, entre outros: a redução de informação a processar, a investigação que se tem realizado e os pontos a investigar ainda em aberto.

Na Secção 1.3, para que o leitor possa organizar melhor a sua leitura deste texto, é apresentada a estrutura do documento; delineando-se a divisão em capítulos e secções. Em simultâneo comentam-se ainda alguns dos conteúdos respectivos.

A Secção 1.4 é dedicada à enumeração das principais contribuições originais desta tese, nomeadamente as que se relacionam com o projecto de filtros de estimação do contraste, a classificação de contornos preliminar e a classificação definitiva com o recurso a técnicas de agrupamento de contornos.

## 1.1 Enquadramento

Nesta tese estuda-se o problema da detecção de contornos a partir de imagens digitais em níveis de cinzento. A detecção de contornos é uma das fundações da segmentação e extracção de propriedades das imagens e desempenha um papel importante na compreensão e análise das mesmas. É, por conseguinte, um dos problemas considerados cruciais e dos mais estudados nas áreas da visão por computador e do processamento de imagem.

### Visão por Computador

O ser humano tem tentado, desde que surgiu na Terra, racionalizar a sua existência, estudando e justificando a sua origem e as suas várias capacidades. A filosofia, a religião e a ciência concorrem neste objectivo com as suas ferramentas próprias. O ser humano foi estudado como nenhum outro e muito naturalmente surgem na literatura ficções sobre a

construção de novos seres com propriedades humanas<sup>1</sup>. Estes novos seres prefiguram os andróides e robôs, as máquinas de jogar xadrez, os sistemas de cálculo mecânico, enfim tudo o que possa substituir o ser humano nas suas funções mais elevadas. Vislumbra-se, portanto, a reprodução da inteligência sem esquecer que a visão é parte desta. Não é difícil reconhecer que se torna praticamente impossível qualquer concepção complexa do ambiente que nos rodeia sem o contributo da visão. O ser humano possui o sistema de visão mais complexo da natureza.

O século XX vê concretizar-se a construção de computadores electrónicos digitais e o nascimento da ciência dos computadores. A promessa de realização de sistemas inteligentes artificiais data dos primeiros anos de existência dos computadores, e uma componente destes sistemas inteligentes artificiais é a visão por meio de computadores. No final da década de 1950 surgem as primeiras experiências com computadores destinadas à realização de tarefas de visão por computador. Após algumas décadas de investigação conseguiram-se enormes progressos, mas o desempenho dos sistemas de visão artificiais é ainda muito pobre quando comparado com o desempenho do sistema visual humano. Constitui, portanto, um desafio do século XXI a construção de sistemas com uma capacidade de compreensão e de análise de imagem comparável à do ser humano. As raízes do problema encontram-se na quantidade gigantesca de informação a processar (as imagens adquiridas), na quantidade enorme de informação a armazenar (a nossa memória visual é fabulosa) e na falta de conhecimento sobre os problemas que ainda existe visto ser uma área com poucos anos de maturação.

O tema abordado nesta tese, a detecção de contornos, enquadra-se nesta área da **visão por computador**. Esta é, por vezes, designada por **compreensão de imagem**, **análise de imagem** ou **visão por máquina** e descreve a dedução, por meio de automatismo, das propriedades de uma cena do mundo tridimensional a partir de imagens do mesmo (Nalwa 1993). As tarefas podem ser realizadas a partir de uma ou mais imagens da cena. As imagens podem ser monocromáticas ou a cores, podem ser adquiridas por meio de uma só câmara ou de várias câmaras. As imagens podem vir afectadas por diversos tipos de ruído.

Há muitos campos de conhecimento relacionados com a visão por computador. As técnicas desenvolvidas em muitas áreas são usadas para a recuperação de informação a partir de imagens, nomeadamente:

**processamento de imagem** que é a área do conhecimento em que se estuda, normalmente, a transformação de imagens em outras imagens (Jain, Kasturi, e Schunck 1995). Alguns dos tópicos incluídos nesta área são: a **melhoria da imagem** que modifica as imagens com vista a um melhor entendimento da informação apresentada por parte de seres humanos; o **restauro de imagem** que corrige as degradações causadas, por exemplo, por ruído, desfocagem ou amostragem, e a **compressão da imagem e de sequências de imagens**, que permite uma

---

<sup>1</sup>Por exemplo, a *Criatura* que o *Dr. Frankenstein* constrói no romance de ficção científica *Frankenstein; ou o novo Prometeu* de 1818, da autoria de Mary Shelley .

representação compacta da imagem mantendo níveis aceitáveis de qualidade. O processamento digital de imagem enquadra-se, por sua vez, na área mais vasta do processamento digital de sinais multidimensionais.

Os algoritmos de visão por computador tomam imagens como informação de entrada e produzem outro tipo de informação como saída, tal como a representação dos contornos dos objectos numa imagem. Estes algoritmos tentam extrair automaticamente informação com a mínima interacção com um ser humano. Os algoritmos de processamento de imagem são utilizados na parte inicial do processamento dos sistemas de visão por computador.

**computação gráfica** que tem como objecto a criação de imagens a partir de primitivas geométricas: linhas, círculos e outro tipo de superfícies. As técnicas desta área têm um papel relevante na visualização e na realidade virtual. A visão por computador pode ser encarada como a solução do problema inverso da computação gráfica: a estimação de primitivas geométricas e outras propriedades da imagem. A computação gráfica tem como objectivo a síntese de imagens e a visão por computador a análise. Há uma maior aproximação nestes últimos anos entre ambas estas áreas. A computação gráfica tem vindo a utilizar mais técnicas originárias da visão por computador para conferir maior realismo às imagens geradas. Os modelos de curvas e superfícies originárias da computação gráfica têm sido cada vez mais usados na visão por computador (Jain, Kasturi, e Schunck 1995).

**reconhecimento de padrões** área dedicada à classificação de padrões (símbolos, números, vectores ou outras entidades de informação) num número finito, e geralmente pequeno, em categorias designadas por classes (Duda, Hart, e Stork 2000). As técnicas desta área desempenham um papel muito importante na visão por computador no que se refere ao reconhecimento de objectos. Existe um largo conjunto de técnicas estatísticas, neuronais e sintácticas desenvolvidas com o objectivo de classificar padrões.

**inteligência artificial** que se dedica ao projecto de sistemas com comportamento inteligente e ao estudo dos aspectos computacionais da inteligência (Russel e Norvig 2002). A inteligência artificial é usada na análise dos conteúdos de uma cena através da computação de uma representação simbólica desta, obtida a partir das propriedades extraídas pelo processamento da imagem. Três fases podem ser compreendidas pela inteligência artificial:

**a percepção** em que se traduzem sinais do ambiente, no caso da visão por computador, as imagens, em símbolos;

**a cognição** em que se manipulam os símbolos;

**a acção** em que se traduzem símbolos em sinais que actuam sobre o ambiente.

Um grande número de técnicas da inteligência artificial têm um papel importante em muitos aspectos da visão por computador. É, aliás, frequentemente considerado que a visão por computador é uma sub-área da inteligência artificial.

Outras áreas do conhecimento contribuem para a visão por computador, nomeadamente: a Física e modelos associados; a Óptica como sub-ramo da Física dedicada à parte dos modelos de formação da imagem; as redes neuronais; a psico-física, etc..

É reconhecido pela maioria dos autores nesta área que a visão por computador é uma tarefa difícil. A origem desta dificuldade encontra-se, em grande parte, no processo de formação da imagem. Esta é uma amostra bidimensional muito limitada de cenas tridimensionais. Inferir o estado do ambiente físico a partir das imagens ambíguas do mundo é difícil de realizar de uma forma fiável, robusta e eficiente. O desafio é, portanto, grande e estimulante.

### 1.2 Detecção de Contornos

As fases iniciais do processamento conducente à visão identificam propriedades na imagem, relevantes para a identificação da estrutura e características dos objectos numa cena. Os pontos de contorno são uma destas propriedades e indicam alterações locais significativas na imagem que são importantes para a sua análise. Os pontos de contorno aparecem, em geral, na fronteira entre duas regiões diversas de uma imagem. É frequente ser a detecção dos pontos de contorno o primeiro passo na extracção de informação a partir de uma imagem. Devido à enorme redução da quantidade de dados que se obtém quando se passa a trabalhar apenas com a informação relativa aos pontos de contorno, os sistemas de visão por computador reduzem bastante o tempo de processamento nos níveis computacionais mais elevados. É comum que o número de pontos a serem processados seja reduzido numa razão de  $10 \div 1$ .

Muitos métodos utilizados na visão por computador dependem da informação directamente proveniente da detecção de contornos, nomeadamente: a transformada de Hough; as representações de curvas de contorno e sistemas de reconhecimento de objectos com base nas suas curvas de contorno.

O primeiro trabalho realizado com detecção de contornos data do fim da década de 1950. É de referir o trabalho de Bela Julesz, (Julesz 1959). Durante a década de 1960 surge o operador de Roberts, (Roberts 1965). No início da década de 1970 surge o operador de Kirsch, (Kirsch 1971). Em simultâneo são publicados os trabalhos de Montanari sobre ligação e seguimento de pontos de contorno (Montanari 1971). Rosenfeld, Binford e Argyle também publicam durante esta época (Rosenfeld 1970; Argyle 1971). Surge nesta década um dos operadores de contornos mais difundidos: o filtro de Sobel (Pingle 1969). A explosão de trabalhos nesta área leva à publicação da primeira resenha sobre técnicas de detecção de contornos por Davis (Davis 1976). Aumenta significativamente, a partir desta data, o número de investigadores e de métodos de detecção de contornos.

Na década de 1980 aparecem alguns dos trabalhos mais significativos. Vários autores, entre os quais se destacam Marr e Canny, publicam métodos de detecção de contornos baseados em critérios de optimalidade (Marr e Hildreth 1980; Canny 1986). Deriche, Sarkar e Boyer, Unser, Shen e Castan, entre outros, trabalharam na realização computacionalmente eficiente de variantes de alguns destes métodos.

As décadas de 1990 e de 2000 conhecem uma multiplicação de variantes dos métodos anteriores, mas também a publicação de propostas alternativas que vão desde a utilização das redes neuronais e da lógica difusa (Wu, Yin, e Xiong 2007; Hu, Cheng, e Zhang 2007; Yueksel 2007; Boskovitz e Guterman 2002), à utilização de classificadores baseados em máquinas de suporte vectorial<sup>2</sup> (Zheng, Liu, e Tian 2004) à utilização de métodos baseados na Física (Diao, Yu, e Li 2007; Hongler, de Meneses, Beyeler, e Jacot 2003), etc.

O número de publicações, em revistas e conferências internacionais, na área da detecção de contornos, tem surgido com ritmo elevado. Estando o problema apenas parcialmente resolvido, e sendo fundamental para o bom desempenho de algoritmos a jusante, é natural que novas propostas de elevada qualidade e rigor científico surjam anualmente.

O autor desta tese foi confrontado, desde o início, com algumas afirmações persistentes em quase toda a literatura sobre o assunto: a detecção de contornos é um dos problemas básicos a resolver no processamento digital de imagem e na visão por computador; é um problema de difícil resolução e há uma grande quantidade de métodos desenvolvidos. Numa situação destas intui-se, naturalmente, que se está perante um problema importante e de grande interesse para a comunidade de investigação nesta área.

Os primeiros resultados com alguns detectores de contornos demonstraram alguma fragilidade e disparidade de resultados. Métodos que garantem contornos fechados são pouco precisos na localização, outros são pouco robustos com o ruído e ainda outros são computacionalmente muito pesados. A variedade de métodos e inspirações é elevada e vai de filtros lineares a filtros não-lineares, da lógica convencional à lógica difusa, de sistemas adaptativos às técnicas de pesquisa em grafos, de momentos estatísticos a campos vectoriais inspirados no Electromagnetismo, *etc.*, como já referiu.

A importância da detecção de contornos para área do processamento digital de imagem e para a visão por computador é de grande interesse para o estudo desta área por parte da comunidade científica. A observação de que se poderia tornar mais flexível o projecto de estimadores de contraste e melhorar a classificação de contornos por meio de técnicas de agrupamento constituíram a motivação essencial para a realização do trabalho de investigação conducente a esta tese. Fixou-se o objectivo de aumentar o conhecimento na área da detecção de contornos em três pontos fundamentais: o projecto de estimadores de contraste tornando os métodos de projecto mais gerais e com maior flexibilidade na escolha do modelo de contorno e da sua resposta; a classificação dos pontos de contorno mais fiável, usando informação contextual local; e a sua reunião em estruturas de dados de nível mais elevado (listas de pontos de contorno, ou seja, contornos) usando métodos

---

<sup>2</sup>Tradução do inglês *support vector machines*.

localmente ótimos.

### 1.3 Estrutura da Tese

A tese encontra-se organizada em sete capítulos, incluindo o capítulo inicial de introdução e o capítulo final de conclusões. Os dois primeiros capítulos constituem a parte preambular. Os três capítulos seguintes apresentam os resultados teóricos e os resultados experimentais obtidos no decurso do trabalho de investigação. O sexto capítulo é dedicado à realização experimental e à análise de resultados experimentais. O último capítulo apresenta uma síntese do trabalho, algumas conclusões que deste se podem tirar e eventuais perspectivas de evolução. Foi opção do autor reunir as referências bibliográficas citadas em cada capítulo no fim do mesmo e realizar uma bibliografia geral por tópicos no final da tese.

A parte do documento que apresenta os novos métodos de detecção de contornos, que resultaram da investigação realizada nesta tese, é constituída por: análise do problema da estimação de contraste local e que se reúne no Capítulo 3; Capítulo 4 dedicado à classificação preliminar dos pontos de contorno; Capítulo 5 que apresenta o trabalho realizado sobre a classificação final e agrupamento de pontos de contorno e, a finalizar, o Capítulo 6 em que se apresentam alguns detalhes da realização experimental e a análise qualitativa dos resultados experimentais.

Como foi referido o Capítulo 1 introduz a tese ao leitor e inicia-se, na Secção 1.1, pelo enquadramento do tema da Detecção de Contornos no contexto das áreas científicas do Processamento Digital de Imagem e da Visão por Computador. Alguns pontos chave da detecção de contornos aparecem em termos de resenha histórica que não visa aprofundar o tema mas apenas colocá-lo temporalmente perante o leitor. O texto prossegue com uma breve enunciação do problema da detecção de contornos e de alguns aspectos históricos sobre este problema na Secção 1.2.

Na Secção 1.3 é apresentada a organização do texto. Finaliza-se na Secção 1.4 com a indicação do que são, na opinião do autor, os contributos originais mais importantes presentes na tese.

#### Capítulo 2 — Detecção de Contornos

O Capítulo 2 é genericamente dedicado ao estudo dos trabalhos publicados na área da detecção de pontos de contorno, sem prejuízo de uma análise mais contextualizada nos capítulos 3, 4 e 5 em que se apresenta o trabalho de suporte a esta tese. Inicia-se pela Secção 2.1, na qual se realiza a introdução e se contextualiza o problema em termos científicos.

A Secção 2.2 apresenta os primeiros trabalhos realizados sobre a detecção de contornos. Abrange as décadas de 60 a 80, altura em que se dão os primeiros passos na tentativa de resolução do problema da detecção de contornos. A partir da década de 80 assiste-se a

um grande incremento da investigação sobre esta área e estabelecem-se linhas de estudo bem definidas e o número de publicações torna-se significativo. É notório o aumento da pesquisa de métodos óptimos. Subsequentemente dividiu-se a apresentação em métodos essencialmente baseados em funções gaussianas e em métodos que são alternativos. Em cada uma destas divisões criaram-se subdivisões que agrupam métodos cuja base é similar ou que constituem uma linha de evolução. Nomeadamente em relação aos métodos baseados em funções gaussianas, referem-se os métodos baseados em segundas derivadas e passagens por zero, propostas desenvolvidas a partir do método de Canny e os filtros direccionais. Relativamente aos métodos alternativos referem-se os métodos baseados em modelos de facetas, em modelos paramétricos e em momentos. Fala-se, também, do estudo da escala e das ondulas, dos métodos estatísticos, das aproximações que usam redes neuronais, lógica difusa e máquinas de suporte vectorial e num conjunto de outras abordagens. É significativa a diversidade de técnicas que têm sido propostas. Realça-se, também, que não cessam de surgir novas propostas. Basta, para tal, atentar nas datas das publicações.

A Secção 2.3 foi individualizada do resto da análise bibliográfica para enfatizar a existência de grande diversidade nas técnicas de comparação dos resultados da detecção de contornos. Existem técnicas de aferição da qualidade da detecção de contornos que partem de factores completamente objectivos e com imagens artificiais e modelos de contornos bem definidos e outras técnicas que são baseadas em estatísticas comparativas com introdução de opiniões subjectivas por parte de observadores humanos. O capítulo termina com uma breve secção de conclusões.

### **Capítulo 3 — Estimação do Contraste Local**

A nova metodologia de projecto de estimadores de contraste local com base na resolução de equações integrais de Fredholm é proposta e apresentada no Capítulo 3.

Na Secção 3.2 discutem-se diversos modelos de contornos que se podem encontrar na literatura e que servem para o desenvolvimento do novo método de construção de estimadores de contraste. Apresentam-se modelos informais e formais de pontos de contorno. Referem-se os modelos do tipo degrau e de rampa e outros modelos mais complexos de contornos.

Na Secção 3.3 enunciam-se os elementos sobre equações integrais lineares do primeiro género de Fredholm necessários para o entendimento do procedimento de construção de estimadores de contraste. Apresentam-se as definições e mencionam-se algumas das técnicas usadas para a resolução deste género de equações, nomeadamente através da resolução numérica.

A Secção 3.4 introduz o novo método de construção de estimadores realizando o enquadramento do modelo do contorno no contexto das equações integrais. Em particular faz-se o enquadramento para um contorno do tipo degrau.

A Secção 3.5 dedica-se, em particular, ao método de construção de estimadores de contraste para contornos unidimensionais. Estudam-se as respostas do tipo exponencial

e diversos modelos de contorno do tipo rampa. Apresenta-se a resolução dos problemas de oscilação na resposta para o caso de modelos de contornos baseados em rampas através de técnicas de regularização.

Na Secção 3.6 estende-se esta nova metodologia ao caso bidimensional através da resolução sucessiva da equação unidimensional, o que constitui uma simplificação significativa em relação à resolução da equação bidimensional por meio de tensores.

Na Secção 3.7 é aplicada a nova metodologia para a obtenção de um novo estimador de contraste designado por MEXP (Mixed EXPonentials). Apresentam-se alguns dos resultados experimentais para este estimador que são comparados com um conjunto de outros métodos. Unifica-se, assim, um conjunto de métodos de estimação do contraste presentes na literatura. Descreve-se a adaptação do método proposto ao caso de contornos bidimensionais. A proposta de um novo estimador de contraste orientado para a detecção de contornos, construído com base na teoria desenvolvida na tese, é descrita nesta parte do documento. Apresentam-se os resultados experimentais em termos de erros angulares e robustez perante a presença de ruído, para o estimador MEXP e outros estimadores.

### Capítulo 4 — Classificação Inicial de Contornos

O novo classificador local de pontos de contorno construído usando listas ordenadas de pontos de vizinhança com base na amplitude do gradiente é estudado no Capítulo 4.

A introdução ao capítulo é realizada na Secção 4.1. Define-se nesta secção o conceito de classificação de pontos de contorno e faz-se uma análise de alguns métodos propostos, para o efeito, na literatura. Nomeadamente, refere-se a binarização simples, a binarização por meio de histerese e a supressão de não máximos, o emagrecimento de contornos e a relaxação probabilística.

Na Secção 4.2 apresenta-se o novo método de classificação de pontos de contorno com base no modelo elementar de contorno. Indica-se o procedimento de ordenação das amplitudes do gradiente em torno do ponto da imagem a ser classificado e a utilização da informação resultante em termos de classificação.

A Secção 4.3 revê os modelos de ruído presentes em imagens digitais tal como se encontram propostos na literatura sobre o assunto. Estudam-se alguns modelos de presença de ruído na imagem e deduzem-se as funções densidade de probabilidade para os estimadores de contraste à base de filtros lineares.

Na Secção 4.4 apresentam-se as funções densidade de distribuição para as estatísticas ordenadas que suportam a análise do desempenho do novo classificador à base de sequências ordenadas de amplitude do gradiente em vizinhanças locais. A classificação e o seu desempenho são analisados na Secção 4.5. O capítulo termina com breves conclusões.



## Capítulo 5 — Agrupamento de Contornos

O processo de detecção de contornos fica concluído após o agrupamento de contornos, que utiliza a informação resultante da estimativa do contraste local e a classificação inicial de contornos. O Capítulo 5 é dedicado a esta parte final do processo de detecção de contornos.

Na Secção 5.1 são apresentadas definições sobre o agrupamento de contornos e é revista alguma da literatura sobre o assunto na parte que mais interessa para esta tese.

Na Secção 5.2 apresenta-se o novo método que constitui objecto deste capítulo. Algumas definições de detecção de contornos associadas ao processo são revistas e os principais aspectos do método descrito. Nomeadamente coloca-se a questão essencial de como seleccionar os pontos de contorno para agregação aos contornos já iniciados?

A escolha dos pontos iniciais do processo de criação de contornos é o tema da Secção 5.3. Apresenta-se a metodologia e alguns resultados experimentais.

O processo de agrupamento dos pontos de contorno é o objecto da Secção 5.4. O método é analisado e são representados alguns resultados experimentais. O capítulo termina com as conclusões principais sobre o trabalho.

## Capítulo 6 — Análise Experimental

Este capítulo é dedicado à realização e análise experimental dos algoritmos propostos nesta tese. Em partes dos capítulos em que se realiza a exposição teórica também se apresentaram alguns resultados experimentais quando considerados convenientes para o reforço da análise das propostas esboçadas nesses capítulos.

No Capítulo 6 expõe-se alguns dos detalhes da realização experimental e os resultados da aplicação dos algoritmos a diferentes imagens.

Após uma breve introdução ao capítulo realizada na Secção 6.1, passa-se à exposição na Secção 6.2 do pseudo-código correspondente aos algoritmos apresentados na tese.

Na Secção 6.3 discutem-se as questões da realização experimental, nomeadamente a escolha das linguagens de programação e bibliotecas numéricas e a integração dos algoritmos noutras aplicações informáticas.

A exposição dos resultados experimentais do ponto de vista da aplicação dos algoritmos a imagens é realizada na Secção 6.4. Analisa-se a adequação dos conjuntos de imagens que se escolheram à utilização em estudos experimentais de detecção de contornos. Os resultados experimentais para a estimação do contraste, classificação inicial de pontos de contorno e o agrupamento de pontos de contorno são expostos nesta secção.

O capítulo termina com uma breve de secção de conclusões.

## Capítulo 7 — Conclusões

O corpo principal da tese termina com o Capítulo 7 dedicado às conclusões gerais sobre o trabalho realizado. Encontra-se este capítulo dividido em duas secções. A Secção 7.1 realiza uma síntese geral sobre os temas abordados nos capítulos precedentes. A Secção 7.2

apresenta possibilidades de desenvolvimento de investigação futura em função dos resultados apresentados nesta tese.

### **Bibliografia e Índices**

No final de cada capítulo encontra-se uma lista de referências bibliográficas. Adicionalmente, encontra-se no fim da tese uma bibliografia agrupada por tópicos. Um índice alfabético e um índice por autores estão, também, ao dispor dos leitores desta tese.

## **1.4 Contribuições Originais**

Nesta tese descreve-se o trabalho desenvolvido pelo autor sobre a detecção de contornos, quer na fase inicial dedicada à estimação do contraste local quer na fases subsequentes de classificação e agrupamento dos contornos. Mencionam-se os seguintes contributos originais:

- no que se refere à estimação do contraste local:
  - é generalizado o projecto de estimadores de contraste local para utilização em detecção de contornos, através da colocação do problema como sendo a solução de um problema inverso baseado na resolução numérica de equações integrais lineares de Fredholm do primeiro género;
  - estudam-se diversos modelos de contornos unidimensionais (do tipo degrau e vários modelos de rampas) e contextualizam-se no método de resolução das equações integrais lineares de Fredholm do primeiro género;
  - estudam-se os tipos de respostas típicas de alguns detectores de contornos muito divulgados (Canny e ISEF), apresenta-se o problema da estimação de contraste local para a detecção de contornos como sendo o problema da resolução da equação integral de Fredholm do primeiro género com o núcleo correspondente ao modelo de contorno escolhido (degrau ou um tipo de rampa) e em que se define concretamente a resposta desejada para o filtro de estimação de contraste;
  - apresenta-se a técnica de resolução da equação integral em que se utiliza o método de regularização iterativa proposto por Tikhonov seguido de um procedimento de interpolação bicúbica para melhor aproximar os valores do filtro;
  - assente no estudo do problema da extensão bidimensional dos filtros, é apresentada uma nova proposta em que se elimina a necessidade de utilização de tensores substituindo-os por uma resolução sucessiva, linha a linha, da equação integral unidimensional;

- como exemplo de aplicação do método de projecto de estimadores de contraste é apresentado um novo estimador de contraste local. Este é construído por meio de uma nova metodologia baseada na combinação de respostas exponenciais. Este estimador é designado por MEXP e apresenta resultados experimentais favoráveis em termos da precisão da localização do ponto de contorno em função do ruído.
- quanto à classificação inicial de contornos:
  - apresenta-se um novo processo de classificação inicial dos pontos de contorno, baseado em listas ordenadas da amplitude do gradiente em torno do ponto a classificar;
  - estudam-se as funções densidade de distribuição associadas às listas de pontos ordenados em termos da amplitude do gradiente usando estatísticas de ordem;
  - os resultados experimentais de desempenho do classificador inicial de contornos demonstram que o erro de falsos-positivos diminui significativamente tornando esta classificação inicial apropriada para gerar pontos-semente para processos de agrupamento de contornos.
- relativamente à classificação final e agrupamento de contornos:
  - introduz-se um novo processo de agrupamento de contornos baseado em seguimento e ligação de contornos que agrega pontos usando zonas de expansão limitadas;
  - propõe-se uma técnica de pesquisa local óptima nas zonas de expansão;
  - define-se uma função de custo local com base em tripletos pontos de expansão que derivam directamente da zona de expansão limitada;
  - apresentam-se os resultados experimentais associados ao procedimento que demonstram as potencialidades do novo método.

O método de construção de filtros de estimação de contraste pode dar origem a diversos tipos de soluções, de acordo com a resposta pretendida e do modelo do contorno. O processo de classificação e agrupamento de contornos pode usar valores de contraste local estimados por outros métodos que não aquele que é proposto na tese. O processo de agrupamento de contornos pode usar pontos iniciais não provenientes do método de classificação inicial à base de sequências ordenadas de amplitudes do gradiente. A função de custo usada na agregação de pontos de contorno e a zona de expansão podem ser outras que não as que são sugeridas. Há, portanto, flexibilidade suficiente nas propostas para se poder adaptar todo o procedimento a necessidades particulares e eventualmente melhorar os resultados através de parametrização do processo.

### **Lista de Publicações**

Algumas publicações surgiram imediatamente dos trabalhos iniciais conducentes a esta tese e referem-se, nomeadamente, as seguintes:

- *Mixed Exponentials Filter for Edge Detection and the Fredholm Integral Equation of the First Kind*, ICIP 2003, (Caeiro e Piedade 2003);
- *Image Processing and a Python-GIMP Based Algorithm Development Environment*, VIIP 2003, (Caeiro, Piedade, e Ataíde 2003);
- *Errors in the Estimation of Gradient Direction Using IIR and FIR Implementations*, ICIP 1995, (Caeiro e Piedade 1995).

Entendendo-se a importância de se divulgar para a comunidade científica os resultados obtidos estão neste momento a ser preparado os materiais para posterior publicação, em revistas científicas adequadas, com base nos conteúdos desta tese.

## Referências Bibliográficas

- Argyle, E. 1971. “Techniques for Edge Detection.” *Proceedings of the IEEE* 59 (2): 285–287 (Fevereiro).
- Boskovitz, Victor e Hugo Guterman. 2002. “An Adaptive Neuro-Fuzzy System for Automatic Image Segmentation and Edge Detection.” *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* 10 (2): 247–262 (Abril).
- Caeiro, José Jasnau e Moisés Piedade. 1995, Outubro. “Errors in the Estimation of Gradient Direction Using IIR and FIR Implementations.” *Proceedings of the International Conference on Image Processing ICIP-95*, Volume 2. The IEEE Signal Processing Society Washington, D.C.: IEEE Computer Society Press, 137–140.
- Caeiro, José Jasnau e Moisés Piedade. 2003. “Mixed Exponentials Filter for Edge Detection and the Fredholm Integral Equation of the First Kind.” *International Conference on Image Processing 2003*. 441–444.
- Caeiro, José Jasnau, Moisés Piedade, e Edgar Ataíde. 2003, Setembro. “Image Processing and a Python-GIMP Based Algorithm Development Environment.” *Proceedings of the 3rd IASTED International Conference Visualization, Imaging, and Image Processing*, Volume 2. IASTED: Acta Press, 627–631.
- Canny, John. 1986. “A Computational Approach to Edge Detection.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 8 (6): 679–698 (Novembro).
- Davis, L. S. 1976. “A Survey of Edge Detection Techniques.” *Computer Graphics and Image Processing* 4 (3): 248–270.
- Diao, Luhong, Bin Yu, e Hua Li. 2007. “A New Edge Detector Based on Fresnel Diffraction.” *Pattern Recognition Letters* 28:859–864.
- Duda, Richard O., Peter E. Hart, e David G. Stork. 2000. *Pattern Classification and Scene Analysis*. 2.<sup>a</sup> Ed. Wiley.
- Hongler, Max-Olivier, Yuri L. de Meneses, Antoine Beyeler, e Jacques Jacot. 2003. “The Resonant Retina: Exploiting Vibration Noise to Optimally Detect Edges in an Image.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 25 (9): 1051–1062 (Setembro).
- Hu, Liming, H. D. Cheng, e Ming Zhang. 2007. “A High Performance Edge Detector Based on Fuzzy Inference Rules.” *Information Sciences*, no. 177:4768–4784.
- Jain, Ramesh, Rangachar Kasturi, e Brian G. Schunck. 1995. *Machine Vision*. McGraw-Hill Series in Computer Science. Editado por Eric M. Munson. Lisboa: McGraw-Hill, Inc. ISBN 0-07-032018-7.
- Julesz, Béla. 1959. “Method of Coding Television Signals Based on Edge Detection.” *Bell System Technical Journal* 38:1001–1020.

- Kirsch, R.A. 1971. “Computer Determination of the Constituent Structure of Biological Images.” *Comp. Biomed. Res.* 4 (3): 315–328 (Junho).
- Marr, D. e E. Hildreth. 1980. “Theory of Edge Detection.” *Proceedings of the Royal Society* 207:187–217.
- Montanari, Ugo. 1971. “On the Optimal Determination of Curves in Noisy Pictures.” *Communications of the ACM* 14 (5): 335–345 (Maio).
- Nalwa, Vishvjit S. 1993. *A Guided Tour of Computer Vision*. Madrid: Addison-Wesley Publishing Company.
- Pingle, K.K. 1969. “Visual Perception by a Computer.” *Automatic Interpretation and Classification of Images*. 277–284.
- Roberts, L. G. 1965. “Machine Perception of Three Dimensional Solids.” Em *Optical and Electro-Optical Information Processing*, editado por J. T. Tippet et al., 159–197. MIT Press.
- Rosenfeld, A. 1970. “A Nonlinear Edge Detection Technique.” *Proceedings of the IEEE* 58 (5): 814–816 (Maio).
- Russel, Stuart e Peter Norvig. 2002. *Artificial Intelligence: a modern approach*. 2.<sup>a</sup> Ed. Prentice-Hall, Inc.
- Wu, Jinbo, Zhouping Yin, e Youlun Xiong. 2007. “The Fast Multilevel Fuzzy Edge Detection of Blurry Images.” *IEEE Signal Processing Letters* 14 (5): 344–347 (Maio).
- Yueksel, M. Emin. 2007. “Edge Detection in Noisy Images by Neuro-Fuzzy Processing.” *International Journal of Electronics and Communications* 61:82–89.
- Zheng, Sheng, Jian Liu, e Jin Wen Tian. 2004. “A New Efficient SVM-Based Edge Detection Method.” *Pattern Recognition Letters* 25:1143–1154.

*Tenho os meus resultados há muito tempo: mas não sei ainda como chegar a estes.* Karl Friedrich Gauss, 1777–1855

# 2

## Detecção de Contornos

### Conteúdo

---

<b>2.1</b>	<b>Introdução</b>	<b>19</b>
<b>2.2</b>	<b>Detecção de Contornos: Estado da Arte</b>	<b>22</b>
<b>2.3</b>	<b>Qualidade da Detecção</b>	<b>36</b>
<b>2.4</b>	<b>Conclusões</b>	<b>38</b>
	Referências Bibliográficas	41

---





O estudo dos métodos de detecção de contornos tem cerca de 4 décadas e no decurso deste período foram apresentadas muitas centenas de propostas alternativas que cobrem os mais variados aspectos do processo. A revisão da literatura publicada sobre o assunto permite avaliar alguns dos problemas de investigação que se apresentam actualmente.

Neste capítulo contextualiza-se e enuncia-se o problema da detecção de contornos e realiza-se a análise do estado da investigação sobre o tema. Apresenta-se a evolução histórica dos métodos de detecção de contornos e uma classificação temática.

O capítulo inicia-se com a Secção 2.1 em que se apresenta uma breve introdução geral ao tema do capítulo. Na Secção 2.2 realiza-se uma análise das publicações que apareceram sobre o tema da detecção de contornos. Mencionam-se: os primeiros trabalhos; os métodos baseados em funções de Gauss, nomeadamente os derivados dos trabalhos de Marr e de Canny; os métodos baseados em modelos paramétricos do contorno; os métodos baseados em momentos; os métodos que enfatizam a análise em escala, nomeadamente com o recurso a ondulas; os métodos que realizam uma abordagem baseada na estatística; os operadores morfológicos e um conjunto de outras aproximações.

Na Secção 2.3 mencionam-se alguns trabalhos especificamente dedicados à aferição do desempenho de métodos de detecção de contornos. A terminar apresentam-se breves conclusões sobre este capítulo na Secção 2.4.

## 2.1 Introdução

Existe evidência biológica e computacional que aponta para uma grande redução da quantidade de dados a serem processados pelo sistema visual humano logo numa fase muito inicial. Uma das formas de compressão de dados envolve a procura de contornos que são das propriedades da imagem mais ricas em informação útil. É exemplo da redução da quantidade de dados a afirmação que 10% dos pontos devem ser classificados como pontos de contorno na determinação do limiar de classificação (Jain 1989).

Os contornos ocorrem em zonas da imagem em que há grandes variações locais nos valores da intensidade luminosa. Estas variações permitem apontar a presença dos contornos ou fronteiras dos objectos numa cena. Existem grandes alterações dos valores da intensidade luminosa que se devem a outros motivos: reflexões especulares, alguns tipos de ruído, etc.. O conceito de *ponto de contorno* é difícil de definir precisamente. Existem muitos paradoxos visuais em que um contorno aparenta ser visível quando fisicamente não existe (Kitchen e Rosenfeld 1981).

Uma boa detecção dos contornos presentes numa imagem é fundamental para muitas aplicações: processamento de imagens médicas; na visão por computador; na robótica, etc..

A importância da investigação sobre o processo de detecção de contornos é evidenciada pela grande quantidade de artigos publicados directamente sobre o assunto. Uma enorme fatia dos artigos sobre outros temas da visão por computador e processamento de imagem

referenciam métodos de detecção de contornos porque utilizam os resultados da sua aplicação. De acordo com alguns autores, a detecção de contornos é, possivelmente, a operação mais importante de processamento de imagem de baixo nível (Meer e Georgescu 2001). É um tema fértil em novas técnicas e que continua, passados que são todos estes anos desde o aparecimento da primeira proposta de detector de contornos em 1965, a conhecer novos estudos e novas metodologias.

Os estudos sobre a detecção de contornos abrangem: o processo de detecção de contornos; o projecto de filtros de estimação de propriedades locais relacionadas com os contornos; o processo de classificação de contornos; a melhoria da classificação de contornos; o agrupamento de pontos de contorno; a medida da qualidade da detecção de contornos; a eficiência computacional da detecção de contornos; a representação e as estruturas de dados associadas à representação de contornos; as propriedades matemáticas dos detectores de contornos, etc.

### **Enquadramento Científico**

A Visão por Computador é parte do grande conjunto de áreas da computação a que se dá o nome de Inteligência Artificial. A Inteligência Artificial compreende os esforços científicos e tecnológicos que se realizam na tentativa de proporcionar inteligência— ou seja, capacidade de adaptação a novas circunstâncias e a subsequente tomada de decisões correctas— a máquinas, normalmente providas de diversos dispositivos computacionais. Os seres humanos baseiam grande parte das suas decisões na informação obtida através da visão que é a forma mais eficiente de que o ser humano dispõe de recolher informação sem estar em contacto físico com os objectos que o rodeiam.

Os sistemas computacionais destinados à visão por computador têm realizações bastante diversas: sequenciais ou paralelas; redes neuronais; algoritmos genéticos; reconhecimento de padrões estatístico; lógica difusa, etc..

Alguns destes sistemas têm sido projectados especificamente para a realização de tarefas de visão por computador.

Existe uma relação estreita entre a área designada por Processamento Digital de Imagem e a Visão por Computador. O Processamento de Digital de Imagem aborda todas as técnicas que envolvem directamente imagens. Incluem-se neste conjunto: a compressão de imagem; o processamento de vídeo; a visão por computador de nível baixo e intermédio; o restauro e a melhoria de imagem, etc.. A detecção de contornos faz parte do conjunto de intersecção dos assuntos que constituem a Visão por Computador com os temas estudados no Processamento de Imagem.

A detecção de contornos deve muito ao conhecimento proveniente da área do processamento de sinal mas existem metodologias que têm origem em muitas outras áreas: desde a Física à Estatística; desde as Estruturas de Dados à Biologia. Há estudos sobre a influência do ruído, a percepção psicológica dos contornos, a apreciação empírica da qualidade da detecção de contornos. A teoria da informação, a programação paralela, a geometria computacional, etc., tomam também lugar na arena. A diversidade de

inspirações é grande.

### Os Níveis de Processamento da Informação Visual

Os dados adquiridos pelos sensores de visão sofrem no processo cognitivo diversas transformações que se podem dividir em três níveis:

**processamento de baixo nível** compreendendo a aquisição da imagem— que constitui ao nível de estrutura de dados uma tabela de duas entradas (os índices de posição) contendo a informação sobre a intensidade luminosa relativa de um ponto no plano de amostra do sensor—, e as suas transformações noutras tabelas com a mesma estrutura;

**processamento de nível intermédio** em que se passa da estrutura de dados do género tabela para estruturas de dados mais condensadas representando as principais características dos objectos presentes na cena: tais como listas de pontos de fronteira dos objectos e vectores de propriedades de regiões;

**processamento de alto nível** em que a informação existente em bases de dados contendo o conhecimento sobre os potenciais objectos é relacionada com o conhecimento adquirido a partir da imagem e se tomam as decisões apropriadas.

O processamento de baixo nível restringe-se à informação numérica; o processamento de nível intermédio realiza a transição entre a informação apenas numérica e a informação numérica associada a símbolos e, finalmente, o processamento de alto nível é efectuado somente ao nível simbólico. A detecção de contornos pertence ao conjunto de técnicas do processamento de baixo nível que precedem de imediato o processamento de nível intermédio.

A imagem adquirida possui um número muito elevado de dados redundantes que é necessário reduzir para aumentar a eficiência do processo de reconhecimento. As técnicas de eliminação de redundância dividem-se em duas grandes famílias: a detecção de contornos e a detecção de regiões. O problema da detecção de contornos é dual do problema da detecção de regiões, porque conhecendo as regiões podem obter-se os seus pontos de fronteira— os contornos— e vice-versa. O processo de obtenção das listas de pontos de fronteira e o processo de obtenção das listas de pontos que cada região compreende designa-se por segmentação. Esta é a operação que realiza a transformação dos dados utilizados no processamento de baixo nível nos dados utilizados no processamento de nível intermédio.

Depreende-se a importância que possui para a qualidade dos resultados de todo o processamento a correcta detecção dos pontos de contorno da imagem, já que constitui a fase inicial em que se elimina a redundância dos dados adquiridos e se tomam as decisões sobre quais os dados que são relevantes para o posterior processamento.

Existem muitos sistemas construídos com base em resultados da segmentação por meio de detecção de regiões e muitos outros sistemas que utilizam informação proveniente da

detecção directa de contornos. A detecção de contornos providencia em geral informação mais precisa sobre a localização das fronteiras dos objectos sendo, porém, frequente que alguns pontos de contorno sejam incorrectamente identificados, dando origem a fronteiras fragmentadas e não fechadas. A detecção de regiões garante fronteiras fechadas mas sofre do problema da má localização das fronteiras na presença do ruído. Alguns sistemas mistos tentam reunir as qualidades dos procedimentos de detecção de contornos e de regiões.

A investigação em detecção de contornos centra-se, em grande parte, na estimação correcta dos pontos de fronteira entre regiões reduzindo a influência do ruído e da amostragem.

Merece referência o desempenho computacional dos algoritmos de detecção de contornos, em virtude da grande quantidade de dados a serem processados. No entanto, o desenvolvimento que têm conhecido os computadores nos últimos anos— em termos de potência de cálculo, memória e custo— reduziu de algum modo as preocupações com este aspecto. A qualidade da detecção dos pontos de contorno reduz, também, as necessidades de cálculo subsequente.

## 2.2 Detecção de Contornos: Estado da Arte

A literatura publicada sobre o tema da detecção de contornos em imagens digitais é razoavelmente vasta; contará nesta altura com umas largas centenas de propostas entre publicações em revistas e conferências com divulgação internacional. O primeiro artigo publicado na área da Visão por Computador que descreve um método de detecção de contornos é escrito por Roberts (Roberts 1965).

Este primeiro detector de contornos é baseado na utilização de diferenças finitas nas diagonais. A máscara utilizada tem dimensão  $2 \times 2$ , o que torna a estimativa de contraste extremamente eficiente em termos computacionais. A qualidade deste método na detecção de contornos é, pelos padrões actuais, relativamente baixa.

### Os Primeiros Trabalhos

Até ao final da década de 60 o detector de contornos de Roberts é praticamente o único proposto, mas a partir do início da década de 70 começam a aparecer outras sugestões. Diferenças finitas com máscaras de maior dimensão,  $3 \times 3$ , são indicadas por Pingle, que pela primeira vez menciona o operador de Sobel (Pingle 1969). Um operador relativamente semelhante ao operador de Sobel é proposto por Prewitt (Prewitt 1970). A utilização de máscaras com diversas orientações<sup>1</sup> é sugerida por Kirsch (Kirsch 1971).

A utilização de um operador não linear é proposta pela primeira vez, num artigo bastante curto, por Rosenfeld (Rosenfeld 1970). Argumenta-se que deste modo se suprime

---

<sup>1</sup>Em inglês *templates*.

a influência do ruído e que a localização é mais precisa. Numa crítica à proposta mencionada de Rosenfeld, Argyle apresenta pela primeira vez a estimação de contraste de contornos baseada numa convolução com um filtro derivado da função de Gauss<sup>2</sup> (Argyle 1971). No seguimento deste trabalho Argyle e MacLeod sugerem a utilização da diferença de duas funções de Gauss moduladas por uma terceira função de Gauss com decaimento radial a partir do centro (MacLeod e Argyle 1972). Fica já patente nesse trabalho a sua ideia de que uma localização precisa deve ser realizada subsequentemente através de uma análise em escala, observando os detalhes mais finos da imagem e uma sua representação mais grosseira.

Uma extensão ao problema da detecção de contornos em texturas usando inferências decorrentes da psicologia é abordada por Rosenfeld e Thurston (Rosenfeld e Thurston 1971).

A geração de um conjunto de funções base que representam uma superfície na imagem e a procura do contorno que melhor se ajusta a uma destas funções base é estudada por Hueckel (Hueckel 1971) .

A aplicação a radiografias da zona do joelho é uma proposta realizada por Ausherman, Dwyer e Lodwick, que utilizam como propriedade para a classificação a estimativa de derivadas unidimensionais por aproximação pelo método dos mínimos quadrados de um polinómio de segunda ordem em cada ponto (Ausherman, Samuel J. Dwyer, e Lodwick 1972). A derivada é ponderada por uma função de Gauss.

Em 1972 é apresentado um procedimento baseado na diferença de médias com suportes variáveis (Rosenfeld, Thurston, e Lee 1972). É um facto curioso que este artigo apenas contenha uma referência a um trabalho de um dos autores, o que demonstra a escassez de investigação sobre o assunto nesta época. As imagens que se apresentam como resultado experimental são representações com letras do alfabeto e símbolos de impressoras de margarida, evidenciando assim a limitação dos meios técnicos da época. O exame de diferenças de médias de níveis de cinzento é retomado por Davis e Rosenfeld tendo em vista a resolução de problemas devidos à presença de ruído na imagem (Davis e Rosenfeld 1975).

A utilização de uma medida de similaridade entre um perfil de intensidades ao longo de uma linha que atravessa um contorno e um conjunto de perfis idealizados é realizada por Griffith (Griffith 1973).

A década de 80 assiste a um aumento da investigação em métodos construídos com critérios óptimos. Vários autores tentam definir critérios de optimalidade e assim derivar, de um modo ou doutro, métodos que produzam resultados óptimos de acordo com o critério que foi previamente definido. É este o caso de Shanmugan, Dickey e Green, que constroem um filtro óptimo no domínio da frequência (Shanmugan, Dickey, e Green 1979).

---

<sup>2</sup>Designada por *split-Gaussian*.

## Detecção de Contornos Baseada em Derivadas de Funções de Gauss

Muitos dos detectores de contornos propostos na literatura são baseados em filtros que utilizam a função de Gauss quer directamente sob a forma de explícita de derivadas, quer indirectamente sob a forma de aproximações e generalizações diferenciais. As justificações para tal têm diversas origens: estudos inspirados na biologia, no processamento de sinal e na estatística. Uma revisão da literatura sobre o assunto foi publicada por Basu, enumerando um conjunto de aproximações e algumas razões importantes para justificar a utilização da função de Gauss (Basu 2002).

### Segundas Derivadas e Passagens por Zero

As observações fisiológicas do processamento de imagens na retina inspiraram alguns dos estudos sobre detectores de contornos. Os neurofisiologistas modelaram o campo receptivo clássico das células ganglionais da retina, com base na observação de que o sinal de entrada efectivo, numa destas células, é obtido através da diferença entre duas entradas Gaussianas, tendo a entrada central um parâmetro  $\sigma^2$ <sup>3</sup> ligeiramente menor do que a circundante. Este modelo de detecção de contraste é designado por *Diferença de Gaussianas* (DoG), (Rodieck e Stone 1965; Enroth-Cugell e Robson 1966). Um filtro largamente adoptado durante a década de 80 foi proposto por Marr e Hildreth e é baseado na estimação da segunda derivada não-direccional da imagem através da aplicação de um filtro baseado na diferença de funções de Gauss (Marr e Hildreth 1980). Este filtro é designado por Diferença de Gaussianas (DoG) e é uma excelente aproximação ao filtro LoG (Laplaciano da Gaussiana). Os locais de passagem por zero da segunda derivada indicam os pontos do contorno. Uma das vantagens deste método é a propriedade das passagens por zero do operador vectorial Laplaciano que faz os contornos aparecerem fechados. Marr baseia o seu método na análise do funcionamento dos receptores visuais humanos que realizam uma detecção de contornos primária. No desenvolvimento teórico do procedimento refere, também, a análise em escala e a agregação da informação em várias escalas para inferir o significado dos contornos na imagem.

O filtro Laplaciano da Gaussiana (LoG) é uma aproximação prática e simples do filtro Segunda Derivada na Direcção do Gradiente (SDDG) que Berzins, por sua vez, conclui ser uma extensão do filtro diferença de Gaussianas para um espaço multidimensional (Berzins 1984). Berzins estuda, também, a precisão do filtro em algumas propriedades espaciais: a curvatura do contorno; a dimensão do contorno e cantos. O estudo do erro deste tipo de detectores em contornos curvos é prosseguido por Verbeek e van Vliet (Verbeek e van Vliet 1994), que propõem um operador designado por PLUS, constituído pela agregação do filtro LoG e SDDG, e que é mais preciso do que cada um destes filtros individuais em cerca de uma ordem de grandeza.

A localização do ponto de contorno é afectada de erro que depende do factor de escala. Uma fórmula com iterações é apresentada por Chen e Medioni, para a melhoria

---

<sup>3</sup> $\sigma^2$  corresponde ao termo da variância para uma função de distribuição de Gauss.

da estimação da localização e da amplitude do contorno (Chen e Medioni 1989).

Na classe dos detectores baseados em passagens por zero da segunda derivada, na qual se inclui o método de Marr, é proposto um filtro otimizado em termos da relação sinal-ruído em que o erro de localização é parametrizado (Lee, Wasilkowski, e Mehrotra 1993a).

Uma aproximação baseada no modelo de facetas para a obtenção de passagens por zero da segunda derivada é proposta por Haralick, dando origem a diversos operadores com elevada precisão (Haralick 1984).

A incorporação de um filtro Laplaciano não-linear no modelo de Marr é proposto por van Vliet, Young e Beckers, como sendo uma melhoria significativa para relações sinal-ruído baixas ( $< 10$  dB), (van Vliet, Young, e Beckers 1988).

Um método de detecção de contornos óptimo, guiado pelo resultado da aplicação do filtro LOG e em que os segmentos de curvas são o objecto primário da detecção, é proposto por Qian e Huang (Qian e Huang 1996). Neste trabalho é apresentado um modelo generalizado do contorno.

### **O Método de Canny**

O detector de contornos mais citado, provavelmente o mais estudado e dos mais utilizados, é proposto por Canny como resultado do seu trabalho conducente à dissertação de Mestrado (Canny 1986). O problema da detecção de contornos é definido através de um problema de optimização numérica com restrições. O modelo do contorno adoptado é o degrau ideal imerso em ruído Gaussiano. Estabelecem-se três critérios que delimitam o processo de optimização: o critério da boa detecção em que introduz a relação sinal-ruído no local do máximo da amplitude do gradiente; o critério da boa localização; e o critério da distância máxima entre máximos de amplitude devidos ao ruído. O filtro obtido por optimização numérica para este modelo e com estes critérios é de difícil realização e Canny propõe como boa aproximação o filtro derivada da função de Gauss (DG). Propõe, também, um método de supressão de pontos que sejam não-máximos locais da amplitude do gradiente e um método de classificação por histerese.

Os bons resultados deste detector em comparação com os outros detectores existentes à época e a sua fácil realização computacional tornaram o detector bastante popular. Estudos recentes realizados por Bowyer, Kranenbourg e Dougherty, utilizando um critério de apreciação baseado em características de operação do receptor (ROC), sugerem que passados todos estes anos o detector de Canny ainda apresenta alguns dos melhores resultados, em comparação com um largo conjunto de outros detectores (Bowyer, Kranenbourg, e Dougherty 2001). O desempenho favorável do detector de Canny deve-se, segundo o estudo das curvas de operação do receptor (ROC) de Zhang e Rockett, à supressão de não-máximos e ao processo de binarização com histerese (Zhang e Rockett 2006).

A melhoria do desempenho do detector de Canny é objecto de vários estudos. Estes incidem sobre: a estimação de contraste; o processo de classificação por meio de histerese

e o desempenho computacional.

O filtro de Canny é baseado num modelo de contorno do tipo degrau, e Petrou e Kittler argumentam que a melhor forma de modelar o contorno é a adopção de um modelo de rampa, o que deu origem a novos filtros construídos com base nos critérios de Canny (Petrou e Kittler 1991).

É defendido por Bao, Zhang e Wu que o critério de localização é bastante melhorado, não obstante à custa de uma pequena perda no critério de detecção, se for adoptada uma técnica de multiplicação de escala definida por um produto de respostas do filtro em duas escalas (Bao, Zhang, e Wu 2005).

Uma extensão do trabalho de Canny com a utilização de um modelo correspondente a sinais com contornos múltiplos e com amplitudes variáveis é apresentada por Heijden, que estabelece um modelo em que a ocorrência de contornos em sinais unidimensionais é descrita em termos de funções de autocovariância condicionais (Heijden 1995). A extracção das propriedades relacionadas com os contornos é obtida através da aplicação do critério de Bayes de risco mínimo com custos unitários tanto para a detecção como para a localização dos pontos de contorno. As propriedades extraídas podem ser interpretadas como uma sequência de razões de verosimilhança logarítmicas associadas ao sinal de entrada.

Os critérios de desempenho de Canny foram estabelecidos com base em funções contínuas, mas Demigny e Kamlé reescrevem estes critérios em termos de sinais discretos (Demigny e Kamlé 1997). Num artigo subsequente é deduzido o filtro óptimo, de acordo com os critérios discretizados, e com um modelo de contorno à base de um sinal do tipo pulso com largura  $d$  (Demigny 2002). Este autor conclui que o filtro derivada da Gaussiana (DoG) proposto por Canny tem, afinal, mau comportamento, não sendo assim uma escolha ideal. A introdução de uma medida de confiança nas três fases: estimação do gradiente; supressão de não-máximos e binarização por histerese, é uma outra forma de melhorar o método de Canny e é proposta por Meer e Georgescu (Meer e Georgescu 2001). Numa outra aproximação constroem-se filtros orientáveis, inspirados no trabalho de Freeman e Adelson, mas deduzidos com a utilização dos critérios de Canny por Jacob e Unser, *vide* (Freeman e Adelson 1991) e (Jacob e Unser 2004b).

Sendo o filtro DG muito utilizado, regista-se investigação para reduzir os requisitos computacionais da sua realização. Este é o objecto do estudo apresentado por Deriche que efectua uma realização recursiva deste filtro e que é frequentemente adoptada, sendo referida como filtro Canny-Deriche (Deriche 1990). Outra realização recursiva do filtro de estimação do gradiente de Canny é proposta por Unser, Aldroubi e Eden (Unser, Aldroubi, e Eden 1991). A construção de filtros recursivos com os critérios de Canny mas com uma aproximação variacional e optimização não-linear com restrições, é proposta por Sarkar e Boyer (Sarkar e Boyer 1991b). Torreão e Amaral propõem uma aproximação da derivada de um sinal através da função de Green, resultando numa nova realização recursiva que melhora os critérios de Canny (Torreão e Amaral 2006).

A determinação automática dos valores dos limiares do processo de classificação por meio de histerese é estudada por Hancock e Kittler (Hancock e Kittler 1991b), que



propõem fórmulas baseadas na estimativa do ruído e na fixação de um determinado valor de probabilidade *a priori* sobre se um pixel é de contorno. No contexto de outro detector de contorno, Rakesh, Chaudhuri e Murthy (Rakesh, Chaudhuri, e Murthy 2004) propõem uma interpretação estatística para o problema. Yitzhaky e Peli constroem uma estimativa dos valores verdadeiros usando diversos resultados de detecção e determinam o melhor conjunto de parâmetros através de um teste do chi-quadrado. (Yitzhaky e Peli 2003). Uma proposta recente é apresentada por Medina-Carnicer *et al.* (Medina-Carnicer, Madrid-Cuevas, Carmona-Poyato, e Muñoz-Salinas 2009). Propõem um método não-supervisionado para a determinação dos limiares através da inclusão de um critério designado por *aproximação grosseira* que permite definir uma gama inicial de valores que diminuem os tempos de pesquisa dos limiares de histerese, e sugerem um segundo critério designado por *aproximação fina* que selecciona os valores candidatos. Com estes valores candidatos aplicam o método de Yitzhaky e Peli.

O trabalho realizado por Canny deu origem a muitos estudos e alguns deles dão origem aos filtros que privilegiam a uma determinada orientação e que se designam por filtros orientáveis ou direccionais.

### Filtros Direccionais

Freeman e Adelson justificam a derivada da função de Gauss como filtro direccional e usam projecções deste filtro numa determinada orientação (Freeman e Adelson 1991). O estudo apresenta várias vertentes de utilização dos filtros direccionais não se restringindo à detecção de contornos.

Uma técnica que permite calcular a melhor aproximação a uma dada família de filtros usando combinações lineares de um pequeno número de funções base é apresentada por Perona (Perona 1995b). Esta técnica permite realizar famílias de núcleos deformáveis para várias aplicações de visão, nomeadamente para a detecção de contornos.

Os filtros orientáveis são tipicamente baseados em derivadas direccionais, cuja simetria dá origem a um problema que consiste em respostas que apresentam padrões periódicos com repetição em  $\pi$ , independentemente da estrutura da imagem. Um conjunto de filtros direccionais com problema resolvido é divulgado por Simoncelli e Farid (Simoncelli e Farid 1996).

A detecção de contornos usando filtros tri-direccionais é proposta por Paplinski (Paplinski 1998). Estes filtros são construídos com base no filtro de rampa de Petrou-Kittler unidimensional. O filtro bidimensional usa apenas a parte positiva do filtro unidimensional óptimo. Um método de extensão a 2 dimensões de filtros de detecção de contornos do tipo degrau através da filtragem com números complexos é proposta por Shirazi e Safabaksh (Shirazi e Safabaksh 2009). Este método pode ser encarado como uma variante do método de Paplinski a  $n$ -dimensões ou como uma variante da aproximação de Canny. Afirmam que este método apresenta resultados de melhor qualidade do que o método de Paplinski e que, no caso do método de Canny, liberta o utilizador da escolha da janela de suavização e do seu parâmetro  $\sigma$ .

Uma realização computacionalmente eficiente, de acordo com Geusebroek, Smeulders e van de Wijer, decorre da decomposição unidimensional da Gaussiana anisotrópica na direcção  $OX$  e noutra direcção não ortogonal (Geusebroek, Smeulders, e van de Weijer 2003) .

Um método geral de projecto de filtros direccionais baseados nos critérios de Canny é sugerido por Jacob e Unser, derivando directamente os filtros para imagens bidimensionais (Jacob e Unser 2004a).

### **Detecção de Contornos Baseada em Outras Aproximações**

Na literatura aparecem, também, muitas aproximações à detecção de contornos que não são inspiradas por filtros Gaussianos. Isto não significa que, por vezes, as respostas de alguns filtros derivados destes outros métodos não estejam próximas de funções Gaussianas.

### **O Modelo de Facetas e Outros Modelos de Contornos**

Já foi mencionado previamente o trabalho pioneiro de Hueckel em termos de definição do problema de detecção de contornos como procura dos melhores parâmetros de um determinado modelo de contorno (Hueckel 1971). Existem, no entanto, outros exemplos.

É de referir o modelo de facetas em que uma representação polinomial da imagem ao nível local permite a obtenção de diversos filtros de estimação do contraste e de segunda derivada. O trabalho neste tipo de modelo tem resultados preliminares publicados por Haralick e Watson (Haralick e Watson 1981). A obtenção de um detector de contornos, baseado no modelo de facetas, por meio de passagens por zero de segundas derivadas é proposta por Haralick (Haralick 1984). O modelo de facetas cúbico dá origem a um estimador de contraste. Uma versão melhorada é apresentada por Zuniga e Haralick (Zuniga e Haralick 1987). Neste caso, a amplitude do gradiente é o maior valor da integral da primeira derivada direcciona tomada numa pequena vizinhança e em todas as orientações possíveis. A orientação que maximiza a integral define a direcção estimada do gradiente. A detecção de contornos baseada na versão melhorada de Zuniga e Haralick do operador baseado no modelo de facetas cúbico, conjugado com uma variante da marcação por relaxação parametrizada, é proposta por Matalas, Benjamin e Kitney (Matalas, Benjamin, e Kitney 1997).

Um modelo de contorno do tipo rampa suavizado é escolhido para o ajuste paramétrico por minimização do erro quadrático médio por Ye, Gongkang e Boudel (Ye, Gongkang, e Boudel 2005). Este método permite a localização ao nível do sub-pixel .

### **Estimação do Gradiente pelo Método dos Momentos**

A estimação do gradiente é possível através de filtros construídos através do método dos momentos. A construção baseia-se no cálculo de momentos espaciais bidimensionais,

assumindo que um contorno atravessa uma determinada janela circular (Reeves, Akey, e Mitchell 1983; Lyvers e Mitchell 1988). A aplicação destes operadores à medição com resolução inferior ao pixel é realizada por Lyvers *et al.* (Lyvers, Mitchell, Akey, e Reeves 1989).

Um método baseado em operadores construídos com momentos ortogonais de Zernike é investigado por Ghosal e Mehrotra, sendo seguidamente proposta a sua extensão utilizando um modelo paramétrico do contorno (Ghosal e Mehrotra 1993; Ghosal e Mehrotra 1994).

A construção generalizada de funções cujos momentos servem para localizar e parametrizar contornos do tipo degrau numa imagem é proposta por Popovic e Withers (Popovici e Withers 2006). Na situação em que existem imagens anisotrópicas <sup>4</sup> é sugerida uma modificação do detector de contornos à base de momentos por Luo, Xie e Bao (Luo, Xie, e Bao 1994).

Uma técnica de cálculo mais eficiente dos momentos, obtida através da formulação matricial e introduzindo o conceito de acumulador de momentos, substitui a técnica de cálculo habitual por meio da convolução (Martínez e Thomas 2002).

### Escala e Métodos Baseados em Ôndulas

A sugestão de que contornos que coincidem em resoluções diversas (escalas diversas) são de algum modo *fisicamente significativos* foi avançada por Marr e Hildreth, embora sem nenhuma justificação comprovada (Marr e Hildreth 1980). Um dos problemas na aplicação de representações em escalas múltiplas reside na forma como a informação em várias escalas pode ser integrada de forma efectiva. A representação da evolução dos contornos num contínuo de escalas é proposta por Witkin sendo designada por *mapa de espaço de escala* (Witkin 1983). Uma classificação de contornos como *reais* ou *fantasmas* é desenvolvida por Clark, tendo por base a análise do mapa de espaço de escala e resultando num mapa de espaço de escala reduzido em que apenas figuram contornos reais (Clark 1988).

O estudo do espaço de escala para sinais discretos é realizado por Lindeberg e responde a duas questões:

- Que transformações lineares removem a estrutura, no sentido de que o número de extremos locais, ou passagens por zero, no sinal de saída não exceda o número de extremos locais, ou passagens por zero, do sinal original?
- Como se deve criar uma família de representações multiresolução, com a propriedade que um sinal numa escala mais grosseira nunca contenha mais estrutura do que um sinal com numa escala com detalhe mais fino?

Neste estudo a resposta a estas perguntas é uma família de núcleos baseados em funções de Bessel de ordem inteira (Lindeberg 1990). Apresenta depois a ligação de extremos

---

<sup>4</sup>Em que o pixel é rectangular, por exemplo.

locais e de pontos de sela em espaços de escala, (Lindeberg 1993a), e desenvolve formalmente a noção de *escala efectiva* com o objectivo de obter resultados consistentes para sinais contínuos e discretos (Lindeberg 1993b).

Bergholm sugere a detecção de pontos de contorno em escalas grosseiras com base no espaço de escala e o seu seguimento até escalas mais finas traçando o seu percurso com vista a conseguir-se assim uma boa localização (Bergholm 1987). Esta técnica designa-se por *focagem de contornos*.

Numa aproximação diferente, designada por *suavização adaptativa*, suaviza-se a imagem mantendo as descontinuidades, através de convoluções repetidas com uma pequena máscara de média ponderada por uma medida da continuidade do sinal em cada ponto (Saint-Marc, Chen, e Medioni 1991b). Uma representação diferente do espaço de escala é proposta usando o parâmetro  $k$  da suavização adaptativa como factor de escala.

O método de determinação da escala óptima para cada parte de uma imagem é o resultado do trabalho de Jeong e Kim no qual se sugere uma função de energia que é minimizada, obtendo-se assim as escalas óptimas (Jeong e Kim 1992).

A detecção de contornos do tipo degrau é realizada por Pellegrino, Vanzella e Torre, extraíndo máximos locais da energia somada de valores de um largo banco de filtros direccionais ímpares com diversas escalas (Pellegrino, Vanzella, e Torre 2004).

A extensão da análise das propriedades da escala aos detectores de contornos quadráticos, ou seja baseados em funções de energia, é realizada por Kube e Perona (Kube e Perona 1996).

Um filtro homomórfico, que consiste na generalização do *filtro- $E$* , é sugerida por Saito e Cunningham como sendo superior para a filtragem em espaço de escala unidimensional (Saito e Cunningham 1990a).

Um filtro diferenciador multi-escala em que as derivadas de ordem superior são expressas como uma combinação linear de uma função de suavização em várias escalas é a proposta de Ghosh, Sarkar e Bhaumik, num estudo suportado por análises recentes do comportamento do sistema visual biológico (Ghosh, Sarkar, e Bhaumik 2007).

Os elementos finitos constituem a base da aproximação para um método que permite formular operadores para a estimação de derivadas, os quais podem ser realizados usando uma combinação de funções polinomiais por troços e funções Gaussianas (Coleman, Scotney, e Herron 2005). O problema da escala é resolvido por identificação de escalas locais chave, em que pontos de contorno significativos existem em partições da imagem. Este objectivo é atingido por funções da variância local da imagem empiricamente projectadas.

A utilização de transformadas baseadas em *ôndulas*<sup>5</sup> é inicialmente proposta por Mallat e Zhong (Mallat e Zhong 1992). Um método que utiliza uma transformada baseada em  $M$ -*ôndulas* e num operador de energia que decompõe a informação em escala

---

<sup>5</sup>Em inglês estas transformadas designam-se por *wavelet transforms*. A proposta de adopção do termo transformadas baseadas em *ôndulas* é da autoria do autor desta dissertação (Caeiro 1997). O termo *wavelet* é directamente traduzido para o termo erudito *ôndula* que designa uma pequena onda.

e em várias direcções é proposto por Aydin *et al.* (Aydin, Yemez, Anarim, e Sankur 1996). A detecção e ligação de contornos, com estas transformadas, é proposta por Shih e Tseng (Shih e Tseng 2005). A utilização da transformada baseada em ondulas de Haar e o registo de sinal é escolhida por Heric e Zazula (Heric e Zazula 2007). A detecção de contornos independente da iluminação, utilizando transformadas baseadas em ondulas e um algoritmo de lógica difusa, é sugerida por Cao, Che e Ye (Cao, Che, e Ye 2008). A combinação de transformadas baseadas em ondulas com métodos baseados em equações às derivadas parciais é adoptada por Maalouf *et al.* (Maalouf, Carré, Augereau, e Fernandez-Maloigne 2008).

A introdução da direcionalidade nas transformadas baseadas em ondulas encontra-se na *curvelet transform* apresentada por Candès e Donoho (Candès e Donoho 2005). Uma transformada multi-escala de um novo género é proposta por Yi *et al.* alegando que a transformada baseada em ondulas apresenta os seguintes problemas na detecção de contornos: dificuldade na distinção de contornos próximos e fraca precisão angular. Sustentam que para resolver estes problemas se tem de tomar em conta a natureza anisotrópica das linhas e curvas de contorno. A aproximação que propõem é designada por *shearlet transform* (Yi, Labate, Easley, e Krim 2009). A *shearlet transform* e a *curvelet transform* encontram-se relacionadas com a *contourlet transform*, apresentada por Do e Vetterli, (Do e Vetterli 2005) e os filtros direccionais.

### Métodos Estatísticos

As técnicas da estatística são frequentemente utilizadas em situações em que os dados são corrompidos pelo ruído ou quando se pretende reduzir a quantidade de informação a processar. Na área da detecção de contornos, existem algumas propostas que se revelam interessantes.

Uma aproximação óptima baseada em testes de hipóteses com formulação Bayesiana é realizada por Mascarenhas e Prado (Mascarenhas e Prado 1980).

A detecção de contornos pode ser realizada através da estimação dos valores médios locais e subsequente detecção de grandes variações destes valores. A utilização de um filtro recursivo, que segue as variações locais lentas do valor médio dos níveis de cinzento nas zonas homogéneas ao longo de cada linha, e um detector sequencial de variações na média é a proposta de Basseville, Espiau e Gasnier (Basseville, Espiau, e Gasnier 1981). Relativamente próximo é o processamento estatístico de sinal em que as coordenadas horizontal e vertical do contorno são modeladas por meio de processos auto-regressivos (AR) de primeira ordem (Dattareya e Kanal 1990). Neste caso o ruído e os parâmetros dos processos AR são estimados a partir dos valores da imagem. Uma versão suavizada por um filtro de Kalman, derivado através dos parâmetros estimados, pode ser escolhida como representação do contorno final obtido por um método de seguimento de contornos.

A estimação dos parâmetros para um modelo causal AR por meio dum algoritmo recursivo de mínimos quadráticos é proposto por Zhou, Venkateswar e Chellappa. Estimam-se as derivadas direccionais e usa-se como método de classificação a segunda derivada, a

primeira e uma estimativa local da variância (Zhou, Venkateswar, e Chellappa 1989). Na mesma senda segue o artigo proposto por Rangarajan, Chellappa e Zhou. É também escolhido um modelo AR mas, para reduzir os tempos de cálculo, o problema da estimação dos parâmetros do modelo é resolvido com uma combinação de um filtro de Kalman reduzido e um algoritmo de estimação com base em mínimos quadráticos (Rangarajan, Chellappa, e Zhou 1990).

A adopção do *modelo linear*<sup>6</sup> da estatística na detecção de contornos é proposta por Kay e Lemay. Adopta-se a razão de máxima verosimilhança generalizada para o teste de hipóteses estatístico e é invariante a factores multiplicativos nos níveis de cinzento da imagem (Kay e Lemay 1986).

Um esquema adaptativo de detecção de contornos, baseado na estimativa do erro quadrático médio mínimo de um sinal corrompido por ruído aditivo, é apresentado por Sun e Venetsanopoulos (Sun e Venetsanopoulos 1988). A proposta de um operador baseado na variância de uma amostra de um grupo de pixel como alternativa aos operadores diferenciais é feita por Eichel e Delp, que afirmam que este método tem baixa complexidade computacional e apresentam uma formulação estocástica rigorosa (Eichel e Delp 1990).

A detecção composta de contornos de intensidade e de contornos em texturas é sugerida por Eom e Kashyap, que empregam uma aproximação em dois estágios (Eom e Kashyap 1990). No primeiro estágio, é usado um algoritmo baseado em derivadas direccionais que determina todos os pixel candidatos. Este algoritmo estima, também, a direcção de cada contorno potencial e realiza uma quantização com quatro possibilidades. No segundo estágio, submete-se cada pixel a dois procedimentos: o primeiro determina se o ponto é de textura ou não e o segundo se é ponto de contorno de intensidade. Somente os pontos que passam pelo menos um dos testes são aceites. O procedimento de teste para texturas apoia-se na verosimilhança construída num modelo auto-regressivo.

Uma técnica que utiliza a suavização local e testes de hipóteses estatísticos, para vários tipos de contornos: degrau, rampa, etc., é formulada por Qiu e Bhandarkar (Qiu e Bhandarkar 1996).

Usando uma aproximação à detecção estatística de contornos baseada nos dados, em que existe aprendizagem das funções de distribuição dos filtros para as situações em que há contorno e em que não há contorno, Konishi *et al.* propõem um procedimento de inferência estatística Bayesiana, alegando obter resultados quantitativos superiores ao método de Canny (Konishi, Yuille, Coughlan, e Zhu 2003).

É sugerido por Law e Chung um esquema de detecção de contornos baseado na variância local ponderada, com aplicação particular à detecção de fronteiras de artérias em angiografia com ressonância magnética (Law e Chung 2007).

---

<sup>6</sup>O modelo linear relaciona linearmente um vector coluna de variáveis aleatórias com uma matriz de valores observados não-aleatórios multiplicada por um vector coluna de parâmetros não observáveis e um vector coluna de variáveis aleatórias não correlacionadas associadas ao erro.

É proposto por Lee e Tarantana um método de melhoria da imagem, no contexto da detecção de contornos, que é baseado em filtros construídos com estatísticas de ordem que geram saídas dependentes de um teste de hipóteses (Lee e Tantaratana 1990).

### Operadores Morfológicos

Existe um conjunto de métodos de detecção de contornos baseados em técnicas derivadas da morfologia matemática. Vale a pena mencionar alguns deles.

A morfologia de cinzentos na detecção de contornos é estudada por Lee, Haralick e Shapiro, que propõem o operador de esborratamento mínimo como detector de contornos e comparam-no com os detectores que utilizam estimativas de contraste e as passagens por zero no modelo de facetas cúbicas, chegando à conclusão que os operadores morfológicos são mais sensíveis ao ruído tendo, por isso, apenas a vantagem de serem computacionalmente mais eficientes (Lee, Haralick, e Shapiro 1987).

A morfologia de áreas é utilizada por Acton e Mukherjee para obter um detector de contornos sem a classificação com utilização de limiares (Acton e Mukherjee 2000). Uma aproximação baseada no gradiente morfológico aplicada à detecção de contornos a cores é sugerida por Evans e Liu (Evans e Liu 2006).

### Redes Neurais, Lógica Difusa e Outros Métodos

As propostas na literatura baseadas em redes neuronais, na lógica difusa e em classificadores que usam *máquinas com suporte vectorial*<sup>7</sup> formam um conjunto de publicações com algum interesse na área da detecção de contornos. As propostas nesta área são relativamente recentes mas ainda não se pode afirmar que constituem a tendência actual no que se refere ao projecto de detectores de contornos. Os resultados sobre o desempenho que se encontram publicados ainda não referem vantagens significativas sobre outros métodos.

Num artigo publicado por Dunn reúnem-se já: a detecção de contornos e de quinas; propriedades invariantes à escala; transformadas lineares e redes neuronais com o modelo de McCulloch-Pitts<sup>8</sup> (Dunn 1975).

A lógica difusa é aplicada na detecção de contornos por Hu, Cheng e Zang que utilizam regras de inferência difusas **if-then** (Hu, Cheng, e Zang 2007). Este conjunto de regras é projectado de forma a modelar critérios de continuidade do contorno. O princípio da entropia máxima é usado no processo de ajuste dos parâmetros.

Um método adaptativo neuro-difuso é adoptado por Boskovitz e Guterman, que propõem um sistema baseado numa rede neuronal multi-camada com percepções, que realiza a segmentação por limiarização adaptativa da imagem de entrada usando marcas pré-seleccionadas automaticamente por uma técnica de agregação<sup>9</sup> difusa (Boskovitz e

---

<sup>7</sup>Na lingua inglesa *support-vector-machines*.

<sup>8</sup>O modelo de rede neuronal que surge inicialmente em 1943.

<sup>9</sup>Em inglês *clustering*.

Guterman 2002).

As transformadas baseadas em ôndulas e a lógica difusa são escolhidas por Cao, Che e Ye para detectar contornos em situações em que as imagens se encontram fracamente iluminadas e de modo não uniforme (Cao, Che, e Ye 2008).

Uma técnica neuro-difusa é proposta por Yuksel para situações em que as imagens se encontram corrompidas com ruído impulsivo (Yuksel 2007). O operador é construído por combinação de um determinado número de sub-detectores neuro-difusos e um pós-processador. Cada sub-detector neuro-difuso avalia uma determinada relação de vizinhança.

O uso das *support-vector-machines* na detecção de contornos é proposta por Zheng, Tian e Liu, que escolhem uma máquina de suporte vectorial com mínimos quadráticos (Zheng, Tian, e Liu 2007; Zheng, Liu, e Tian 2004). Um método que partilha muitas destas propriedades é aplicado por Zhang, Shan e Guo para a detecção de contornos em objectos em movimento (Zhang, Shan, e Guo 2007).

### Outras Aproximações

Existe um outro conjunto de aproximações à detecção de contornos que não se enquadra nos esquemas mais comuns. As fontes de inspiração são muito diversas e vão da optimização numérica até ao electromagnetismo, de modelos de retina a filtros quadráticos.

A abordagem da detecção de contornos como um problema de minimização de custo é formulada por Tan, Gelfand e Delp, que adoptam uma função de custo que captura critérios como: a localização precisa, a continuidade, o comprimento do contorno, etc. (Tan, Gelfand, e Delp 1989a). Num artigo subsequente é aprofundado este caminho de investigação e apresenta-se um método de resolução baseado na têmpera simulada<sup>10</sup> (Tan, Gelfand, e Delp 1992).

O estudo da detecção de contornos fiável usando diferenças finitas com larguras diversas é realizado por Fleck, que apresenta limites teóricos sobre as respostas espúrias das diferenças finitas (Fleck 1992a).

Ando apresenta um novo critério de consistência, baseado na decomposição ortogonal da diferença entre o gradiente contínuo e o gradiente discreto no efeito de suavização intrínseco e na auto-consistência do operador de estimação do contraste. Daqui resultam novos estimadores óptimos do gradiente.

A combinação da detecção de contornos clássica com dois tipos de mecanismos de inibição, isotrópica e anisotrópica, com correspondência na biologia, resulta num detector de contornos baseado no operador de energia de Gabor proposto por Grigorescu, Petkov e Westenberg, que afirmam que este operador apresenta uma resposta mais acentuada a linhas isoladas, pontos de contorno e contornos, mas apresenta uma resposta mais fraca, ou mesmo nenhuma, a contornos que fazem parte da textura (Grigorescu, Petkov, e Westenberg 2003). É apresentado um método de detecção do contorno por Tang,

---

<sup>10</sup>Em inglês *simulated annealing*.



Sang e Zhang numa evolução na mesma direcção deste trabalho, inspirado num modelo baseado no comportamento do córtex visual primário (Tang, Sang, e Zhang 2007).

A transformada de Gabor ímpar é adoptada por Zhu, Lu e Zhao, que a usam em conjunto com um esquema de multiplicação de escala (Zhu, Lu, e Zhao 2007).

Uma aproximação não baseada na estimação do gradiente mas que utiliza uma estimativa da energia local e um modelo paramétrico do contorno é apresentada por Kisworo, Venkatesh e West, sendo o modelo inicial determinado por um processo de decisão baseado na resposta do sinal a vários operadores que permitem estimar a energia local (Kisworo, Venkatesh, e West 1994).

É de mencionar alguns trabalhos que referem especificamente que foram construídos com adopção de métodos de regularização. É o caso do método proposto por Chen e Yang em que se combinam *B-splines* cúbicos com técnicas de regularização (Chen e Yang 1995). No caso do trabalho apresentado por Gökmen e Jain, realiza-se uma generalização dos operadores de detecção de contornos que usam a primeira e a segunda derivadas com diversos modelos de contorno (Gökmen e Jain 1997).

Um método de detecção de contornos baseado numa medição da similaridade entre vizinhanças da imagem e, nas respostas à aplicação de filtros direccionais, com modelos de contorno baseados em tangentes hiperbólicas, é advogado por Kumar *et al.* (Kumar, Ong, Ranganath, e Chew 2006).

O conceito de retina dinâmica, apresentado por Hongler *et al.*, é baseado na concepção de existência de movimento aleatório de origem vibracional no dispositivo de aquisição de imagem, e é subsequentemente aproveitado para a realização de uma proposta de um esquema de detecção de contornos (Hongler, de Meneses, Beyeler, e Jacot 2003).

Um esquema de detecção de contornos deduzido da difracção de Fresnel é proposto por Diao, Yu e Li (Diao, Yu, e Li 2007).

A apresentação dos operadores **lógico/lineares** por parte de Iverson e Zucker, permite classificar os pontos de contorno sem recorrer a esquemas baseados em limiares (Iverson e Zucker 1995). Os autores estudam uma álgebra de operadores lógico/lineares que depois aplicam ao problema da detecção de contornos.

A maximização de uma função objectivo derivada de máscaras de dimensão  $3 \times 3$ , seguida de uma supressão de não-máximos é a proposta de Kang e Wang (Kang e Wang 2007).

A lei da gravidade universal inspirou Sun *et al.* a apresentarem um método de detecção de contornos em que modelam cada pixel como um corpo celeste com massa proporcional ao nível de cinzento (Sun, Liu, Liu, Ju, e Li 2007). Os pontos de contorno caracterizam-se por possuírem grande amplitude da força gravitacional numa determinada direcção, o que lhes permite serem detectados.

A estimação dos pontos de contorno em sinais unidimensionais pode consistir na pesquisa dos mínimos locais da soma dos diversos espectros de vectores próprios, correspondentes aos três menores valores próprios de uma matriz formada com a transformada discreta de Fourier da imagem, sendo este o método escolhido por Tewfik e Deriche para a detecção eficiente de contornos em sinais ruidosos (Tewfik e Deriche 1993).

Um filtro quadrático para detecção de contornos é estudado por Uppala e Sahr, que na sua técnica de projecto maximizam a relação sinal-ruído com a restrição de detecção dos sinais correspondentes aos contornos e ignorando sinais de erro específicos (Uppala e Sahr 1997).

Os filtros de pilha óptimos, usados na diferença de estimativas para a detecção de contornos, são objecto de estudo em dois trabalhos publicados por Yoo, Coyle e Bouman e a conclusão que apresentam é que estes filtros mostram boas características de robustez ao ruído (Yoo, Bouman, Delp, e Coyle 1993) e (Yoo, Coyle, e Bouman 1997).

Uma aproximação completamente diferente na detecção de contornos utilizando técnicas de optimização de caminhos em grafos é realizada por Montanari, seminal no modo como aborda a ligação de contornos através da aplicação da programação dinâmica (Montanari 1971). Uma perspectiva diferente do processo com a utilização do algoritmo  $A^*$  de Nilsson é apresentada por Martelli (Martelli 1976).

Um exemplo de utilização de um algoritmo baseado em colónias de formigas é adoptado por Lu e Chen para uma melhor ligação e classificação de contornos (Lu e Chen 2008).

### 2.3 Qualidade da Detecção

A partir do final da década de 70, como já foi referido, dispara o número de trabalhos sobre o tema da detecção de contornos. A necessidade de comparar as qualidades e defeitos das várias propostas de detectores conduz à publicação de artigos sobre métricas de avaliação dos resultados da detecção por Fram e Deutsch, que se debruçam sobre os erros na estimativa do contraste local com especial atenção aos erros devidos à orientação (Deutsch e Fram 1978).

Um critério de mérito que objectivamente permita a comparação de vários métodos de detecção de contornos foi proposto por Abdou e Pratt, tornando-se um dos critérios mais usados para a aferição do desempenho a partir de contornos já classificados (Abdou e Pratt 1979). Usa um mapa de contornos de referência para comparação com o mapa de contornos que resulta da detecção de contornos a aferir.

Outro critério de avaliação do desempenho baseado numa avaliação da continuidade e da espessura dos contornos é proposto por Kitchen e Rosenfeld. A avaliação do funcionamento do detector de Marr e Hildreth foi realizada com este critério por Lunscher e Beddoes de forma exaustiva, com diversos tipos de contornos e quantidades de ruído (Kitchen e Rosenfeld 1981; Lunscher e Beddoes 1986c).

A precisão na estimação do contraste e na orientação de vários operadores usados na detecção de contornos é realizada por Lyvers e Mitchel, que adoptam um modelo de contorno do tipo degrau (Lyvers e Mitchell 1988). Uma análise relativamente similar mas comparando o desempenho de realizações recursivas e não-recursivas de filtros usados na estimativa do contraste local é apresentada por Caeiro e Piedade. Neste estudo aponta-se a evidência experimental de maiores erros angulares para as realizações

recursivas (Caeiro e Piedade 1995).

O estudo do desempenho na localização dos contornos é abordado por Tagare e Figueiredo e relacionado com o filtro derivada da função de Gauss, que de acordo com o critério proposto é óptimo (Tagare e de Figueiredo 1990). Em dois artigos posteriores assiste-se a um debate iniciado por críticas de Boyer e Sarkar ao critério proposto por Tagare e Figueiredo, nomeadamente em aspectos que se prendem com a sua enunciação (Boyer e Sarkar 1994; Tagare e de Figueiredo 1994).

Heath e *et al.* propõem um método visual de avaliação, em que se produz um valor numérico que indica a qualidade percebida na identificação de um objecto (Heath, Sarkar, Sanocki, e Bowyer 1997). Este método requer uma colecção de imagens representadas em níveis de cinzento e a optimização dos parâmetros de entrada para cada algoritmo, através da realização de experiências com visualização e com a aplicação de métodos estatísticos.

A avaliação de desempenho não contextual, usando os erros de omissão, localização, respostas múltiplas, sensibilidade e orientação, avaliação contextual, e em que se contabilizam as características da imagem (o tipo do contorno; ser subpixel; a relação sinal-ruído, etc.), é estudada por Nguyen e Ziou. Este estudo indica que os melhores resultados são obtidos para o filtro derivada da função de Gauss (DG) (Nguyen e Ziou 2000).

Shin *et al.* propõem que a qualidade da detecção de contornos seja medida pela recuperação da estrutura e movimento em sequências de imagens após a aplicação do método de detecção de contornos (Shin, Goldgof, Bowyer, e Nikiforou 2001). A estrutura e o movimento reais destas sequências são conhecidas à partida. Conclui-se que os detectores de Canny e de Heitger são os que apresentam o melhor desempenho.

Uma medida estatística objectiva de desempenho é o que propõem Yitzhaky e Peli, utilizando as características de operação do receptor<sup>11</sup> e um teste de chi-quadrado (Yitzhaky e Peli 2003). Aplicam esta métrica ao detector de contornos de Canny e estabelecem um critério de afinação dos parâmetros da detecção.

A partir de testes em imagens sintéticas, é derivado por Staunton outro método de apreciação do desempenho de detectores de contornos que é aplicado também ao método de Canny (Staunton 2005).

Dois métodos de geração automática de verdades-base<sup>12</sup> (por meio de consenso) são propostos por Fernández-García *et al.* para a comparação de detectores de contornos (Fernández-García, Carmona-Poyato, Medina-Carnicer, e Madrid-Cuevas 2008). Utilizam um conjunto de detectores de contornos aplicados a determinada imagem e comparam os resultados de modo a gerar um mapa de contornos consensual.

<sup>11</sup>São mais conhecidas por ROC de *Receiver Operating Characteristics*.

<sup>12</sup>Em inglês *ground-truth*.

## 2.4 Conclusões

Como foi referido, decorreram cerca de quatro décadas desde o aparecimento da primeira proposta de detector de contornos a partir de imagens digitais. A análise das propostas até ao momento permite retirar algumas conclusões.

A maioria das técnicas de detecção de contornos consiste em duas fases: uma fase de extracção de características (propriedades) e uma fase de classificação. Este procedimento é frequentemente seguido de uma terceira fase em que os contornos detectados são reexaminados para melhorar a classificação e/ou para obter contornos fechados.

Na segunda fase, a atribuição de pontos às classes de contornos e de não-contornos pode ser feita por comparação do valor da propriedade com um limiar de classificação. Na grande maioria dos casos, este procedimento conduz a grandes erros de localização e falsas detecções. Em consequência, esta operação de comparação, habitualmente designada por binarização, é frequentemente combinada com a detecção de máximos locais das propriedades dos contornos numa determinada orientação<sup>13</sup>, ou com a detecção de passagens por zero da segunda derivada direccional.

É frequente que o projecto de um detector de contornos seja realizado com a adopção de um determinado modelo unidimensional do contorno, que depois é generalizado para o caso bidimensional. O modelo unidimensional representará um corte transversal ou secção dos dados bidimensionais. Muitos dos detectores de contornos adoptam o modelo do tipo degrau ideal imerso em ruído Gaussiano como ponto de partida para a sua construção. Em modelos mais próximos da realidade é tomada em conta a resolução espacial dos dispositivos de aquisição de imagem, dando origem à adopção de diversos modelos do tipo rampa suavizada.

É intuitivo considerar que os operadores diferenciais aparentam ser apropriados para a extracção de propriedades de funções do tipo degrau ou outros géneros de descontinuidades que se encontram nas imagens. No entanto, dado que a diferenciação em imagens digitais é um problema mal colocado, no sentido dado por Hadamard, todos os processos de extracção diferencial de propriedades necessitam da aplicação prévia de filtros de supressão de ruído.

Nos primeiros trabalhos sobre a detecção de contornos aparecem sobretudo propostas que utilizam diferenças finitas, filtros de pequena dimensão computacionalmente eficientes e ajuste de máscaras. A partir do fim da década de 70, surgem os detectores de Marr-Hildreth e de Canny e inicia-se a pesquisa de filtros óptimos que prossegue até hoje em dia com os trabalhos de Heijden, Demigny e Kamlé, e Ando. O método de Canny encontra grande difusão e são em grande quantidade os trabalhos de análise do seu comportamento e de melhoria do seu desempenho qualitativo e computacional, por exemplo através da realização dos filtros em termos recursivos por Deriche e Unser.

Os detectores de contornos baseados em modelos da superfície, como é o caso das propostas de Hueckel e de Haralick, são também alvo de intenso estudo na década de

---

<sup>13</sup>Uma das operações mais comuns é a supressão de não-máximos locais.

80.

Entretanto, encontra eco na comunidade o problema da escala e Witkin apresenta o conceito de espaço de escala no início da década de 80, que tem continuidade com os trabalhos de Lindeberg, na análise do problema para sinais discretos, e com o método de focagem de Bergholm. Um salto qualitativo de grande importância é a adoção da transformada baseada em ondas por Mallat no início da década de 90, que cria uma linha de investigação que prossegue até hoje com os trabalhos de vários autores.

Uma linha paralela de investigação, iniciada em meados da década de 80, é a dos métodos baseados em momentos proposta por Reeves, Akey, Mitchell, e Lyvers. Na década de 90, Ghosal e Mehrotra expandem os estudos nesta área com a adoção de momentos invariantes. Um ou outro trabalho com base em momentos aparecem na década de 2000.

Os métodos baseados na estatística conhecem um percurso semelhante mas com maior variedade de escolhas. É de referir o trabalho de Kay e Lemay com o seu modelo linear, pelo impacto que teve em trabalhos posteriores de ligação de contornos por parte de Delp no final da década de 90.

Há um grande e variado conjunto de técnicas com pressupostos radicalmente diferentes que aparecem sobretudo nos últimos anos. Baseiam-se em redes neuronais, máquinas de suporte vectorial e lógica difusa, por um lado, ou outras inspirações que partem da Física e da Lógica, por outro lado.

É notório que os métodos mais difundidos baseiam-se em operadores de estimação da amplitude do gradiente local seguidos de procedimentos de classificação de contornos com a utilização de informação contextual. As razões para que isto suceda prendem-se com a facilidade de realização experimental destes operadores, a sua boa eficiência computacional e a qualidade dos procedimentos de classificação de contornos. Revela-se importante, desde os trabalhos sobre agrupamento de contornos de Montanari e Martelli na década de 70, que a detecção de contornos melhora quando se aplicam técnicas de seguimento dos contornos. No detector de Canny a classificação por histerese exemplifica esta questão.

O problema da detecção de contornos continua em aberto; é o que se pode concluir da análise da literatura publicada e da quantidade e qualidade das publicações dos últimos dez anos. É um dos problemas com grande relevância na comunidade do processamento de imagem e da visão por computador. É natural que assim seja porque os contornos constituem possivelmente a informação mais relevante de uma imagem, e muitos algoritmos de visão por computador e processamento de imagem são baseados em contornos.

Salienta-se o número de publicações sobre a aferição da qualidade do processo de detecção de contornos que revelam, também, a importância do assunto. Existindo tantas propostas de detectores de contornos é fundamental que possam ser avaliadas e comparadas. É de realçar como metodologias de avaliação: a figura de mérito de Pratt, os critérios de Canny e os métodos empíricos de avaliação do funcionamento. A diversidade de métodos de aferição do desempenho é natural. Enquanto alguns métodos enfatizam a comparação com contornos supostamente bem classificados previamente, ou-

tros assentam na avaliação por observadores humanos. É frequente que as publicações sobre detectores de contornos apresentem apenas algumas imagens para apreciação e é compreensível. A adopção de um determinado detector de contornos é muitas vezes dependente da apreciação visual dos seus resultados. Um detector de contornos pode apresentar melhores resultados no critério de Pratt, por exemplo, mas ser visualmente pouco convincente.

