

PENGEMBANGAN KURIKULUM MATEMATIKA UNTUK MENINGKATKAN KEMAMPUAN SISWA DALAM PENALARAN DAN PEMECAHAN MASALAH

Yogi Anggraena

Pusat Kurikulum dan Pembelajaran, Balitbang, Kemdikbud

yogi.anggraena@kemdikbud.go.id

Abstract:

The Trending topic in International Mathematics and Science Study (TIMSS) and the Program for International Student Assessment (PISA) have become a new standard for mathematics learning. One of the objectives of the study from TIMSS and PISA is to know the students' abilities in reasoning, identifying, and understanding, and using the basic mathematics needed in daily life. Or in other words, students must have mathematical literacy. The concept of mathematical literacy is intended the ability of individuals to formulate, use, and interpret mathematics in various contexts. This includes mathematical reasoning and using mathematical concepts, procedures, facts, and equipment to describe, explain, and predict phenomena or events (OECD, 2013). Indonesia has participated in TIMSS and PISA studies several times, from the TIMSS and PISA study results, it shows that students have not been able to develop optimally about their thinking abilities in mathematics schools and are still low in ability (1) to understand complex information, (2) theory, analysis and problem solving, (3) using tools, procedures and problem solving and (4) conducting investigations. In 2014, the National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) stated that learning mathematics today is still too formal, lacks connection with the meaning, understanding, and application of mathematical concepts, and fails to give sufficient attention to the ability of reasoning and solving problem. These results indicate that there needs to be a change in curriculum orientation, which is not to burden students with content but prioritize the aspects of essential abilities needed by all citizens to participate in developing their country in the 21st century. Therefore it is necessary to develop a mathematics curriculum that enhances students' abilities in reasoning and problem solving in order to improve the quality of mathematics for students knowledge and skill in this global era.

Keywords: curriculum, mathematics, reasoning, problem solving.

PENDAHULUAN

Kurikulum matematika saat ini pada dasarnya (dibanyak negara) selaras dengan dengan harapan yang diuraikan dalam kurikulum Amerika Serikat (*United States of America National Council of Teachers of Mathematics Standards*), yaitu suatu organisasi profesi pendidikan matematika di Amerika Serikat yang sangat berpengaruh, yang sejak tahun 1980an telah menyerukan diadakannya perombakan secara menyeluruh terhadap praktek pembelajaran matematika di banyak negara, termasuk di Amerika Serikat sendiri, yang antara lain mendorong agar praktek pembelajaran matematika beralih dari pembelajaran yang bersifat *teacher-centered* ke pembelajaran yang bersifat *student-centered*, dan mengubah para siswa yang sebelumnya merupakan pembelajar yang pasif (*passive learners*) menjadi siswa merupakan pembelajar yang aktif (*active learners*) NCTM (Council, 1989), (Ferrini-Mundy & Martin, 2000). Dalam pembelajaran matematika, seperti



Content from this work may be used under the terms of the [Creative Commons Attribution-ShareAlike 4.0 International License](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/) that allows others to share the work with an acknowledgment of the work's authorship and initial publication in this journal.

dikemukakan dalam NCTM (Council, 1989), (Ferrini-Mundy & Martin, 2000) diharapkan para siswa akan meningkat kemampuannya dalam hal penalaran (*reasoning*), pemecahan masalah (*problem solving*), komunikasi matematis (*mathematical communication*), koneksi-koneksi matematis (*mathematical connections*), dan dalam hal menggunakan representasi matematis (*mathematical representation*). Untuk terbentuknya kemampuan koneksi matematik tersebut, dalam NCTM *Standards* (Ferrini-Mundy & Martin, 2000) dijelaskan bahwa pembelajaran matematika harus diarahkan pada pengembangan kemampuan berikut: (1) memperhatikan serta menggunakan koneksi matematik antar berbagai ide matematik, (2) memahami bagaimana ide-ide matematik saling terkait satu dengan lainnya sehingga terbangun pemahaman menyeluruh, dan (3) memperhatikan serta menggunakan matematika dalam konteks di luar matematika (Suryadi, 2011).

Studi *Trend in International Mathematics and Science Study* (TIMSS) dan *Program for International Student Assessment* (PISA) telah menjadi standar baru bagi pembelajaran matematika. Salah satu tujuan studi dari TIMSS dan PISA yaitu mengetahui kemampuan siswa dalam penalaran, mengidentifikasi, dan memahami, serta menggunakan dasar-dasar matematika yang diperlukan dalam kehidupan sehari-hari. Atau dengan kata lain, siswa harus memiliki literasi matematika. Konsep tentang literasi matematika dimaksudkan kemampuan individu untuk memformulasikan, menggunakan, dan menginterpretasikan matematika dalam berbagai konteks. Hal ini termasuk penalaran matematis dan menggunakan konsep-konsep matematika, prosedur, fakta, dan peralatan untuk menggambarkan, menjelaskan, dan memprediksi fenomena atau peristiwa (OECD, 2013).

Survei TIMSS yang dilakukan oleh *The International Association for the Evaluation and Educational Achievement* (IAE) berkedudukan di Amsterdam, mengambil fokus pada domain isi matematika dan kognitif siswa. Domain isi meliputi Bilangan, Aljabar, Geometri, Data dan Peluang, sedangkan domain kognitif meliputi pengetahuan, penerapan, dan penalaran. Survei dilakukan setiap 4 (empat) tahun yang diadakan mulai tahun 1999, khusus untuk siswa berusia 14 tahun. Hasil analisis lebih jauh untuk studi TIMSS menunjukkan bahwa soal-soal yang digunakan untuk mengukur kemampuan siswa dibagi menjadi empat kategori, yaitu: *low* mengukur kemampuan sampai level *knowing*, *intermediate* mengukur kemampuan sampai level *applying*, *high* mengukur kemampuan sampai level *reasoning*, dan *advance* mengukur kemampuan sampai level *reasoning with incomplete information*. Sedangkan studi PISA, yang diselenggarakan oleh *Organization for Economic Cooperation and Development* (OECD) sebuah badan PBB yang berkedudukan di Paris, bertujuan untuk mengetahui literasi matematika siswa. Fokus studi PISA adalah kemampuan siswa dalam mengidentifikasi dan memahami serta menggunakan dasar-dasar matematika yang diperlukan dalam kehidupan sehari-hari. Studi dilakukan setiap 3 (tiga) tahun yang dilakukan mulai tahun 2000, untuk siswa berusia 15 tahun. Berdasarkan analisis hasil PISA 2009, ditemukan bahwa dari 6 (enam) level kemampuan yang dirumuskan di dalam studi PISA, hampir semua siswa Indonesia hanya mampu menguasai pelajaran sampai level 3 (tiga) saja, sementara negara lain yang terlibat di dalam studi ini banyak yang mencapai

level 4 (empat), 5 (lima), dan 6 (enam) (Tohir, 2016). Adapaun Hasil PISA Indonesia pada tahun 2018 turun ketimbang hasil PISA pada tahun 2015, yaitu untuk kategori matematika, Indonesia berada di peringkat 7 dari bawah (73) dengan skor rata-rata 379. Sedangkan pada tahun 2015 Indonesia mendapatkan skor rata-rata 386 dari 70 Negara (Tohir, 2019).

Kelemahan pembelajaran matematika saat ini para siswa tidak dapat menghubungkan konsep-konsep matematika di sekolah dengan pengalaman mereka sehari-hari. Pembelajaran matematika terlalu formal, kurang mengkaitkan dengan makna, pemahaman, dan aplikasi dari konsep-konsep matematika, serta gagal dalam memberikan perhatian yang cukup terhadap kemampuan penalaran dan pemecahan masalah (Leinwand, 2014). Menurut Tohir (2017) mengatakan bahwa masalah matematika adalah suatu masalah yang membutuhkan teknik tertentu untuk memecahkannya baik berupa soal rutin maupun non rutin. Oleh karena itu perlu dikembangkan kemampuan praktis matematika seperti pemecahan masalah, membuat hubungan, memahami berbagai representasi dari ide-ide matematika, mengkomunikasikan proses pemikiran mereka, dan penalaran (Tohir, Susanto, Hobri, Suharto, & Dafik, 2018).

PEMBAHASAN

Standar kurikulum matematika seharusnya menekankan hubungan (*connection*) sebagai salah satu proses penting dalam pembelajaran matematika. Pembelajaran harus membuat siswa dapat mengenal dan menggunakan dalam konteks di luar matematika. Hal ini termasuk membuat hubungan terhadap “dunia nyata”, yaitu dunia di luar kelas. Oleh karena itu, guru diharapkan menyiapkan situasi dunia real dan konteksnya untuk siswa guna membuat ide-ide matematika masuk akal, bisa diterima siswa. Dengan demikian akan memberikan kesempatan kepada siswa untuk mengenal dan mengapresiasi hubungan matematika dengan kehidupannya. Guru sekarang didorong untuk membantu siswanya membuat hubungan yang lebih realistis antara matematika dengan kehidupan sehingga membuat matematika lebih bermakna. Tetapi menghubungkan matematika dengan kehidupan sehari-hari tidak selalu mudah. Hal ini berarti para guru juga membutuhkan kemampuan untuk dapat mengenali dan memahami tentang hubungan dan aplikasi matematika, yang dapat digunakan untuk mengembangkan pembelajaran matematika. Siswa membangun sendiri pengetahuan melalui proses investigasi tersebut.