## Referências Bibliográficas

- Abdou, I. E. e W. K. Pratt. 1979. “Quantitative Design and Evaluation Enhancement/Thresholding Edge Detectors.” *Proceedings of the IEEE* 67:753–763.
- Acton, Scott T. e Dipti Prasad Mukherjee. 2000. “Area Operators for Edge Detection.” *Pattern Recognition Letters* 21:771–777.
- Argyle, E. 1971. “Techniques for Edge Detection.” *Proceedings of the IEEE* 59 (2): 285–287 (Fevereiro).
- Ausherman, Dale A., III Samuel J. Dwyer, e Gwilym Lodwick. 1972. “Extraction of Connected Edges from Radiographs.” *IEEE Transactions on Computers*, Julho, 753–758.
- Aydin, Turgut, Yucel Yemez, Emin Anarim, e Bulent Sankur. 1996. “Multidirectional and Multiscale Edge Detection via M-Band Wavelet Transform.” *IEEE Transactions on Image Processing* 5 (9): 1370–1377 (Setembro).
- Bao, Paul, Lei Zhang, e Xiaolin Wu. 2005. “Canny Edge Detection Enhancement by Scale Multiplication.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 27 (9): 1485–1490 (Setembro).
- Basseville, Michéle, Bernard Espiau, e Jacky Gasnier. 1981. “Edge Detection Using Sequential Methods for Change in Level— Part I: A Sequential Edge Detection Algorithm.” *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing* 29 (1): 24–31 (Fevereiro).
- Basu, Mitra. 2002. “Gaussian-Based Edge-Detection Methods— A Survey.” *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics* 32 (3): 252–260 (Agosto).
- Bergholm, Fredrick. 1987. “Edge Focusing.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 9 (6): 726–741 (Novembro).
- Berzins, V. 1984. “Accuracy of Laplacian Edge Detectors.” *Computer Vision Graphics and Image Processing* 27:195–210.
- Boskovitz, Victor e Hugo Guterman. 2002. “An Adaptive Neuro-Fuzzy System for Automatic Image Segmentation and Edge Detection.” *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* 10 (2): 247–262 (Abril).
- Bowyer, Kevin W., Christine Kranenbourg, e Sean Dougherty. 2001. “Edge Detector Evaluation Using Empirical ROC Curves.” *Computer Vision and Image Understanding* 84 (1): 77–103.
- Boyer, Kim L. e Sudeep Sarkar. 1994. “On the Localization Performance Measure and Optimal Edge Detection.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*.
- Caeiro, José Jasnau. 1997. “Técnica de Processamento de Sinais com Transformadas Baseadas em Ondulas.” *Electricidade* 348 (Outubro): 299–304.

- Caeiro, José Jasnau e Moisés Piedade. 1995, Outubro. “Errors in the Estimation of Gradient Direction Using IIR and FIR Implementations.” *Proceedings of the International Conference on Image Processing ICIP-95*, Volume 2. The IEEE Signal Processing Society Washington, D.C.: IEEE Computer Society Press, 137–140.
- Candès, Emmanuel J. e David L. Donoho. 2005. “Continuous Curvelet Transform: I. Resolution of the Wavefront Set.” *Applied Computing and Harmonic Analysis* 19:162–197.
- Canny, John. 1986. “A Computational Approach to Edge Detection.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 8 (6): 679–698 (Novembro).
- Cao, Wanpeng, Rensheng Che, e Dong Ye. 2008. “An Illumination-Independent Edge Detection and Fuzzy Enhancement Algorithm Based on Wavelet Transform for Non-Uniform Weak Illumination Images.” *Pattern Recognition Letters* 29 (3): 192–199 (Fevereiro).
- Chen, J. S. e G. Medioni. 1989. “Detection, Localization, and Estimation of Edges.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 11 (2): 191–198 (Fevereiro).
- Chen, Gang e Yee H. Hong Yang. 1995. “Edge Detection by Regularized Cubic B-Spline Fitting.” *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics* 25 (4): 636–643 (Abril).
- Clark, James J. 1988. “Singularity Theory and Phantom Edges in Scale Space.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 10 (5): 720–727 (Setembro).
- Coleman, Sonya A., Bryan W. Scotney, e Maddona G. Herron. 2005. “Content-Adaptive Feature Extraction Using Image Variance.” *Pattern Recognition* 38:2426–2436.
- Dattareya, G. R. e Laveen N. Kanal. 1990. “Detection and Smoothing of Edge Contours in Images by One-Dimensional Kalman Techniques.” *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics* 20 (1): 159–165.
- Davis, Larry S. e Azriel Rosenfeld. 1975. “Detection of Step Edges in Noisy One-Dimensional Data.” *IEEE Transactions on Computers*, Outubro, 1006–1010.
- Demigny, Didier. 2002. “On Optimal Linear Filtering for Edge Detection.” *IEEE Transactions on Image Processing* 11 (7): 728–737 (Julho).
- Demigny, Didier e Tawfik Kamlé. 1997. “A Discrete Expression of Canny’s Criteria for Step Edge Detector Performances Evaluation.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 19 (11): 1199–1211 (Novembro).
- Deriche, Rachid. 1990. “Fast Algorithms for Low-Level Vision.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 12 (1): 78–87 (Janeiro).
- Deutsch, Edward S. e Jerry R. Fram. 1978. “A Quantitative Study of the Orientation Bias of Some Edge Detector Schemes.” *IEEE Transactions on Computers*.



- Diao, Luhong, Bin Yu, e Hua Li. 2007. “A New Edge Detector Based on Fresnel Diffraction.” *Pattern Recognition Letters* 28:859–864.
- Do, Minh N. e Martin Vetterli. 2005. “The Contourlet Transform: An Efficient Directional Multiresolution Image Representation.” *IEEE Transactions on Image Processing* 14 (12): 2091–2106 (Dezembro).
- Dunn, J. C. 1975. “Group Averaged Linear Transforms that Detect Corners and Edges.” *IEEE Transactions on Computers*, pp. 1191–2001.
- Eichel, Paul H. e Edward J. Delp. 1990. “Quantitative Analysis of a Moment-Based Edge Operator.” *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics* 20 (1): 59–66.
- Enroth-Cugell, C. e J. G. Robson. 1966. “The Contrast Sensitivity of the Retinal Ganglion Cells of the Cat.” *Journal of Physiology (London)*.
- Eom, Kie Bum e Rangasami L. Kashyap. 1990. “Composite Edge Detection with Random Field Models.” *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics* 20 (1): 81–93.
- Evans, Adrian N. e Xin U. Liu. 2006. “A Morphological Gradient Approach to Color Edge Detection.” *IEEE Transactions on Image Processing* 15 (6): 1454–1463 (Junho).
- Fleck, Margaret. 1992a. “Multiple Width Yield Reliable Finite Differences.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 14 (4): 412–429 (Abril).
- Freeman, William T. e Edward H. Adelson. 1991. “The Design and Use of Steerable Filters.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 13 (9): 891–906 (Setembro).
- Férrnandez-García, N. L., A. Carmona-Poyato, R. Medina-Carnicer, e F. J. Madrid-Cuevas. 2008. “Automatic Generation of Consensus Ground Truth for the Comparison of Edge Detection Techniques.” *Image and Vision Computing*.
- Geusebroek, Jan-Mark, Arnold W. M. Smeulders, e Joost van de Weijer. 2003. “Fast Anisotropic Gauss Filtering.” *IEEE Transactions on Image Processing* 12 (8): 938–943 (Agosto).
- Ghosal, S. e R. Mehrotra. 1993. “Orthogonal Moment Operators for Subpixel Edge Detection.” *Pattern Recognition* 26:295–306.
- Ghosal, Sugata e Rajiv Mehrotra. 1994. “Detection of Composite Edges.” *IEEE Transactions on Image Processing* 3 (1): 14–25 (Janeiro).
- Ghosh, Kuntal, Sandip Sarkar, e Kamales Bhaumik. 2007. “Understanding Image Structure From a New Multi-scale Representation of Higher Order Derivative Filters.” *Image and Vision Computing* 25:1228–1238.

- Griffith, Arnold K. 1973. "Edge Detection in Simple Scenes Using *a priori* Information." *IEEE Transactions on Computers* 22 (4): 371–381 (Abril).
- Grigorescu, Cosmin, Nicolai Petkov, e Michel A. Westenberg. 2003. "Contour Detection Based on Nonclassical Receptive Field Inhibition." *IEEE Transactions on Image Processing* 12 (7): 729–739 (Julho).
- Gökmen, Muhittin e Anil K. Jain. 1997. " $\lambda\tau$ -Space Representation of Images and Generalized Edge Detector." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 19 (6): 545–563 (Junho).
- Hancock, E. R. e J. Kittler. 1991b. "Adaptive Estimation of Hysteresis Thresholds." *Proceedings of the Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR91)*. 196–201.
- Haralick, R. 1984. "Digital Step Edges from Zero Crossings of the Second Directional Derivatives." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 6:56–58.
- Haralick, Robert e L. T. Watson. 1981. "A Facet Model for Image Data." *Computer Vision Graphics and Image Processing: Graphical Models and Image Processing* 15:113–129.
- Heath, Michael D., Sudeep Sarkar, Thomas Sanocki, e Kevin W. Bowyer. 1997. "A Robust Visual Method for Assessing the Relative Performance of Edge-Detection Algorithms." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*.
- Heijden, Ferdinand. 1995. "Edge and Line Feature Extraction Based on Covariance Models." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 17 (1): 16–33 (Janeiro).
- Heric, Dusan e Damjan Zazula. 2007. "Combined Edge Detection Using Wavelet Transform and Signal Registration." *Image and Vision Computing* 25:652–662.
- Hongler, Max-Olivier, Yuri L. de Meneses, Antoine Beyeler, e Jacques Jacot. 2003. "The Resonant Retina: Exploiting Vibration Noise to Optimally Detect Edges in an Image." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 25 (9): 1051–1062 (Setembro).
- Hu, Liming, H. D. Cheng, e Ming Zang. 2007. "A High Performance Edge Detector Based on Fuzzy Inference Rules." *Information Sciences*, pp. 4768–4784.
- Hueckel, M. 1971. "An Operator which Locates Edges in Digitized Pictures." *Journal of the ACM* 18 (1): 113–125 (Janeiro).
- Iverson, Lee A. e Steven W. Zucker. 1995. "Logical/Linear Operators for Image Curves." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 17 (10): 982–996 (Outubro).
- Jacob, Mathews e Michael Unser. 2004a. "Design of Steerable Filters for Feature Detection Using Canny-Like Criteria." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 26 (8): 1007–1019 (Agosto).

- Jacob, Mathews e Michael Unser. 2004b. “Design of Steerable Filters for Feature Detection Using Canny-Like Criteria.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 26 (8): 1007–1019 (Agosto).
- Jain, Anil. 1989. *Fundamentals of Digital Image Processing*. Information and System Sciences. London: Prentice-Hall International Inc.
- Jeong, H. e C. Kim. 1992. “Adaptive Determination of Filter Scales for Edge Detection.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 14 (5): 579–585 (Maio).
- Kang, Chung-Chia e Wen-June Wang. 2007. “A Novel Edge Detection Method Based on the Maximizing Objective Function.” *Pattern Recognition* 40:609–618.
- Kay, Steven M. e Gerald J. Lemay. 1986. “Edge Detection Using the Linear Model.” *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing* 34 (5): 1221–1227 (Outubro).
- Kirsch, R.A. 1971. “Computer Determination of the Constituent Structure of Biological Images.” *Comp. Biomed. Res.* 4 (3): 315–328 (Junho).
- Kisworo, M., S. Venkatesh, e G. West. 1994. “Modeling Edges at Subpixel Accuracy Using the Local Energy Approach.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 16 (4): 405–410 (Abril).
- Kitchen, Les e Azriel Rosenfeld. 1981. “Edge Evaluation Using Local Edge Coherence.” *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*.
- Konishi, Scott, Alan L. Yuille, James M. Coughlan, e Song Chun Zhu. 2003. “Statistical Edge Detection: Learning and Evaluating Edge Cues.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 25 (1): 57–74 (Janeiro).
- Kube, Paul e Pietro Perona. 1996. “Scale-Space Properties of Quadratic Feature Detectors.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 18 (10): 987–999 (Outubro).
- Kumar, Saravana, Sim Heng Ong, Surendra Ranganath, e Fook Tim Chew. 2006. “A Luminance- and Contrast-Invariant Edge-Similarity Measure.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 28 (12): 2042–2048 (Dezembro).
- Law, Max W. K. e Albert C. S. Chung. 2007. “Weighted Local Variance-Based Edge Detection and Its Application to Vascular Segmentation in Magnetic Resonance Angiography.” *IEEE Transactions on Medical Imaging* 26 (9): 1224–1241 (Setembro).
- Lee, Yong-Hwan e Sawasd Tantaratana. 1990. “Decision-Based Order Statistic Filters.” *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing* 38 (3): 406–420 (Março).
- Lee, James S., Robert M. Haralick, e Linda G. Shapiro. 1987. “Morphologic Edge Detector.” *IEEE Journal of Robotics and Automation* 3 (2): 142–156 (Abril).

- Lee, David, G. W. Wasilkowski, e Rajiv Mehrotra. 1993a. “A New Zero-Crossing-Based Discontinuity Detector.” *IEEE Transactions on Image Processing* 2 (2): 265–268 (Abril).
- Lindeberg, Tony. 1990. “Scale-Space for Discrete Signals.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 12 (3): 234–254 (Março).
- Lindeberg, T. 1993a. “Detecting Salient Blob-Like Image Structures and their Scales with a Scale-Space Primal Sketch: a Method for Focus-of-Attention.” *International Journal of Computer Vision* 11 (3): 283–318.
- Lindeberg, Tony. 1993b. “Effective Scale: a Natural Unit for Measuring Scale-space Lifetime.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 15 (10): 1068–1074 (Outubro).
- Lu, De-Sian e Chien-Chang Chen. 2008. “Edge Detection Improvement by Ant Colony Optimization.” *Pattern Recognition Letters* 29 (4): 416–425 (Março).
- Lunscher, W. H. H. e M. P. Beddoes. 1986c. “Optimal Edge Detector Evaluation.” *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*.
- Luo, Li-Min, Xiao-Hua Xie, e Xu-Dong Bao. 1994. “A Modified Moment-Based Edge Operator for Rectangular Pixel Image.” *IEEE Trans. on Circuits and Systems for Video Technology* 4 (6): 552–554 (Dezembro).
- Lyvers, Edward P. e O. Robert Mitchell. 1988. “Precision Edge Contrast and Orientation Estimation.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 10 (6): 927–937 (Novembro).
- Lyvers, Edward, Owen Mitchell, Mark Akey, e Anthony Reeves. 1989. “Subpixel Measurements Using a Moment-Based Edge Operator.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 11 (12): 1293–1309 (Dezembro).
- Maalouf, Aldo, Phillipe Carré, Bertrand Augereau, e Christine Fernandez-Maloigne. 2008. “Cooperation of the Partial Differential Equation Methods and the Wavelet Transform for the Segmentation of Multivalued Images.” *Signal Processing: Image Communication* 23:14–30.
- MacLeod, I.D.G. e E. Argyle. 1972. “Comments on ‘Techniques for Edge Detection’.” *Proceedings of the IEEE* 60 (3): 344 (Maio).
- Mallat, S. e S. Zhong. 1992. “Characterization of Signals from Multiscale Edges.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 14 (7): 710–732 (Julho).
- Marr, D. e E. Hildreth. 1980. “Theory of Edge Detection.” *Proceedings of the Royal Society* 207:187–217.
- Martelli, Alberto. 1976. “An Application of Heuristic Search Methods to Edge and Contour Detection.” *Communications of the ACM*.

- Martínez, Judit e Federico Thomas. 2002. “Efficient Computation of Local Geometric Moments.” *IEEE Transactions on Image Processing* 11 (9): 1102–1111 (Setembro).
- Mascarenhas, N. D. A. e L. O. C. Prado. 1980. “A Bayesian Approach to Edge Detection in Images.” *IEEE Transactions on Automatic Control*, pp. 36–43.
- Matalas, Ioannis, Ralph Benjamin, e Richard Kitney. 1997. “An Edge Detection Technique Using the Facet Model and Parameterized Relaxation Labeling.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 19 (4): 328–341 (Abril).
- Medina-Carnicer, R., F.J. Madrid-Cuevas, A. Carmona-Poyato, e R. Muñoz-Salinas. 2009. “On Candidate Selection for Hysteresis Thresholds in Edge Detection.” *Pattern Recognition* 42:1284–1296.
- Meer, Peter e Bogdan Georgescu. 2001. “Edge Detection with Embedded Confidence.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 23 (12): 1351–1365 (Dezembro).
- Montanari, Ugo. 1971. “On the Optimal Determination of Curves in Noisy Pictures.” *Communications of the ACM* 14 (5): 335–345 (Maio).
- Nguyen, T. B. e D. Ziou. 2000. “Contextual and Non-Contextual Performance Evaluation of Edge Detectors.” *Pattern Recognition Letters*.
- Papilinski, Andrew. 1998. “Directional Filtering in Edge Detection.” *IEEE Transactions on Image Processing* 7 (4): 611–615 (Abril).
- Pellegrino, Felice Andrea, Walter Vanzella, e Vincent Torre. 2004. “Edge Detection Revisited.” *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics* 34 (3): 1500–1518 (Junho).
- Perona, Pietro. 1995b. “Deformable Kernels for Early Vision.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 17 (5): 488–499 (Maio).
- Petrou, Maria e Josef Kittler. 1991. “Optimal Edge Detectors for Ramp Edges.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 13 (5): 483–491 (Maio).
- Pingale, K.K. 1969. “Visual Perception by a Computer.” *Automatic Interpretation and Classification of Images*. 277–284.
- Popovici, Irina e William Douglas Withers. 2006. “Custom-built Moments for Edge Location.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 28 (4): 637–642 (Abril).
- Prewitt, J. M. S. 1970. “Object Enhancement and Extraction.” Em *Picture Processing and Psychopictorics*, editado por B. S. Lipkin e A. Rosenfeld, 108. New York: Academic Press.
- Qian, Richard J. e Thomas S. Huang. 1996. “Optimal Edge Detection in Two-Dimensional Images.” *IEEE Transactions on Image Processing* 5 (7): 1215–1220 (Julho).

- Qiu, Peihua e Suchendra M. Bhandarkar. 1996. “An Edge Detection Technique Using Local Smoothing and Statistical Hypothesis Testing.” *Pattern Recognition Letters* 17:849–872.
- Rakesh, Rishi R., Probal Chaudhuri, e C. A. Murthy. 2004. “Thresholding in Edge Detection: a Statistical Approach.” *IEEE Transactions on Image Processing* 13 (7): 927–936.
- Rangarajan, A., R. Chellappa, e Y. T. Zhou. 1990. “A Model-Based Approach for Filtering and Edge Detection in Noisy Images.” *IEEE Transactions on Circuits and Systems* 37 (1): 140–144 (Janeiro).
- Reeves, A.P., M.L. Akey, e O.R. Mitchell. 1983. “A Moment Based Two-Dimensional Edge Operator.” *Computer Vision and Pattern Recognition*. 312–317.
- Roberts, L. G. 1965. “Machine Perception of Three Dimensional Solids.” Em *Optical and Electro-Optical Information Processing*, editado por J. T. Tippet et al., 159–197. MIT Press.
- Rodieck, R. W. e J. Stone. 1965. “Analysis of Receptive Fields of Cat Retinal Ganglionic Cells.” *Journal of Neurophysiology* 28:833–849.
- Rosenfeld, A. 1970. “A Nonlinear Edge Detection Technique.” *Proceedings of the IEEE* 58 (5): 814–816 (Maio).
- Rosenfeld, Azriel e Mark Thurston. 1971. “Edge and Curve Detection for Visual Scene Analysis.” *IEEE Transactions on Computers* 20 (5): 562–569 (Maio).
- Rosenfeld, Azriel, Mark Thurston, e Yung-Han Lee. 1972. “Edge and Curve Detection: Further Experiments.” *IEEE Transactions on Computers* 21 (7): 677–715 (Julho).
- Saint-Marc, Phillipe, Jer-Sen Chen, e Gérard Medioni. 1991b. “Adaptive Smoothing: a General Tool for Early Vision.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 13 (6): 514–529 (Junho).
- Saito, Naoki e M. A. Cunningham. 1990a. “Generalized E-filter and Its Application to Edge Detection.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 12 (8): 814–817 (Agosto).
- Sarkar, S. e K. L. Boyer. 1991b. “On Optimal Infinite Impulse Response Edge Detection Filters.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 13 (11): 1154–1171 (Novembro).
- Shanmugam, K., F.M. Dickey, e J.A. Green. 1979. “An Optimal Frequency Domain Filter for Edge Detection in Digital Pictures.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 1 (1): 37–49 (Janeiro).
- Shih, Ming-Yu e Din-Chang Tseng. 2005. “A Wavelet-Based Multiresolution Edge Detection and Tracking.” *Image and Vision Computing* 23:441–451.

- Shin, Min C., Dmitry B. Goldgof, Kevin W. Bowyer, e Savvas Nikiforou. 2001. “Comparison of Edge Detection Algorithms Using a Structure From Motion Task.” *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*.
- Shirazi, Sayed Kamaledin Ghiasi e Reza Safabaksh. 2009. “Omnidirectional Edge Detection.” *Computer Vision and Image Understanding* 113:556–564.
- Simoncelli, Eero P. e Hany Farid. 1996. “Steerable Wedge Filters for Local Orientation Analysis.” *IEEE Transactions on Image Processing* 5 (9): 1377–1382 (Setembro).
- Staunton, R. C. 2005. “Detected Edge Position Evaluation Using Measured Acquisition System Parameters.” *Pattern Recognition Letters*.
- Sun, X. Z. e Anastasios N. Venetsanopoulos. 1988. “Adaptive Schemes for Noise Filtering and Edge Detection by Use of Local Statistics.” *IEEE Transactions on Circuits and Systems* 35 (1): 57–69 (Janeiro).
- Sun, Genyun, Qinhua Liu, Qiang Liu, Changyuan Ju, e Xiaowen Li. 2007. “A Novel Approach for Edge Detection Based on the Theory of Universal Gravity.” *Pattern Recognition* 40:2766–2775.
- Tagare, Hemant D. e Rui J. P. de Figueiredo. 1990. “On the Localization Performance and Optimal Edge Detection.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*.
- Tagare, Hemant e Rui J. P. de Figueiredo. 1994. “Reply to “On the Localization Performance Measure and Optimal Edge Detection”.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 16 (1): 108–110 (Janeiro).
- Tan, H., S. Gelfand, e E. Delp. 1989a. “A Comparative Cost Function Approach to Edge Detection.” *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics* 19 (6): 1337–49 (Dezembro).
- Tan, Hin Leong, Saul Gelfand, e Edward Delp. 1992. “A Cost Minimization Approach to Edge Detection Using Simulated Annealing.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 14 (1): 3–18 (Janeiro).
- Tang, Qiling, Nong Sang, e Tianxu Zhang. 2007. “Contour Detection Based on Contextual Influences.” *Image and Vision Computing* 25:1282–1290.
- Tewfik, Ahmed H. e Mohamed Deriche. 1993. “An Eigenstructure Approach for Edge Detection.” *IEEE Transactions on Image Processing* 2 (3): 353–368 (Julho).
- Torreão, José A. e Marcos S. Amaral. 2006. “Efficient, Recursively Implemented Differential Operator, with Application to Edge Detection.” *Pattern Recognition Letters* 27:987–995.
- Unser, Michael, Akram Aldroubi, e Murray Eden. 1991. “Recursive Regularization Filters: Design, Properties, and Applications.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 13 (3): 272–277 (Março).

- Uppala, Sathyadev V. e John D. Sahr. 1997. “On the Design of Quadratic Filters with Applications to Image Processing.” *IEEE Transactions on Image Processing* 6 (4): 608–614 (Abril).
- van Vliet, L. J., I. T. Young, e A. L. D. Beckers. 1988. “An Edge Detection Model Based on Nonlinear Laplace Filtering.” Editado por E. S. Gelsema e L. N. Kanal, *Pattern Recognition and Artificial Intelligence*. Elsevier Science Publishers B.V. (North-Holland), 68–73.
- Verbeek, Piet W. e Lucas J. van Vliet. 1994. “On the Location Error of Curved Edges in Low-Pass Filtered 2-D and 3-D Images.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 16 (7): 726–733 (Julho).
- Witkin, A. P. 1983. “Scale-Space Filtering.” *Proc. International Joint Conference on Artificial Intelligence*. New York: ACM Inc., 1019–1021.
- Ye, Jian, Gongkang, e Upendra P. Boudel. 2005. “High-accuracy Edge Detection with Blurred Edge Model.” *Image and Vision Computing* 23:453–467.
- Yi, Sheng, Demetrio Labate, Glenn Easley, e Hamid Krim. 2009. “A Shearlet Approach to Edge Analysis and Detection.” *IEEE Transactions on Image Processing* 18 (5): 929–941 (Maio).
- Yitzhaky, Yitzhak e Eli Peli. 2003. “A Method for Objective Edge Detection Evaluation and Detector Parameter Selection.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*.
- Yoo, J., C. A. Bouman, E. J. Delp, e E. J. Coyle. 1993. “The Nonlinear Prefiltering and Difference of Estimates Approaches to Edge Detection: Application of Stack Filters.” *Computer Vision Graphics and Image Processing: Graphical Models and Image Processing* 55 (2): 140–159 (Março).
- Yoo, Jisang, Edward J. Coyle, e Charles A. Bouman. 1997. “Dual Stack Filters and the Modified Difference of Estimates Approach to Edge Detection.” *IEEE Transactions on Image Processing* 6 (12): 1634–1645 (Dezembro).
- Yuksel, M. Emin. 2007. “Edge Detection in Noisy Images by Neuro-Fuzzy Processing.” *Int. J. Electron. Commun.* 61:82–89.
- Zhang, Yang e Peter I. Rockett. 2006. “The Bayesian Operating Point of the Canny Edge Detector.” *IEEE Transactions on Image Processing* 15 (11): 3409–3416 (Novembro).
- Zhang, Jing, Ying Shan, e Mao-Zu Guo. 2007. “An Edge-Detection Method for Moving Objects.” *Proceedings of the IEEE International Conference on Automation and Logistics*. IEEE, 1557–1560.
- Zheng, Sheng, Jian Liu, e Jin Wen Tian. 2004. “A New Efficient SVM-Based Edge Detection Method.” *Pattern Recognition Letters* 25:1143–1154.



- Zheng, Sheng, Jinwen Tian, e Jian Liu. 2007. “Edge Detection Using Support Value Transform.” *Proceedings of the 6th International Conference on Machine Learning and Cybernetics*. Hong Kong, 1578–1583.
- Zhou, Y. T., V. Venkateswar, e R. Chellappa. 1989. “Edge Detection and Linear Feature Extraction Using a 2-D Random Field Model.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 11 (1): 84–95 (Janeiro).
- Zhu, Zhengfeng, Hanqing Lu, e Yao Zhao. 2007. “Scale Multiplication in Odd Gabor Transform Domain for Edge Detection.” *Journal of Vision Commun. Image R.* 18:68–80.
- Zuniga, O.A. e R.M. Haralick. 1987. “Integrated Directional Derivative Gradient Operator.” *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics* 17:508–517.



*A ciência pode colocar limites ao conhecimento mas não deve colocar limites à imaginação.* Bertrand Russel, 1872–1970

# 3

## Estimação do Contraste Local

### Conteúdo

---

<b>3.1</b>	<b>Introdução</b>	<b>55</b>
<b>3.2</b>	<b>Modelo do Contorno</b>	<b>56</b>
<b>3.3</b>	<b>Equações Integrais</b>	<b>74</b>
<b>3.4</b>	<b>Novo Método de Detecção de Contornos</b>	<b>77</b>
<b>3.5</b>	<b>Detector de Contornos Unidimensional</b>	<b>78</b>
<b>3.6</b>	<b>Detector de Contornos Bidimensional</b>	<b>87</b>
<b>3.7</b>	<b>Um Exemplo de Aplicação do Método: Filtro Exponencial Misto</b>	<b>88</b>
<b>3.8</b>	<b>Conclusões</b>	<b>99</b>
	Referências Bibliográficas	105

---



A estimação do contraste é habitualmente a fase inicial do processo de detecção de contornos. Este capítulo é dedicado ao estudo de uma nova metodologia de projecto de filtros de estimação de contraste para utilização no processo de detecção de contornos. A principal vantagem desta metodologia é permitir ao projectista de sistemas de detecção de contornos calcular os filtros, escolhendo o modelo de contorno que entenda mais adequado e as respostas pretendidas para estes filtros.

No que se refere à estrutura, este capítulo encontra-se dividido em oito secções. A introdução ao capítulo é realizada na Secção 3.1, onde se define o problema: a estimação do contraste a partir de imagens digitais em níveis de cinzento com o objectivo de detectar contornos.

A Secção 3.2 é dedicada à apresentação de diversos modelos de contorno que são posteriormente utilizados na construção do estimador de contraste. A exposição da teoria das equações integrais lineares de Fredholm do primeiro género, que são utilizadas na obtenção dos estimadores de contraste, é realizada na Secção 3.3. Discute-se, também, a resolução numérica deste tipo de equações. O procedimento de criação de filtros de estimação do contraste para a detecção de contornos, por meio da resolução das equações integrais lineares de Fredholm do primeiro género, é o objecto da Secção 3.4. A Secção 3.5 apresenta o método de criação de filtros para o caso unidimensional, com escolha de vários modelos de contorno, com resolução directa, numérica e com regularização, das equações integrais resultantes da aplicação do método proposto nesta dissertação. A extensão ao caso bidimensional do procedimento de realização dos filtros de estimação do contraste é estudada na Secção 3.6. A proposta de um novo tipo de filtro designado por filtro exponencial misto é realizada na Secção 3.7. Este tipo de filtro é construído utilizando a metodologia de criação de estimadores de contraste proposta ao longo do capítulo. A terminar o capítulo são apresentadas, na Secção 3.8, algumas conclusões e perspectivas de trabalho futuro.

## 3.1 Introdução

Um ponto de contorno caracteriza-se por uma alteração súbita na intensidade luminosa de uma imagem indicando a fronteira entre duas regiões desta. É uma propriedade local de um pixel individual e é determinado a partir da função da imagem na sua vizinhança. As regiões que dão origem ao ponto de contorno podem estar contaminadas por ruído com diversas origens.

A detecção de contornos é uma operação fundamental em processamento digital de imagem e em visão por computador (Meer e Georgescu 2001), que está relacionada com a detecção de variações significativas dos níveis de cinzento de uma imagem. O resultado da extracção de contornos é usado em níveis de processamento visual mais elevados tais como: a reconstrução tridimensional; a análise de movimento estéreo; o reconhecimento; a segmentação de cenas; a compressão de imagens; etc..

Reconhece-se que os detectores de contornos devem ser computacionalmente eficientes

e fiáveis (Rakesh, Chaudhuri, e Murthy 2004).

Neste capítulo da dissertação tenta-se responder afirmativamente ao seguinte conjunto de questões:

- Será possível obter um novo método geral de projecto de filtros de estimação de contraste facilmente utilizável para sinais bidimensionais?
- Será possível o projecto fácil de filtros de detecção de contornos, tendo como parâmetros do projecto o modelo do contorno e a resposta desejada?
- Será melhorada a detecção de contornos com a utilização do método de projecto de filtros proposto nesta tese?

Em resposta a estas perguntas recorre-se à formulação do problema da estimação do contraste de um contorno em termos de equações integrais de Fredholm do primeiro género (Caeiro e Piedade 2003). Esta formulação permite utilizar diversos modelos de contorno, degrau ideal e vários tipos de representação de rampa, e definir as respostas desejadas do filtro. A resolução das equações integrais é realizada com o auxílio de técnicas de regularização e interpolação, permitindo resolver os problemas associados à instabilidade das soluções obtidas por inversão directa.

A solução deste problema em espaço unidimensional e a sua extensão para o caso bidimensional são apresentadas neste capítulo. Alguns exemplos de projecto de filtros, para diversos tipos de respostas de filtros e modelos de contorno, são estudados. Apresentam-se os filtros obtidos para respostas abruptas e do tipo exponencial. Os filtros clássicos da primeira derivada da função de Gauss (DG<sup>1</sup>) e o filtro exponencial (ISEF) obtêm-se imediatamente após a resolução da equação integral. Um novo tipo de filtro misto exponencial (MEXP) é proposto neste trabalho que combina os comportamentos dos filtros ISEF e DG. Algumas características do desempenho destes filtros são analisadas.

## 3.2 Modelo do Contorno

Na análise de sistemas de detecção de contornos e para o seu projecto, é conveniente e frequentemente necessário fazer uma caracterização formal da imagem a ser processada e da informação a ser extraída. Esta representação formal da imagem deve aproximar-se das características experimentais e permitir o desenvolvimento de algoritmos que resultem numa boa detecção e sejam em simultâneo computacionalmente eficientes.

O processo de aquisição da imagem reduz grandemente a informação presente na cena. A imagem é uma representação bidimensional de uma cena normalmente tridimensional. As limitações físicas dos dispositivos de aquisição diminuem ainda mais a qualidade da informação que representa o objecto. Estas limitações físicas são variadas e vão desde a óptica do dispositivo— resolução e aberrações das lentes, problemas cromáticos, focagem,

---

<sup>1</sup>*Derivative of Gaussian.*

por exemplo,— aos problemas dos sensores de imagem, ruído de diversas fontes, etc.. O processo de discretização da imagem introduz erros adicionais que se repercutem no cálculo posterior.

As restrições impostas ao modelo da imagem estendem-se ao modelo do contorno a detectar numa imagem. Os modelos de contorno mais simples dificilmente correspondem aos contornos existentes em imagens reais; os mais gerais, levantam grandes dificuldades do ponto de vista do desenvolvimento de algoritmos. Por vezes argumenta-se que a maioria dos contornos em imagens naturais são do tipo degrau e que, portanto, os detectores de contornos devem ser projectados tendo em conta este modelo (Canny 1986).

### Um Exemplo de Contornos numa Imagem

Observe-se na Fig. 3.1 uma das imagens que mais tem sido usada na área da detecção de contornos e no processamento digital de imagem<sup>2</sup>. Esta imagem apresenta em primeiro plano a face de uma mulher jovem, com cabelo pelo ombro e com um chapéu de aba larga que é decorado com penas e um lenço. Num segundo plano encontra-se um espelho em que parte do chapéu e do cabelo é reflectido. O fundo da imagem encontra-se desfocado por causa da falta de profundidade de campo visual devida à escolha da lente usada na fotografia. Esta imagem apresenta diversos problemas para o seu processamento digital: a desfocagem do fundo; as texturas das penas e do chapéu; a complexidade das sombras e das transições dos níveis de cinzento; os reflexos especulares e o tipo de objectos presentes na cena. Na Fig. 3.2(a) representa-se parte desta imagem com um traço sobreposto que marca o local por onde passa a linha  $L = 100$ . Na figura encontram-se também sobrepostos alguns pontos de contorno que se podem observar ao longo da linha  $L$ . Alguns deles são visíveis ao longo do traço da linha amostrada, por exemplo: à esquerda dos dois lados de uma faixa vertical, pontos  $A$  e  $B$ , nas extremidades e centro do chapéu, pontos  $C$ ,  $D$  e  $E$ , numa barra mais clara ao lado do chapéu, pontos  $F$  e  $G$ , nas margens de uma zona escura, pontos  $G$  e  $H$ , e finalmente nos dois lados de uma secção escura à esquerda, pontos  $I$  e  $J$ .

A Fig. 3.2(b) exhibe também a variação da intensidade luminosa ao longo da linha amostrada e apresenta a indicação dos pontos de contorno que formam o conjunto  $W$ . Alguns dos pontos de contorno são imediatamente detectados por análise visual da Fig. 3.2(b) e é fácil estabelecer a correspondência com a imagem representada na Fig. 3.2(a). Estes pontos encontram-se marcados na imagem e na linha. Há excepções como é o caso do lado direito do chapéu (ponto  $E$ ) e o lado esquerdo do mesmo chapéu (ponto  $C$ ). Apesar de haver percepção do contorno pelo sistema visual humano o ponto  $C$  não é facilmente visível na amostra da imagem.

É interessante analisar algumas amostras da imagem *lena* representadas sob a forma de gráficos tri-dimensionais do nível de cinzento local. Estas representações encontram-

<sup>2</sup>A imagem *lena* é a parte central da capa da revista *Playboy* publicada em Novembro de 1972.



Figura 3.1: A figura representa a imagem *lena* que tem sido das mais usadas na área do processamento de imagem, da visão por computador e do reconhecimento de padrões visuais.

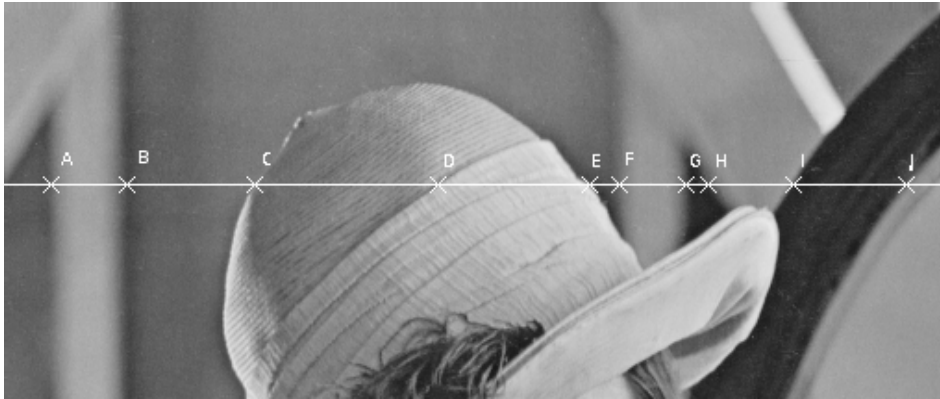
se centradas em determinados pontos da imagem e pretendem exibir diferentes tipos de contornos e de fenómenos de corrupção do contorno. A Fig. 3.3 representa uma parte de um contorno da imagem *lena*, centrado no ponto  $P = (100, 135)$ . Neste caso observa-se um contorno muito bem definido, com pouca influência do ruído e apenas com algum efeito resultante da desfocagem (equivalente à passagem pela imagem de um filtro passa-baixo Gaussiano). A suavização que se exhibe nesta zona de contorno ocorre frequentemente mercê das limitações de largura de banda do sistema de aquisição de imagem e da passagem da luz por lentes. O sistema induz este fenómeno de redução da resolução da imagem. O posicionamento deste contorno não é paralelo nem ao eixo  $OX_1$  nem ao eixo  $OX_2$ .

Este tipo de zona de contornos é relativamente fácil de detectar, colocando-se como sempre alguns problemas relativos à determinação exacta dos pontos de contorno, já que a região se encontra razoavelmente suavizada.

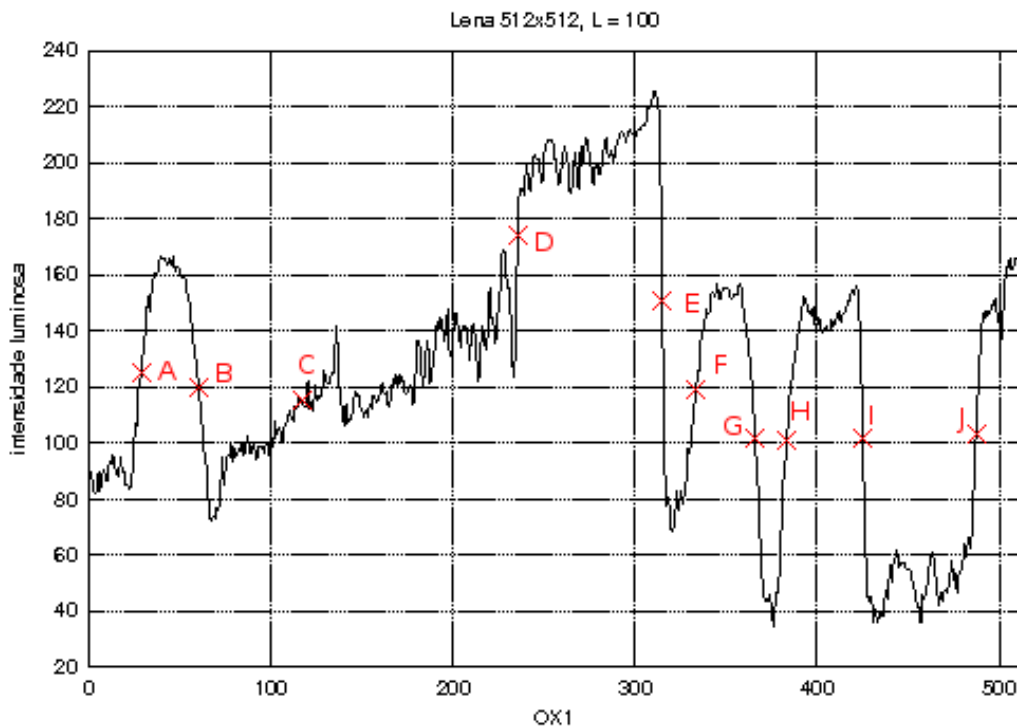
A Fig. 3.4(a) representa um contorno da imagem *lena*, centrado no ponto  $P = (100, 63)$ . Este contorno possui uma transição ainda menos abrupta do que o contorno representado na Fig. 3.3. Neste caso, o contorno é paralelo ao eixo  $OX_1$  e é tipicamente o exemplo de um contorno que recorda uma rampa suave. Finalmente, na Fig. 3.4(b), representa-se um contorno centrado no ponto  $P = (100, 134)$ , que se encontra muito mal definido e é de difícil detecção. Estes três contornos constituem exemplos do tipo de sinais bidimensionais a tratar por sistemas de detecção de contornos.

Frequentemente, os contornos não são paralelos aos eixos do sistema de coordena-





(a) A figura exibe a parte superior da imagem *lena* com resolução espacial de  $512 \times 512$  pixel. Sobreposta à imagem encontra-se um traço correspondente à linha  $L = 100$ , tendo como origem das coordenadas o canto superior esquerdo e a indicação dos pontos de contorno pertencentes ao conjunto  $W$ .



(b) Amostra da imagem *lena* na linha  $L = 100$ .

Figura 3.2: Representação das intensidades na linha amostrada da imagem *lena* e os respectivos pontos de contorno pertencentes ao conjunto  $W$ .

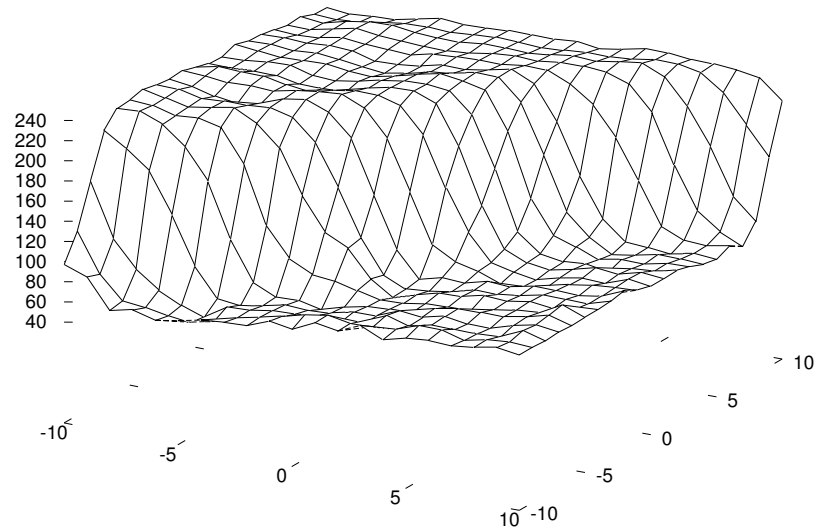
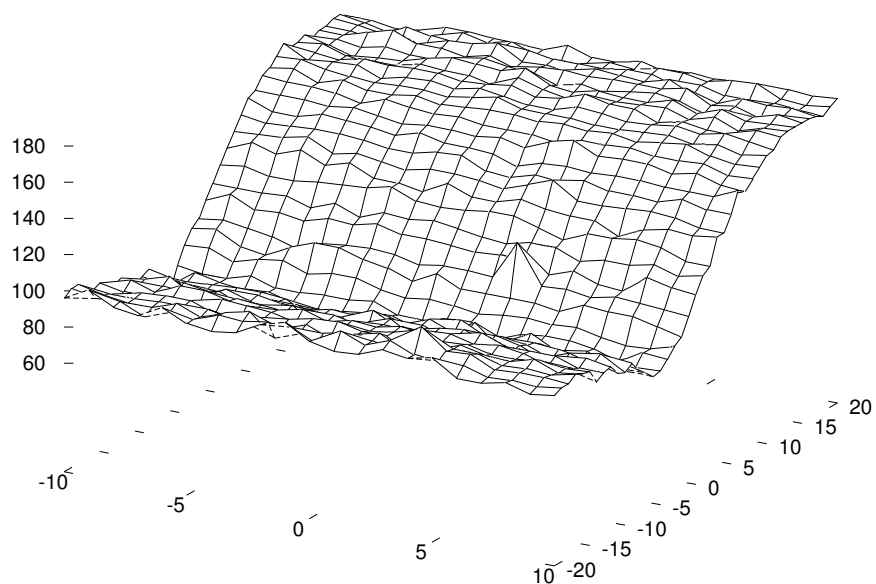


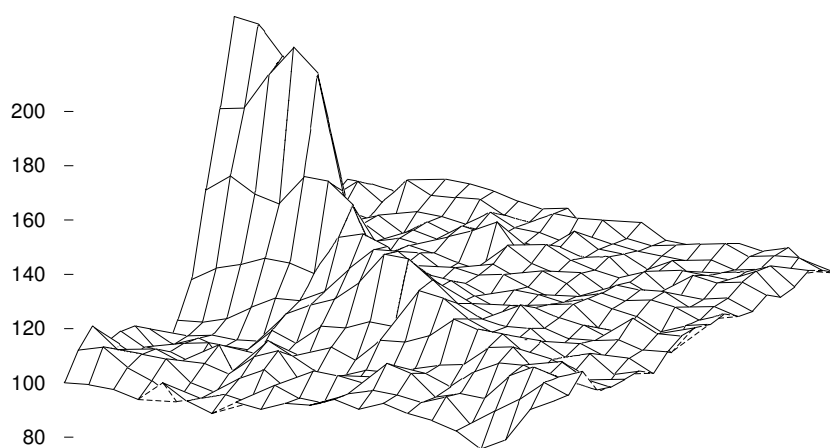
Figura 3.3: Região de presença de um contorno na imagem *lena* ( $512 \times 512$ ). Vizinhança em torno do ponto de coordenadas (100, 315). Os níveis de cinzento da imagem encontram-se definidos de acordo com a convenção usual no intervalo  $[0, 255]$ .

das cartesianas resultante do processo de amostragem. É comum que os estimadores utilizados no processo de detecção de contornos sejam isotrópicos, mas há estimadores de contraste especificamente projectados para serem mais sensíveis em determinadas direcções. As transições relativamente suaves entre a zona clara e a zona escura têm também de ser tomadas em conta no projecto de estimadores para detecção de contornos. A questão da escala é de salientar neste projecto: um contorno abrupto passa a suave se visto a uma escala com maior resolução, um contorno pode desaparecer em escalas mais elevadas e contornos afastados tornam-se próximos em certas escalas.

É de referir também que a influência nefasta do ruído diminui a qualidade do processo de detecção de contornos, sendo sempre objecto do estudo experimental do respectivo desempenho. Além do combate ao ruído ao nível da estimação — através do emprego de filtros de cariz suavizador —, é necessário utilizar conhecimento contextual na fase da classificação. O sistema visual humano, que constitui um exemplo de bom desempenho e é muitas vezes tomado como referência, usa de forma abundante conhecimento contextual que lhe permite corrigir os defeitos da estimação de contraste subjacente ao processo de detecção de contornos.



(a) Região de presença de um contorno na imagem *lena* ( $512 \times 512$ ). Vizinhança em torno do ponto de coordenadas (100, 63).



(b) Região de presença de um contorno na imagem *lena* ( $512 \times 512$ ). Vizinhança em torno do ponto de coordenadas (100, 134).

Figura 3.4: Representação das vizinhanças imediatas em torno de pontos de contorno na imagem *lena*. 61

### A Definição Informal de Contorno

Adopte-se o procedimento de definição de sinal de contorno que parte de uma descrição informal e em que gradualmente se introduzam notações formais correspondentes a várias restrições físicas. O ponto de partida pode ser o seguinte texto, escrito por dois dos principais autores da literatura sobre o assunto<sup>3</sup>:

«O que é um contorno numa imagem digital? A primeira noção intuitiva é que um contorno digital é a fronteira entre dois pixel que surge quando os seus valores de brilho<sup>4</sup> são significativamente diferentes. Aqui ser *significativamente diferentes* pode depender da distribuição dos valores de brilho em torno de cada pixel.

Numa imagem aponta-se frequentemente para uma região e diz-se que é mais brilhante que a sua área circundante. Pode dizer-se então que um contorno existe entre cada par de pixel vizinhos em que um pixel se encontra dentro da região mais clara e o outro se encontra fora. Usa-se portanto a palavra *ponto de contorno* para a referência a um lugar na imagem em que os valores de brilho aparentam dar um salto». ... (Haralick e Shapiro 1992, pág. 337)

A Fig. 3.5 exhibe uma representação gráfica que corresponde à definição geral de contorno apresentada por Haralick e Shapiro. O contorno é representado por uma curva  $C$  que separa duas regiões: a região  $R_a$  correspondente a uma zona com menor nível de cinzento e a região  $R_b$  associada a uma zona com maior nível de cinzento. Esta representação pertence a uma imagem de uma determinada cena que ainda não foi amostrada. A região  $R_c$  corresponde a uma região de transição entre as regiões  $R_a$  e  $R_b$ . A imagem é descrita por três funções imagem,  $f_a$ ,  $f_b$  e  $f_c$  correspondentes às três regiões  $R_a$ ,  $R_b$  e  $R_c$ . No que se refere ao contorno, este é definido por uma linha representada por uma função  $f_L(x_1(t), x_2(t)) = c_L = \text{constante}$ , em que  $t$  é um parâmetro de evolução da curva  $C$ .

O estabelecimento de uma metodologia de detecção dos pontos de contorno numa imagem digital costuma iniciar-se pela definição do sinal correspondente à existência de um contorno.

Definem-se, agora, de modo mais formal alguns dos termos associados ao tema (Jain, Kasturi, e Schunck 1995)<sup>5</sup>.

**Definição 1** *Um ponto de contorno é um ponto numa imagem com coordenadas  $P = (x_1, x_2)$  localizadas numa mudança significativa local das intensidades na imagem.*

---

<sup>3</sup>Tradução do autor.

<sup>4</sup>Usa-se aqui o termo brilho como sendo a tradução de *brightness*. O brilho é um atributo da percepção visual em que uma fonte luminosa aparenta emitir uma determinada quantidade de luz. A intensidade luminosa é uma medida da potência emitida por uma fonte luminosa ponderada pelo comprimento de onda.

<sup>5</sup>Tradução do autor da dissertação.

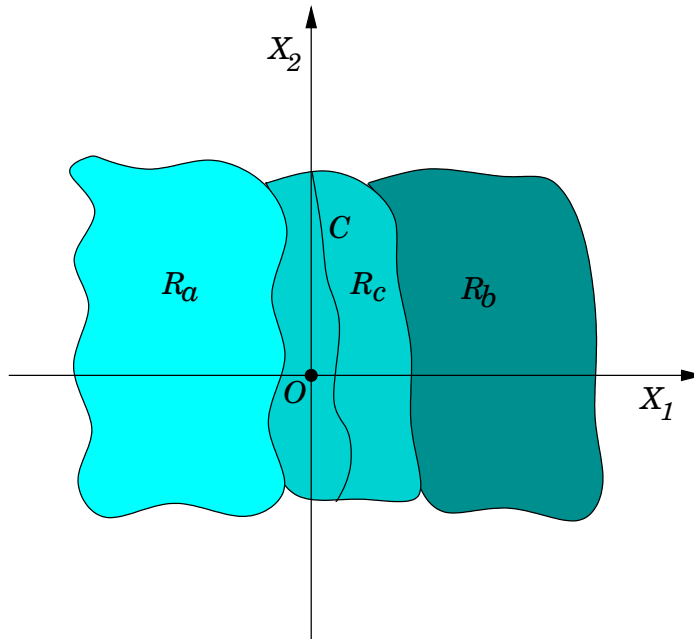


Figura 3.5: Representação gráfica correspondente à definição muito geral de contorno numa imagem dada por Haralick e Shapiro.

**Definição 2** *Um fragmento de contorno corresponde às coordenadas  $P = (x_1, x_2)$  de um contorno e à orientação  $\theta$ , que pode ser o ângulo do gradiente da imagem nesse ponto.*

**Definição 3** *Um detector de contornos é um método<sup>6</sup> que produz um conjunto de pontos de contorno a partir de uma imagem.*

**Definição 4** *Um contorno é uma lista de pontos de contorno ou a curva matemática que modela a lista de pontos de contorno.*

Estas definições permitem afastar a ambiguidade quanto aos termos empregues na área da detecção de contornos.

### A Representação Discreta do Contorno

O processo de detecção de contornos é, na maioria das situações, realizado sobre imagens digitais<sup>7</sup>.

<sup>6</sup>No caso de imagens digitais este método é um procedimento computacional, ou seja, um algoritmo. Existem casos em que se utilizam dispositivos ópticos.

<sup>7</sup>As imagens digitais são representações discretas nas coordenadas espaciais e quantizadas em amplitude. A quantização em amplitude mapeia uma medida das intensidades luminosas no conjunto discreto de valores entre 0 e 255 (o conjunto dos níveis de cinzento).

O modelo de amostra quadrada é adoptado por vários autores apesar de ser apenas uma aproximação ao processo físico<sup>8</sup>. Neste caso, a representação gráfica da região de contorno com sobreposição da grelha de amostra pode ser vista na Fig. 3.6. Nesta figura, e na Fig. 3.5, está representado o eixo de coordenadas  $OX_1X_2$ . Os pontos da imagem pertencem a  $\mathbb{R}^2$ . A imagem digital resultante da amostragem é representada

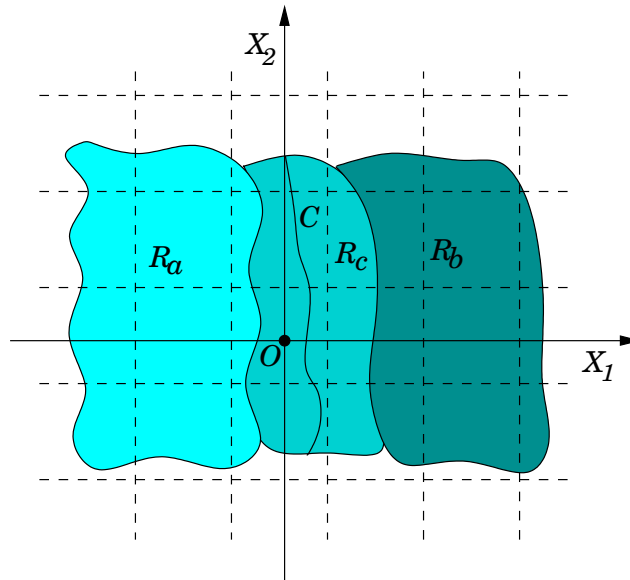


Figura 3.6: Representação de uma zona de presença de contorno sobreposta com uma grelhas de amostra quadrada.

pela Fig. 3.7. Neste caso, a informação encontra-se concentrada nos pontos amostrados  $P = (i_1, i_2) \in \mathbb{N}^2$ . Cada elemento da imagem é uma sequência de três valores  $z_P = (z_{i_1, i_2}, i_1, i_2)$  designada por *pixel*, em que  $z_{i_1, i_2}$  representa o valor de intensidade luminosa amostrada da imagem. A linha  $C$ , que representa o contorno na imagem original, é agora um conjunto de pontos conexos  $D = \{P_1, P_2, \dots, P_N\}$ . É comum restringir as características locais da imagem original  $f(x_1, x_2)$  às seguintes propriedades:

1. a variação dos valores do nível de cinzento,  $\Delta f_A$ , dentro da região  $R_A$  é muito pequena;
2. a variação dos valores do nível de cinzento,  $\Delta f_B$ , dentro da região  $R_B$  é muito pequena;
3. a variação dos valores do nível de cinzento,  $\Delta f_C$ , dentro da região  $R_C$  é elevada.

<sup>8</sup>Os sensores de imagem podem ter outros formatos de zona de amostra (circular, rectangular, hexagonal, etc.).

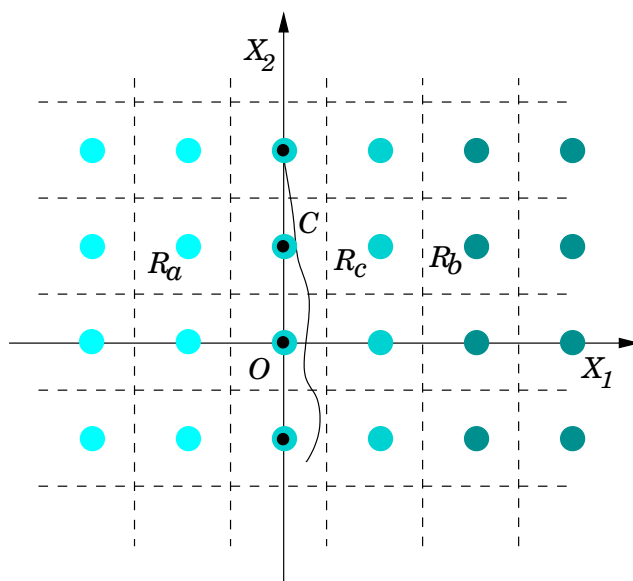


Figura 3.7: Representação da imagem discreta resultante da amostragem da imagem original. Nesta figura representam-se três tipos de pontos: os pontos em cinza mais claro pertencentes à região  $R_a$ ; os pontos em cinza mais escuro pertencentes à região  $R_b$  e os pontos cinzentos com círculo preto que representam os pontos de contorno.

Estas restrições permitem que se possa aproximar localmente a função  $f_L$ , que representa a linha de contorno, a um troço de recta  $f_L = mx_1 + b$ , que separa dois semi-planos  $f_a(x_1, x_2) = c_a = \text{constante}$  e  $f_b(x_1, x_2) = c_b = \text{constante}$ . As funções que definem a região de transição  $R_c$  podem ter diversas representações desde que correspondam a transições rápidas entre a região  $R_a$  e a região  $R_b$ .

A Fig. 3.8 mostra um corte transversal na zona do contorno ao longo do eixo  $OX$  perpendicular ao contorno. O contorno encontra-se tanto melhor definido quanto menor for a região de transição  $R_c$ . Os vários modelos de contorno apresentados na literatura tentam definir os parâmetros da região de transição,  $R_c$ , e  $\psi(x)$  — a função que determina como se transita entre a zona clara e a zona escura e que se designa por *função de perfil*. A caracterização analítica de  $\psi$  é, por vezes, utilizada para definir os tipos de contornos. A ordem  $n$  de uma descontinuidade é definida a partir da derivada de ordem  $n$  que dá origem a uma função  $\delta$  de Dirac. As descontinuidades de ordem zero originam contornos do tipo *linha*; as descontinuidades de ordem um originam contornos do tipo *degrau*, etc..

### O Modelo de Contorno do Tipo Degrau

O modelo de contorno bidimensional mais simples é aquele que considera que a linha de contorno  $C$  resulta da intersecção de dois semi-planos  $A$  e  $B$  correspondentes a dois

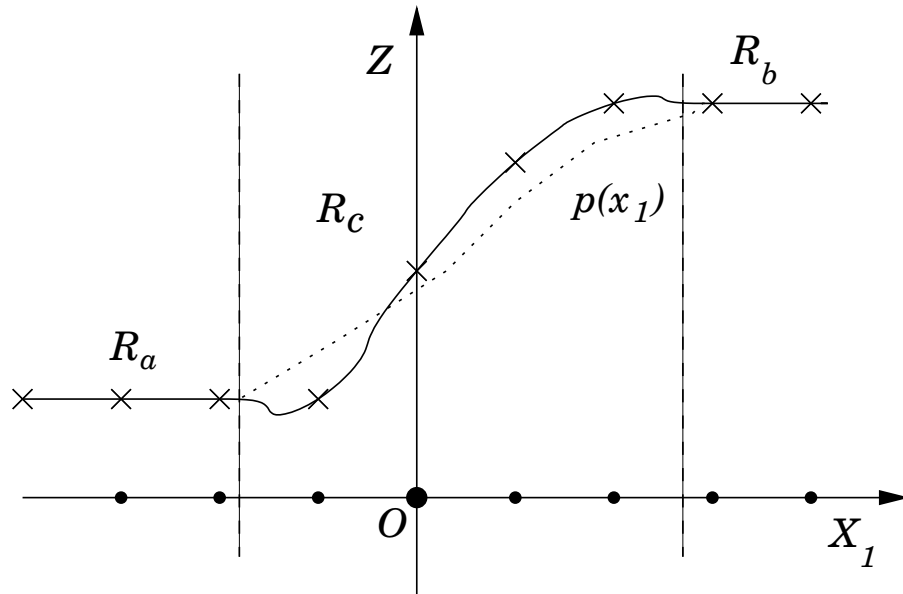


Figura 3.8: Corte transversal ao longo do eixo  $OX$  perpendicular a um contorno.

níveis de intensidade luminosa  $h_a$  e  $h_b$  (Lyvers e Mitchell 1988). Não existe na imagem, por conseguinte, uma região de transição  $R_c$ . A função imagem é representada por

$$z(x_1, x_2) = \begin{cases} h_a, & x_2 < m x_1 + b \\ h_b, & x_2 \geq m x_1 + b \end{cases} \quad (3.1)$$

Em termos unidimensionais, a função de perfil,  $\psi$ , é um degrau ideal representando-se por

$$\psi(x) = Au(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ A, & x \geq 0 \end{cases}, \quad (3.2)$$

em que  $u(x)$  representa a função degrau de Heaviside. A recta de contorno,  $C$ , que resulta deste modelo, tem inclinação  $m$  e desvio na origem  $b$ . A recta perpendicular à recta de contorno,  $G$ , dista de  $\rho$  do ponto de origem  $O$ . O ângulo do contorno é o ângulo,  $\theta$ , formado entre a recta  $G$  e o eixo  $OX_1$ :  $\theta = \frac{\pi}{2} - \arctg(m)$ . Este modelo de contorno está graficamente representado pela Fig. 3.9.

Neste modelo ideal amostra-se a imagem contínua,  $f$ , calculando o valor médio do nível de cinzento em cada quadrado da grelha de amostragem. Este método é conhecido por amostragem de abertura quadrada. O resultado é uma tabela bidimensional de



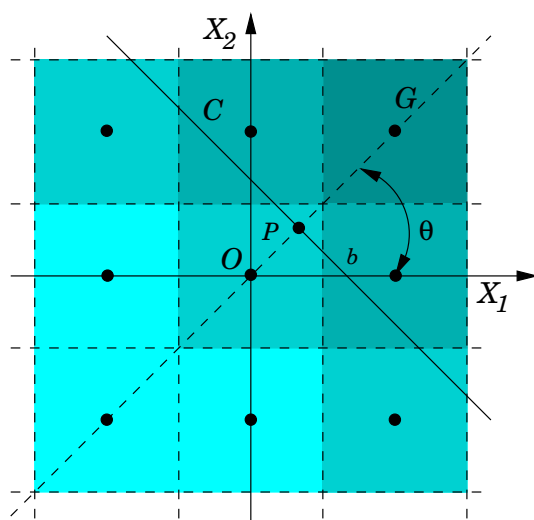


Figura 3.9: Modelo de contorno do tipo degrau bidimensional.

valores de intensidade luminosa. As entradas da tabela são calculadas por meio de:

$$z(i_1, i_2) = \frac{\int_{i_1 - \Delta x_1}^{i_1 + \Delta x_1} \int_{i_2 - \Delta x_2}^{i_2 + \Delta x_2} f(x_1, x_2) \, dx_1 \, dx_2}{\int_{i_1 - \Delta x_1}^{i_1 + \Delta x_1} \int_{i_2 - \Delta x_2}^{i_2 + \Delta x_2} dx_1 \, dx_2}. \quad (3.3)$$

O caso mais comum em processamento digital de imagem é  $\Delta x_1 = \Delta x_2 = 0,5$ , sendo igual a 1 o valor calculado correspondente ao denominador da expressão representada pela Eq. 3.3.

No caso do desvio do contorno ser  $\rho = 0$ , e para qualquer valor de  $\theta$ , o contorno passa exactamente no centro do pixel central, correspondente ao ponto  $O$ .

Uma das consequências da partição do plano da imagem, representada neste modelo, é devida à amostragem rectangular do sinal luminoso proveniente da cena, que afecta a propriedade de invariância dos operadores de detecção de contornos baseados em estimação de gradiente (Ziou 2001). Isto dá origem, por conseguinte, a um erro sistemático de origem geométrica que pode ser corrigido facilmente através da utilização de uma tabela de correspondência entre a amplitude estimada para um determinado ângulo valor correcto a esperar.

### O Modelo de Contorno do Tipo Rampa

Na situação em que a região de transição  $R_c$  tem uma largura de alguns pixel existe um contorno do tipo rampa. Na literatura são descritas algumas destas funções de transição

$\psi$ . Os contornos do tipo rampa podem considerar-se como aproximações ao contorno do tipo degrau.

O modelo mais simples para contornos do tipo rampa considera que a função de transição,  $\psi$ , é constituída, na região  $R_c$ , por um segmento de recta que possui a seguinte expressão

$$\psi(x) = \begin{cases} h_a, & x \leq x_a \\ mx + b, & x_a < x < x_b \\ h_b, & x \geq x_b \end{cases}, \quad (3.4)$$

com

$$m = \frac{h_b - h_a}{x_b - x_a}, \quad (3.5)$$

$$b = \frac{h_a x_b - h_b x_a}{x_b - x_a}. \quad (3.6)$$

A representação gráfica deste tipo de modelo de contorno é observada na Fig. 3.10(a). A largura  $|x_b - x_a|$  permite, em certa medida, modelar o efeito da largura de banda do sistema de aquisição da imagem na digitalização do contorno.

### Modelos Aproximados da Rampa

No seu trabalho, Petrou e Kittler utilizaram como modelo a função que se apresenta (Petrou e Kittler 1991):

$$\psi(x) = \begin{cases} A \left( 1 - \frac{\exp(-sx)}{2} \right), & x \geq 0 \\ A \left( \frac{\exp(sx)}{2} \right), & x < 0 \end{cases}, \quad (3.7)$$

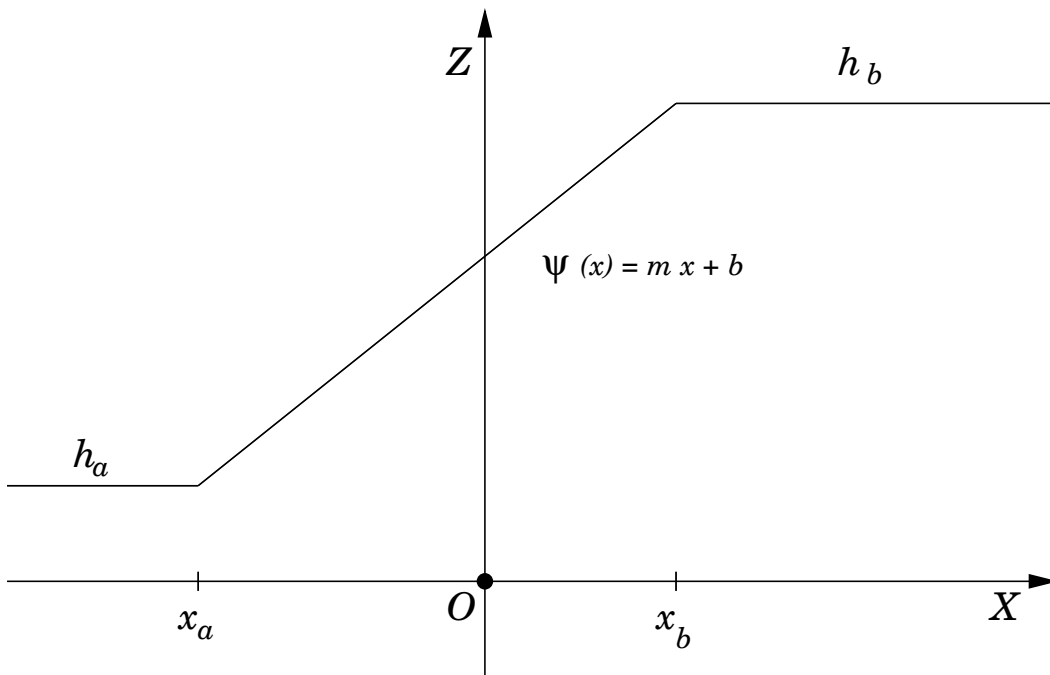
em que  $A$  é a amplitude do contorno e  $s$  determina o seu espalhamento. Uma pequena variação deste modelo é a representação bipolar (Wang, Rao, e Ben-Arie 1995; Wang, Rao, e Ben-Arie 1996)

$$\psi(x) = \begin{cases} A \left( \frac{1 - \exp(-sx)}{2} \right), & x \geq 0 \\ A \left( \frac{\exp(sx) - 1}{2} \right), & x < 0 \end{cases}. \quad (3.8)$$

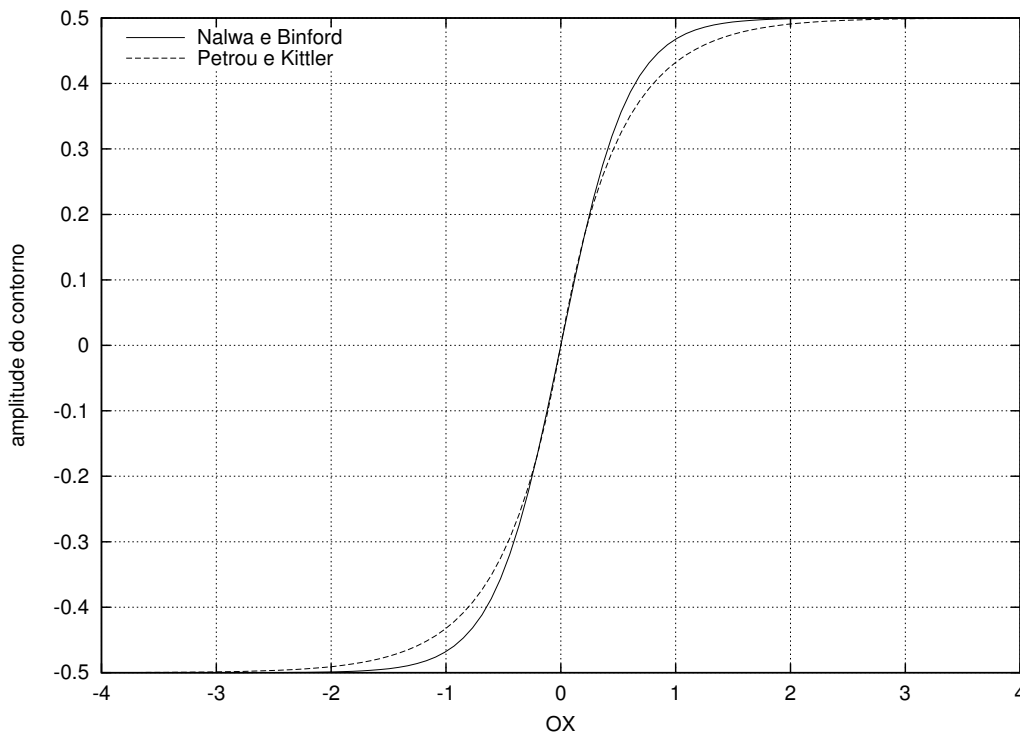
Outro modelo de contorno é baseado na tangente hiperbólica (Nalwa e Binford 1986). A representação matemática desta aproximação é

$$\psi(x) = A * \operatorname{tgh}(\phi(p, x)) + k \quad (3.9)$$

em que  $A$ , e  $k$  e  $p$  são parâmetros e  $\phi$  é uma determinada função de esborratamento do sistema de visão. Os modelos de contorno de Petrou e Kittler e de Nalwa e Binford são semelhantes. Estes encontram-se representados na Fig. 3.10(b). Os parâmetros usados na representação do modelo de Petrou e Kittler são  $A = 1$  e  $s = 2.0$ , e para o modelo de Nalwa e Binford,  $A = 1$ ,  $k = 0$ ,  $\psi(x) = 0.85x/\sigma$ ,  $\sigma = 0.5$ .



(a) Modelo de contorno do tipo rampa simples.



(b) Representação gráfica dos modelos de contorno de Petrou e Kittler e de Nalwa e Binford.

Figura 3.10: Modelos de contorno do tipo rampa ideal e modelos de contorno com aproximações a rampas.

### Modelos do Tipo Pulso e Escada

É rara a presença isolada de contornos em imagens reais. Os modelos do tipo pulso e escada incluem o efeito da presença de contornos vizinhos (Shah e Sood 1986). Além do mais, um contorno do tipo rampa torna-se um contorno do tipo escada por efeito da discretização (Lu e Jain 1989). Este efeito tem maior importância quando a imagem é analisada em várias escalas.

A Fig. 3.11(a) exibe um contorno do tipo pulso. Um pulso pode ser representado pela subtração de duas funções do tipo degrau,

$$f(x) = r(u_{-1}(x) - u_{-1}(x - l)), \quad (3.10)$$

em que  $r$  é a razão das amplitudes das duas funções degrau e  $l$  é a largura do pulso. Neste modelo existem duas descontinuidades que representam dois contornos vizinhos.

O modelo do tipo escada é representado pela soma de duas funções do tipo degrau,

$$f(x) = u_{-1}(x) + ru_{-1}(x - l), \quad (3.11)$$

em que  $r$  é a razão de amplitudes dos degraus. Tal como no caso do modelo do tipo pulso apresenta duas descontinuidades, em  $x = 0$  e em  $x = l$ . A Fig. 3.11(b) exibe um contorno deste tipo.

### Modelo de Contorno Não-Antisimétrico

O modelo de contorno não-antisimétrico representa outra forma de generalização do modelo de contorno do tipo degrau (Paillou 1994). Um primeiro modelo de perfil está relacionado com contornos de poliedros côncavos ou cilindros côncavos. Neste caso as equações que representam o sinal têm a representação:

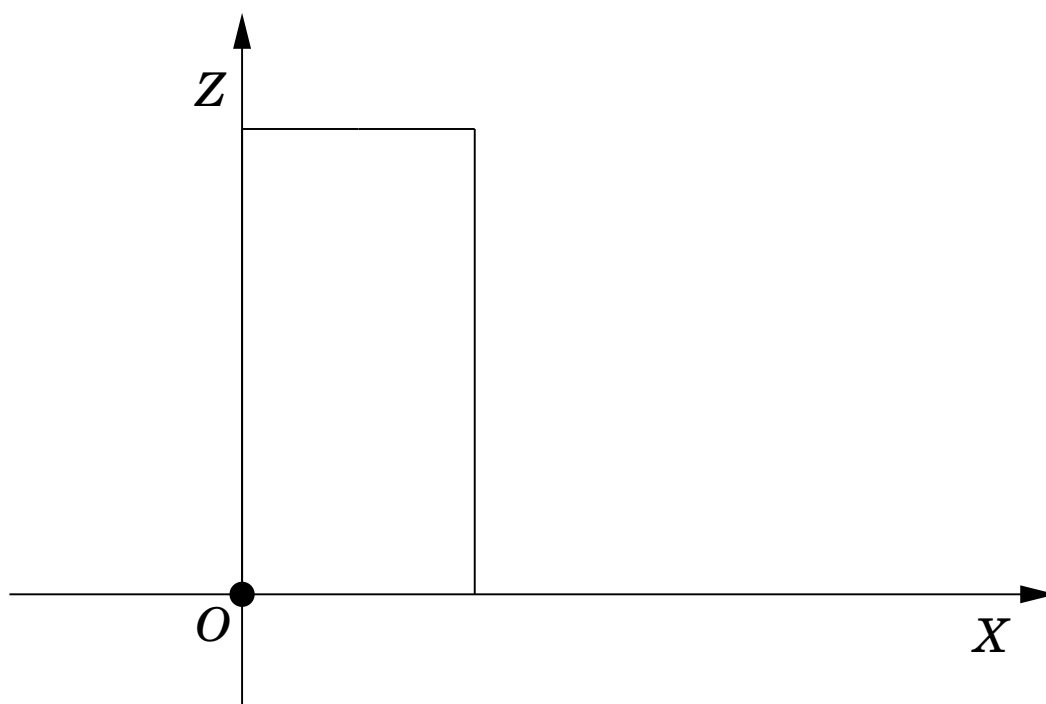
$$\psi(x) = \begin{cases} A(x - \mu) + h_a, & x \leq \mu \\ B(x - \mu) + h_b, & x > \mu \end{cases}, \quad (3.12)$$

cujas representação gráfica encontra-se na Fig. 3.12(a).

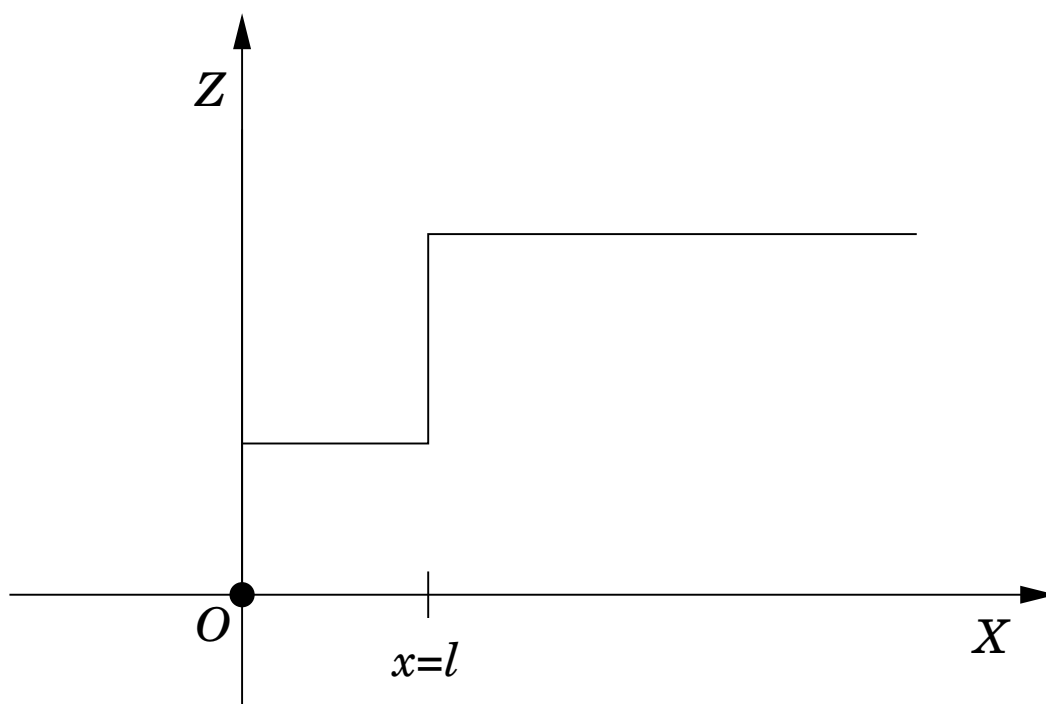
Um segundo modelo não-antisimétrico, mais próximo do modelo de rampa, utiliza a seguinte função de perfil do contorno

$$\psi(x) = \begin{cases} A(x - \mu_2) + h_a, & x < \mu_2 \\ C(x - \mu_1) + h_b, & \mu_1 \leq x \leq \mu_2, C = \frac{h_b - h_a}{\mu_1 - \mu_2} \\ B(x - \mu_1) + h_b, & x > \mu_1 \end{cases}. \quad (3.13)$$

A representação gráfica para este modelo de contorno encontra-se na Fig. 3.12(b). Neste tipo de modelos toma-se em linha de conta, se bem que apenas parcialmente, a variação das intensidades da zona escura e da zona clara na vizinhança do contornos.

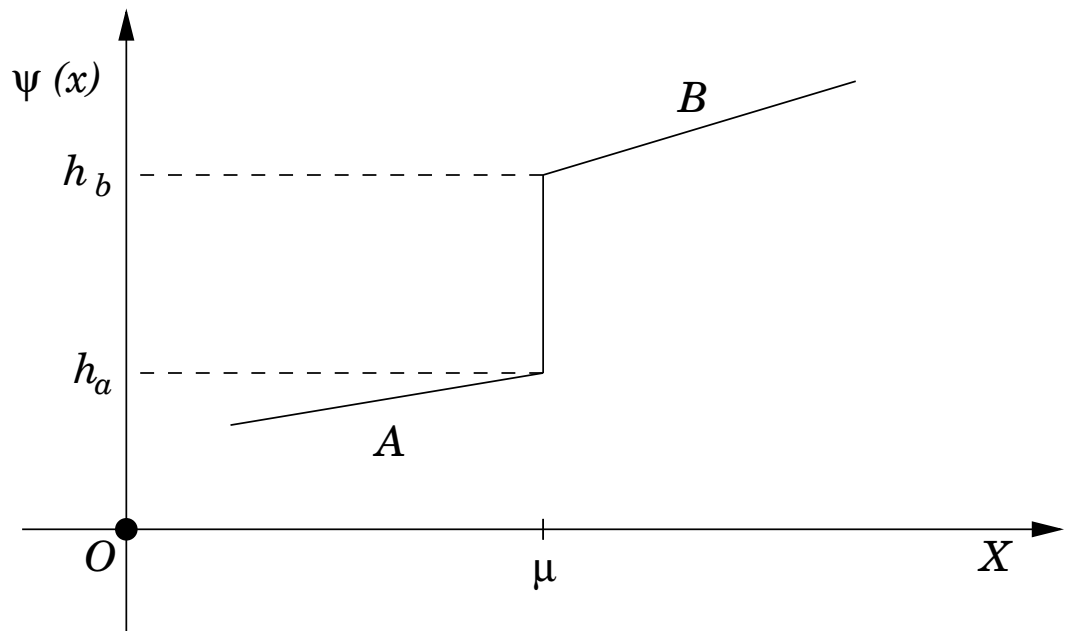


(a) Modelo de contorno do tipo pulso.

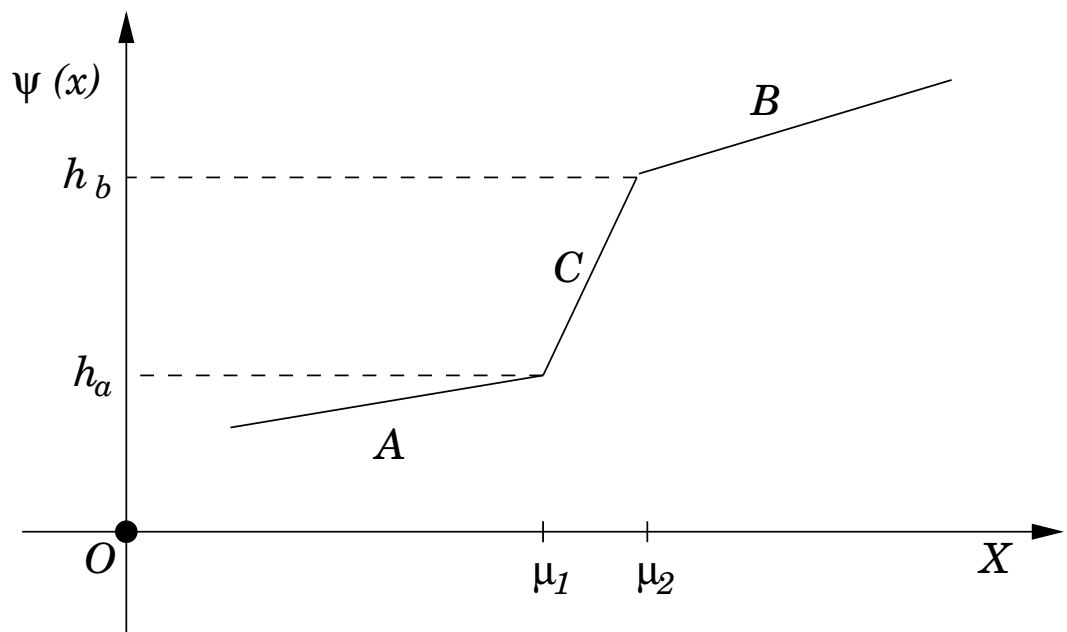


(b) Modelo de contorno do tipo escada.

Figura 3.11: A figura representa graficamente os modelos de contornos do tipo pulso e escada.



(a) Representação gráfica do perfil não-antisimétrico do primeiro tipo.



(b) Representação gráfica do segundo modelo de contorno não-antisimétrico.

Figura 3.12: A figura representa graficamente os modelos não-antisimétricos.

### O Modelo Paramétrico

Um modelo do contorno mais complexo é o modelo paramétrico de Qian e Huang, que assume que um contorno bidimensional possui uma trajectória  $\vec{\alpha} = (x_1(u), x_2(u))^T$  no plano da imagem, sendo  $u$  o parâmetro da trajectória (Qian e Huang 1995b; Qian e Huang 1996). A superfície de intensidade em torno do contorno bidimensional tem, então, um modelo paramétrico em função das coordenadas locais  $(u, v)$  dado por:

$$E(u, v) = A(u)\psi(u, v), \quad -L \leq u \leq L, -D \leq v \leq D, \quad (3.14)$$

em que  $v$  é a coordenada paramétrica na direcção do gradiente de intensidade,  $A(u)$  é a função de amplitude,  $\psi(u, v)$  é a função de perfil do contorno, e  $D_{uv} = [-L, L] \times [-D, D]$  define a região de suporte da superfície do contorno.

Este modelo engloba os que aqui já foram apresentados. Observe-se, por exemplo, que se  $\vec{\alpha}(u)$  for a representação de uma recta no plano da imagem e se  $A(u)$  for constante, então teremos como resultado o modelo de contorno do tipo degrau ou rampa (modelos que possuem uma área de corte vertical constante).

Considerando os efeitos de limitação de banda no processo de aquisição da imagem, pode ser usado o modelo de  $\psi(u, v)$  como resultado da filtragem linear de um contorno do tipo degrau com uma função de Gauss, resultando em

$$\psi(u, v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma(u)} \times \int_0^{+\infty} \left( \exp\left(-\frac{(v-\xi)^2}{2\sigma^2(u)}\right) - \exp\left(-\frac{(v+\xi)^2}{2\sigma^2(u)}\right) \right) d\xi, \quad (3.15)$$

$$(u, v) \in [-L, L] \times [-D, D].$$

O parâmetro  $\sigma(u)$  da função de Gauss determina a escala do perfil do contorno. O valor médio do degrau unitário foi subtraído, neste caso, antes da operação de convolução.

A Fig. 3.13 representa um contorno correspondente ao modelo paramétrico. Utilizou-se nesta representação a função de perfil dada pela Eq. 3.15. O parâmetro de escala do perfil do contorno foi determinado como constante,  $\sigma(u) = 1,5$ . A variação de amplitude ao longo do contorno é dada por uma função linear,  $A(u) = 0,1u + 3$ . A linha de contorno é dada por:  $\vec{\alpha}(u) = u\hat{e}_1 + (0,04u^2 + u + 10)\hat{e}_2$ , o que corresponde a um troço parabólico de curvatura suave. A linha de contorno encontra-se projectada na base deste gráfico. O domínio dos valores de  $(u, v)$  é  $D_{uv} = [-10, 10] \times [-10, 10]$ . Este modelo parte da representação de um ponto de contorno e integra-a na representação da linha de contorno. O método de obtenção de filtros de estimação de contraste, que será apresentado nas secções seguintes desta dissertação, permite que se projectem filtros com representações muito diversas do contorno e, eventualmente, com trechos da linha de contorno.

Realizada a análise de modelos de contorno e zonas de contorno que se encontram na literatura, é altura de passar para o estudo da metodologia de estimação de contraste.

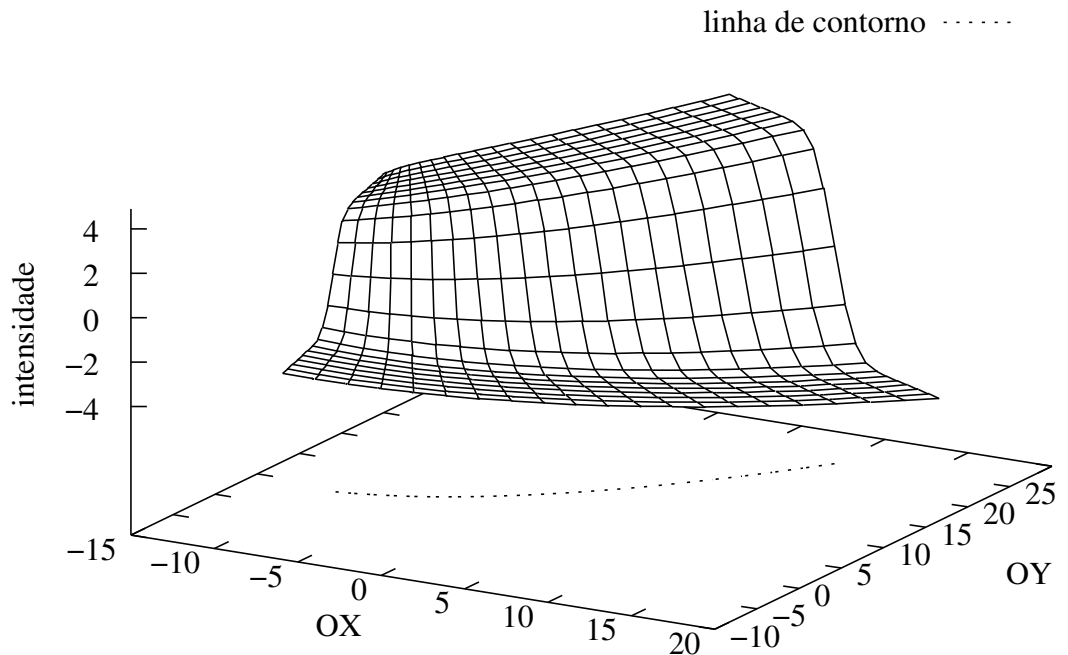


Figura 3.13: Exemplo de contorno correspondente ao modelo paramétrico.

### 3.3 Equações Integrais

Nesta secção introduz-se o conceito de equação integral utilizado no desenvolvimento do novo método de geração de estimadores de contraste que é apresentado neste capítulo.

O método de geração de estimadores de contraste propõe a solução de uma tarefa frequente em muitos ramos das ciências e da matemática: a solução de *problemas inversos*. Esta tarefa consiste na obtenção de valores de um determinado parâmetro de um modelo quando se têm alguns valores observados. Os problemas inversos são, tipicamente, *mal colocados*, no sentido dado por Hadamard<sup>9</sup> (Bertero, Poggio, e Torre 1988b). O conjunto das três condições necessárias para um problema ser considerado como bem colocado são: a existência de solução; unicidade de solução e estabilidade das soluções. A condição de estabilidade da solução é quebrada com maior frequência.

Os filtros lineares de estimação do contraste usados na detecção de contornos recorrem frequentemente à operação de convolução como procedimento matemático aplicado a uma determinada imagem. A observação da forma dos operadores de convolução e a sua comparação com as equações integrais lineares de Fredholm<sup>10</sup> do primeiro género conduziram ao desenvolvimento da metodologia aqui proposta, que é baseada na resolução destas equações integrais.

<sup>9</sup>Hadamard foi um proeminente matemático francês nascido em 1865 e que faleceu em 1963.

<sup>10</sup>Ivar Fredholm foi um matemático sueco que viveu entre 1866 e 1927 e autor da teoria moderna das equações integrais.



## Equações Integrais

As equações integrais lineares podem ser divididas em dois grupos:

1. se a função desconhecida aparece dentro do sinal de integração, a equação é dita do *primeiro género*; as equações que têm a função desconhecida tanto dentro como fora do sinal de integração são ditas do *segundo género*.
2. se os limites de integração são constantes, a equação é designada por *equação integral de Fredholm*; se um dos limites é variável então é uma *equação integral de Volterra*.