Kecakapan atau kemahiran matematika merupakan bagian dari kecakapan hidup yang harus dimiliki peserta didik terutama dalam pengembangan penalaran, komunikasi, dan pemecahan masalah yang dihadapi dalam kehidupan peserta didik sehari-hari. Oleh karena itu Mata pelajaran matematika perlu diberikan kepada semua peserta didik mulai dari sekolah dasar, untuk membekali peserta didik dengan kemampuan berpikir logis, analitis, sistematis, kritis, inovatif dan kreatif, serta kemampuan bekerjasama. Kompetensi tersebut diperlukan agar peserta didik dapat memiliki kemampuan memperoleh, mengelola, dan memanfaatkan informasi untuk hidup lebih baik pada keadaan yang selalu berubah, tidak pasti, dan sangat kompetitif. Dalam melaksanakan pembelajaran

matematika, diharapkan bahwa peserta didik harus dapat merasakan kegunaan belajar matematika.

Pendidikan matematika di sekolah diharapkan memberikan kontribusi dalam mendukung pencapaian kompetensi lulusan pendidikan dasar dan pendidikan menengah melalui pengalaman belajar, agar mampu:

- a. memahami konsep dan menerapkan prosedur matematika dalam kehidupan sehari-hari;
- b. melakukan operasi matematika untuk penyederhanaan, dan analisis komponen yang ada;
- c. melakukan penalaran matematis yang meliputi membuat generalisasi berdasarkan pola, fakta, fenomena atau data yang ada, membuat dugaan dan memverifikasinya;
- d. memecahkan masalah dan mengomunikasikan gagasan melalui simbol, tabel, diagram, atau media lain untuk memperjelas keadaan atau masalah;
- e. menumbuhkan sikap positif seperti sikap logis, kritis, cermat, teliti, dan tidak mudah menyerah dalam memecahkan masalah.

Dalam usaha mencapai kemampuan di atas maka dalam dalam Kurikulum 2013 dilakukan penataan kompetensi yang tidak dibatasi oleh pemenggalan taksonomi proses berpikir (As'ari, Tohir, Valentino, Imron, & Taufiq, 2017). Maka mulai dari tingkat SD, SMP, dan SMA, keluasan dan kedalaman dimensi pengetahuan meliputi: faktual, konseptual, prosedural, metakognitif dan dimensi proses berpikir: mengingat, memahami, menerapkan, menganalisis, mengevaluasi, mencipta. Lalu dalam mata pelajaran Matematika, dijabarkan ke dalam peta kompetensi sebagai berikut.

Tabel 1. Peta Kompetensi pada Setiap Jenjang Pendidikan.

Aspek	SD (I-III)	SD (IV-VI)	SMP	SMA (WAJIB)	SMA (PEMINATAN)
Bilangan	Menggunakan bilangan cacah, pecahan sederhana dalam pemecahan masalah kehidupan sehari-hari	Menggunakan bilangan bulat, prima, pecahan, kelipatan dan faktor, pangkat dan akar sederhana dalam pemecahan masalah kehidupan sehari-hari	Menggunakan bilangan bulat, bilangan pecahan, pangkat dan akar, pola bilangan, barisan dan deret dalam pemecahan masalah kehidupan sehari-hari	-	-
Aljabar	-	-	Menggunakan himpunan, ekspresi aljabar, relasi dan fungsi, perbandingan, aritmetika sosial, persamaan dan pertidaksamaan linear satu variabel, sistem persamaan linear dua variabel, persamaan garis lurus, persamaan dan fungsi kuadrat dalam pemecahan masalah kehidupan sehari-hari	Menggunakan persamaan dan pertidaksamaan linear satu variabel yang memuat nilai mutlak, sistem persamaan linear tiga variabel, fungsi, logika matematika, induksi matematika, program linear dua variabel, matriks, barisan dan deret dalam pemecahan masalah kehidupan sehari-hari	Menggunakan sistem persamaan dan pertidaksamaan linear dan kuadrat dua variabel, sistem persamaan dan pertidaksamaan kuadrat dua variabel, fungsi eksponensial dan logaritma, pertidaksamaan mutlak, pecahan, irrasional, operasi dan sifat-sifat vektor dalam ruang, operasi pada polinomial dalam pemecahan masalah

Aspek	SD (I-III)	SD (IV-VI)	SMP	SMA (WAJIB)	SMA (PEMINATAN)
Geometri dan Pengukuran	Menggunakan bangun datar dan bangun ruang sederhana, konsep satuan (berat, panjang, dan waktu), dalam pemecahan masalah kehidupan sehari-hari	Menggunakan bangun datar dan bangun ruang, hubungan antar garis, pengukuran (berat, panjang, luas, volume, sudut, waktu, kecepatan, dan debit), letak dan koordinat suatu benda dalam pemecahan masalah kehidupan sehari-hari	Menggunakan garis dan sudut, bangun datar (segiempat dan segitiga), bangun ruang sisi datar, bangun datar sisi lengkung, lingkaran, kesebangunan dan kekongruenan, dan teorema Pythagoras, transformasi dalam pemecahan masalah kehidupan sehari-hari	Menggunakan matriks pada transformasi geometri, bidang datar, transformasi geometri, geometri ruang dalam pemecahan masalah	Menggunakan irisan kerucut (lingkaran, ellips, parabola, dan hiperbola), hubungan antar lingkaran, garis singgung persekutuan, dan luas daerah irisan dua lingkaran dalam pemecahan masalah
Statistika dan Peluang	Menyajikan data tunggal sederhana dalam bentuk gambar	Mengumpulkan, menyajikan dan menafsirkan data tunggal dalam pemecahan masalah kehidupan sehari-hari	Mengolah, menyajikan dan menafsirkan data, dan menggunakan peluang (empirik dan teoretik) dalam pemecahan masalah kehidupan sehari-hari	Menggunakan statistik deskriptif dari data berkelompok, kaidah pencacahan, dan peluang dalam pemecahan masalah kehidupan sehari-hari	Menggunakan statistika inferensial, data berdistribusi binomial dan normal dalam pemecahan masalah kehidupan sehari-hari
Trigonometri	-	-	-	Menggunakan perbandingan trigonometri pada	Menggunakan persamaan trigonometri, rumus jumlah dan selisih sinus dan

Aspek	SD (I-III)	SD (IV-VI)	SMP	SMA (WAJIB)	SMA (PEMINATAN)
				segitiga siku-siku dan sudut-sudut yang berelasi, identitas, aturan sinus dan cosinus, fungsi trigonometri dalam pemecahan masalah kehidupan sehari-hari	cosinus dalam pemecahan masalah
Kalkulus	-	-	-	Menggunakan limit, turunan, dan integral tak tentu fungsi aljabar dalam pemecahan masalah	Menggunakan jumlah Riemann untuk luas daerah tertutup, dan teorema dasar kalkulus, integral tentu dan integral, limit aljabar, limit trigonometri, limit tak hingga, turunan parsial, turunan trigonometri dalam pemecahan masalah

(Kemdikbud, 2015)

Selanjutnya, agar kompetensi yang sudah disusun dapat terlaksana dengan baik, maka dalam proses pembelajaran matematika digunakan pendekatan saintifik yang dapat diperkuat dengan model-model pembelajaran, antara lain: Model Pembelajaran Kooperatif; Pembelajaran Kontekstual; Model Pembelajaran Penemuan Terbimbing; *Project Based Learning*; dan *Problem Based Learning*. Pendekatan saintifik disesuaikan dengan materi yang ada pada mata pelajaran matematika untuk mengembangkan pengetahuan, kemampuan berpikir, dan keterampilan melalui interaksi langsung dengan sumber belajar yang dirancang dalam silabus dan RPP. Dalam pembelajaran, siswa melakukan kegiatan belajar mengamati kejadian, peristiwa, situasi, pola, fenomena yang terkait dengan matematika dan mulai dikenalkan pemodelan matematika dalam berbagai bentuk; menanya atau mempertanyakan mengapa atau bagaimana fenomena bisa terjadi; mengumpulkan atau menggali informasi melalui mencoba, percobaan, mengkaji, mendiskusikan untuk mendalami konsep yang terkait dengan fenomena tersebut; serta melakukan asosiasi atau menganalisis secara kritis dalam menjelaskan keterkaitan antar konsep dan menggunakan, memanfaatkan dan memilih prosedur/algorithm yang sesuai, menyusun penalaran dan generalisasi, dan mengkomunikasikan apa yang sudah ditemukannya dalam kegiatan analisis.

Dalam pembelajaran matematika ini hal yang perlu ditekankan.