Uma equação integral de Fredholm do primeiro género não homogénea tem a forma (Wing 1991):

$$g(x) = \int_a^b K(x,t)f(t) dt. \quad (3.16)$$

Aqui  $f(t)$  representa a função desconhecida que se pretende resolver e quer a função  $K(x, t)$ , designada por núcleo, quer a função  $g(x)$  são conhecidas;  $K$  encontra-se definida no quadrado  $a \leq x, t \leq b$ , e  $g$  no intervalo  $a \leq x \leq b$ .

A representação geral para equações lineares integrais pode ser escrita como:

$$h(x)f(x) = g(x) + \gamma \int_a^b K(x,t)f(t) dt. \quad (3.17)$$

A equação integral de Fredholm do primeiro género aparece se  $h(x) = 0$ ; se  $h(x) = 1$  então teremos a equação integral de Fredholm do segundo género. Designam-se por equações de Volterra quando o limite superior é  $x$ .

### Técnicas Utilizadas na Solução de Equações Integrais do Primeiro Género

A solução em forma fechada da Eq. 3.16 não é, em geral, fácil. Recorre-se, portanto, a soluções aproximadas e os métodos de quadratura são os mais simples de entre os métodos numéricos de solução. No entanto, não são os mais adoptados. Uma das razões apontadas é o facto de frequentemente conduzirem a soluções numéricas imprecisas (Tsao 1996, pág. 244). Apesar de tudo existem situações em que se podem aplicar e, como adiante se verá, dão bons resultados no caso do método proposto para a construção de estimadores de contraste. Nos casos em que os núcleos da equação integral de Fredholm do primeiro género são do tipo convolucional obtêm-se mais facilmente soluções fechadas.

É frequentemente citado o artigo de Twomey sobre a integração por quadratura em que apresenta uma forma de eliminação dos problemas de instabilidade nas soluções resultantes, adoptando um procedimento de inversão com uma só matriz (Twomey 1963). A proposta de Twomey aparece na sequência da discussão por Philips do problema

das oscilações indesejáveis nas soluções numéricas das equações integrais do primeiro género (Phillips 1962). Esta discussão resulta num método de inversão de duas matrizes a que dá o nome de suavização. Independentemente do trabalho destes dois autores, Tikhonov propõe um método análogo para a resolução do problema da estabilidade que designa por regularização (Tikhonov 1963).

Na literatura incluem-se outras técnicas nomeadamente: a utilização de transformadas baseadas em ondas (Goswami, Chan, e Chui 1995; Nevels, Goswami, e Tehrani 1997), estatísticas (Strand e Westwater 1968), entropia máxima (Mead 1986) e algoritmos genéticos (Bautu, Bautu, e Luchian 2005). As expansões em série, o método de projecção<sup>11</sup> e os métodos iterativos são outras aproximações que se podem estudar (Wing 1991).

### Resolução Numérica

A estrutura da Eq. 3.16 sugere uma aproximação matricial para a resolução desta equação. Suponha-se que os dados são conhecidos nos pontos  $x_i, i = 1, 2, \dots, N$ . Assim teremos

$$g(x_i) = \int_a^b K(x_i, t) f(t) dt. \quad (3.18)$$

Substituindo a integração por um esquema de quadratura numérica<sup>12</sup> (quadratura de  $N$  pontos por conveniência), chega-se a:

$$g(x_i) = \sum_{j=1}^N K(x_i, t_j) w_j f(t_j), \quad (3.19)$$

em que cada  $w_j$  representa um dos pesos da quadratura. É então que se obtém uma representação matricial

$$\mathbf{g} = \mathbf{K}\mathbf{f}, \quad (3.20)$$

em que

$$\begin{aligned} (\mathbf{K})_{ij} &= K(x_i, t_j) w_j = k_{ij} \\ \mathbf{g} &= (g(x_1), g(x_2), \dots, g(x_N))^T, \\ \mathbf{f} &= (f(t_1), f(t_2), \dots, f(t_N))^T. \end{aligned} \quad (3.21)$$

Se  $\mathbf{K}$  possui uma inversa pode imediatamente obter-se

$$\mathbf{f} = \mathbf{K}^{-1}\mathbf{g}. \quad (3.22)$$

---

<sup>11</sup>Este método é conhecido também por método de Galerkin em reconhecimento ao engenheiro russo que tornou popular esta aproximação.

<sup>12</sup>O termo *quadratura numérica* é um sinónimo para o termo *integração numérica*, especialmente quando aplicado a integrais unidimensionais.

As formulações com equações integrais de Fredholm do primeiro género são frequentemente mal-condicionadas, ou seja, pequenas variações numéricas dos coeficientes do núcleo levam a grandes variações na solução numérica.

É, em geral, desejável ter um núcleo do tipo  $\delta$  (um núcleo abrupto) para prevenir problemas mal-condicionados. No caso de não ser possível recorre-se a técnicas de regularização ou de suavização das soluções.

O *número de condição de uma matriz* indica se um problema é bem colocado. Este número é definido como:

$$k(A) = \|A^{-1}\| \cdot \|A\|, \quad (3.23)$$

dependendo do tipo de norma adoptada. Num problema mal colocado,  $k(A)$  é muito elevado.

### 3.4 Novo Método de Detecção de Contornos

O novo método de construção de filtros de estimação do contraste utiliza a similaridade formal entre as expressões que representam a operação de convolução de uma imagem com um filtro e as expressões das equações integrais lineares do primeiro género de Fredholm. O modelo de contorno de degrau ideal unidimensional é o primeiro a ser enquadrado nas fórmulas das equações integrais.

#### O Enquadramento do Modelo

De facto, a maioria dos operadores de detecção de contornos usa filtros lineares para a estimação de contraste. A aplicação destes filtros lineares é realizada por meio de operadores de convolução,

$$g = I * f, \quad (3.24)$$

em que  $g$  é a estimativa do contraste do contorno,  $I$  é a função que representa a imagem e  $f$  é o filtro de estimação do contraste do contorno. A convolução pode representar-se como:

$$g(x) = \int_{-W}^{+W} I(x-t)f(t) dt, \quad (3.25)$$

em que  $[-W, +W]$  é o domínio de suporte do filtro  $f$ .

O filtro de estimação do contraste é representado nesta nova aproximação pela função  $f(t)$ , representada na Eq. 3.16. No novo método de obtenção do filtro de estimação do contraste  $f$ , aqui proposto, considera-se o núcleo  $K(x, t)$  como um núcleo de convolução:

$$K(x, t) = K(x - t). \quad (3.26)$$

A analogia formal entre a Eq. 3.25, que representa a convolução, e a Eq. 3.16 que representa as equações integrais de Fredholm do primeiro género é evidente. Considerando

como representação do contorno do tipo degrau unidimensional ideal a função:

$$I(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } x \geq 0 \\ 0, & \text{se } x < 0 \end{cases}, \quad (3.27)$$

obtém-se o seguinte núcleo matricial  $K(x,t)$  para o caso discreto e para uma regra de quadratura numérica rectangular<sup>13</sup> ( $w_i = 1$ ). A matriz  $\mathbf{K}$  tem as dimensões  $M \times M$  com  $M = 2 \times W + 1$ .

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \dots & \dots & 1 \end{pmatrix}. \quad (3.28)$$

A matriz representada pela Eq. 3.28 é invertível e é a matriz diferença:

$$\mathbf{K}^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \vdots & \vdots & \vdots & -1 & 1 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & -1 \end{pmatrix}. \quad (3.29)$$

Um exame atento da matriz  $\mathbf{K}^{-1}$  leva-nos à conclusão que cada linha representa uma diferença finita entre dois valores adjacentes de  $g$  com a excepção da última linha. Cada elemento do filtro  $f$  deve ser dado por:  $f(k) = g(k) - g(k+1)$ . Isto significa que devemos ignorar o último elemento do filtro assim obtido, já que não reflecte uma diferença finita.

### 3.5 Detector de Contornos Unidimensional

A resposta à aplicação do filtro  $f(x)$  é representada pela função  $g(x)$ , considerando-se que  $x$  é a distância do ponto de contorno  $P$ , sobre o eixo  $OX$ , ao ponto onde se está a estimar o contraste do contorno,  $O$ . Fixando-se a resposta  $g(x)$  à presença de um contorno, determinam-se os filtros  $f(x)$  correspondentes. As propriedades da função  $g(x)$  determinam, portanto, que filtro se obtém após a resolução numérica do integral de Fredholm do primeiro género. Assim o projecto de filtros de estimação do contraste destinados à detecção de contornos passa pela escolha do modelo de contorno, determinado pelo núcleo  $K$  da equação integral, e pela escolha da resposta à aplicação do filtro,  $g$ .

---

<sup>13</sup>A regra rectangular de quadratura é, porventura, a mais simples. Neste caso a função de interpolação é uma função constante que passa pelo ponto  $(\frac{a+b}{2}, f((a+b)/2))$ .

### Filtros com Decaimento do Tipo Exponencial

A análise de filtros de comumente utilizados na detecção de contornos ilustra algumas propriedades deste novo método.

Filtros com resposta exponencial a estímulos do tipo pulso são frequentemente usados em detecção de contornos. Estes filtros apresentam uma resposta à presença de contorno ideal do tipo degrau dada por:

$$g(x) = K \exp(-c|x|^n), \quad (3.30)$$

em que  $c > 0$  determina a zona de influência do filtro,  $K$  é um factor de normalização da resposta em amplitude,  $x$  é a distância ao contorno do tipo degrau e  $n$  representa a ordem de decaimento da resposta do filtro com a distância. Algumas das respostas, para vários valores de  $n$ , podem ser observadas na Fig. 3.14(b).

Resolvendo a equação integral correspondente a cada uma destas respostas têm-se os filtros representados na Fig. 3.14(a). A solução apresentada é, para o caso unidimensional, com este tipo de respostas exponenciais e para um contorno do tipo degrau ideal, bastante simples. Será a derivada de  $g(x)$ :

$$f(x) = \frac{d}{dx}g(x),$$

e portanto resulta em:

$$f(x) = -ncK \frac{|x|^n}{x} \exp(-c|x|^n). \quad (3.31)$$

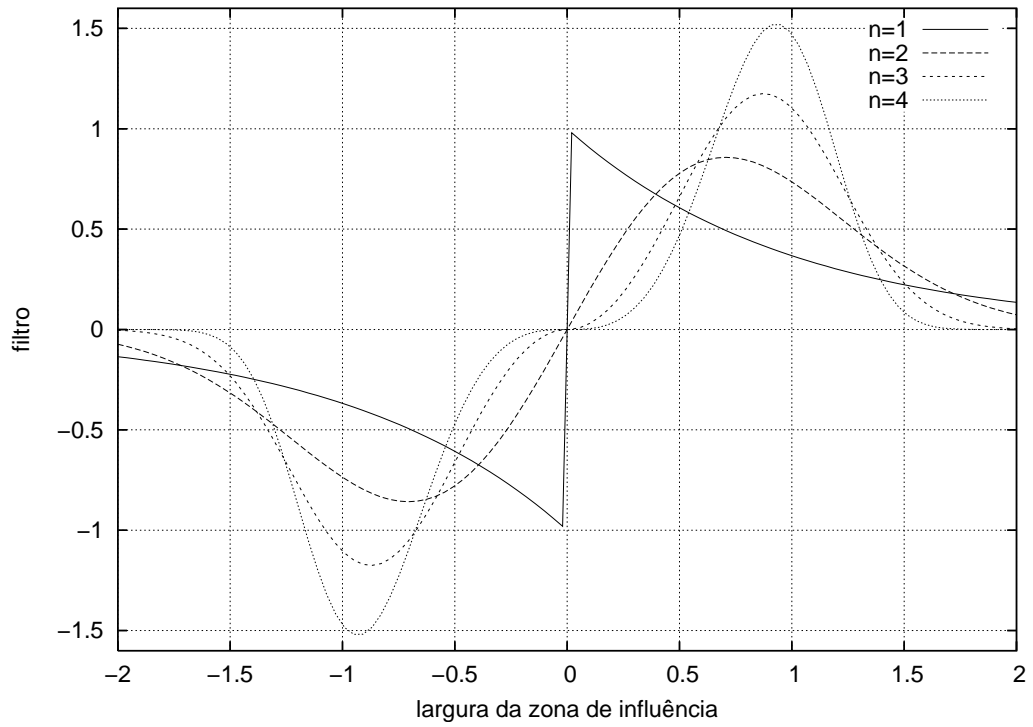
Para  $n = 1$  chega-se ao filtro ISEF proposto por Shen e Castan (Shen e Castan 1992). Se se decide que  $g$  deve decair com  $n = 2$  então obtém-se o filtro, muito difundido, da primeira derivada da função Gaussiana (DG),

$$f(x) = x \exp(-c_2x^2), \quad (3.32)$$

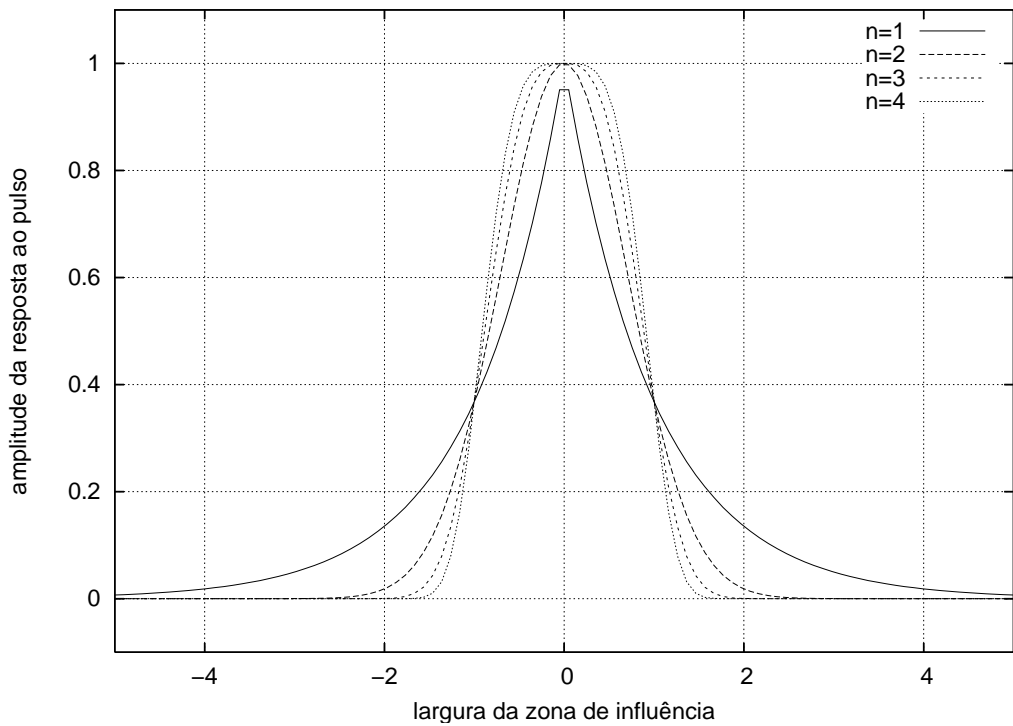
proposto por Canny como um bom substituto para o filtro óptimo desenvolvido por este autor (Canny 1986).

### Filtros Unidimensionais para os Modelos de Rampa

No caso de se adoptar para a construção do núcleo da equação integral linear uma representação do contorno baseada num modelo de rampa, existem algumas alterações nos filtros que são obtidos por resolução da equação integral. Vários modelos de rampa para contornos foram previamente apresentados e implicam que as soluções deixam de ser obtidas facilmente por simples derivação, como no caso do modelo do tipo degrau. Neste caso, revela-se útil aplicar métodos de resolução numérica das equações integrais.



(a) Representação dos filtros exponenciais,  $f(x)$ .



(b) Resposta em amplitude,  $g(x)$ , à aplicação do filtro sobre um contorno do tipo pulso.

Figura 3.14: A figura representa as respostas em amplitude para filtros do tipo exponencial para pulsos e impulsos.

No caso do núcleo da equação integral para o modelo de rampa simples, *vide* Eq. 3.4, e escolhendo como exemplo,  $h_a = 0$ ,  $h_b = 1$ ,  $x_a = -1$  e  $x_b = 1$ , a representação concreta da função de rampa é dada pela Eq. 3.33:

$$\psi(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1 \\ x + \frac{1}{2}, & -1 < x < 1 \\ 1, & x \geq 1 \end{cases}, \quad (3.33)$$

o que resulta no seguinte núcleo da equação integral:

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} 0,5 & 1 & \dots & 1 \\ 0 & 0,5 & \dots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 1 \end{pmatrix}. \quad (3.34)$$

Os valores da diagonal de  $K$  são aqueles em que o índice das colunas e o índice das linhas da matriz é idêntico, ou seja,  $i = j$  e como o valor do argumento da função, para um núcleo do tipo convolucional é dado por  $x = i - j$ , *vide* Eq. 3.26, tem-se que resulta um valor de  $\psi(x = 0) = 0,5$ . No caso em que  $i > j$  temos  $\psi(x) = 1$  e para  $i < j$  teremos  $\psi(x) = 0$ .

No caso em que a transição é mais suave, por exemplo com  $h_a = 0$ ,  $h_b = 1$ ,  $x_a = -2$  e  $x_b = 2$ , obtém-se:

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} 0,5 & 0,75 & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 0,25 & 0,5 & 0,75 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 0 & 0,25 & 0,5 & 0,75 & 1 & \dots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 1 \end{pmatrix}. \quad (3.35)$$

A solução da equação integral, obtida através do procedimento numérico representado pela Eq. 3.22, para um decaimento do tipo exponencial, com expressão dada pela Eq. 3.30, com parâmetros  $n = 2$ ,  $\sigma = 0,020$ , e para as representações do modelo de rampa simples:

$$M_1 = \{h_{a1} = 0, h_b = 1, x_a = -2, x_b = 2\},$$

e

$$M_2 = \{h_{a2} = 0, h_{b2} = 1, x_{a2} = -4, x_{b2} = 4\}$$

resulta nos filtros representados na Fig. 3.15. Os filtros obtidos são aproximadamente iguais apesar dos modelos de rampa serem razoavelmente distintos. A partir de valores de parâmetro de decaimento da resposta  $\sigma \leq 0,001$  começam a surgir oscilações nas soluções.

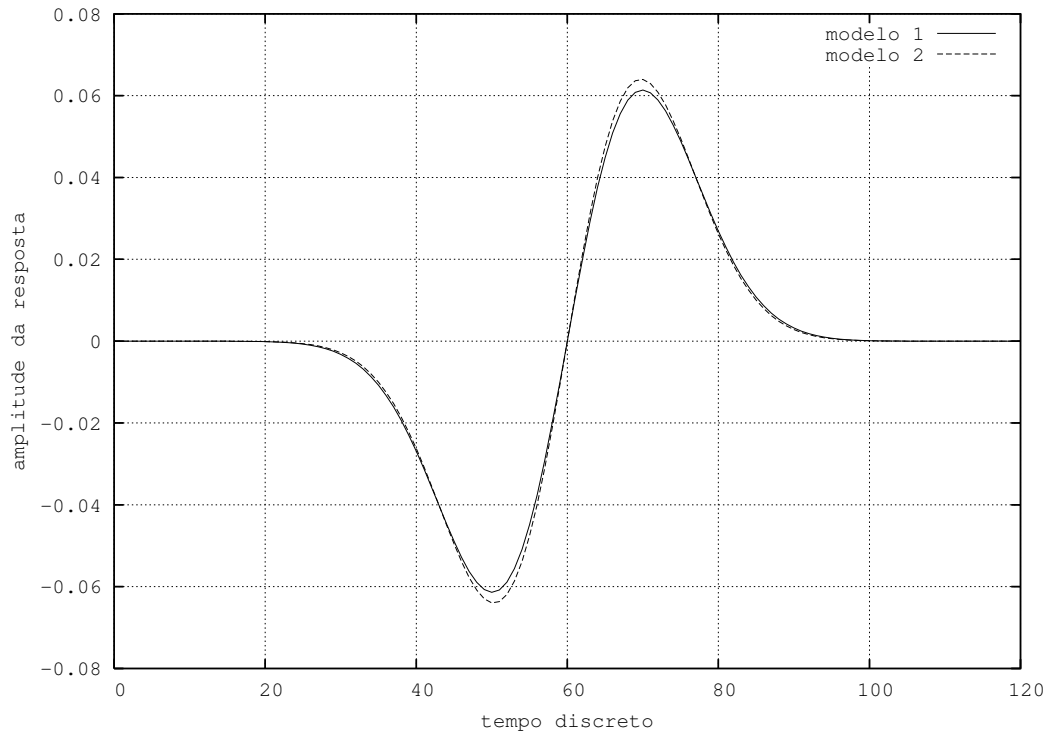


Figura 3.15: Representação dos filtros para o modelo de rampa simples.

No caso do modelo de Petrou e Kittler temos, por exemplo, para  $s = 1,0$  e  $A = 1,0$ , para um núcleo de dimensão  $5 \times 5$ :

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} 0,0 & 0,63212056 & 0,86466472 & 0,95021293 & 0,98168436 \\ -0,63212056 & 0,0 & 0,63212056 & 0,86466472 & 0,95021293 \\ -0,86466472 & -0,63212056 & 0,0 & 0,63212056 & 0,86466472 \\ -0,95021293 & -0,86466472 & -0,63212056 & 0, & 0,63212056 \\ -0,98168436 & -0,95021293 & -0,86466472 & -0,63212056 & 0,0 \end{pmatrix}. \quad (3.36)$$

No caso do modelo de Nalwa e Binford , e para  $s = 1,0$  e  $A = 1,0$ , e de novo com a dimensão  $5 \times 5$ , tem-se:

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} 0,0 & 0,69106947 & 0,93540907 & 0,9878804 & 0,99777493 \\ -0,69106947 & 0, & 0,69106947 & 0,93540907 & 0,9878804 \\ -0,93540907 & -0,69106947 & 0,0 & 0,69106947 & 0,93540907 \\ -0,9878804 & -0,93540907 & -0,69106947 & 0,0 & 0,69106947 \\ -0,99777493 & -0,9878804 & -0,93540907 & -0,69106947 & 0,0 \end{pmatrix}. \quad (3.37)$$

A resolução da equação integral para os modelos de Petrou e de Nalwa tem de ser obtida usando técnicas de regularização mercê das oscilações na solução, quando se recorre ao procedimento de quadratura presente na Eq. 3.22.



### Resolução por meio de Regularização

Os filtros correspondentes aos diversos modelos de rampa por meio da resolução com o recurso ao método de quadratura exposto na Eq. 3.22 apresentam as instabilidades típicas que decorrem da utilização deste método. Isto decorre do facto de que os valores numéricos de cada elemento do núcleo  $\mathbf{K}$  para os modelos de Petrou e de Nalwa, entre muitos outros que se possam realizar, não são totalmente exactos.

A resolução da equação integral pelo método da quadratura numérica, um problema mal colocado se existirem pequenos erros nos valores do núcleo. Uma solução para esta situação é o método de regularização linear também conhecido pelos nomes de *método de Phillips-Twomey* (Phillips 1962; Twomey 1963), de *método de inversão linear com restrições*, de *método de regularização* ou de *regularização de Tikhonov-Miller* (Tikhonov 1963), vide (Press, Teukolsky, Vetterling, e Flannery 1992).

O raciocínio que seguidamente se coloca sobre o método da regularização é inspirado de perto pela exposição realizada por Wing sobre o assunto (Wing 1991).

Recorde-se que a equação integral linear de Fredholm do primeiro género<sup>14</sup> é representada por:

$$g(x) = \int_a^b K(x, y)f(x, y) \, dy, \quad (3.38)$$

em que o núcleo  $K(x, y)$  é conhecido na região delimitada por  $a \leq x, y \leq b$ , e  $g(x)$  é conhecido no intervalo  $a \leq x \leq b$ . A função  $f$  deverá ser determinada para o intervalo  $a \leq x \leq b$ . Uma representação abreviada para esta equação integral é:

$$g = Kf. \quad (3.39)$$

Inicia-se por supor que existe uma solução aproximada  $f_0$  para a equação integral  $g = Kf$ . Escreva-se  $F = f - f_0$ . Sendo a solução  $f_0$  próxima do valor correcto então  $F$  terá valores numericamente pequenos. E assume-se, também, que  $F$  satisfaz uma equação integral do primeiro género de Fredholm:

$$g - f_0 = G = KF. \quad (3.40)$$

Forme-se o funcional<sup>15</sup>

$$\mathcal{F}(W, \gamma) = \int_a^b dz \left( G(x) - \int_a^b K(x, y) W(y) \, dy \right)^2 + \gamma \int_a^b W^2(y) \, dy \quad (3.41)$$

$$= \|G - KW\|_2^2 + \gamma \|W\|_2^2, \quad \gamma > 0. \quad (3.42)$$

<sup>14</sup>A representação unidimensional é perfeitamente válida para o raciocínio que se expõe.

<sup>15</sup>Um funcional é um mapeamento de um espaço vectorial sobre o corpo subjacente ao espaço vectorial, normalmente o corpo dos números reais.

O objectivo é a minimização de  $\mathcal{F}$  por escolha de  $W$ , obtendo-se uma função que *praticamente resolve* a Eq. 3.40 e que simultaneamente é de valor reduzido. Observe-se que se  $W = F$ , então o primeiro termo do funcional é zero e que se  $W$  é pequeno então o segundo termo é também pequeno. O valor de  $\gamma$  é em si pequeno colocando a ênfase no primeiro termo do funcional.

A minimização do funcional para um determinado valor de  $\gamma$  é um problema do cálculo de variações. O valor de  $W$ , agora reescrito como  $W_\gamma$  para enfatizar a sua dependência de  $\gamma$ , satisfaz a equação integral do segundo género:

$$\gamma W_\gamma = K^*G - K^*KW_\gamma, \quad (3.43)$$

que se pode escrever na forma canónica,

$$W_\gamma = \frac{K^*G}{\gamma} - \frac{1}{\gamma}K^*KW_\gamma. \quad (3.44)$$

A resolução da Eq. 3.44, que pode ser lida em (Wing 1991, pág. 93), conduz a dois resultados formais importantes:

$$\lim_{\gamma \rightarrow 0^+} W_\gamma(x) = F(x), \quad (3.45)$$

e,

$$K^*G = K^*K \left( \lim_{\gamma \rightarrow 0^+} W_\gamma(x) \right). \quad (3.46)$$

A resolução da Eq. 3.44 é feita através duma equação matricial aproximada com a utilização de um método de quadratura numérica:

$$\mathbf{W}_\gamma = \frac{\mathbf{K}^*G}{\gamma} - \frac{1}{\gamma}\mathbf{K}^*\mathbf{K}\mathbf{W}_\gamma. \quad (3.47)$$

O valor de  $W_\gamma$  é obtido por pesquisa do limite numérico das soluções desta equação para valores positivos cada vez menores de  $\gamma$ . Este limite é uma aproximação de  $F$ , ou seja, a solução da equação integral  $G = KF$ . A escolha de  $\gamma$  é realizada através de inspecção da solução  $W_\gamma$ . Existem alguns problemas de instabilidade associadas a esta aproximação à regularização.

O método de regularização iterativa é uma alternativa que corrige estes problemas de instabilidade (Tikhonov 1963), (Wing 1991, pág. 92). Considerou-se no problema da regularização que  $f_0$  era um valor próximo de  $f$ , e resolveu-se o problema reduzido encontrando  $W_\gamma$ . Definindo-se,

$$f_1 = f_0 + W_\gamma, \quad (3.48)$$

$f_1$  será uma estimativa melhor da solução  $g = Kf$ . O processo é obviamente passível de repetição. Neste método, a solução da equação integral é obtida por iterações sucessivas de:

$$\mathbf{f}_{k+1} = \mathbf{f}_k + (\mathbf{K}^*\mathbf{K} + \gamma_k\mathbf{I})^{-1}\mathbf{K}^*\mathbf{g}. \quad (3.49)$$

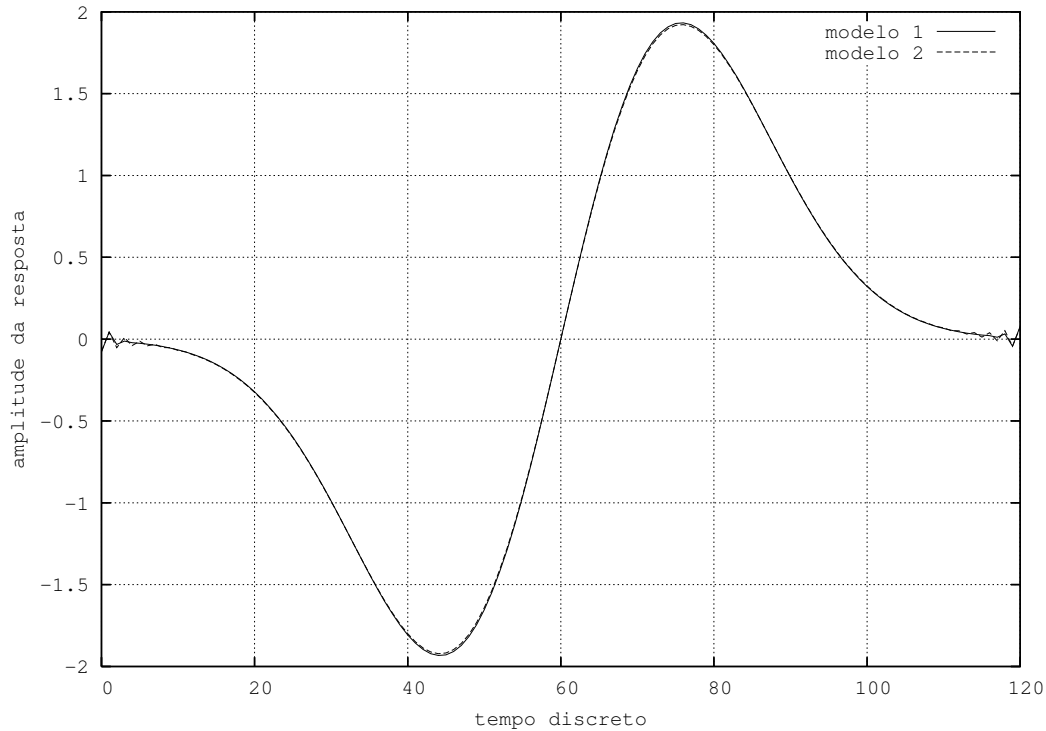


Figura 3.16: Filtro de detecção de contornos obtido por procedimento de regularização iterativa para o modelo de contorno de Petrou e Kittler.

em que  $\mathbf{f}_{k+1}$  representa a aproximação à solução após  $k$  iterações,  $\mathbf{K}$  é o núcleo da equação integral,  $\mathbf{I}$  é a matriz identidade,  $\mathbf{g}$  a resposta do filtro e  $\gamma$  um parâmetro usado na resolução.

A solução regularizada é obtida quando  $\gamma \rightarrow 0$ , devendo ser realizado um compromisso entre a estabilidade das soluções e a escolha deste parâmetro.

Existem alguns trabalhos realizados sobre a determinação do valor  $\gamma$  e sobre o número de iterações  $k$  suficientes para a resolução da equação integral pelas iterações da Eq. 3.49, *vide* por exemplo, (Böttcher, Hoffman, Tautenhan, e Yamamoto 2006; Tsao 1996). No entanto, em muitas situações práticas deve ser realizada empiricamente a afinação do processo de regularização caso a caso, quer seja na escolha do número de iterações quer na escolha do parâmetro  $\gamma$ .

Utilizando o método de regularização iterativa, com o modelo de contorno de Petrou e Kittler obtêm-se os resultados apresentados na Fig. 3.16. A primeira realização para este modelo é definida por:

$$M_1 = \{s = 1,0; A = 1,0\},$$

e a segunda por:

$$M_2 = \{s = 2,0; A = 1,0\}.$$

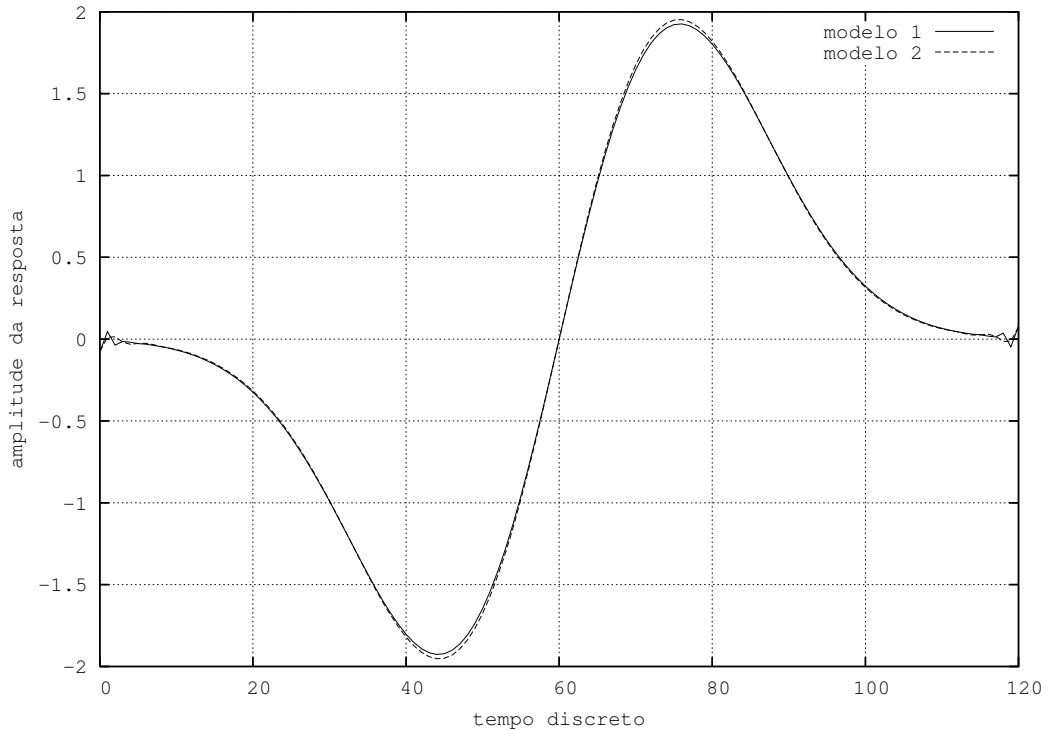


Figura 3.17: Filtro de detecção de contornos obtido por procedimento de regularização iterativa para o modelo de contorno de Nalwa e Binford.

As soluções encontradas são para um decaimento exponencial, (Eq. 3.30), com  $n = 2$ ,  $\sigma = 0,02$ .

No caso do modelo de Nalwa e Binford e com a utilização do método de regularização iterativa, obtêm-se os resultados apresentados na Fig. 3.17. Neste caso a realização do primeiro modelo é definida por:

$$M_1 = \{s = 1,0; A = 1,0\},$$

e o segunda por:

$$M_2 = \{s = 2,0, A = 1,0\}.$$

As soluções são dadas para um decaimento exponencial (Eq. 3.30) com  $n = 2$ ,  $A = 1,0$  e  $\sigma = 0,02$ .

Os diversos filtros que se obtêm para os modelos de contorno de rampa, de Petrou-Kittler e de Nalwa-Binford, não apresentam diferenças significativas entre eles. É, assim, justificada a aposta preferencial no projecto dos filtros com base nas exigências do tipo de decaimento mais do que propriamente na modelação do contorno.

## 3.6 Detector de Contornos Bidimensional

As imagens são bidimensionais e os filtros de estimação do contraste devem tomar em conta este facto.

Reduz-se o problema de estimação de contornos do tipo degrau bidimensional a um problema unidimensional, se considerarmos a resposta do filtro em duas direcções ortogonais e se combinarmos as respostas. Num sistema de coordenadas cartesianas teremos dois filtros ortogonais,  $f_X$  e  $f_Y$ , e considerar-se-ão duas respostas à presença de um contorno do tipo degrau,  $g_X$  e  $g_Y$ . Usando uma métrica  $L_2$  teremos como estimativa do contraste:

$$g(x,y) = \sqrt{g_X^2(x,y) + g_Y^2(x,y)}. \quad (3.50)$$

Os estimadores de contraste de um contorno são normalmente projectados de modo a terem uma resposta isotrópica, ou seja, independente da orientação do contorno. Num sistema de coordenadas polares esta condição é traduzida por:

$$g(\rho, \theta) = g(\rho), \quad (3.51)$$

com  $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$  e  $\theta = \arctan(y/x)$  representando respectivamente a distância à origem e o ângulo entre a recta que passa pela origem e pelo ponto  $(x,y)$  e o eixo  $OX$ .

A equação linear integral bidimensional linear correspondente à Eq. 3.16 é escrita como

$$g(x,y) = \int_a^b \int_c^d K(x,y,u,v) f(u,v) \, du \, dv. \quad (3.52)$$

E se considerarmos um esquema de quadratura análogo ao caso unidimensional ter-se-á de tratar, numa primeira abordagem, com um tensor de quarta ordem como representação de  $\mathbf{K}$ , o que implicará, naturalmente, uma resolução matemática mais complexa.

Sabendo que  $g_X$  é a resposta à componente vertical de um contorno e  $g_Y$  é a resposta à componente horizontal, a resolução do problema pode ser simplificada. Neste caso terá de se resolver a seguinte equação integral para cada linha do filtro,

$$g_X(x, y_i) = \int_{-W}^{+W} K(x, t) \, dt, \quad (3.53)$$

com  $i = -W, -W + 1, \dots, +W, W \in \mathbb{N}$ , e onde o núcleo  $K(x,t)$  representará o modelo dum contorno unidimensional. Sendo o resultado desejado a resposta  $g_X$  combinada com  $g_Y$ , usar-se-á a expressão

$$g_X(x, y_i) = g_X(\rho), \quad (3.54)$$

com  $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$ .

No caso de resolução por meio de quadratura, cada linha,  $i$ , do filtro bidimensional  $f_X$  será a solução ao sistema de equações linear

$$\mathbf{f}_{X_i} = \mathbf{K}_{X_i}^{-1} \mathbf{g}_{X_i}. \quad (3.55)$$

O mesmo procedimento é aplicável para obter o filtro  $f_Y$ , ou então, para alguns casos, bastará calcular a transposta  $\mathbf{f}_Y = \mathbf{f}_X^T$ .

A resolução da equação integral por meio de métodos com regularização segue, para o caso bidimensional, o mesmo raciocínio já aqui exposto.

### 3.7 Um Exemplo de Aplicação do Método: Filtro Exponencial Misto

O procedimento de construção de filtros de estimação do contraste é bastante geral. Permite que, escolhido o modelo de contorno e a resposta do filtro, se calcule facilmente o filtro correspondente. De seguida examina-se um exemplo de aplicação do método.

Dedigny e Kamlé demonstram que uma descontinuidade na origem pode melhorar a localização do contorno detectado (Demigny e Kamlé 1997). O filtro ISEF de Shen e Castan possui esta qualidade, mas a sua robustez ao ruído não é tão boa como a do filtro DG. Gökmen e Jain, por sua vez, baseiam-se na teoria da regularização para unificar num espaço, designado por  $\lambda\tau$ , diversos filtros de detecção de contornos exponenciais chegando a uma forma de filtros de estimação de contraste que fazem parte do que designam por *detector de contornos generalizado*<sup>16</sup> (Gökmen e Jain 1997). Unificam teoricamente alguns dos estimadores de contraste exponenciais.

Apresenta-se de seguida nesta dissertação um novo tipo de filtro de estimação do contraste numa zona de contorno, que tenta combinar as boas propriedades de localização do filtro ISEF de Shen e Castan com as boas propriedades de robustez ao ruído do filtro DG. Este filtro é obtido como exemplo de utilização do método geral de construção de filtros de estimação de contraste, utilizando a técnica de resolução de equações integrais previamente exposta.

O novo filtro de exponenciais misto tem uma resposta definida por:

$$g(x) = A \cdot (c \exp(-c_1|x|) + (1 - c) \exp(-c_2x^2)), \quad (3.56)$$

com  $0 \leq c \leq 1$ ,  $A > 0$  e  $c_1, c_2 > 0$ . A constante  $A$  define a amplitude da resposta do filtro e  $c$  é uma constante que controla quanto do comportamento do filtro de Shen e Castan se encontra sobreposto ao filtro DG. As constantes  $c_1$  e  $c_2$  definem as propriedades de escala dos filtros e devem ser escolhidas de modo a que nas fronteiras da janela do filtro os valores sejam aproximadamente iguais e próximos do zero. Uma regra empírica é escolher  $c_1$  e  $c_2$  de modo a que 95% da área do filtro esteja dentro da janela.

---

<sup>16</sup>Em inglês *generalized edge detector*.

O filtro definido pela Eq. 3.56 é, doravante, designado por MEXP<sup>17</sup>. Na continuação deste texto serão analisadas algumas das características deste tipo de filtro, nomeadamente com a apresentação dum exemplo de projecto.

#### Exemplo de Projecto de um Filtro MEXP

No projecto de filtros MEXP, começa-se por definir as respostas à aplicação do filtro sobre uma imagem com a presença de um contorno.

A Fig. 3.18 mostra algumas respostas no caso unidimensional para vários valores de  $c$ . O parâmetro  $c$  permite controlar se a resposta deve dar maior peso à localização do contorno, caso em que  $c$  se aproxima do valor  $c = 1$ , ou se a resposta deve ser mais suave para prevenir alguns dos efeitos da presença de ruído, caso em que  $c$  se aproxima do valor  $c = 0$ . As outras situações intermédias são todas possíveis. Uma representação gráfica de alguns dos filtros MEXP unidimensionais correspondentes a diversos valores do parâmetro  $c$  pode ser observada na Fig. 3.19. Os filtros de estimação do contraste são obtidos por meio da resolução da equação integral através do procedimento de regularização de Tikhonov. No caso apresentado para este exemplo de projecto, utiliza-se um número de iterações do procedimento de regularização  $N = 100$ , com o parâmetro de regularização  $h = 0,01$ .

O valor máximo e a maior parte da área do filtro MEXP, com ( $c = 0,5$ ), encontram-se mais próximos da origem,  $x = 0$ , do que no caso do filtro DG ( $c = 0$ ), melhorando-se assim as propriedades de localização. Está também presente uma descontinuidade próximo do zero e um decaimento mais suave do que com o filtro ISEF ( $c = 1$ ).

A representação discreta final do filtro pode obter-se realizando a amostragem de uma versão interpolada do filtro regularizado que se encontra originalmente calculado com  $M = 200$  pontos. Foi adoptado para este caso um procedimento de interpolação cúbica (Allen, Pruess, e Shampine 1997, pág. 104).

Os filtros discretos podem ter janelas de várias dimensões  $w_f \in \{3, 5, 7, 10, \dots, 20, \dots\}$ . A quantidade do número de pontos da janela de amostragem deve ser adequada para o fim em causa. No caso de se desejar uma execução mais rápida diminui-se a dimensão da janela, com uma representação menos fiel do filtro e com, porventura, menor vantagem na sua utilização. Na Fig. 3.20 temos representações de vários filtros discretos, com várias janelas de dimensão  $w_f$ , sobrepostas a uma representação de um filtro regularizado. É sobretudo na zona central do filtro que se revela importante a utilização de mais pontos de amostra.

O procedimento de extensão bidimensional, previamente discutido na Secção 3.6, permite obter os coeficientes do filtro MEXP bidimensional. Uma representação gráfica do filtro bidimensional na direcção de filtragem  $OX$  é apresentada na Figura 3.21. A análise de alguns resultados experimentais com o filtro MEXP é exposta de seguida.

---

<sup>17</sup>O acrónimo é derivado da designação em língua inglesa *Mixed Exponential Filter*.

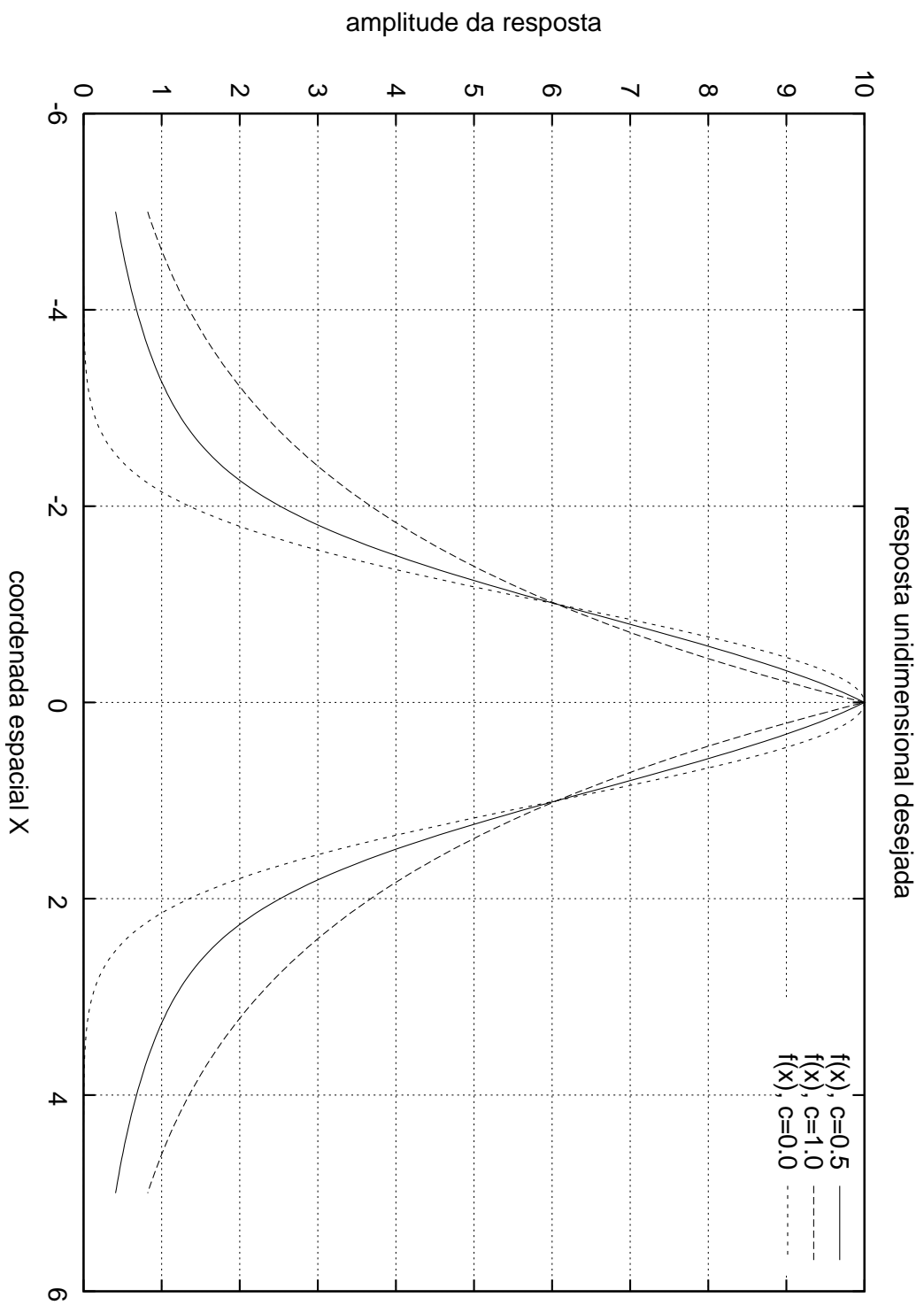


Figura 3.18: Resposta à aplicação do filtro MEXP unidimensional na presença de um contorno ideal do tipo degrau, para vários valores do parâmetro  $c$ . Os valores restantes parâmetros são:  $A = 10$ ,  $c_1 = c_2 = 1$ .



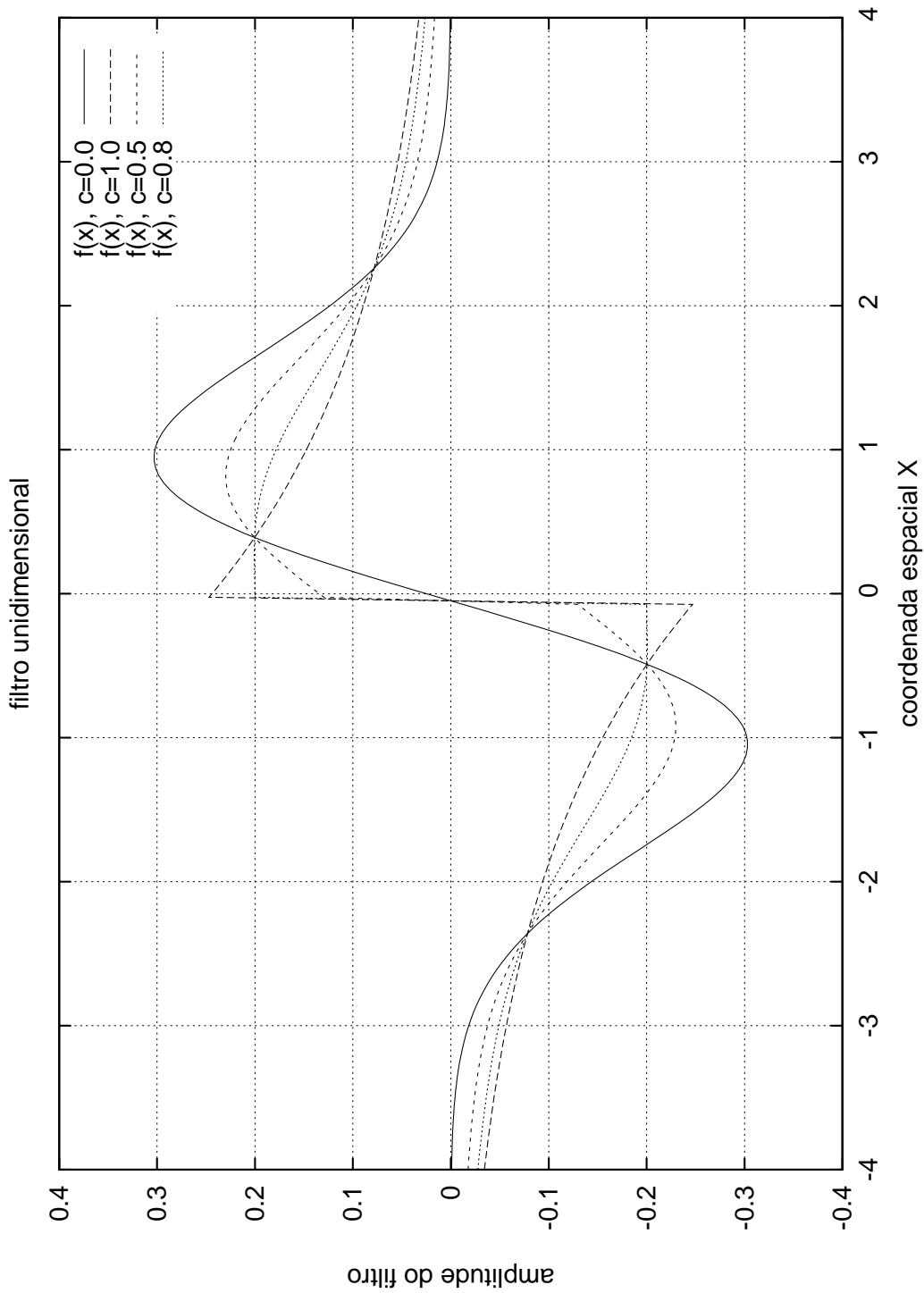


Figura 3.19: Filtros MEXP unidimensionais diversos para respostas com vários valores para o parâmetro  $c$ ,  $A = 10$ ,  $c_1 = c_2 = 1$ .

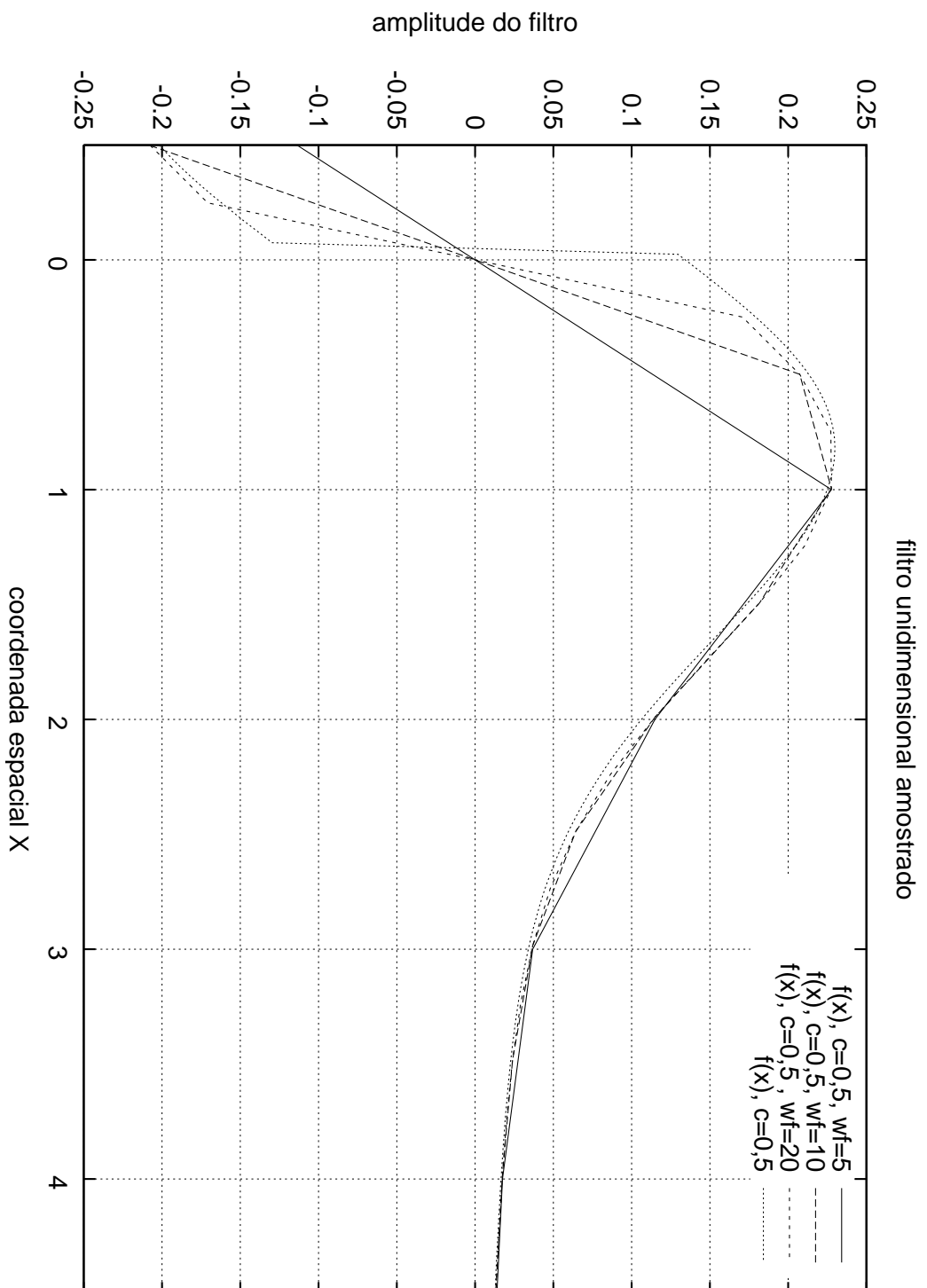


Figura 3.20: Representações discretas do filtro MEXP para um filtro com  $c = 0,5$  e vários valores de dimensão da janela de amostragem  $w_f$ .

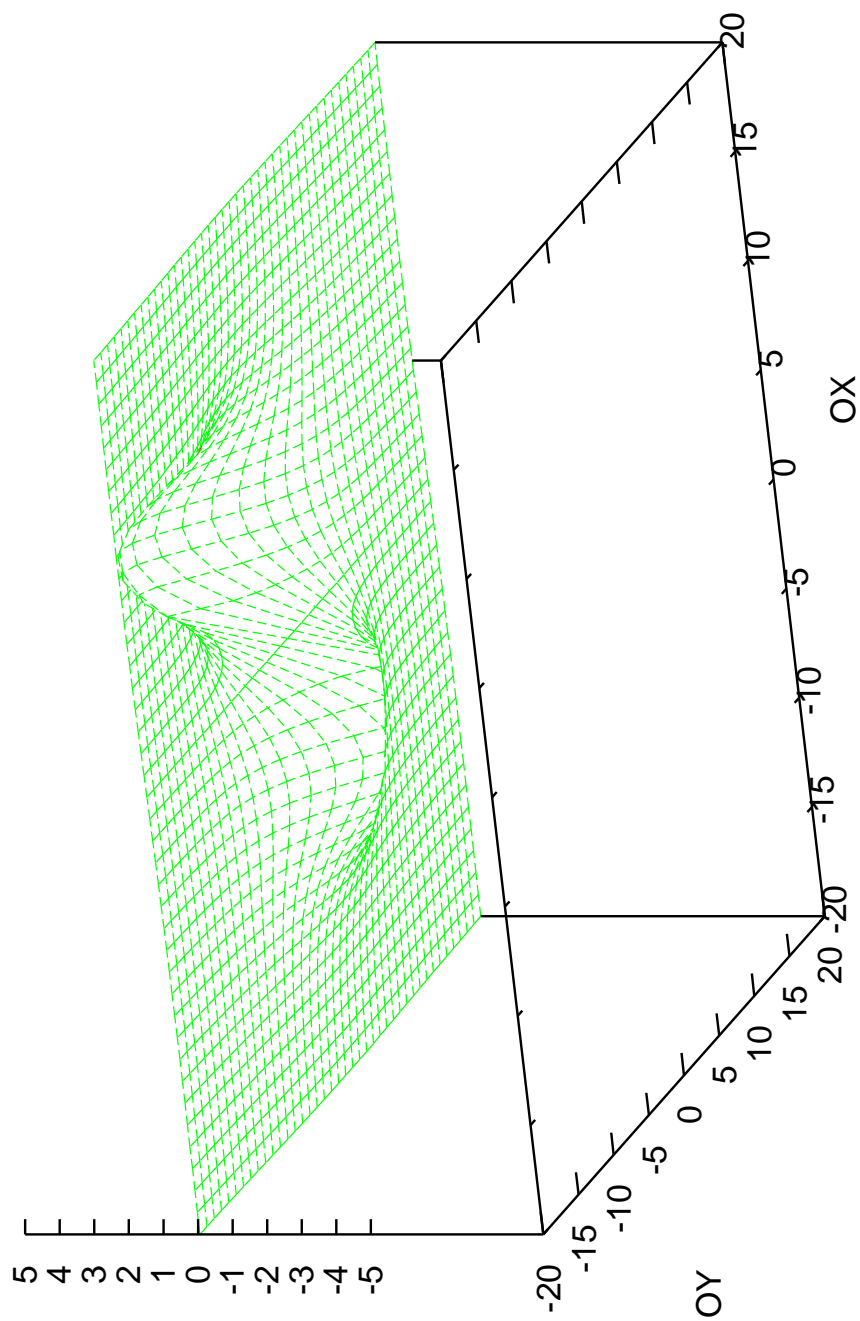


Figura 3.21: Filtro de diferenciação exponencial misto bidimensional para  $c = 0,5$ , (na direcção  $OX$  e com uma janela de dimensão  $w_f = 20$ ).

### Análise do Filtro MEXP

Os estimadores de contraste integram-se no processo de detecção de contornos, devendo a análise do seu comportamento ser contextualizada neste processo. Algumas análises de estimadores de contraste tentam enfatizar a correção da estimativa em termos da diferença de níveis de cinzento entre a região mais clara e a região mais escura na zona de contorno. Outras análises valorizam o comportamento angular dos estimadores. Releva-se, portanto, a robustez em termos de ruído e a isotropia dos operadores. No entanto, em termos do processo de detecção de contornos, o mais importante é o estimador apresentar um valor que seja máximo no ponto em que o contorno se encontra situado.

O comportamento do filtro MEXP, e de outros filtros, é estudado usando três medidas:

- o número de vezes em que, para imagens contaminadas com ruído Gaussiano, o estimador apresenta numa região o valor máximo para o ponto em que se situa o contorno;
- a distância média entre o ponto em que o estimador apresenta um valor máximo e o ponto de contorno, de novo para imagens contaminadas com ruído Gaussiano;
- a figura de mérito de Pratt, frequentemente referenciada na literatura e que pondera a classificação por binarização (Abdou e Pratt 1979).

Com o fim de se poderem comparar os resultados com o filtro MEXP com dimensão da janela,  $w_f = 5$ , projectado com o seguinte conjunto de parâmetros:

$$S = \{A = 10,0; c = 0,5; c_1 = 0,5; c_2 = 0,5; w = 5,0; dw = 0,05\},$$

seleccionou-se um conjunto variado de métodos de estimação do contraste, nomeadamente os seguintes filtros:

**Sobel** filtro de execução rápida e que é frequentemente adoptado em situações de pouco ruído (Duda, Hart, e Stork 2000) ;

**Ando** um filtro que apresenta boas propriedades de precisão e isotropia (Ando 2000a);

**Haralick** dois filtros construídos com base no modelo de facetas (IDD 5x5 e FCC 5x5) (Haralick e Shapiro 1992);

**Azaria** filtros construídos com base no ajuste de superfícies e que parte de modelos unidimensionais (Azaria, Vitsnudel, e Zeevi 1996);

**Davies** filtros construídos com base em momentos (Davies 1992);

**Frei e Chen** filtros com alguma isotropia (Frei e Chen 1977);

**Reeves** filtros construídos com base em momentos (com dimensões 3x3 e 5x5) (Lyvers, Mitchell, Akey, e Reeves 1989);

**Wilson-Bhalerao** filtro com boa isotropia e de pequena dimensão com dimensão  $3 \times 3$  (Wilson e Bhalerao 1992);

**derivada da Gaussiana (DG)** o filtro sugerido por Canny, com parâmetro  $\sigma = 1,0$ ,

É comum, em muitos detectores de contornos, proceder-se à supressão de pontos que não sejam máximo local. É o caso do método de detecção de contornos de Canny. A medida da percentagem de pontos que, na presença de ruído Gaussiano, são estimados como tendo o valor máximo da amplitude do gradiente num determinado ponto é, portanto, útil para aferir da qualidade dos diversos estimadores.

A experiência projectada para obter esta medida utiliza três imagens de semi-planos, com zona clara com intensidade  $h_c = 180$  e zona escura com intensidade  $h_e = 80$ , inclinados de  $\theta \in \{0,1; 10,5; 22,5\}$  graus e que são suavizadas com a aplicação de um filtro de média Gaussiano com  $\sigma = 0,5$ , para simular os efeitos da óptica. Nestas imagens é adicionado ruído Gaussiano de média nula com desvio padrão,  $\sigma \in \{1, 2, \dots, 20\}$ . Para obter as medidas geraram-se  $N = 5\,000$  imagens por cada valor do desvio padrão  $\sigma$ , de forma a que a estimativa tivesse um erro suficientemente baixo para uma representação adequada em gráfico.

#### Distância Média ao Ponto de Contorno

O conjunto constituído pelas Fig. 3.22, Fig. 3.23 e Fig. 3.24, apresenta os resultados da medida da distância média do ponto (DMPC), em que se mediu localmente a estimativa de amplitude máxima, para cada operador, ao ponto de contorno. No eixo das abcissas encontram-se representados os valores do desvio padrão do ruído Gaussiano e no eixo das ordenadas estão representadas as distâncias médias.

No caso da generalidade dos operadores a DMPC sobe progressivamente a partir de um desvio padrão  $\sigma = 7,0$ . A  $22,5$  graus o melhor comportamento é do operador *DG*; a  $0,1$  e a  $10,5$  graus o operador de *Ando* é o que apresenta os melhores resultados. É de salientar que o operador *MEXP* tem resultados consistentes para o conjunto de ângulos, considerando que, não sendo o operador que apresenta as distâncias médias menores, é no entanto o que mais se aproxima.

#### Percentagem de Pontos com Amplitude Máxima Estimada Correcta

A representação da percentagem de pontos com amplitude máxima do gradiente estimado no ponto correcto encontra-se nas Fig. 3.25, Fig. 3.26 e Fig. 3.27. Na obtenção dos valores considerou-se que o ponto de contorno correspondente à estimativa de amplitude máxima do gradiente está correctamente determinado quando se encontra numa distância inferior a 1 pixel do ponto central. Os operadores *DG* e *MEXP* são os que, consistentemente, para os diversos ângulos de inclinação dos semi-planos, apresentam os melhores resultados. Mesmo quando os valores do desvio padrão do ruído se aproximam

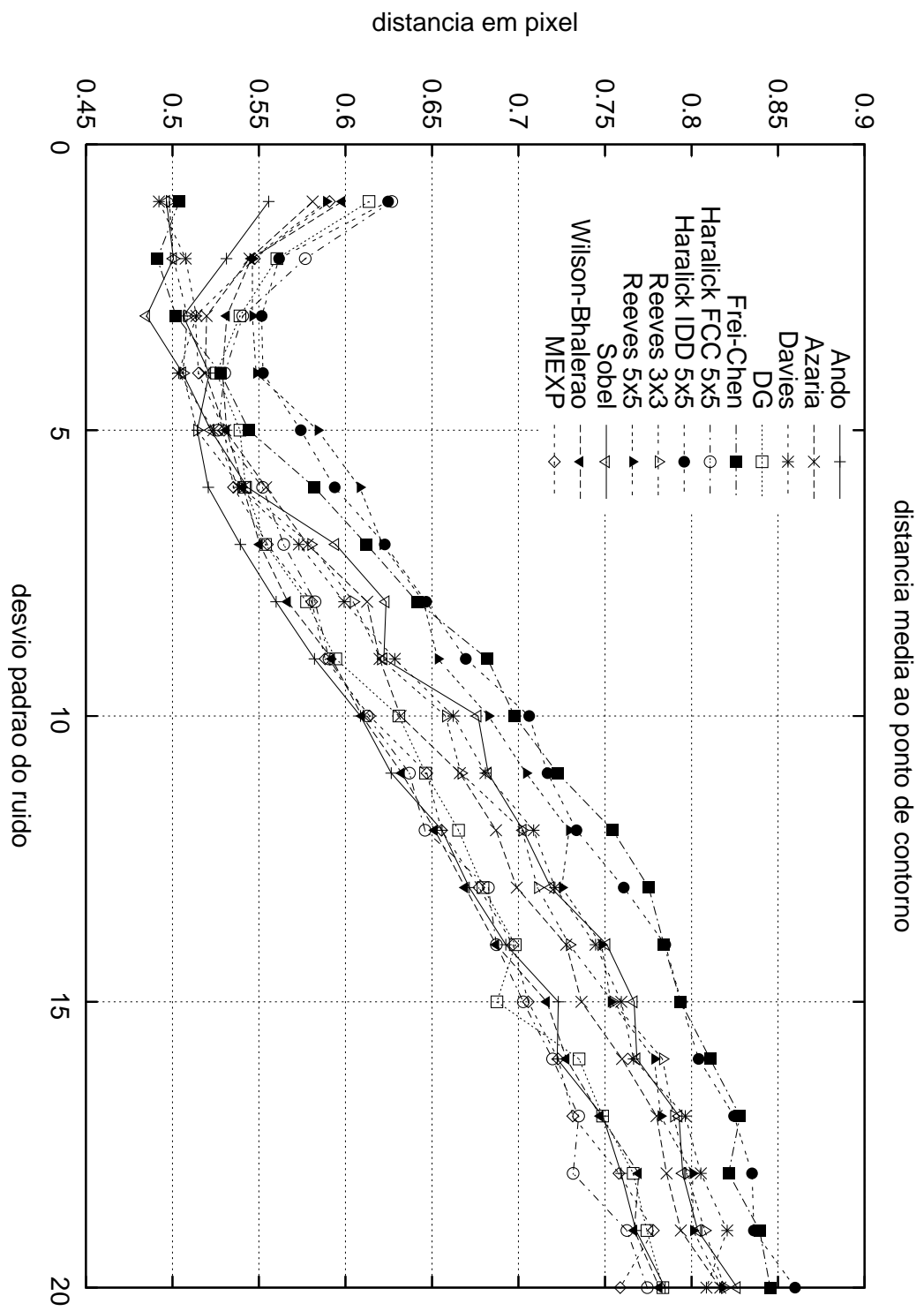


Figura 3.22: Distância média ao ponto de contorno correcto para o semi-plano com o ângulo de inclinação  $\theta = 0,1$  graus.

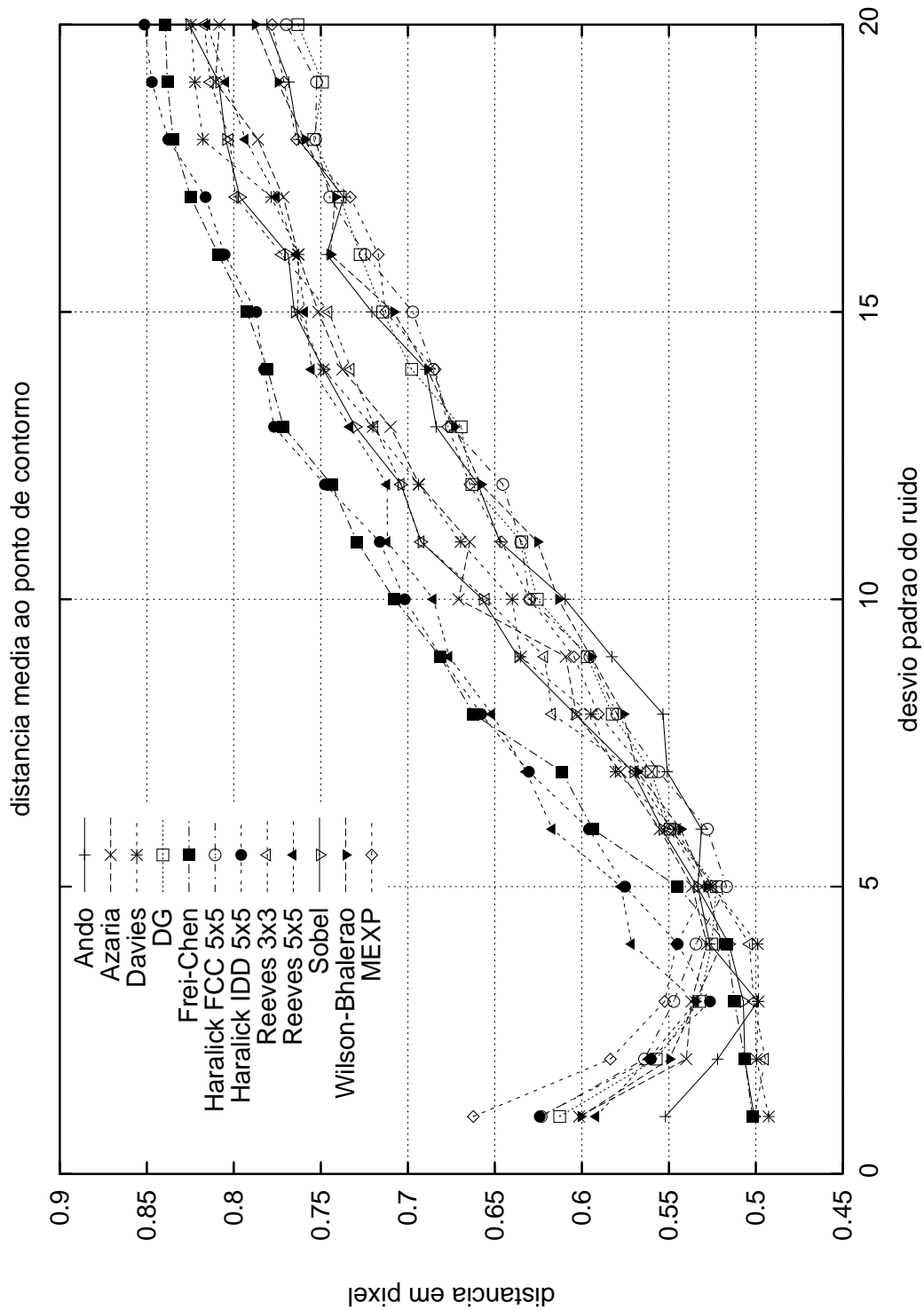


Figura 3.23: Distância média ao ponto de contorno correcto para o semi-plano com o ângulo de inclinação  $\theta = 10,5$  graus.

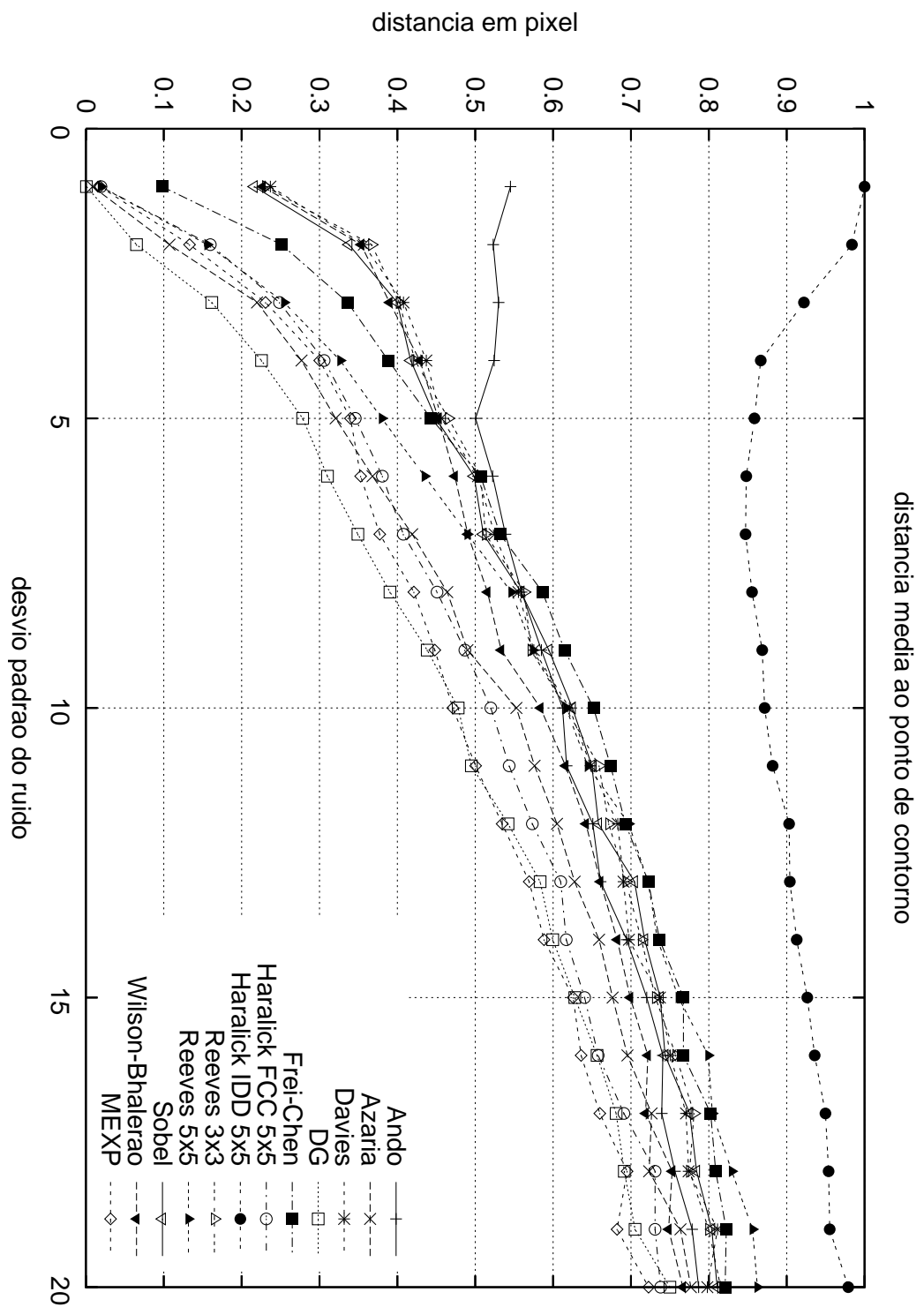


Figura 3.24: Distância média ao ponto de contorno correcto para o semi-plano com o ângulo de inclinação  $\theta = 22,5$  graus.



de  $\sigma = 20$ , as taxas de detecção correcta continuam, para estes operadores, acima de 90%.

### Figura de Mérito de Pratt

A figura de mérito de Pratt pondera três tipos de erros associados à determinação de um ponto de contorno: a não classificação de pontos como sendo de contorno quando efectivamente o são; a classificação de flutuações devidas ao ruído como sendo pontos de contorno e a localização errada de pontos de contorno.

A figura de mérito de Pratt é calculada através da Eq. 3.57:

$$R = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{I_A} \frac{1}{1 + ad^2}, \quad (3.57)$$

em que  $I_N = \max\{I_A, I_I\}$ , sendo que  $I_I$  representa o número de pontos de contorno de um mapa de contornos ideal e  $I_A$  o mapa de contornos real,  $a$  é um constante que determina a escala e  $d$  é a distância de separação de um ponto de contorno real normal à linha de pontos de contorno ideal. O factor de escala  $a$  é normalizado de modo a que  $R = 1$  para contornos perfeitamente detectados.

Adoptou-se na estimação da figura de mérito de Pratt o valor  $a = \frac{1}{9}$ . A imagem adoptada para o cálculo da figura de mérito tem dimensão  $400 \times 25$  e apresenta um semi-plano de separação com contraste  $h = 100$  em coordenadas  $(x_1, x_2) = (x, 13)$ . A relação sinal-ruído encontra-se determinada pela expressão:

$$\text{SNR (dB)} = 20 \log \left( \frac{\sigma}{h} \right)$$

com  $h = 100$ . O ruído adicionado à imagem possui carácter Gaussiano com média nula e valores do desvio padrão  $\sigma$ .

A figura de mérito de Pratt calculada para os métodos de estimação de contraste que se enumeraram previamente encontra-se representada na Fig. 3.29 e na Fig. 3.28.

Os filtros MEXP, com dimensão de janela  $w_f = 5$ , e com  $c = 0.5$  e  $\sigma = 1.0$  apresentam comportamento semelhante ao filtro DG com  $\sigma = 1.0$  sendo os melhores do lote testado. Os filtros propostos por Haralick encontram-se próximo deste valor.

## 3.8 Conclusões

O capítulo apresenta um novo procedimento de projecto de filtros de detecção de contornos, obtidos por meio da resolução de equações integrais do primeiro género de Fredholm. É apresentada a formulação destas equações integrais utilizando diversos modelos de contornos e de respostas à detecção dos mesmos.

A resolução das equações integrais por meio de quadratura e de regularização iterativa de Tikhonov é efectuada para diversos modelos de contorno: abrupto, rampa

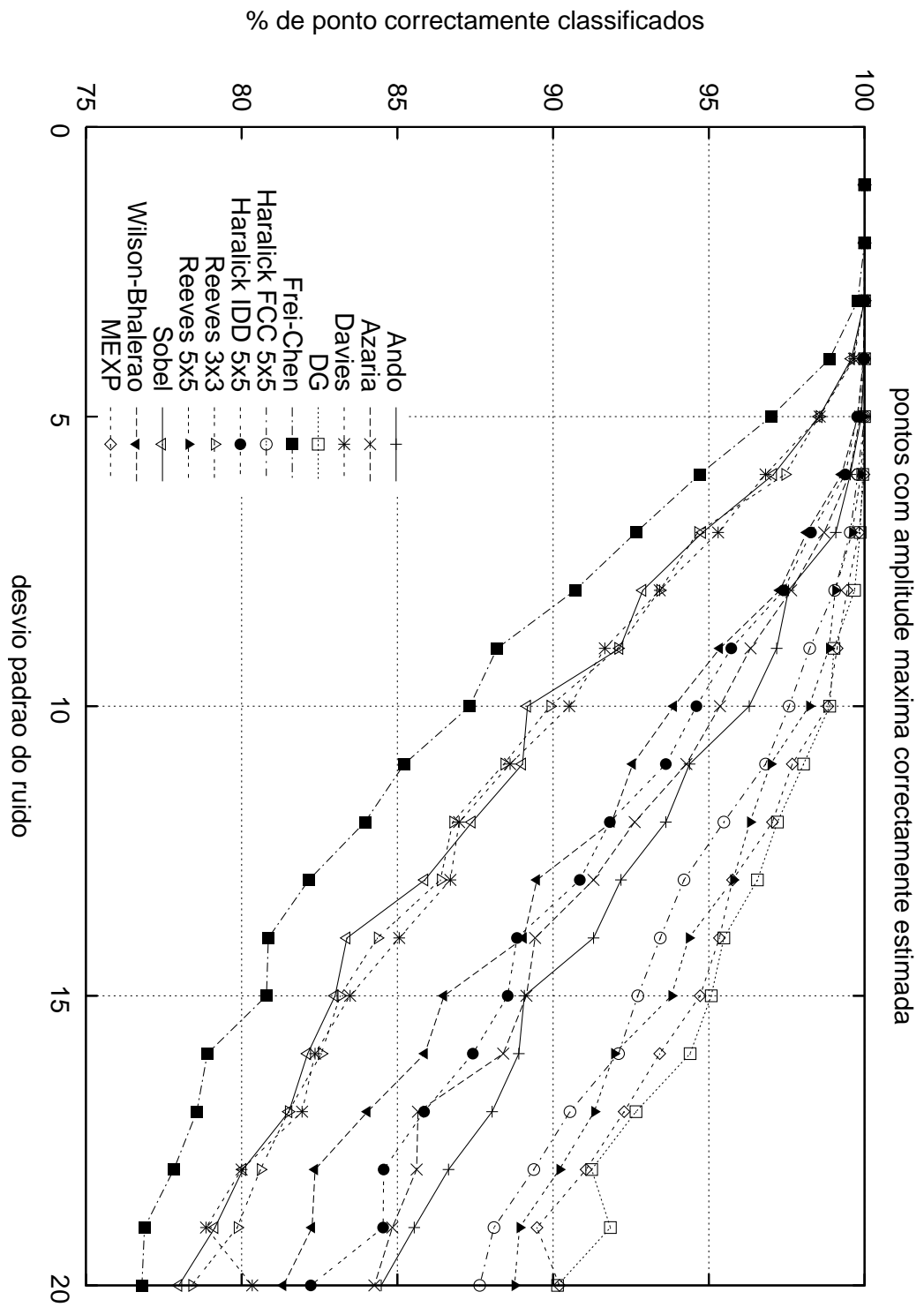


Figura 3.25: Percentagem de pontos com máximo para um ângulo de semi-plano  $\theta = 0,1$  graus.

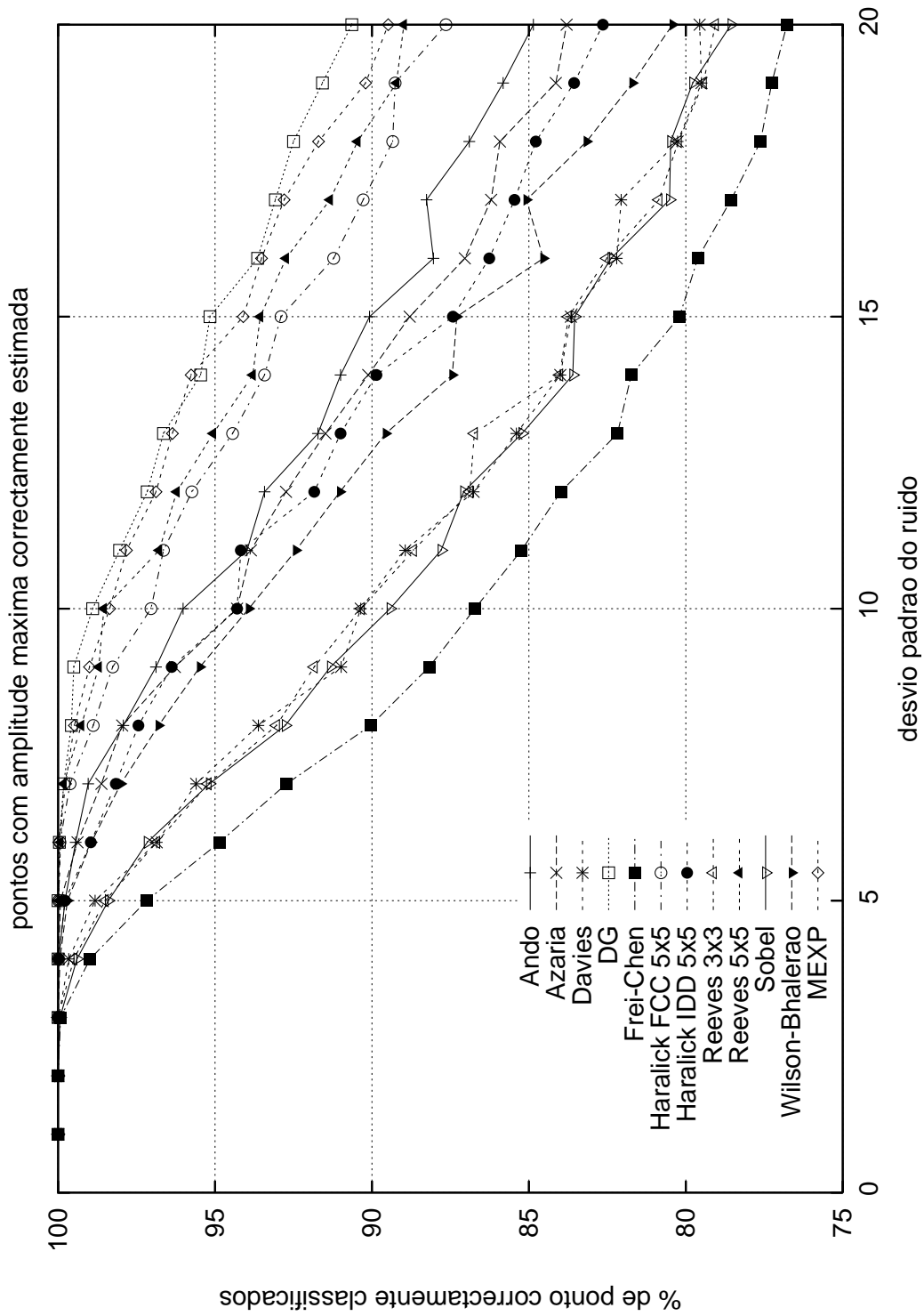


Figura 3.26: Percentagem de pontos com máximo para um ângulo de semi-plano  $\theta = 10,5$  graus.

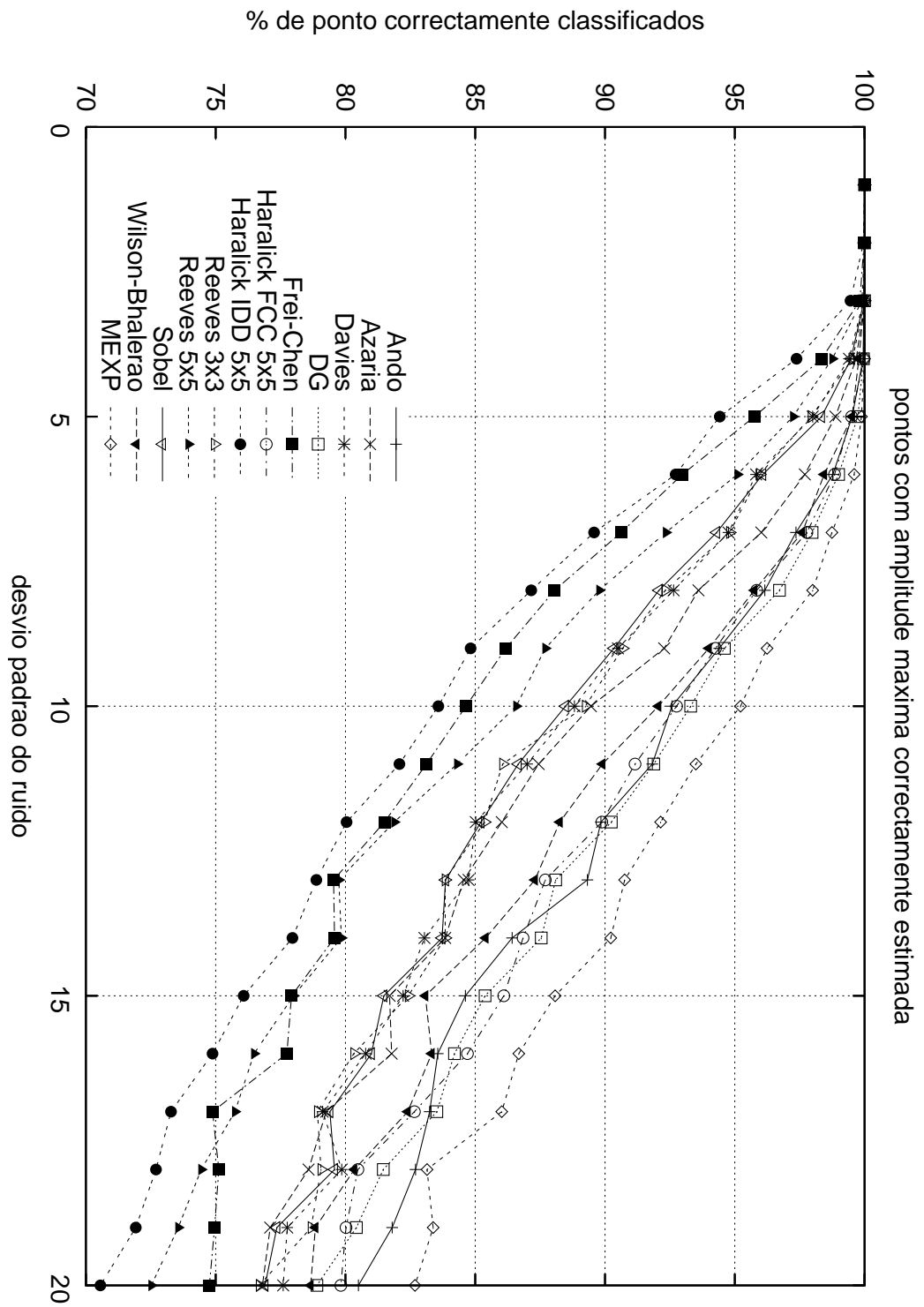


Figura 3.27: Percentagem de pontos com máximo para um ângulo de semi-plano  $\theta = 22,5$  graus.

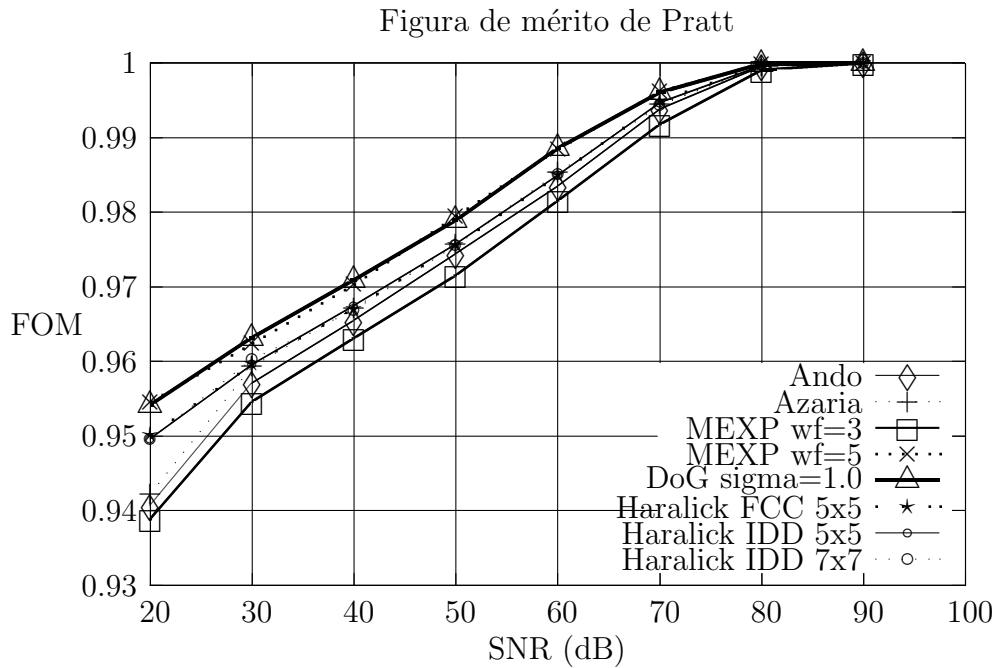


Figura 3.28: Apresenta-se as estimativas da figura de mérito de Pratt para um conjunto de valores da relação de sinal-ruído, entre 100 dB e 20 dB, para um conjunto de estimadores de contraste com desempenho de melhor nível.

SNR (dB)	90	60	30	10
MEXP $w_f = 5$	100,00	98,85	96,24	93,93
DG ( $\sigma = 1.0$ )	100,00	98,85	96,31	93,52
Haralick IDD $5 \times 5$	100,00	98,50	95,96	92,62
Haralick FCC $5 \times 5$	100,00	98,50	95,97	92,77

Tabela 3.1: Figura de mérito de Pratt para os melhores operadores. O valor da figura de mérito encontra-se multiplicado por 100 para melhor representação dos valores.

simples, Petrou-Kittler e Nalwa-Binford. O número de pontos utilizados na resolução das equações é muito superior ao utilizado em filtros de detecção de contornos, pelo que se propõe um método de amostragem, com interpolação, para obter os filtros finais.

A partir da resolução para vários modelos de rampa, observa-se que os filtros obtidos são relativamente independentes do modelo de contorno, sendo mais sensíveis à fixação da resposta no procedimento de resolução.

Neste capítulo, apresenta-se ainda uma nova técnica de obtenção de filtros de estimação de contraste bidimensionais sem a utilização da formulação tradicional com tensores. Esta técnica simplifica consideravelmente o projecto de detectores de contor-

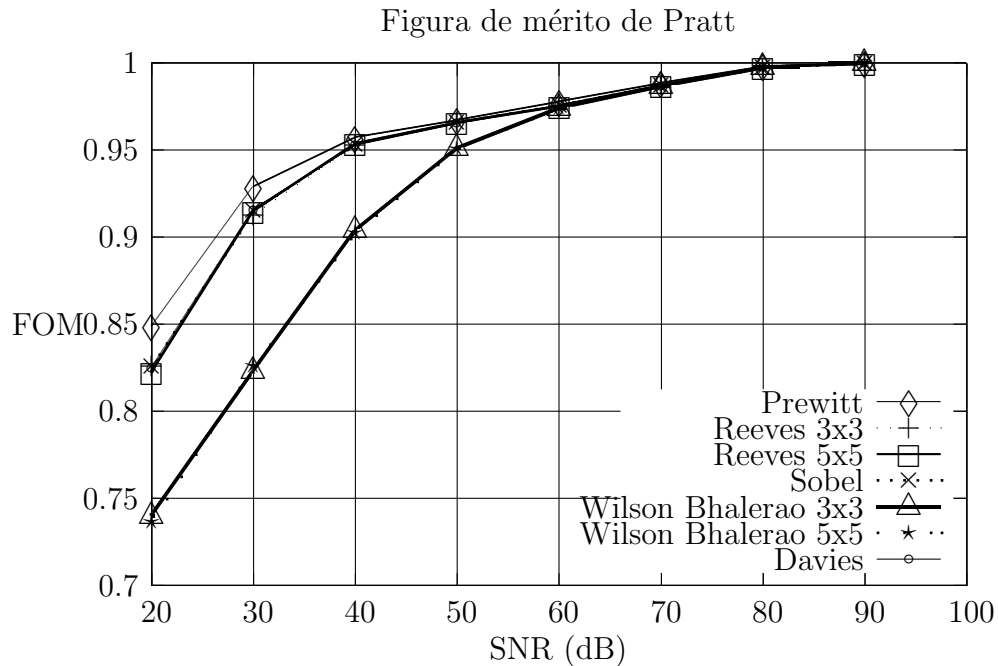


Figura 3.29: Apresenta-se as estimativas da figura de mérito de Pratt para um conjunto de valores da relação de sinal-ruído, entre 100 dB e 20 dB, para um conjunto de estimadores de contraste com desempenho de menor nível.

nos e decorre da isotropia do problema.

O exemplo de projecto utilizando esta nova metodologia resulta num novo filtro projectado tendo em vista a melhoria da estimativa de localização do contorno. É designado por MEXP (*Mixed Exponential Filter*). Este filtro resulta da combinação das respostas do filtro ISEF de Shen e Castan e do filtro DG, de modo a melhorar o comportamento em localização de contornos sem prejudicar o comportamento face ao ruído. Os resultados experimentais mostram que, de forma consistente, a detecção dos pontos de contorno com a utilização deste filtro apresenta um desempenho igual ou superior ao obtido com o filtro *DG* para contornos do tipo degrau imerso em ruído Gaussiano.

Este método de projecto de filtros de estimação de contraste pode futuramente ser estudado em termos de: incorporação de modelos de contorno que tomem em conta o ruído; construção de métodos que tenham modelos de contorno bidimensionais mais gerais; e aplicação de critérios mais exigentes na resposta estipulada. Os critérios de mérito usados em diversos métodos de aferição da qualidade da estimação de contraste podem determinar a resposta dos filtros *a priori* e assim determinar as equações integrais a ser usadas para projecto dos filtros de estimação do contraste.

## Referências Bibliográficas

- Abdou, I. E. e W. K. Pratt. 1979. “Quantitative Design and Evaluation Enhancement/Thresholding Edge Detectors.” *Proceedings of the IEEE* 67:753–763.
- Allen, Richard, Steve Pruess, e Lawrence Shampine. 1997. *Fundamentals of Numeric Computing*. John Wiley and Sons, Inc.
- Ando, Shigeru. 2000a. “Consistent Gradient Operators.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 22 (3): 252–265.
- Azaria, M., I. Vitsnudel, e Y. Y. Zeevi. 1996. “The Design of Two-Dimensional Gradient Estimators Based on One-Dimensional Operators.” *IEEE Transactions on Image Processing* 5 (1): 155–159 (Janeiro).
- Bautu, Elena, Andrei Bautu, e Henri Luchian. 2005. “A GEP-Based Approach for Solving Fredholm First Kind Integral Equations.” *SYNASC '05: Proceedings of the Seventh International Symposium on Symbolic and Numeric Algorithms for Scientific Computing*. Washington, DC, USA: IEEE Computer Society, 325.
- Bertero, Mario, Tomaso A. Poggio, e Vincent Torre. 1988b. “Ill-Posed Problems in Early Vision.” *Proceedings of the IEEE* 76 (8): 869–889.
- Böttcher, Albrecht, Bernd Hoffman, Ulrich Tautenhan, e Masahiro Yamamoto. 2006. “Convergence Rates for Tikhonov Regularization from Different Kinds of Smoothness Conditions.” *Applicable Analysis* 85:555–578.
- Caeiro, José Jasnau e Moisés Piedade. 2003. “Mixed Exponentials Filter for Edge Detection and the Fredholm Integral Equation of the First Kind.” *International Conference on Image Processing 2003*. 441–444.
- Canny, John. 1986. “A Computational Approach to Edge Detection.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 8 (6): 679–698 (Novembro).
- Davies, E. 1992. “A Skimming Technique for Fast Accurate Edge Detection.” *Signal Processing* 26 (1): 1–16 (Janeiro).
- Demigny, Didier e Tawfik Kamlé. 1997. “A Discrete Expression of Canny’s Criteria for Step Edge Detector Performances Evaluation.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 19 (11): 1199–1211 (Novembro).
- Duda, Richard O., Peter E. Hart, e David G. Stork. 2000. *Pattern Classification and Scene Analysis*. 2.<sup>a</sup> Ed. Wiley.
- Frei, W. e C. Chen. 1977. “Fast Boundary Detection: A Generalization and a New Algorithm.” *IEEE Transactions on Computers* C (26): 988–998 (Outubro).
- Goswami, Jaideva C., Andrew K. Chan, e Charles K. Chui. 1995. “On Solving First-Kind Integral Equations Using Wavelets on a Bounded Interval.” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation* 43 (6): 614–622 (jun).

- Gökmen, Muhittin e Anil K. Jain. 1997. “ $\lambda\tau$ -Space Representation of Images and Generalized Edge Detector.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 19 (6): 545–563 (Junho).
- Haralick, Robert e Linda Shapiro. 1992. *Computer and Robot Vision*. Volume 1. Madrid: Addison-Wesley Publishing Company, Inc.
- Jain, Ramesh, Rangachar Kasturi, e Brian G. Schunck. 1995. *Machine Vision*. McGraw-Hill Series in Computer Science. Editado por Eric M. Munson. Lisboa: McGraw-Hill, Inc. ISBN 0-07-032018-7.
- Lu, Yi e Ramesh Jain. 1989. “Behavior of Edges in Scale Space.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 11 (3): 337–356 (Abril).
- Lyvers, Edward P. e O. Robert Mitchell. 1988. “Precision Edge Contrast and Orientation Estimation.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 10 (6): 927–937 (Novembro).
- Lyvers, Edward, Owen Mitchell, Mark Akey, e Anthony Reeves. 1989. “Subpixel Measurements Using a Moment-Based Edge Operator.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 11 (12): 1293–1309 (Dezembro).
- Mead, Lawrence R. 1986. “Approximate Solution of Fredholm Integral Equations by the Maximum-Entropy Method.” *Journal of Mathematical Physics* 27 (12): 2903–2907 (Dezembro).
- Meer, Peter e Bogdan Georgescu. 2001. “Edge Detection with Embedded Confidence.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 23 (12): 1351–1365 (Dezembro).
- Nalwa, Vishvjit e Thomas Binford. 1986. “On Detecting Edges.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 8 (6): 699–714 (Novembro).
- Nevels, Robert D., Jaideva C. Goswami, e Hooman Tehrani. 1997. “Semi-Orthogonal Versus Orthogonal Wavelet Basis Sets for Solving Integral Equations.” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation* 45 (9): 1332–1339 (Setembro).
- Paillou, P. 1994. “Non-antisymmetrical Edge Profile Detection.” *Pattern Recognition Letters* 15:595–605.
- Petrou, Maria e Josef Kittler. 1991. “Optimal Edge Detectors for Ramp Edges.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 13 (5): 483–491 (Maio).
- Phillips, David L. 1962. “A Technique for the Numerical Solution of Certain Integral Equations of the First Kind.” *J. ACM* 9 (1): 84–97.
- Press, William H., Saul A. Teukolsky, William T. Vetterling, e Brian P. Flannery. 1992. *Numerical Recipes in C*. 2. Cambridge University Press.



- Qian, Richard J. e Thomas S. Huang. 1995b, Outubro. “A Two-Dimensional Edge Detection Scheme for General Visual Processing.” *Proceedings of the 12th International Conference on Pattern Recognition*, Volume 1. International Association for Pattern Recognition Jerusalem, Israel: IEEE Computer Society Press, 595–598.
- Qian, Richard J. e Thomas S. Huang. 1996. “Optimal Edge Detection in Two-Dimensional Images.” *IEEE Transactions on Image Processing* 5 (7): 1215–1220 (Julho).
- Rakesh, Rishi R., Probal Chaudhuri, e C. A. Murthy. 2004. “Thresholding in Edge Detection: a Statistical Approach.” *IEEE Transactions on Image Processing* 13 (7): 927–936.
- Shah, Mubarak e Arun Sood. 1986. “Pulse and Staircase Edge Models.” *Computer Vision Graphics and Image Processing* 34:321–343.
- Shen, J. e S. Castan. 1992. “An Optimal Linear Operator for Step Edge Detection.” *Computer Vision Graphics and Image Processing: Graphical Models and Image Processing* 54 (2): 112–133 (Março).
- Strand, Otto Neall e Ed. R. Westwater. 1968. “Statistical Estimation of the Numerical Solution of a Fredholm Integral Equation of the First Kind.” *J. ACM* 15 (1): 100–114.
- Tikhonov, A. N. 1963. “Solution of Incorrectly Formulated Problems and the Regularization Method.” *Soviet Math Dokl*, no. 151:501–504.
- Tsao, Min. 1996. “A Measure of Accuracy for Quadrature Methods for Fredholm Equations of the First Kind.” *J. Comput. Appl. Math.* 69 (2): 243–249.
- Twomey, S. 1963. “On the Numerical Solution of Fredholm Integral Equations of the First Kind by the Inversion of the Linear System Produced by Quadrature.” *J. ACM* 10 (1): 97–101.
- Wang, Zhiqian, K. Rangunath Rao, e Jezekiel Ben-Arie. 1995, Outubro. “Optimal DNSR Detector for Ramp Edges.” *Proceedings of the International Conference on Image Processing ICIP-95*, Volume 2. IEEE Signal Processing Society Washington, D.C.: The IEEE Computer Society Press, 153–156.
- Wang, Zhiqian, K. Raghunath Rao, e Jezekiel Ben-Arie. 1996. “Optimal Ramp Edge Detection Using Expansion Matching.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 18 (11): 1092–1097 (Novembro).
- Wilson, R. e A. Bhalerao. 1992. “Kernel Designs for Efficient Multiresolution Edge Detection and Orientation Estimation.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 14 (3): 384–390 (Março).
- Wing, George Milton. 1991. *A Primer on Integral Equations of the First Kind: The Problem of Deconvolution and Unfolding*. SIAM Society for Industrial and Applied Mathematics.

Ziou, Djemel. 2001. “The Influence of Edge Direction on the Estimation of Edge Contrast and Orientation.” *Pattern Recognition* 34:855–863.

*Nada tem o poder de alargar a mente como a capacidade de investigar sistematicamente e verdadeiramente tudo o que aparece debaixo da tua observação na vida.* Marco Aurélio, 121–180

# 4

## Classificação Inicial de Contornos

### Conteúdo

---

<b>4.1</b>	<b>Introdução</b>	<b>112</b>
<b>4.2</b>	<b>O Novo Processo de Classificação de Contornos</b>	<b>117</b>
<b>4.3</b>	<b>A Densidade de Distribuição do Gradiente</b>	<b>120</b>
<b>4.4</b>	<b>A Distribuição dos Valores Ordenados de Amplitude do Gradiente</b>	<b>128</b>
<b>4.5</b>	<b>Classificação por Ordenação de Vizinhanças</b>	<b>135</b>
<b>4.6</b>	<b>Conclusões</b>	<b>137</b>
	Referências Bibliográficas	140

---



---

**E**STE capítulo trata da classificação inicial dos pontos da imagem em pontos de *contorno* ou de *não-contorno*. É analisado um novo método de classificação contextual para objectos que apresentam propriedades rectilíneas ao nível local.

O classificador proposto tenta, sobretudo, resolver o problema dos erros de classificação associados a falsos positivos, em que pontos que não são de contorno são classificados como sendo pontos de contorno. Este tipo de problema é similar, em certa medida, ao que o método de supressão de não-máximos se propõe resolver. Os pontos classificados por estes métodos são usados como suporte para procedimentos de agrupamento e ligação de contornos.

O novo método de classificação utiliza informação contextual local através da análise das relações entre pontos de vizinhanças ordenados sob a forma de sequências em função da estimativa de contraste. Apresentam-se as estatísticas de ordem correspondentes a estas sequências ordenadas em torno do ponto da imagem a ser classificado, a fim de deduzir algumas das propriedades de relevo do novo classificador. Este processo de classificação inicial de pontos de contorno é parte de toda a metodologia de detecção de contornos exposta ao longo da dissertação.

O capítulo inicia-se com a Secção 4.1, em que se introduz o tema da classificação de pontos de contorno. Referem-se algumas das técnicas de classificação de contornos mais utilizadas, algumas das propostas que se encontram na literatura sobre o assunto e descrevem-se alguns dos problemas encontrados. Na Secção 4.2 é apresentado, em traços globais, o processo de classificação de contornos. Relaciona-se o modelo de contorno local adoptado com a nova metodologia de classificação de contornos. As vizinhanças do ponto a classificar são analisadas em função deste modelo de contorno elementar, introduzindo-se a noção das sequências ordenadas de pontos vizinhos e derivando a expressão do classificador.

Na Secção 4.3 são abordados os modelos de ruído presente nas imagens adquiridas por dispositivos electrónicos, o modelo de ruído adoptado e as funções densidade de distribuição dos valores dos estimadores de contraste à base de filtros lineares.

Na Secção 4.4 calculam-se as funções densidade de distribuição das estatísticas de ordem associadas às estimativas de contraste local obtidas por meio da aplicação de filtros lineares. Estas são usadas para compreender as propriedades do novo classificador que se propõe, que se encontram associadas às sequências ordenadas usadas por este classificador.

Na Secção 4.5 é descrita a classificação dos pontos de contorno utilizando as sequências ordenadas das vizinhanças. O procedimento é contextualizado dentro do tema dos testes de hipóteses estatísticos. Nesta secção apresentam-se também alguns resultados experimentais, nomeadamente sobre os erros do tipo *I* e tipo *II* que se cometem com a utilização do classificador proposto. A secção é finalizada com o pseudo-código correspondente ao procedimento de classificação.

O capítulo chega ao seu fim com conclusões que são apresentadas na Secção 4.6.

## 4.1 Introdução

A detecção de contornos realiza-se geralmente em duas fases: a estimação de propriedades relacionadas com contornos a partir das imagens digitais e a classificação em pontos de contorno ou pontos de fundo da imagem. A fase da estimação de propriedades é sub-dividida, por vezes, numa fase de pré-processamento, destinada a atenuar os efeitos negativos da aquisição e geração da imagem (como é o caso do ruído), e numa fase de estimação do contraste normalmente concretizada por meio da aplicação de filtros lineares. A fase de classificação é frequentemente dividida em duas partes: a classificação inicial de pontos de contorno e a subsequente reclassificação ou agrupamento de pontos de contorno tendo em vista a melhoria da detecção de contornos.

Na Fig. 4.1 é exibido um diagrama que representa genericamente o processo de classificação de contornos. À imagem  $F$  é aplicado um operador de estimação do contraste,  $H_g$ , resultando no mapa de contraste,  $G = H_g(F)$ . O operador de classificação de contornos,  $H_m$ , é então aplicado ao mapa de contraste,  $G$ , resultando no mapa de contornos  $M = H_m(G)$  em que cada pixel da imagem é classificado como pertencente à classe  $C_{contorno}$ , ou à classe  $C_{-contorno}$ . Esta representação realiza a correspondência entre um

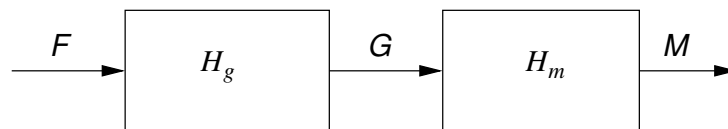


Figura 4.1: A figura representa o processo de classificação de contornos geral.

sistema geral de detecção de um sinal e o caso particular da detecção de contornos (van Trees 1968).

A classificação de pontos de contorno é, nesta tese, entendida como um processo em duas partes: uma classificação inicial de pontos de contorno, em que a probabilidade de classificar um ponto que não seja de contorno como sendo de contorno é muito baixa, e um processo de classificação subsequente que recupera pontos inicialmente rejeitados através de um processo de agrupamento de contornos. Esta classificação inicial é o tema deste capítulo.

Deve referir-se que o método de Canny é frequentemente considerado como termo de comparação para a análise do desempenho de detectores de contornos, devido à sua popularidade e à consistência dos seus resultados (Canny 1986). Este método, após a aplicação de um processo de estimação do contraste normalmente realizado por aplicação do filtro *derivada da Gaussiana* (DG)<sup>1</sup>, realiza a extracção dos contornos por meio da aplicação de um algoritmo de supressão de não-máximos seguida de uma binarização por histerese. As desvantagens principais do método encontram-se nesta fase, por causa da técnica de definição dos parâmetros da binarização. A supressão de não máximos

<sup>1</sup>O filtro óptimo apresentado por Canny tem uma resposta muito próxima do filtro DG, e é o próprio Canny que sugere a utilização deste último em substituição do seu filtro óptimo.

reduz a probabilidade de cometer o erro de classificar como ponto de contorno algum ponto que pertença ao fundo. A nova técnica proposta nas secções seguintes sugere uma aproximação semelhante.

Neste capítulo estuda-se a realização de um novo operador  $H_m$  de classificação dos contornos que usa, para melhorar o processo, a ordenação das vizinhanças de cada ponto em função das estimativas do contraste  $G$ . A análise das estatísticas de ordem em torno de cada ponto do mapa de contraste permite sustentar cientificamente este novo método de classificação de pontos de contorno.

### Binarização com Recurso a Limiares de Classificação

O processo mais comum de binarização é um teste de hipóteses simples (Haralick e Shapiro 1992, pág. 344-345), (Dudewicz e Mishra 1988, pág. 433). Em cada ponto,  $P = (k_1, k_2)$ , da imagem determina-se a estimativa do contraste local,  $G(k_1, k_2)$ , por meio de uma medida de amplitude do gradiente, e se esta é suficientemente elevada, acima de um determinado limiar  $th$  no ponto em consideração, então classifica-se este ponto como sendo de contorno,  $P \in C_{contorno}$ . Isto corresponde a considerar:

$$M(k_1, k_2) \in \begin{cases} C_{contorno}, & \text{se } G(k_1, k_2) \geq th \\ C_{-contorno}, & \text{se } G(k_1, k_2) < th \end{cases} . \quad (4.1)$$

Este tipo de aproximação à classificação de contornos levanta a questão da escolha do melhor limiar de classificação. Esta não é uma questão trivial. Uma revisão de várias técnicas encontra-se no artigo publicado por Sahoo *et al.* (Sahoo, Soltani, Wong, e Chen 1988). No caso de distribuições multimodais, é frequentemente referido o método de Otsu para escolha automática do limiar (Otsu 1979). O problema da classificação é estudado por Otsu utilizando um modelo de mistura de distribuições de Gauss. No caso de distribuições unimodais podem referir-se os trabalhos de Rosin, Medina-Carnicer e Madrid-Cuevas (Rosin 2001; Medina-Carnicer e Madrid-Cuevas 2007) .

A classificação mediante um teste de hipóteses estatístico com a amplitude do gradiente num ponto em que exista uma passagem por zero do Laplaciano é proposta por Abraham *et al.* (Abraham, Abraham, Desolneux, e Li-Thiao-Te 2007). A determinação automática do limiar de classificação de contornos usando uma aproximação estatística baseada num modelo de cinco parâmetros extraídos do histograma, que ajusta a soma das funções de densidade de distribuição de pontos de contorno e de não-contorno, é proposta por Henstock e Chelberg (Henstock e Chelberg 1996). Estes autores simplificam a computação substituindo no seu modelo a distribuição de Rayleigh, presente nos mapas de amplitude do gradiente, por uma distribuição Gamma .

Resultados experimentais de curvas características do receptor para grandezas relacionadas com a presença de contornos, nomeadamente a amplitude do gradiente, são apresentadas por Rosin (Rosin 1995). A análise destas curvas e a comparação com a distribuição  $\chi^2$  é realizada por Bradley (Bradley 1996).

Ahmad e Choi aplicam um operador lógico local que resulta na classificação final dos contornos com base em dois mapas de contornos obtidos por binarização: o primeiro como resultado da classificação em pontos de contorno acima de um limiar  $th_1$ , e o segundo como resultado da classificação em pontos de não-contorno para valores abaixo de um limiar  $th_2$  (Ahmad e Choi 1999).

É comum que este tipo de procedimentos resulte em contornos espessos, ou seja, contornos com espessuras transversais superiores a 1 pixel de largura. Como Canny refere no seu artigo (Canny 1986): «...it is very difficult to set a threshold so that there is small probability of marking noise edges while retaining high sensitivity...»<sup>2</sup>, o que o leva a dar preferência à classificação com histerese.

### Melhoria de Contornos por Emagrecimento

A diminuição da espessura dos contornos pode ser realizada através de operadores morfológicos (Jang e Chin 1990). Estes métodos apenas utilizam informação sobre a configuração geométrica dos pontos classificados (Jain 1989). Os algoritmos de emagrecimento removem camadas sucessivas de pontos na fronteira de um padrão até que surja apenas o *esqueleto* do objecto. A remoção ou retenção de um ponto,  $P$ , depende apenas da configuração dos pontos numa vizinhança local contendo  $P$ . Dependendo da forma como examinam os pixel, estes algoritmos podem ser classificados como sequenciais ou paralelos. Num algoritmo sequencial, os pixel são examinados para remoção numa sequência fixa em cada iteração, e a remoção de  $P$  na iteração  $n$  depende de todas as operações realizadas até esta, ou seja, do resultado da  $(n - 1)$ -ésima iteração bem como dos pixel já processados na  $n$ -ésima iteração. Num algoritmo paralelo, a remoção dos pontos na  $n$ -ésima iteração depende apenas do resultado obtido após a  $(n - 1)$ -ésima iteração. Todos os pixel podem ser examinados independentemente de forma paralela em cada iteração (Lam, Lee, e Suen 1992).

Os métodos de emagrecimento introduzem alguma polarização que degrada certas características geométricas dos padrões presentes na imagem binária. A redução da polarização no emagrecimento morfológico é proposta por Chen (Chen 1996). Chen e Yu utilizam propriedades da simetria visual humana para reduzir os efeitos do ruído na distorções geométricas das formas binárias (Chen e Yu 1996).

A redução dos problemas associados à distorção geométrica e ao ruído é o objecto do trabalho de Ahmed que propõe uma técnica de emagrecimento baseada numa rede neuronal do tipo mapa auto-organizativo (Ahmed 1995).

### Classificação de Contornos pelo Método de Canny

O método de Canny consiste numa forma de agrupamento de contornos espacial com informação local. Utiliza a supressão de não-máximos e a classificação com histerese. Este

---

<sup>2</sup>...é muito difícil escolher um limiar de modo a que haja uma pequena probabilidade de marcar contornos com origem em ruído mantendo-se sensibilidade elevada...



agrupamento explora conhecimento *a priori* dos contornos nas imagens. Sabendo que os contornos são espacialmente contíguos, aplica-se o procedimento de classificação por histerese e, sabendo que os contornos têm espessura unitária, aplica-se o procedimento de supressão de não-máximos. Na Fig. 4.2 observa-se o sistema de detecção proposto

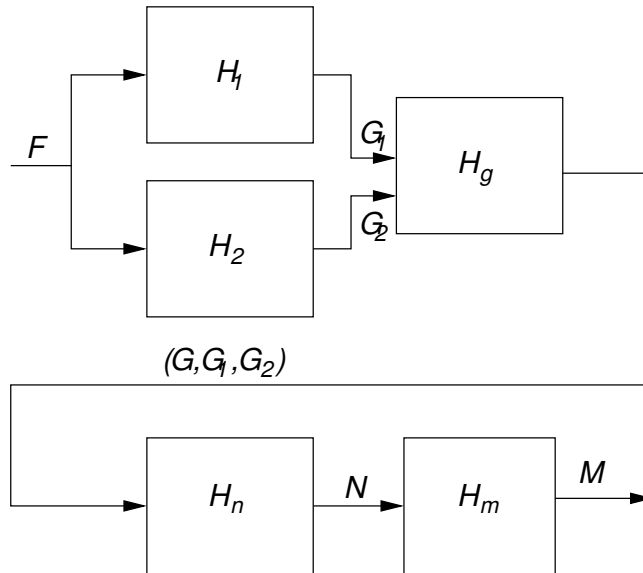


Figura 4.2: A figura representa o método de classificação de contornos de Canny.

por Canny. À imagem  $F$  é aplicado um par de filtros lineares para a estimação das componentes do gradiente em duas direcções ortogonais:  $G_1 = H_1(F)$  e  $G_2 = H_2(F)$ . Na supressão de não-máximos eliminam-se, na vizinhança de um ponto construída ao longo da direcção perpendicular ao desenrolar do contorno, os pontos que não apresentem um máximo local da amplitude do gradiente (Canny 1986). O operador  $H_n$ , de supressão de não-máximos, é aplicado ao triplete constituído pela amplitude do gradiente, e pelas componentes segundo os dois eixos ortogonais,  $(G, G_1, G_2)$ . Em cada ponto da imagem eliminam-se os pontos de  $G$  que, sendo vizinhos e situados sobre a direcção ortogonal ao contorno, definida pelo vector  $\mathbf{G}$ , não sejam máximos locais, garantindo-se assim a espessura unitária do contorno. Resulta daqui um novo mapa de amplitudes do gradiente  $N$ .

O procedimento de classificação prossegue com a operação de binarização por histerese,  $M = H_m(N)$ , que resulta no mapa de contornos final. Na binarização por histerese, classificam-se os pontos da imagem com amplitudes do gradiente muito elevadas como pontos de contorno, e depois prossegue-se a observação sucessiva dos pontos conexos a estes até que os novos pontos a agregar ao contorno se encontrem abaixo de um determinado limiar. Os limiares superior,  $th_1$ , e inferior,  $th_2$ , são definidos em função do sinal e do ruído presentes na imagem.

A estimação adaptativa dos parâmetros da binarização por histerese é uma forma de eliminar o carácter heurístico deste método de classificação de contornos (Hancock

e Kittler 1991a). Estes autores traduzem a ideia de Canny de conexão dos pontos de contorno como um processo de decisão contextual de cariz Bayesiano e introduzem um terceiro limiar relacionado com a remoção de contornos sem significado.

A incorporação das variações locais da imagem é apontada como necessária por diversos autores. Rakesh, Chaudhuri e Murthy usam a análise estatística das vizinhanças dos pontos a classificar de forma a normalizar os limiares de classificação empregues na metodologia de Canny (Rakesh, Chaudhuri, e Murthy 2004).

A utilização de redes neuronais na determinação dos limiares é outra forma de obter uma classificação com maior qualidade e sem escolha extemporânea dos limiares de classificação (Accame e Natale 1997).

### **Técnicas de Relaxação na Classificação Contextual de Contornos**

A relaxação probabilística é uma técnica de classificação que se baseia na actualização iterativa da probabilidade disponível para um conjunto de classes de pertença, para cada um dos pixel da imagem. Na computação é essencial a escolha de uma função que combine a evidência contextual da vizinhança e que incorpore algum conhecimento estrutural prévio sobre a tarefa de classificação em causa.

Encontram-se descritas várias estratégias de classificação contextual na literatura, sendo a maior parte englobadas pelo termo relaxação. O objectivo comum é a melhoria da consistência da classificação dos objectos. A utilização de informação resultante, sob a forma de medidas dos objectos em causa e o conhecimento prévio das restrições que se aplicam numa determinada tarefa de classificação permitem atingir este objectivo. Os processos de relaxação utilizam esta informação de modos diversos. A relaxação discreta, por exemplo, ocupa-se da actualização das classificações dos objectos de modo a atingir consistência global. A relaxação probabilística ocupa-se da actualização das probabilidades das classificações usando a evidência obtida a partir de objectos na vizinhança.

A relaxação probabilística, baseada na utilização de um dicionário aumenta a capacidade de representação do modelo do contorno, previamente limitado a pares de pontos de contorno, incorporando toda a vizinhança do ponto a classificar. Melhora, simultaneamente, o desempenho computacional do processo de relaxação probabilística (Hancock e Kittler 1990). Uma variação do método consiste na utilização do algoritmo *EM* (*Expectation-Maximization*) para melhorar a classificação (Turner e Hancock 1996). Pares de filtros de quadratura orientados e as respectivas funções densidade de probabilidade são utilizados para o cálculo das probabilidades iniciais no processo de relaxação probabilística, de modo a remover ambiguidades no processo de classificação de contornos (Hancock 1993). O modelo de facetas e o procedimento de relaxação conjugam-se na detecção de contornos numa proposta de Matalas, Benjamin e Kitney (Matalas, Benjamin, e Kitney 1997) .

A teoria da relaxação probabilística, quando os objectos a classificar se encontram colocados sobre uma grelha rectangular com relações de adjacência previamente conhe-

cidas, é desenvolvida no artigo de Papacristou, Petrou e Kittler (Papacristou, Petrou, e Kittler 2000). A novidade deste trabalho encontra-se na inclusão de medidas que incidem sobre as relações binárias entre os objectos a classificar. Resolve-se, assim, uma das principais objecções à relaxação probabilística: a não-tomada em conta dos dados após a atribuição das probabilidades iniciais. Um esquema de relaxação probabilística utilizando uma função de actualização não-linear, derivada da teoria de campos aleatórios de Markov e da fórmula de Bayes, elimina de modo eficiente ambiguidades na classificação (Deng e Iyengar 1996; Iyengar e Deng 1995). Uma formulação geral teórica do processo de relaxação em reconhecimento de padrões, com aplicação à descrição de um contorno, é realizada por Faber (Faber 2003). Um processo de relaxação discreta baseado no fluxo direccional do contorno permite eliminar os padrões de contorno que surgem em processos de relaxação não-direccionais (Yoon e Park 1996).

## 4.2 O Novo Processo de Classificação de Contornos

### O Modelo de Contorno Elementar

O método de classificação de contornos por análise das relações existentes entre listas ordenadas de pontos na vizinhança do ponto a classificar, proposto nesta tese, resulta do estudo do modelo de contorno elementar exibido na Fig. 4.3. Encontra-se representado um troço de contorno  $C$  que separa duas regiões da cena adquirida e que dá origem a uma parcela da imagem  $F$ . A região  $R_1$  representa uma zona de menor intensidade luminosa enquanto que a região  $R_2$  representa uma zona com maior intensidade luminosa. O ponto central da zona da imagem é representado por  $W_0$ . A parte do segmento de recta que faz parte do contorno  $C$  não passa necessariamente sobre o ponto  $W_0$  mas considera-se que atravessa o quadrado centrado em  $W_0$ .

Os seus pontos imediatamente vizinhos de  $W_0$  constituem o conjunto:

$$\mathcal{V}_1 = \{W_1, \dots, W_8\}, \quad (4.2)$$

e encontram-se referenciados no sentido oposto ao dos ponteiros do relógio. Nesta zona da imagem e na presença do troço de contorno  $C$  com as características da Fig. 4.3, os pontos do conjunto  $\mathcal{V}_1$  que se encontram mais próximos de  $C$  são  $W_0$ ,  $W_2$  e  $W_6$ . Fazendo equivaler  $V_0 \equiv W_2$  tem-se que em torno do ponto  $V_0$  se define uma vizinhança, dos pontos imediatamente vizinhos,  $\mathcal{V}_2$  representada pelo conjunto:

$$\mathcal{V}_2 = \{V_1, \dots, V_8\}. \quad (4.3)$$

O conjunto:

$$\mathcal{V}_3 = \{U_1, \dots, U_8\}, \quad (4.4)$$

é construído de modo similar em torno do ponto  $U_0 \equiv W_6$ .

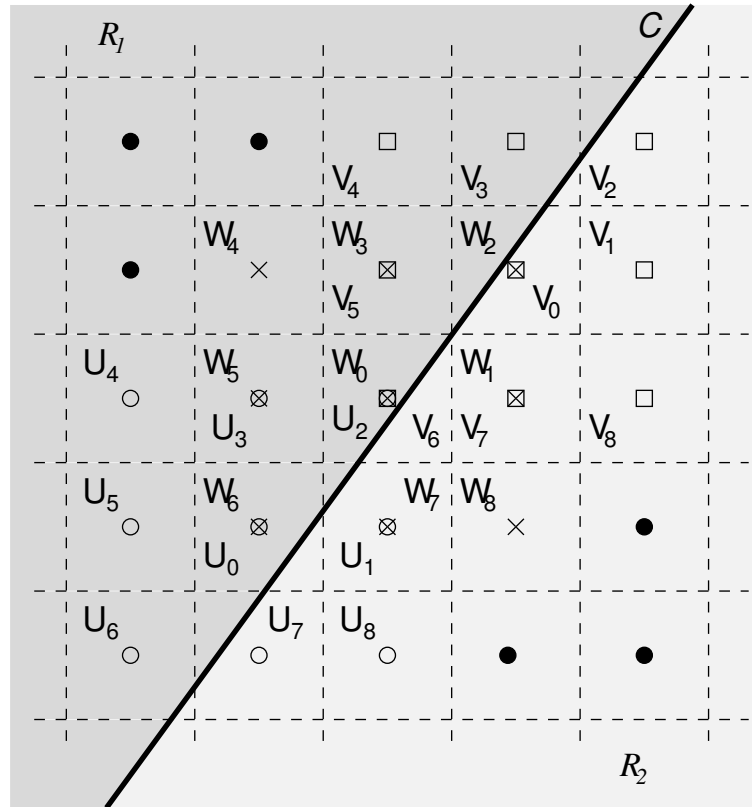


Figura 4.3: Representação da fronteira entre duas regiões separadas por um contorno e as vizinhanças utilizadas para a classificação como ponto de contorno. Na representação da figura considera-se que os pontos assinalados por:  $\times \in \mathcal{V}_1$ ;  $\circ \in \mathcal{V}_2$  e  $\square \in \mathcal{V}_3$ .

### Análise do Modelo de Contorno Elementar

No local do ponto  $W_0$  a amplitude do gradiente  $G(W_0)$  será bastante elevada. E, sendo aceite o modelo de contorno elementar atrás esboçado com presença de  $C$ , as amplitudes do gradiente  $G(U_0)$  e  $G(V_0)$  serão, também, bastante elevadas.

Se o estimador de amplitude do gradiente permitir uma boa discriminação entre os valores situados sobre os pontos da recta de contorno  $C$  e os outros valores, então os pontos com maior amplitude do gradiente serão reunidos no conjunto:

$$S_M = \{W_0, U_0, V_0, U_7, V_2\}. \quad (4.5)$$

A partir do conjunto  $\mathcal{V}_1$  pode construir-se a sequência não ordenada de pares

*(amplitude do gradiente, ponto correspondente),*

que resulta em:

$$S_1 = ((G(W_1), W_1), \dots, (G(W_8), W_8)),$$

com a exclusão do ponto central  $W_0$ . Cada elemento na posição  $n$  da sequência  $S_1$  encontra-se representado por  $S_1(n)$  e possui duas propriedades: a amplitude do gradiente representada por  $G(W_n) \equiv G[S_1(n)]$  e as coordenadas do ponto correspondente representadas por  $W_n \equiv P[S_1(n)]$ .

A ordenação dos pares reunidos em  $S_1$ , em função da amplitude crescente do gradiente, resulta numa nova sequência:

$$S'_1 = ((G(W_{(1)}), W_{(1)}), \dots, (G(W_{(8)}), W_{(8)})), \quad (4.6)$$

Neste caso, os pontos no fim da sequência, os de maior amplitude do gradiente, serão representados por  $W_{(8)} = P[S'_1(8)]$  e  $W_{(7)} = P[S'_1(7)]$ , que no caso da presença do troço de contorno  $C$  corresponderão, em ordem indiferente, a  $U_0$  e  $V_0$ .

As sequências ordenadas, de novo da menor para a maior amplitude do gradiente, para os conjuntos  $\mathcal{V}_2$  e  $\mathcal{V}_3$ , são respectivamente  $S'_2$  e  $S'_3$ . Os dois últimos pontos no fim da sequência  $S'_2$  serão  $W_0$  ou  $V_2$  e no fim da sequência  $S'_3$  serão  $W_0$  ou  $U_7$ .

A presença de um contorno a passar por  $W_0$  implica, em resumo, o seguinte conjunto de condições:

- $U_0$  encontra-se na posição 7 ou 8 da sequência ordenada  $S'_1$ ;
- $V_0$  encontra-se na posição 7 ou 8 da sequência ordenada  $S'_1$ ,

adicionalmente verificam-se as seguintes condições:

- $W_0$  encontra-se na posição 7 ou 8 da sequência ordenada  $S'_2$ , ou seja,  $W_0 = U_{(8)}$  ou  $W_0 = U_{(7)}$ ;
- $W_0$  encontra-se na posição 7 ou 8 da sequência ordenada  $S'_3$ , ou seja,  $W_0 = V_{(8)}$  ou  $W_0 = V_{(7)}$ .

A partir destas observações pode construir-se o classificador de  $W_0$  como ponto de contorno se  $W_0$  estiver na 7.<sup>a</sup> ou 8.<sup>a</sup> posições das sequências ordenadas  $S'_2$  ou  $S'_3$ . Esta afirmação traduz-se pela expressão lógica:

$$(W_0 = P[S'_2(8)] \vee W_0 = P[S'_2(7)]) \vee (W_0 = P[S'_3(8)] \vee W_0 = P[S'_3(7)]) \Rightarrow W_0 \in C_{contorno}, \quad (4.7)$$

ou noutra representação:

$$(W_0 = U_{(8)} \vee W_0 = U_{(7)}) \vee (W_0 = V_{(8)} \vee W_0 = V_{(7)}) \Rightarrow W_0 \in C_{contorno}. \quad (4.8)$$

Na Fig. 4.4 encontra-se representado o processo de classificação de pontos de contorno correspondente a esta análise inicial do problema. A partir da imagem de entrada,  $F$ , são estimadas as componentes do gradiente segundo o eixo  $OX_1$  e  $OX_2$ ,  $G_1$  e  $G_2$ . A partir destas componentes é calculada a amplitude do gradiente  $G$ . O mapa de amplitudes é utilizado para a produção da sequência ordenada,  $S'_1$ , numa vizinhança octo-conexa em torno de cada ponto da imagem. Subsequentemente, são calculadas as sequências ordenadas em torno dos pontos  $W_{(8)}$  e  $W_{(7)}$ , o que origina as sequências ordenadas  $S'_2$  e  $S'_3$ . Finalmente, realiza-se o mapa de classificação de contornos  $C$  com o recurso à aplicação da Eq. 4.8.

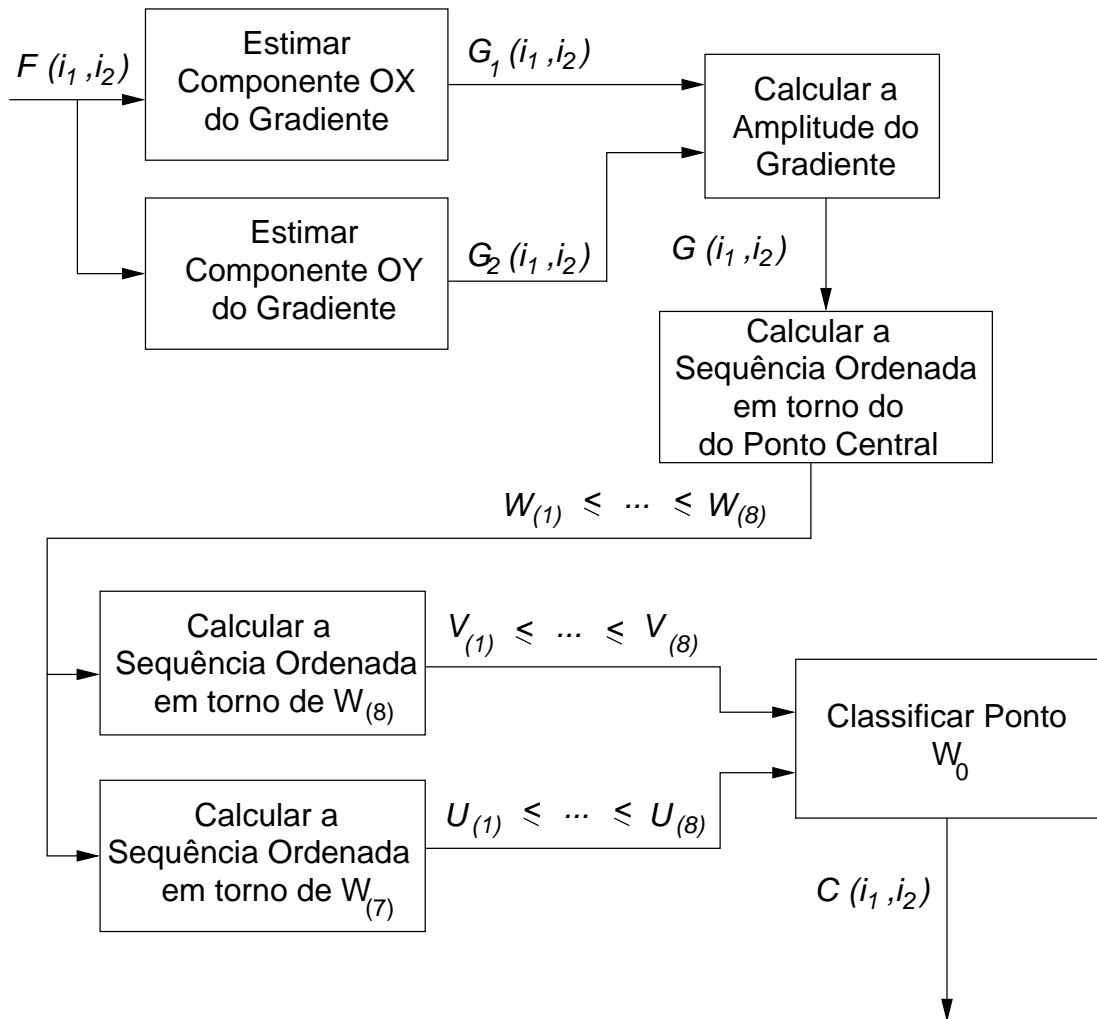


Figura 4.4: A figura apresenta o novo sistema de classificação inicial de pontos de contorno a partir de uma imagem digital de uma cena.  $C$  é o conjunto de classificações atribuídas a cada ponto da imagem digital  $F$ .

### 4.3 A Densidade de Distribuição do Gradiente

Para continuar a construção do método de classificação é conveniente especificar a função densidade de distribuição dos valores de amplitude do gradiente. Tal permite suportar a justificação do funcionamento do classificador de pontos de contorno. Nesse sentido revê-se a literatura sobre o assunto.

Nesta secção apresenta-se o modelo de contaminação por ruído adoptado para as imagens e exibem-se as funções, as imagens e os histogramas que resultam após a aplicação dos filtros de estimação do gradiente.

### Densidade de Distribuição do Ruído na Imagem

A caracterização do processo estocástico originador da imagem como Gaussiano discreto é, frequentemente, apontada na literatura como aplicável para o caso da aquisição por sensores de imagem electrónicos (Pratt 1991). Hodiernamente os dispositivos de aquisição mais adoptados utilizam sensores de imagem do tipo *charge-couple device* (CCD) e *complementary metal oxide* (CMOS) <sup>3</sup>. Esta é a situação mais comum. A maioria das câmaras de vídeo e dos *scanners* utilizados em aplicações de visão por computador são deste género e daí, portanto, a ênfase colocada em alguns dos trabalhos experimentais realizados nesta área sobre este tipo de sensores.

Os sistemas de processamento de imagem e de visão por computador partilham de uma fase comum: a aquisição que converte luz de uma cena visual num sinal eléctrico correspondente. As fontes dominantes de ruído e flutuações do sinal são originadas pela câmara. No projecto de algoritmos de extracção de propriedades, e no caso particular da detecção de contornos, é útil conhecer concretamente alguns valores típicos de ruído presente nas imagens. A possibilidade de assunção do ruído como estacionário e com distribuição Gaussiana, ou seja, independente da posição, simplifica o projecto de detectores de contornos.

### A Análise do Ruído de Boie e Cox em Câmaras de VIDEO

É apresentada uma análise do ruído das câmaras baseadas em sensores de ionização, o que inclui as câmaras do tipo *vidicon* e *charge-coupled device* (CCD) (Boie e Cox 1992).

Várias situações foram testadas pelos autores: com fundo branco, com fundo negro e combinações várias de preto e branco. As cenas de fundo negro confirmam o carácter essencialmente Gaussiano da distribuição devida ao ruído electrónico, enquanto que as cenas de fundo mais claro confirmam a presença de ruído Gaussiano adicionado a ruído do tipo Poisson.

O intervalo de variação da densidade espectral de potência do ruído situa-se entre um mínimo de  $-70$  dB até cerca de  $-40$  dB para frequências espaciais entre  $\frac{0}{\text{pixel}}$  e  $\frac{0,45}{\text{pixel}}$ . É, portanto, aceitável considerar valores de densidade de potência de ruído não superiores a  $-60$  dB.

### O Modelo da Câmara CCD de Healey e Kondepudy

Healey e Kondepudy realizam o estudo das propriedades, do ponto de vista da visão por computador, de sensores de imagem baseados em CCD (Healey e Kondepudy 1994). São determinadas as várias fontes de ruído que contaminam os valores digitais de cada pixel. O modelo resultante da câmara permite que algumas componentes do ruído possam ser

---

<sup>3</sup>Ambos os tipos de sensores permitem a aquisição de imagem com boa qualidade, sendo que o processo de fabricação CMOS tem custos mais baixos.

diminuídas a partir de um procedimento de calibração, enquanto que o restante ruído pode ser quantificado com precisão tendo como objectivo a visão por computador.

A grande utilidade do modelo apresentado por Healey e Kondepudy reside no facto da maioria dos sensores de imagem utilizados nos sistemas de visão artificial serem do tipo CCD. A popularidade destes dispositivos é o resultado das seguintes características: resolução elevada; elevada eficiência de conversão de sinais luminosos em sinais eléctricos; baixo ruído; larga resposta espectral; linearidade; fidelidade geométrica e durabilidade.

A partir do estudo de Healey e Kondepudy conclui-se que o ruído em cada ponto  $(a, b)$  da imagem digital pode ser descrito por um processo estocástico de média nula dado por:

$$N(a, b) = N_I(a, b) + N_C(a, b). \quad (4.9)$$

A parte do ruído que depende do número de electrões colectados pelo CCD,  $N_I(a, b)$ , considera-se ter sido gerada por um processo estocástico de Poisson. A parte que não depende do número de electrões é  $N_C(a, b)$  e inclui o ruído de quantização e de leitura. A estimativa do ruído do sensor, para uma determinada câmara utilizada pelos autores, é:

$$\sigma_N^2 \in [1,07; 1,67], \quad (4.10)$$

para intensidades quantizadas  $I \in [0, 190]$ . A variância do ruído é considerada proporcional à intensidade luminosa, sendo apresentada uma comprovação experimental. A recta que descreve a relação entre a variância do ruído total e a média das intensidades luminosas,  $\mu$ , é:

$$\sigma_N^2 = A \mu + \sigma_C^2. \quad (4.11)$$

Os valores experimentais estimados para os parâmetros desta recta, para a câmara usada pelos autores, são  $\hat{A} = 0,003384$  e  $\hat{\sigma}_C^2 = 1,1196$ , para  $\mu \in [0, 200]$ . A inclinação desta recta é significativamente baixa.

Os processos de Poisson são frequentemente aproximados por processos de Gauss, o que dá consistência às simulações realizadas por muitos autores. O trabalho de Healey e Kondepudy confirma muitos dos pressupostos de vários autores na área da detecção de pontos de fronteira.

É conveniente referir também os dispositivos CMOS, dado terem sido frequentemente escolhidos nos últimos tempos como substitutos dos dispositivos CCD. Numa nota técnica sobre o ruído em dispositivos CMOS, disponível na Internet <sup>4</sup>, discriminam-se diversas fontes de ruído nestes tipos de dispositivos. No que se refere ao ruído associado ao pixel, descrevem-se quatro fontes de ruído: o ruído de disparo (*shot noise*) gerado por um processo de Poisson; o ruído de inicialização (*reset noise*); o ruído associado à corrente de fuga (*dark current noise*) e o ruído do dispositivo MOS que é do tipo  $1/f$ . No essencial o modelo de ruído não difere muito do modelo estudado para o caso CCD em relação à fonte de ruído predominante, o ruído de disparo.

---

<sup>4</sup>Hewlett-Packard Components Group, Imaging Products Operations, 1998. [http://www.stw.tu-ilmeneau.de/~ff/beruf\\_cc/cmos/cmos\\_noise.pdf](http://www.stw.tu-ilmeneau.de/~ff/beruf_cc/cmos/cmos_noise.pdf), Janeiro de 2008.



### O Modelo de Ruído de Pratt

A fonte de ruído mais comum associada com a imagiologia electrónica é o ruído térmico resultante de flutuações nos elementos resistivos dos fotodetectores ou resistências nos amplificadores dos sensores (Pratt 1991, pág. 340). Um modelo possível para o ruído térmico é o processo estocástico aditivo independente de Gauss.

Pratt afirma que para a maioria dos sensores de imagem, o ruído associado ao sensor corresponde a um modelo em que o processo aleatório é do tipo de Poisson para intensidades luminosas muito baixas e do tipo de Gauss para a maioria dos casos. A distribuição de Gauss é uma boa aproximação à distribuição de Poisson para o caso em que o número de electrões que compõem o sinal do sensor é elevado.

### Os Resultados de Fleck

O método de detecção de pontos de fronteira por análise de diferenças finitas de Fleck baseia-se em resultados experimentais obtidos numa câmara CCD (Fleck 1992a; Fleck 1990). A função densidade de distribuição do ruído, resultante da análise experimental realizada por Fleck, é aproximadamente Gaussiana com uma variância  $\sigma = 1,04$  unidades de intensidade (que variam de 0 a 255). A autora realiza dois métodos experimentais de estimação do ruído. Num dos métodos mede a amplitude do ruído por comparação de imagens adquiridas com intervalos de tempo variáveis (entre 0,5 a 2 min. de diferença na data de aquisição). O outro método é uma análise das variações de intensidade num conjunto de sete imagens de uma folha de papel branca.

### Representação de Ruído Adoptada

A maioria dos modelos atrás referidos conduzem a aproximações para a representação do ruído presente nas imagens por meio de distribuições normais. Assume-se, em geral, que as imagens são contaminadas por ruído de média nula,  $\mu = 0$ , independente e identicamente distribuído, ou seja, com variância independente do ponto,  $\sigma^2(i_1, i_2) = \sigma^2$ .

Considera-se, também, que a maioria das imagens são perturbadas por ruído aditivo normal de média nula, ou seja, que a imagem,  $F$ , é representada pela expressão:

$$F(i_1, i_2) = I(i_1, i_2) + \eta(i_1, i_2), \quad (4.12)$$

em que  $I$  é a imagem não contaminada pelo ruído e  $\eta(i_1, i_2)$  é uma realização do processo estocástico que origina o ruído.

Neste modelo, a função densidade de distribuição da imagem  $F$ , em cada ponto desta,  $(i_1, i_2)$ , é representada por:

$$p_{F(i_1, i_2)}(f(i_1, i_2)) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{f(i_1, i_2) - \mu(i_1, i_2)}{\sigma}\right)^2\right), \quad (4.13)$$

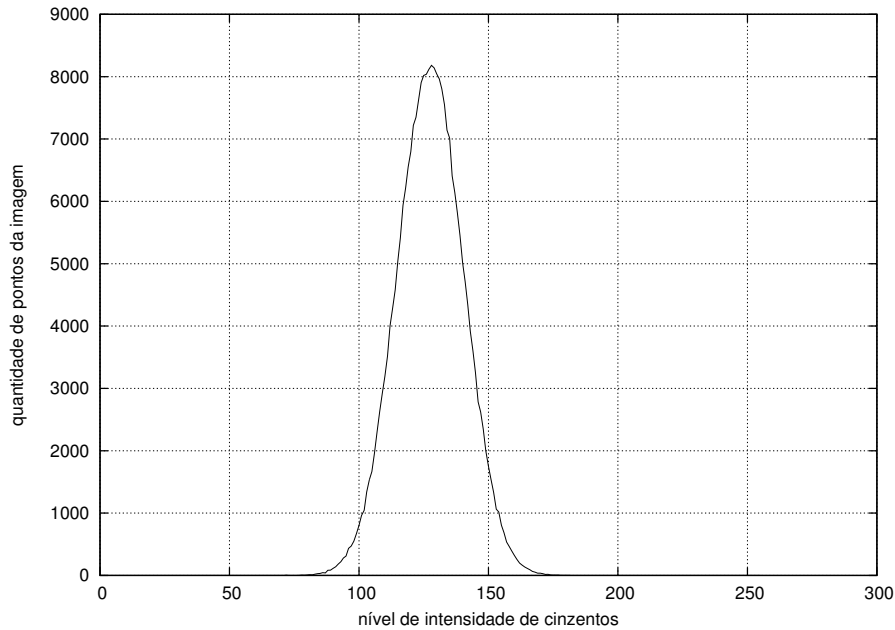


Figura 4.5: A representação do histograma de uma imagem com a dimensão de  $512 \times 512$  pixel e com o fundo com o nível de cinzento,  $h_f = 128$ , contaminada com ruído normal com desvio padrão  $\sigma = 12,8$ .

sendo a média  $\mu(i_1, i_2)$  em cada ponto dependente da iluminação do ponto, e sendo a variância do ruído,  $\sigma$ , idêntica para toda a imagem.

Adopta-se, doravante, para efeitos de desenvolvimento do trabalho exposto nesta dissertação, este modelo de ruído. Na Fig. 4.5 representa-se, a título ilustrativo, o histograma de uma imagem de fundo uniforme,  $h_f = 128$  e de dimensão  $512 \times 512$ , contaminada por ruído aditivo normal de média nula,  $\mu = 0$  e com desvio padrão  $\sigma = 12,8^5$ . Este é um valor de ruído bastante acima do que normalmente se encontra nos actuais dispositivos de aquisição de imagem.

### Densidade de Distribuição da Estimativa de uma Componente do Gradiente da Imagem

A estimativa do contraste local em cada ponto,  $(i_1, i_2)$ , é realizada, na grande maioria dos casos, através da aplicação de filtros lineares de resposta impulsional finita. O cálculo do contraste é efectuado segundo duas direcções ortogonais, num sistema de coordenadas cartesianas  $OX_1X_2$ , e obtém-se a estimativa final por meio do cálculo da norma do vector:

$$G(i_1, i_2) = \sqrt{Y_1(i_1, i_2)^2 + Y_2(i_1, i_2)^2}. \quad (4.14)$$

<sup>5</sup>Este valor de  $\sigma$  foi adoptado por mera facilidade de representação de alguns dos gráficos subsequentes dado que existem efeitos linearmente proporcionais do ruído na estimação do contraste.

A estimativa do contraste numa determinada direcção  $OX_k$  é obtida, em geral, por meio da aplicação de um operador de convolução discreto:

$$f_k = f * h_k, \quad (4.15)$$

ou seja,

$$y_k(i_1, i_2) = \sum_{u_1} \sum_{u_2} f(i_1 - u_1, i_2 - u_2) \times h_k(i_1, i_2), \quad (4.16)$$

em que  $h_k(i_1, i_2)$  é o filtro na direcção  $OX_k$ ,  $k = 1, 2$ .

A aplicação do operador de convolução resulta numa função linear (uma soma) de variáveis aleatórias em que os coeficientes multiplicativos associados são constantes. Neste caso, em que se admite o modelo de ruído aditivo Gaussiano branco,  $Y_k(i_1, i_2)$  apresenta uma distribuição normal com média e variância expressas por meio de:

$$\mu_{Y_k}(i_1, i_2) = \sum_{u_1} \sum_{u_2} h_k(u_1, u_2) \mu(i_1 - u_1, i_2 - u_2) = \sum_{u_1} \sum_{u_2} h_k(u_1, u_2) I(i_1 - u_1, i_2 - u_2), \quad (4.17)$$

e

$$\begin{aligned} \sigma_{Y_k}^2(i_1, i_2) &= \sum_{u_1} \sum_{u_2} h_k^2(u_1, u_2) \sigma^2(i_1 - u_1, i_2 - u_2) \\ &= \sigma^2 \sum_{u_1} \sum_{u_2} h_k^2(u_1, u_2), \end{aligned} \quad (4.18)$$

ou seja, considera-se a variância igual em ambas as direcções:  $\sigma_Y = \sigma_{Y_1} = \sigma_{Y_2}$ , (Dougherty 1999, pág. 52).

Na Fig. 4.6 está representado o histograma da componente do gradiente segundo a direcção  $OX_1$  após a aplicação do estimador de contraste de Sobel. A imagem original tem o nível de cinzento do fundo  $h_f = 128$  e o desvio padrão do ruído adicionado é  $\sigma = 12,8$ . O operador de Sobel tem a seguinte máscara segundo o eixo  $OX_1$ :

$$h_{OX_1} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (4.19)$$

No caso particular do operador de Sobel, a variância das amplitudes da componente do gradiente é dada por:  $\sigma_Y^2 = 12 \times \sigma^2$ . Os diversos estimadores do gradiente amplificam de modo diverso o ruído presente nas imagens. A comparação dos efeitos dos filtros na amplificação do ruído pode ser feita normalizando os coeficientes  $h_k$ , de modo a que na Eq. 4.17 se considere que estamos na presença de um contorno correspondente a uma transição unitária. No caso do eixo  $OX_1$ , isto corresponde a representar a imagem  $I^6$

<sup>6</sup>É de notar que os índices  $i_1$  e  $i_2$  da imagem foram consideradas passíveis de serem negativos por mera facilidade de cálculo. Não é habitual em processamento de imagem por tradição considerar os índices como negativos apesar de corresponderem a discretizações de eixos de coordenadas.

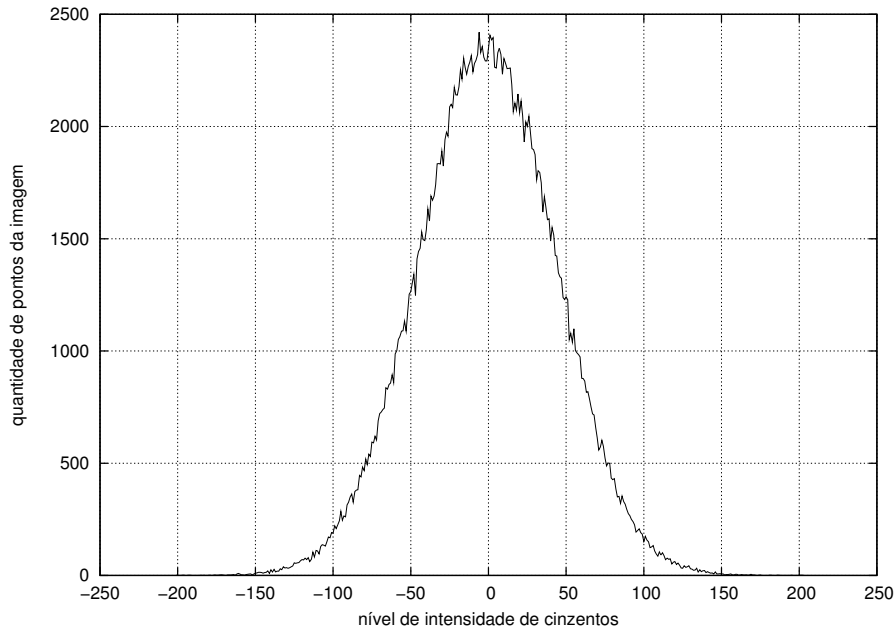


Figura 4.6: A representação do histograma da estimativa da componente do gradiente pelo método de Sobel para uma imagem com a dimensão de  $512 \times 512$  pixel, com o fundo com nível de cinzento,  $h_f = 128$ , e contaminada com ruído normal de média nula e desvio padrão  $\sigma = 12,8$ . Histograma do gradiente estimado na direcção  $OX_1$ .

por:

$$I(i_1, i_2) = \begin{cases} 0 & \text{se } i_1 < 0 \\ 1 & \text{se } i_1 \geq 0 \end{cases}, \quad (4.20)$$

e calcular o coeficiente de normalização,  $C_n$ , para o ponto  $(0,0)$ , com a imagem  $I$ , a partir da expressão:

$$C_n = \frac{1}{\sum_{u_1} \sum_{u_2} h_k I(0 - u_1, 0 - u_2)}. \quad (4.21)$$

No caso do operador de Sobel, o coeficiente de normalização é  $C_{Sobel} = 1/4$ . A máscara de Sobel para a estimação da componente do gradiente segundo o eixo  $OX_1$ , normalizada, é então:

$$h_{OX_1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{4} & 0 & \frac{1}{4} \\ -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{4} & 0 & \frac{1}{4} \end{pmatrix}, \quad (4.22)$$

o que conduz a um valor de variância na componente do gradiente  $\sigma_Y^2 = 0,75\sigma$ . O factor multiplicativo do ruído, após o procedimento de normalização, será representado por  $C_{fcr}$ . No caso do operador de Sobel, tem-se  $C_{fcr}^{Sobel} = 0,75$ .

O operador de estimação da amplitude do gradiente, derivada da Gaussiana, muito utilizado após ter Canny considerado tratar-se de uma boa aproximação ao filtro ideal

por ele calculado, tem os valores de factores multiplicativos de ruído, após normalização, representados na Tab. 4.1 (Canny 1986). Esta tabela revela, como é esperado, que o filtro derivada da Gaussiana amplifica menos o ruído do que o filtro de Sobel e que quanto maior o factor de escala tanto maior a redução da influência do ruído. A capacidade de

factor de escala ( $\sigma$ )	factores multiplicativos de ruído
0,5	0,635
1,0	0,151
1,5	0,060
2,0	0,033
2,5	0,021
3,0	0,014

Tabela 4.1: Factores multiplicativos de ruído, após normalização, para o estimador de contraste derivada da Gaussiana.

redução da influência do ruído não significa, no entanto, necessariamente uma melhor detecção do contorno. A diminuição da influência do ruído é acompanhada, por vezes, da diminuição da informação sobre a localização dos contornos.

### Função Densidade de Probabilidade da Amplitude do Gradiente

Os filtros de estimação das componentes do gradiente são ortogonais entre si. Esta propriedade determina a independência condicional das variáveis aleatórias,  $G_1(i_1, i_2)$  e  $G_2(i_1, i_2)$ , correspondentes às componentes do gradiente segundo as direcções  $OX_1$  e  $OX_2$ . Resulta então que a variável aleatória correspondente à amplitude do gradiente tem uma distribuição do tipo de Rayleigh<sup>7</sup> (Dougherty 1999, pág. 50) (Pratt 1991, pág. 15).

Uma confirmação adicional de que este é o tipo de distribuição dos valores de amplitude do gradiente é apresentada em (Jolion 2001), a propósito do estudo que é realizado sobre a distribuição dos valores correspondentes ao primeiro dígito da amplitude do gradiente (Lei de Benford). No contexto da reconstrução de imagens de natureza médica é desenvolvido um algoritmo de eliminação de ruído que utiliza este conhecimento sobre a distribuição dos valores das amplitudes do gradiente para determinar a distribuição de probabilidade *a priori* dos níveis de cinzento para imagens naturais (Sanches e Marques 2006).

A representação da função densidade de distribuição encontra-se na Eq. 4.23.

$$p_{G(i_1, i_2)}(g(i_1, i_2)) = \frac{g(i_1, i_2)}{\sigma_Y^2} \exp\left(\frac{-g(i_1, i_2)^2}{2\sigma_Y^2}\right). \quad (4.23)$$

<sup>7</sup>Este tipo de distribuição também é conhecida por chi-quadrado não central.

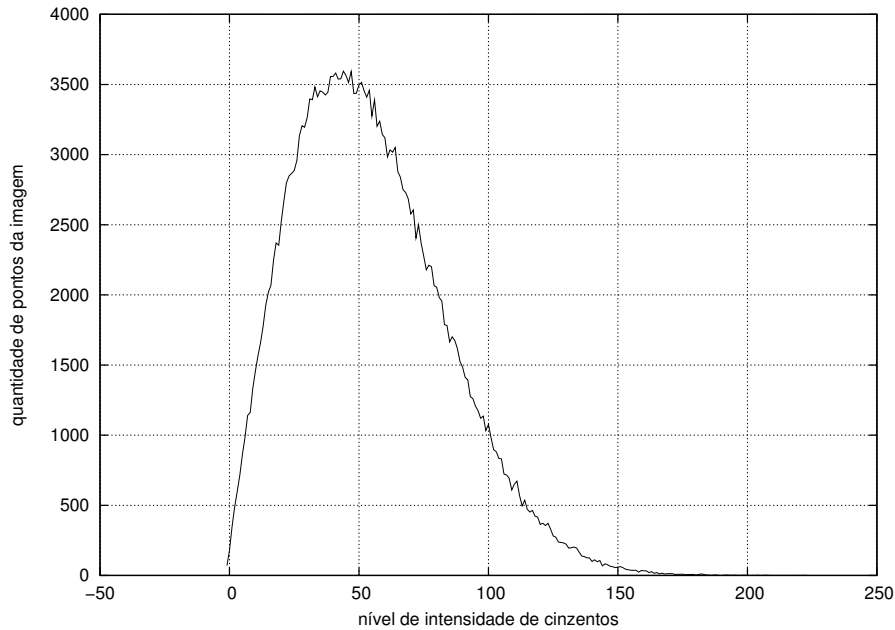


Figura 4.7: Representação dos histogramas da estimativa da amplitude do gradiente, pelo método de Sobel, para uma imagem com o fundo com nível de cinzento,  $h_f = 128$  e contaminada por ruído Gaussiano com desvio padrão,  $\sigma = 12,8$ .

A função cumulativa de distribuição correspondente é dada por:

$$F_{G(i_1, i_2)}(g(i_1, i_2)) = P_{G(i_1, i_2)}(G(i_1, i_2) \leq g(i_1, i_2)) = 1 - \exp\left(-\frac{g(i_1, i_2)^2}{2\sigma_Y^2}\right). \quad (4.24)$$

Um exemplo de histograma das amplitudes do gradiente, utilizando o método de estimação de Sobel, está representado na Fig. 4.7. O histograma confirma experimentalmente a função densidade de distribuição esperada e representada pela Eq. 4.23.

É de mencionar, também, que as variáveis aleatórias representativas da amplitude do gradiente em cada ponto da imagem,  $G(i_1, i_2)$ , não são condicionalmente independentes entre si.

## 4.4 A Distribuição dos Valores Ordenados de Amplitude do Gradiente

Na Secção 4.3 procedeu-se à análise do modelo elementar de contorno sem tomar em linha de conta a presença de ruído nas imagens. As sequências ordenadas das amplitudes do gradiente na vizinhança do ponto a classificar podem ser analisadas com o recurso a estatísticas de ordem. Prossegue-se agora no sentido de compreender o funcionamento do classificador na presença de ruído e introduzir modificações que melhorem o seu desempenho usando estas estatísticas de ordem.

### Estatísticas de Ordem

Sendo uma amostra,  $W$ , do mapa de amplitudes do gradiente na vizinhança octo-conexa imediata ao ponto  $(i_1, i_2)$ :

$$W = \{W_1, W_2, \dots, W_8\}, \quad (4.25)$$

em que,

$$\begin{aligned} W_0 &= G(i_1, i_2), & W_1 &= G(i_1 + 1, i_2), & W_2 &= G(i_1 + 1, i_2 + 1), \\ W_3 &= G(i_1, i_2 + 1), & W_4 &= G(i_1 - 1, i_2 + 1), & W_5 &= G(i_1 - 1, i_2), \\ W_6 &= G(i_1 - 1, i_2 - 1), & W_7 &= G(i_1, i_2 - 1), & W_8 &= G(i_1 + 1, i_2 - 1), \end{aligned} \quad (4.26)$$

define-se a estatística de ordem, para esta vizinhança, em que se arrumam as variáveis aleatórias  $W_1, \dots, W_n$ ,  $n = 8$  em ordem crescente de amplitude do gradiente e se escrevem como:

$$W_{(1)} \leq \dots \leq W_{(n)}, \quad n = 8, \quad (4.27)$$

sendo designada  $W_{(k)}$  como a  $k$ -ésima estatística de ordem ( $k = 1, \dots, n$ ).

A função de distribuição cumulativa para variáveis aleatórias não-independentes é dada no contexto por:

$$P_{r:n}(w) = \sum_{j=r}^n n(-1)^{j-r} \binom{j-1}{r-1} H_{j:j}(w), \quad (4.28)$$

em que,

$$H_{j:j}(w) = \sum_{1 \leq k_{j+1} < \dots < k_n \leq n} P_{j:j}^{(k_{j+1}, \dots, k_n)}(w) \quad (4.29)$$

$$= \sum_{1 \leq k_{j+1} < \dots < k_n \leq n} \Pr \{ \max(W_{k_1}, \dots, W_{k_j}) \leq w \}, \quad (4.30)$$

(David e Nagaraja 2003, pág. 99). Adota-se a representação  $P_{r:n}$  para a função de distribuição cumulativa da estatística de ordem  $r$ , em amostras de tamanho  $n$ . A notação do índice superior para esta função de distribuição cumulativa indica que  $W_{k_{j+1}}, \dots, W_{k_n}$  foram removidas da amostra.

A expressão da função de distribuição cumulativa conjunta  $P_{W_1, \dots, W_n}(w_1, \dots, w_n)$  não é conhecida para o caso geral e deve ser determinada empiricamente tendo em conta cada estimador de contraste e a presença ou não de contornos.

No entanto, uma aproximação às funções densidade de distribuição, pode ser tentada considerando que existe independência condicional entre as variáveis aleatórias que representam a estimativa do contraste em cada ponto,  $G(i_1, i_2)$ .

Suponha-se, então, que  $W_1, \dots, W_n$ ,  $n = 8$  são variáveis aleatórias independentes, cada uma com função cumulativa de distribuição (f.c.d.)  $P(g)$ .  $P_{(r)}(g)$  ( $r = 1, \dots, 8$ ) é a f.c.d. da estatística de ordem  $r$ ,  $W_{(r)}$ . Neste caso, e porque assumimos distribuições contínuas

como aproximação ao problema, tem-se que a função densidade de probabilidade (f.d.p.) associada a  $W_{(r)}$  será dada por:

$$p_{(r)}(g) = \frac{1}{B(r, n - r + 1)} P_G^{r-1}(g) [1 - P_G(g)]^{n-r} p_G(g), \quad (4.31)$$

em que  $p_G(g)$  é a f.d.p. representada pela Eq. 4.23,  $P_G(g)$  é a f.c.d. correspondente representada pela Eq. 4.24, e  $B$  é a função Beta<sup>8</sup>. No caso concreto em questão, temos que a f.d.p. é dada após as convenientes simplificações, para  $n = 8$ , por:

$$p_{(r)}(g) = -\frac{g}{B(r, n - r + 1)} \exp\left(-\frac{g^2}{\sigma_Y^2}\right)^{r-1} \left[1 - \exp\left(-\frac{g^2}{\sigma_Y^2}\right)\right]^{n-r} \exp\left(-\frac{g^2}{2\sigma_Y^2}\right). \quad (4.32)$$

A representação gráfica das f.d.p., para o caso de um detector de contraste de Sobel e ruído normal com desvio padrão  $\sigma = 12,8$ , encontra-se na Fig. 4.8.

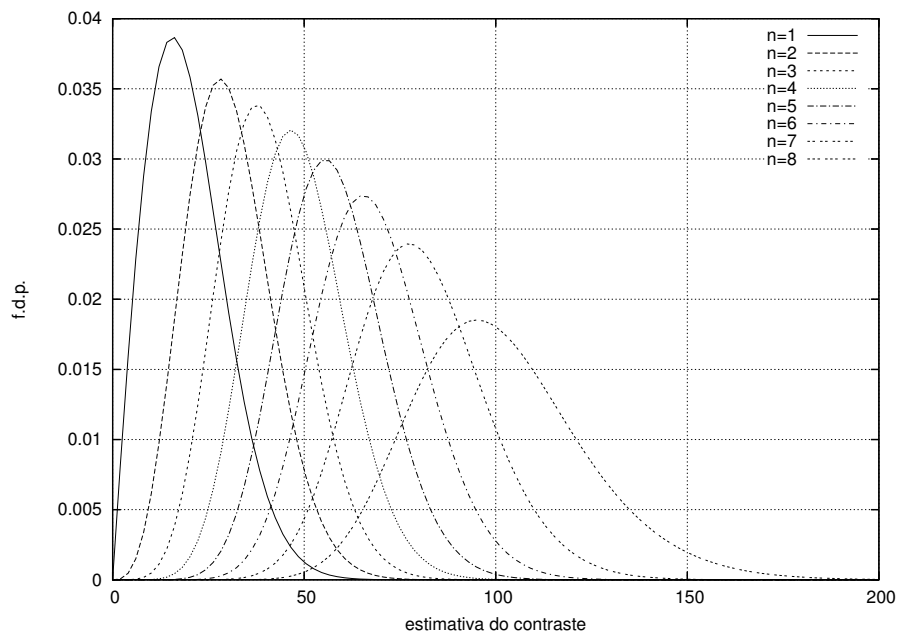


Figura 4.8: Funções densidade de distribuição para as estatísticas de ordem construídas sobre a vizinhança  $W_0$ .

A Fig. 4.9 representa os histogramas das estatísticas de ordem da amplitude do gradiente em torno de um ponto central,  $W_0$ , para uma imagem com a dimensão de  $2048 \times 2048$  pontos. A imagem encontra-se contaminada com ruído normal com desvio padrão  $\sigma = 12,8$ . Os histogramas foram obtidos realizando para cada ponto da imagem

<sup>8</sup>Designação dada por Legendre à integral beta, também designada por integral Euleriana do primeiro tipo.



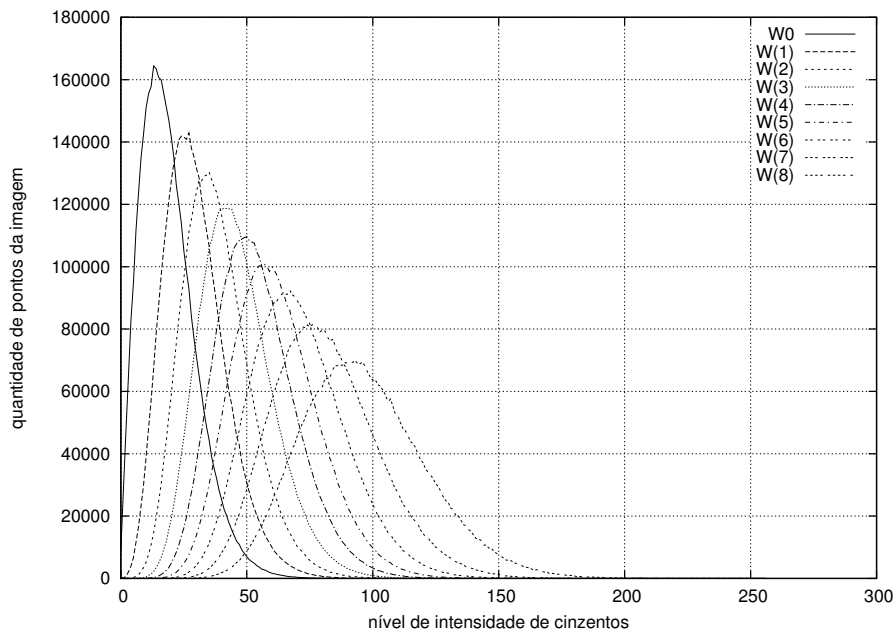


Figura 4.9: Histogramas para as estatísticas de ordem obtidas para uma imagem de fundo uniforme contaminada com ruído Gaussiano de média nula.

a lista ordenada de amplitudes do gradiente, estimado pelo método de Sobel, na sua vizinhança octo-conexa.

Observa-se uma grande concordância entre a representação das f.d.p. obtidas para o modelo teórico e as que se obtiveram por realização do histograma, sobretudo para as situações que são utilizadas na classificação  $n \in \{7, 8\}$ . Nota-se, também, que as estatísticas de ordem com o valor de  $n$  mais elevado utilizam pontos da imagem com maior contraste do que a distribuição geral de contraste representada na Fig. 4.7. As estatísticas de ordem mais elevada utilizam, portanto, informação mais relevante para a classificação de contornos.

### Estatísticas Ordenadas na Presença de Contorno

O estudo realizado até esta altura cinge-se à situação em que o fundo é uniforme. Analise-se agora a situação em que se está na presença de um contorno tal como é representado na Fig. 4.3.

A f.d.p. do estimador de contraste na situação de ausência de contorno é caracterizada pelas Eq. 4.17 e Eq. 4.18, que definem a média e a variância. Em caso de presença de contorno convirá analisar os histogramas para pontos sobre o contorno e pontos que não estão sobre o contorno mas que lhe são vizinhos.

A imagem artificial utilizada para a realização experimental dos histogramas dos mapas de amplitude do gradiente tem uma dimensão de  $33 \times 33$  pixel e possui uma separação

entre as duas regiões por meio de uma zona de transição de contorno inclinada a 45 graus, tal como se pode observar na Fig. 4.10. O desvio no ponto central é  $\delta = 0$ . Esta imagem permite utilizar componentes do gradiente em  $OX_1$  e  $OX_2$  com valores idênticos, reduzindo eventuais erros angulares. Na região mais escura o nível de cinzento é  $h_1 = 80$ ; e

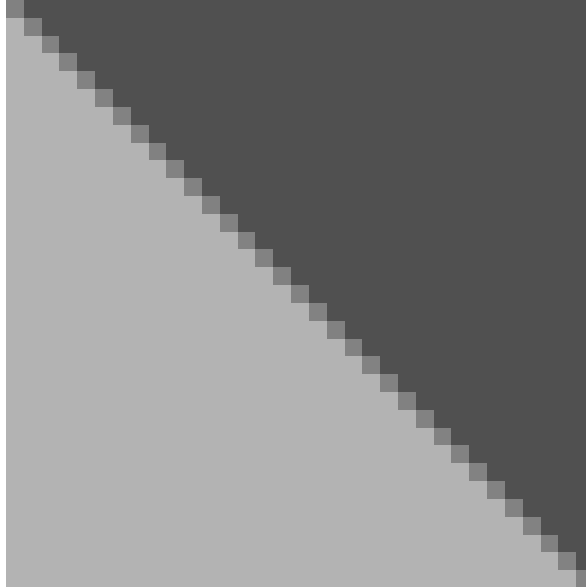


Figura 4.10: Imagem de dimensão  $33 \times 33$  com uma recta de separação inclinada de 45 graus e que é utilizada na realização dos histogramas correspondentes às distribuições da estimativa do contraste.

na região mais clara  $h_2 = 179$ . Na fronteira de separação o nível de cinzento é  $h_c = 130$ .

O filtro de Sobel foi escolhido para a realização da estimativa do contraste local da imagem dada a sua simplicidade. A representação do histograma normalizado das amplitudes do gradiente para esta imagem, construído sobre os valores da vizinhança  $\mathcal{V}_1$  encontra-se na Fig. 4.11. Esta representação permite aferir da distribuição dos valores da amplitude do gradiente. Tendo a imagem uma separação tão clara entre as duas regiões, observa-se nitidamente que o histograma é multimodal. Na construção do histograma realizaram-se os seguintes passos para  $N = 20\,000$  imagens:

1. gerou-se a imagem  $F$  a partir da imagem  $I$  representada na Fig. 4.11 somando-se ruído normal de média nula e com desvio padrão  $\sigma = 12,8^9$ ;
2. estimou-se o contraste  $G$  a partir de  $F$  por aplicação do filtro de Sobel;
3. formou-se para cada imagem uma sub-amostra das amplitudes estimadas do gradiente  $Y = \{Y_0, \dots, Y_8\}$ , correspondente à vizinhança  $\mathcal{V}_1$ , definida em Eq. 4.2;

---

<sup>9</sup>Valor este escolhido por mera facilidade de representação gráfica.

#### 4.4 A DISTRIBUIÇÃO DOS VALORES ORDENADOS DE AMPLITUDE DO GRADIENTE

4. com o conjunto das  $N$  sub-amostras formou-se a amostra que serviu de base à construção do histograma representado na Fig. 4.11.

Neste histograma as estimativas de contraste apresentam três máximos locais. O mais elevado destes máximos corresponde aos valores mais elevados do contraste— os valores calculados sobre os pontos de contorno. Para efeitos de análise os histogramas realizados

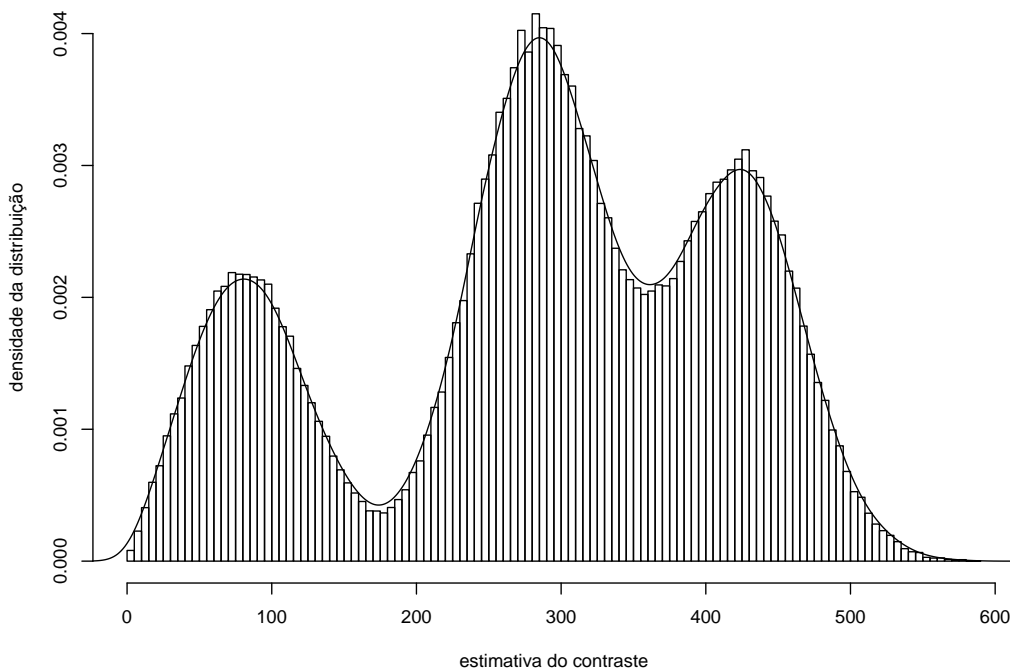
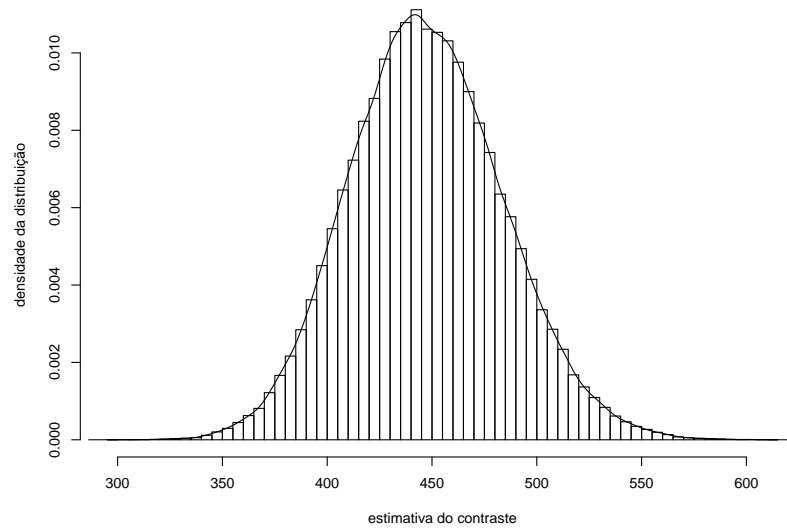


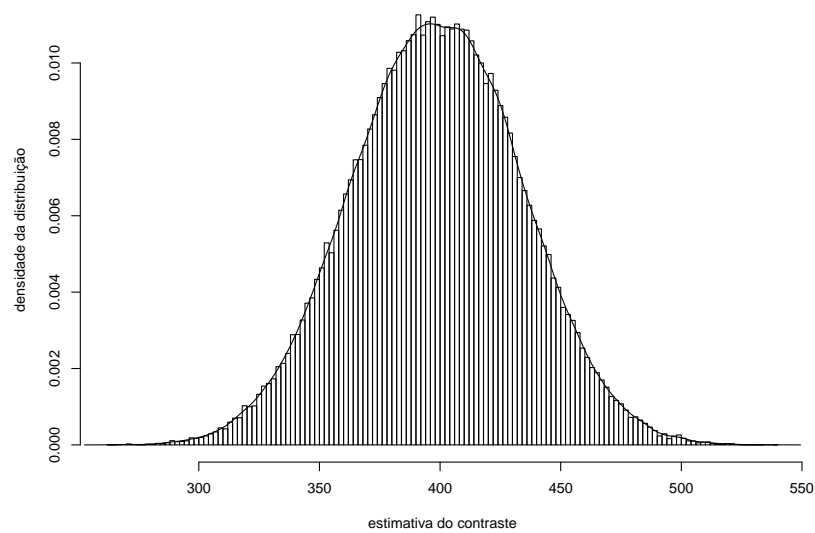
Figura 4.11: Representação da f.d.p. construída sobre a vizinhança  $\mathcal{V}_1$ . Nesta construção do histograma utilizaram-se  $N = 20\,000$  amostras. O ruído somado à imagem tem o desvio padrão  $\sigma = 12,8$ .

para a estatística de ordem  $n = 8$  e para a estatística de ordem  $n = 7$  são exibidos respectivamente na Fig. 4.12(a) e na Fig. 4.12(b).

A comparação destes histogramas com a representação da Fig. 4.11 permite deduzir que a maioria dos pontos que contribuem para estas duas estatísticas de ordem mais elevada contribuem, também, para a bossa superior do histograma construído sobre a vizinhança  $\mathcal{V}_2$ . Conclui-se, portanto, que os procedimentos de classificação baseados nos valores mais elevados encontrados nas sequências ordenadas construídas na vizinhança de um determinado ponto  $W_0$  utilizam informação relevante para a classificação.



(a) Histograma para a estatística de ordem  $W_{(8)}$ .



(b) Histograma para a estatística de ordem  $W_{(7)}$ .

Figura 4.12: O ruído somado à imagem tem o desvio padrão  $\sigma = 12,8$  e o filtro de estimação de contraste foi o de Sobel. Os histogramas foram construídos com uma dimensão da amostra  $N = 100000$ .

## 4.5 Classificação por Ordenação de Vizinhanças

Com presença de ruído na imagem faz sentido proceder a uma análise estatística colocando-se a hipótese de existência de um ponto de contorno. É, portanto, conveniente recapitular alguns dos termos associados a testes de hipóteses estatísticos.

### Testes de Hipóteses Estatísticos

A família  $\mathcal{P}$  é uma família de distribuições, com uma distribuição  $\mathcal{P}_0 \subset \mathcal{P}$ , e outra distribuição  $\mathcal{P}_1 = \{P \in \mathcal{P} : P \ni \mathcal{P}_0\}$ , sendo  $P$  uma população. O problema de teste de hipóteses pode ser formulado como a decisão a tomar sobre qual de duas afirmações é verdadeira:

$$\begin{aligned} H_0 &: P \in \mathcal{P}_0 \text{ versus} \\ H_1 &: P \in \mathcal{P}_1. \end{aligned} \quad (4.33)$$

Neste caso,  $H_0$  designa-se por *hipótese nula* e  $H_1$  por *hipótese alternativa* (Shao 2003, pág. 115). O espaço de acções para este problema contém apenas dois elementos:  $\mathbf{A} = \{0, 1\}$ , em que 0 é a acção de aceitação de  $H_0$  e 1 é a acção de rejeição de  $H_0$ . Uma regra de decisão é designada por *teste*.

No teste das hipóteses  $H_0$  versus  $H_1$  há dois tipos de erros estatísticos que se podem cometer: rejeitar  $H_0$  quando  $H_0$  é verdadeira (designado por *erro do tipo I* e que corresponde aos falsos negativos) e aceitar  $H_0$  quando  $H_0$  está errada (designado por *erro do tipo II* e que corresponde aos falso positivos). Em inferência estatística, um teste  $T$ , que é uma estatística de  $\mathbb{X}$  ( a gama de valores da amostra  $X$ ), projectada em  $\{0, 1\}$ , é aferido pelas probabilidades de cometer os dois tipos de erros:

$$\alpha_T(P) = P(T(X) = 1), \quad P \in \mathcal{P}_0, \quad (4.34)$$

e

$$\beta_T(P) = P(T(X) = 0), \quad P \in \mathcal{P}_1. \quad (4.35)$$

O cálculo destes tipos de erro para o procedimento de classificação esboçado na Secção 4.2 permite ter uma melhor apreciação dos resultados da aplicação do classificador.

### Classificador Simples de Contornos

O estudo do desempenho do classificador baseado em sequências ordenadas pode iniciar-se observando o desempenho do classificador de contornos mais simples.

O classificador simples de contornos, doravante designado por  $T_S$ , tem um teste de hipóteses:

$$T(G) = \begin{cases} 1, & \text{se } G \geq th \\ 0, & \text{se } G < th \end{cases}, \quad (4.36)$$

em que  $G$  é a estimativa do contraste num ponto  $(i_1, i_2)$  e  $th$  um limiar de classificação pré-definido. A distribuição  $\mathcal{P}_0$  corresponderá à população de pontos de contorno e a distribuição  $\mathcal{P}_1$  à população de pontos que não são de contorno. Os erros de tipo  $I$  e do tipo  $II$  dependem da escolha do limiar  $th$ .

Na Fig. 4.13 representa-se a evolução dos erros do tipo  $I$  e do tipo  $II$  para diversos valores do limiar de classificação. O gráfico foi realizado para a imagem representada na Fig. 4.10, com estimação de contraste pelo método de Sobel e contaminada com ruído Gaussiano com desvio padrão  $\sigma = 40,0$ . Na estimativa realizada para cada ponto do limiar,  $th$ , foram utilizadas  $N = 2000$  amostras. Este classificador apresenta um valor

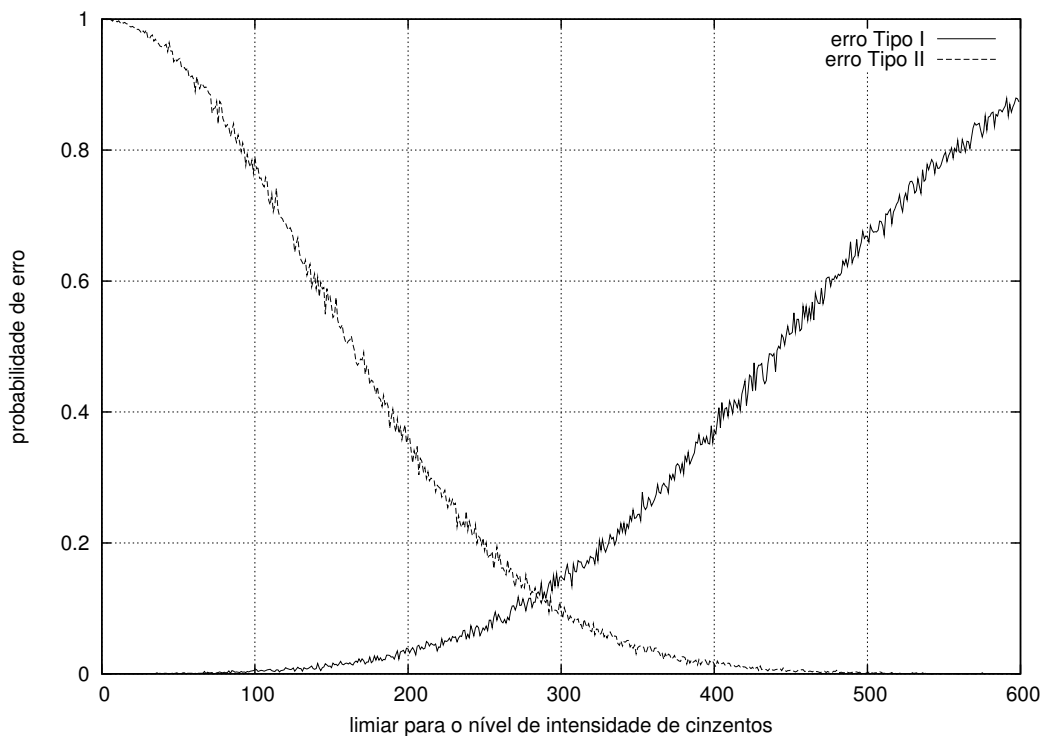


Figura 4.13: Erros do tipo  $I$  e  $II$  do classificador  $T_S$  obtidos para uma imagem a que foi acrescentado ruído Gaussiano com desvio padrão  $\sigma = 40,0$ .

de erro total, dado pela soma dos dois tipos de erro, de cerca de 30%, isto para um valor do limiar  $th \approx 280$ .

### Classificador Baseado em Sequências Ordenadas

O classificador que se propõe baseado em sequências ordenadas de vizinhanças utiliza, também, um limiar,  $th$ , para melhorar a resposta em termos de erros.

A compreensão do efeito da utilização das ordenações das vizinhanças simplifica-se se

estudarmos inicialmente o classificador com o seguinte teste:

$$T(G) = \begin{cases} 1, & \text{se } G \geq th \wedge (W_0 = U_{(8)}) \vee (W_0 = V_{(8)}) \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}, \quad (4.37)$$

em que  $G$  é a estimativa do contraste no ponto a analisar,  $th$  um limiar de classificação,  $S'_2$  e  $S'_3$  são as sequências ordenadas de pontos construídas a partir de  $W_{(8)}$  e  $W_{(7)}$ . O classificador utiliza os valores associados à ordem  $n = 8$  em torno do ponto  $W_0$ . Este classificador será designado por  $T_{88}$ .

O classificador baseado em sequências ordenadas  $N = 8$  e  $N = 7$  utiliza o seguinte teste:

$$T(G) = \begin{cases} 1, & \text{se } G \geq th \wedge (W_0 = U_{(8)}) \vee (W_0 = V_{(8)}) \vee (W_0 = U_{(7)}) \vee (W_0 = V_{(7)}) \\ 0, & \text{caso contrário,} \end{cases} \quad (4.38)$$

em que  $G$  é a estimativa do contraste no ponto a analisar,  $th$  um limiar de classificação,  $U$  e  $V$  são as sequências ordenadas de pontos em torno de  $W_0$ . O classificador utiliza os valores associados às ordens  $n = 8$  e  $n = 7$  em torno do ponto  $W_0$ . Este classificador será designado por  $T_{8877}$ .

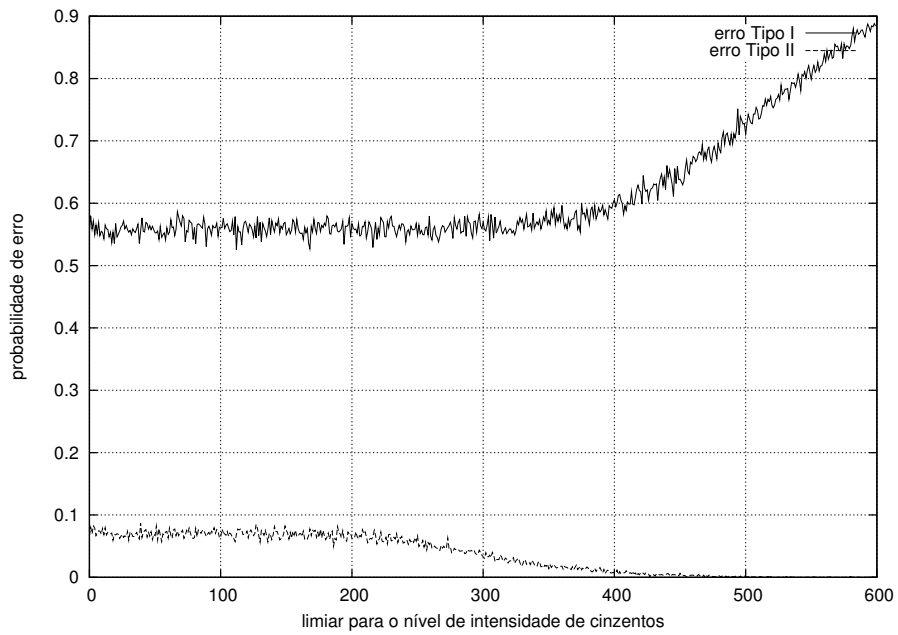
O classificador  $T_{88}$  diminui significativamente o erro do tipo II (o erro associado a falsos positivos) em relação ao classificador  $T_S$ . Os pontos classificados como contornos quando não o são baixam grandemente. O erro do tipo I aumenta na gama de contraste  $G = [0, 450]$ . O classificador  $T_{8877}$  melhora em geral o comportamento em relação ao erro do tipo I sem diminuir significativamente a qualidade no que se refere ao erro do tipo II, como se verifica nos resultados da Fig. 4.14(a).

O novo classificador, designado por  $T_{8877}$ , melhora a classificação inicial de pontos de contorno e fornece informação adequada para um procedimento subsequente de agregação de pontos de contorno, ou seja, pontos de contorno com baixa probabilidade de serem falsos positivos. Este comportamento está visível na Fig. 4.14(b) quando se observa os erros. O erro do tipo I é menor para os valores mais baixos do limiar  $th$  quando se compara com o classificador  $T_{88}$ . O erro do tipo II é superior mas os valores continuam a ser significativamente baixos.

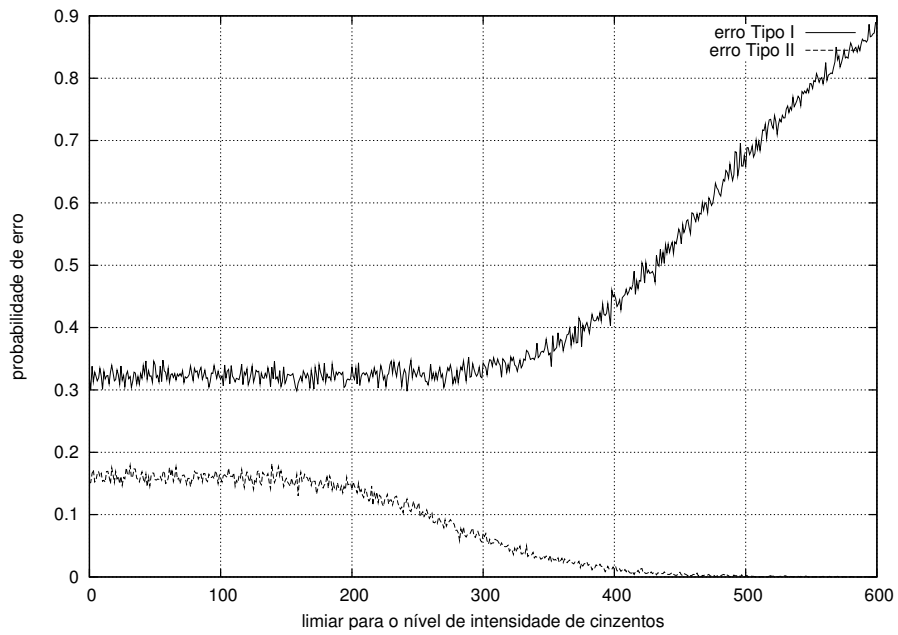
## 4.6 Conclusões

A classificação de pontos de contorno utilizando este procedimento baseado em sequências ordenadas conduz a resultados experimentais em que se observa a diminuição da espessura dos contornos e em que reduzem os erros associados a falsos positivos.

A partir da análise de um modelo de contorno elementar e de um modelo de presença de ruído constroem-se os modelos de estatísticas ordenadas em torno de um ponto a classificar e justifica-se o método proposto. Os modelos adoptados para as distribuições dos valores nas sequências ordenadas e que decorrem da contaminação por ruído são confirmados pelas simulações realizadas.



(a) Erros para o classificador  $T_{88}$ .



(b) Erros para o classificador  $T_{8877}$ .

Figura 4.14: Erros do tipo *I* e *II* dos classificadores  $T_{88}$  e  $T_{8877}$  obtidos para uma imagem a que foi acrescentado ruído Gaussiano com desvio padrão  $\sigma = 40,0$ .



Estudos sobre as estatísticas de ordem, quer em termos de estudos de correlação, quer em termos de métodos de classificação, quer ainda em termos de estimação, serão necessários para melhorar e aprofundar este tipo de classificadores. No Capítulo 5 é utilizado este classificador como ponto de partida para aplicar um método de reclassificação de contornos utilizando o seguimento e ligação de contornos. Os pontos semente para o processo são obtidos através deste classificador baseado em estatísticas de ordem.

Duas vias de estudo futuro radicadas no novo método de classificação apresentado neste capítulo podem ser desenvolvidas. Por um lado, a análise de vizinhanças, não restringidas aos vizinhos imediatamente próximos, poderá conduzir a métodos de classificação ainda melhorados. Por outro, é pertinente considerar a extensão deste método, baseado em sequências ordenadas, a problemas em que as propriedades que sustentam a ordenação sejam outras que não apenas a estimativa do contraste local.

## Referências Bibliográficas

- Abraham, I., R. Abraham, A. Desolneux, e S. Li-Thiao-Te. 2007. “Significant Edges in the Case of Non-Stationary Gaussian Noise.” *Pattern Recognition* 40:3277–3291.
- Accame, Marco e Francesco G. B. Natale. 1997. “Edge Detection by Point Classification of canny Filtered Images.” *Signal Processing* 60:11–22.
- Ahmad, Muhammad Bilal e Tae-Sun Choi. 1999. “Local Threshold and Boolean Function Based Edge Detection.” *IEEE Transactions on Consumer Electronics* 45 (3): 674–679.
- Ahmed, P. 1995. “A Neural Network Based Dedicated Thinning Method.” *Pattern Recognition Letters* 16:585–590.
- Boie, Robert A. e Ingemar J. Cox. 1992. “An Analisis of Camera Noise.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 14 (6): 671–674 (Junho).
- Bradley, Andrew P. 1996. “ROC Curves and the  $\chi^2$  Test.” *Pattern Recognition Letters* 17:287–294.
- Canny, John. 1986. “A Computational Approach to Edge Detection.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 8 (6): 679–698 (Novembro).
- Chen, Yung-Sheng. 1996. “The Use of Hidden Deletable Pixel Detection to Obtain Bias-Reduced Skeletons in Parallel Thinning.” *Proceedings of the International Conference on Pattern Recognition*. 91–95.
- Chen, Yung-Sheng e Yu-Tien Yu. 1996. “Thinning Noisy Binary Patterns Using Visual Symmetry.” *Proceedings of the International Conference on Pattern Recognition*. 146–150.
- David, H. e N. Nagaraja. 2003. *Order Statistics*. 3.<sup>a</sup> Ed. John Wiley & Sons, Inc.
- Deng, Weian e S. Sitharama Iyengar. 1996. “A New Probabilistic Relaxation Scheme and its Application to Edge Detection.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 18 (4): 432–437 (Abril).
- Dougherty, Edward R. 1999. *Random Processes for Image and Signal Processing*. Washington, EUA: SPIE/IEEE.
- Dudewicz, Edward e Satya Mishra. 1988. *Modern Mathematical Statistics*. Chichester: John Wiley and Sons, Inc. ISBN 0-471-60716-9.
- Faber, Petko. 2003. “A Theoretical Framework for Relaxation Processes in Pattern Recognition: Application to Robust Nonparametric Contour Generalization.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 25 (8): 1021–1027.
- Fleck, Margaret M. 1990, Dezembro. “Multiple Widths Yield Reliable Finite Differences.” *Third International Conference on Computer Vision*. IEEE Computer Society Osaka, 58–61.

- Fleck, Margaret. 1992a. “Multiple Width Yield Reliable Finite Differences.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 14 (4): 412–429 (Abril).
- Hancock, Edwin R. 1993, Junho. “Resolving Edge-Line Ambiguities Using Probabilistic Relaxation.” *Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. New York City, USA, 300–306.
- Hancock, Edwin R. e Josef Kittler. 1990. “Edge-Labeling Using Dictionary Based Relaxation.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 12 (2): 165–181 (Fevereiro).
- Hancock, E. R. e J. Kittler. 1991a. “Adaptive Estimation of Hysteresis Thresholds.” *Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. 196–201.
- Haralick, Robert e Linda Shapiro. 1992. *Computer and Robot Vision*. Volume 1. Madrid: Addison-Wesley Publishing Company, Inc.
- Healey, Glenn E. e Raghava Kondepudy. 1994. “Radiometric CCD Camera Calibration and Noise Estimation.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 16 (3): 267–276 (Março).
- Henstock, Peter V. e David M. Chelberg. 1996. “Automatic Gradient Threshold Determination for Edge Detection.” *IEEE Transactions on Image Processing* 5 (5): 784–787 (Maio).
- Iyengar, S. Sitharama e Weian Deng. 1995. “An Efficient Edge Detection Algorithm Using Relaxation Labeling Technique.” *Pattern Recognition* 28 (4): 519–536 (Abril).
- Jain, Anil. 1989. *Fundamentals of Digital Image Processing*. Information and System Sciences. London: Prentice-Hall International Inc.
- Jang, Ben-Kwei e Roland T. Chin. 1990. “Analysis of Thinning Algorithms Using Mathematical Morphology.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 12 (6): 541–551.
- Jolion, Jean-Michel. 2001. “Images and Benford’s Law.” *Journal of Mathematical Imaging and Vision* 14:73–81.
- Lam, Louisa, Seong-Whan Lee, e Ching Y. Suen. 1992. “Thinning Methodologies—a Comprehensive Survey.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 14 (9): 869–885.
- Matalas, Ioannis, Ralph Benjamin, e Richard Kitney. 1997. “An Edge Detection Technique Using the Facet Model and Parameterized Relaxation Labeling.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 19 (4): 328–341 (Abril).
- Medina-Carnicer, R. e F.J. Madrid-Cuevas. disponível na rede desde Dezembro de 2007. “Unimodal Thresholding for Edge Detection.” *Pattern Recognition*.

- Otsu, Nobuyuki. 1979. "A Threshold Selection Method from Gray-Level Histograms." *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics* 9 (Janeiro): 62–66.
- Papacristou, Petros, Maria Petrou, e Josef Kittler. 2000. "Edge Postprocessing Using Probabilistic Relaxation." *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics* 30 (3): 383.
- Pratt, William. 1991. *Digital Image Processing*. 2.<sup>a</sup> Ed. John Wiley & Sons.
- Rakesh, Rishi R., Probal Chaudhuri, e C. A. Murthy. 2004. "Thresholding in Edge Detection: a Statistical Approach." *IEEE Transactions on Image Processing* 13 (7): 927–936.
- Rosin, Paul. 1995. "Edges: Saliency Measures and Automatic Thresholding." *A VERIFICAR*. 93–95.
- Rosin, Paul L. 2001. "Unimodal Thresholding." *Pattern Recognition* 34:2083–2096.
- Sahoo, P., S. Soltani, A. Wong, e Y. Chen. 1988. "A Survey of Thresholding Techniques." *Computer Vision Graphics and Image Processing* 41 (2): 233–260 (Fevereiro).
- Sanches, João e Jorge S. Marques. 2006, oct. "Image Reconstruction Using the Benford Law." *International Conference on Image Processing*. IEEE Atlanta, GA, USA.
- Shao, Jun. 2003. *Mathematical Statistics*. 2.<sup>a</sup> Ed. Heidelberg: Springer-Verlag.
- Turner, M. e E. R. Hancock. 1996. "An EM-like Relaxation Operator." *International Conference on Pattern Recognition*. 166–170.
- van Trees, Harry L. 1968. *Detection, Estimation, and Modulation Theory*. John Wiley and Sons.
- Yoon, Ki Cheon e Kyu Ho Park. 1996. "Flow-based Relaxation Method for Edge Detection." *Electronics Letters* 32, no. 28-29.

*É através da ciência que demonstramos, mas é através da intuição que descobrimos.* Jules Henri Poincaré, 1854–1912

# 5

## Agrupamento de Contornos

### Conteúdo

---

<b>5.1</b>	<b>Introdução</b>	145
<b>5.2</b>	<b>Definições Iniciais e Características Gerais</b>	151
<b>5.3</b>	<b>A Escolha dos Pontos Iniciais</b>	154
<b>5.4</b>	<b>Agrupamento de Contornos</b>	158
<b>5.5</b>	<b>Conclusões</b>	162
	Referências Bibliográficas	163

---



O agrupamento de contornos permite adicionar ao processo de detecção de contornos um conjunto de informação contextual que melhora os resultados da classificação. Agrega, em estruturas de dados de nível mais elevado, a informação procedente das fases iniciais da detecção de contornos. Acrescenta à detecção de contornos informação relativa à proximidade, à similaridade, e ao fecho melhorando os resultados da classificação. Esta informação é usada pelo sistema visual humano melhorando significativamente os resultados provenientes da aquisição da imagem.

O Capítulo 5 é dedicado ao tema do agrupamento dos pontos de contorno com vista à melhoria da sua detecção utilizando uma nova técnica de agrupamento construída com uma metodologia original baseada no crescimento a partir de pontos de contorno previamente classificados com baixo erro e em zonas de expansão locais sobre as quais é construída uma função de custo de cálculo relativamente simples.

O capítulo inicia-se com a Secção 5.1 na qual se realiza a introdução ao tema. Algumas das propostas encontradas na literatura sobre o assunto são referidas nesta secção. As características gerais da metodologia de agrupamento de contornos são apresentadas na Secção 5.2. Incluem-se algumas definições encontradas na literatura sobre o assunto. A escolha dos pontos iniciais para o processo de reclassificação de pontos de contorno por meio de agrupamento de contornos é exposta na Secção 5.3. O processo de agrupamento de contornos é o objecto da Secção 5.4 no que diz respeito à análise teórica e aos resultados experimentais da classificação de contornos. O capítulo termina com as conclusões na Secção 5.5.

## 5.1 Introdução

Em visão por computador o **agrupamento** pode ser definido como o processo que organiza as entidades da imagem em estruturas de nível mais elevado. O agrupamento desempenha um papel importante em muitos sistemas de visão por computador que possuem como objectivo o reconhecimento de objectos em imagens. A noção abstracta de agrupamento é formulada de modos muito diversos. Uma definição de agrupamento é que consiste na tarefa de encontrar grupos similares a partir de um conjunto  $S$ , um conjunto finito de elementos básicos,  $\{s_1, s_2, \dots, s_n\}$ , derivados a partir de uma imagem (Engbers e Smeulders 2003). No caso da detecção de contornos, os elementos de  $S$  representam pontos de contorno numa imagem, encontrados com base num detector de contornos.

Algumas das motivações principais para o agrupamento em visão por computador encontram-se em:

- métodos que derivam dos princípios da teoria do *Gestalt* (Sarkar e Boyer 1993; Mohan e Nevatia 1992). Em termos gerais, depreende-se que se o agrupamento funciona bem com o sistema visual humano então deverá também ser experimentado em sistemas de visão por computador;
- uso da ideia de que muitas relações na informação visual têm baixa probabilidade

de ocorrência aleatória em imagens reais; encontrando-se uma relação existe, então, uma elevada probabilidade desta ter real significado;

- questão da eficiência computacional; neste caso argumenta-se que do ponto de vista da complexidade computacional é crítico o uso de técnicas que seleccionam subconjuntos de dados, com verosimilhança suficiente para provirem de um objecto, antes de se estabelecer uma correspondência entre as propriedades dos dados e dos modelos.

É no contexto da melhoria da classificação de contornos que, nesta dissertação, se adopta o agrupamento de contornos. No entanto, a utilidade de se terem grupos de contornos estende-se para além da classificação, já que estes grupos são segmentos da imagem que podem ser já utilizados em níveis mais elevados da visão por computador.

### **Agrupamento de Contornos**

Os métodos de detecção de contornos produzem, normalmente, fragmentos de contorno com descontinuidades, especialmente na presença de ruído. Uma das fases importantes no processo completo de detecção dos contornos é o agrupamento dos fragmentos de contorno com eventual reclassificação de alguns pontos da imagem.

São em grande número as aplicações das técnicas de agrupamento de contornos. Em tarefas relacionadas com a fotogrametria e a detecção remota, temos por exemplo a extracção de elementos lineares tais como: estradas, linhas de caminho de ferro ou rios e ribeiros, os quais podem ser utilizados na aquisição e actualização de dados para serem introduzidos em sistemas de informação geográfica. As aplicações em imagens médicas para extrair elementos da anatomia constituem outro conjunto de exemplos importantes; é o caso da extracção de vasos sanguíneos a partir de angiogramas; da análise de estruturas ósseas a partir de tomografias computarizadas, etc.

As técnicas de agrupamento de contorno podem ser divididas em dois grandes grupos: aquelas em que existe um modelo pré-definido de contorno e em que por diversas técnicas se ajusta o modelo de modo a otimizar um determinado critério e que assumem a designação de contornos activos, e as técnicas em que sucessivamente se formam os contornos através de técnicas de pesquisa. O trabalho que é apresentado enquadra-se neste segundo tipo de técnicas.

### **As Leis do Gestalt**

A classificação de contornos pode ser entendida como um processo em duas fases: a geração de fragmentos de contorno e imagens que realçam os contornos e o subsequente agrupamento de fragmentos de contorno. Este agrupamento pode ter como objectivo cumprir diversos princípios de organização perceptual, gerar contornos fechados ou garantir a continuidade, por exemplo, utilizando-se justificações originárias do estudo do comportamento psicológico humano tais como as leis do *Gestalt* (Engbers e Smeulders



2003; Santini e Jain 1999; Mohan e Nevatia 1992; Amir e Lindenbaum 1998). A pesquisa no agrupamento perceptual foi iniciada na década de 1920 pelos psicólogos do *Gestalt*<sup>1</sup>, nomeadamente Wertheimer, Koffka e Koehler, que desenvolveram uma teoria da consciência e do cérebro explorando as tendências auto-organizativas (Wertheimer 1923). O efeito de *Gestalt* refere-se à capacidade de formação de formas dos nossos sentidos, em especial as formas ligadas ao reconhecimento visual de figuras e de formas completas em substituição de coleções de linhas simples e curvas. Associados ao agrupamento encontram-se os conceitos de proximidade, similaridade, continuação, fecho e simetria. As leis do *Gestalt* traduzem-se em:

**fecho** que requer que o contorno seja sempre fechado;

**proximidade** que requer que o comprimento das falhas seja pequeno na ligação de segmentos detectados quando se cria um contorno fechado;

**continuidade** que requer que o contorno resultante seja tão suave quanto possível e

**convexidade** que exige que o contorno seja convexo.

Não é necessário indicar explicitamente os princípios das leis do *Gestalt* para se verificar que os métodos de agrupamento de contorno tentam cumpri-las. Os primeiros métodos de agrupamento de contornos não referem estas leis mas obviamente que tentam seguir o princípio da continuidade do contorno.

### O Agrupamento Sequencial de Contornos

Montanari é o primeiro a apresentar uma proposta baseada na determinação de um sistema óptimo de curvas numa imagem com base numa determinada figura de mérito (Montanari 1971). O conteúdo heurístico do problema é exprimido através das propriedades associadas às curvas e respectivas ponderações na função correspondente à figura de mérito. O problema da ligação de contornos é resolvido através da aplicação da programação dinâmica multi-estágio. A determinação dos contornos é realizada directamente a partir da imagem original. Assume-se uma vizinhança octo-conexa para os pontos da imagem. Uma curva é definida como uma qualquer sequência de pontos,  $P_1, P_2, \dots, P_N$  de forma a que  $P_k$  e  $P_{k+1}$ ,  $k = 1, \dots, N - 1$  são vizinhos de acordo com a seguinte definição:

**Definição 5** *Dois pontos  $P = (i, j)$  e  $Q = (r, s)$  são considerados vizinhos se:*

$$\max(|i - r|, |j - s|) = 1, \quad (5.1)$$

<sup>1</sup>*Gestalt* é uma palavra alemã para o conceito de forma. É eventualmente relacionável com o conceito de totalidade.

o que corresponde à habitual definição de vizinhança octo-conexa.

A figura de mérito adoptada é baseada na soma dos níveis de cinzento ao longo da curva, considerada mais escura do que o resto da imagem, e na subtração da soma das curvaturas em cada ponto. Sendo  $z_i = (x_i, y_i)$  as coordenadas dos pontos da curva, Montanari escolhe uma figura de mérito dada por:

$$g(z_1, \dots, z_N) = \sum_{i=1}^N I(z_i) - q \sum_{i=2}^{N-1} (d(z_{i+1}, z_i) - d(z_i, z_{i-1})) \pmod{8}, \quad (5.2)$$

em que  $d(z_{i+1}, z_i)$  é a tangente discreta da curva. Montanari aplica um procedimento de programação dinâmica para a eliminação sucessiva de  $z_1$  a  $z_N$  e a subsequente obtenção dos pontos da curva. É de salientar a necessidade da escolha prévia dos pontos iniciais e finais da curva.

A observação das relações entre a colocação do problema da ligação de contornos através da programação dinâmica e a pesquisa em grafos é realizada por Martelli e resulta na proposta de utilização do algoritmo de pesquisa heurística em grafos  $A^*$  (Martelli 1972; Nilsson 1998). A adopção do algoritmo  $A^*$  conduz a uma grande poupança computacional em comparação com a programação dinâmica. É definido um elemento do contorno como o segmento elementar  $x_i = (P_i, Q_i)$ , sendo  $P_i$  e  $Q_i$  dois pontos vizinhos de acordo com a Def. 5, e um contorno como a sequência de elementos  $L = (x_1, x_2, \dots, x_N)$ . A função de custo é dada por:

$$C(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots) = c_1(x_1, x_2, \dots, x_k) + c_2(x_2, x_3, \dots, x_{k+1}) + c_i(x_i, x_{i+1}, \dots, x_{i+k-1}). \quad (5.3)$$

As funções  $c_i$  incorporam informação sobre as propriedades locais do contorno, como os níveis de cinzento e a curvatura local, enquanto que a soma  $C$  exprime a informação global. No caso concreto proposto por Martelli duas funções de custo locais são propostas. A primeira relaciona-se com a diferença de níveis de cinzento entre dois pontos e é dada por:

$$c'(x_i) = M - (g(P_i) - (Q_i)) \quad (5.4)$$

em que  $g(P_i)$  e  $(Q_i)$  são os níveis de cinzento associados a  $P_i$  e  $Q_i$  e  $M$  é a maior diferença de níveis de cinzento entre dois pontos adjacentes. A segunda está relacionada com a pesquisa de contornos suaves em que se exprime uma restrição às sequências de três elementos cujo primeiro e terceiro elementos coincidam. Esta restrição pode ser embutida numa função de 3 variáveis,  $c''(x_i, x_{i+1}, x_{i+2})$ , que apresentará o valor zero se os três elementos obedecem à restrição e caso contrário apresentará um valor muito alto. O custo de um contorno pode então ser exprimido por:

$$C(x_1, x_2, \dots) = c'(x_1) + c'(x_2) + \dots + c''(x_1, x_2, x_3) + c''(x_2, x_3, x_4) + \dots \quad (5.5)$$

À Eq. 5.5 corresponde um grafo de pesquisa e a resolução do problema do seguimento de contornos é realizada através do algoritmo  $A^*$  de Nilsson.

Uma melhoria neste tipo de técnica foi sugerida por Ashkar e Modestino, que consiste na utilização do mapa de amplitudes do gradiente como suporte principal do processo de ligação dos contornos (Ashkar e Modestino 1978). A aproximação apresentada formula o problema da extracção de contornos como um problema de procura de custos mínimos numa árvore. Em particular é usado o algoritmo de pilha de Zigangirov-Jelinek<sup>2</sup> na pesquisa dos custos mínimos.

A formulação do agrupamento de pontos de contorno como um problema de seguimento Bayesiano multi-hipotético é proposta por Cox, Rehg e Hingorani (Cox, Reig, e Hingorani 1993). O algoritmo que propõem apresenta três componentes: um modelo dinâmico do contorno que incorpora um componente de suavidade *a priori*; um componente de medida que incorpora as características de ruído do detector de contornos e uma árvore de hipóteses Bayesiana que codifica a verosimilhança de cada uma das atribuições possíveis de um contorno e que permite que múltiplas hipóteses surjam em paralelo até que exista informação suficiente para a tomada de decisão.

Cooper *et al.* formulam a ligação de contornos como um problema de estimação, usando a aproximação da máxima verosimilhança (Cooper, Elliot, Cohen, Reiss, e Symosek 1980). Notando o elevado peso computacional desta aproximação, técnicas sub-óptimas foram desenvolvidas e realizadas em fronteiras simples (Elliot, Cooper, Cohen, e Symosek 1982).

Outra melhoria nas técnicas de pesquisa foi introduzida por Eichel *et al.* e consiste num método de seguimento sequencial de contornos similar ao de Ashkar e Modestino, mas com uma função de custo do caminho quantitativa (Eichel, Delp, Koral, e Buda 1988). A utilização de um modelo linear inspirado no trabalho de Kay e Lemay serviu para uma nova proposta de seguimento sequencial de contornos designada por *LINK* (Frag e Delp 1995; Kay e Lemay 1986).

Urago, Zerubia e Berthod propõem o agrupamento de contornos utilizando técnicas de seguimento e um modelo de cadeias de Markov (Urago, Zerubia, e Berthod 1995). Estudando a extracção de estruturas curvilíneas, Steger propõe-se utilizar um modelo explícito de linhas para o agrupamento por meio de ligação de contornos (Steger 1998).

Um método moderno de ligação de contornos foi proposto por Whelan e Ghita e utiliza a informação resultante do método de detecção de contornos de Canny (Ghita e Whelan 2002). Realiza o emagrecimento iterativo dos contornos para eliminar respostas múltiplas. Este emagrecimento é baseado num operador morfológico com elementos estruturantes do tipo L. A recuperação e marcação dos pontos terminais é baseada na utilização de máscaras de detecção de pontos terminais. A ligação de contornos e fecho de falhas<sup>3</sup> é realizada observando uma função de custo que favorece pontos que se encontram sobre a mesma direcção de suporte e as distâncias mais curtas. As janelas em que se realiza o processamento podem ter várias dimensões constituindo a dimensão

---

<sup>2</sup>Este algoritmo é usado em descodificação sequencial e foi inicialmente proposto em 1966 por Zigangirov e depois por Jelinek em 1969.

<sup>3</sup>Em inglês *gaps*.

constitui um dos parâmetros de entrada do algoritmo.

O agrupamento de contornos quando se encontra disponível algum conhecimento prévio do objecto, no contexto do agrupamento perceptual, é tratado por Elder, Krupnik e Johnston e introduzem um quadro em que relacionam conhecimento probabilístico *a priori* de um objecto com modelos probabilísticos para agrupamento de contornos (Elder, Krupnik, e Johnston 2003).

Uma tentativa de formalização das propriedades apresentadas pelas leis do *Gestalt* é dada por Wang, Kubota e Siskind através de um método baseado em grafos designado por *ratio contour* (Wang, Kubota, e Siskind 2005). Codificam as leis da *Gestalt* da proximidade e da continuidade numa medida de saliência perceptual baseada no comprimento das falhas e na curvatura média, e apresentam um algoritmo de tempo polinomial para a pesquisa do contorno fechado mais saliente.

O agrupamento de contornos através da aplicação de um operador morfológico designado por *pseudo-dilatação adaptativa* é proposta por Papari e Petkov no contexto das imagens naturais (Papari e Petkov 2008). Este operador utiliza elementos estruturantes dependentes do contexto para a identificação de estruturas curvilíneas na imagem. A dilatação encontra-se limitada à célula de Voronoi de cada pixel do contorno. Este operador apresenta, segundo os autores, bons resultados de acordo com a lei do *Gestalt* da continuidade.

A utilização da simetria como propriedade relevante para o agrupamento é proposta por Stahl e Wang (Stahl e Wang 2008). Observam que muitas estruturas naturais e estruturas construídas pelo homem apresentam algum nível de simetria bilateral e que esta pode ser aproveitada para o agrupamento de contornos. Constroem um método para a obtenção de contornos fechados através da conexão de trapezóides que unem espaços em contornos. Definem uma função de custo através de um rácio entre a informação de proximidade e simetria de uma fronteira e a informação da região englobada.

No sentido de evitar a dependência da inicialização, foram propostos *métodos baseados na teoria dos grafos* para garantir fronteiras que optimizam globalmente uma determinada medida de saliência dos contornos. A organização perceptual dos contornos aparece associada a este tipo de métodos (Elder, Krupnik, e Johnston 2003). É típico que estes métodos construam um grafo em que os vértices representam pixel ou pequenas regiões e os ramos ponderados representam a afinidade entre estes pixel ou regiões. Neste contexto, a procura de uma fronteira é equivalente a realizar partições do grafo de modo a optimizar uma determinada função de custo apropriada para o problema. As variantes destes métodos baseados na teoria dos grafos utilizam vários algoritmos para optimizar diferentes funções de custo (Wu e Leahy 1993; Shi e Malik 2000; Wang e Siskind 2003).

Uma aproximação baseada em grafos e que pretende unificar alguns dos métodos de agrupamento de contornos assenta no conceito da *Image Foresting Transform* (IFT) (Falcão, Stolfi, e de Alencar Lotufo 2004). A IFT define uma floresta<sup>4</sup> de custo mínimo num grafo, cujos nós são os pixel da imagem e os arcos são definidos por relações de adjacência en-

---

<sup>4</sup>Uma floresta é um conjunto de árvores mesmo quando referida ao processamento de grafos.

tre estes. O custo de um caminho no grafo é determinado pela aplicação específica e depende das propriedades usadas no caminho— a cor, o gradiente e a posição do pixel. As raízes da floresta são obtidas a partir de pontos semente da imagem. O cálculo do trajecto óptimo é baseado no algoritmo de Dijkstra (Cormen, Leiserson, e Rivest 2002).

## 5.2 Definições Iniciais e Características Gerais

Nesta secção vão fazer-se algumas definições que permitem esclarecer a natureza do problema a resolver e as características globais de novo método de agrupamento de pontos de contorno que será apresentado nesta secção.

### Características Gerais do Método Proposto

O processo de agrupamento de pontos de contorno proposto nesta dissertação deriva, em traços gerais, das metodologias de seguimento e ligação de pontos de contorno e apresenta as fases que se resumem:

1. selecção de pontos da imagem que servem o propósito de se constituírem como pontos de início do processo de agrupamento;
2. selecção do ponto da imagem que será agrupado a um determinado contorno;
3. verificação das condições de finalização do processo.

Este método difere, na sua essência, de outros procedimentos de agrupamento de contornos em cada uma destas fases, mas partilha, no entanto, as seguintes semelhanças:

- utiliza a noção de selecção do ponto a ser agrupado a um contorno como resultado de um processo de pesquisa num grafo;
- usa informação radiométrica da imagem, em particular a amplitude do gradiente local da imagem como estimativa do contraste;
- usa informação geométrica derivada dos objectos presentes na cena, e que se reflecte em termos de orientações médias dos contornos que se vão determinando e na orientação média da direcção do gradiente na zona em análise.

É de salientar que se introduz na selecção dos pontos de origem do processo de agrupamento de contornos a informação de pré-classificação dos pontos de contorno da imagem com base em vizinhanças ordenadas (*vide* Capítulo 4). Os pontos da imagem classificados como pontos de contorno, por meio desta técnica, apresentam algumas características que melhoram o desempenho do procedimento de agrupamento de contornos, nomeadamente:

- contornos de espessura unitária;

- baixa probabilidade de erro quando se afirma que um ponto é de contorno;
- elevada conexão geométrica com outros pontos de contorno adjacentes.

A escolha, tão correcta quanto possível, dos pontos de contorno que servem de semente para o procedimento de crescimento de contornos melhora os resultados.

O procedimento de escolha do ponto a agrupar a um determinado contorno tem em conta, essencialmente, dois tipos de informação:

- a informação geométrica resultante dos passos prévios de crescimento do contorno;
- a informação geométrica e radiométrica de uma zona de pontos da imagem que se posicionam na direcção do desenrolar previsível do contorno.

Põe-se, obviamente, a seguinte questão: Quando deve terminar o processo de desenvolvimento do contorno? Nas seguintes situações:

- quando houver perigo do desenrolar do contorno para fora das dimensões físicas da imagem;
- quando o contorno se fechar sobre si próprio ou tocar em outros contornos já totalmente desenvolvidos;
- quando o processo de selecção já não tiver informação suficiente para, de modo fiável, gerar um novo ponto de contorno.

A descrição completa do procedimento de agrupamento de pontos de contorno em contornos deve iniciar-se pelas definições do que constitui um contorno. É o que se faz no seguimento deste texto.

### **Definição Informal de Contorno**

A primeira definição é sobre o conceito de **contorno**:

**Definição 6** *Um contorno é uma lista de pontos de contorno ou a curva matemática que modela a lista de pontos de contorno (Jain, Kasturi, e Schunck 1995, pág. 187).*

a que se segue a definição de **ligação de pontos de contorno**:

**Definição 7** *A ligação de pontos de contorno é o processo de formação de uma lista ordenada de pontos de contorno a partir de uma lista não ordenada. Por convenção, os pontos de contorno são ordenados por percurso no sentido dos ponteiros do relógio (Jain, Kasturi, e Schunck 1995, pág. 187).*

e a definição de **seguimento de pontos de contorno**:

**Definição 8** *O seguimento de pontos de contorno é o processo de procura da imagem (filtrada) com o objectivo de determinação de contornos (Jain, Kasturi, e Schunck 1995, pág. 187).*

É, também, apresentado o conceito relacionado de **edgel** que se define como:

**Definição 9** *Edgel é um segmento curto linear e disjunto de pontos de contorno, cada segmento tem uma orientação e uma posição (Nalwa 1993, pág. 109).*

e que se relaciona com a ligação de pontos de contorno por meio da definição de **agregação de edgel**:

**Definição 10** *A agregação de edgel conduz à produção de segmentos de pontos de contorno extendidos (Nalwa 1993, pág. 109).*

Outro autor descreve estes processos como:

**Definição 11** *A ligação de pontos de contorno refere-se ao processo pelo qual pontos de contorno vizinhos podem ser agregados para originar uma cadeia ou sequência de pixel de contorno (Haralick e Shapiro 1993, pág. 582).*

Estas definições informais de contornos e de processos de ligação de contornos conduzem a definições formais que resultam da especificação concreta de processos de agrupamento de pontos de contorno.

### **Definição do Agrupamento de Pontos de Contorno Enquanto Pesquisa em Grafos**

A definição formal do processo de agrupamento por meio de ligação de pontos de contorno deve partir pela definição dos dados de entrada e de saída deste processo.

O suporte espacial da imagem, no contexto do processo de ligação de pontos de contorno, é uma estrutura reticular,  $S$ , de pixel da imagem (Farag e Delp 1995):

$$S = \{(i_1, i_2) : 0 \leq i_1 \leq M_1 - 1, 0 \leq i_2 \leq M_2 - 1\}, \quad (5.6)$$

em que cada nó da rede  $s = (i_1, i_2)$  possui um conjunto único de oito vizinhos próximos. A imagem possui a dimensão de  $M_1 \times M_2$  pixel.

A partir de um ponto de contorno  $s$  pertencente a um eventual contorno  $C_k$ , este pode ser extendido em oito direcções, com cada extensão conduzindo a um dos oito pixel vizinhos. A pesquisa do nó seguinte do caminho correspondente ao contorno pode ser efectuada de modo similar. A evolução deste processo de expansão dos nós conduz a uma árvore em que cada nó possui oito ramos dirigidos para fora do nó. A profundidade na árvore indica a posição no contorno. No entanto, um dos ramos de expansão da árvore aponta para o nó predecessor, já determinado previamente, pelo que apenas sete nós predecessores podem existir para cada nó.

O processo de ligação de pontos de contorno origina um conjunto de  $N$  sequências ordenadas,  $N = \{s_0, s_1, \dots, s_{N-1}\}$ , de pontos de contorno. A sequência ordenada  $s_k$  tem comprimento  $Q_k$ . Esta pode ser descrita por:

$$s_k = (p_{k_0}, p_{k_1}, \dots, p_{k_{Q_k-1}}), \quad (5.7)$$

em que cada  $p_{kl} = (i, j)_l$  é um ponto da imagem.

A dimensão do espaço de procura para um caminho com  $Q$  nós é  $d = 7^Q$ . Há que reduzir, necessariamente, a dimensão do espaço de procura e tentar otimizar computacionalmente as estratégias de obtenção de novos nós pertencentes ao contorno. O peso computacional é bastante reduzido se o número de extensões de um ponto de contorno diminuir. Na prática os contornos têm curvatura diminuta e não mudam frequentemente de direcção. A expansão nas sete direcções é, portanto, desnecessária. A limitação a três nós de expansão colocados em frente do contorno mostrou ser suficiente para os casos práticos (Farag e Delp 1995). Neste caso, a dimensão do espaço de procura diminui para  $d = 3^Q$ . Um caminho, que eventualmente pode gerar pontos pertencentes a um contorno, passa então a ser definido por:

**Definição 12** *Um caminho é um conjunto conexo de nós com a seguinte propriedade: para cada subconjunto de 3 nós no caminho, a direcção definida,  $d_A$ , pelo primeiro par de nós e a direcção,  $d_B$ , definida pelo segundo par de nós difere de um ângulo inferior a  $\frac{\pi}{4}$ .*

Na Fig. 5.1 exhibe-se um contorno constituído pelos pontos preenchidos a negro e pelos pontos escurecidos. O último ponto do contorno é designado por  $P_0$  e o penúltimo ponto é designado por  $P_{-1}$ . A direcção definida por  $P_0 - P_{-1}$  forma um ângulo inferior a  $\frac{\pi}{4}$  com cada uma das direcções definidas pelos pontos  $P_1 - P_0$ . As direcções formadas por  $P_n - P_{n-1}$  formam ângulos inferiores a  $\frac{\pi}{4}$  com as direcções constituídas por  $P_{n+1} - P_n$ , em que  $n$  é o nível de expansão a que pertence o ponto.

A partir de  $Q = 6$  alguns dos nós expandidos pertencem ao caminho já determinado previamente. A questão que se coloca é de como seleccionar os pontos para agregação ao contorno? Esta subdivide-se em duas outras questões: como se escolhem os pontos iniciais para o agrupamento do contorno? E como se escolhem os pontos seguintes para junção ao contorno? Na Secção 5.3 define-se a escolha dos pontos iniciais que farão parte dos diversos contornos e na Secção 5.4 esboça-se o procedimento de agrupamento dos pontos seguintes.

### 5.3 A Escolha dos Pontos Iniciais

Os métodos de agrupamento de contornos utilizam diversas técnicas para a selecção dos pontos iniciais dos contornos.



6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	
6	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	6	
6	5	4	4	4	4	4	4	4	4	5	6	
6	5	4	3	3	3	3	3	3	4	5	6	
6	5	4	3	2	2	2	2	3	4	5	6	
6	5	4			1	1	2	3	4	5	6	
6	5	5			0	1	2	3	4	5	6	
6	6	6	6	-1			2	3	4	5	6	
					6			3	3	4	5	6
					6	5	4	4	4	4	5	6
					6	5	5	5	5	5	5	6
					6	6	6	6	6	6	6	6

Figura 5.1: Zona de expansão de um contorno. Os pontos a negro e escurecidos são parte de um contorno. Os pontos numerados indicam as diversas fases de possível expansão para determinação de um caminho.

### Metodologia

São escolhidos pontos iniciais cuja evidência é suficientemente forte para constituírem parte de um contorno, ou seja pontos com pequena probabilidade de serem falsos positivos. Mencionam-se as seguintes aproximações:

- com a utilização de informação da amplitude do gradiente nas seguintes formas:
  - por meio de binarização com um limiar bastante elevado de forma a minimizar o erro de classificação de um ponto como sendo de contorno quando não o é (falso positivo);
  - por meio da ordenação de pontos da imagem em ordem decrescente da amplitude do gradiente e escolha dos pontos a partir do topo da lista até que se chegue um determinado limite;
  - por meio da técnica de Canny de supressão de não máximos;
- com a utilização de contornos classificados por análise da passagem por zero das segundas derivadas da imagem (Qian e Huang 1996; Farag e Delp 1995).

No caso do procedimento proposto nesta dissertação, o arranque do procedimento de agrupamento de contornos é feito a partir de uma lista de pontos iniciais,  $L_{ini}$ . A escolha destes pontos iniciais utiliza o mapa de contornos classificados por meio de sequências ordenadas,  $\mathbf{C}$ , e a estimativa do contraste local por meio da amplitude do gradiente,  $\mathbf{G}$ .

A utilização da informação contida em  $\mathbf{G}$  e em  $\mathbf{C}$  permite minorar o erro na escolha dos pontos iniciais de contorno, dado que se cruza a informação radiométrica<sup>5</sup> indicativa da presença de um contorno com a informação geométrica.

O procedimento de selecção inicial de pontos encontra-se representado na Fig. 5.2. O

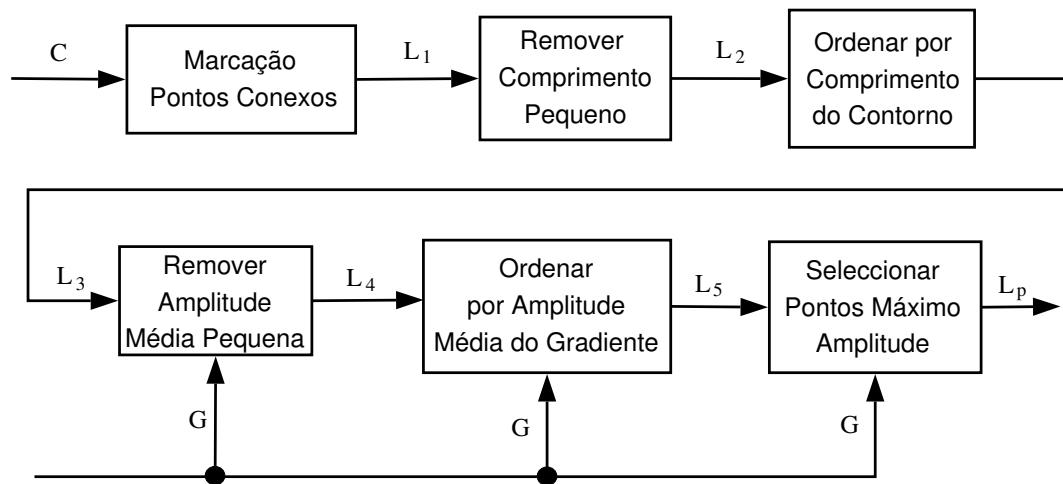


Figura 5.2: Procedimento de selecção dos pontos iniciais para o método de agrupamento de contornos.

método de escolha destes pontos iniciais começa pela formação de agrupamentos conexos de pontos de contorno a partir de  $\mathbf{C}$ . Um contorno, numa imagem digital, é constituído por um conjunto de pontos de contorno. Se este conjunto for geometricamente conexo então está-se na presença de um segmento do contorno subjacente. O processo de classificação em conjuntos conexos é realizado através de um algoritmo de marcação de pontos conexos<sup>6</sup>. No processo de marcação de pontos conexos todos os pixel com o valor **Verdade**, conexos com outros pixel através de um caminho por meio de pixel com o valor **Verdade**, recebem a mesma marca de identificação. A marcação de componentes conexos é uma operação de agrupamento.

Existem vários algoritmos que permitem realizar a marcação de componentes conexos. As várias realizações distinguem-se pelo uso mais eficiente, ou não, da memória e tempo

<sup>5</sup>Informação relativa à componente luminosa.

<sup>6</sup>O processo é designado na terminologia inglesa por *connected component labelling*.

de computação (Haralick e Shapiro 1992, pág. 28–48). Nesta dissertação foi escolhido, para a realização da parte experimental, o algoritmo «clássico» em dois passos com uma topologia de vizinhança octo-conexa. A utilização tradicional da marcação de componentes conexos é a partir de imagens binarizadas, logo com regiões de grande dimensão. O número de pontos de contorno é geralmente pequeno em relação ao número de pontos em regiões, pelo que os requisitos de memória são bastante diminuídos, dispensando-se assim a realização de algoritmos mais complexos e computacionalmente mais eficientes.

A aplicação do algoritmo de componentes conexos resulta numa lista de segmentos (contornos),  $L_1$ . O processo de classificação por meio de estatísticas ordenadas dá origem a um mapa de pontos de contorno. A estrutura de dados correspondente ao mapa de pontos de contorno é uma tabela com dois índices. O primeiro corresponde à primeira coordenada de um pixel e o segundo corresponde à segunda coordenada desse pixel. A entrada da tabela é do tipo booleano. O valor de **Verdade** indica a presença de um ponto de contorno enquanto que o valor de **Falso** testemunha o oposto.

Uma indicação de que estamos na presença de um contorno é o seu comprimento dado pelo número de pontos. Aumenta-se a garantia de que escolhemos correctamente os pontos iniciais eliminando da escolha todos os segmentos de comprimento inferior a  $c_{inf}$ . Esta selecção resulta na lista de segmentos  $L_2$ , que é ordenada pelo comprimento dando origem a  $L_3$ .

A cada segmento encontra-se associada uma média do valor de amplitude do gradiente. Os contornos com valores muito baixos de média de amplitude do gradiente são removidos originando a lista  $L_4$ . Ordena-se esta lista em função da média do amplitude do gradiente o que resulta em  $L_5$ . A partir de  $L_5$  procura-se, em cada contorno, o ponto com maior amplitude do gradiente. Estes pontos constituem os pontos de partida para o processo de agrupamento de contornos. A lista destes pontos é  $L_p$ . A ordem em que se encontram os pontos nesta lista reflecte a relevância dos factores a seguir enumerados na consideração de que os pontos são de contorno:

- a presença em contornos com comprimento mínimo garantido;
- a pertença a contornos de elevado gradiente médio;
- ser um ponto com elevada amplitude do gradiente.

É de salientar que a utilização do método de classificação inicial de pontos de contorno com base em sequências ordenadas da amplitude do gradiente, discutido no Capítulo 4, diminui a existência de falsos positivos. O processamento dos contornos agrupados através do algoritmo de marcação de componentes conexos melhora a classificação de pontos de contorno introduzindo informações de continuidade dos contornos. O processamento subsequente com vista a garantir comprimentos mínimos, elevados gradientes médios e elevada amplitude do gradiente reduz ainda mais a probabilidade de se estar perante um falso ponto de contorno.

## 5.4 Agrupamento de Contornos

Tomando cada ponto da lista de pontos iniciais  $L_p$ , realiza-se então o processo de agrupamento de novos pontos de contorno através de um processo de agregação sucessiva.

### Os Primeiros Pontos a Serem Agregados

O método que se propõe começa por utilizar para o processo de agrupamento a lista dos pontos iniciais,  $L_p$ , cuja metodologia de geração se definiu na Secção 5.3. A lista  $L_p$  é composta por  $N$  pontos:

$$L_p = [P_1, \dots, P_N]. \quad (5.8)$$

A cada ponto de  $L_p$  vai corresponder a existência de uma lista

$$C^k, \quad k = 1, \dots, N \quad (5.9)$$

dos contornos da imagem. Cada contorno é constituído pela lista de pontos

$$C^k = [P_1^k, \dots, P_j^k, \dots, P_{M_k}^k] \quad (5.10)$$

contendo  $M_k$  pontos de contorno. No início do processo de agrupamento cada contorno  $C^k$  contém apenas um dos pontos de  $L_p$ . O processo de agrupamento de contornos é

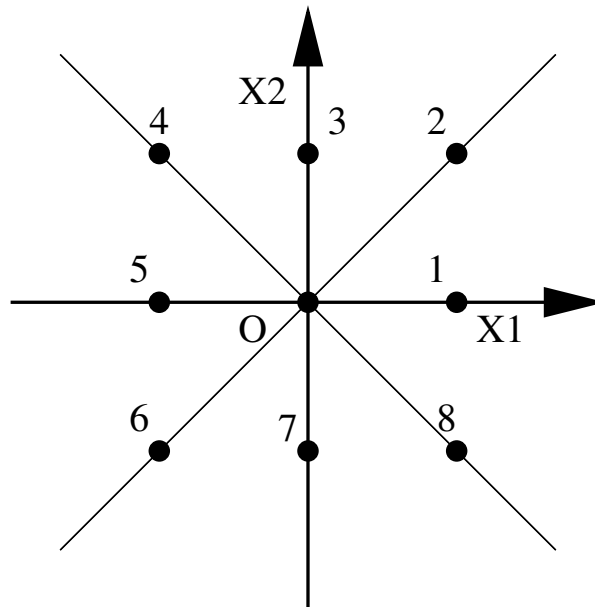


Figura 5.3: Vizinhança octo-conexa e direcções associadas.

realizado para cada contorno  $C^k$ . No primeiro passo, para um determinado contorno

$C^k$ , forma-se o conjunto  $\mathcal{V}_1^k$  dos pontos pertencentes à vizinhança octo-conexa do ponto  $P_1^k$ :

$$\mathcal{V}_1^k = \left\{ P_1^{k(1)}, \dots, P_1^{k(j)}, \dots, P_1^{k(8)} \right\}, \quad (5.11)$$

em que cada valor do índice  $j$  indica um ponto vizinho de acordo com a representação de orientações definida na Fig. 5.3.

O melhor ponto para expansão do contorno será o ponto designado por  $P_2^k$  pertencente à vizinhança  $\mathcal{V}_1^k$  com maior valor de amplitude do gradiente  $G$ :

$$P_2^k = \arg \max_j G[P_1^{k(j)}]. \quad (5.12)$$

A orientação inicial de expansão do contorno  $C^k$  é, então, dada pelo vector:

$$\mathbf{v}_2 = P_2^k - P_1^k. \quad (5.13)$$

A partir desta altura encontram-se definidos os dois primeiros pontos do contorno e o processo de agregação passa a ser diferente.

### A Agregação de Pontos Escolhidos com Base na Zona de Expansão

A região de expansão inicial do contorno é definida a partir da orientação do vector  $\mathbf{v}_2$  e do ponto  $P_2^k$ . No decorrer do processo de expansão do contorno pode afirmar-se, em geral, que se encontra definido um ponto de extremidade do contorno  $P_j^k$  e um vector de orientação da expansão do contorno:

$$\mathbf{v}_j = P_j^k - P_{j-1}^k, \quad j = 2, \dots, M_k \quad (5.14)$$

O vector  $\mathbf{v}_j$  pode ter uma das seguintes oito orientações:

$$\Theta_e = \left\{ \frac{\pi}{4} \times 0, \dots, \frac{\pi}{4} \times (j-1), \dots, \frac{\pi}{4} \times 7 \right\}. \quad (5.15)$$

No que se refere à pesquisa define-se o nível de profundidade da pesquisa máxima como  $Q = 3$  e a variação de orientação de pixel para pixel, dada por:

$$\Delta\alpha = \angle(\mathbf{v}_j, \mathbf{v}_{j-1}) \quad (5.16)$$

não indo além de  $\Delta\alpha = \frac{\pi}{4}$ .

Na escolha do ponto seguinte para agregação ao contorno determinam-se 3 camadas de expansão representadas por  $A$ ,  $B$  e  $C$ . Na Fig. 5.4 pode observar-se uma representação gráfica para uma expansão hipotética de um contorno das três camadas de expansão  $A$ ,  $B$  e  $C$ . A escolha do melhor ponto para agrupamento ao contorno é realizada formando um conjunto de tripletos tomando as combinações de pontos escolhidos a partir das camadas (um por cada camada). O número total de tripletos é calculado sabendo que

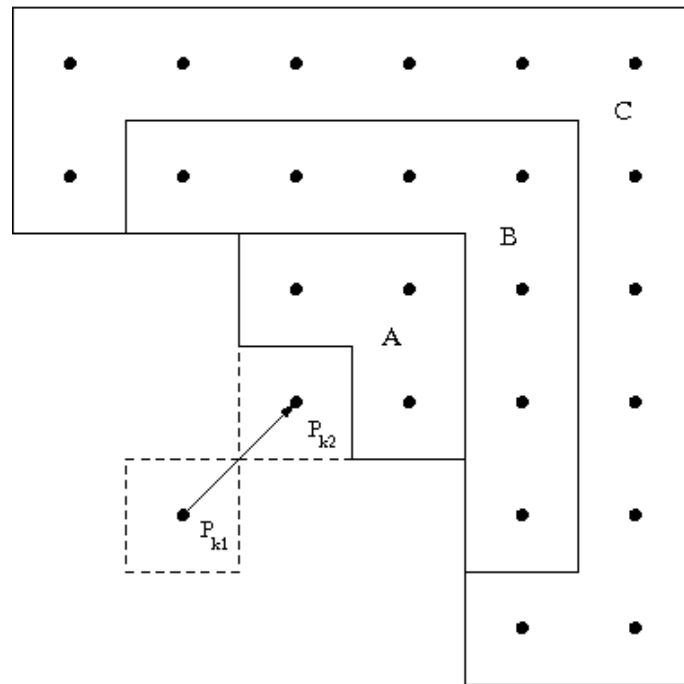


Figura 5.4: Zonas de expansão A, B e C para uma determinada orientação de agrupamento do contorno.

cada ponto dá origem a uma camada de expansão de 3 novos pontos. No caso de uma profundidade de expansão  $Q = 3$  serão originados  $N = 3^Q = 27$  tripletos. Os tripletos serão, portanto, representados por:

$$t^k = (P_A^k, P_B^k, P_C^k), \quad n = 1, \dots, N. \quad (5.17)$$

O conjunto de camadas da zona de expansão é  $C_{camadas} = \{A, B, C\}$  e é escolhido um ponto de cada camada  $P_A^k \in A$ ,  $P_B^k \in B$  e  $P_C^k \in C$  na constituição de cada triplete.

A cada um destes tripletos estão associadas algumas propriedades dos contornos:

- o gradiente médio;
- a direcção média;
- a informação resultante de outros processos de classificação de contornos;
- uma curvatura.

A escolha do melhor ponto para agregar ao contorno é realizada maximizando uma determinada função de proveito que tem como argumento um destes tripletos. Designe-se cada triplete por  $t_k$  e esta função de proveito por  $f_p$ . Deseja-se obter:

$$t_{max} = \arg \max_k f_p(t^k). \quad (5.18)$$

O ponto a agregar ao contorno será o ponto do tripleto  $t_{max}$  que pertence à camada  $A$  adjacente ao último ponto do contorno  $C^k$ , portanto, adjacente ao ponto  $P_{j-1}^k$ . Este ponto designa-se por  $P_j^k$ .

A função de proveito escolhida nesta tese maximiza a média da amplitude do gradiente tomando cada um dos pontos do tripleto:

$$f_p(t_n) = \frac{1}{3} \sum_{i \in \{A, B, C\}} G(P_i^k). \quad (5.19)$$

É uma função de simples realização e baixo peso computacional. A escolha de outras funções dependerá da informação disponível e das restrições computacionais.

### Critérios de Terminação do Agrupamento

Com a escolha do ponto  $P_j^k$  fica definido um segmento correspondente ao contorno  $C^k = (P_j^k, P_{j-1}^k, P_{j-2}^k, \dots, P_1^k)$ . A repetição do processo de agregação envolve a criação sucessiva dos vectores:

$$\mathbf{v}_j = P_j^k - P_{j-1}^k. \quad (5.20)$$

O processo de crescimento do contorno desenvolve-se a partir dos pontos já agrupados agregando sucessivamente novos pontos e formando uma sequência de pixel que termina quando se verificarem determinadas condições. O processo de determinação do ponto seguinte,  $P_{j+1}^k$ , assenta na determinação de uma zona de expansão do contorno e formação dos respectivos tripletos com a aplicação da função de proveito  $f_p$  e selecção do melhor ponto seguinte.

O fim do processo de agrupamento é definido pelas seguintes condições de paragem:

1. a amplitude média do gradiente do tripleto  $t_{max}$ , calculada através de:

$$g_{med} = \frac{1}{3} \sum_{i \in \{A, B, C\}} G(P_i^k), \quad (5.21)$$

seja inferior a um determinado limiar:

$$g_{med} > th; \quad (5.22)$$

2. que o crescimento do contorno  $C^k$  termine se sair das fronteiras da imagem
3. que o crescimento do contorno termine se intersectar o próprio contorno ou qualquer outro contorno.

Terminada a fase de agrupamento dos pontos de contorno num sentido do desenrolar do contorno pode repetir-se o processo para o sentido oposto. Basta inverter a orientação do vector  $v_1^k$  e proceder do mesmo modo. No final do processo de agrupamento do contorno os pontos são ordenados de modo a se percorrer o contorno apenas num sentido.

## 5.5 Conclusões

Este capítulo é dedicado à fase final da detecção de contornos através da aplicação de um processo de agrupamento sequencial de pontos de contorno.

Os métodos de agrupamento de pontos de contorno, de um modo de outro, tentam corresponder às exigências apresentadas pelas leis psicológicas do Gestalt. É o caso do método proposto no que se refere à continuidade. Na parte de apresentação dos resultados experimentais pode observar-se esta situação.

Os traços essenciais do método são a utilização de pontos semente escolhidos com base na classificação com estatísticas de ordem, o crescimento com base numa zona de expansão local e a agregação a listas com base em critérios de análise das amplitudes do gradiente. A escolha do melhor ponto seguinte é realizada calculando o melhor túbulo de uma lista de túbulo calculados na zona de expansão. Uma característica importante deste método é ser computacionalmente eficiente porque apenas realiza um processo de optimização local. O processo proposto pode ser encarado com uma técnica de pesquisa sequencial sub-óptima. O problema da optimização global é, em geral, computacionalmente muito exigente. É o caso do agrupamento de pontos de contorno. O método que se propõe sugere: uma escolha de pontos de partida do processo de agrupamento em que estes se determinam de modo a reduzir o erro na classificação como ponto de contorno, o que aumenta a eficiência computacional do processo de agrupamento reduzindo a pesquisa de contornos pouco relevantes; a utilização de uma vizinhança de expansão de tamanho reduzido mas com relevância geométrica para a eventual agregação de um ponto ao contorno e uma função de custo extremamente simples que permite um cálculo eficiente do melhor ponto seguinte.

O método proposto permite a utilização de outras funções de custo mais complexas. Este é um caminho de estudo aberto e que permite diversas aproximações.

O método de agrupamento de contornos proposto vai agregar os pontos de contorno em listas de pontos ordenados de uma ponta do contorno até outra ponta do contorno. Esta propriedade é útil para utilizações de nível mais elevado dos contornos que são típicas da visão por computador e do reconhecimento de padrões. As listas de pontos de contorno permitem extrair, sem grande peso computacional, propriedades típicas de objectos.



## Referências Bibliográficas

- Amir, Arnon e Michael Lindenbaum. 1998. “A Generic Grouping Algorithm and Its Quantitative Analysis.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 20 (2): 168–185 (Fevereiro).
- Ashkar, G. e J. Modestino. 1978. “The Contour Extraction Problem with Biomedical Applications.” *Computer Vision Graphics and Image Processing* 7:331–355.
- Cooper, David, H. Elliot, F. Cohen, L. Reiss, e P. Symosek. 1980. “Stochastic Boundary Estimation and Object Recognition.” *Computer Vision Graphics and Image Processing* 12 (Abril): 326–356.
- Cox, Ingemar J., James M. Reig, e Sunita Hingorani. 1993. “A Bayesian Multiple-Hypothesis Approach to Edge Grouping and Contour Segmentation.” *International Journal of Computer Vision* 11 (1): 5–24 (Janeiro).
- Eichel, P. H., E. J. Delp, K. Koral, e A. J. Buda. 1988. “A Method for Fully Automatic Detection of Coronary Arterial Edges for Cineangiograms.” *IEEE Transactions on Medical Imaging* 7 (Dezembro): 313–320.
- Elder, James H., Amnon Krupnik, e Leigh A. Johnston. 2003. “Contour Grouping with Prior Models.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 25 (6): 661–674 (Junho).
- Elliot, Howard, David Cooper, Fernand Cohen, e Peter Symosek. 1982. “Implementation, Interpretation, and Analysis of a Suboptimal Boundary Finding Algorithm.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 4 (2): 167–182 (Março).
- Engbers, Erik A. e Arnold W. M. Smeulders. 2003. “Design Considerations for Generic Grouping in Vision.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 25 (4): 457 (Abril).
- Falcão, Alexandre X., Jorge Stolfi, e Roberto de Alencar Lotufo. 2004. “The Image Foresting Transform: Theory, Algorithms and Applications.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 26 (1): 19–29 (Janeiro).
- Farag, Aly A. e Edward J. Delp. 1995. “Edge Linking by Sequential Search.” *Pattern Recognition* 28 (5): 611–633 (Maio).
- Ghita, Ovidiu e Paul F. Whelan. 2002. “Computational Approach for Edge Linking.” *J. Electron. Imaging* 11 (Outubro): 479–485.
- Haralick, Robert e Linda Shapiro. 1992. *Computer and Robot Vision*. Volume 1. Madrid: Addison-Wesley Publishing Company, Inc.
- Haralick, Robert e Linda Shapiro. 1993. *Computer and Robot Vision*. Volume 2. Madrid: Addison-Wesley Publishing Company, Inc.

- Jain, Ramesh, Rangachar Kasturi, e Brian G. Schunck. 1995. *Machine Vision*. McGraw-Hill Series in Computer Science. Editado por Eric M. Munson. Lisboa: McGraw-Hill, Inc. ISBN 0-07-032018-7.
- Kay, Steven M. e Gerald J. Lemay. 1986. "Edge Detection Using the Linear Model." *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing* 34 (5): 1221–1227 (Outubro).
- Martelli, A. 1972. "Edge Detection Using Heuristic Search Methods." *Computer Vision Graphics and Image Processing* 1:169–172.
- Mohan, R. e R. Nevatia. 1992. "Perceptual Organization for Scene Segmentation and Description." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 16 (6): 616–635 (Junho).
- Montanari, Ugo. 1971. "On the Optimal Determination of Curves in Noisy Pictures." *Communications of the ACM* 14 (5): 335–345 (Maio).
- Nalwa, Vishvjit S. 1993. *A Guided Tour of Computer Vision*. Madrid: Addison-Wesley Publishing Company.
- Papari, Giuseppe e Nicolai Petkov. 2008. "Adaptive Pseudo Dilation for Gestalt Edge Grouping and Contour Detection." *IEEE Transactions on Image Processing* 17 (10): 1950–1962 (Outubro).
- Qian, Richard J. e Thomas S. Huang. 1996. "Optimal Edge Detection in Two-Dimensional Images." *IEEE Transactions on Image Processing* 5 (7): 1215–1220 (Julho).
- Santini, S. e R. Jain. 1999. "Similarity Measures." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 21 (9): 871–883 (Setembro).
- Sarkar, S. e K. L. Boyer. 1993. "Perceptual Organization in Computer Vision: A Review and a Proposal for a Classificatory Structure." *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics* 23 (2): 382–399 (Março).
- Shi, J. e J. Malik. 2000. "Normalized Cuts and Image Segmentation." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 22 (8): 888–905 (Agosto).
- Stahl, Joachim S. e Song Wang. 2008. "Globally Optimal Grouping for Symmetric Closed Boundaries by Combining Boundary and Region Information." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 30 (3): 395–411 (mar).
- Steger, Carsten. 1998. "An Unbiased Detector of Curvilinear Structures." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 20 (2): 113–125 (Fevereiro).
- Urago, Sabine, Josiane Zerubia, e Marc Berthod. 1995. "A Markovian Model for Contour Grouping." *Pattern Recognition* 28 (5): 683–693 (Maio).
- Wang, Song e Jeffrey Mark Siskind. 2003. "Image Segmentation with Ratio Cut." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 25 (6): 675–690 (Junho).

- Wang, Song, Toshiro Kubota, e Jeffrey Mark Siskind. 2005. “Salient Closed Boundary Extraction with Ratio Contour.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 27 (4): 546–561 (Abril).
- Wertheimer, M. 1923. “Untersuchungen zur Lehre der Gestalt.” *II. Psychologische Forschung* 4:301–350.
- Wu, Z. e R. Leahy. 1993. “An Optimal Graph Theoretic Approach to Data Clustering: Theory and its Application to Image Segmentation.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 15 (11): 1101–1113 (Novembro).



*O começo de todas as ciências é o espanto de as coisas serem o que são.* Aristóteles, 384 A.C.– 322 A.C.

# 6

## Análise Experimental

### Conteúdo

---

<b>6.1</b>	<b>Introdução</b>	<b>169</b>
<b>6.2</b>	<b>Pseudo-Código dos Algoritmos Propostos</b>	<b>171</b>
<b>6.3</b>	<b>Código Experimental</b>	<b>185</b>
<b>6.4</b>	<b>Resultados Experimentais em Imagens</b>	<b>189</b>
<b>6.5</b>	<b>Conclusões</b>	<b>193</b>
	Referências Bibliográficas	228

---



Este capítulo é dedicado à análise dos resultados experimentais obtidos através da aplicação dos algoritmos propostos nesta dissertação a diversos tipos de imagens, nomeadamente imagens artificiais contaminadas com diversos níveis de ruído e imagens reais: com caras, objectos ou de cenas naturais.

Na Secção 6.1 apresenta-se uma introdução deste capítulo e mencionam-se as origens das imagens utilizadas na análise experimental. Na Secção 6.2 é apresentado o pseudo-código correspondente à realização dos diversos algoritmos apresentados ao longo desta dissertação. É exposto o pseudo-código relativo à resolução das equações integrais de Fredholm, ao cálculo dos filtros MEXP, ao procedimento de classificação por ordenação de amplitudes do gradiente em vizinhanças e de agrupamento de contornos.

Na Secção 6.3 apresentam-se as opções tomadas para a realização experimental em plataformas computacionais dos algoritmos expostos na tese. Justificam-se as opções em termos de escolha de linguagens de programação, aplicações e bibliotecas numéricas e sistemas operativos. Apresentam-se tempos de execução dos algoritmos para uma determinada configuração computacional. Na Secção 6.4 apresentam-se os resultados experimentais para apreciação qualitativa dos diversos grupos de algoritmos expostos nesta tese. A finalizar o capítulo apresenta-se a Secção 6.5 com conclusões sobre os resultados experimentais.

## 6.1 Introdução

A verificação do funcionamento dos algoritmos é facilitada quando estes são escritos de acordo com uma linguagem formal com normas de escrita bem definidas, como são as linguagens de programação. Os algoritmos podem também ser descritos e verificados de acordo com as regras de uma pseudo linguagem de programação, dando origem a pseudo-código. O pseudo-código permite a escrita dos algoritmos de modo independente das plataformas computacionais e com uma representação que pode tão bem definida quanto as linguagens de programação reais.

O pseudo-código que representa os algoritmos que surgiram deste trabalho adopta o formato e regras de funcionamento do pseudo-código adoptado no livro de Cormen *et al.* sobre algoritmos e estruturas de dados (Cormen, Leiserson, e Rivest 2002). Este livro é amplamente utilizado no ensino de estruturas de dados e algoritmos em cursos de Informática. Os autores pertencem ao *Massachusetts Institute of Technology* e há quase duas décadas que o livro que escreveram tem sido usado como referência na área.

A linguagem de programação `Python` foi utilizada para o teste experimental destes algoritmos e a transcrição do pseudo-código para código nesta linguagem de programação é quase directa. Nas situações em que foi necessário melhorar o desempenho computacional das plataformas integrou-se código na linguagem de programação `C` com o código escrito na linguagem de programação `Python`.

Algumas partes do código deram origem a alguns *plugins* que se integram no sistema

de processamento de imagem **GIMP**.<sup>1</sup> Esta integração permite um exame visual mais fácil dos resultados dos algoritmos estudados e a sua comparação com outros algoritmos. Devido às características da aplicação **GIMP**, é possível a reutilização destes *plugins* no interior da aplicação e criar novos plugins que utilizam os que já foram introduzidos. Isto conduz a um aumento das possibilidades de teste e desenvolvimento de novos métodos e algoritmos de processamento digital de imagem.

O desempenho dos algoritmos propostos nesta tese é ilustrado com a aplicação a conjuntos de imagens adoptados na comunidade científica que se dedica a esta área de investigação. Um largo conjunto de imagens de teste encontra-se disponível na Internet na página da Universidade de Carnegie-Mellon<sup>2</sup>. As imagens disponíveis vão desde as utilizadas na área da segmentação, às imagens médicas, às imagens industriais, às imagens usadas em compressão, etc.

Imagens consideradas clássicas no teste de algoritmos de processamento de imagem, nomeadamente na área da detecção de contornos, encontram-se disponíveis na página do *Signal and Image Processing Institute* da Universidade da Califórnia do Sul<sup>3</sup>. Nesta tese designam-se estas imagens por *imagens standard*.

O conjunto de imagens conhecido por *Berkeley Segmentation Dataset and Benchmark (BSDS)* tem sido utilizado ultimamente na comparação de resultados de procedimentos de segmentação e de detecção de contornos. Encontra-se disponível na página da Universidade da Califórnia (em Berkeley)<sup>4</sup>.

O conjunto de imagens da Universidade de Groningen<sup>5</sup> tem sido utilizado em algumas publicações recentes na área do agrupamento de contornos. Apresenta alguns contornos de imagens para utilização em estudos comparativos. Nesta tese referencia-se as imagens provenientes desta universidade como imagens *RUG*.

Neste contexto da detecção de contornos, e noutros contextos, têm sido publicados resultados com o recurso a imagens de teste provenientes de uma base de dados realizada pela Universidade de Amsterdão. Esta base de dados de imagens é conhecida por *ALOI*<sup>6</sup>.

Neste capítulo apresentam-se os resultados da aplicação dos algoritmos a algumas das imagens referidas. Há possibilidade de comparação com outros métodos usando estas imagens.

Importa começar pela apresentação do pseudo-código correspondente aos algoritmos propostos passando-se à sua realização concreta e aos resultados experimentais.

---

<sup>1</sup>GIMP corresponde à designação *the GNU Image Manipulation Program*. Esta aplicação informática é de distribuição livre e destinada ao processamento de imagens do ponto de vista fotográfico.

<sup>2</sup>*Computer Vision Test Images*, <http://www.cs.cmu.edu/~cil/v-images.html>, Abril de 2009.

<sup>3</sup>*USC-SIPI Image Database*, <http://sipi.usc.edu/database/>, Abril de 2009.

<sup>4</sup>*The Berkeley Segmentation Dataset and Benchmark* <http://www.eecs.berkeley.edu/Research/Projects/CS/vision/grouping/segbench/>, Abril de 2009.

<sup>5</sup>*Contour Image Dataset*, [http://www.cs.rug.nl/~imaging/databases/contour\\_database/contour\\_database.html](http://www.cs.rug.nl/~imaging/databases/contour_database/contour_database.html), Abril de 2009.

<sup>6</sup>*Amsterdam Library of Object Images*, <http://staff.science.uva.nl/~aloi/>, Abril de 2009.



## 6.2 Pseudo-Código dos Algoritmos Propostos

O pseudo-código apresentado divide-se nas partes respeitantes a: estimação de contraste, em que se dá ênfase a rotinas tradicionais de cálculo matricial; classificação por ordenação de amplitudes do gradiente nas vizinhanças, em que a parte essencial dos procedimentos se centra na ordenação de listas de pontos de pequena dimensão; e finalmente, agrupamento dos contornos, em que procedimentos com estruturas de dados de nível mais elevado (caso de listas ligadas e dicionários) se tornam preponderantes. Não existe, portanto, uma uniformidade de métodos de cálculo, porque as exigências do problema variam ao se passar do processamento baseado em estruturas de dados que são tabelas bidimensionais a listas ligadas e grafos.

### Estimação do Contraste

No pseudo-código relacionado com a estimativa de contraste apresentam-se os procedimentos relativos à resolução das equações integrais lineares de Fredholm e à determinação do filtro MEXP.

### Resolução Directa da Equação Integral Linear de Fredholm

A resolução da equação integral de Fredholm do primeiro género por inversão directa do núcleo  $\mathbf{K}$  encontra-se representada no pseudo-código da Fig. 6.1, em que  $\mathbf{K}$  é uma matriz invertível, de dimensão  $M \times M$  que representa o núcleo da equação integral,  $\mathbf{f}$  é vector com  $M$  elementos correspondente ao filtro de detecção de contornos e  $\mathbf{g}$  é o vector da resposta desejada do filtro, também com  $M = 2 \times W + 1$  elementos.

A escolha do procedimento de cálculo da matriz inversa não é determinante, dada a pequena dimensão da matriz  $\mathbf{K}$ . Apenas é conveniente que seja um procedimento com pequeno erro numérico. No caso desta tese foi adoptado o procedimento existente na biblioteca numérica da linguagem de programação escolhida para o desenvolvimento experimental.

Os filtros típicos contam com valores de  $W \in \{1, \dots, 20\}$ . Este procedimento é utilizável no caso em que o modelo do contorno é do tipo abrupto, mas para contornos mais suaves é necessária a regularização da equação integral.

### Resolução da Equação de Fredholm por Regularização Iterativa

O método de resolução da equação integral de Fredholm por meio do procedimento de regularização iterativo de Tikhonov encontra-se exposto na Fig. 6.1, com a sua realização escrita em pseudo-código sob a forma da função REGULARIZAÇÃO-ITERATIVA-FREDHOLM.

O núcleo da equação integral,  $\mathbf{K}$ , tem dimensão  $M \times M$ , e foi determinado com uma dimensão das tabelas de  $M = 200$ , o que garante experimentalmente resoluções

```
INVERSAO-DIRECTA-FREDHOLM(K,g)
1 K-1 ← CALCULAR-MATRIZ-INVERSA(K)
2 f ← MULTIPLICAÇÃO-MATRICIAL(K,g)
3 return f

REGULARIZAÇÃO-ITERATIVA-FREDHOLM(K,f, $\lambda$ ,N)
1 K* ← CALCULAR-TRANSPOSTA(K)
2 for k ← 1 to N
3 do fk+1 ← fk + (K*K +  $\lambda$ I)-1 K*g
4 return fk+1
```

Figura 6.1: Pseudo-código com a representação dos procedimentos de inversão directa e de regularização iterativa de Tikhonov da equação integral linear de Fredholm do primeiro género.

suficientemente elevadas sem prejudicar significativamente os tempos de cálculo. A matriz transposta de **K** é denotada por **K**\*. O parâmetro de regularização  $\lambda$  é, de acordo com as recomendações da literatura, escolhido experimentalmente e nos casos estudados verificou-se que para valores de  $\lambda = 0,001$  as soluções encontradas são estáveis e de acordo com o esperado para este tipo de filtros. O número de iterações adoptado para a resolução da equação de Fredholm é representado por *N*. O valor  $N = 100$  já assegura soluções de qualidade adequada. A solução da equação de Fredholm é representada por **f**<sub>*N*+1</sub>.

### Filtro MEXP Unidimensional

Determinado o procedimento geral de obtenção de soluções das equações integrais de Fredholm é altura de apresentar o pseudo-código que permite apresentar filtros concretos de estimação do contraste.

O procedimento de cálculo do filtro MEXP unidimensional encontra-se representado na Fig. 6.2 e tem os seguintes parâmetros:

- *c*, o parâmetro que determina o carácter predominante do filtro MEXP;
- **K**, o núcleo da equação integral;
- *x*<sub>*a*</sub>, o limite inferior do intervalo de cálculo do filtro;
- *x*<sub>*b*</sub>, o limite superior do intervalo de cálculo do filtro;
- $M = 2 \times W + 1$ , número de pontos do filtro antes da interpolação;
- *w*<sub>*f*</sub>, número final de pontos do filtro após a interpolação.

```

MEXP-UNIDIMENSIONAL( $c, \mathbf{K}, M, x_a, x_b, w_f$ )
1  ▷ o parâmetro de regularização
2   $\lambda \leftarrow 0,001$ 
3  ▷ o número de iterações do procedimento de regularização
4   $N \leftarrow 100$ 
5   $m \leftarrow \lfloor M/2 \rfloor$ 
6  ▷ parâmetros para este caso particular
7   $A \leftarrow 1$ 
8   $c_1 \leftarrow 1$ 
9   $c_2 \leftarrow 1$ 
10 ▷ determinação dos valores esperados para o filtro
11 for  $i \leftarrow -m$  to  $m$ 
12 do  $x_i = x_a + i \times \frac{x_b - x_a}{M}$ 
13    $g_i = A \cdot (c \exp(-c_1|x_i|) + (1 - c) \exp(-c_2|x_i|))$ 
14 f  $\leftarrow$  REGULARIZAÇÃO-ITERATIVA-FREDHOLM( $\mathbf{K}, \mathbf{g}, \lambda, N$ )
15 ▷  $w_f$  representa o número de pontos do filtro
16  $m = \lfloor w_f/2 \rfloor$ 
17 ▷ escolha dos pontos em que se pretendem os valores do filtro
18 for  $i \leftarrow -m$  to  $m$ 
19 do  $x_i = x_a + i \times \frac{x_b - x_a}{w_f}$ 
20    $L \leftarrow$  ANEXAR( $L, x_i$ )
21 ▷ determinação do filtro de detecção de contornos
22 ▷ para os pontos determinados em  $L$ 
23 h  $\leftarrow$  INTERPOLAÇÃO-CÚBICA(f,  $L$ )
24 return h

```

Figura 6.2: Representação do procedimento de geração do filtro MEXP unidimensional.

O parâmetro  $A$  não altera a forma do filtro sendo apenas uma constante de normalização. Os parâmetros  $c_1$  e  $c_2$  determinam o espalhamento espacial do filtro.  $L$  é a lista de pontos em que se deseja calcular os valores do filtro unidimensional que é representado por  $\mathbf{h}$ .

### Filtro MEXP Bidimensional

Na Fig. 6.3 encontra-se representado o pseudo-código correspondente ao cálculo dos filtros MEXP bidimensionais. A matriz  $\mathbf{H}$  representa o filtro bidimensional. Os parâmetros de cálculo do filtro bidimensional são os mesmos que já foram mencionados para o caso unidimensional. Assiste-se a uma repetição dos passos utilizados no caso unidimensional, com a diferença de se estar na presença de dois ciclos de iteração com início na linha 12 do pseudo-código apresentado.

```

FILTRO-MEXP-BIDIMENSIONAL( $c, \mathbf{K}, M, x_a, x_b, y_a, y_b, w_f$ )
1  ▷ o parâmetro de regularização
2   $\lambda \leftarrow 0,001$ 
3  ▷ o número de iterações do procedimento de regularização
4   $N \leftarrow 100$ 
5   $m \leftarrow \lfloor M/2 \rfloor$ 
6  ▷ parâmetros para este caso particular
7   $A \leftarrow 1$ 
8   $c_1 \leftarrow 1$ 
9   $c_2 \leftarrow 1$ 
10  $n \leftarrow \lfloor w_f/2 \rfloor$ 
11 for  $j \leftarrow -n$  to  $n$ 
12 do  $y_j \leftarrow y_a + j \times \frac{y_b - y_a}{w_f}$ 
13   for  $i \leftarrow -m$  to  $m$ 
14   do  $x_i \leftarrow x_a + i \times \frac{x_b - x_a}{M}$ 
15      $\rho_i \leftarrow \sqrt{x_i^2 + y_i^2}$ 
16      $g_i \leftarrow A \cdot (c \exp(-c_1 \rho_i) + (1 - c) \exp(-c_2 \rho_i))$ 
17   f  $\leftarrow$  REGULARIZAÇÃO-ITERATIVA-FREDHOLM( $\mathbf{K}, \mathbf{g}, \lambda, N$ )
18   for  $i \leftarrow -n$  to  $n$ 
19   do  $x_i \leftarrow x_a + i \times \frac{x_b - x_a}{w_f}$ 
20      $L \leftarrow$  ANEXAR( $L, x_i$ )
21   ▷ cálculo da linha  $j$  da matriz do filtro bidimensional
22    $\mathbf{H}(j) \leftarrow$  INTERPOLAÇÃO-CÚBICA( $\mathbf{f}, L$ )
23 return  $\mathbf{H}$ 

```

Figura 6.3: Representação em pseudo-código da geração do filtro MEXP bidimensional.

## Classificação por Amplitudes Ordenadas do Gradiente Local

O algoritmo de classificação de pontos de contorno por meio de ordenação das amplitudes locais do gradiente encontra-se representado na Fig. 6.4. O algoritmo de ordenação é representado pela função ORDENAR e tem como característica principal o facto de as listas a ordenar terem dimensão fixa  $N = 8$ . Isto implica que os custos computacionais assintóticos que normalmente determinam a escolha do algoritmo concreto de ordenação não devem, neste caso, constituir o factor prioritário na escolha do algoritmo. Não significa, no entanto, que não se tenha atenção à implementação concreta na linguagem de programação escolhida. No caso desta tese o código experimental foi inicialmente realizado na linguagem de programação Python e depois traduzido para a linguagem de programação C tendo-se obtido ganhos de eficiência computacional superiores a um rácio de 20 para 1. Isto deve-se essencialmente ao fraco desempenho das iterações e selecções em linguagens de programação interpretadas, como é o caso da linguagem de

```

ORDENAR( $l$ , COMPARAR)
1  for  $j \leftarrow 2$  to 8
2  do  $chave \leftarrow l[j]$ 
3      $i \leftarrow j - 1$ 
4     while  $i > 0 \wedge$  COMPARAR( $chave, l[i]$ )
5     do  $l[i + 1] \leftarrow l[i]$ 
6          $i \leftarrow i - 1$ 
7      $l[i + 1] \leftarrow chave$ 

```

Figura 6.4: Um exemplo de algoritmo de ordenação (neste caso por meio de ordenação por inserção).

```

COMPARAR( $A, B$ )
1   $\triangleright A$  e  $B$  são elementos da lista a ordenar
2   $((a_1, a_2), g_a) \leftarrow A$ 
3   $((b_1, b_2), g_b) \leftarrow B$ 
4  if  $g_a < g_b$ 
5     then return 1
6  else if  $g_a = g_b$ 
7     then return 0
8  else return - 1

```

Figura 6.5: Função de comparação das amplitudes do gradiente para efeitos de ordenação.

programação Python. No centro da ordenação encontra-se a função de comparação que se encontra representada na Fig. 6.5, e com  $g_a$  e  $g_b$  a representar as duas amplitudes do gradiente.

## Agrupamento de Contornos

O agrupamento de contornos é realizado através da função AGRUPAMENTO-CONTORNOS, cujo pseudo-código se pode encontrar na Fig. 6.18. O único argumento desta função é  $G$ , o mapa de amplitudes do gradiente da imagem. Não obstante, o procedimento é extensível a que outras grandezas possam ser usadas na construção dos contornos.

O processo de agrupamento de contornos começa com a formação do conjunto de pontos classificados por análise das amplitudes ordenadas da amplitude do gradiente que se encontra na Fig. 6.6. Esta é seguida da aplicação do algoritmo de marcação de componentes conexos apresentado na Fig. 6.14 e que constitui uma variante do algoritmo clássico de marcação de componentes conexos com geração de listas de pontos conexos. Segue-se a remoção de pontos que constituam segmentos com poucos elementos

```
CLASSIFICAR( $G, th$ )
1  ▷  $G$ , o mapa de amplitudes do gradiente
2  ▷  $th$ , limiar inferior de classificação
3  for  $k_1 = G[limiteInferiorOX] + 2$  to  $G[limiteSuperiorOX] - 2$ 
4  do for  $k_2 = G[limiteInferiorOY] + 2$  to  $G[limiteSuperiorOY] - 2$ 
5      do  $PT \leftarrow (k_1, k_2)$ 
6          if  $G[PT] < th$ 
7              then  $M[PT] \leftarrow Falso$ 
8          else ▷  $l_C$ , lista de pontos em torno do ponto a classificar
9               $l_C \leftarrow NIL$ 
10             for  $u_1 = -1$  to  $1$ 
11                 do for  $u_2 = -1$  to  $1$ 
12                     do  $W \leftarrow PT - (u_1, u_2)$ 
13                         if  $\neg(u_1 = 0 \wedge u_2 = 0)$ 
14                             then  $l_C \leftarrow ANEXAR(l_C, (W, G[W]))$ 
15                  $l_C \leftarrow ORDENAR(l_C, COMPARAR)$ 
16                  $P_8 \leftarrow l_C[8]$ 
17                  $l_A \leftarrow NIL$ 
18                 for  $u_1 = -1$  to  $1$ 
19                     do for  $u_2 = -1$  to  $1$ 
20                         do  $W \leftarrow P_8 - (u_1, u_2)$ 
21                             if  $\neg(u_1 = 0 \wedge u_2 = 0)$ 
22                                 then  $l_A \leftarrow ANEXAR(l_A, (W, G[W]))$ 
23                  $l_A \leftarrow ORDENAR(l_A, COMPARAR)$ 
24                 if  $l_A[8] = PT \vee l_A[7] = PT$ 
25                     then  $M[PT] \leftarrow Verdade$ 
26                 else  $P_7 \leftarrow l_C[7]$ 
27                      $l_B \leftarrow NIL$ 
28                     for  $u_1 = -1$  to  $1$ 
29                         do for  $u_2 = -1$  to  $1$ 
30                             do  $W \leftarrow P_7 - (u_1, u_2)$ 
31                                 if  $\neg(u_1 = 0 \wedge u_2 = 0)$ 
32                                     then  $L_B \leftarrow ANEXAR(L_B, (W, G[W]))$ 
33                              $l_B \leftarrow ORDENAR(l_B, COMPARAR)$ 
34                             if  $l_B[8] = PT \vee l_B[7] = PT$ 
35                                 then  $M[PT] \leftarrow Verdade$ 
36                             else  $M[PT] \leftarrow Falso$ 
37 return  $M$ 
```

Figura 6.6: Pseudo-código que representa a estrutura do classificador de pontos de contorno à base de ordenação de amplitudes do gradiente dos pontos vizinhos.

```

PONTO-VIZINHO-MAXIMO-GRADIENTE( $G, P_0$ )
1  ( $i_1, i_2$ )  $\leftarrow P_0$ 
2  for  $j_1 \leftarrow -1$  to 1
3  do  $maximo \leftarrow -\infty$ 
4    for  $j_2 \leftarrow -1$  to 1
5      do if  $G[i_1 - j_1, i_2 - j_2] > maximo \wedge i_1 \neq j_1 \wedge i_2 \neq j_2$ 
6        then  $maximo \leftarrow G[i_1 - j_1, i_2 - j_2]$ 
7          ( $m_1, m_2$ )  $\leftarrow (i_1, i_2)$ 
8
9  return ( $m_1, m_2$ )

```

Figura 6.7: Pesquisa do ponto vizinho com maior amplitude do gradiente.

```

DETERMINAR-ORIENTACAO-DISCRETA( $\alpha$ )
1   $l \leftarrow []$ 
2  for  $k \leftarrow -4$  to 4
3  do  $\Delta\alpha \leftarrow \alpha - \frac{k \times \pi}{4}$ 
4     $l \leftarrow \text{APPEND}((\Delta\alpha, k))$ 
5     $\triangleright$  ordenar  $l$  em função de  $\Delta\alpha$ 
6     $\text{ORDENAR}(l)$ 
7  ( $\theta, k$ )  $\leftarrow l[1]$ 
8  return  $k$ 

```

Figura 6.8: Determinação da orientação discreta.

ou cuja amplitude média seja inferior a um determinado limiar. Estes primeiros passos encontram-se representados na função SELECCIONAR-PONTOS-INICIAIS que devolve a lista de pontos iniciais  $L_p$  e cujo pseudo-código se pode ler na Fig. 6.15. O procedimento de agrupamento de contornos prossegue enquanto existirem pontos neste conjunto  $L_p$  que ainda não tenham sido agrupados. O contorno pode ser expandido em duas direcções opostas. Inicialmente uma das direcções é escolhida e o agrupamento é realizado até se verificar a impossibilidade de ser prosseguido. O agrupamento prossegue então na extremidade oposta.

O fim da expansão do contorno é determinada pela função PODE-EXPANDIR que devolve *Falso* se não for possível e *Verdade* se for possível. Nesta função podem incorporar-se restrições de diversos géneros, nomeadamente: geométricas, como é o caso da vizinhança imediata de outro contorno, ou a ultrapassagem das fronteiras da imagem; radiométricas, como é o caso em que os níveis de amplitude do gradiente na vizinhança são consistentemente inferiores aos níveis estimados de ruído, etc. Na representação da Fig. 6.16 apenas se realiza a verificação geométrica dos limites da imagem e a veri-

```
DEVOLVER-ZONA-EXPANSAO(k)
1   $P_1 \leftarrow (1,0)$ 
2   $P_2 \leftarrow (1,1)$ 
3   $P_3 \leftarrow (0,1)$ 
4   $P_4 \leftarrow (-1,1)$ 
5   $P_5 \leftarrow (-1,0)$ 
6   $P_6 \leftarrow (-1, - 1)$ 
7   $P_7 \leftarrow (0, - 1)$ 
8   $P_8 \leftarrow (1, - 1)$ 
9   $d[-4] \leftarrow \{P_6, P_5, P_4\}$ 
10  $d[-3] \leftarrow \{P_7, P_6, P_5\}$ 
11  $d[-2] \leftarrow \{P_8, P_7, P_6\}$ 
12  $d[-1] \leftarrow \{P_1, P_8, P_7\}$ 
13  $d[0] \leftarrow \{P_2, P_1, P_8\}$ 
14  $d[1] \leftarrow \{P_3, P_2, P_1\}$ 
15  $d[2] \leftarrow \{P_4, P_3, P_2\}$ 
16  $d[3] \leftarrow \{P_5, P_4, P_3\}$ 
17  $d[4] \leftarrow \{P_6, P_5, P_4\}$ 
18 return  $dz[k]$ 
```

Figura 6.9: Devolução do conjunto de 3 pontos que constituem a zona imediata de expansão local de acordo com a orientação discreta  $k$ .

ficação radiométrica do nível de amplitude do gradiente no ponto em causa.

A determinação do ponto seguinte no processo de agrupamento é realizada pela função ESCOLHA-MELHOR-PONTO-SEGUINTE, com o pseudo-código representado na Fig. 6.17, que tem como argumentos a zona de expansão do contorno  $ze$  previamente determinada pela função CALCULAR-ZONA-EXPANSAO e uma função de mérito  $f_p$  que analisa a zona de expansão do contorno.

O funcionamento da função CALCULAR-ZONA-EXPANSAO encontra-se determinado pelo pseudo-código na Fig. 6.11. Depende, sobretudo, da função CALCULAR-ZONA-LOCAL em que se determinam as zonas de expansão local e os tripletos de pontos que permitem a estimação do melhor ponto de expansão seguinte. Esta encontra-se representada na Fig. 6.10. Duas funções são chamadas pela função CALCULAR-ZONA-LOCAL: a função DETERMINAR-ORIENTACAO-DISCRETA que discretiza em oito quadrantes as orientações estimadas para o prosseguimento do contorno, e cujo pseudo-código se encontra na Fig. 6.8 e a função DEVOLVER-ZONA-EXPANSAO, representado pelo pseudo-código na Fig. 6.9, que calcula e devolve a zona de expansão do contorno de acordo com a orientação discreta previamente calculada. A estrutura de dados devolvida consiste num conjunto de tripletos adequados para o cálculo do melhor ponto seguinte.

Finaliza aqui a exposição do pseudo-código correspondente aos algoritmos propostos



```

CALCULAR-ZONA-LOCAL( $P, k$ )
1  ▷ formação inicial das zonas de expansão
2  for  $j = -4$  to 4
3  do  $zona_Q \leftarrow$  DEVOLVER-ZONA-EXPANSAO( $j$ )
4    for  $Q \in zona_Q$ 
5      do  $\alpha \leftarrow \arctan\left(\frac{Q_1}{Q_2}\right)$ 
6         $m \leftarrow$  DETERMINAR-ORIENTACAO-DISCRETA( $\alpha$ )
7         $zona_R \leftarrow$  DEVOLVER-ZONA-EXPANSAO( $m$ )
8        for  $R \in zona_R$ 
9          do  $\vec{u} \leftarrow Q + R$ 
10            $\beta \leftarrow \arctan\left(\frac{u_1}{u_2}\right)$ 
11             $n \leftarrow$  DETERMINAR-ORIENTACAO-DISCRETA( $\beta$ )
12             $zona_S \leftarrow$  DEVOLVER-ZONA-EXPANSAO( $n$ )
13            for  $S \in zona_S$ 
14              do  $listaTripletos \leftarrow$  ANEXAR( $(Q, Q + R, R + S)$ )
15             $d[j] \leftarrow listaTripletos$ 
16  ▷ lista local
17   $listaTripletos \leftarrow d[k]$ 
18   $zonaExpansao \leftarrow []$ 
19  for  $zona \in listaTripletos$ 
20    do for  $\vec{v} \in zona$ 
21      do  $listaLocalPontos \leftarrow$  ANEXAR( $listaLocalPontos, P + \vec{v}$ )
22       $zonaExpansao \leftarrow$  ANEXAR( $zonaExpansao, listaLocalPontos$ )
23  return  $zonaExpansao$ 

```

Figura 6.10: Cálculo da zona de expansão defronte de  $P_1$  sendo conhecida a orientação discreta local do contorno.

```

CALCULAR-ZONA-EXPANSAO( $P_0, P_1$ )
1  ▷ orientação local do contorno
2   $\vec{v} \leftarrow P_1 - P_0$ 
3   $\alpha \leftarrow \arctan\left(\frac{v_1}{v_2}\right)$ 
4   $k \leftarrow$  DETERMINAR-ORIENTACAO-DISCRETA( $\alpha$ )
5   $ze \leftarrow$  CALCULAR-ZONA-LOCAL( $P_1, k$ )
6  return  $ze$ 

```

Figura 6.11: Pseudo-código correspondente ao cálculo das zonas de expansão.

```
REDUCAO(seg,M)
1  ▷ A conjunto de marcas únicas
2  A ← ∅
3  for l = 1 to LINHAS[M]
4  do for c = 1 to COLUNAS[M]
5      do if M[l,c] > 0
6          then A = A ∪ {M[l,c]}
7          ▷ criação do novo conjunto de segmentos
8  for l = 1 to LINHAS[M]
9  do for c = 1 to COLUNAS[M]
10     do if M[l,c] > 0
11         then novosSeg[M[l,c]] ← ANEXAR(novosSeg[M[l,c]],(l,c))
12  return novosSeg
```

Figura 6.12: Redução do número de marcas e, por consequência, do número de segmentos.

```
CRIAR-LISTA-VIZINHOS(M, l, p)
1  listaMarcas ← ∅
2  if C[l - 1, p - 1] > 0
3      then listaMarcas ← ANEXAR(listaMarcas, M[l - 1, p - 1])
4  if C[l - 1, p] > 0
5      then listaMarcas ← ANEXAR(listaMarcas, M[l - 1, p])
6  if C[l - 1, p + 1] > 0
7      then listaMarcas ← ANEXAR(listaMarcas, M[l - 1, p + 1])
8  if C[l, p - 1] > 0
9      then listaMarcas ← ANEXAR(listaMarcas, M[l, p - 1])
10  return listaMarcas
```

Figura 6.13: Criação da lista de marcas associadas a pontos vizinhos.

nesta tese. O código experimental encontra-se efectivamente realizado com programas escritos com o recurso a linguagens de programação e a compilação/interpretação em plataformas computacionais concretas. A descrição sucinta da implementação num determinado ambiente computacional é o tema da secção seguinte.

```

MARCACAO-COMPONENTES-CONEXOS(C)
1  contadorMarcas ← 0
2  for l = 2 to LINHAS[C] - 1
3  do for p = 2 to COLUNAS[C] - 1
4      do if C[l,p] > 0
5          then listaVizinhos ← CRIAR-LISTA-VIZINHOS(C, l, p)
6              if VAZIA[listaVizinhos] = Verdade
7                  then contadorMarcas = contadorMarcas + 1
8                      M[l,p] ← contadorMarcas
9                      listaPontos = ANEXAR(listaPontos, (l,p))
10                     seg[M[l,p]] ← listaPontos
11             else minima = MAXIMO
12                 for marca ∈ listaVizinhos
13                     do if marca < minima
14                         then minima ← marca
15                 for marca ∈ listaVizinhos
16                     do if marca ≠ minima
17                         then segmento ← seg[marca]
18                             for (i,j) ∈ segmento
19                                 do M[i,j] ← minima
20                                 segmento ← seg[marca]
21                             for (i,j) ∈ segmento
22                                 do seg[minima] ← ANEXAR(seg[minima],(i,j))
23
24                     M[l,p] ← minima
25                     seg[minima] ← ANEXAR(seg[minima],(l,p))
26
27  seg ← REDUCAO(seg,M)
28  return seg

```

Figura 6.14: Algoritmo de marcação de componentes conexos.

```
SELECCIONAR-PONTOS-INICIAIS( $G, th$ )
1  ▷  $th$  é um limiar que deve corresponder ao nível de ruído na imagem
2   $\mathbf{C} \leftarrow \text{CLASSIFICAR}(\mathbf{G}, th)$ 
3   $L_1 \leftarrow \text{MARCACAO-COMPONENTES-CONEXOS}(\mathbf{C})$ 
4   $L_2 \leftarrow \text{REMOVER-SEGMENTOS-CURTOS}(L_1)$ 
5   $L_3 \leftarrow \text{ORDENAR-SEGMENTOS-COMPIMENTO}(L_2)$ 
6   $L_4 \leftarrow \text{REMOVER-AMPLITUDE-GRADIENTE-MEDIA-PEQUENA}(L_3)$ 
7   $L_5 \leftarrow \text{ORDENAR-PONTOS-AMPLITUDE-GRADIENTE}(L_4)$ 
8  return  $L_5$ 
```

Figura 6.15: Seleção dos pontos iniciais de arranque do procedimento de agrupamento de contornos.

```
PODE-EXPANDIR( $P_i, \mathbf{G}$ )
1  ▷ a primeira verificação é geométrica e é a confrontação das fronteiras da imagem
2   $(i_1, i_2) \leftarrow P_i$ 
3  ▷ verificar se algum dos pontos vizinhos de  $P_i$  se encontra fora da zona de expansão
4  if  $i_1 - 3 > \text{limiteOX}_1[G] \wedge i_1 + 3 < 1 \wedge i_2 - 3 > \text{limiteOX}_2[G] \wedge i_2 + 3 < 1$ 
5     then return False
6  ▷ verificar se a amplitude do gradiente é inferior a um limiar  $th$ 
7  if  $G[i_1, i_2] < th$ 
8     then return FALSE
9  return True
```

Figura 6.16: Função para verificação de possibilidade de expansão do contorno.

```
ESCOLHA-MELHOR-PONTO-SEGUINTE(ze, fp)
1  ▷ uma realização simples é a escolha do tripleto com maior amplitude média do gradiente
2  ▷ e devolução do primeiro ponto do tripleto
3  listaAmplitudesTripletos ← []
4  for tripleto ∈ ze
5  do s = 0
6      for (i1, i2) ∈ tripleto
7      do s = s + G[i1, i2]
8      media =  $\frac{s}{3}$ 
9      listaAmplitudesTripletos ← ANEXAR(listaAmplitudesTripletos, (media, tripleto))
10 listaOrdenadaTripletos ← ORDENARTRIPLETOS(listaAmplitudesTripletos)
11 (media, tripleto) ← POP(listaOrdenadaTripletos)
12 ((a1, a2), (b1, b2), (c1, c2)) ← tripleto
13 return (a1, a2)
```

Figura 6.17: Está representada uma função de escolha do melhor ponto seguinte para agregação ao contorno com base na zona de expansão *ze*.

```
AGRUPAMENTO-CONTORNOS( $G$ )
1  ▷ selecção inicial dos pontos de contorno
2  ▷  $S$  é o conjunto inicial de pontos de contorno
3   $L_p \leftarrow$  SELECIONAR-PONTOS-INICIAIS( $G, th$ )
4  while  $S \neq \emptyset$ 
5  do ▷ anexar  $P_0$  ao contorno  $C_i$ 
6       $P_0 \leftarrow$  BUSCAR-PONTO( $L_p$ )
7       $C_i \leftarrow$  ANEXAR( $C_i, P_0$ )
8      ▷ pesquisa do ponto com o gradiente mais elevado em torno de  $P_0$ 
9       $P_1 \leftarrow$  PONTO-VIZINHO-MAXIMO-GRADIENTE( $G, P_0$ )
10     while PODE-EXPANDIR( $P_i, \mathbf{G}$ ) = Verdade
11     do  $C_i \leftarrow$  ANEXAR( $C_i, P_1$ )
12         DESMARCAR-PONTO-CONTORNO( $L_p, P_1$ )
13          $ze \leftarrow$  CALCULAR-ZONA-EXPANSAO( $P_0, P_1$ )
14          $P_2 \leftarrow$  ESCOLHA-MELHOR-PONTO-SEGUINTE( $ze, f_p$ )
15          $P_0, P_1 \leftarrow P_1, P_2$ 
16     ▷ repetição do procedimento na direcção oposta
17     ▷ pesquisa do ponto com o gradiente mais elevado em torno de  $P_0$ 
18     ▷ com a exclusão dos pontos que já foram alvo de agrupamento
19      $P_1 \leftarrow$  PONTO-VIZINHO-MAXIMO-GRADIENTE( $G, P_0$ )
20     while PODE-EXPANDIR( $P_i$ ) = Verdade
21     do  $C_i \leftarrow$  ANEXAR( $C_i, P_1$ )
22         DESMARCAR-PONTO-CONTORNO( $L_p, P_1$ )
23          $ze \leftarrow$  CALCULAR-ZONA-EXPANSAO( $P_0, P_1$ )
24          $P_2 \leftarrow$  ESCOLHA-MELHOR-PONTO-SEGUINTE( $ze, f_p$ )
25          $P_0, P_1 \leftarrow P_1, P_2$ 
26     ▷ acrescentar o contorno agrupado à lista de contornos
27      $L \leftarrow$  ANEXAR( $L, C_i$ )
28 return  $L$ 
```

Figura 6.18: Procedimento de agrupamento de contornos.

## 6.3 Código Experimental

A realização experimental dos algoritmos que foram estudados na dissertação foi feita tendo em vista que o ambiente de desenvolvimento e as linguagens de programação adoptadas fossem suficientemente versáteis para serem eficientes a baixo nível e simultaneamente tivessem um bom suporte para estruturas de dados de nível mais elevado.

Os algoritmos de processamento de imagem a baixo nível, como é o caso da estimação de contraste e a classificação de contornos, operam com uma grande quantidade de dados. Estes dados encontram-se representados sob a forma de tabelas bidimensionais. As linguagens de programação utilizadas na programação deste tipo de algoritmos devem apresentar um bom suporte para o cálculo matricial e para o processamento de operadores lineares como a convolução. Na programação de algoritmos de agrupamento de contornos realça-se a utilização de estruturas de dados de nível mais elevado, em particular as listas ligadas, os dicionários e os grafos. O cálculo numérico passa a ter menor importância dando-se mais ênfase a operações simbólicas. É útil a escolha de linguagens de programação com bom suporte para a programação com listas.

Adoptaram-se como linguagens de programação principais Python, C e C++. Ao longo do período de desenvolvimento foram esporadicamente programadas rotinas em Matlab/Octave e em LISP.

A linguagem de programação Python é orientada por objectos e permite elevados ganhos de produtividade mercê da simplicidade da sua sintaxe<sup>7</sup>. É de notar, nomeadamente que foi adoptada desde o ano lectivo de 2007/2008 para a aprendizagem dos primeiros conceitos de programação no prestigiado MIT<sup>8</sup>. O autor da linguagem de programação Python, Guido van Rossum<sup>9</sup>, é neste momento um dos elementos da equipa da Google, empresa que realiza muita da sua programação nesta linguagem.

A biblioteca `numpy`<sup>10</sup> providencia funções para o cálculo numérico eficiente e, adicionalmente, a biblioteca `scipy`<sup>11</sup> contém um grande conjunto de funções úteis para a realização de programas de cariz científico, nomeadamente ao nível do processamento de sinal e de imagem. Estas bibliotecas providenciam funcionalidades semelhantes às fornecidas pelos pacotes Matlab, Octave e Scilab, para os programadores em Python. Estas bibliotecas permitem a integração com código realizado em C nos casos particulares em que é exigido um desempenho computacional optimizado. Apresentam, também, a vantagem de não exigirem o pagamento de licenças. A leitura e o processamento elementar de imagens foi realizado através do recurso à biblioteca PIL<sup>12</sup>.

---

<sup>7</sup><http://www.python.org/>.

<sup>8</sup>Massachusetts Institute of Technology, Boston, Estados Unidos da América, <http://ocw.mit.edu/OcwWeb/Electrical-Engineering-and-Computer-Science/6-00Fall-2007/CourseHome/index.htm>.

<sup>9</sup>Página pessoal de Guido van Rossum, <http://www.python.org/~guido/>.

<sup>10</sup><http://numpy.scipy.org/>

<sup>11</sup><http://www.scipy.org/>

<sup>12</sup><http://www.pythonware.com/products/pil/>

Nos casos em que foi necessário melhorar o desempenho computacional, nomeadamente ao nível de simulações com recolha de grande quantidade de dados estatísticos, realizou-se a programação nas linguagens de programação C e C++ com interligação aos módulos programados em Python. Na linguagem de programação Python encontra-se definida muito claramente a forma de integrar código realizado em C. Foram adoptadas diversas formas de integração de código em C: através do módulo `ctypes` que é fornecido por defeito com a instalação do interpretador de Python; através da aplicação `swig`<sup>13</sup> que gera código de interface em C a partir de diversas linguagens de programação e pelo sistema `Pyrex`<sup>14</sup>.

Alguns ganhos de desempenho computacional podem ser obtidos utilizando o módulo `Psyco` que é uma extensão para Python que otimiza a execução<sup>15</sup>. Os programas escritos em Python são interpretados numa máquina virtual (o interpretador). O código fonte é compilado para uma forma de código objecto intermédio, em geral não visível para o utilizador, e depois este é executado no interpretador. O módulo `Psyco` elimina muito do «desperdício computacional» do código objecto, nomeadamente em selecções e ciclos que costumam ser relativamente ineficientes em Python. Verificou-se nesta tese que esta optimização está longe de atingir o desempenho obtido com a linguagem de programação C. A programação dos algoritmos de classificação por ordenação das amplitudes do gradiente nas vizinhanças apenas apresentaram melhorias de 1 para 2 com o módulo `Psyco` enquanto que a programação directa permitiu observar melhorias de 1 para 20.

A biblioteca `GSL`<sup>16</sup> foi utilizada na programação de algum código de interpolação no projecto do filtro MEXP. Constitui o exemplo de utilização de uma biblioteca em C que foi integrada numa aplicação essencialmente programada em Python.

A visualização de muitos dos resultados desta tese foi realizada através da aplicação informática `GIMP`<sup>17</sup> que permite a realização de pequenos módulos de código designados por *plugins*, que adicionam novas funcionalidades integrando-se na aplicação. A demonstração visual do funcionamento dos diversos algoritmos propostos na dissertação é feita por integração de alguns módulos na aplicação `GIMP`.

Na Fig. 6.19 apresenta-se uma captura de um ecrã com o resultado da operação de alguns dos algoritmos desta tese integrados na aplicação `GIMP`, na versão 2.4, e alguns dos respectivos menús de chamada.

O estudo deste conjunto de aplicações tendo em vista a realização de aplicações de processamento de imagem e visão por computador, que constituiu o ambiente de desenvolvimento, conduziu à publicação da análise das suas características e do conjunto de métodos de optimização do desempenho do código resultante (Caeiro, Piedade, e

---

<sup>13</sup>Simplified Wrapper and Interface Generator. <http://www.swig.org/>

<sup>14</sup>O `Pyrex` é uma linguagem de programação baseada em Python e com tradução directa para a linguagem de programação C. <http://www.cosc.canterbury.ac.nz/greg.ewing/python/Pyrex/>.

<sup>15</sup>`Psyco`, <http://psyco.sourceforge.net/>

<sup>16</sup>GNU Scientific Library, <http://www.gnu.org/software/gsl/>.

<sup>17</sup>The GNU Image Manipulation Program <http://www.gimp.org/>.



Ataíde 2003).

O código experimental desta tese foi realizado em diversas versões do sistema operativo **Linux** nomeadamente nas distribuições **Suse**, **Gentoo** e **Ubuntu**. Apesar do desenvolvimento ter sido realizado para o sistema operativo **Linux**, muitas das aplicações acima descritas também apresentam versões para o sistema operativo **Windows**, nomeadamente as linguagens de programação **C** e **Python**, e o programa **GIMP**.

A finalizar esta secção é conveniente apresentar alguns exemplos de tempos de execução concretos numa determinada plataforma computacional. O computador em que estes valores foram determinados é um **IBM xServer x206m**, variante **8485** produzido em 2005. Apresenta um processador Intel Pentium 4 (3.2 GHz), com *cache* de 2MB, e 1GB de memória RAM. O sistema operativo instalado é a variante **Ubuntu** na sua versão 8.10. O interpretador de **Python** é o correspondente à versão 2.5.2 da *release* oficial. O compilador de **C** adoptado é o **gcc** na versão 4.3.2. A imagem adoptada para a medição dos tempos de execução é a **lena** com a dimensão de  $512 \times 512$  pixel.

A estimação do contraste por meio de um filtro **MEXP** com dimensão  $w_f = 5$ , integralmente programado em **Python**, demora  $t_{mexp} = 0,25$  s com um desvio padrão de  $\sigma_{mexp} = 0,05$  s para cerca  $n = 200$  repetições da estimação do tempo de execução.

A classificação por análise de amplitudes ordenadas do gradiente na vizinhança demora na versão puramente escrita em **Python**  $t_{python} = 22,3$  s com desvio padrão  $\sigma_{python} = 0,1$  s para cerca de  $n = 30$  amostras. Na versão em que se realizou algum do código em **C** o tempo de execução baixou para  $t_c = 1,59$  s com desvio padrão  $\sigma_c = 0,007$  s para  $n = 30$  amostras.

O agrupamento de contornos, integralmente programado em **Python**, demora cerca de  $t_a = 14,28$  s com desvio padrão  $\sigma_a = 0,29$  s.

As complexidades computacionais dos algoritmos de estimação de contraste e de classificação são  $O(n)$ , ou seja, com tempos de execução directamente proporcionais ao número de pixel da imagem. O algoritmo de agrupamento de contornos tem tempo de execução proporcional ao número de pontos passíveis de serem contorno. É, portanto,  $O(n)$  neste sentido.

As exigências de cada aplicação determinam a escolha do *hardware* mais adequado e a eventual optimização ao nível da programação. A melhoria de desempenho do processador adoptado na estimação dos tempos de execução para um outro processador mais moderno pode variar entre 3 a 6 vezes<sup>18</sup>.

---

<sup>18</sup>Tom's Hardware, <http://www.tomshardware.com/charts/cpu-charts-2008-q1-2008/>

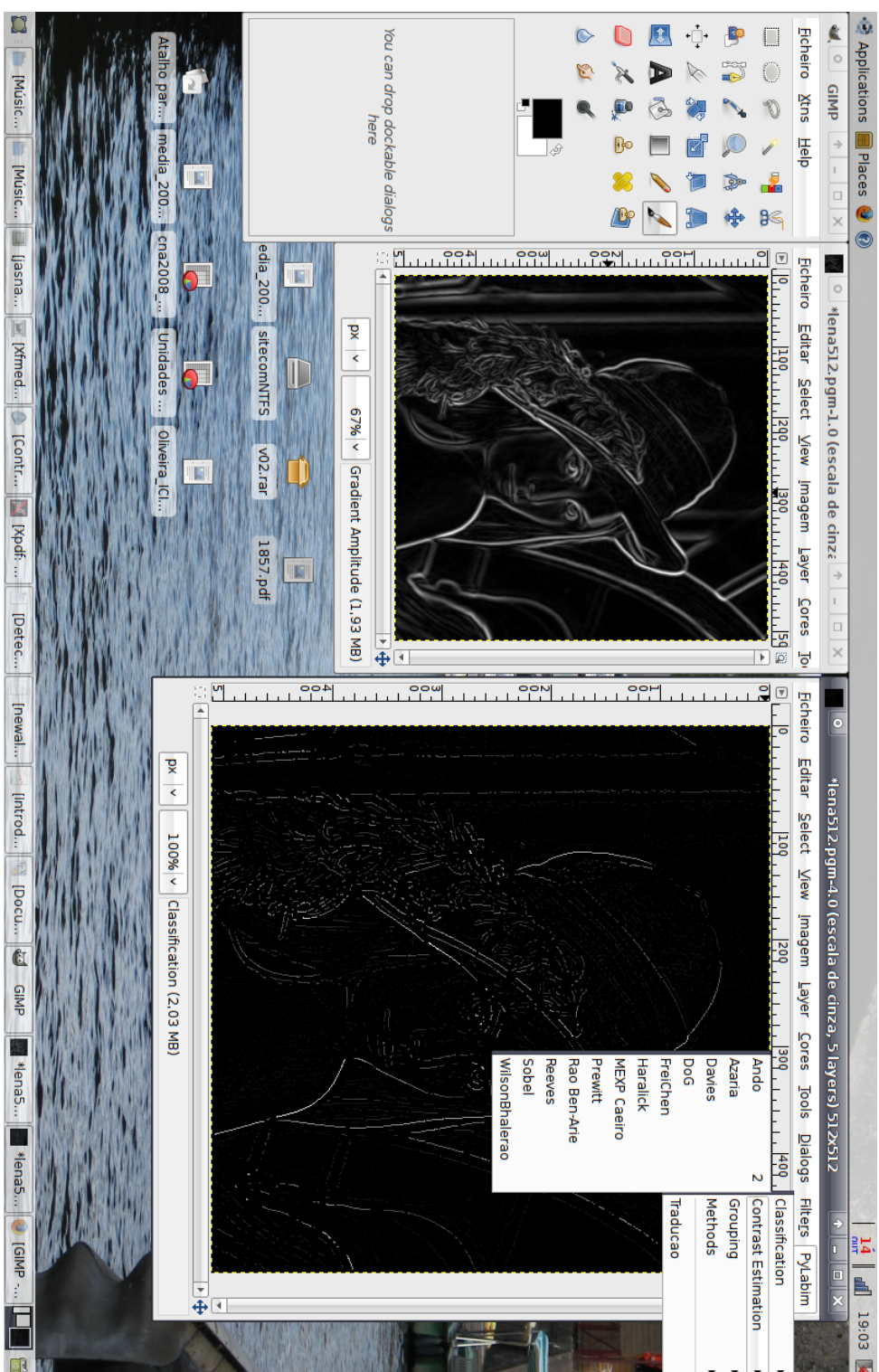


Figura 6.19: Captura do ecrã com a aplicação GIMP e a imagem *lena* processada através de *plugins* correspondentes a algoritmos programados na parte experimental desta tese.

## 6.4 Resultados Experimentais em Imagens

Na análise do desempenho de algoritmos de detecção de contornos é frequente a observação directa dos resultados da aplicação dos operadores sobre um conjunto de imagens. Nesta secção apresentam-se resultados experimentais sobre um largo conjunto de imagens para apreciação do funcionamento dos algoritmos de estimação de contraste e de agrupamento de contornos. Na introdução deste capítulo já se mencionaram alguns locais de origem de imagens de teste usadas em detecção de contornos e segmentação. A enorme quantidade de imagens disponíveis em formato digital exige que se faça uma selecção cuidada destas. A escolha recaiu em imagens pertencentes a três bases de dados de imagens que são frequentemente usadas em estudos sobre a detecção e agrupamento de contornos e segmentação.

Na esmagadora maioria das publicações apresentam-se os resultados da aplicação dos métodos de detecção de contornos a imagens artificiais. Nesta dissertação podem observar-se os resultados experimentais para as imagens designadas por *circulo512x512*, Fig. 6.20(a); *quadrado*, Fig. 6.21(a); *circulosconcentricos512x512*, Fig. 6.22(a) e *quad-conce*, Fig. 6.23(a). As imagens representam círculos e quadrados que são figuras elementares que permitem analisar alguns dos principais problemas que se encontram na detecção de contornos em imagens. Duas das imagens representam apenas as figuras elementares e as outras duas representam combinações destas figuras.

Nesta tese apresentam-se também os resultados experimentais para as seguintes imagens de teste clássicas: *lena*, Fig. 6.24(a); *house*, Fig. 6.25(a); *airplane*, Fig. 6.26(a); *peppers*, Fig. 6.27(a); e *cameraman*, Fig. 6.28(a). Escolheram-se algumas imagens da base de dados *ALOI* que, como já se referiu, são obtidas em condições controladas em estúdio e com pontos de vista bem definidos. Apresentam-se os resultados experimentais para as seguintes imagens desta base de dados: *1\_i110*, Fig. 6.29(a); *9\_i110*, Fig. 6.30(a); *110\_i110*, Fig. 6.31(a) e *239\_i110*, Fig. 6.32(a). As imagens de teste pertencentes à base de dados *RUG* cujos resultados do processamento dos operadores de estimação de contraste se apresentam são: *elephant\_2*, Fig. 6.33(a); *basket*, Fig. 6.34(a); *golfcart*, Fig. 6.35(a); *tire*, Fig. 6.36(a); *rinho*, Fig. 6.37(a). As imagens *BSDS* cujos resultados experimentais se apresentam são: *189011*, Fig. 6.38(a); *207056*, Fig. 6.39(a); *299091*, Fig. 6.40(a) e *106020*, Fig. 6.41(a).

### Estimação do Contraste

O primeiro conjunto de resultados, apresentados nas Figs. 6.20(a) a 6.40(1), permite comparar visualmente a estimativa do contraste realizada pelo método *MEXP* com janela  $w_f = 5$  com a estimativa produzido pelos operadores: *Derivada da Gaussiana*, com  $\sigma = 1,0$ ; *Frei-Chen*; *Prewitt*; *Sobel*; *Ando*; *Azaria*; *Rao-Arie*; *Reeves*,  $5 \times 5$ ; *Wilson-Bhalerao*,  $4 \times 4$  e *Haralick-IDD*,  $5 \times 5$ . A análise visual revela que a estimativa do contraste realizada pelo método *MEXP*,  $w_f = 5$ , é relativamente similar à dos restantes operadores. No entanto este facto é de fácil explicação. A análise visual dos resultados dos estimadores de

contraste permite apenas confirmar *grosso modo* que estes apresentam maior intensidade na proximidade de um contorno. A análise experimental do desempenho em termos de precisão da localização e robustez em relação à presença de ruído encontra-se estudada nesta tese na Secção 3.7. Adicionalmente pode notar-se a influência da dimensão da janela do operador em comparação com métodos com menor suporte, como é o caso dos operadores de Frei-Chen, Sobel e Prewitt, pois existe maior suavização dos contornos, tal como no caso dos operadores DoG, Haralick-IDD, Reeves e Azaria.

O objectivo da estimação de contraste é fornecer informação para ser usada num processo subsequente de classificação. A análise visual dos resultados da aplicação de estimadores de contraste permite, apenas de um modo intuitivo, tirar algumas conclusões sobre: a suavização dos contornos da imagem; a perda de informação relevante; a robustez à presença do ruído; a sobreposição de informação espacialmente próxima na imagem, etc.

### Agrupamento de Pontos de Contorno

A análise qualitativa do procedimento de agrupamento de pontos de contorno é realizada em imagens que já foram usadas na estimativa de contraste.

Os resultados do agrupamento de contornos proposto nesta tese são comparados com: o método de detecção de contornos de Canny e o método de ligação de contornos publicado por Ghita e Whelan (Ghita e Whelan 2002).

Os resultados apresentados para o método de Canny e Ghita-Whelan foram obtidos através da aplicação **NeatVision** realizada por Ghita e Whelan na linguagem de programação Java e disponível para utilização livre<sup>19</sup>.

O método de detecção de contornos de Canny foi aplicado com o limiar inferior  $th_{inf} = 10$  e o limiar superior  $th_{sup} = 200$ . O método de agrupamento de contornos de Ghita-Whelan foi aplicado com limiar inferior  $t_{inf} = 10$ , limiar superior  $t_{sup} = 200$  e dimensão da janela  $w = 5$ .

O agrupamento de contornos pelo método proposto nesta tese apresenta como parâmetros: a dimensão do filtro MEXP  $w_f = 5$ ; um limiar inferior para a pré-classificação,  $th_{inf} = 10$ ; um comprimento mínimo de segmentos de contorno  $s_{min} = 3$  e limiar de fim de agrupamento  $th = 5$ .

Os resultados da aplicação do método de agrupamento de contornos às imagens que se encontram em publicações da área estão disponíveis nas Figs. 6.42(a) a 6.45(t).

Observa-se que o método proposto na tese apresenta, em geral, uma elevada sensibilidade à presença de pontos de contorno. Esta elevada sensibilidade tem vantagens e desvantagens. Um número de pontos de contorno na imagem são detectados, o que permite em certos casos melhorar o processamento posterior da informação. No entanto esta sensibilidade leva a que alguma informação menos relevante possa aparecer. A comparação da imagem Fig. 6.42(c) com a imagem Fig. 6.42(d) evidencia esta situação.

---

<sup>19</sup>Visitar o local da Internet <http://neatvision.eeng.dcu.ie/index.html>.

Aparecem mais detalhes na imagem processada com o método proposto na tese mas também aparecem pormenores menos importantes para a compreensão da imagem.

Dado que o método proposto agrupa os contornos em segmentos podem realizar-se diversos cálculos destinados a seleccionar os contornos mais significativos para uma determinada aplicação. Podem privilegiar-se os contornos com maior valor médio da amplitude do gradiente ou os contornos com maior comprimento.

Nas imagens Fig. 6.46(a), Fig. 6.46(b), Fig. 6.46(c) e Fig. 6.46(d), é possível comparar os resultados do processo de agrupamento de contornos para diversos valores médios da amplitude do gradiente,  $m_i$  para cada contorno  $C_i$ , aplicado à imagem `peppers`. Representam-se os contornos com maior valor de  $m_i$ . Estes contornos encontram-se representados com espessura de 3 pixel apenas para efeitos de representação.

### Os Efeitos do Ruído no Agrupamento

Uma apreciação visual do funcionamento do método de agrupamento em imagens com diversos níveis de contaminação ruído gaussiano de média nula pode ser feita observando as Figs. 6.47(a) a 6.52(d).

As imagens designadas por: `circulo`; `quadrado`; `circulos concêntricos` e `quadrados sobrepostos` foram criadas artificialmente para ilustrar o funcionamento do algoritmo de agrupamento de contornos.

A imagem `circulo` apresenta a dimensão de  $512 \times 512$  pixel e representa um círculo com cerca de 400 pixel de diâmetro. O fundo da imagem tem nível de cinzento  $h_1 = 80$  e o interior do círculo apresenta um valor de nível de cinzento  $h_2 = 180$ . O contraste é, portanto  $h = h_2 - h_1 = 100$ . Uma ligeira suavização com um filtro gaussiano com  $\sigma = 0.5$  foi aplicada a esta imagem para introduzir um efeito de desfocamento.

A imagem `quadrado` apresenta a dimensão de  $512 \times 512$  pixel e representa um quadrado. Tal como no caso da imagem `circulo` tem nível de cinzento  $h_1 = 80$  e o interior do círculo apresenta um valor de nível de cinzento  $h_2 = 180$ . O contraste é  $h = h_2 - h_1 = 100$ .

A imagem `circulos concêntricos` apresenta dois círculos concêntricos que se sobrepõem ao fundo da imagem. Um dos círculos apresenta um valor de nível de cinzento  $h_3 = 180$ , o outro  $h_2 = 130$  e o fundo tem valor  $h_1 = 80$ .

A imagem `quadrados sobrepostos` apresenta 3 quadrados que se intersectam e sobrepõem. Um dos quadrados apresenta um nível de cinzento  $h_4 = 180$ , outro apresenta  $h_3 = 150$  e o terceiro  $h_2 = 110$  e finalmente o fundo tem o nível de cinzento  $h_1 = 80$ .

Adoptando a definição de *relação sinal-ruído*, em dB, dada pela Eq. 6.1:

$$SNR = 20 \times \log \left( \frac{h}{\sigma} \right) \quad (6.1)$$

em que  $h$  é o contraste local e  $\sigma$  o valor do desvio padrão do ruído então teremos para  $h = 100$  os valores calculados na Tab. 6.1. A partir destas imagens sem ruído foram criadas várias imagens contaminadas por ruído gaussiano aditivo de média nula



$\sigma$	$SNR$ (dB)
1	40,0
10	20,0
20	14,0
30	10,5
40	8,0
50	6,0
60	4,4

Tabela 6.1: Relações sinal-ruído.

e com desvio-padrão  $\sigma \in \{10,0; 20,0; 40,0; 60,0\}$ . No caso, por exemplo, da imagem `circulo` e da imagem `quadrado` tal corresponde a ter imagens com relações sinal ruído  $SNR \in \{20; 14; 8; 4,4\}$ , respectivamente. Estas imagens foram sujeitas ao método proposto nesta tese tentando obter-se o melhor resultado possível. No caso do método proposto conservaram-se os segmentos com maior média do gradiente e que melhor definiam os objectos da imagem original. A análise das imagens mostra que apenas com relações sinal-ruído muito baixas, aproximadamente com valores inferiores a 5dB, se começam a ter detecções de contorno que se desviam significativamente das figuras geométricas presentes nas imagens. É o caso da Fig. 6.49(d) e das Fig. 6.50(c) e Fig. 6.50(d).

Nas Fig. 6.51(a), Fig. 6.51(b), Fig. 6.51(c), Fig. 6.51(d), encontram-se representadas várias imagens contaminadas com ruído gaussiano. Estas imagens foram geradas adicionando ruído gaussiano de média nula à imagem `peppers`. Nas Fig. 6.52(a), Fig. 6.52(b), Fig. 6.52(c), Fig. 6.52(d), encontra-se representado outro conjunto de imagens contaminadas com ruído gaussiano. Estas imagens foram geradas adicionando ruído gaussiano de média nula à imagem `lena`. O número de segmentos representado em cada imagem foi escolhido de modo a eliminar os contornos cuja informação era visualmente irrelevante. Representaram-se os  $n$  segmentos com valores médios do gradiente mais elevado.

Confirma-se por observação destes dois conjuntos de imagens que mesmo com baixas relações sinal-ruído a maioria dos contornos visíveis mais relevantes destas imagens são recuperados com o método proposto. É significativo o efeito de selecção dos contornos com gradiente mais elevado. Esta selecção por contorno não é realizável com o método de Canny nem com o método de Ghita-Whelan.

## 6.5 Conclusões

Algumas conclusões se podem extrair da realização experimental dos algoritmos propostos nesta tese. A leitura do pseudo-código mostra que a realização dos filtros por meio do método da resolução, incluindo a regularização iterativa das equações integrais lineares de Fredholm, é simples e não ultrapassa as 100 linhas de pseudo-código no total. A realização do método de pré-classificação por meio de ordenação de amplitudes do gradiente na vizinhança de um ponto não ultrapassa as 50 linhas de pseudo-código (com a exclusão do algoritmo de ordenação em si). O algoritmo de agrupamento de contornos apresenta um maior esforço de programação e com a utilização de estruturas de dados mais complexas, nomeadamente o uso de conjuntos e listas. Subjacente encontra-se uma árvore de pesquisa mas a representação explícita desta desaparece na realização proposta.

Em consequência do trabalho experimental apresenta-se uma realização de código baseado nas linguagens de programação `Python` e `C`, que consiste num conjunto de `plugins` para a aplicação de processamento de imagens `GIMP`. Esta realização também permite a utilização independente da aplicação `GIMP` sob a forma de um módulo de `Python` que pode ser importado para outras aplicações.

A integração na aplicação `GIMP` do código correspondente ao desenvolvimento teórico desta tese e de código correspondente a outros algoritmos com os quais se compara este trabalho permite uma análise qualitativa simples do desempenho dos diversos algoritmos. A análise qualitativa dos resultados dos estimadores de contraste foi realizada com quatro conjuntos de imagens utilizados frequentemente na comparação visual de operações de processamento de imagem e de visão por computador, nomeadamente na detecção de contornos e em segmentação. Aplicaram-se 11 métodos de estimação do contraste. Os resultados não diferem significativamente. Descortina-se em alguns casos uma maior suavização dos contornos e noutros casos um maior contraste local. É tarefa de cada utilizador concreto de um estimador de contraste escolher de acordo com a sua conveniência particular a dimensão das máscaras dos operadores e ajuizar das necessidades de desempenho computacional e de estimação do contraste.

O mesmo conjunto de imagens foi utilizado para estudar a aplicação do método de agrupamento de contornos. Comparam-se o método de detecção de contornos de Canny, universalmente usado como método de referência, o método de seguimento de contornos de Ghita-Whelan, e o método proposto. As diferenças nos resultados são muito significativas. Em geral observa-se que o método proposto apresenta maior sensibilidade na detecção de contornos. O método de Ghita-Whelan e de Canny apresentam grandes semelhanças nos resultados. Tal é compreensível pelo facto do método de Ghita-Whelan usar os resultados do método de Canny para melhorar a classificação dos pontos de contorno.

Uma característica importante do método proposto nesta tese é que os contornos se encontram agrupados em listas de pontos de contorno e é possível seleccionar as listas que apresentem algumas qualidades: serem de maior comprimento; apresentarem uma média

da amplitude do gradiente mais elevada; menor variação de amplitude; etc. Algumas das imagens apresentadas mostram números diversos de contornos seleccionados de acordo com a amplitude média do gradiente sobre o contorno.

A análise qualitativa dos efeitos do ruído nos resultados do processo de agrupamento é realizada sobre um conjunto de imagens artificiais com relações sinal-ruído bem definidas e sobre algumas imagens padrão. Verifica-se visualmente a robustez do método de agrupamento. Com níveis de ruído até  $\sigma = 20,0$  ainda se recuperam a maior dos contornos significativos das imagens.

Neste capítulo aferiu-se as qualidades dos algoritmos propostos nesta dissertação em três vertentes: a sua representação em pseudo-código permitindo a sua fácil implementação; a realização de código integrado em aplicações de uso geral em processamento de imagem e o desempenho dos métodos em termos visuais sobre um conjunto variado de conjuntos de imagens e em comparação com outros métodos propostos na literatura.



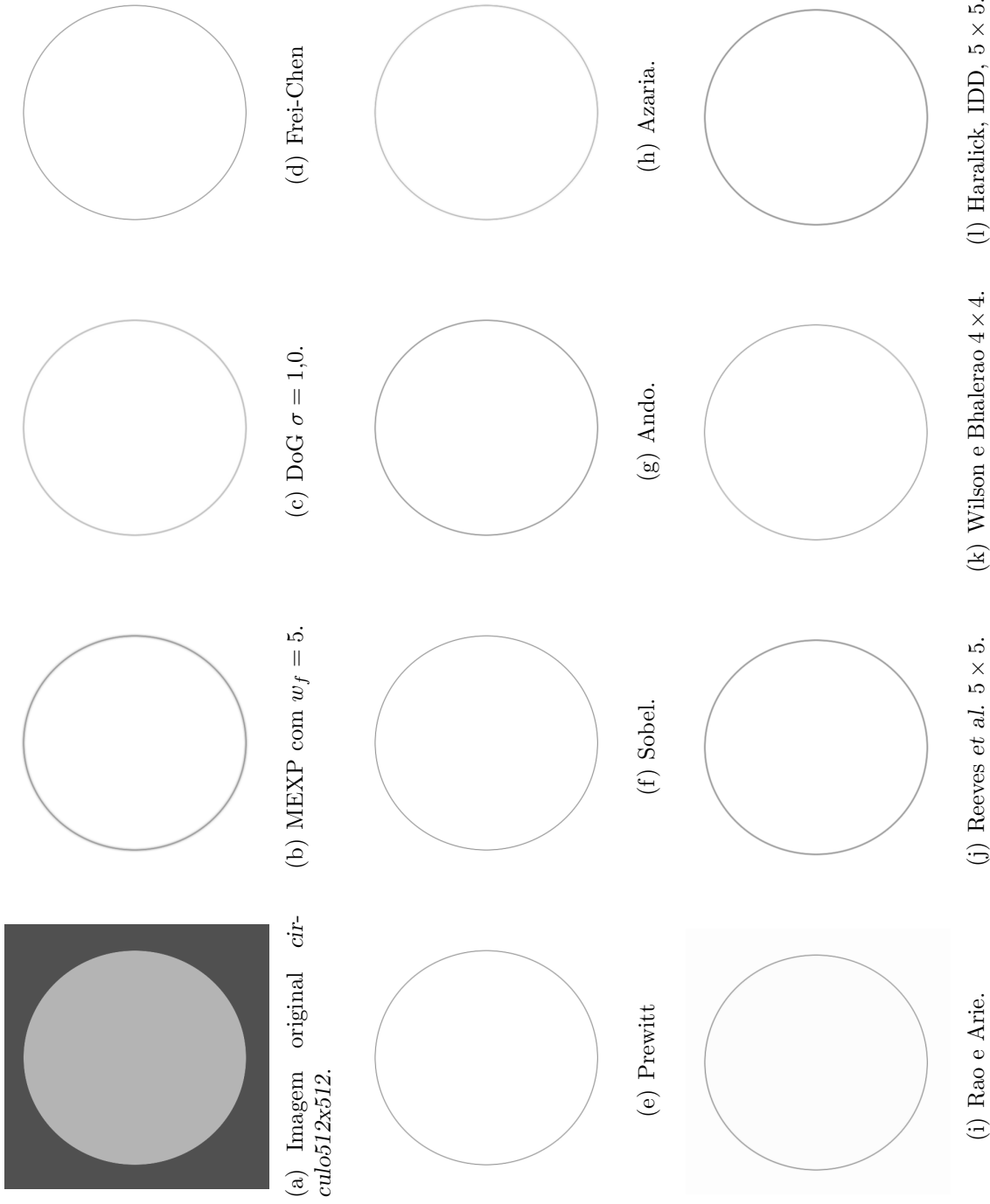


Figura 6.20: A figura representa o resultado da aplicação de vários filtros de estimação de contraste à imagem *circulo512x512* ( $512 \times 512$ ).

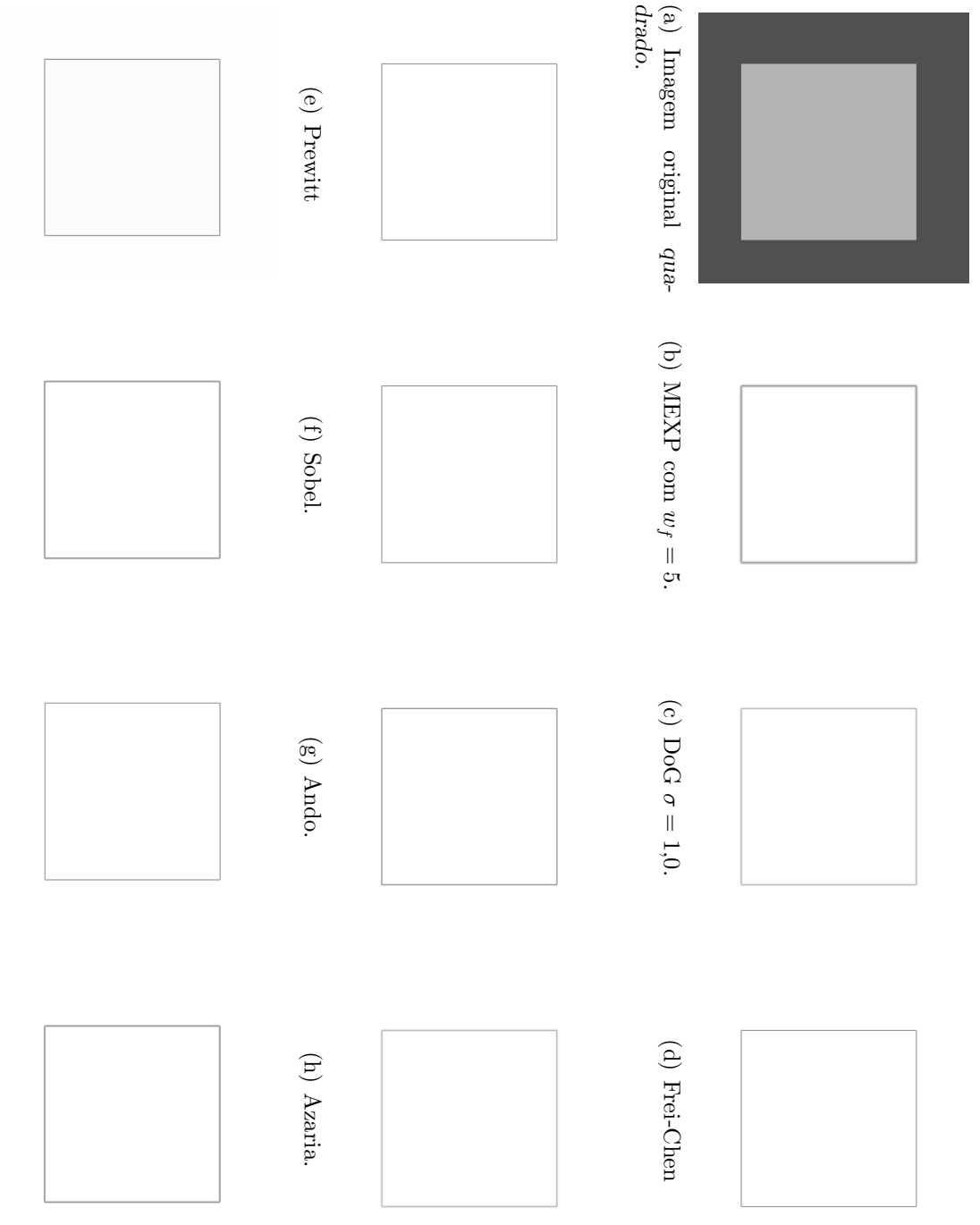


Figura 6.21: A figura representa o resultado da aplicação de vários filtros de estimação de contraste à imagem quadrado (512 × 512).

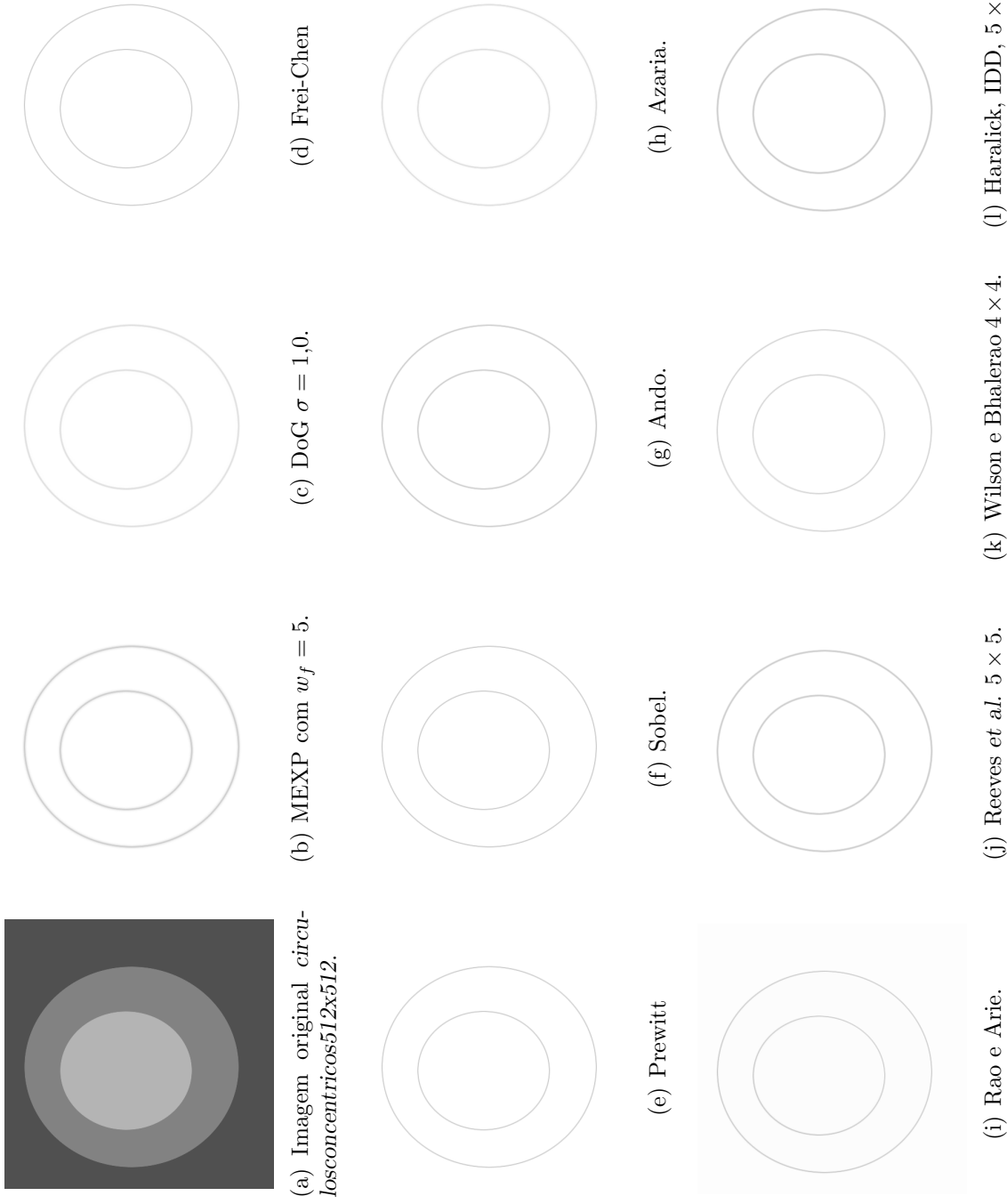


Figura 6.22: A figura representa o resultado da aplicação de vários filtros de estimação de contraste à imagem *circulosconcentricos512x512* ( $512 \times 512$ ).

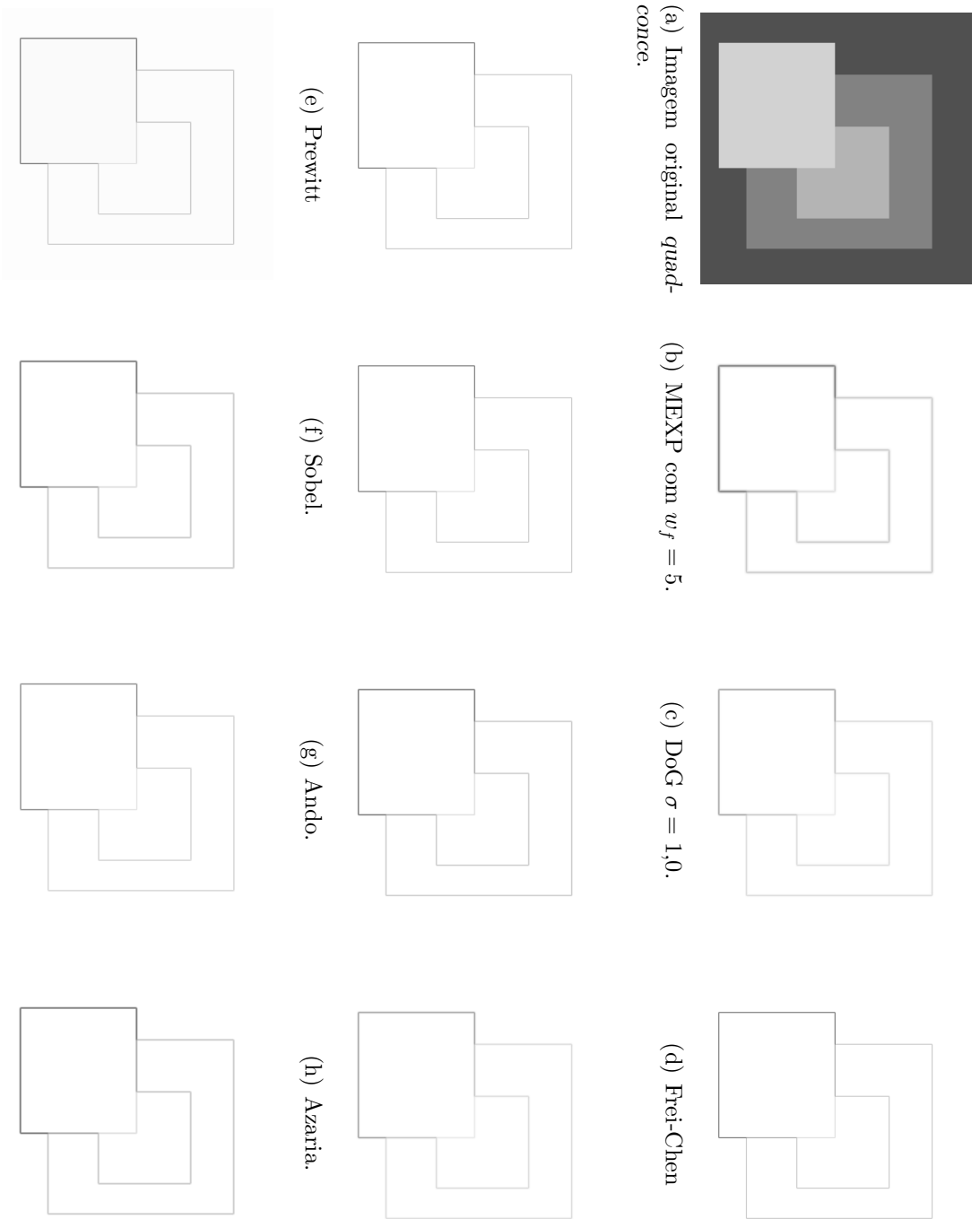


Figura 6.23: A figura representa o resultado da aplicação de vários filtros de estimação de contraste à imagem *quadconce* ( $512 \times 512$ ).

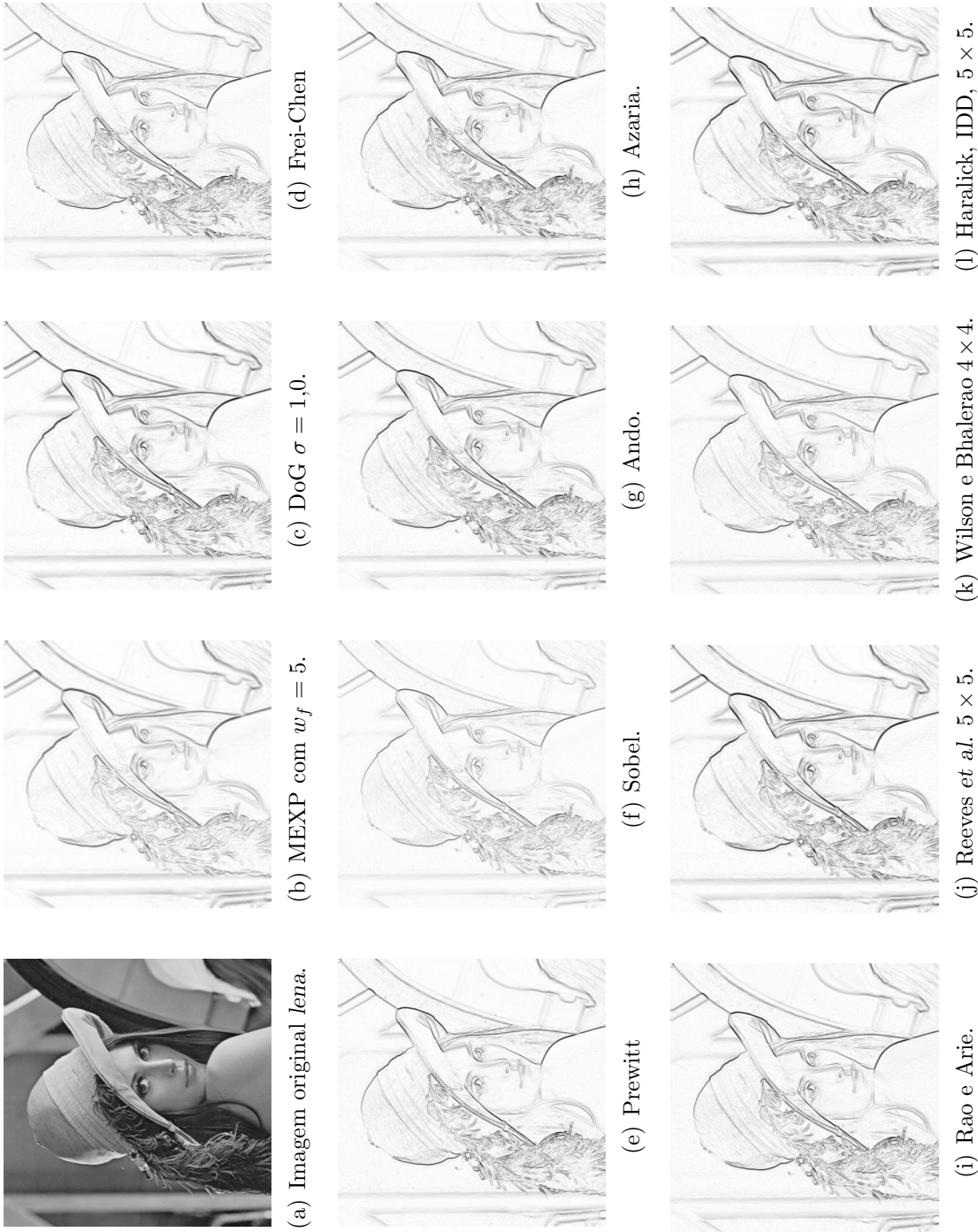


Figura 6.24: A figura representa o resultado da aplicação de vários filtros de estimação de contraste à imagem *Lena* ( $512 \times 512$ ).

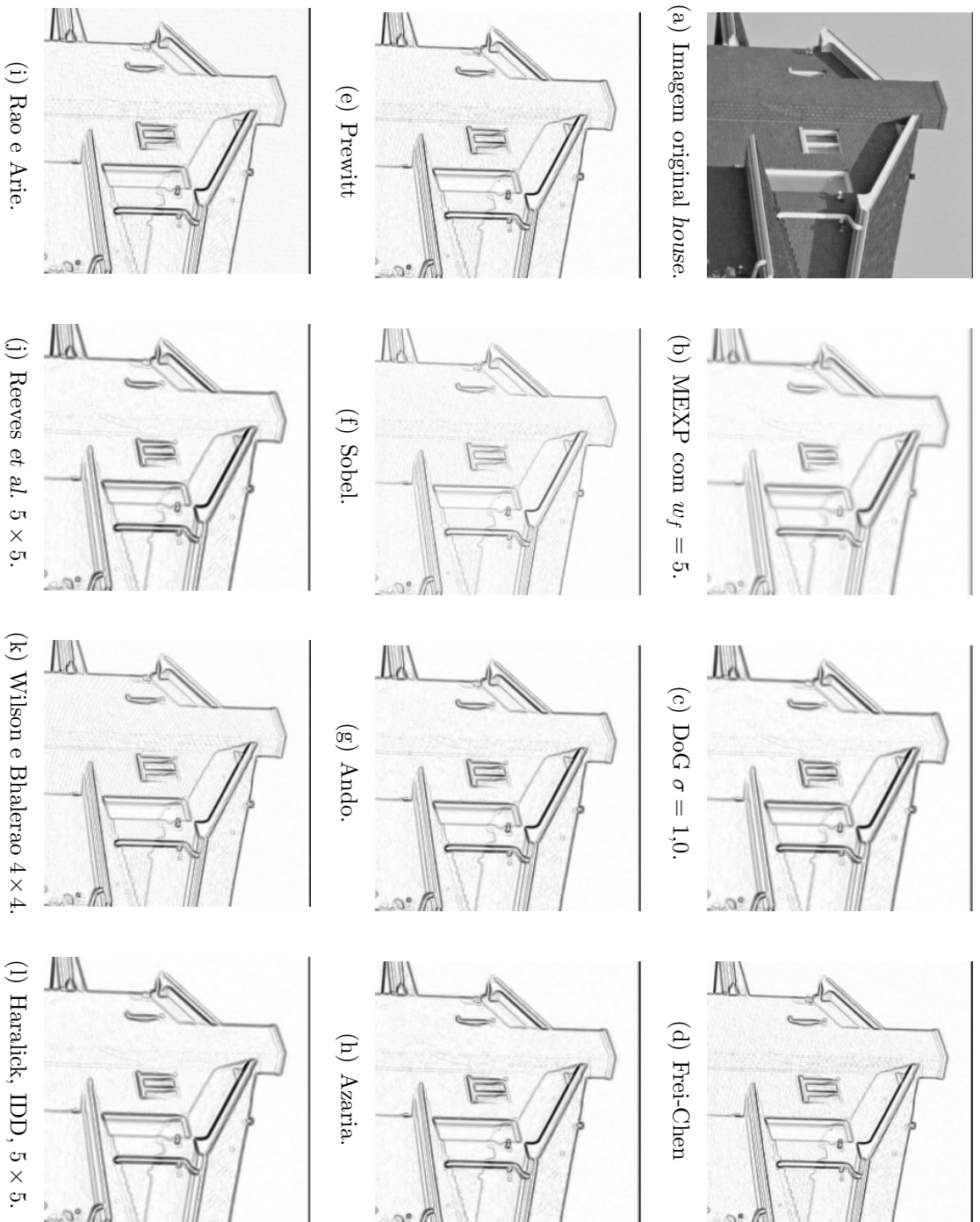


Figura 6.25: A figura representa o resultado da aplicação de vários filtros de estimação de contraste à imagem house (512 × 512).

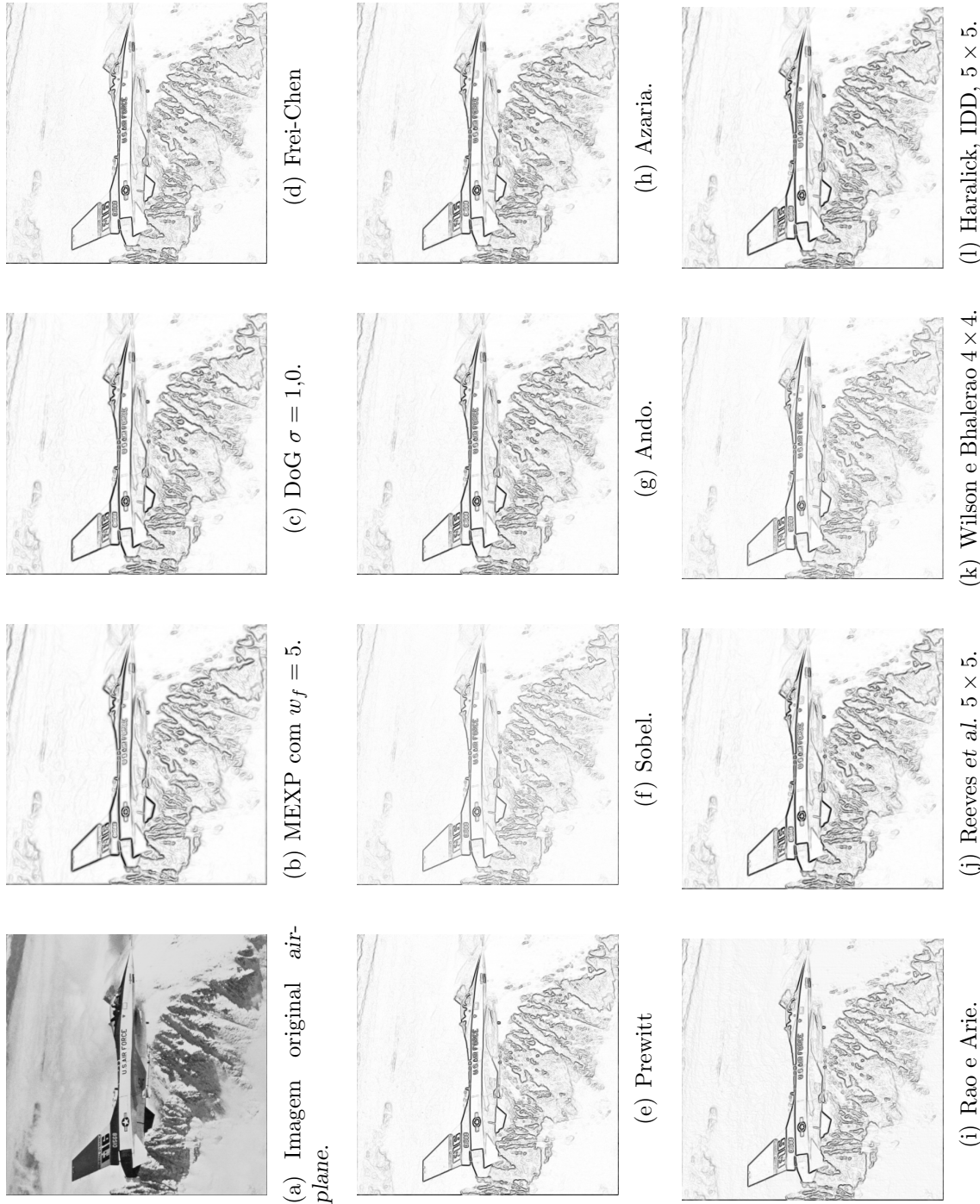


Figura 6.26: A figura representa o resultado da aplicação de vários filtros de estimação de contraste à imagem *airplane* ( $512 \times 512$ ).

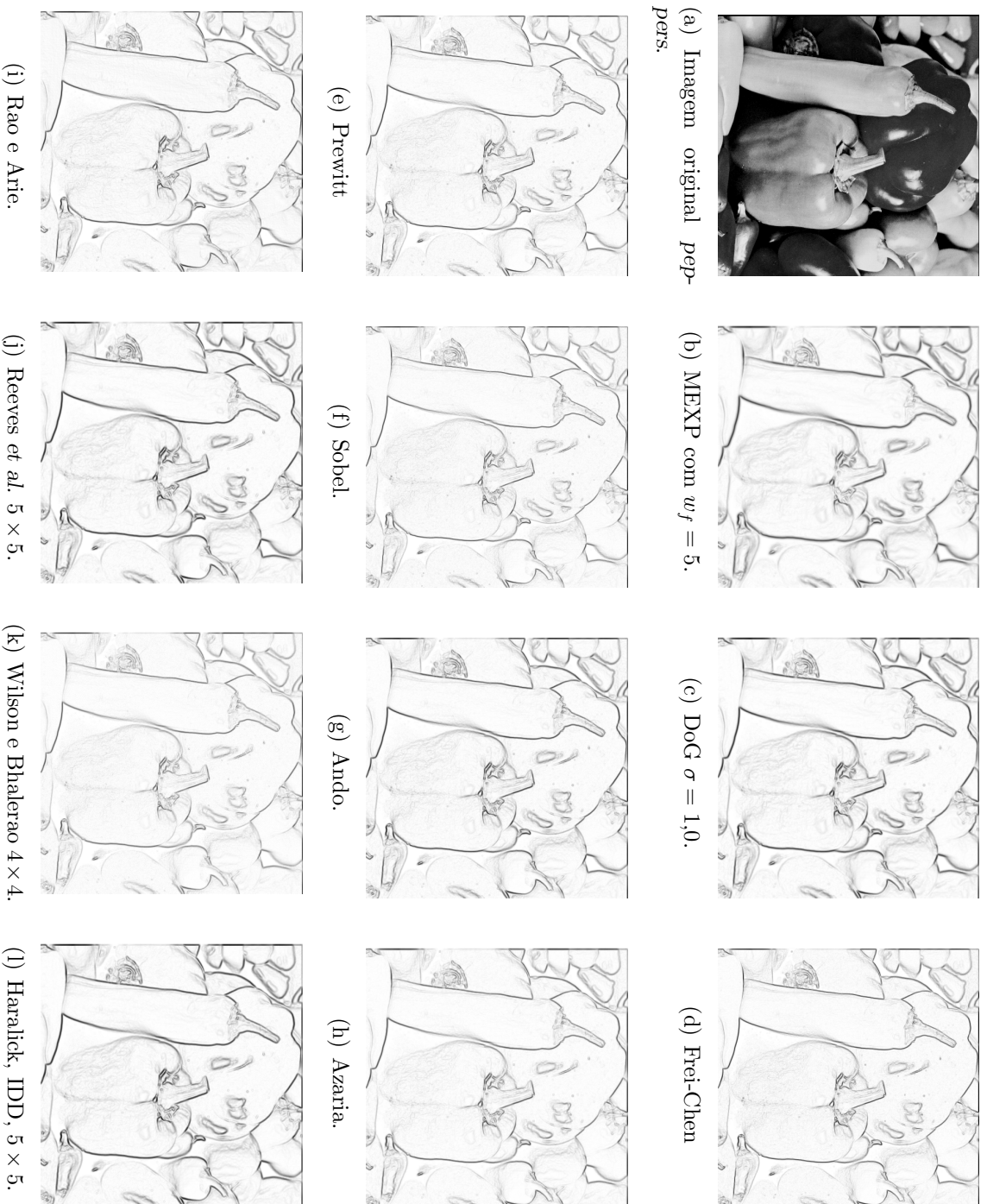


Figura 6.27: A figura representa o resultado da aplicação de vários filtros de estimação de contraste à imagem peppers (512 × 512).



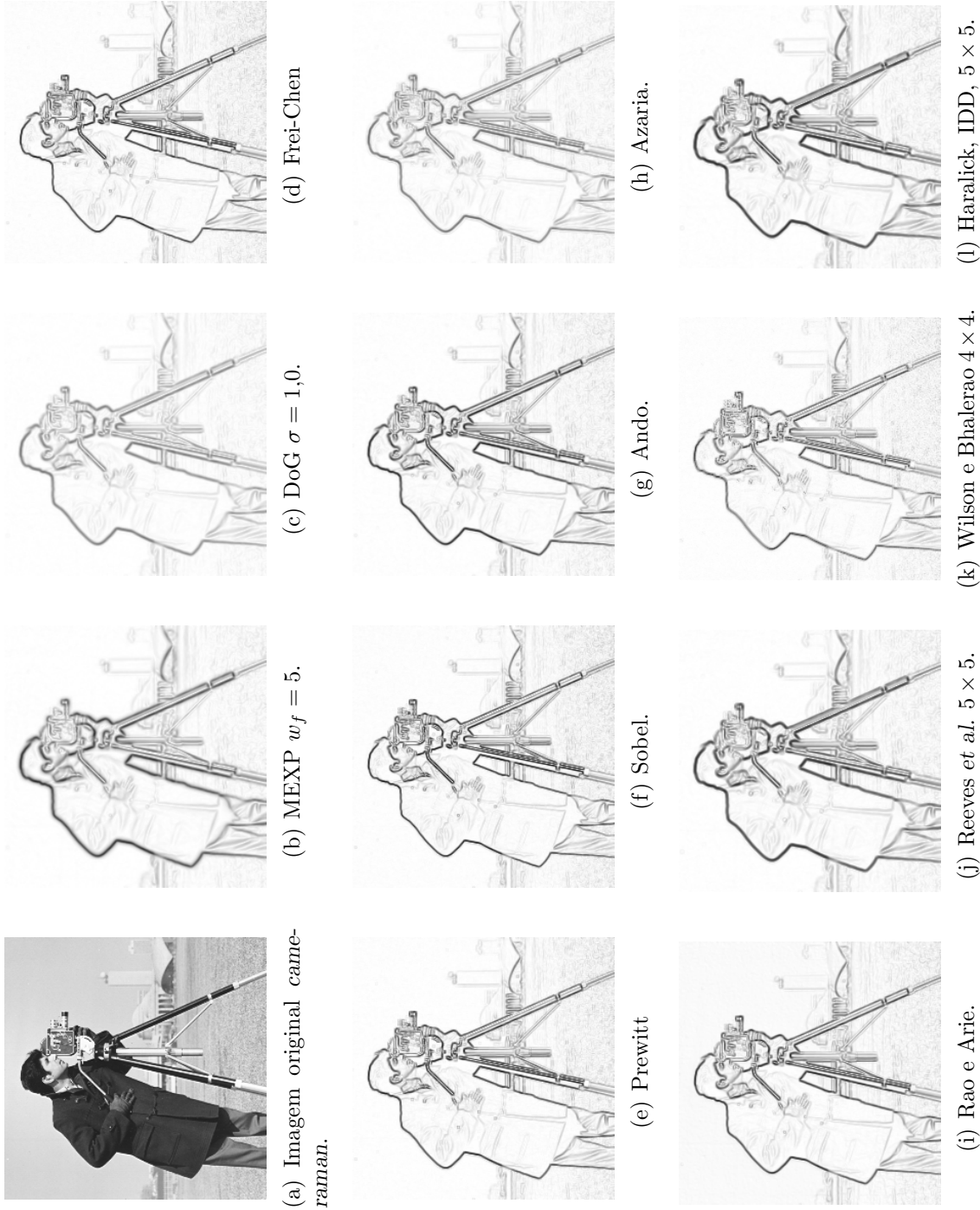


Figura 6.28: A figura representa o resultado da aplicação de vários filtros de estimação de contraste à imagem *cameraman* ( $512 \times 512$ ).

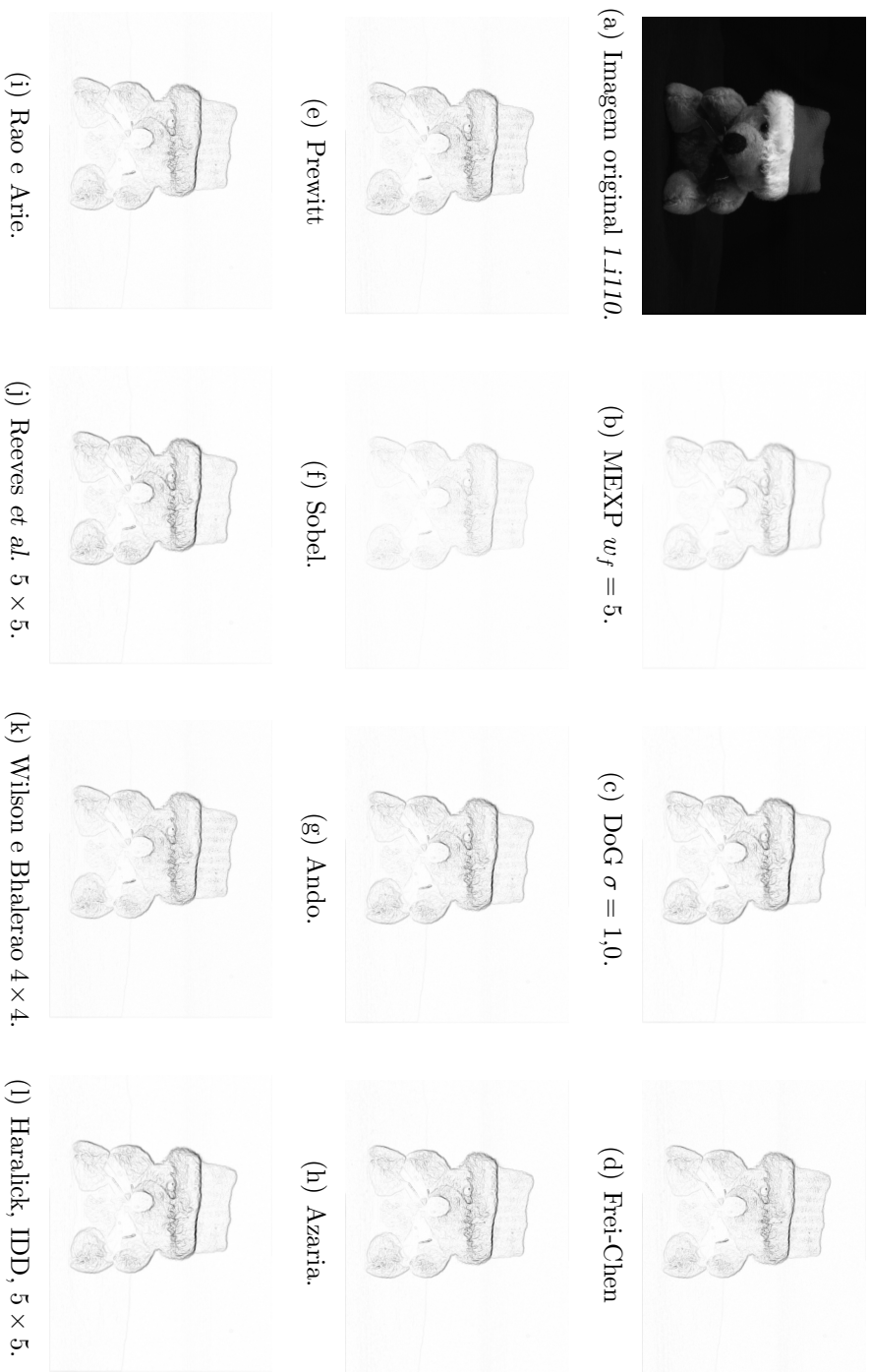


Figura 6.29: A figura representa o resultado da aplicação de vários filtros de estimação de contraste à imagem 1.1110 (768 × 576).

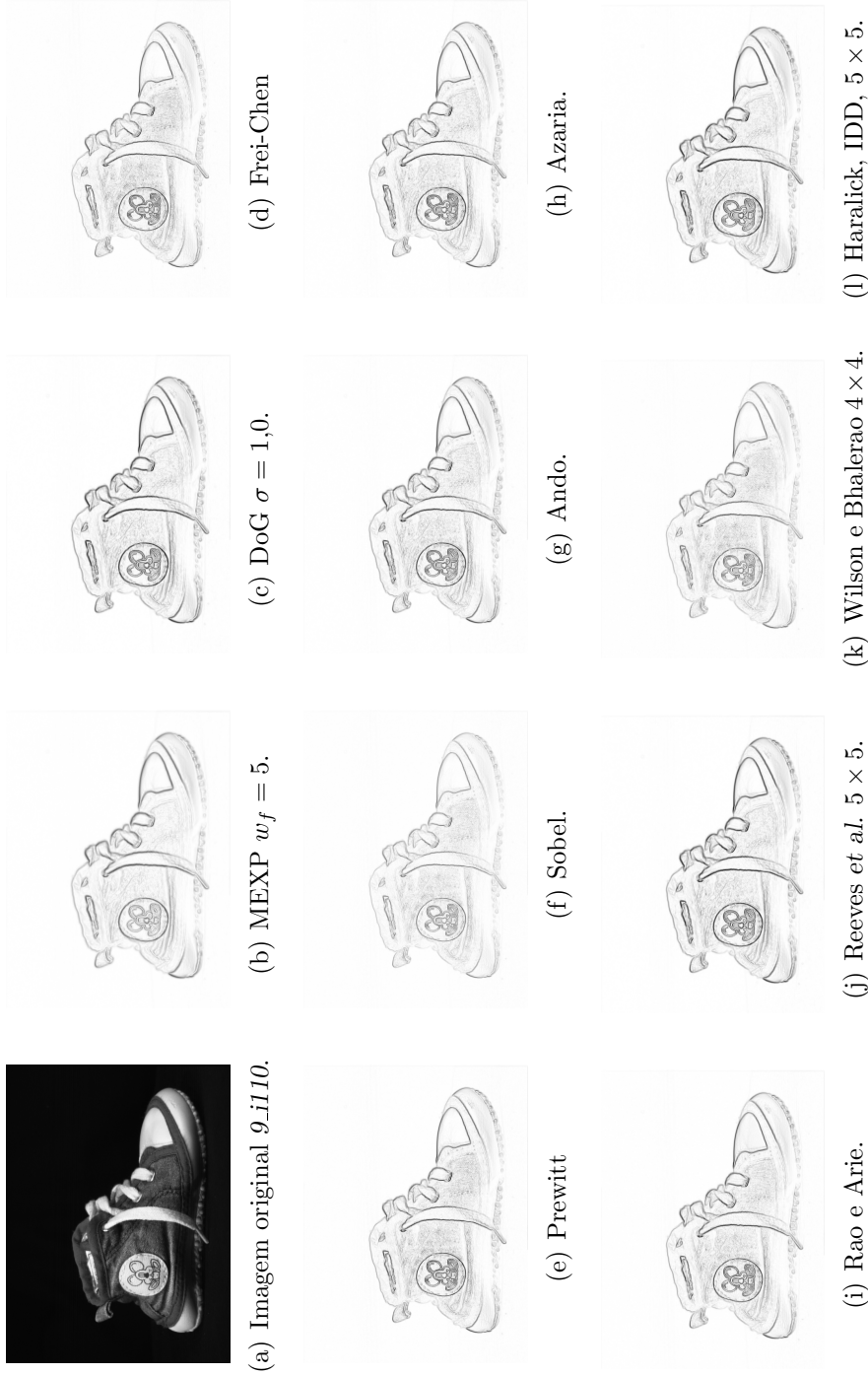


Figura 6.30: A figura representa o resultado da aplicação de vários filtros de estimação de contraste à imagem 9\_i110 (768 × 576).

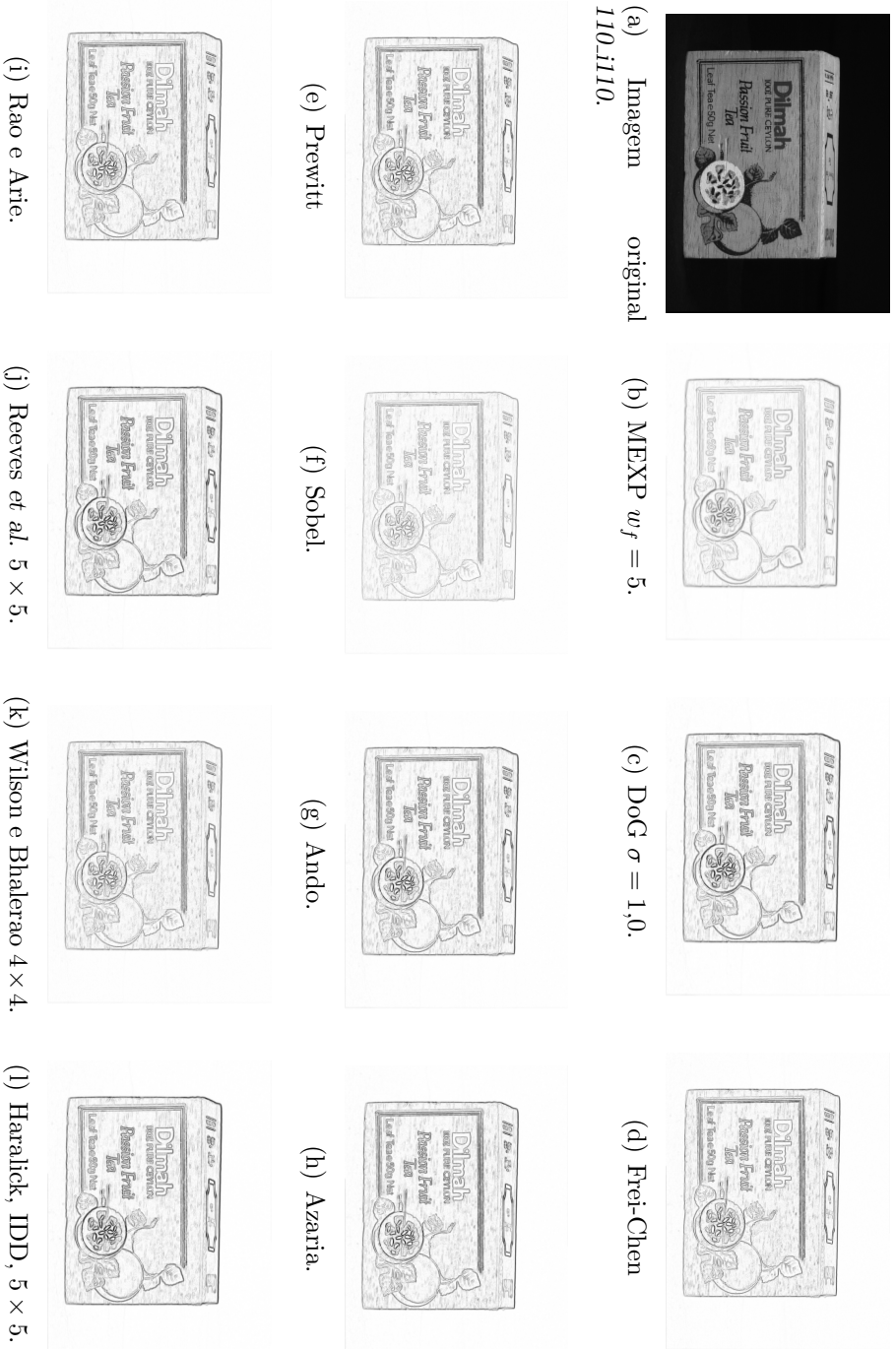


Figura 6.31: A figura representa o resultado da aplicação de vários filtros de estimação de contraste à imagem 110.1110 (768 × 576).



Figura 6.32: A figura representa o resultado da aplicação de vários filtros de estimação de contraste à imagem 239\_i110 (768 × 576).

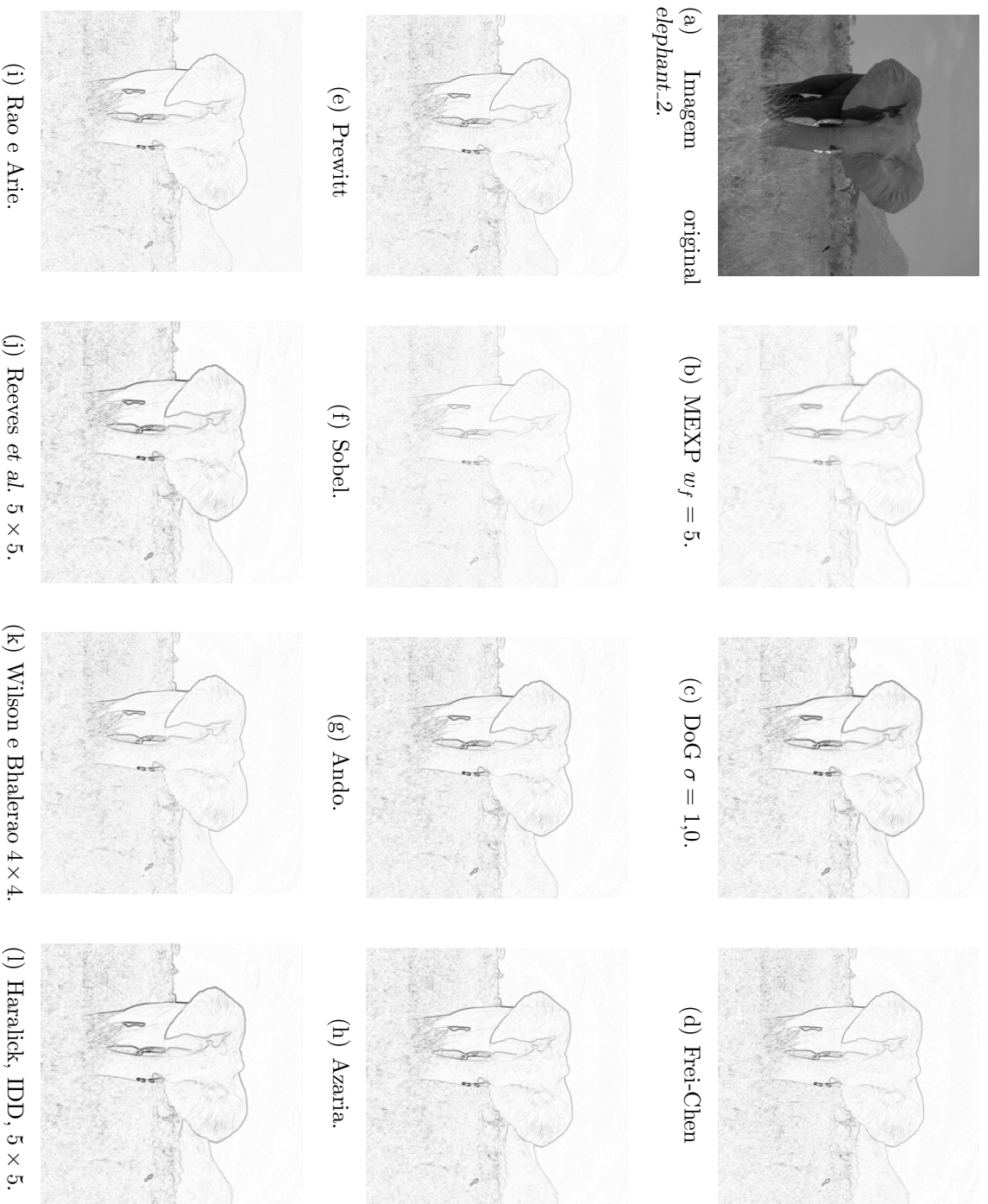


Figura 6.33: A figura representa o resultado da aplicação de vários filtros de estimação de contraste à imagem *elephant\_2* ( $512 \times 512$ ).

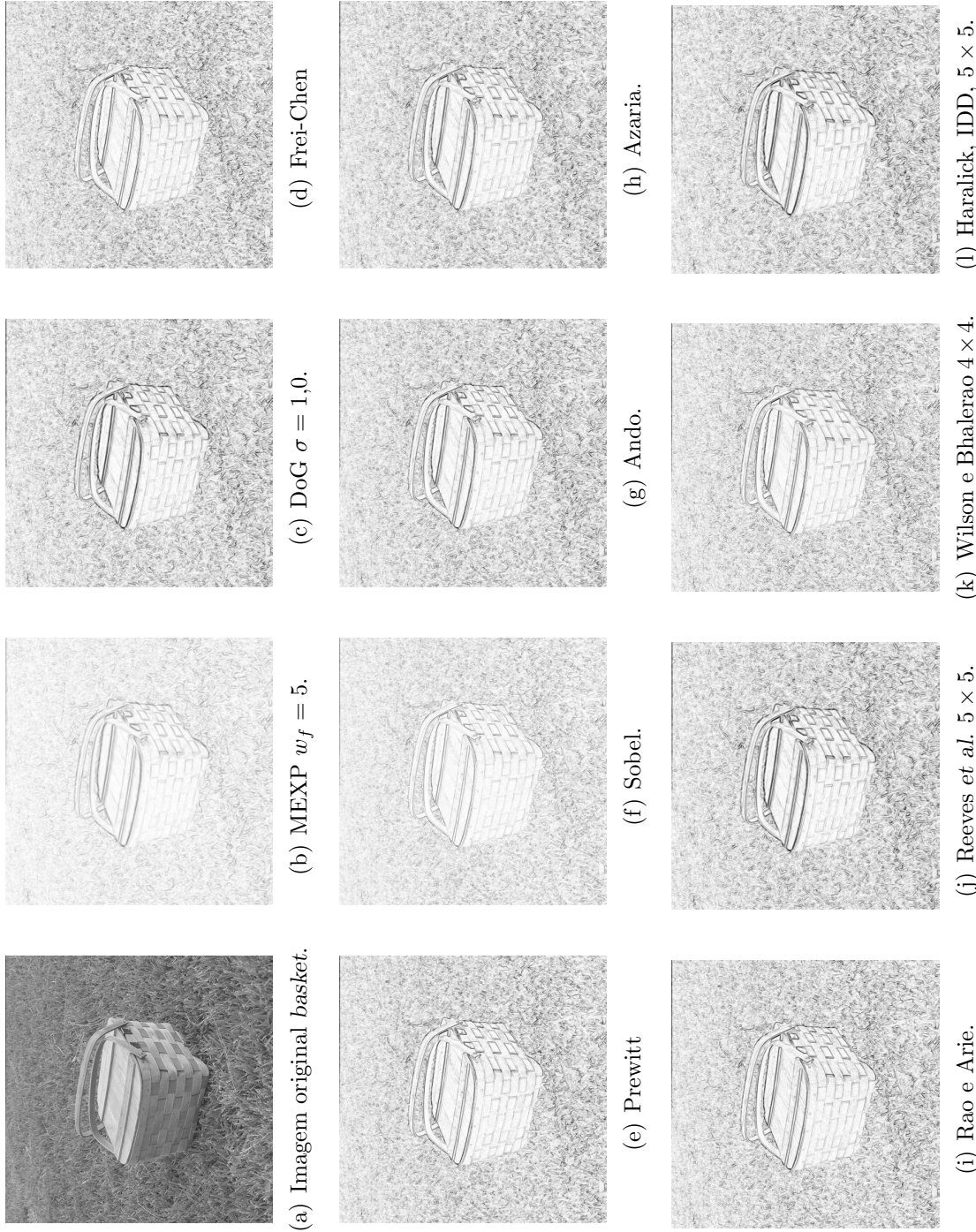


Figura 6.34: A figura representa o resultado da aplicação de vários filtros de estimação de contraste à imagem *basket* ( $512 \times 512$ ).





Figura 6.35: A figura representa o resultado da aplicação de vários filtros de estimação de contraste à imagem `golfcart` ( $512 \times 512$ ).



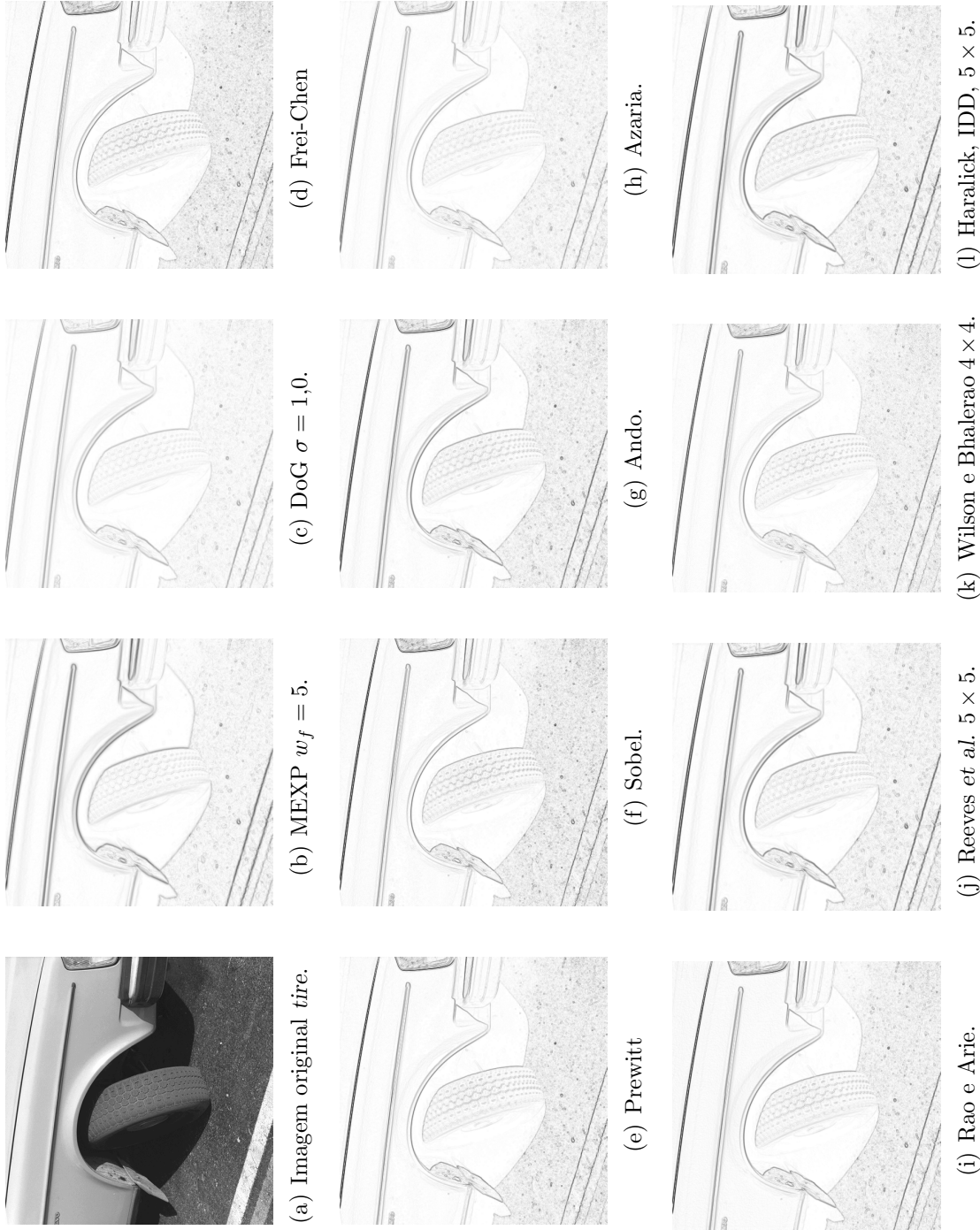


Figura 6.36: A figura representa o resultado da aplicação de vários filtros de estimação de contraste à imagem *tire* ( $512 \times 512$ ).



Figura 6.37: A figura representa o resultado da aplicação de vários filtros de estimação de contraste à imagem rino ( $512 \times 512$ ).

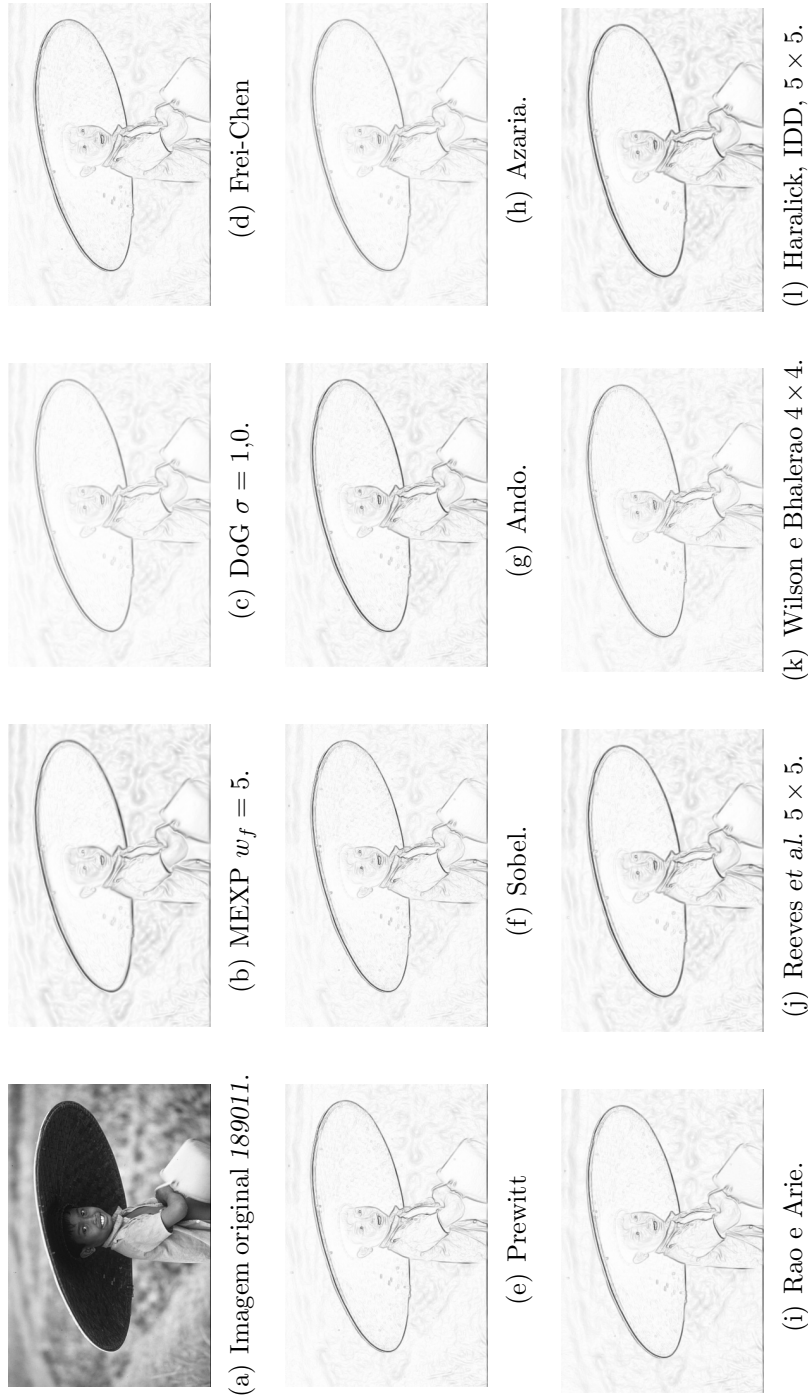


Figura 6.38: A figura representa o resultado da aplicação de vários filtros de estimação de contraste à imagem 189011 ( $512 \times 512$ ).

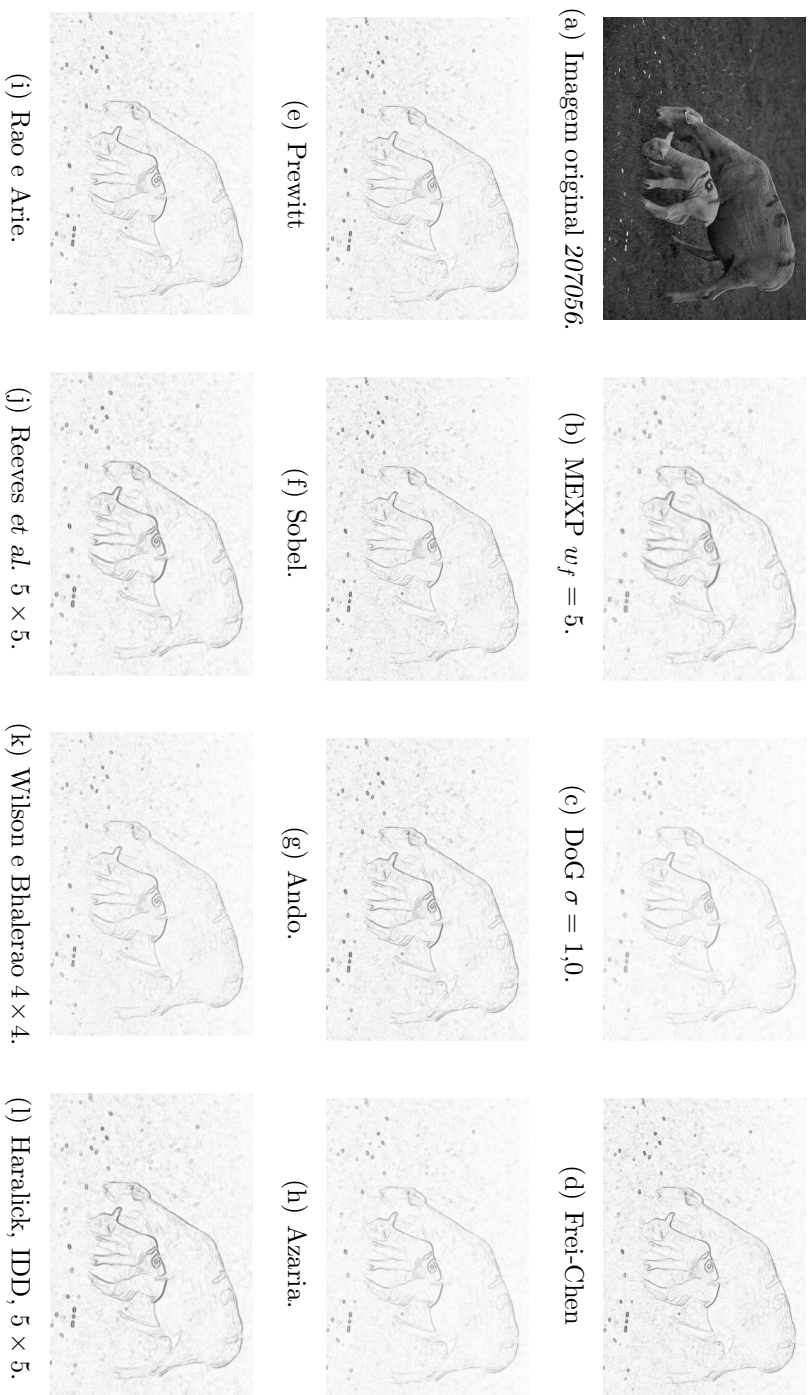


Figura 6.39: A figura representa o resultado da aplicação de vários filtros de estimação de contraste à imagem 207056 (512 × 512).



Figura 6.40: A figura representa o resultado da aplicação de vários filtros de estimação de contraste de imagem 299091 ( $512 \times 512$ ).

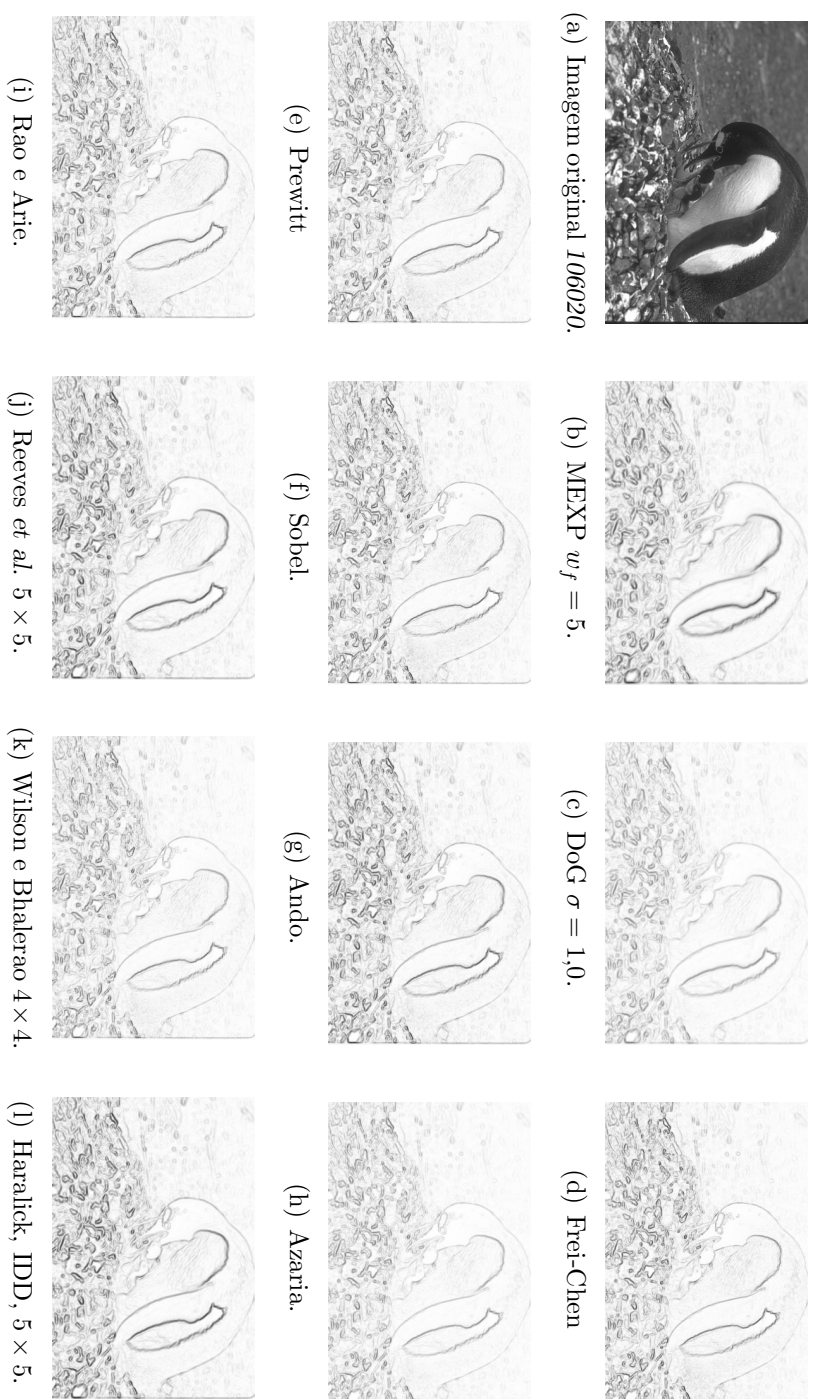


Figura 6.41: A figura representa o resultado da aplicação de vários filtros de estimação de contraste à imagem 106020 ( $512 \times 512$ ).

(a) *lena*.

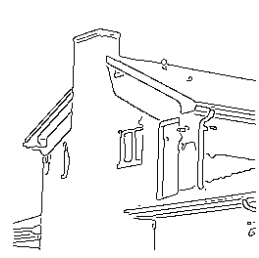
(b) Canny.



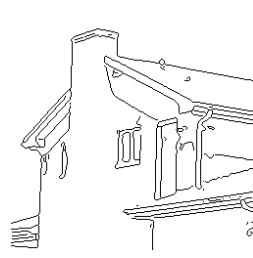
(c) Ghita-Whelan.



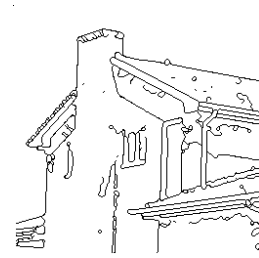
(d) Proposto.

(e) *house*.

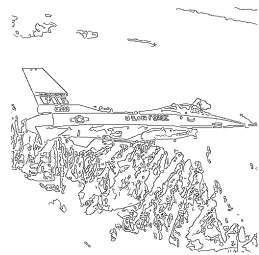
(f) Canny.



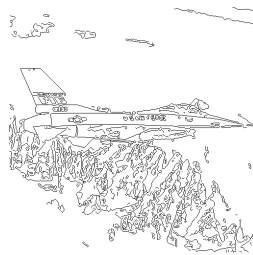
(g) Ghita-Whelan.



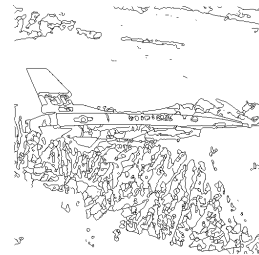
(h) Proposto.

(i) *airplane*.

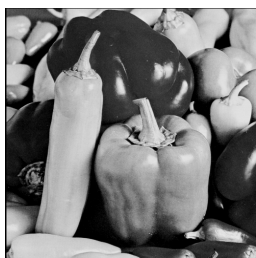
(j) Canny.



(k) Ghita-Whelan.



(l) Proposto.

(m) *peppers*.

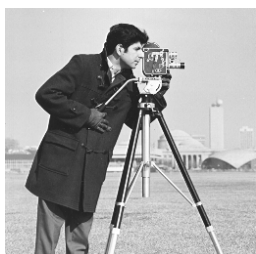
(n) Canny.



(o) Ghita-Whelan.



(p) Proposto.

(q) *cameraman*.

(r) Canny.



(s) Ghita-Whelan.



(t) Proposto.

Figura 6.42: Agrupamento de pontos de contorno em imagens *standard*.



(a) *1\_i110*.



(b) Canny.



(c) Ghita-Whelan.



(d) Proposto.



(e) *9\_i110*.



(f) Canny.



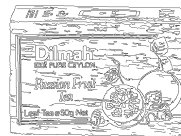
(g) Ghita-Whelan.



(h) Proposto.



(i) *110\_i110*.



(j) Canny.



(k) Ghita-Whelan.



(l) Proposto.



(m) *239\_i110*.



(n) Canny.



(o) Ghita-Whelan.



(p) Proposto.



(q) *62\_i110*.



(r) Canny.



(s) Ghita-Whelan.



(t) Proposto.

Figura 6.43: Agrupamento de pontos de contorno nas imagens ALOI.

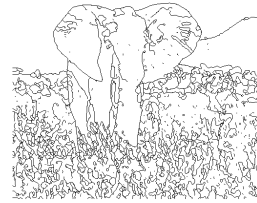


(a) *elephant\_2.*

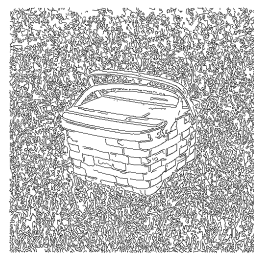
(b) Canny.



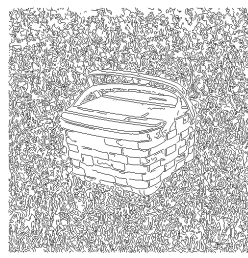
(c) Ghita-Whelan.



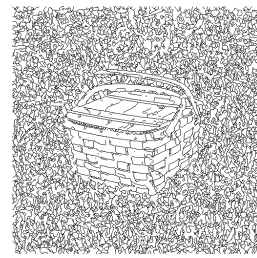
(d) Proposto.

(e) *basket.*

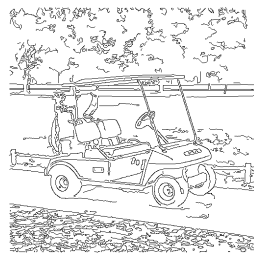
(f) Canny.



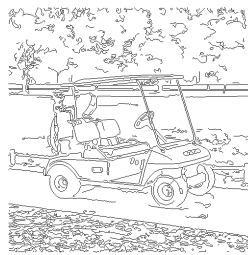
(g) Ghita-Whelan.



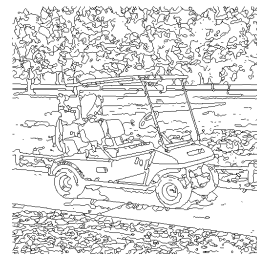
(h) Proposto.

(i) *golfcart.*

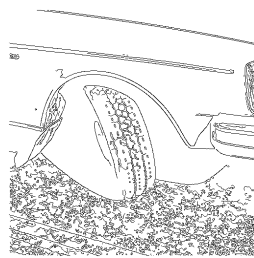
(j) Canny.



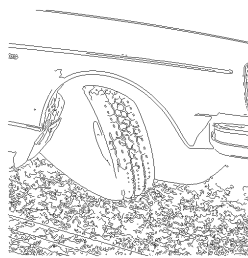
(k) Ghita-Whelan.



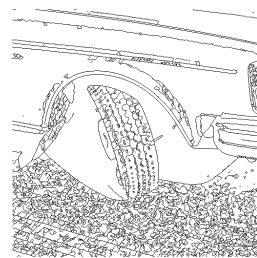
(l) Proposto.

(m) *tire.*

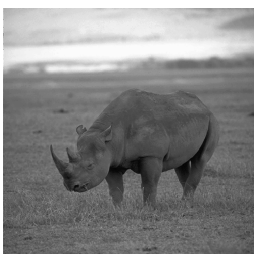
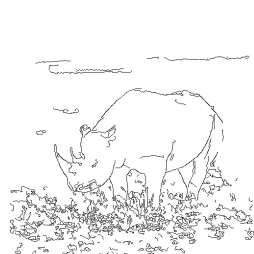
(n) Canny.



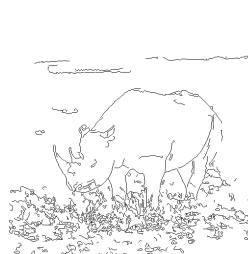
(o) Ghita-Whelan.



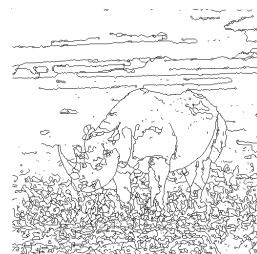
(p) Proposto.

(q) *rino.*

(r) Canny.



(s) Ghita-Whelan.

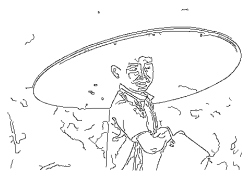


(t) Proposto.

Figura 6.44: Agrupamento de pontos de contorno nas imagens RUG.



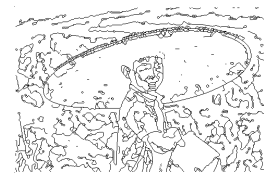
(a) 189011.



(b) Canny.



(c) Ghita-Whelan.



(d) Proposto.



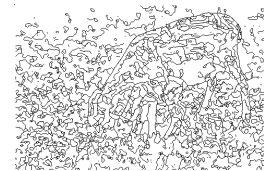
(e) 207056.



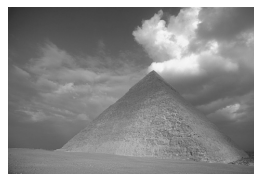
(f) Canny.



(g) Ghita-Whelan.



(h) Proposto.



(i) 299091.



(j) Canny.



(k) Ghita-Whelan.



(l) Proposto.



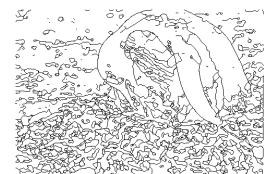
(m) 106020.



(n) Canny.



(o) Ghita-Whelan.



(p) Proposto.



(q) 24063.



(r) Canny.

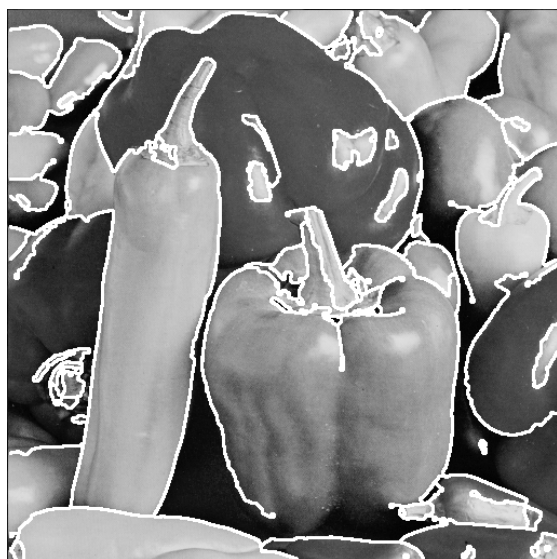


(s) Ghita-Whelan.

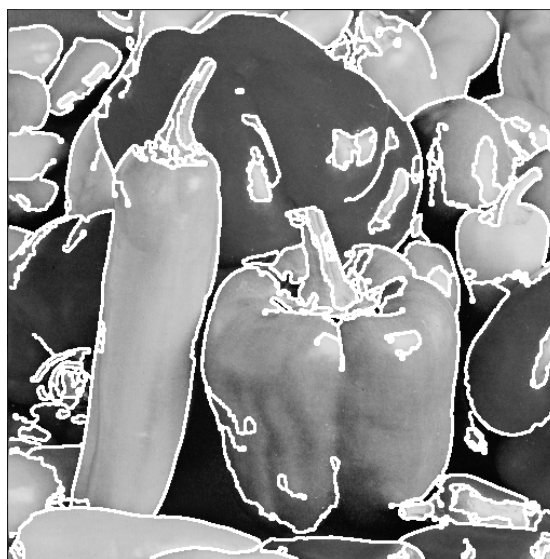


(t) Proposto.

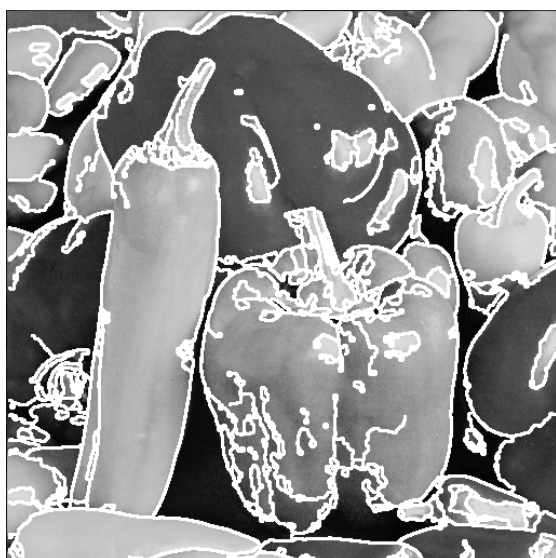
Figura 6.45: Agrupamento de pontos de contorno nas imagens BSDS.



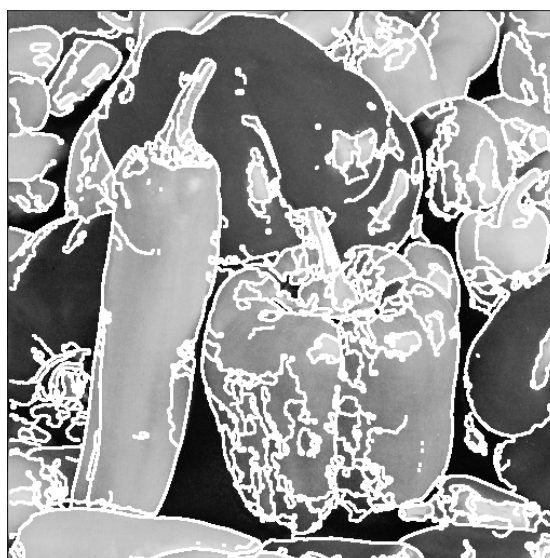
(a) 3000 segmentos.



(b) 4000 segmentos.

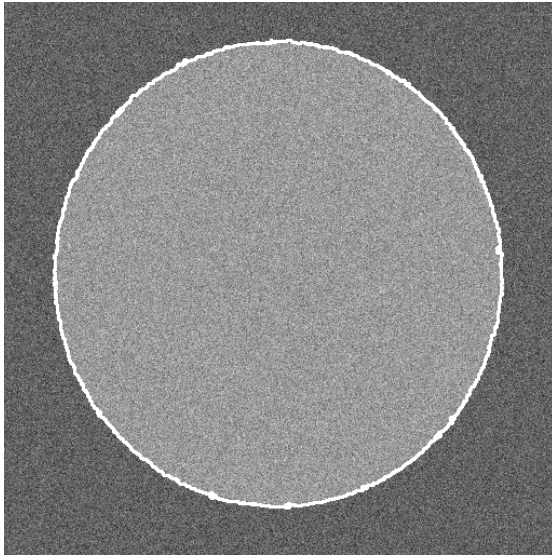


(c) 5000 segmentos.

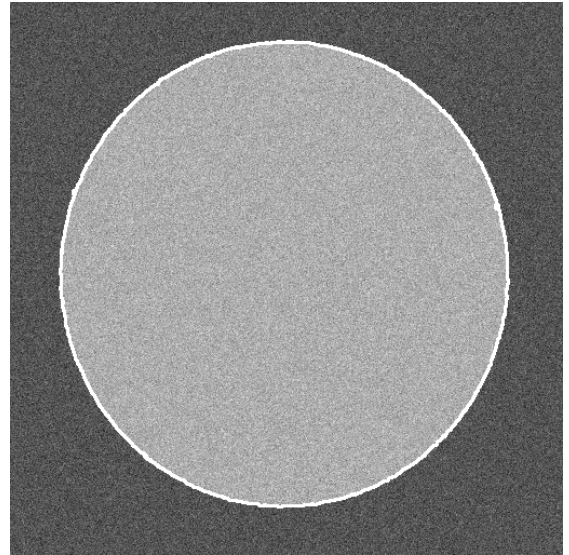


(d) 6000 segmentos.

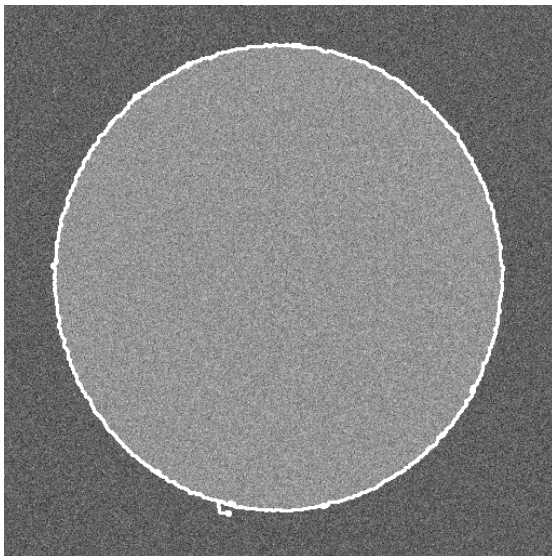
Figura 6.46: Imagem peppers com sobreposição de contornos. Representam-se os segmentos com maior valor médio da amplitude do gradiente.



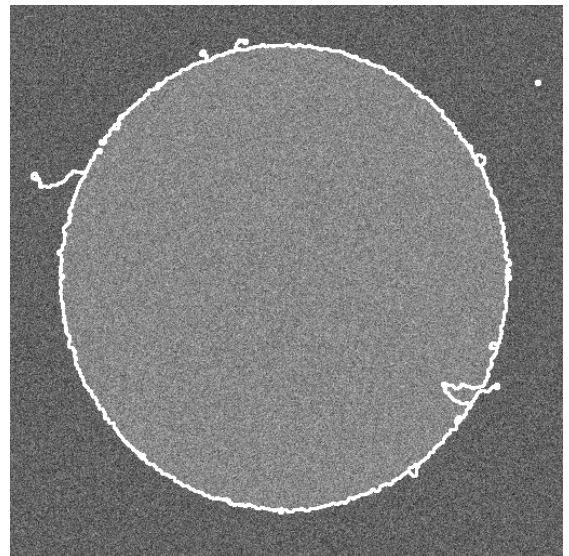
(a)  $\sigma = 10,0$ , 400 segmentos, método proposto.



(b)  $\sigma = 20,0$ , 400 segmentos, método proposto.



(c)  $\sigma = 40,0$ , 400 segmentos, método proposto.



(d)  $\sigma = 60,0$ , 400 segmentos, método proposto.

Figura 6.47: Imagem `circulo512x512` com sobreposição de contornos. Agrupamento de contornos em imagens com vários níveis de contaminação por ruído gaussiano.

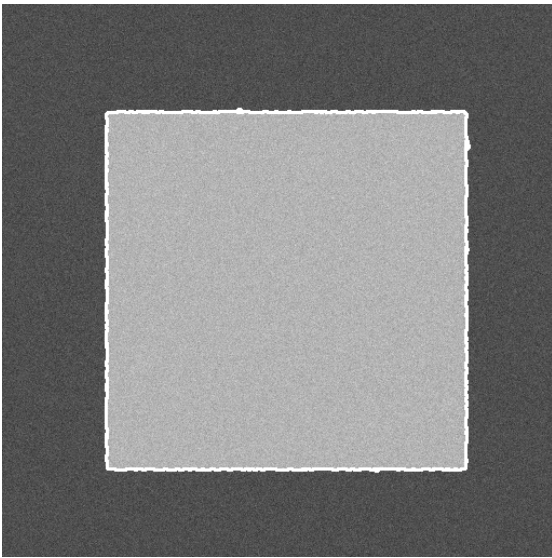
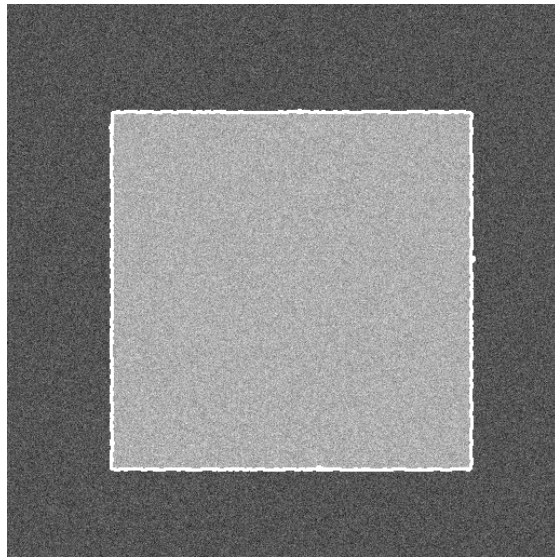
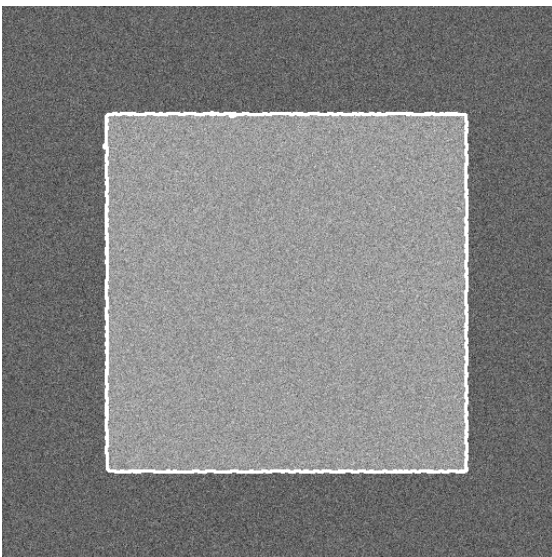
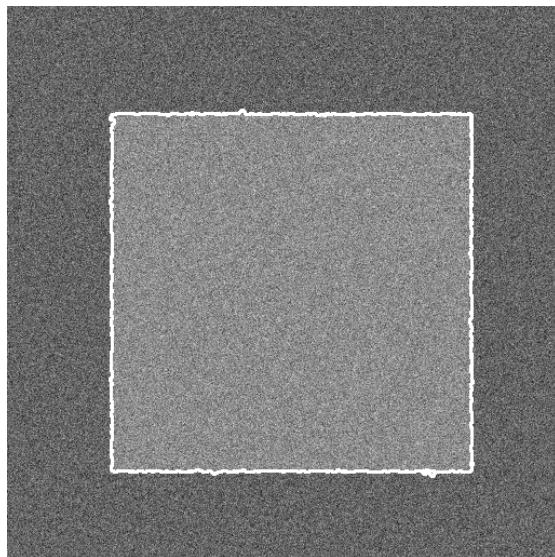
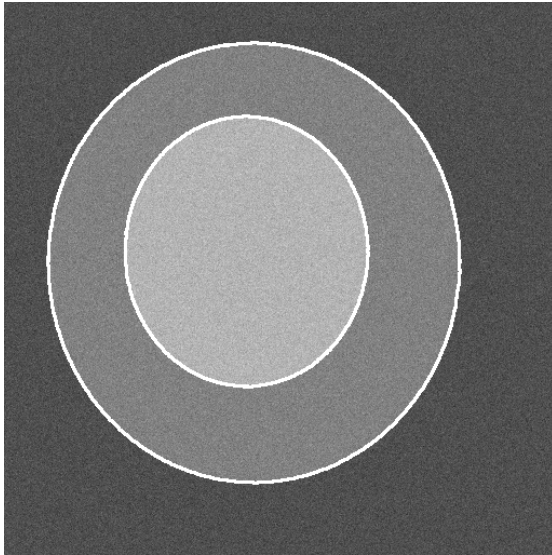
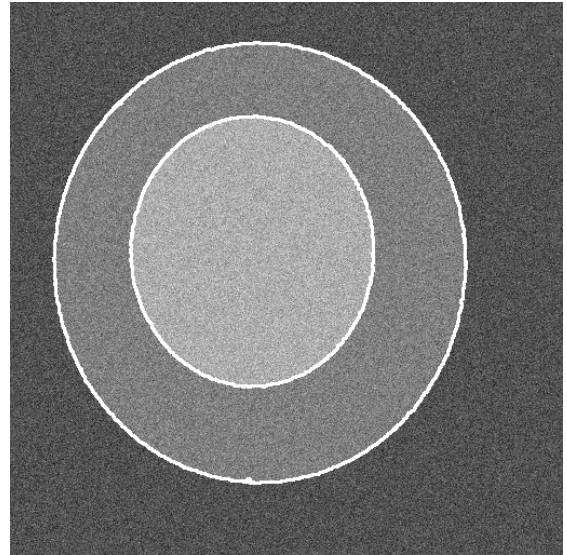
(a)  $\sigma = 10,0$ , 300 segmentos, método proposto.(b)  $\sigma = 20,0$ , 300 segmentos, método proposto.(c)  $\sigma = 40,0$ , 300 segmentos, método proposto.(d)  $\sigma = 60,0$ , 300 segmentos, método proposto.

Figura 6.48: Imagem **quadrado** com sobreposição de contornos. Agrupamento de contornos em imagens com vários níveis de contaminação por ruído gaussiano.

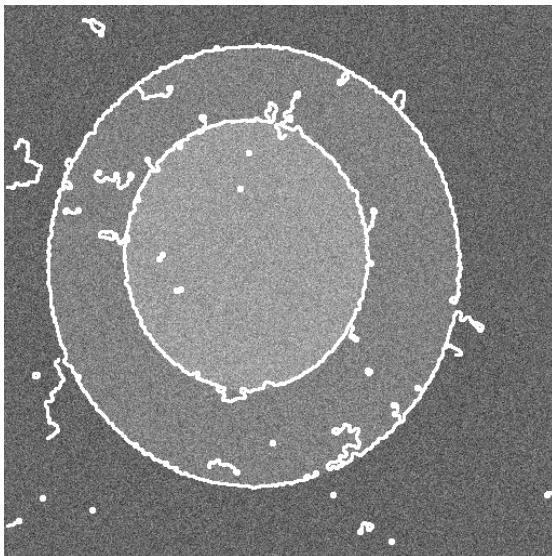




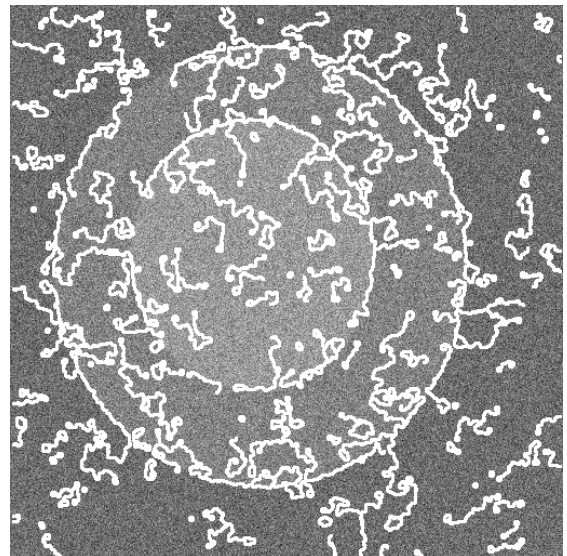
(a)  $\sigma = 10,0$ , 300 segmentos, método proposto.



(b)  $\sigma = 20,0$ , 300 segmentos, método proposto.



(c)  $\sigma = 40,0$ , 300 segmentos, método proposto.



(d)  $\sigma = 60,0$ , 500 segmentos, método proposto.

Figura 6.49: Imagem círculos concêntricos com sobreposição de contornos. Agrupamento de contornos em imagens com vários níveis de contaminação por ruído gaussiano.

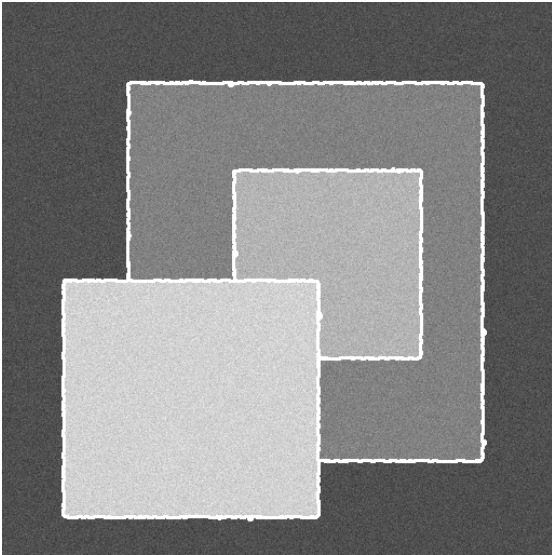
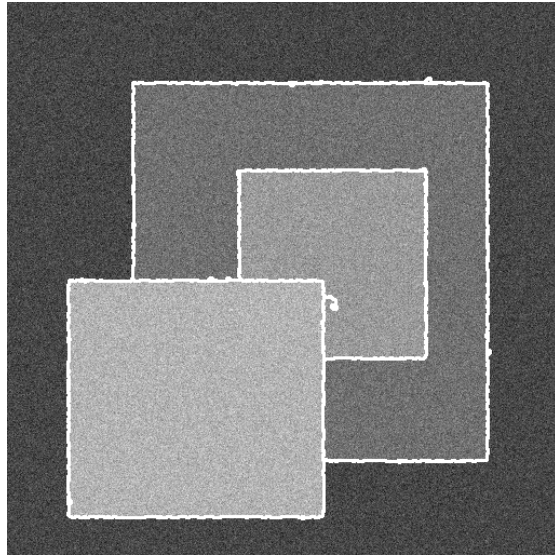
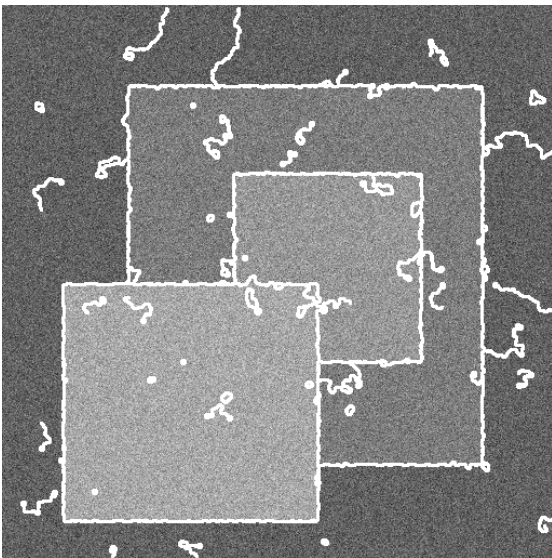
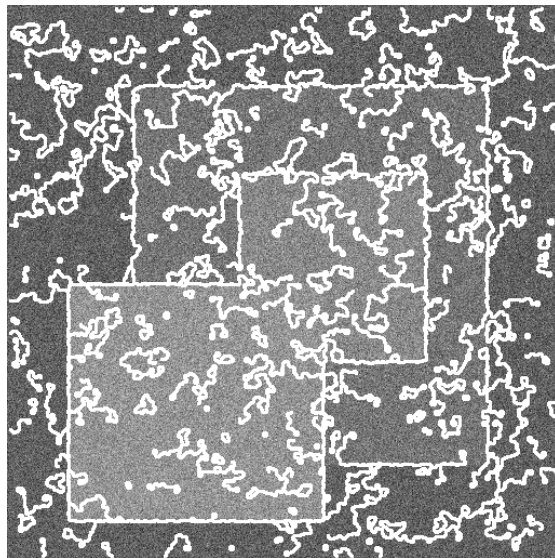
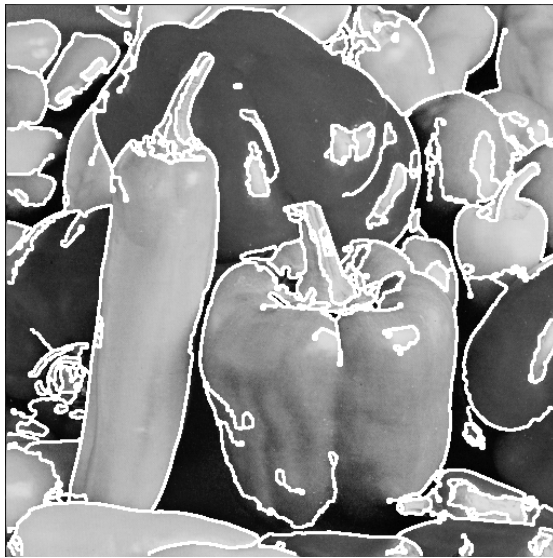
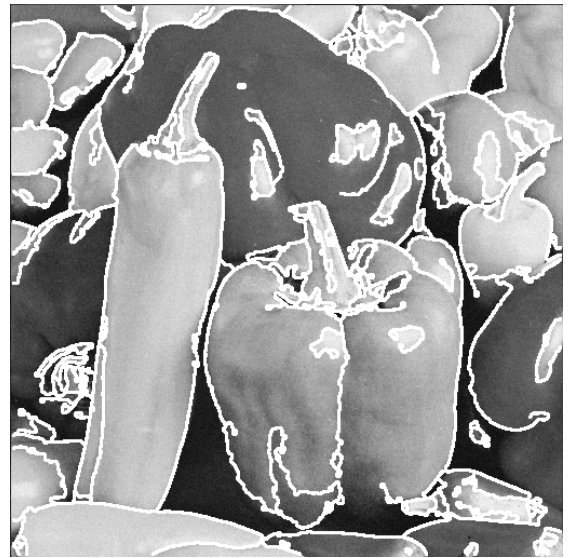
(a)  $\sigma = 10,0$ , 1150 segmentos, método proposto.(b)  $\sigma = 20,0$ , 1100 segmentos, método proposto.(c)  $\sigma = 40,0$ , 800 segmentos, método proposto.(d)  $\sigma = 60,0$ , 1000 segmentos, método proposto.

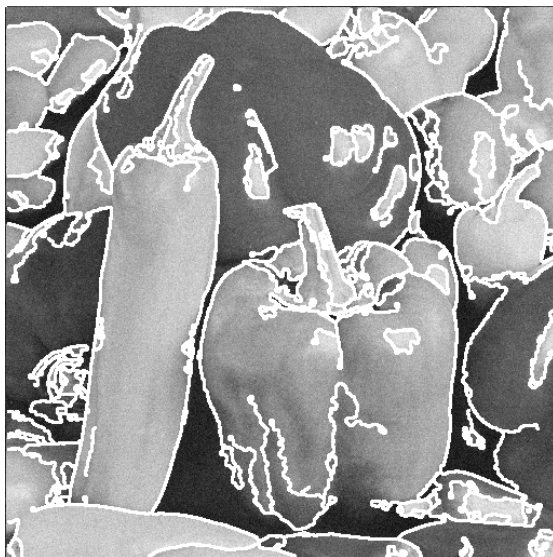
Figura 6.50: Imagem quadrados sobrepostos com sobreposição de contornos. Agrupamento de contornos em imagens com vários níveis de contaminação por ruído gaussiano.



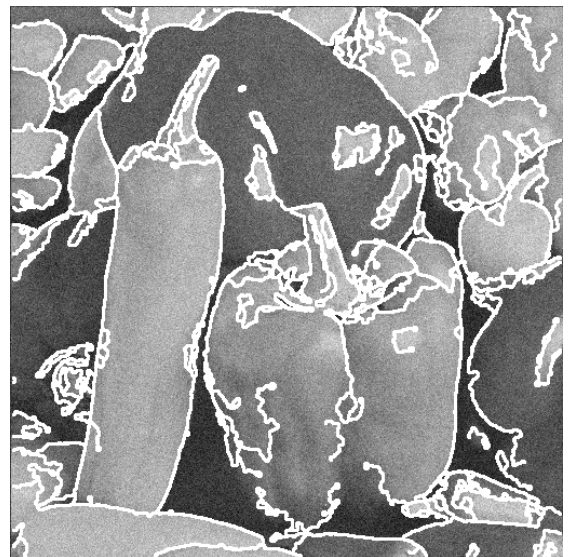
(a)  $\sigma = 0,0$ , 4000 segmentos, método proposto.



(b)  $\sigma = 5,0$ , 4000 segmentos, método proposto.



(c)  $\sigma = 10,0$ , 4000 segmentos, método proposto.



(d)  $\sigma = 20,0$ , 3500 segmentos, método proposto.

Figura 6.51: Imagem peppers com sobreposição de contornos. Agrupamento de contornos em imagens com vários níveis de contaminação por ruído gaussiano.



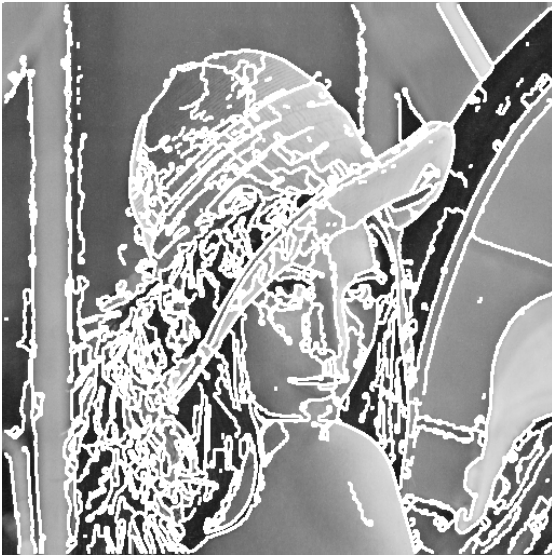
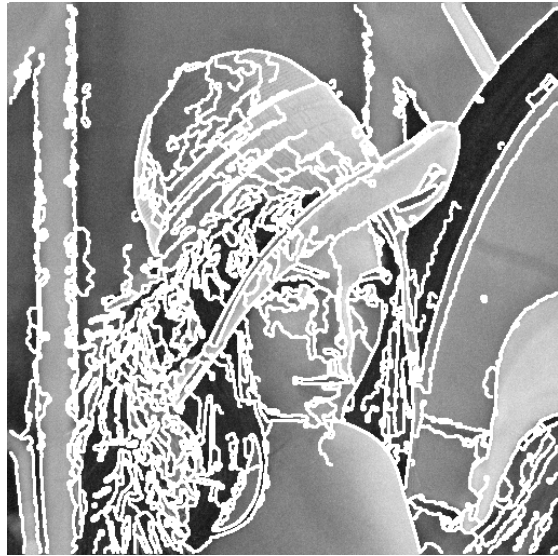
(a)  $\sigma = 0,0$ , 8000 segmentos, método proposto.(b)  $\sigma = 5,0$ , 7000 segmentos, método proposto.(c)  $\sigma = 10,0$ , 6000 segmentos, método proposto.(d)  $\sigma = 20,0$ , 4000 segmentos, método proposto.

Figura 6.52: Imagem lena com sobreposição de contornos. Agrupamento de contornos em imagens com vários níveis de contaminação por ruído gaussiano.

## Referências Bibliográficas

- Caeiro, José Jasnau, Moisés Piedade, e Edgar Ataíde. 2003, Setembro. “Image Processing and a Python-GIMP Based Algorithm Development Environment.” *Proceedings of the 3rd IASTED International Conference Visualization, Imaging, and Image Processing*, Volume 2. IASTED: Acta Press, 627–631.
- Ghita, Ovidiu e Paul F. Whelan. 2002. “Computational Approach for Edge Linking.” *J. Electron. Imaging* 11 (Outubro): 479–485.

*A realidade é apenas uma ilusão, embora bastante persistente.* Albert Einstein, 1879–1955

# 7

## Conclusões

### Conteúdo

---

<b>7.1 A Detecção de Contornos . . . . .</b>	<b>231</b>
<b>7.2 Perspectivas de Trabalho Futuro . . . . .</b>	<b>233</b>

---



A detecção de contornos é, possivelmente, o processo mais fundamental para as áreas do processamento de imagem e detecção de contornos. As contribuições sobre o tema são em grande quantidade desde há 4 décadas e o assunto ainda não se encontra definitivamente resolvido. Apesar da evolução dos sistemas computacionais dos últimos anos a visão por computador ainda não se encontra, na maioria dos seus aspectos, tão desenvolvida como a visão pelos seres humanos. O ser humano, tal como as máquinas, estima o contraste e realiza uma detecção de contornos. O modo como esta informação é agrupada e posteriormente processada ainda não é completamente conhecido.

Nesta tese apresentam-se contributos originais em 3 facetas do processo de detecção de contornos. É apresentado um novo método de projecto de filtros de estimação do contraste, um novo método de classificação inicial de pontos de contorno e um novo método de agrupamento de contornos.

## 7.1 A Detecção de Contornos

No Capítulo 2 foi apresentada a evolução dos métodos de detecção de contornos desde o seu início na década de 1960 até hoje. O problema foi estudado por muitos autores sob múltiplos pontos de vista e com diversas abordagens. As mais adoptadas usam estimativas do contraste local através de estimadores do gradiente realizados por meio de filtros lineares. A função de Gauss é frequentemente usada como elemento suavizador reduzindo a influência do ruído.

A classificação de pontos de contorno recorre a processos de binarização, de supressão de não-máximos, de binarização por histerese, de detecção de passagens por zero, de processos de relaxação e de muitos outros processos.

É importante a conclusão de que apesar de existirem muitas propostas poucas se destinam a acomodar modelos de contorno *à la carte* e ainda por cima fixando as respostas dos filtros. Outra conclusão que se tira é que tão importante como a fase de extracção de propriedades, através da estimação do contraste local por exemplo, é a fase de classificação. O sucesso do método de Marr pode ser atribuído em grande medida às propriedades da classificação através das passagens por zero das segundas derivadas que garantem contornos fechados e o sucesso do método de Canny pode ser derivado da relação estabelecida entre os critérios de desempenho e a supressão de não-máximos e a binarização por histerese.

Na dissertação escreveu-se sobre a possibilidade de criar um método de construção de estimadores de contraste local flexíveis em que se podem incorporar diversos modelos de contorno e respostas dos filtros em presença destes contornos. Em resultado, apresentou-se um novo método baseado na resolução, por meio de regularização seguida de interpolação, de uma equação integral de Fredholm do primeiro género que incorpora os modelos do contorno e as respostas dos filtros. O procedimento apresentado resolve o problema da criação de filtros lineares de estimativa de contraste para detecção de

contornos, quando se possui um modelo arbitrário de contorno e de resposta do filtro.

O novo filtro designado por MEXP foi projectado com este método e apresenta resultados comparáveis ao filtro DG no que se refere à percentagem de pontos com amplitude máxima estimada correcta e os resultados mais consistentes, em termos angulares, de distância média ao ponto de contorno. Este filtro combina as propriedades de suavização do filtro DG com as propriedades de localização do filtro ISEF.

Os processos mais comuns de classificação de pontos de contorno baseiam-se em binarizações por meio de limiares ou na supressão de não-máximos seguida de uma binarização por histerese com a definição de dois limiares. A supressão de não-máximos é uma forma de classificação inicial de pontos de contorno que reduz a presença de falsos positivos. A binarização por histerese faz parte da classe de métodos de agrupamento de pontos de contorno.

Um novo método de classificação inicial de pontos de contorno, baseado na verificação de determinadas condições lógicas na comparação de listas ordenadas em função da amplitude do gradiente de pontos na vizinhança de um ponto, é proposto nesta tese. Apresenta como qualidade principal a baixa taxa de falsos positivos o que o torna candidato à utilização como gerador de pontos de contorno iniciais para um posterior processo de agrupamento de pontos de contorno. O novo classificador foi estudado sob o ponto de vista das estatísticas de ordem associadas a sequências ordenadas de variáveis aleatórias. Após o estudo de diversos modelos de ruído apresentados na literatura adoptou-se o modelo de contaminação aditiva Gaussiana para a realização do estudo analítico e simulações de desempenho do classificador para um contorno ideal na presença de ruído.

O estudo da detecção de contornos não ficaria completo sem se abordar o problema do agrupamento de pontos de contorno. Nesta tese apresenta-se uma nova técnica de agrupamento de contornos assente na pesquisa sucessiva de pontos de contorno. É baseada no crescimento de contornos resultando na agregação a listas de pontos de contornos. Realiza-se o crescimento de contornos partindo de pontos de contorno seleccionados a partir do novo método de classificação inicial de pontos de contorno por análise de amplitudes ordenadas do gradiente de pontos vizinhos. Estes pontos são agregados por meio da aplicação do algoritmo de marcação de componentes conexos sendo alvo de um processamento preliminar destinado a aumentar a confiança nestes pontos iniciais como sendo pontos de contorno. Subsequentemente realiza-se um crescimento sucessivo do contorno escolhendo os pontos seguintes numa vizinhança local. Esta vizinhança local na direcção do crescimento permite diminuir significativamente a complexidade computacional da pesquisa. A função de custo adoptada para o cálculo do melhor ponto seguinte é simples e de cálculo fácil sendo baseada na amplitude do gradiente. É substituído o problema da optimização global, que se traduz em elevados custos computacionais, por um método local que se traduz em sub-optimalidade com pequeno custo computacional.

Os resultados experimentais de aplicação dos algoritmos a imagens foram comparados com os resultados de outros métodos de estimação de contraste e de agrupamento de contornos. Os resultados apresentados revelam que o estimador de contraste MEXP apresenta um desempenho comparável aos melhores estimadores de contraste do con-

junto de teste. O método de agrupamento de contornos apresenta resultados de elevada qualidade e com elevada robustez à presença de ruído.

## 7.2 Perspectivas de Trabalho Futuro

No decurso do trabalho foram surgindo algumas ideias para trabalho de investigação que ainda não se concretizaram. Apresenta-se aqui a sùmula daquelas que se consideram mais interessantes.

Algumas das perspectivas de investigação futuras que se colocam são as seguintes:

- no contexto da estimação de contraste:
  - a realização de detectores de contornos com modelos de contorno bidimensionais de forma variável adoptando a metodologia de projecto proposta na dissertação;
  - a utilização da metodologia de projecto de estimadores de contraste tendo em vista a realização de um sistema de detecção de contornos adaptativo, com detectores de contornos adaptados à presença de diferentes tipos de contornos;
  - a introdução de critérios de optimalidade no método de projecto de detectores de contornos com base na resolução de equações integrais de Fredholm;
  - extensão do procedimento a detectores de contornos para imagens multiespectrais;
  - estudo da utilização do procedimento de projecto de detectores de contornos em situações com diversos tipos de ruído;
  - utilização do procedimento em imagens interpoladas;
- para a classificação de contornos:
  - estudo do efeito do alargamento das vizinhanças dos pontos;
  - estudo da classificação com interpolação;
- no caso do agrupamento de contornos:
  - estudo de novos critérios de terminação do crescimento;
  - estudo de métodos de crescimento do contorno com incorporação de outras técnicas de estimação com outros modelos probabilísticos;
  - outros métodos de crescimento do contorno (aproximações baseadas na lógica difusa e em algoritmos genéticos).

A investigação na área da detecção de contornos é bastante activa e existe campo para a melhoria em diversos aspectos: a qualidade da detecção; a complexidade computacional e as estruturas de dados. Nos últimos anos surgiram muitos contributos de grande qualidade que demonstram o interesse na continuação dos estudos nesta área.





# Apêndice



# Bibliografia



**Detecção de Contornos, Agrupamento e Avaliação de Desempenho**

- Abdou, I. E. e W. K. Pratt. 1979. “Quantitative Design and Evaluation Enhancement/Thresholding Edge Detectors.” *Proceedings of the IEEE* 67:753–763.
- Abraham, I., R. Abraham, A. Desolneux, e S. Li-Thiao-Te. 2007. “Significant Edges in the Case of Non-Stationary Gaussian Noise.” *Pattern Recognition* 40:3277–3291.
- Abrantes, Arnaldo J. e Jorge S. Marques. 1996. “A Class of Constrained Clustering Algorithms for Object Boundary Extraction.” *IEEE Transactions on Image Processing* 5 (11): 1507–1521 (Novembro).
- Accame, Marco e Francesco G. B. Natale. 1997. “Edge Detection by Point Classification of canny Filtered Images.” *Signal Processing* 60:11–22.
- Acton, Scott T. e Dipti Prasad Mukherjee. 2000. “Area Operators for Edge Detection.” *Pattern Recognition Letters* 21:771–777.
- Ahmad, Muhammad Bilal e Tae-Sun Choi. 1999. “Local Threshold and Boolean Function Based Edge Detection.” *IEEE Transactions on Consumer Electronics* 45 (3): 674–679.
- Ahmed, P. 1995. “A Neural Network Based Dedicated Thinning Method.” *Pattern Recognition Letters* 16:585–590.
- Ahuja, Narendra. 1993, Junho. “A Transform for Detection of Multiscale Image Structure.” *Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. New York City, New York, 780–781.
- Akhtar, Pervez, T. J. Ali, M. I. Bhatti, e M. A. Muqet. 2008. “A Framework for Edge Detection and Linking.” *Proceedings of the Congress on Image and Signal Processing*. IEEE Computer Society: IEEE, 273–277.
- Ali, Yamina Mohamed Ben. 2009. “Edge-Based Segmentation Using Robust Evolutionary Algorithm Applied to Medical Images.” *Journal of Signal Processing Systems* 54:231–238.
- Aloimonos, Yannis e Azriel Rosenfeld. 1991. “A Response to ”Ignorance, Myopia, and Naiveté in Computer Vision Systems“ by R. C. Jain and T. O. Binford.” *Computer Vision Graphics and Image Processing: Image Understanding* 53:120–124.
- Amini, Amir A., Terry Weymouth, e Ramesh C. Jain. 1990. “Using Dynamic Programming for Solving Variational Problems in Vision.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 12 (9): 855–867 (Setembro).
- Amir, Arnon e Michael Lindenbaum. 1998. “A Generic Grouping Algorithm and Its Quantitative Analysis.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 20 (2): 168–185 (Fevereiro).
- Ando, Shigeru. 2000a. “Consistent Gradient Operators.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 22 (3): 252–265.

- . 2000b. “Image Field Categorization and Edge/Corner Detection from Gradient Covariance.” *IEEE Transactions on Image Processing* 22 (2): 179–190 (Fevereiro).
- Anh, Vo, Ji Yu Shih, e Hung Tat Tsui. 1996. “Scaling Theorems for Zero Crossings of Bandlimited Signals.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 18 (3): 309–320 (Março).
- Argyle, E. 1971. “Techniques for Edge Detection.” *Proceedings of the IEEE* 59 (2): 285–287 (Fevereiro).
- Asano, A., K. Itoh, e Y. Ichioka. 1992. “RONDO: Rank-Order Based Nonlinear Differential Operator.” *Pattern Recognition* 25:1043–1059.
- Ashkar, G. P. e J. W. Modestino. 1977. “The Contour Extraction Problem with Biomedical Applications.” *Proceedings of 1977 IEEE Conference on Pattern Recognition and Image Processing*. New York, 216–221.
- . 1978. “The Contour Extraction Problem with Biomedical Applications.” *Computer Vision Graphics and Image Processing* 7:331–355.
- Ausherman, Dale A., III Samuel J. Dwyer, e Gwilym Lodwick. 1972. “Extraction of Connected Edges from Radiographs.” *IEEE Transactions on Computers*, Julho, 753–758.
- Aydin, Turgut, Yucel Yemez, Emin Anarim, e Bulent Sankur. 1996. “Multidirectional and Multiscale Edge Detection via M-Band Wavelet Transform.” *IEEE Transactions on Image Processing* 5 (9): 1370–1377 (Setembro).
- Azaria, M., I. Vitsnudel, e Y. Y. Zeevi. 1996. “The Design of Two-Dimensional Gradient Estimators Based on One-Dimensional Operators.” *IEEE Transactions on Image Processing* 5 (1): 155–159 (Janeiro).
- Babaud, Jean, Andrew P. Witkin, Michel Baudin, e Richard O. Duda. 1986. “Uniqueness of the Gaussian Kernel for Scale-Space Filtering.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 8 (1): 26–33 (Janeiro).
- Baker, S. 1998. “Design and Evaluation of Feature Detectors.” Ph.D. diss., Columbia University.
- Bangham, J. Andrew, Paul Ling, e Richard Harvey. 1996. “Scale-Space from Nonlinear Filters.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 18 (5): 520–527 (Maio).
- Bao, Paul, Lei Zhang, e Xiaolin Wu. 2005. “Canny Edge Detection Enhancement by Scale Multiplication.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 27 (9): 1485–1490 (Setembro).
- Basseville, Michéle, Bernard Espiau, e Jacky Gasnier. 1981. “Edge Detection Using Sequential Methods for Change in Level— Part I: A Sequential Edge Detection Algorithm.” *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing* 29 (1): 24–31 (Fevereiro).

- Basu, Mitra. 2002. "Gaussian-Based Edge-Detection Methods— A Survey." *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics* 32 (3): 252–260 (Agosto).
- Bergholm, Fredrick. 1987. "Edge Focusing." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 9 (6): 726–741 (Novembro).
- Bertero, Mario, Tomaso A. Poggio, e Vincent Torre. 1988a. "Ill-Posed Problems in Early Vision." *Proceedings of the IEEE* 76 (8): 869–889 (Agosto).
- . 1988b. "Ill-Posed Problems in Early Vision." *Proceedings of the IEEE* 76 (8): 869–889.
- Berzins, V. 1984. "Accuracy of Laplacian Edge Detectors." *Computer Vision Graphics and Image Processing* 27:195–210.
- Besl, Paul J., Jeffrey B. Birch, e Layne T. Watson. 1988, Dezembro. "Robust Window Operators." *Second International Conference on Computer Vision*. IEEE Computer Society Tampa, Florida, 591–600.
- Bhandarkar, S. M., Y. Zhang, e W. D. Potter. 1994. "An Edge Detection Technique Using Genetic Algorithm Based Optimization." *Pattern Recognition* 27:1159–1180.
- Boie, Robert A. e Ingemar J. Cox. 1992. "An Analisis of Camera Noise." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 14 (6): 671–674 (Junho).
- Boskovitz, Victor e Hugo Guterman. 2002. "An Adaptive Neuro-Fuzzy System for Automatic Image Segmentation and Edge Detection." *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* 10 (2): 247–262 (Abril).
- Boult, Terrance e Lawrence B. Wolff. 1991, Junho. "Physically-Based Edge Labelling." *Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. Lahaina, Maui, Hawaii, 656–662.
- Bovik, Alan C. e David C. Munson. 1986. "Edge Detection Using Median Comparisons." *Computer Vision Graphics and Image Processing* 33:377–389.
- Bowyer, Kevin W., Christine Kranenbourg, e Sean Dougherty. 2001. "Edge Detector Evaluation Using Empirical ROC Curves." *Computer Vision and Image Understanding* 84 (1): 77–103.
- Boyer, Kim L. e Sudeep Sarkar. 1994. "On the Localization Performance Measure and Optimal Edge Detection." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*.
- Bradley, Andrew P. 1996. "ROC Curves and the  $\chi^2$  Test." *Pattern Recognition Letters* 17:287–294.
- Braithwaite, R. Neil e Bir Bhanu. 1995, Outubro. "Error Bound for Multi-Stage Synthesis of Narrow Bandwidth Gabor Filters." *Proceedings of the International Conference on Image Processing ICIP-95*. The IEEE Signal Processing Society Washington, USA: IEEE Computer Society Press, 33–36.

- Broggi, Alberto. 1995. "Parallel and Local Feature Extraction: A Real-Time Approach to Road Boundary Detection." *IEEE Transactions on Image Processing* 4 (2): 217–223 (Fevereiro).
- Brooks, R. A. e A. C. Bovik. 1990. "Robust Techniques for Edge Detection in Multiplicative Weibull Image Noise." *Pattern Recognition* 23:1047–1057.
- Bryson, N. e C. Taylor. 1992. "Boundary Detection Using Bayesian Nets." *Image and Vision Computing* 10:308–312.
- Caeiro, José Jasnau. 1997. "Técnica de Processamento de Sinais com Transformadas Baseadas em Ondulas." *Electricidade* 348 (Outubro): 299–304.
- Caeiro, José Jasnau e Moisés Piedade. 1995, Outubro. "Errors in the Estimation of Gradient Direction Using IIR and FIR Implementations." *Proceedings of the International Conference on Image Processing ICIP-95*, Volume 2. The IEEE Signal Processing Society Washington, D.C.: IEEE Computer Society Press, 137–140.
- . 2003. "Mixed Exponentials Filter for Edge Detection and the Fredholm Integral Equation of the First Kind." *International Conference on Image Processing 2003*. 441–444.
- Caeiro, José Jasnau, Moisés Piedade, e Edgar Ataíde. 2003, Setembro. "Image Processing and a Python-GIMP Based Algorithm Development Environment." *Proceedings of the 3rd IASTED International Conference Visualization, Imaging, and Image Processing*, Volume 2. IASTED: Acta Press, 627–631.
- Candès, Emmanuel J. e David L. Donoho. 2005. "Continuous Curvelet Transform: I. Resolution of the Wavefront Set." *Applied Computing and Harmonic Analysis* 19:162–197.
- Canny, John. 1986. "A Computational Approach to Edge Detection." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 8 (6): 679–698 (Novembro).
- Cao, Wanpeng, Rensheng Che, e Dong Ye. 2008. "An Illumination-Independent Edge Detection and Fuzzy Enhancement Algorithm Based on Wavelet Transform for Non-Uniform Weak Illumination Images." *Pattern Recognition Letters* 29 (3): 192–199 (Fevereiro).
- Casadei, Stefano e Sanjoy K. Mitter. 1996, Junho. "A Hierarchical Approach to High Resolution Edge Contour Reconstruction." *Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. IEEE Computer Society Technical Committee on Pattern Analysis and Machine Intelligence San Francisco, California: IEEE Computer Society Press, 149–154.
- Castan, Serge, Jian Zhao, e Jun Shen. 1990, Junho. "New Edge Detection Methods Based on Exponential Filter." *Proceedings of the 10th International Conference on Pattern Recognition*, Volume 1. International Association for Pattern Recognition Atlanta City, New Jersey, USA: IEEE Computer Society Press, 709–711.



- Chen, L. 1992. "A Two-Phase Area-Level Line-Edge Detector." *Pattern Recognition* 25:55–63.
- . 1996. "The Use of Hidden Deletable Pixel Detection to Obtain Bias-Reduced Skeletons in Parallel Thinning." *Proceedings of the International Conference on Pattern Recognition*. 91–95.
- Chen, J. S. e G. Medioni. 1989. "Detection, Localization, and Estimation of Edges." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 11 (2): 191–198 (Fevereiro).
- Chen, Gang e Yee H. Hong Yang. 1995. "Edge Detection by Regularized Cubic B-Spline Fitting." *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics* 25 (4): 636–643 (Abril).
- Chen, Yung-Sheng e Yu-Tien Yu. 1996. "Thinning Noisy Binary Patterns Using Visual Symmetry." *Proceedings of the International Conference on Pattern Recognition*. 146–150.
- Chen, Ming-Hua, David Lee, e Theo Pavlidis. 1990, Junho. "Some Results on Feature Detection Using Residual Analysis." *Proceedings of the 10th International Conference on Pattern Recognition*, Volume 1. International Association for Pattern Recognition Atlanta City, New Jersey, USA: IEEE Computer Society Press, 668–670.
- . 1991. "Residual Analysis for Feature Detection." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 13 (1): 30–40 (Janeiro).
- Chou, Kae-Jy e Brian G. Schunck. 1993a, Junho. "A Nonparametric Algorithm for Edge Localization." *Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. New York City, New York, 795–796.
- . 1993b, Junho. "Quadratic Filter and Feature Detection." *Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. New York City, New York, 692–693.
- Chuang, E-Ren e David Sher. 1993. " $\chi^2$  Test for Feature Detection." *Pattern Recognition* 26:1673–1681.
- Chun, I. G., T. I. Cho, e K. H. Park. 1994. "Boundary Detection in a Hexagonal Grid Using Energy Minimization." *Pattern Recognition Letters* 15:151–159.
- Clark, James J. 1988. "Singularity Theory and Phantom Edges in Scale Space." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 10 (5): 720–727 (Setembro).
- Cohen, Laurent D. e Isaac Cohen. 1993. "Finite-Element Methods for Active Contour Models and Balloons for 2-D and 3-D Images." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 15 (11): 1131–1147 (Novembro).

- Cohen, Laurent e Ron Kimmel. 1996, Junho. “Global Minimum for Active Contour Models: A Minimal Path Approach.” *Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. IEEE Computer Society Technical Committee on Pattern Analysis and Machine Intelligence San Francisco, California: IEEE Computer Society Press, 666–673.
- Cohen, Albert e Jelena Kovačević. 1996. “Wavelets: The Mathematical Background.” *Proceedings of the IEEE* 84 (4): 514–522 (Abril).
- Coleman, Sonya A., Bryan W. Scotney, e Maddona G. Herron. 2005. “Content-Adaptive Feature Extraction Using Image Variance.” *Pattern Recognition* 38:2426–2436.
- Cooper, David, H. Elliot, F. Cohen, L. Reiss, e P. Symosek. 1980. “Stochastic Boundary Estimation and Object Recognition.” *Computer Vision Graphics and Image Processing* 12 (Abril): 326–356.
- Cootes, T. F., C. J. Taylor, D. H. Cooper, e J. Graham. 1995. “Active Shape Models—their Training and Application.” *Computer Vision and Image Understanding* 61 (1): 38–59.
- Cox, Ingemar J., James M. Reig, e Sunita Hingorani. 1993. “A Bayesian Multiple-Hypothesis Approach to Edge Grouping and Contour Segmentation.” *International Journal of Computer Vision* 11 (1): 5–24 (Janeiro).
- Crevier, Daniel. 2008. “Image Segmentation Algorithm Development Using Ground Truth Image Data Sets.” *Computer Vision and Image Understanding* 112:143–159.
- Danielsson, Per-Erik e Olek Seger. 1990. “Rotation Invariance in Gradient and Higher Order Derivative Detectors.” *Computer Vision Graphics and Image Processing* 49:198–221.
- Das, M. e J. Anand. 1995, Outubro. “Robust Edge Detection in Noisy Images Using an Adaptive Stochastic Gradient Technique.” *Proceedings of the International Conference on Image Processing ICIP-95*, Volume 2. IEEE Signal Processing Society Washington, D.C.: The IEEE Computer Society Press, 149–152.
- Dattareya, G. R. e Laveen N. Kanal. 1990. “Detection and Smoothing of Edge Contours in Images by One-Dimensional Kalman Techniques.” *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics* 20 (1): 159–165.
- Daubechies, Ingrid. 1996. “Where Do Wavelets Come From?— A Personal Point of View.” *Proceedings of the IEEE* 84 (4): 510–513 (Abril).
- Davatzikos, Christos e Jerry L. Prince. 1996, Junho. “Convexity Analysis of Active Contour Problems.” *Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. IEEE Computer Society Technical Committee on Pattern Analysis and Machine Intelligence San Francisco, California: IEEE Computer Society Press, 674–679.

- Davies, E. 1992. “A Skimming Technique for Fast Accurate Edge Detection.” *Signal Processing* 26 (1): 1–16 (Janeiro).
- Davis, L. S. 1976. “A Survey of Edge Detection Techniques.” *Computer Graphics and Image Processing* 4 (3): 248–270.
- Davis, Larry S. e Azriel Rosenfeld. 1975. “Detection of Step Edges in Noisy One-Dimensional Data.” *IEEE Transactions on Computers*, Outubro, 1006–1010.
- Demi, Marcello. 1996. “Contour Tracking by Enhancing Corners and Junctions.” *Computer Vision Graphics and Image Processing: Image Understanding* 63 (1): 118–134 (Janeiro).
- Demigny, Didier. 2002. “On Optimal Linear Filtering for Edge Detection.” *IEEE Transactions on Image Processing* 11 (7): 728–737 (Julho).
- Demigny, Didier e Tawfik Kamlé. 1997. “A Discrete Expression of Canny’s Criteria for Step Edge Detector Performances Evaluation.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 19 (11): 1199–1211 (Novembro).
- Deng, Weian e S. Sitharama Iyengar. 1996. “A New Probabilistic Relaxation Scheme and its Application to Edge Detection.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 18 (4): 432–437 (Abril).
- Deriche, R. 1987, Junho. “Optimal Edge Detection Using Recursive Filtering.” *First International Conference on Computer Vision*. London.
- . 1990. “Fast Algorithms for Low-Level Vision.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 12 (1): 78–87 (Janeiro).
- Deriche, Rachid e Thierry Blaszk. 1993, Junho. “Recovering and Characterizing Image Features Using An Efficient Model Based Approach.” *Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. New York City, New York, 530–535.
- Deutsch, Edward S. e Jerry R. Fram. 1978. “A Quantitative Study of the Orientation Bias of Some Edge Detector Schemes.” *IEEE Transactions on Computers*.
- Diao, Luhong, Bin Yu, e Hua Li. 2007. “A New Edge Detector Based on Fresnel Diffraction.” *Pattern Recognition Letters* 28:859–864.
- Do, Minh N. e Martin Vetterli. 2005. “The Contourlet Transform: An Efficient Directional Multiresolution Image Representation.” *IEEE Transactions on Image Processing* 14 (12): 2091–2106 (Dezembro).
- Dou, Yan e Lingfu Kong. 2008. “A Novel Approach Based on Saliency Edges to Contour Detection.” Editado por IEEE, *Proceedings of the International Conference on Audio, Language and Image Processing*. 552–556.
- Duncan, James S. e Thomas Birkhölzer. 1992. “Reinforcement of Linear Structure Using Parametrized Relaxation Labeling.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 14 (5): 502–515 (Maio).

- Dunn, J. C. 1975. "Group Averaged Linear Transforms that Detect Corners and Edges." *IEEE Transactions on Computers*, pp. 1191–2001.
- E. B. Gamble, Jr. 1991, Junho. "A Discontinuity Detector Based on the Pervasive Noise in Surface Property Data." *Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. Lahaina, Maui, Hawaii, 757–758.
- e C. C. Li, M. Gökmen. 1990, Junho. "Edge Detection with Iteratively Refined Regularization." *Proceedings of the 10th International Conference on Pattern Recognition*, Volume 1. International Association for Pattern Recognition Atlanta City, New Jersey, USA: IEEE Computer Society Press, 690–691.
- E. De Michelli, B. Caprile, P. Ottonelo e V. Torre. 1989. "Localization and Noise in Edge Detection." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 11 (10): 1107–1120 (Outubro).
- e R. Chellappa, B. S. Manjunath. 1991, Junho. "A Computational Approach to Boundary Detection." *Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. Lahaina, Maui, Hawaii: IEEE Computer Society Press, 358–363.
- Eichel, P. H., E. J. Delp, K. Koral, e A. J. Buda. 1988. "A Method for Fully Automatic Detection of Coronary Arterial Edges for Cineangiograms." *IEEE Transactions on Medical Imaging* 7 (Dezembro): 313–320.
- Eichel, Paul H. e Edward J. Delp. 1990. "Quantitative Analysis of a Moment-Based Edge Operator." *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics* 20 (1): 59–66.
- Elder, James H., Amnon Krupnik, e Leigh A. Johnston. 2003. "Contour Grouping with Prior Models." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 25 (6): 661–674 (Junho).
- Elliot, Howard, David Cooper, Fernand Cohen, e Peter Symosek. 1982. "Implementation, Interpretation, and Analysis of a Suboptimal Boundary Finding Algorithm." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 4 (2): 167–182 (Março).
- Engbers, Erik A. e Arnold W. M. Smeulders. 2003. "Design Considerations for Generic Grouping in Vision." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 25 (4): 457 (Abril).
- Enroth-Cugell, C. e J. G. Robson. 1966. "The Contrast Sensitivity of the Retinal Ganglion Cells of the Cat." *Journal of Physiology (London)*.
- Eom, Kie Bum e Rangasami L. Kashyap. 1990. "Composite Edge Detection with Random Field Models." *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics* 20 (1): 81–93.

- Evans, Adrian N. e Xin U. Liu. 2006. “A Morphological Gradient Approach to Color Edge Detection.” *IEEE Transactions on Image Processing* 15 (6): 1454–1463 (Junho).
- Faber, Petko. 2003. “A Theoretical Framework for Relaxation Processes in Pattern Recognition: Application to Robust Nonparametric Contour Generalization.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 25 (8): 1021–1027.
- Falcão, Alexandre X., Jorge Stolfi, e Roberto de Alencar Lotufo. 2004. “The Image Foresting Transform: Theory, Algorithms and Applications.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 26 (1): 19–29 (Janeiro).
- Falzon, F. e G. Giraudon. 1994, Junho. “Singularity Analysis and Derivative Scale-Space.” *Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. Seattle, Washington, 245–250.
- Farag, Aly A. e Edward J. Delp. 1995. “Edge Linking by Sequential Search.” *Pattern Recognition* 28 (5): 611–633 (Maio).
- Fleck, Margaret M. 1990, Dezembro. “Multiple Widths Yield Reliable Finite Differences.” *Third International Conference on Computer Vision*. IEEE Computer Society Osaka, 58–61.
- . 1992a. “Multiple Width Yield Reliable Finite Differences.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 14 (4): 412–429 (Abril).
- . 1992b. “Some Defects in Finite-Difference Edge Finders.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 14 (3): 337–345 (Março).
- . 1994, Junho. “Practical Edge Finding with a Robust Estimator.” *Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. Seattle, Washington, 649–653.
- Fram, Jerry R. e Edward S. Deutsch. 1975. “On the Quantitative Evaluation of Edge Detection Schemes and Their Comparison with Human Performance.” *IEEE Transactions on Computers* 24 (6): 616–628 (Junho).
- Freeman, William T. e Edward H. Adelson. 1990, Dezembro. “Steerable Filters for Early Vision, Image Analysis, and Wavelet Decomposition.” *Third International Conference on Computer Vision*. IEEE Computer Society Osaka, 406–415.
- . 1991. “The Design and Use of Steerable Filters.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 13 (9): 891–906 (Setembro).
- Frei, W. e C. Chen. 1977. “Fast Boundary Detection: A Generalization and a New Algorithm.” *IEEE Transactions on Computers* C (26): 988–998 (Outubro).
- Fernández-García, N. L., A. Carmona-Poyato, R. Medina-Carnicer, e F. J. Madrid-Cuevas. 2008. “Automatic Generation of Consensus Ground Truth for the Comparison of Edge Detection Techniques.” *Image and Vision Computing*.

- G. E. Sotak, Jr. e K. L. Boyer. 1989. “Comments on “Fast Convolution with Laplacian-of-Gaussian Masks”.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 11 (12): 1329–1332 (Dezembro).
- Gambotto, J. P. 1993. “A New Approach to Combining Region Growing and Edge Detection.” *Pattern Recognition Letters* 14:869–875.
- Ganugapati, S. S. e C. R. Moloney. 1995, Outubro. “A Ratio Edge Detector for Speckled Images Based on Maximum Strength Edge Pruning.” *Proceedings of the International Conference on Image Processing ICIP-95*, Volume 2. IEEE Signal Processing Society Washington, D.C.: The IEEE Computer Society Press, 165–168.
- Geiger, Davi, Alok Gupta, Luiz A. Costa, e John Vlontzos. 1996. “Dynamic Programming for Detecting, Tracking, and Matching Deformable Contours.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 17 (3): 294–302 (Março).
- Gelb, Anne e Dennis Cates. 2008. “Detection of Edges in Spectral Data III-Refinement of the Concentration Method.” *Journal of Scientific Computing* 36:1–43.
- Geusebroek, J. M., G. J. Burghouts, e A. W. M. Smeulders. 2005. “The Amsterdam Library of Object Images.” *Int. J. Comput. Vision* 61 (1): 103–112.
- Geusebroek, Jan-Mark, Arnold W. M. Smeulders, e Joost van de Weijer. 2003. “Fast Anisotropic Gauss Filtering.” *IEEE Transactions on Image Processing* 12 (8): 938–943 (Agosto).
- Ghita, Ovidiu e Paul F. Whelan. 2002. “Computational Approach for Edge Linking.” *J. Electron. Imaging* 11 (Outubro): 479–485.
- Ghosal, S. e R. Mehrotra. 1993. “Orthogonal Moment Operators for Subpixel Edge Detection.” *Pattern Recognition* 26:295–306.
- . 1994. “Detection of Composite Edges.” *IEEE Transactions on Image Processing* 3 (1): 14–25 (Janeiro).
- Ghosh, Kuntal, Sandip Sarkar, e Kamales Bhaumik. 2007. “Understanding Image Structure From a New Multi-scale Representation of Higher Order Derivative Filters.” *Image and Vision Computing* 25:1228–1238.
- Gökmen, M. 1990. “A Comparison of Edge Detection Algorithms Based on Gaussian Filtering and Iteratively Refined Regularization.” *Communication, Control and Signal Processing* 10 (12): 1370–1377 (Dezembro).
- Gökmen, Muhittin e Anil K. Jain. 1996, Junho. “ $\lambda\tau$ -Space Representation of Images and Generalized Edge Detector.” *Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. IEEE Computer Society Technical Committee on Pattern Analysis and Machine Intelligence San Francisco, California: IEEE Computer Society Press, 764–769.

- Gökmen, Muhittin e Ching-Chung Li. 1991, Junho. “Edge Detection Using Refined Regularization.” *Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. Lahaina, Maui, Hawaii, 215–221.
- . 1992, Agosto. “Multiscale Edge Detection Using First Order R-Filter.” *Proceedings of the 11th International Conference on Pattern Recognition*, Volume 3. International Association for Pattern Recognition The Hague, The Netherlands: IEEE Computer Society Press, 307–310.
- . 1993. “Edge Detection and Surface Reconstruction Using Refined Regularization.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 15 (5): 492–498 (Maio).
- González-Velasco, Horacio M., Carlos J. García-Orellana, Miguel Macías-Macías, F. Javier López-Aligué, e M. Isabel Acevedo-Sotoca. 2004. “Neural-Networks-Based Edge Selector for Boundary Extraction Problems.” *Image and Vision Computing* 22:1129–1135.
- Goshtasby, Ardesbir e Hai-Lun Shyu. 1995. “Edge Detection by Curve Fitting.” *Image and Vision Computing* 13 (3): 169–177 (Abril).
- Greenspan, H., S. Belongie, R. Goodman, P. Perona, S. Rakshit, e C. H. Anderson. 1994, Junho. “Overcomplete Steerable Pyramid Filters and Rotation Invariance.” *Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. Seattle, Washington, 222–228.
- Gregson, P. 1993. “Using Angular Dispersion of Gradient Direction for Detecting Edge Ribbons.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 15 (7): 682–695 (Julho).
- Griffith, Arnold K. 1973. “Edge Detection in Simple Scenes Using *a priori* Information.” *IEEE Transactions on Computers* 22 (4): 371–381 (Abril).
- Grigorescu, Cosmin, Nicolai Petkov, e Michel A. Westenberg. 2003. “Contour Detection Based on Nonclassical Receptive Field Inhibition.” *IEEE Transactions on Image Processing* 12 (7): 729–739 (Julho).
- Grimson, W. E. L. e E. C. Hildreth. 1985. “Comments on Digital Step Edges from Zero Crossings of Second Directional Derivatives.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 7 (1): 121–126 (Janeiro).
- Günsel, Bilge, Anil K. Jain, e Erdal Panaryırcı. 1996. “Reconstruction and Boundary Detection of Range and Intensity Images Using Multiscale MRF Representations.” *Computer Vision Graphics and Image Processing: Image Understanding* 63 (2): 353–366 (Março).
- Günsel, Bilge, Erdal Panaryırcı, e Anil K. Jain. 1994, Outubro. “Boundary Detection Using Multiscale Markov Random Fields.” *Proceedings of the 12th International*

- Conference on Pattern Recognition*, Volume 2. International Association for Pattern Recognition Jerusalem, Israel: IEEE Computer Society Press, 173–177.
- Gökmen, Muhittin e Anil K. Jain. 1997. “ $\lambda\tau$ -Space Representation of Images and Generalized Edge Detector.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 19 (6): 545–563 (Junho).
- Haddon, John F. e James F. Boyce. 1990. “Image Segmentation by Unifying Region and Boundary Information.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 12 (10): 929–948 (Outubro).
- Han, Joon. 1990, Dezembro. “Detection of Convex and Concave Discontinuous Points in a Plane Curve.” *Third International Conference on Computer Vision*. IEEE Computer Society Osaka, 71–74.
- Hancock, Edwin R. 1993, Junho. “Resolving Edge-Line Ambiguities Using Probabilistic Relaxation.” *Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. New York City, USA, 300–306.
- Hancock, Edwin R. e Josef Kittler. 1990. “Edge-Labeling Using Dictionary Based Relaxation.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 12 (2): 165–181 (Fevereiro).
- . 1991a. “Adaptive Estimation of Hysteresis Thresholds.” *Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. 196–201.
- . 1991b. “Adaptive Estimation of Hysteresis Thresholds.” *Proceedings of the Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR91)*. 196–201.
- Haralick, R. 1984. “Digital Step Edges from Zero Crossings of the Second Directional Derivatives.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 6:56–58.
- . 1985. “Author’s Reply.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 7 (1): 127–129 (Janeiro).
- Haralick, Robert M. e James S. J. Lee. 1990. “Context Dependent Edge Detection and Evaluation.” *Pattern Recognition* 23:1–19.
- Haralick, Robert e L. T. Watson. 1981. “A Facet Model for Image Data.” *Computer Vision Graphics and Image Processing: Graphical Models and Image Processing* 15:113–129.
- Hardie, Russel e Kenneth Barner. 1996. “Extended Permutation Filters and Their Application to Edge Enhancement.” *IEEE Transactions on Image Processing* 5 (6): 855–867 (Junho).
- Hashimoto, M. e J. Sklansky. 1987. “Multiple-Order Derivatives for Detecting Local Image Characteristics.” *Computer Vision Graphics and Image Processing* 39:28–55.



- Healey, Glenn E. e Raghava Kondepudy. 1994. "Radiometric CCD Camera Calibration and Noise Estimation." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 16 (3): 267–276 (Março).
- Heath, Mike, Sudeep Sarkar, Thomas Sanoeki, e Kevin Bowyer. 1996, Junho. "Comparison of Edge Detectors: A Methodology and Initial Study." *Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. IEEE Computer Society Technical Committee on Pattern Analysis and Machine Intelligence San Francisco, California: IEEE Computer Society Press, 143–148.
- . 1997. "A Robust Visual Method for Assessing the Relative Performance of Edge-Detection Algorithms." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*.
- Heijden, Ferdinand. 1995. "Edge and Line Feature Extraction Based on Covariance Models." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 17 (1): 16–33 (Janeiro).
- Henstock, Peter V. e David M. Chelberg. 1996. "Automatic Gradient Threshold Determination for Edge Detection." *IEEE Transactions on Image Processing* 5 (5): 784–787 (Maio).
- Heric, Dusan e Damjan Zazula. 2007. "Combined Edge Detection Using Wavelet Transform and Signal Registration." *Image and Vision Computing* 25:652–662.
- Higgins, W. E. e C. Hsu. 1994. "Edge Detection Using Two-Dimensional Local Structure Information." *Pattern Recognition* 27:277–294.
- Hildreth, Ellen. 1983. "The Detection of Intensity Changes by Computer and Biological Vision Systems." *Computer Vision Graphics and Image Processing* 22:1–27.
- Hongler, Max-Olivier, Yuri L. de Meneses, Antoine Beyeler, e Jacques Jacot. 2003. "The Resonant Retina: Exploiting Vibration Noise to Optimally Detect Edges in an Image." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 25 (9): 1051–1062 (Setembro).
- Hu, Liming, H. D. Cheng, e Ming Zang. 2007. "A High Performance Edge Detector Based on Fuzzy Inference Rules." *Information Sciences*, pp. 4768–4784.
- Hu, Liming, H. D. Cheng, e Ming Zhang. 2007. "A High Performance Edge Detector Based on Fuzzy Inference Rules." *Information Sciences*, no. 177:4768–4784.
- Huang, Jun S. e Dong H. Tseng. 1988. "Statistical Theory of Edge Detection." *Computer Vision Graphics and Image Processing* 43:337–346.
- Hueckel, M. 1971. "An Operator which Locates Edges in Digitized Pictures." *Journal of the ACM* 18 (1): 113–125 (Janeiro).
- Huertas, Andres e Gerard Medioni. 1986. "Detection of Intensity Changes with Sub-pixel Accuracy Using Laplacian-Gaussian Masks." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 8 (5): 651–664 (Setembro).

- Iverson, Lee A. e Steven W. Zucker. 1995. "Logical/Linear Operators for Image Curves." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 17 (10): 982–996 (Outubro).
- Iyengar, S. Sitharama e Weian Deng. 1995. "An Efficient Edge Detection Algorithm Using Relaxation Labeling Technique." *Pattern Recognition* 28 (4): 519–536 (Abril).
- Jacob, Mathews e Michael Unser. 2004a. "Design of Steerable Filters for Feature Detection Using Canny-Like Criteria." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 26 (8): 1007–1019 (Agosto).
- . 2004b. "Design of Steerable Filters for Feature Detection Using Canny-Like Criteria." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 26 (8): 1007–1019 (Agosto).
- Jain, A. K., Y. Zhong, e S. Lakshmanan. 1996. "Object Matching Using Deformable Templates." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 18 (3): 267–268 (Março).
- Jang, Ben-Kwei e Roland T. Chin. 1990. "Analysis of Thinning Algorithms Using Mathematical Morphology." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 12 (6): 541–551.
- Jeong, H. e C. Kim. 1992. "Adaptive Determination of Filter Scales for Edge Detection." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 14 (5): 579–585 (Maio).
- Johnson, R. P. 1990. "Contrast Based Edge Detection." *Pattern Recognition* 23:311–318.
- Jolion, Jean-Michel. 2001. "Images and Benford's Law." *Journal of Mathematical Imaging and Vision* 14:73–81.
- Julesz, Béla. 1959. "Method of Coding Television Signals Based on Edge Detection." *Bell System Technical Journal* 38:1001–1020.
- Jumarie, G. 1991. "Contour Detection by Using Information Theory of Deterministic Functions." *Pattern Recognition Letters* 12:25–29.
- Kang, Chung-Chia e Wen-June Wang. 2007. "A Novel Edge Detection Method Based on the Maximizing Objective Function." *Pattern Recognition* 40:609–618.
- Karakala, Ramakrishna e Alfred O. Hero. 1992. "On Achievable Accuracy in Edge Localization." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 14 (7): 777–781 (Julho).
- Kartikeyan, B. e A. Sarkar. 1989. "A Unified Approach for Image Segmentation Using Exact Statistics." *Computer Vision Graphics and Image Processing* 48:217–229.
- Kass, Michael, Andrew Witkin, e Demetri Terzopoulos. 1987, Junho. "Snakes: Active Contour Models." *First International Conference on Computer Vision*. IEEE Computer Society London, 259–268.

- . 1988. “Snakes: Active Contour Models.” *International Journal of Computer Vision* 1 (4): 321–331.
- Katsaggelos, Aggelos K. e Barry J. Sullivan. 1988. “Regularized Edge Detection.” *Proceedings of the International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*. IEEE Signal Processing Society New York, 1048–1051.
- Kaushal, T. P. 1994. “Visibly Better Edge Detection Using Observed Image Contrasts.” *Pattern Recognition Letters* 15:641–647.
- Kay, Steven M. e Gerald J. Lemay. 1986. “Edge Detection Using the Linear Model.” *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing* 34 (5): 1221–1227 (Outubro).
- Kim, Il Y. e Hyun S. Yang. 1995. “An Integrated Approach for Scene Understanding Based on Markov Random Field Model.” *Pattern Recognition* 28 (12): 1887–1897 (Dezembro).
- Kirsch, R.A. 1971. “Computer Determination of the Constituent Structure of Biological Images.” *Comp. Biomed. Res.* 4 (3): 315–328 (Junho).
- Kisworo, M., S. Venkatesh, e G. West. 1994. “Modeling Edges at Subpixel Accuracy Using the Local Energy Approach.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 16 (4): 405–410 (Abril).
- Kitchen, L. e J. Malin. 1989. “The Effect of Spatial Discretization on the Magnitude and Direction Response of Simple Differential Edge Operators on a Step Edge.” *Computer Vision Graphics and Image Processing* 47 (2): 243–258 (Agosto).
- Kitchen, Les e Azriel Rosenfeld. 1981. “Edge Evaluation Using Local Edge Coherence.” *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*.
- Koenderink, Jan J. e Andrea J. van Doorn. 1992. “Generic Neighborhood Operators.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 14 (6): 597–605 (Junho).
- Koenderink, J. 1989. “A Hitherto Unnoticed Singularity of Scale-Space.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 11 (11): 1222–1224 (Novembro).
- Konishi, Scott, Alan L. Yuille, James M. Coughlan, e Song Chun Zhu. 2003. “Statistical Edge Detection: Learning and Evaluating Edge Cues.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 25 (1): 57–74 (Janeiro).
- Koplowitz, Jack e Vito Greco. 1994. “On the Edge Location Error for Local Maximum and Zero-Crossing Edge Detectors.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 16 (12): 1207–1212 (Dezembro).
- Korn, Axel. 1988. “Toward a Symbolic Representation of Intensity Changes in Images.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 10 (5): 610–625 (Setembro).

- Krueger, Warren e Keith Phillips. 1989. “The Geometry of Differential Operators with Applications to Image Processing.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 11 (12): 1252–1264 (Dezembro).
- Kube, Paul e Pietro Perona. 1996. “Scale-Space Properties of Quadratic Feature Detectors.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 18 (10): 987–999 (Outubro).
- Kumar, Saravana, Sim Heng Ong, Surendra Ranganath, e Fook Tim Chew. 2006. “A Luminance- and Contrast-Invariant Edge-Similarity Measure.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 28 (12): 2042–2048 (Dezembro).
- Kundu, Amlan. 1989, Junho. “Robust Edge Detection.” *Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. San Diego, California, 11–18.
- 1990. “Robust Edge Detection.” *Pattern Recognition* 23:423–440.
- Kundu, Amlan e Sanjit Mitra. 1987. “A New Algorithm for Image Edge Extraction Using a Statistical Classifier Approach.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 9 (4): 569–577 (Julho).
- Lacroix, Vincianne. 1988. “A Three-Module Strategy for Edge Detection.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 10 (6): 803–810 (Novembro).
- 1990. “Edge Detection: What About Rotation Invariance?” *Pattern Recognition Letters* 11:797–802.
- Lai, Kok F. e Roland T. Chin. 1995. “Deformable Contours: Modeling and Extraction.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 17 (11): 1084–1090 (Novembro).
- Lam, Louisa, Seong-Whan Lee, e Ching Y. Suen. 1992. “Thinning Methodologies— a Comprehensive Survey.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 14 (9): 869–885.
- Lamarque, C.-H. e F. Robert. 1996. “Image Analysis Using Space-Filling Curves and 1D Wavelet Bases.” *Pattern Recognition* 29 (8): 1309–1322 (Agosto).
- Lancaster, L. e D. Ellman. 1990. “A Comparison of Two Algorithms for Segmentation Using Edge Detection Techniques.” *Pattern Recognition Letters* 11:175–180.
- Lanser, Stefan e Wolfgang Eckstein. 1992, Agosto. “A Modification of Deriches’s Approach to Edge Detection.” *Proceedings of the 11th International Conference on Pattern Recognition*, Volume 3. International Association for Pattern Recognition The Hague, The Netherlands: IEEE Computer Society Press, 633–637.
- Law, Max W. K. e Albert C. S. Chung. 2007. “Weighted Local Variance-Based Edge Detection and Its Application to Vascular Segmentation in Magnetic Resonance

- Angiography.” *IEEE Transactions on Medical Imaging* 26 (9): 1224–1241 (Setembro).
- Law, Todd, Hidenori Itoh, e Hirohisa Seki. 1996. “Image Filtering, Edge Detection, and Edge Tracing Using Fuzzy Reasoning.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 18 (5): 481–491 (Maio).
- Lee, David. 1988, Dezembro. “Coping with Discontinuities in Computer Vision: Their Detection, Classification and Measurement.” *Second International Conference on Computer Vision*. IEEE Computer Society Tampa, Florida, 546–557.
- . 1989, Junho. “Edge Detection, Classification, and Measurement.” *Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. San Diego, California, 2–10.
- . 1990. “Coping with Discontinuities in Computer Vision: Their Detection, Classification and Measurement.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 12 (4): 321–344 (Abril).
- Lee, Hsien-Che e David Cok. 1991. “Detecting Boundaries in a Vector Field.” *IEEE Transactions on Signal Processing* 39 (5): 1181–1194 (Maio).
- Lee, Yong-Hwan e Sawasd Tantaratana. 1990. “Decision-Based Order Statistic Filters.” *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing* 38 (3): 406–420 (Março).
- Lee, David e G. W. Wasilkowski. 1991, Junho. “Discontinuity Detection and Thresholding— A Stochastic Approach.” *Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. Lahaina, Maui, Hawaii, 208–214.
- Lee, James S., Robert M. Haralick, e Linda G. Shapiro. 1987. “Morphologic Edge Detector.” *IEEE Journal of Robotics and Automation* 3 (2): 142–156 (Abril).
- Lee, David, G. W. Wasilkowski, e Rajiv Mehrotra. 1993a. “A New Zero-Crossing-Based Discontinuity Detector.” *IEEE Transactions on Image Processing* 2 (2): 265–268 (Abril).
- . 1993b. “A New Zero-Crossing-Based Discontinuity Detector.” *IEEE Transactions on Image Processing* 2 (2): 265–268 (Abril).
- Li, S. Z. 1995. “On Discontinuity-Adaptive Smoothing Priors in Computer Vision.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 17 (6): 576–586 (Junho).
- Lin, Y., J. Dou, e E. Zhang. 1992. “Edge Expression Based on Tree Structure.” *Pattern Recognition* 25:507–517.
- Lindeberg, Tony. 1990. “Scale-Space for Discrete Signals.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 12 (3): 234–254 (Março).

- . 1993a. “Detecting Salient Blob-Like Image Structures and their Scales with a Scale-Space Primal Sketch: a Method for Focus-of-Attention.” *International Journal of Computer Vision* 11 (3): 283–318.
- . 1993b. “Effective Scale: a Natural Unit for Measuring Scale-space Lifetime.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 15 (10): 1068–1074 (Outubro).
- . 1996, Junho. “Edge Detection and Ridge Detection with Automatic Scale Selection.” *Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. IEEE Computer Society Technical Committee on Pattern Analysis and Machine Intelligence San Francisco, California: IEEE Computer Society Press, 465–479.
- Liu, Linnan, Peyton H. Bland, David M. Williams, Brian G. Schunck, e Charles R. Meyer. 1989, Junho. “Application of Robust Sequential Edge Detection and Linking to Boundaries of Low Contrast Lesions in Medical Images.” *Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. San Diego, California, 582–587.
- Liu, Linnan, Brian Schunck, e Charles Meyer. 1991, Junho. “Multi-Dimensional Robust Edge Detection.” *Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. Lahaina, Maui, Hawaii, 698–699.
- Lu, De-Sian e Chien-Chang Chen. 2008. “Edge Detection Improvement by Ant Colony Optimization.” *Pattern Recognition Letters* 29 (4): 416–425 (Março).
- Lu, Yi e Ramesh Jain. 1989. “Behavior of Edges in Scale Space.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 11 (3): 337–356 (Abril).
- . 1992. “Reasoning about Edges in Scale Space.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 14 (4): 450–468 (Abril).
- Lu, S. e A. Szeto. 1993. “Hierarchical Artificial Neural Networks for Edge Enhancement.” *Pattern Recognition* 26:1149–1163.
- Lunscher, Wolfram e Michael Beddoes. 1986a. “Optimal Edge Detector Design I: Parameter Selection and Noise Effects.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 8 (2): 164–177 (Março).
- . 1986b. “Optimal Edge Detector Design II : Coefficient Quantization.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 8 (2): 178–187 (Março).
- . 1986c. “Optimal Edge Detector Evaluation.” *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*.
- Luo, Li-Min, Xiao-Hua Xie, e Xu-Dong Bao. 1994. “A Modified Moment-Based Edge Operator for Rectangular Pixel Image.” *IEEE Trans. on Circuits and Systems for Video Technology* 4 (6): 552–554 (Dezembro).

- Lyvers, Edward P. e O. Robert Mitchell. 1988. "Precision Edge Contrast and Orientation Estimation." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 10 (6): 927–937 (Novembro).
- Lyvers, Edward, Owen Mitchell, Mark Akey, e Anthony Reeves. 1989. "Subpixel Measurements Using a Moment-Based Edge Operator." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 11 (12): 1293–1309 (Dezembro).
- Maalouf, Aldo, Phillipe Carré, Bertrand Augereau, e Christine Fernandez-Maloigne. 2008. "Cooperation of the Partial Differential Equation Methods and the Wavelet Transform for the Segmentation of Multivalued Images." *Signal Processing: Image Communication* 23:14–30.
- Maccato, Andrea e Rui de Figueiredo. 1995, Junho. "The Image Gradient Histogram and Associated Orientation Signatures." *International Symposium on Circuits and Systems*. IEEE, 239–242.
- Machuca, Raul e Alton L. Gilbert. 1981. "Finding Edges in Noisy Scenes." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 3 (1): 103–111 (Janeiro).
- MacLeod, I.D.G. e E. Argyle. 1972. "Comments on 'Techniques for Edge Detection'." *Proceedings of the IEEE* 60 (3): 344 (Maio).
- Mallat, Stéphane G. 1989. "A Theory for Multiresolution Signal Decomposition: The Wavelet Representation." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 11 (7): 674–693 (Julho).
- . 1996. "Wavelets for a Vision." *Proceedings of the IEEE* 84 (4): 604–614 (Abril).
- Mallat, Stéphane e Sifen Zhong. 1990, Junho. "Signal Characterization from Multiscale Edges." *Proceedings of the 10th International Conference on Pattern Recognition*, Volume 1. International Association for Pattern Recognition Atlanta City, New Jersey, USA: IEEE Computer Society Press, 891–896.
- . 1992. "Characterization of Signals from Multiscale Edges." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 14 (7): 710–732 (Julho).
- Manduchi, Roberto e Pietro Perona. 1995, Outubro. "Pyramidal Implementation of Deformable Kernels." *Proceedings of the International Conference on Image Processing ICIP-95*. The IEEE Signal Processing Society Washington, USA: IEEE Computer Society Press, 378–381.
- Mangin, Frank, Marc Berthod, e Josiane Zerubia. 1992, Agosto. "A Cooperative Network for Contour Grouping." *Proceedings of the 11th International Conference on Pattern Recognition*, Volume 3. International Association for Pattern Recognition The Hague, The Netherlands: IEEE Computer Society Press, 315–318.
- Marr, D. e E. Hildreth. 1980. "Theory of Edge Detection." *Proceedings of the Royal Society* 207:187–217.

- Martelli, A. 1972. "Edge Detection Using Heuristic Search Methods." *Computer Vision Graphics and Image Processing* 1:169–172.
- . 1976. "An Application of Heuristic Search Methods to Edge and Contour Detection." *Communications of the ACM*.
- Martin, D., C. Fowlkes, D. Tal, e J. Malik. 2001, July. "A Database of Human Segmented Natural Images and its Application to Evaluating Segmentation Algorithms and Measuring Ecological Statistics." *Proc. 8th Int'l Conf. Computer Vision*, Volume 2. 416–423.
- Martínez, Judit e Federico Thomas. 2002. "Efficient Computation of Local Geometric Moments." *IEEE Transactions on Image Processing* 11 (9): 1102–1111 (Setembro).
- Mascarenhas, N. D. A. e L. O. C. Prado. 1980. "A Bayesian Approach to Edge Detection in Images." *IEEE Transactions on Automatic Control*, pp. 36–43.
- Matalas, Ioannis, Ralph Benjamin, e Richard Kitney. 1997. "An Edge Detection Technique Using the Facet Model and Parameterized Relaxation Labeling." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 19 (4): 328–341 (Abril).
- McLean, G. e M. Jernigan. 1988. "Hierarchical Edge Detection." *Computer Vision Graphics and Image Processing* 44 (3): 351–366 (Dezembro).
- Medina-Carnicer, R. e F.J. Madrid-Cuevas. disponível na rede desde Dezembro de 2007. "Unimodal Thresholding for Edge Detection." *Pattern Recognition*.
- Medina-Carnicer, R., F.J. Madrid-Cuevas, A. Carmona-Poyato, e R. Muñoz-Salinas. 2009. "On Candidate Selection for Hysteresis Thresholds in Edge Detection." *Pattern Recognition* 42:1284–1296.
- Meer, Peter e Bogdan Georgescu. 2001. "Edge Detection with Embedded Confidence." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 23 (12): 1351–1365 (Dezembro).
- Meer, Peter e Isaac Weiss. 1990, Junho. "Smoothed Differentiation Filters for Images." *Proceedings of the 10th International Conference on Pattern Recognition*, Volume 2. International Association for Pattern Recognition Atlanta City, New Jersey, USA: IEEE Computer Society Press, 121–126.
- Mehrotra, Rajiv e Shiming Zian. 1996. "A Computational Approach to Zero-Crossing-Based Two-Dimensional Edge Detection." *Computer Vision Graphics and Image Processing: Graphical Models and Image Processing* 58 (1): 1–17 (Janeiro).
- Mehrotra, R., K. Namuduri, e N. Ranganathan. 1992. "Gabor Filter Based Edge Detection." *Pattern Recognition* 25:1479–1494.
- Merlet, Nicolas e Josiane Merubia. 1996. "New Prospects in Line Detection by Dynamic Programming." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 18 (4): 426–431 (Abril).



- Merron, Jason e Michael Brady. 1996, Junho. "Isotropic Gradient Estimation." *Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. IEEE Computer Society Technical Committee on Pattern Analysis and Machine Intelligence San Francisco, California: IEEE Computer Society Press, 652–659.
- Mintz, Doron. 1994. "Robust Consensus Based Edge Detection." *Computer Vision Graphics and Image Processing: Image Understanding* 59 (2): 137–153 (Março).
- Mohan, R. e R. Nevatia. 1992. "Perceptual Organization for Scene Segmentation and Description." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 16 (6): 616–635 (Junho).
- Monga, Olivier e Rachid Deriche. 1989, Junho. "3D Edge Detection Using Recursive Filtering: Application to Scanner Images." *Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. San Diego, California.
- Montanari, Ugo. 1971. "On the Optimal Determination of Curves in Noisy Pictures." *Communications of the ACM* 14 (5): 335–345 (Maio).
- Nalwa, Vishvjit e Thomas Binford. 1986. "On Detecting Edges." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 8 (6): 699–714 (Novembro).
- Namuduri, K. R., R. Mehrotra, e N. Ranganathan. 1992, Agosto. "Edge Detection Models Based on Gabor Filters." *Proceedings of the 11th International Conference on Pattern Recognition*, Volume 3. International Association for Pattern Recognition The Hague, The Netherlands: IEEE Computer Society Press, 729–732.
- Nawapak-Eua-Anant e Lalita Udpa. 1999. "Boundary Detection Using Simulation of Particle Motion in a Vector Image Field." *IEEE Transactions on Image Processing* 8 (11): 1560–1571 (Novembro). ISSN 1057-7149.
- Nayar, Shree K., Simon Baker, e Hiroshi Murase. 1996, Junho. "Parametric Feature Detection." *Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. IEEE Computer Society Technical Committee on Pattern Analysis and Machine Intelligence San Francisco, California: IEEE Computer Society Press, 471–477.
- Neumann, Heiko e Karsten Ottenberg. 1992, Agosto. "Estimating Attributes of Smooth Signal Transitions from Scale-Space." *Proceedings of the 11th International Conference on Pattern Recognition*, Volume 3. International Association for Pattern Recognition The Hague, The Netherlands: IEEE Computer Society Press, 754–758.
- Nguyen, T. B. e D. Ziou. 2000. "Contextual and Non-Contextual Performance Evaluation of Edge Detectors." *Pattern Recognition Letters*.
- Nikolaidis, N. e I. Pitas. 1995, Outubro. "Edge Detection Operators for Angular Data." *Proceedings of the International Conference on Image Processing ICIP-95*,

- Volume 2. IEEE Signal Processing Society Washington, D.C.: The IEEE Computer Society Press, 157–160.
- Oliver Monga, Rachid Deriche, Grégoire Malandain e Jean-Pierre Cocquerez. 1991. “Recursive Filtering and Edge Tracking: Two Primary Tools for 3D Edge Detection.” *Image and Vision Computing* 9 (4): 203–214 (Agosto).
- Olver, Peter J., Guillermo Sapiro, e Allen Tannenbaum. 1996, Junho. “Affine Invariant Detection: Edges, Active Contours, and Segments.” *Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. IEEE Computer Society Technical Committee on Pattern Analysis and Machine Intelligence San Francisco, California: IEEE Computer Society Press, 520–525.
- O’Sullivan, Finbarr e Maijian Qian. 1994. “A Regularized Contrast Statistic for Object Boundary Estimation— Implementation and Statistical Evaluation.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 16 (6): 561–570 (Junho).
- Otsu, Nobuyuki. 1979. “A Threshold Selection Method from Gray-Level Histograms.” *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics* 9 (Janeiro): 62–66.
- Pack, J. K., J. C. Brailean, e A. K. Katsaggelos. 1992. “An Edge Detection Algorithm Using Multi-State ADALINES.” *Pattern Recognition* 25:1495–1504.
- Paillou, P. 1994. “Non-antisymmetrical Edge Profile Detection.” *Pattern Recognition Letters* 15:595–605.
- (Palacios), Alfredo Restrepo, Alejandro Naranjo, Magdalena Valderrama, Mauricio Daniels, e Ramiro de la Vega. 1995, Outubro. “Designing OSED’s (Order Statistic Edge Detectors).” *Proceedings of the International Conference on Image Processing ICIP-95*, Volume 2. IEEE Signal Processing Society Washington, D.C: The IEEE Computer Society Press, 173–176.
- Palenichka, Roman M. e Peter Zinterhof. 1996. “A Fast Structure-Adaptive Evaluation of Local Features in Images.” *Pattern Recognition* 29 (9): 1495–1505 (Setembro).
- Papacristou, Petros, Maria Petrou, e Josef Kittler. 2000. “Edge Postprocessing Using Probabilistic Relaxation.” *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics* 30 (3): 383.
- Papari, Giuseppe e Nicolai Petkov. 2008. “Adaptive Pseudo Dilation for Gestalt Edge Grouping and Contour Detection.” *IEEE Transactions on Image Processing* 17 (10): 1950–1962 (Outubro).
- Paplinski, Andrew. 1998. “Directional Filtering in Edge Detection.” *IEEE Transactions on Image Processing* 7 (4): 611–615 (Abril).
- Park, R. H. 1990. “A Fourier interpretation of the Frei-Chen edge masks.” *Pattern Recognition Letters* 11:631–636.

- Park, Rae-Hong e Woo Young Choi. 1989. "A New Interpretation of the Compass Gradient Operators." *Computer Vision Graphics and Image Processing* 47 (2): 259–265 (Agosto).
- . 1990. "Comments on "A Three-Module Strategy for Edge Detection." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 12 (2): 223–224 (Fevereiro).
- Park, D. J., K. M. Nam, e R. H. Park. 1994. "Edge Detection in Noisy Images Based on the Co-Occurrence Matrix." *Pattern Recognition* 27:765–775.
- . 1995. "Multiresolution Edge Detection Techniques." *Pattern Recognition* 28 (2): 211–229 (Fevereiro).
- Park, D. J., R. H. Park, S. U. Lee, e J. S. Choi. 1994. "Hierarchical Edge Detection Using the Bidirectional Information in Edge Pyramids." *Pattern Recognition Letters* 15:65–75.
- Pauwels, Eric J., Luc J. van Gool, Peter Fiddelaers, e Theo Moons. 1995. "An Extended Class of Scale-Invariant and Recursive Scale Space Filters." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 17 (7): 691–701 (Julho).
- Pavlidis, Theo e Yuh-Tay Liow. 1990. "Integrating Region Growing and Edge Detection." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 12 (3): 225–233 (Março).
- Pawlak, Mirosław. 1992, Agosto. "On the Detection and Measurement of Discontinuities." *Proceedings of the 11th International Conference on Pattern Recognition*, Volume 3. International Association for Pattern Recognition The Hague, The Netherlands: IEEE Computer Society Press, 378–381.
- Peli, Tamar e David Malah. 1982. "A Study of Edge Detection Algorithms." *Computer Vision Graphics and Image Processing* 20:1–21.
- Pellegrino, Felice Andrea, Walter Vanzella, e Vincent Torre. 2004. "Edge Detection Revisited." *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics* 34 (3): 1500–1518 (Junho).
- Peng, Anrong, Bernard Dubuisson, e Mohammed Benjellou. 1992, Agosto. "A Study on the Forms of Smoothing Filters for Step and Ramp Edge Detectors." *Proceedings of the 11th International Conference on Pattern Recognition*, Volume 3. International Association for Pattern Recognition The Hague, The Netherlands: IEEE Computer Society Press, 741–744.
- Perona, Pietro. 1991, Junho. "Deformable Kernels for Early Vision." *Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. Lahaina, Maui, Hawaii, 222–227.
- . 1992. "Steerable-Scalable Kernels for Edge Detection and Junction Analysis." *Image and Vision Computing* 10 (10): 663–672 (Dezembro).

- . 1995a. “Deformable Kernels for Early Vision.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 17 (5): 488–499 (Maio).
- . 1995b. “Deformable Kernels for Early Vision.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 17 (5): 488–499 (Maio).
- Perona, Pietro e Jitendra Malik. 1990a, Dezembro. “Detecting and Localizing Edges Composed of Steps, peaks and Roofs.” *Third International Conference on Computer Vision*. IEEE Computer Society Osaka, 424–433.
- . 1990b. “Scale-Space and Edge Detection Using Anisotropic Diffusion.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 12 (7): 629–639 (Julho).
- Petrou, Maria e Josef Kittler. 1991. “Optimal Edge Detectors for Ramp Edges.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 13 (5): 483–491 (Maio).
- Piech, M. Ann. 1990. “Decomposing the Laplacian.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 12 (8): 830–831 (Agosto).
- Pingale, K.K. 1969. “Visual Perception by a Computer.” *Automatic Interpretation and Classification of Images*. 277–284.
- Pitas, I. e A. Venetsanopoulos. 1986. “Edge Detectors Based on Nonlinear Filters.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 8 (4): 538–550 (Julho).
- Popovici, Irina e William Douglas Withers. 2006. “Custom-built Moments for Edge Location.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 28 (4): 637–642 (Abril).
- Prewitt, J. M. S. 1970. “Object Enhancement and Extraction.” Em *Picture Processing and Psychopictorics*, editado por B. S. Lipkin e A. Rosenfeld, 108. New York: Academic Press.
- Qian, R. J. e Thomas S. Huang. 1995a. “Optimal Edge Detection in Two-Dimensional Images.” não-publicado.
- . 1995b, Outubro. “A Two-Dimensional Edge Detection Scheme for General Visual Processing.” *Proceedings of the 12th International Conference on Pattern Recognition*, Volume 1. International Association for Pattern Recognition Jerusalem, Israel: IEEE Computer Society Press, 595–598.
- . 1996. “Optimal Edge Detection in Two-Dimensional Images.” *IEEE Transactions on Image Processing* 5 (7): 1215–1220 (Julho).
- Qiu, Peihua e Suchendra M. Bhandarkar. 1996. “An Edge Detection Technique Using Local Smoothing and Statistical Hypothesis Testing.” *Pattern Recognition Letters* 17:849–872.
- Qiu, B. e M. Hartley. 1990. “Real-World Image Segmentation Using Edge Detection and Subtraction.” *Electronics Letters* 26 (6): 353–355 (Março).

- Rakesh, Rishi R., Probal Chaudhuri, e C. A. Murthy. 2004. "Thresholding in Edge Detection: a Statistical Approach." *IEEE Transactions on Image Processing* 13 (7): 927–936.
- Ramesh, Visvanathan, Robert M. Haralick, Xining Zhang, Desika C. Nadadur, e Kenneth Thornton. 1994, Junho. "Automatic Selection of Tuning Parameters for Feature Extraction Sequences." *Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. Seattle, Washington, 672–677.
- Rangarajan, A., R. Chellappa, e Y. T. Zhou. 1990. "A Model-Based Approach for Filtering and Edge Detection in Noisy Images." *IEEE Transactions on Circuits and Systems* 37 (1): 140–144 (Janeiro).
- Rao, K. Ranghunath e Jezekiel Ben-Arie. 1993, Junho. "Edge Detection and Feature Extraction by Non-Orthogonal Image Expansion for Optimal Discriminative SNR." *Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. New York City, New York, 791–792.
- . 1994. "Optimal Edge Detection Using Expansion Matching and Restoration." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 16 (12): 1169–1182 (Dezembro).
- Reeves, A.P., M.L. Akey, e O.R. Mitchell. 1983. "A Moment Based Two-Dimensional Edge Operator." *Computer Vision and Pattern Recognition*. 312–317.
- Reichenbach, Stephen E., Stephen K. Park, e Rachel Alter-Gartenberg. 1990, Junho. "Optimal, Small Kernels for Edge Detection." *Proceedings of the 10th International Conference on Pattern Recognition*, Volume 2. International Association for Pattern Recognition Atlanta City, New Jersey, USA: IEEE Computer Society Press, 57–63.
- Ren, Xiaofeng, Charles C. Fowlkes, e Jitendra Malik. 2008. "Learning Probabilistic Models for Contour Completion in Natural Images." *International Journal of Computer Vision* 77 (Maio): 47–63.
- Roberts, L. G. 1965. "Machine Perception of Three Dimensional Solids." Em *Optical and Electro-Optical Information Processing*, editado por J. T. Tippet et al., 159–197. MIT Press.
- Rodieck, R. W. e J. Stone. 1965. "Analysis of Receptive Fields of Cat Retinal Ganglionic Cells." *Journal of Neurophysiology* 28:833–849.
- Rosenfeld, A. 1970. "A Nonlinear Edge Detection Technique." *Proceedings of the IEEE* 58 (5): 814–816 (Maio).
- . 1981. "The Max Roberts Operator is a Hueckel-Type Edge Detector." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 3 (1): 101–103 (Janeiro).

- Rosenfeld, A. e S. Banerjee. 1992. "Maximum-Likelihood Edge Detection in Digital Signals." *Computer Vision Graphics and Image Processing: Image Understanding* 55:1–13.
- Rosenfeld, Azriel e Mark Thurston. 1971. "Edge and Curve Detection for Visual Scene Analysis." *IEEE Transactions on Computers* 20 (5): 562–569 (Maio).
- Rosenfeld, A., Y. Lee, e R. Thomas. 1970. "Edge and Curve Detection for Texture Discrimination." *Picture Processing and Psychopictorics*. 381–xxx.
- Rosenfeld, Azriel, Mark Thurston, e Yung-Han Lee. 1972. "Edge and Curve Detection: Further Experiments." *IEEE Transactions on Computers* 21 (7): 677–715 (Julho).
- Rosin, Paul. 1995. "Edges: Saliency Measures and Automatic Thresholding." *A VERIFICAR*. 93–95.
- . 2001. "Unimodal Thresholding." *Pattern Recognition* 34:2083–2096.
- Sahoo, P., S. Soltani, A. Wong, e Y. Chen. 1988. "A Survey of Thresholding Techniques." *Computer Vision Graphics and Image Processing* 41 (2): 233–260 (Fevereiro).
- Saint-Marc, P., J. S. Chen, e G. Medioni. 1989, Junho. "Adaptive Smoothing: A General Tool for Early Vision." *Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. San Diego, California, USA: IEEE Computer Society Press, 618–624.
- . 1991a. "Adaptive Smoothing: A General Tool for Early Vision." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 13 (6): 514–529 (Junho).
- . 1991b. "Adaptive Smoothing: a General Tool for Early Vision." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 13 (6): 514–529 (Junho).
- Saito, Naoki e M. A. Cunningham. 1990a. "Generalized E-filter and Its Application to Edge Detection." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 12 (8): 814–817 (Agosto).
- . 1990b. "Generalized E-Filter and Its Application to Edge Detection." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 12 (8): 814–817 (Agosto).
- Sala, Pablo e Sven Dickinson. 2008. "Model-Based Perceptual Grouping and Shape Abstraction." *IEEE Computer Society Workshop on Perceptual Organization in Computer Vision (CVPR 2008)*.
- Sanches, João e Jorge S. Marques. 2006, oct. "Image Reconstruction Using the Benford Law." *International Conference on Image Processing*. IEEE Atlanta, GA, USA.
- Santini, S. e R. Jain. 1999. "Similarity Measures." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 21 (9): 871–883 (Setembro).

- Sapiro, Guillermo. 1996, Junho. “Vector-Valued Active Contours.” *Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. IEEE Computer Society Technical Committee on Pattern Analysis and Machine Intelligence San Francisco, California: IEEE Computer Society Press, 680–685.
- Sarkar, Sundeep e Kim Boyer. 1990, Junho. “Optimal, Efficient, Recursive Edge Detection Filters.” *Proceedings of the 10th Internacional Conference on Pattern Recognition*, Volume 1. International Pattern Recognition Society: IEEE Computer Society Press, 931–936.
- . 1991a. “Optimal Infinite Impulse Response to Zero Crossing Based Edge Detector.” *Computer Vision Graphics and Image Processing: Image Understanding* 54 (2): 224–243 (Setembro).
- . 1991b. “On Optimal Infinite Impulse Response Edge Detection Filters.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 13 (11): 1154–1171 (Novembro).
- . 1993. “Perceptual Organization in Computer Vision: A Review and a Proposal for a Classificatory Structure.” *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics* 23 (2): 382–399 (Março).
- Shah, Jayant. 1991, Junho. “Segmentation by Nonlinear Diffusion.” *Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. Lahaina, Maui, Hawaii, 202–207.
- Shah, Mubarak e Arun Sood. 1986. “Pulse and Staircase Edge Models.” *Computer Vision Graphics and Image Processing* 34:321–343.
- Shanmugam, K., F.M. Dickey, e J.A. Green. 1979. “An Optimal Frequency Domain Filter for Edge Detection in Digital Pictures.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 1 (1): 37–49 (Janeiro).
- Shen, Jun. 1995. “Multi-Edge Detection by Isotropical 2-D ISEF Cascade.” *Pattern Recognition* 28 (12): 1871–1885 (Dezembro).
- Shen, J. e S. Castan. 1992. “An Optimal Linear Operator for Step Edge Detection.” *Computer Vision Graphics and Image Processing: Graphical Models and Image Processing* 54 (2): 112–133 (Março).
- Shen, Jun e Wei Shen. 1995. “Image Smoothing and Edge Detection by Hermite Integration.” *Pattern Recognition* 28 (8): 1159–1166 (Agosto).
- Shen, J. G., X. H. Ren, e Q. Tian. 1992, Agosto. “One Dimensional Multiple Scale Edge Detection.” *Proceedings of the 11th International Conference on Pattern Recognition*, Volume 3. International Association for Pattern Recognition The Hague, The Netherlands: IEEE Computer Society Press, 435–438.
- Sher, David B. 1992, Agosto. “The Influence of Object Size on the Regions of Interest for Edge Detection— Preliminary Results.” *Proceedings of the 11th International*

- Conference on Pattern Recognition*, Volume 3. International Association for Pattern Recognition The Hague, The Netherlands: IEEE Computer Society Press, 294–297.
- Shi, J. e J. Malik. 2000. “Normalized Cuts and Image Segmentation.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 22 (8): 888–905 (Agosto).
- Shih, Ming-Yu e Din-Chang Tseng. 2005. “A Wavelet-Based Multiresolution Edge Detection and Tracking.” *Image and Vision Computing* 23:441–451.
- Shin, Min C., Dmitry B. Goldgof, Kevin W. Bowyer, e Savvas Nikiforou. 2001. “Comparison of Edge Detection Algorithms Using a Structure From Motion Task.” *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*.
- Shiozaki, Akira. 1986. “Edge Extraction Using Entropy Operator.” *Computer Vision Graphics and Image Processing* 36:1–9.
- Shirazi, Sayed Kamaledin Ghiasi e Reza Safabaksh. 2009. “Omnidirectional Edge Detection.” *Computer Vision and Image Understanding* 113:556–564.
- Shizawa, Masahiko e Toshiki Iso. 1993, Junho. “Direct Representation and Detection of Multi-Scale, Multi-Orientation Fields Using Local Differentiation Filters.” *Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. New York, USA, 508–514.
- Shu, J. S. P. 1989. “One-Pixel-Wide Edge Detection.” *Pattern Recognition* 22:665–673.
- Shy, Douglas e Pietro Perona. 1994, Junho. “X-Y Separable Pyramid Steerable Scalable Kernels.” *Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. Seattle, Washington, 237–244.
- Simoncelli, Eero P. e Hany Farid. 1996. “Steerable Wedge Filters for Local Orientation Analysis.” *IEEE Transactions on Image Processing* 5 (9): 1377–1382 (Setembro).
- Sobel, I. E. 1970. “Camera Models and Machine Perception.” Ph. D., Stanford University, Stanford.
- Song, X. e Y. Neuvo. 1993. “Robust Edge Detection Based on Morphological Filters.” *Pattern Recognition Letters* 26:889–894.
- Spacek, L. A. 1986. “Edge Detection and Motion Detection.” *Image and Vision Computing* 4:43.
- Spreeuwens, L. J. e F. van der Heijden. 1992, Agosto. “Evaluation of Edge Detectors Using Average Risk.” *Proceedings of the 11th International Conference on Pattern Recognition*, Volume 3. International Association for Pattern Recognition The Hague, The Netherlands: IEEE Computer Society Press, 771–774.
- Stahl, Joachim S. e Song Wang. 2008. “Globally Optimal Grouping for Symmetric Closed Boundaries by Combining Boundary and Region Information.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 30 (3): 395–411 (mar).



- Stahl, Joachim S., Kenton Oliver, e Song Wang. 2008. "Open Boundary Capable Edge Grouping with Feature Maps." *In Proceedings IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR2008)*.
- Staib, Lawrence H. e James S. Duncan. 1992a. "Boundary Finding with Parametrically Deformable Models." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 14 (11): 1061–1075 (Novembro).
- . 1992b. "Boundary Finding with Parametrically Deformable Models." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 17 (11): 1061–1071 (Novembro).
- Staunton, R. C. 2005. "Detected Edge Position Evaluation Using Measured Acquisition System Parameters." *Pattern Recognition Letters*.
- Steger, Carsten. 1998. "An Unbiased Detector of Curvilinear Structures." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 20 (2): 113–125 (Fevereiro).
- Storvik, Geir. 1994. "A Bayesian Approach to Dynamic Contours through Stochastic Sampling and Simulated Annealing." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 16 (10): 976–986 (Outubro).
- Strickland, R. N., T. Draelos, e Z. Mao. 1990. "Edge Detection in Machine Vision Using a Simple  $L_1$  norm template matching algorithm." *Pattern Recognition* 23:411–460.
- Suk, Minsoo. 1984. "An Edge Extraction Technique for Noisy Images." *Computer Vision Graphics and Image Processing* 25 (1): 25–45 (Janeiro).
- Sun, Mingui e Robert J. Sclabassi. 1995, Outubro. "Symmetric Wavelet Edge Detector of the Minimum Length." *Proceedings of the International Conference on Image Processing ICIP-95*, Volume 2. IEEE Signal Processing Society Washington, D.C.: The IEEE Computer Society Press, 177–180.
- Sun, X. Z. e Anastasios N. Venetsanopoulos. 1988. "Adaptive Schemes for Noise Filtering and Edge Detection by Use of Local Statistics." *IEEE Transactions on Circuits and Systems* 35 (1): 57–69 (Janeiro).
- Sun, Genyun, Qinhua Liu, Qiang Liu, Changyuan Ju, e Xiaowen Li. 2007. "A Novel Approach for Edge Detection Based on the Theory of Universal Gravity." *Pattern Recognition* 40:2766–2775.
- Tabatabai, Ali J. e O. Robert Mitchell. 1984. "Edge Location to Subpixel Values in Digital Imagery." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 6 (2): 188–201 (Março).
- Tabbone, S. e D. Ziou. 1992, Agosto. "Subpixel Positioning of Edges for First and Second Order Derivatives." *Proceedings of the 11th International Conference on Pattern Recognition*, Volume 3. International Association for Pattern Recognition The Hague, The Netherlands: IEEE Computer Society Press, 655–658.

- . 1993, Junho. “Efficient Edge Detection Using Two Scales.” *Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. New York City, New York, 789–790.
- Tadrous, Paul J. 1995. “A Simple and Sensitive Method for Directional Edge Detection in Noisy Images.” *Pattern Recognition* 28 (10): 1575–1586 (Outubro).
- Tagare, Hemant D. e Rui J. P. de Figueiredo. 1990. “On the Localization Performance and Optimal Edge Detection.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*.
- . 1994. “Reply to “On the Localization Performance Measure and Optimal Edge Detection”.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 16 (1): 108–110 (Janeiro).
- Tan, C. L. e S. K. K. Loh. 1993. “Efficient Edge Detection Using Hierarchical Structures.” *Pattern Recognition* 26:127–135.
- Tan, H., S. Gelfand, e E. Delp. 1989a. “A Comparative Cost Function Approach to Edge Detection.” *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics* 19 (6): 1337–49 (Dezembro).
- . 1989b, Junho. “A Cost Minimization Approach to Edge Detection Using Simulated Annealing.” *Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. San Diego, California, 86–91.
- . 1992. “A Cost Minimization Approach to Edge Detection Using Simulated Annealing.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 14 (1): 3–18 (Janeiro).
- Tang, Qiling, Nong Sang, e Tianxu Zhang. 2007. “Contour Detection Based on Contextual Influences.” *Image and Vision Computing* 25:1282–1290.
- Taratorin, Alexander e Samuel Sideman. 1994. “Constrained Regularized Differentiation.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 16 (1): 88–92 (Janeiro).
- Tek, Hueseyin e Benjamin Kimia. 1995, Junho. “Image Segmentation by Reaction-Diffusion Bubbles.” *Fifth International Conference on Computer Vision*. IEEE Cambridge Massachusetts, 156–162.
- Tewfik, Ahmed H. e Mohamed Deriche. 1993. “An Eigenstructure Approach for Edge Detection.” *IEEE Transactions on Image Processing* 2 (3): 353–368 (Julho).
- Thurnhofer, Stefan e Sanjit Mitra. 1996. “A General Framework for Quadratic Volterra Filters for Edge Enhancement.” *IEEE Transactions on Image Processing* 5 (6): 950–963 (Junho).
- Tihanyi, Ernest Z. e John L. Barron. 1990, Junho. “Spatio-Temporal Edge Focusing.” *Proceedings of the 10th International Conference on Pattern Recognition*, Volume 1.

- International Association for Pattern Recognition Atlanta City, New Jersey, USA: IEEE Computer Society Press, 213–216.
- Topkar, V. A., A. K. Sood, e B. Kjell. 1991, Junho. “Object Detection Using Contrast Based Scale-Space.” *Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. Lahaina, Maui, Hawaii, 700–701.
- Torre, Vincent e Tomaso Poggio. 1986. “On Edge Detection.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 8 (2): 147–163 (Março).
- Torreão, José A. e Marcos S. Amaral. 2006. “Efficient, Recursively Implemented Differential Operator, with Application to Edge Detection.” *Pattern Recognition Letters* 27:987–995.
- Trytten, Deborah A. e Mihran Tuceryan. 1991, Junho. “Segmentation and Grouping of Object Boundaries Using Energy Minimization.” *Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. Lahaina, Maui, Hawaii, 730–731.
- Turner, M. e E. R. Hancock. 1996. “An EM-like Relaxation Operator.” *International Conference on Pattern Recognition*. 166–170.
- Ulupinar, Fatih e Gerard Medioni. 1990. “Refining Edges Detected by a LoG Operator.” *Computer Vision Graphics and Image Processing: Image Understanding* 51 (3): 275–298 (Setembro).
- Unser, Michael, Akram Aldroubi, e Murray Eden. 1991. “Recursive Regularization Filters: Design, Properties, and Applications.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 13 (3): 272–277 (Março).
- Uppala, Sathyadev V. e John D. Sahr. 1997. “On the Design of Quadratic Filters with Applications to Image Processing.” *IEEE Transactions on Image Processing* 6 (4): 608–614 (Abril).
- Urago, Sabine, Josiane Zerubia, e Marc Berthod. 1994, Outubro. “A Markovian Model for Contour Grouping.” *Proceedings of the 12th International Conference on Pattern Recognition*, Volume 1. International Association for Pattern Recognition Jerusalem, Israel: IEEE Computer Society Press, 556–558.
- . 1995. “A Markovian Model for Contour Grouping.” *Pattern Recognition* 28 (5): 683–693 (Maio).
- van Vliet, L. J., I. T. Young, e A. L. D. Beckers. 1988. “An Edge Detection Model Based on Nonlinear Laplace Filtering.” Editado por E. S. Gelsema e L. N. Kanal, *Pattern Recognition and Artificial Intelligence*. Elsevier Science Publishers B.V. (North-Holland), 68–73.
- . 1989. “A Nonlinear Laplace Operator as Edge Detector in Noisy Images.” *Computer Vision Graphics and Image Processing* 45 (1): 167–195.

- van Warmerdam, Win e V. Ralph Algazi. 1989. “Describing 1-D Intensity Transitions with Gaussian Derivatives at the Resolutions Matching the Transition Widths.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 11 (9): 973–977 (Setembro).
- Venkatesh, Svetha, James Cooper, e Brian White. 1995. “Local Energy and Pre-Envelope.” *Pattern Recognition* 28 (8): 1127–1134 (Agosto).
- Venkatesh, S. e L. Kitchen. 1992. “Edge Evaluation Using Necessary Components.” *Computer Vision Graphics and Image Processing: Graphical Models and Image Processing* 54 (1): 23–30 (Janeiro).
- Venkatesh, Svetha e Paul L. Rosin. 1995. “Dynamic Threshold Determination by Local and Global Edge Evaluation.” *Computer Vision Graphics and Image Processing: Graphical Models and Image Processing* 57 (2): 146–160 (Março).
- Verbeek, Piet W. e Lucas J. van Vliet. 1992, Agosto. “Line and Edge Detection by Symmetry Filters.” *Proceedings of the 11th International Conference on Pattern Recognition*, Volume 3. International Association for Pattern Recognition The Hague, The Netherlands: IEEE Computer Society Press, 749–753.
- . 1994. “On the Location Error of Curved Edges in Low-Pass Filtered 2-D and 3-D Images.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 16 (7): 726–733 (Julho).
- Vliet, L. J. e P. W. Verbeek. 1994. “Edge Localization by MoG Filters: Multiple-of-Gaussians.” *Pattern Recognition Letters* 15, no. 485–496.
- Wang, Yuping e Yuanlong Cai. 1995a, Outubro. “Construction and Properties of B-Spline Wavelet Filters for Multiscale Edge Detection.” *Proceedings of the International Conference on Image Processing ICIP-95*, Volume 2. IEEE Signal Processing Society Washington, D.C.: The IEEE Computer Society Press, 145–148.
- . 1995b, Outubro. “Construction and Properties of B-Spline Wavelet Filters for Multiscale Edge Detection.” *Proceedings of the International Conference on Image Processing ICIP-95*. The IEEE Signal Processing Society Washington, USA: IEEE Computer Society Press, 145–148.
- Wang, Song e Jeffrey Mark Siskind. 2003. “Image Segmentation with Ratio Cut.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 25 (6): 675–690 (Junho).
- Wang, Song, Toshiro Kubota, e Jeffrey Mark Siskind. 2005. “Salient Closed Boundary Extraction with Ratio Contour.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 27 (4): 546–561 (Abril).
- Wang, Zhiqian, K. Rangunath Rao, e Jezekiel Ben-Arie. 1995, Outubro. “Optimal DNSR Detector for Ramp Edges.” *Proceedings of the International Conference on*

- Image Processing ICIP-95*, Volume 2. IEEE Signal Processing Society Washington, D.C.: The IEEE Computer Society Press, 153–156.
- . 1996. “Optimal Ramp Edge Detection Using Expansion Matching.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 18 (11): 1092–1097 (Novembro).
- Wangpeng, Cao, Che Rengsheng, e Ye Dong. 2008. “An Illumination-Independent Edge Detection and Fuzzy Enhancement Algorithm Based on Wavelet Transform for Non-Uniform Weak Illumination Changes.” *Pattern Recognition Letters* 29:192–199.
- Weiss, Isaac. 1994. “High-Order Differentiation Filters That Work.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 16 (7): 734–739 (Julho).
- Wertheimer, M. 1923. “Untersuchungen zur Lehre der Gestalt.” *II. Psychologische Forschung* 4:301–350.
- Williams, Donna e Mubarak Shah. 1990a. “Edge Contours Using Multiple Scales.” *Computer Vision Graphics and Image Processing* 51:256–274.
- . 1990b, Junho. “Normalized Edge Detector.” *Proceedings of the 10th International Conference on Pattern Recognition*, Volume 1. International Association of Pattern Recognition: IEEE Computer Society Press, 942–946.
- . 1993. “Edge Characterization Using Normalized Edge Detector.” *Computer Vision Graphics and Image Processing: Graphical Models and Image Processing* 55 (4): 311–318 (Julho).
- Wilson, R. e A. Bhalerao. 1992. “Kernel Designs for Efficient Multiresolution Edge Detection and Orientation Estimation.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 14 (3): 384–390 (Março).
- Witkin, A. P. 1983. “Scale-Space Filtering.” *Proc. International Joint Conference on Artificial Intelligence*. New York: ACM Inc., 1019–1021.
- Worring, Marcel e Arnold Smeulders. 1996. “Parameterized Feasible Boundaries in Gradient Vector Fields.” *Computer Vision Graphics and Image Processing: Image Understanding* 63 (1): 135–144 (Janeiro).
- Wu, Z. e R. Leahy. 1993. “An Optimal Graph Theoretic Approach to Data Clustering: Theory and its Application to Image Segmentation.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 15 (11): 1101–1113 (Novembro).
- Wu, Lide e Zhaohui Xie. 1990. “Scaling Theorems for Zero-Crossing.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 12 (1): 46–54 (Janeiro).
- Wu, Jinbo, Zhouping Yin, e Youlun Xiong. 2007. “The Fast Multilevel Fuzzy Edge Detection of Blurry Images.” *IEEE Signal Processing Letters* 14 (5): 344–347 (Maio).

- Xie, M . 1992. "Edge Linking by Using Causal Neighborhood Window." *Pattern Recognition Letters* 13:647–656.
- Xu, C. e J. L. Prince. 1998. "Snakes, Shapes, and Gradient Vector Flow." *IEEE Transactions on Image Processing* 33 (7): 359–369 (Julho).
- Ye, Jian, Gongkang, e Upendra P. Boudel. 2005. "High-accuracy Edge Detection with Blurred Edge Model." *Image and Vision Computing* 23:453–467.
- Yen, Ting-Jen. A Qualitative Profile-based Approach to Edge Detection.
- Yi, Sheng, Demetrio Labate, Glenn Easley, e Hamid Krim. 2009. "A Shearlet Approach to Edge Analysis and Detection." *IEEE Transactions on Image Processing* 18 (5): 929–941 (Maio).
- Yitzhaky, Yitzhak e Eli Peli. 2003. "A Method for Objective Edge Detection Evaluation and Detector Parameter Selection." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*.
- Yoo, J., C. A. Bouman, E. J. Delp, e E. J. Coyle. 1993. "The Nonlinear Prefiltering and Difference of Estimates Approaches to Edge Detection: Application of Stack Filters." *Computer Vision Graphics and Image Processing: Graphical Models and Image Processing* 55 (2): 140–159 (Março).
- Yoo, Jisang, Edward J. Coyle, e Charles A. Bouman. 1997. "Dual Stack Filters and the Modified Difference of Estimates Approach to Edge Detection." *IEEE Transactions on Image Processing* 6 (12): 1634–1645 (Dezembro).
- Yoon, Ki Cheon e Kyu Ho Park. 1996. "Flow-based Relaxation Method for Edge Detection." *Electronics Letters* 32, no. 28-29.
- Yueksel, M. Emin. 2007. "Edge Detection in Noisy Images by Neuro-Fuzzy Processing." *International Journal of Electronics and Communications* 61:82–89.
- Yuille, Alan L. e Tomaso A. Poggio. 1986. "Scaling Theorems for Zero Crossings." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 8 (1): 15–25 (Janeiro).
- Yuksel, M. Emin. 2007. "Edge Detection in Noisy Images by Neuro-Fuzzy Processing." *Int. J. Electron. Commun.* 61:82–89.
- Zhang, Jinyou. 1995, Outubro. "Estimating Adaptive Kernels from Local Image Grey Value Changes." *Proceedings of the International Conference on Image Processing ICIP-95*, Volume 2. IEEE Signal Processing Society Washington, D.C.: The IEEE Computer Society Press, 141–144.
- Zhang, Wei e Frederik Bergholm. 1993, Maio. "An Extension of Marr's Signature Based Edge Classification and Other Methods Determining Diffuseness and Height of Edges, and Bar Edge Width." *Fourth International Conference on Computer Vision*. IEEE Computer Society Berlin, 183–191.

- Zhang, Yang e Peter I. Rockett. 2006. “The Bayesian Operating Point of the Canny Edge Detector.” *IEEE Transactions on Image Processing* 15 (11): 3409–3416 (November).
- Zhang, Jing, Ying Shan, e Mao-Zu Guo. 2007. “An Edge-Detection Method for Moving Objects.” *Proceedings of the IEEE International Conference on Automation and Logistics*. IEEE, 1557–1560.
- Zheng, Sheng, Jian Liu, e Jin Wen Tian. 2004. “A New Efficient SVM-Based Edge Detection Method.” *Pattern Recognition Letters* 25:1143–1154.
- Zheng, Sheng, Jinwen Tian, e Jian Liu. 2007. “Edge Detection Using Support Value Transform.” *Proceedings of the 6th International Conference on Machine Learning and Cybernetics*. Hong Kong, 1578–1583.
- Zhou, Y. T., V. Venkateswar, e R. Chellappa. 1989. “Edge Detection and Linear Feature Extraction Using a 2-D Random Field Model.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 11 (1): 84–95 (Janeiro).
- Zhu, Zhengfeng, Hanqing Lu, e Yao Zhao. 2007. “Scale Multiplication in Odd Gabor Transform Domain for Edge Detection.” *Journal of Vision Commun. Image R.* 18:68–80.
- Ziou, Djemel. 2001. “The Influence of Edge Direction on the Estimation of Edge Contrast and Orientation.” *Pattern Recognition* 34:855–863.
- Ziou, D. e A. Koukam. 1998. “Knowledge-Based Assistant for the Selection of Edge Detectors.” *j-pr* 31 (5): 587–596 (may).
- Ziou, D. e S. Tabbone. 1993. “A Multi-Scale Edge Detector.” *Pattern Recognition* 26:1305–1314.
- . 1998. “Edge Detection Techniques - An Overview.” *International Journal of Pattern Recognition and Image Analysis* 8:537–559.
- Ziou, Djemel e Shengrui Wang. 1996, Junho. “Isotropic Processing for Gradient Estimation.” *Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. IEEE Computer Society Technical Committee on Pattern Analysis and Machine Intelligence San Francisco, California: IEEE Computer Society Press, 660–665.
- Zuniga, O.A. e R.M. Haralick. 1987. “Integrated Directional Derivative Gradient Operator.” *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics* 17:508–517.

**Bibliografia Adicional**

- Allen, Richard, Steve Pruess, e Lawrence Shampine. 1997. *Fundamentals of Numeric Computing*. John Wiley and Sons, Inc.
- Ballard, Dana H. e Christopher M. Brown. 1982. *Computer Vision*. London: Prentice-Hall, Inc.
- Banks, Stephen. 1990. *Signal Processing, Image Processing and Pattern Recognition*. International Series in Acoustics, Speech and Signal Processing. London: Prentice-Hall.
- Bautu, Elena, Andrei Bautu, e Henri Luchian. 2005. "A GEP-Based Approach for Solving Fredholm First Kind Integral Equations." *SYNASC '05: Proceedings of the Seventh International Symposium on Symbolic and Numeric Algorithms for Scientific Computing*. Washington, DC, USA: IEEE Computer Society, 325.
- Böttcher, Albrecht, Bernd Hoffman, Ulrich Tautenhan, e Masahiro Yamamoto. 2006. "Convergence Rates for Tikhonov Regularization from Different Kinds of Smoothness Conditions." *Applicable Analysis* 85:555–578.
- Char, Shi-Kuo. 1989. *Principles of Pictorial Information Systems Design*. London: Prentice Hall Inc.
- Cormen, Thomas H., Charles E. Leiserson, e Ronald L. Rivest. 2002. *Introduction to Algorithms*. 2.<sup>a</sup> Ed. MIT Electrical Engineering and Computer Science Series. The MIT Press.
- David, H. e N. Nagaraja. 2003. *Order Statistics*. 3.<sup>a</sup> Ed. John Wiley & Sons, Inc.
- Dougherty, Edward R. 1999. *Random Processes for Image and Signal Processing*. Washington, EUA: SPIE/IEEE.
- Duda, Richard O. e Peter E. Hart. 1973. *Pattern Classification and Scene Analysis*. New York: Wiley.
- Duda, Richard O., Peter E. Hart, e David G. Stork. 2000. *Pattern Classification and Scene Analysis*. 2.<sup>a</sup> Ed. Wiley.
- Dudewicz, Edward e Satya Mishra. 1988. *Modern Mathematical Statistics*. Chichester: John Wiley and Sons, Inc. ISBN 0-471-60716-9.
- Forsyth, David A. e Jean Ponce. 2002. *Computer Vision: a Modern Approach*. Prentice Hall.
- Gonzalez, Rafael e Paul Wintz. 1987. *Digital Image Processing*. Madrid: Addison Wesley Publishing Company.
- Gonzalez, Rafael C. e Richard E. Woods. 2002. *Digital Image Processing Using MATLAB*. Addison-Wesley Publishing Company, Inc.



- Goswami, Jaideva C., Andrew K. Chan, e Charles K. Chui. 1995. "On Solving First-Kind Integral Equations Using Wavelets on a Bounded Interval." *IEEE Transactions on Antennas and Propagation* 43 (6): 614–622 (jun).
- Haralick, Robert e Linda Shapiro. 1992. *Computer and Robot Vision*. Volume 1. Madrid: Addison-Wesley Publishing Company, Inc.
- . 1993. *Computer and Robot Vision*. Volume 2. Madrid: Addison-Wesley Publishing Company, Inc.
- Haykin, Simon. 1991. *Adaptive Filter Theory*. 2. London: Prentice-Hall International, Inc.
- Horn, Berthold. 1986. *Robot Vision*. London: The MIT Press.
- Huang, Thomas, ed. 1979. *Picture Processing and Digital Filtering*. 2.<sup>a</sup> Ed. Topics in Applied Physics. Berlin: Springer-Verlag.
- Hubbard, Arthur T. 1995. *The Handbook of Surface Imaging and Visualization*. Editado por Arthur T. Hubbard. Boca Raton, Florida: CRC Press.
- Hussain, Zahid. 1991. *Digital Image Processing: Practical Applications of Parallel Processing Techniques*. Digital and Signal Processing. London: Ellis Horwood Limited.
- Jaehne, Bernd. 1993a. *Digital Image Processing: Concepts, Algorithms and Scientific Applications*. 2.<sup>a</sup> Ed. Heidelberg: Springer-Verlag.
- . 1993b. *Spatio-Temporal Image Processing: Theory and Scientific Applications*. Lecture Notes in Computer Science. Heidelberg: Springer-Verlag.
- Jain, Anil. 1989. *Fundamentals of Digital Image Processing*. Information and System Sciences. London: Prentice-Hall International Inc.
- Jain, Ramesh, Rangachar Kasturi, e Brian G. Schunck. 1995. *Machine Vision*. McGraw-Hill Series in Computer Science. Editado por Eric M. Munson. Lisboa: McGraw-Hill, Inc. ISBN 0-07-032018-7.
- Kanatani, Kenichi. 1993. *Geometric Computation for Machine Vision*. Volume 37 of *Oxford Engineering Science Series*. Editado por A. L. Cullen e L. C. Woods. Oxford: Clarendon Press.
- Kuc, Roman. 1988. *Introduction to Digital Signal Processing*. Electrical Engineering. Madrid: McGraw Hill.
- Lim, Jae. 1990. *Two-Dimensional Signal and Image Processing*. Signal Processing. London: Prentice-Hall Inc.
- Lindeberg, Tony. 1994. *Scale-Space Theory in Computer Vision*. Robotics: Vision, Manipulation and Sensors. London: Kluwer Academic Publishers.
- Marr, David. 1982. *Vision*. W. Freeman and Co.

- Mead, Lawrence R. 1986. "Approximate Solution of Fredholm Integral Equations by the Maximum-Entropy Method." *Journal of Mathematical Physics* 27 (12): 2903–2907 (Dezembro).
- Nalwa, Vishvjit S. 1993. *A Guided Tour of Computer Vision*. Madrid: Addison-Wesley Publishing Company.
- Nevels, Robert D., Jaideva C. Goswami, e Hooman Tehrani. 1997. "Semi-Orthogonal Versus Orthogonal Wavelet Basis Sets for Solving Integral Equations." *IEEE Transactions on Antennas and Propagation* 45 (9): 1332–1339 (Setembro).
- Nilsson, Nils J. 1998. *Artificial Intelligence: A New Synthesis*. Morgan Kaufmann.
- Oppenheim, Alan V. e Ronald. W. Schafer. 1978. *Digital Signal Processing*. Englewoods Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall, Inc.
- Pavlidis, Theo. 1982. *Algorithms for Graphics and Image Processing*. Rockville: Computer Science Press Inc.
- Phillips, David L. 1962. "A Technique for the Numerical Solution of Certain Integral Equations of the First Kind." *J. ACM* 9 (1): 84–97.
- Pitas, I. e A. N. Venetsanopoulos. 1990. *Nonlinear Digital Filters: Principles and Applications*. VLSI, Computer Architecture and Digital Signal Processing. London: Kluwer Academic Publishers.
- Pratt, William. 1991. *Digital Image Processing*. 2.<sup>a</sup> Ed. John Wiley & Sons.
- 1994. *PIKS Foundation C Programmer's Guide*. Greenwich: Manning Publications Co.
- Press, William H., Saul A. Teukolsky, William T. Vetterling, e Brian P. Flannery. 1992. *Numerical Recipes in C*. 2. Cambridge University Press.
- Reiss, Thomas. 1993. *Recognizing Planar Objects Using Invariant Image Features*. Lecture Notes in Computer Science. Editado por Gerhard Goos e Juris Hartmanis. Heidelberg: Springer-Verlag.
- Rosenfeld, A. 1990. "Survey on Image Analysis and Computer Vision: 1989." *Computer Vision Graphics and Image Processing: Image Understanding* 50:188–240.
- 1991. "Survey on Image Analysis and Computer Vision: 1990." *Computer Vision Graphics and Image Processing: Image Understanding* 53 (3): 322–365 (Maio).
- 1992. "Survey on Image Analysis and Computer Vision: 1991." *Computer Vision Graphics and Image Processing: Image Understanding* 55 (3): 349–380 (Maio).
- 1993. "Survey on Image Analysis and Computer Vision: 1992." *Computer Vision Graphics and Image Processing: Image Understanding* 58 (1): 85–135 (Julho).

- . 1994. “Survey on Image Analysis and Computer Vision: 1993.” *Computer Vision Graphics and Image Processing: Image Understanding* 59 (3): 367–404 (Maio).
- . 1995. “Survey on Image Analysis and Computer Vision:1994.” *Computer Vision Graphics and Image Processing: Image Understanding* 62 (1): 90–143 (Julho).
- Rosenfeld, Azriel e Avinash Kak. 1982a. *Digital Picture Processing*. 2.<sup>a</sup> Ed. Volume 1. London: Academic Press Inc.
- . 1982b. *Digital Picture Processing*. 2.<sup>a</sup> Ed. Volume 2. London: Academic Press Inc.
- Russ, John C. 1994. *The Image Processing Handbook*. Boca Raton, Florida: CRC Press.
- Russel, Stuart J. e Peter Norvig. 1995. *Artificial Intelligence: a modern approach*. London: Prentice-Hall, Inc. ISBN 0-13-103805-2.
- . 2002. *Artificial Intelligence: a modern approach*. 2.<sup>a</sup> Ed. Prentice-Hall, Inc.
- Schalkoff, Robert. 1989. *Digital Image Processing and Computer Vision*. Chichester: John Wiley and Sons, Inc.
- . 1992. *Pattern Recognition: Statistical, Structural and Neural Approaches*. Chichester: John Wiley and Sons, Inc.
- Shao, Jun. 2003. *Mathematical Statistics*. 2.<sup>a</sup> Ed. Heidelberg: Springer-Verlag.
- Sonka, Milan, Vaclav Hlavac, e Roger Boyle. 1993. *Image Processing, Analysis and Machine Vision*. London: Chapman & Hall Computing.
- Strand, Otto Neall e Ed. R. Westwater. 1968. “Statistical Estimation of the Numerical Solution of a Fredholm Integral Equation of the First Kind.” *J. ACM* 15 (1): 100–114.
- Therrien, Charles. 1992. *Discrete Random Signals and Statistical Signal Processing*. London: Prentice-Hall, Inc. ISBN 0-13-852112-3.
- Tikhonov, A. N. 1963. “Solution of Incorrectly Formulated Problems and the Regularization Method.” *Soviet Math Dokl*, no. 151:501–504.
- Tsao, Min. 1996. “A Measure of Accuracy for Quadrature Methods for Fredholm Equations of the First Kind.” *J. Comput. Appl. Math.* 69 (2): 243–249.
- Twomey, S. 1963. “On the Numerical Solution of Fredholm Integral Equations of the First Kind by the Inversion of the Linear System Produced by Quadrature.” *J. ACM* 10 (1): 97–101.
- van Trees, Harry L. 1968. *Detection, Estimation, and Modulation Theory*. John Wiley and Sons.

## BIBLIOGRAFIA

---

- Vernon, David. 1991. *Machine Vision: Automated Visual Inspection and Robot Vision*. London: Prentice Hall International Ltd.
- Wing, George Milton. 1991. *A Primer on Integral Equations of the First Kind: The Problem of Deconvolution and Unfolding*. SIAM Society for Industrial and Applied Mathematics.
- Zayed, Ahmed. 1993. *Advances in Shannon's Sampling Theory*. Boca Raton, Florida: CRC Press.

# Índices



## Índice de Autores

- Abdou, 36  
 Abraham, 113  
 Accame, 116  
 Acton, 33  
 Adelson, 26, 27  
 Ahmad, 114  
 Ahmed, 114  
 Akey, 29, 94  
 Aldroubi, 26  
 Amaral, 26  
 Amir, 147  
 Ando, 94  
 Argyle, 6, 23  
 Ashkar, 149  
 Ataíde, 186  
 Augereau, 31  
 Ausherman, 23  
 Aydin, 31  
 Azaria, 94  
  
 Bao, 26, 29  
 Basseville, 31  
 Basu, 24  
 Bautu, 76  
 Beckers, 25  
 Beddoes, 36  
 Benjamin, 28, 116  
 Bergholm, 30  
 Bertero, 74  
 Berthod, 149  
 Berzins, 24  
 Beyeler, 7, 35  
 Bhalerao, 94, 95  
 Bhandarkar, 32  
 Bhaumik, 30  
 Binford, 6, 68, 82, 86  
 Boettcher, 85  
 Boie, 121  
 Boskovitz, 7, 33  
  
 Boudel, 28  
 Bouman, 36  
 Bowyer, 25, 37  
 Boyer, 7, 26, 37, 145  
 Bradley, 113  
 Buda, 149  
  
 Caeiro, 30, 36, 56, 186  
 Canny, 7, 25, 26, 32, 37, 57, 79, 95, 112,  
 114, 115, 127, 155  
 Cao, 31, 34  
 Carmona-Poyato, 27, 37  
 Carré, 31  
 Castan, 7, 79, 88  
 Chan, 76  
 Chaudhuri, 27, 56, 116  
 Che, 31, 34  
 Chelberg, 113  
 Chellappa, 31, 32  
 Chen, 25, 30, 35, 36, 94, 113, 114  
 Cheng, 7, 33  
 Chew, 35  
 Chin, 114  
 Choi, 114  
 Chui, 76  
 Chung, 32  
 Clark, 29  
 Cohen, 149  
 Coleman, 30  
 Cooper, 149  
 Cormen, 151, 169  
 Coughlan, 32  
 Cox, 121  
 Coyle, 36  
 Cunningham, 30  
  
 Dattareya, 31  
 David, 129  
 Davies, 94

- Davis, 6, 23  
 de Alencar Lotufo, 150  
 de Meneses, 7, 35  
 Dedigny, 88  
 Delp, 32, 34, 149, 153–155  
 Demigny, 26  
 Deng, 117  
 Deriche, 7, 26, 35  
 Desolneux, 113  
 Deutsch, 36  
 Diao, 7, 35  
 Dickey, 23  
 Dijkstra, 151  
 Dougherty, 25, 127  
 Duda, 5, 94  
 Dudewicz, 113  
 Dunn, 33  
 Dwyer, 23  
  
 Eden, 26  
 Eichel, 32, 149  
 Elder, 150  
 Elliot, 149  
 Engbers, 145, 147  
 Enroth-Cugell, 24  
 Eom, 32  
 Espiau, 31  
 Evans, 33  
  
 Fernández-Garcia, 37  
 Faber, 117  
 Falcão, 150  
 Farag, 149, 153–155  
 Farid, 27  
 Fernandez-Maloigne, 31  
 Figueiredo, 37  
 Fleck, 34, 123  
 Fram, 36  
 Fredholm, 74, 75  
 Freeman, 26, 27  
 Frei, 94  
  
 Gökmen, 35, 88  
  
 Galerkin, 76  
 Gasnier, 31  
 Gelfand, 34  
 Georgescu, 20, 26, 55  
 Geusebroek, 28  
 Ghita, 192  
 Ghosal, 29  
 Ghosh, 30  
 Goldgof, 37  
 Gongkang, 28  
 Goswami, 76  
 Green, 23  
 Griffith, 23  
 Grigorescu, 34  
 Guo, 34  
 Guterman, 7, 33  
  
 Hadamard, 74  
 Hancock, 26, 115, 116  
 Haralick, 25, 28, 33, 62, 94, 113, 153, 157  
 Hart, 5, 94  
 Healey, 121  
 Heath, 37  
 Heijden, 26  
 Heitger, 37  
 Henstock, 113  
 Heric, 31  
 Herron, 30  
 Hildreth, 24, 29, 36  
 Hoffman, 85  
 Hongler, 7, 35  
 Hu, 7, 33  
 Huang, 25, 73, 155  
 Hueckel, 23, 28  
  
 Iverson, 35  
 Iyengar, 117  
  
 Jacob, 26, 28  
 Jacot, 7, 35  
 Jain, 4, 5, 19, 35, 70, 88, 114, 152  
 Jang, 114  
 Jeong, 30



- Johnston, 150  
 Jolion, 127  
 Ju, 35  
 Julesz, 6  
  
 Kamlé, 26, 88  
 Kanal, 31  
 Kang, 35  
 Kashyap, 32  
 Kasturi, 4, 5, 152  
 Kay, 32, 149  
 Kim, 30  
 Kirsch, 22  
 Kisworo, 35  
 Kitchen, 19, 36  
 Kitney, 28, 116  
 Kittler, 26, 27, 68, 82, 85, 115–117  
 Koehler, 147  
 Koffka, 147  
 Kondepundy, 121  
 Konishi, 32  
 Koral, 149  
 Kranenbourg, 25  
 Krupnik, 150  
 Kube, 30  
 Kubota, 150  
 Kumar, 35  
  
 Lam, 114  
 Law, 32  
 Leahy, 150  
 Lee, 23, 25, 33, 114  
 Leiserson, 151, 169  
 Lemay, 32, 149  
 Li, 7, 35  
 Li-Thiao-Te, 113  
 Lindeberg, 29  
 Lindenbaum, 147  
 Liu, 7, 33–35  
 Lodwick, 23  
 Lu, 35, 36, 70  
 Luchian, 76  
  
 Lunscher, 36  
 Luo, 29  
 Lyvers, 29, 36, 66, 94  
  
 Maalouf, 31  
 MacLeod, 23  
 Madrid-Cueevas, 113  
 Madrid-Cuevas, 27, 37  
 Malik, 150  
 Mallat, 30  
 Marques, 127  
 Marr, 7, 24, 25, 29, 36  
 Martínez, 29  
 Martelli, 36, 148  
 Mascarenhas, 31  
 Matalas, 28, 116  
 Mead, 76  
 Medina-Carnicer, 27, 37, 113  
 Medioni, 25, 30  
 Meer, 20, 26, 55  
 Mehrotra, 25, 29  
 Mishra, 113  
 Mitchel, 36  
 Mitchell, 29, 66, 94  
 Modestino, 149  
 Mohan, 145, 147  
 Montanari, 6, 36, 147  
 Muñoz-Salinas, 27  
 Mukherjee, 33  
 Murthy, 27, 56, 116  
  
 Nagaraja, 129  
 Nalwa, 4, 68, 82, 86, 153  
 Natale, 116  
 Nevatia, 145, 147  
 Nevels, 76  
 Nguyen, 37  
 Nikiforou, 37  
 Nillson, 36  
 Nilsson, 148  
 Norvig, 5  
  
 Ong, 35

- Otsu, 113
- Paillou, 70
- Papacristou, 117
- Papari, 150
- Paplinski, 27
- Park, 117
- Peli, 27, 37
- Pellegrino, 30
- Perona, 27, 30
- Petkov, 34, 150
- Petrou, 26, 27, 68, 82, 85, 117
- Phillips, 75
- Piedade, 36, 56, 186
- Pingle, 22
- Poggio, 74
- Popovic, 29
- Prado, 31
- Pratt, 36, 121, 123
- Prewitt, 22
- Qian, 25, 73, 155
- Qiu, 32
- Rakesh, 27, 56, 116
- Ranganath, 35
- Rangarajan, 32
- Reeves, 29, 94
- Reiss, 149
- Rivest, 151, 169
- Roberts, 6, 22
- Robson, 24
- Rockett, 25
- Rodieck, 24
- Rosenfeld, 6, 19, 23, 36
- Rosin, 113
- Russel, 5
- Safabaksh, 27
- Sahoo, 113
- Sahr, 36
- Saint-Marc, 30
- Saito, 30
- Sanches, 127
- Sang, 35
- Sanocki, 37
- Sarkar, 7, 26, 30, 37, 145
- Schunck, 4, 5, 152
- Scotney, 30
- Shah, 70
- Shan, 34
- Shanmugan, 23
- Shao, 135
- Shapiro, 33, 62, 94, 113, 153, 157
- Shelley, 4
- Shen, 7, 79, 88
- Shi, 150
- Shin, 37
- Shirazi, 27
- Simoncelli, 27
- Siskind, 150
- Smeulders, 28, 145, 147
- Sobel, 6, 22, 94
- Soltani, 113
- Sood, 70
- Stahl, 150
- Staunton, 37
- Steger, 149
- Stolfi, 150
- Stone, 24
- Stork, 5, 94
- Strand, 76
- Suen, 114
- Sun, 32, 35
- Symosek, 149
- Tagare, 37
- Tan, 34
- Tang, 35
- Tarantana, 33
- Tautenhan, 85
- Tehrani, 76
- Tewfik, 35
- Thomas, 29
- Thurston, 23

- Tian, 7, 34  
 Tikhonov, 76, 84, 89  
 Torre, 30, 74  
 Torreão, 26  
 Tsao, 75, 85  
 Turner, 116  
 Twomey, 75  
  
 Unser, 7, 26, 28  
 Uppala, 36  
 Urago, 149  
  
 van Vliet, 24  
 van de Wijer, 28  
 van Trees, 112  
 van Vliet, 25  
 Vanzella, 30  
 Venetsanopoulos, 32  
 Venkatesh, 35  
 Venkateswar, 31  
 Verbeek, 24  
 Vitsnudel, 94  
 Volterra, 75  
  
 Wang, 35, 150  
 Wasilkowski, 25  
 Watson, 28  
 Wertheimer, 147  
 West, 35  
 Westenberg, 34  
 Westwater, 76  
 Whelan, 192  
 Wilson, 94, 95  
 Wing, 75, 76, 84  
 Withers, 29  
 Witkin, 29  
 Wong, 113  
 Wu, 7, 26, 150  
  
 Xie, 29  
 Xiong, 7  
  
 Yamamoto, 85  
  
 Yang, 35  
 Ye, 28, 31, 34  
 Yin, 7  
 Yitzhaki, 27  
 Yitzhaky, 37  
 Yoo, 36  
 Yoon, 117  
 Young, 25  
 Yu, 7, 35, 114  
 Yueksel, 7  
 Yuille, 32  
 Yuksel, 34  
  
 Zang, 33  
 Zazula, 31  
 Zeevi, 94  
 Zerubia, 149  
 Zhang, 7, 25, 26, 34, 35  
 Zhao, 35  
 Zheng, 7, 34  
 Zhong, 30  
 Zhou, 31, 32  
 Zhu, 32, 35  
 Ziou, 37, 67  
 Zucker, 35  
 Zuniga, 28



## Índice Remissivo

- A\*, 36
- Ôndulas
  - de Haar, 31
  - transformadas baseadas em, 30
- Acção, 5
- Agrupamento, 145, 146
- Agrupamento de contornos, 146, 151, 154
- Benford, 127
- C, 185
- C++, 185
- Características de operação do receptor, 25, 37
- Classificação
  - contextual, 116
  - limiar de, 19
  - por histerese, 25, 27, 112, 114
- Cognição, 5
- Computação gráfica, 5
- Condição de estabilidade da solução, 74
- Confiança
  - medida de, 26
- Continuidade, 150
- Contorno, 63, 152
  - continuidade do, 147
  - convexidade do, 147
  - definição informal, 62
  - degrau ideal, 77
  - detector ISEF, 79
  - do tipo degrau, 65
  - do tipo escada, 70
  - do tipo pulso, 70
  - do tipo rampa, 67, 68
  - fecho do, 147
  - modelo de contorno, 25
  - modelo do, 26
  - modelo generalizado, 25
  - não-antisimétrico, 70
  - paramétrico, 73
  - perfil do, 23
  - ponto de, 19, 55
  - pontos de, 6
  - simetria do, 147, 150
  - tipo rampa, 81
- Contornos
  - classificação de contornos, 112
  - detecção de, 3, 6, 21, 55
  - detecção unidimensional, 78
  - detector de, 63
  - detectores quadráticos, 30
  - do tipo degrau, 57
  - emagrecimento, 114
  - espessos, 114
  - focagem de, 30
  - modelo de facetas, 28
- Convolução, 74
- Critério
  - boa detecção, 25
  - boa localização, 25
  - de Bayes, 26
  - de detecção, 26
  - de localização, 26
  - de mérito de Pratt, 36
  - distância máxima, 25
- Critérios
  - de desempenho, 26
- Critérios de detecção, 25
- Decomposição anisotrópica, 28
- Derivada
  - da Gaussiana, 26
  - da função de Gauss, 25, 27, 37
  - da Gaussiana, 79
- Derivadas
  - direccionais, 31
  - parciais, 31

- Derivadas unidimensionais, 23
- Descontinuidade na origem, 88
- Deteção de regiões, 21
- Detector de contornos generalizado, 88
- Diferença
  - de Gaussianas, 24
- Diferença de médias, 23
- Diferenças finitas, 22, 34
- Difracção de Fresnel, 7, 35
- Distribuição
  - $\chi^2$ , 113
  - Gamma, 113
  - Rayleigh, 113
- Edgel, 153
- Elementos finitos, 30
- EM
  - expectation-maximization*, 116
- Equação integral
  - de Fredholm do primeiro género, 171
- Equação integral, 74
  - de Fredholm, 75
  - de Volterra, 75
  - núcleos do tipo convolucional, 75
- Equações integrais
  - de Fredholm do primeiro género, 56
  - do primeiro género, 75
  - do segundo género, 75
  - lineares, 74
- Erro quadrático médio, 28
- Escala, 29
  - óptima, 30
  - efectiva, 30
  - factor de, 24
  - mapa de espaço de, 29
  - mapa de espaço de escala para sinais discretos, 29
  - mapa de espaço de escala reduzido, 29
- Estatística, 31
  - inferência, 32
  - variância, 32
- Estatísticas
  - de ordem, 33
- Estimação de contraste, 23
- Estimadores
  - de contraste, 74
- Extracção de propriedades, 3, 26
- Filtro
  - óptimo, 23
  - de Kalman, 32
  - de Kalman, 31
  - DG, 88, 95
  - diferenciador multi-escala, 30
  - direcciona, 27
  - exponencial misto, 88
  - homomórfico, 30
  - ISEF, 88
  - MEXP, 89, 94, 95
  - quadrático, 36
- Filtros
  - com decaimento exponencial, 79
  - de estimação do contraste bidimensionais, 87
  - de estimação do contraste, 78
  - de Gabor, 34
  - de pilha, 36
  - de quadratura orientados, 116
  - direccionais, 35
  - direccionais ímpares, 30
  - Gaussianos, 28
  - lineares, 74, 77
  - omnidireccionais, 27
  - orientáveis, 26
  - recursivos, 26, 31
  - tri-direccionais, 27
- Frequência
  - domínio da, 23
- Função
  - $\delta$  de Dirac, 65
  - de Green, 26
  - de Gauss, 23, 24, 73
- Funções

- Gaussianas, 30
- Funções base, 23
- Gauss
  - função de, 23
- Gestalt, 145
- GIMP, 186
- Grafos
  - otimização, 36
- Hipóteses
  - teste de, 31, 32
- Imagem
  - análise de, 4
  - compreensão de, 4
  - compressão de, 4
  - melhoria da, 4
  - processamento de, 4, 20
  - restauração da, 4
- Imagens
  - anisotrópicas, 29
- Informação radiométrica, 156
- Inteligência artificial, 5, 20
- Lógica
  - difusa, 31, 33
- Lógica difusa, 7
- Laplaciano, 25
  - da Gaussiana, 24
- Leis do Gestalt, 147
- Ligação de pontos de contorno, 152
- Limiares, 33
- Mínimos quadrados
  - método dos, 23, 32
- Máquinas com suporte vectorial, 33
- Máquinas com suporte vectorial, 7
- Máxima verosimilhança, 32
- Método visual de avaliação, 37
- Mapa de contornos consensual, 37
- Modelo
  - linear, 32
  - paramétrico, 35
  - paramétrico do contorno, 29
- Modelo de facetas, 116
- Modelos
  - de rampa, 79
- Momentos
  - acumulador, 29
  - de Zernike, 29
  - espaciais, 28
- Morfologia
  - de áreas, 33
  - de cinzentos, 33
  - matemática, 33
- Núcleos deformáveis, 27
- Número de condição de uma matriz, 77
- Operadores
  - lógico/lineares, 35
  - morfológicos, 33
- Otimização numérica, 25
- Passagens por zero, 24, 25, 28
- Percepção, 5
- Pesquisa heurística, 148
- Ponto de contorno
  - distância média, 95
- Pontos iniciais, 154
- Processamento
  - de nível intermédio, 21
  - de alto nível, 21
  - de baixo nível, 21
  - níveis de, 21
- Programação dinâmica, 36
- Proximidade, 150
- Pseudo-dilatação adaptativa, 150
- Python, 185
- Quadratura, 75
  - numérica, 76
- Ratio contour, 150
- Reconhecimento de padrões, 5

- Redes
  - difuso-neuronais, 7
  - neuronais, 7
- Redes neuronais, 33
- Regularização, 35, 76
  - ôndulas, 76
  - algoritmos genéticos, 76
  - entropia máxima, 76
  - iterativa, 84
  - método de Galerkin, 76
  - método de Tikhonov, 171
  - métodos iterativos, 76
- Relaxação
  - probabilística, 116
- Retina dinâmica, 35
- Retina ressonante, 7
- Ruído
  - aditivo, 32
  - impulsivo, 34
  
- Saliência perceptual, 150
- Segmentação, 3, 21
- Seguimento de pontos de contorno, 153
- Segunda derivada, 24, 25
- Splines
  - cúbicos, 35
- Suavização
  - adaptativa, 30
- Sub-pixel, 28
- Supressão de não-máximos, 25, 35, 112
  
- Têmpera simulada, 34
- Tangente hiperbólica, 68
- Transformada
  - de Gabor, 35
  - discreta de Fourier, 35
  
- Visão
  - por computador, 4, 5, 20
  - por máquina, 4