- a. Aktivitas belajar di bawah bimbingan guru maupun mandiri dengan menggunakan konsep dan prosedur secara benar dan sistematis dengan mementingkan pemahaman daripada hanya mengingat prosedur.
- b. Melatih kemampuan berpikir untuk membuat generalisasi dari fakta, data, fenomena yang ada.
- c. Melatih keterampilan melakukan manipulasi matematika untuk menyelesaikan masalah.
- d. Melatih keterampilan penalaran matematika.
- e. Pembelajaran berbasis pemecahan masalah.

Berikut beberapa contoh pembelajaran yang dapat meningkatkan penalaran dan pemecahan masalah

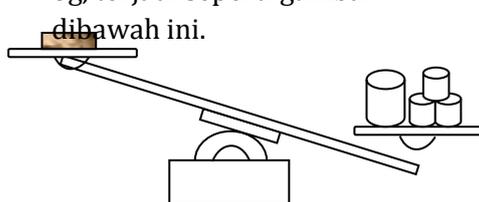
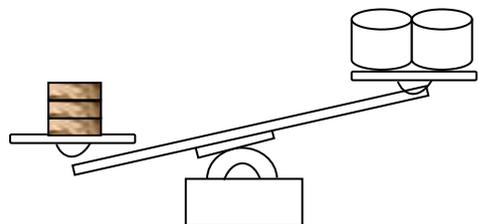
Contoh 1. (untuk Siswa SD/MI)

Pak budi membeli sekeping tripleks seharga Rp 125.000. Karena dia minta tripleks tersebut dipotong menjadi 3 bagian yang sama, dia dikenakan biaya Rp 3500 sekali potong. Selanjutnya Pak Budi harus membayar biaya pengecatan sebesar 30 % dari seluruh biaya setelah pemotongan. Toko memberikan tanda pembayaran sebagai berikut:

1 lembar tripleks @ Rp 125000	Rp 125.000
3xpemotongan @ 3500	Rp 10.500 +
Subtotal	Rp 135.000
Pengecatan	Rp 40.650
Total	Rp 176.150

Pak Budi mengatakan biaya tersebut salah. Manakah yang salah?

Contoh 2. (untuk siswa SD/MI)

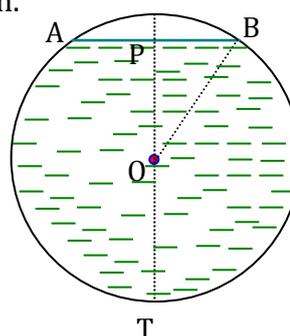
<p>Nayazka mempunyai 3 balok logam yang sama berat. Ketika 1 balok ditimbang dengan beban 8g, terjadi seperti gambar dibawah ini.</p> 	<p>Ketika ketiga balok ditimbang dengan beban 20 g, terjadi seperti gambar dibawah ini.</p> 
<p>Berapakah berat 1 balok logam?</p>	

(Wardhani, 2014)

Contoh 3 (untuk siswa SMP/MTs)

Sebuah pipa perusahaan air minum berdiameter 170 cm. Sekali waktu diketahui lebar permukaan penampang air AB adalah 80 cm.

- a. Hitunglah berapa kedalaman air PT?
- b. Jika panjang pipa adalah 2000 meter dengan diameter sama di seluruh bagian dan kedalaman tetap seperti pada gambar di samping ini berapa volume (*) air dalam pipa tersebut?



Penyelesaian:

Untuk menyelesaikan permasalahan di atas, jika gambarnya tidak tersedia, hanya mengandalkan cerita, maka akan ada dua kemungkinan keadaan. Namun jika gambarnya sudah tersedia, seperti pada gambar di atas, maka akan hanya ada satu kemungkinan.

Karena $AB = 80$ cm, maka $PB = 40$ cm, sedangkan $OB = \frac{1}{2}$ diameter atau $OB = 85$ cm.

Siswa dapat meneliti bahwa $\triangle OPB$ adalah segitiga siku-siku sehingga berlaku:

$$OP^2 + PB^2 = OB^2$$

$$OP^2 = OB^2 - PB^2 = 85^2 - 40^2 = (85 + 40)(85 - 40) = (125)(45) = 5.5.5.3.3$$

Sehingga $OP = 75$ cm.

Dengan demikian kedalaman $PT = 85 + 75 = 160$ cm.

Mintalah siswa untuk mendiskusikan dengan teman sekelasnya berapa alternatif lain menentukan kedalaman air apabila lebar penampang air adalah $AB = 80$ cm (tanpa memperlihatkan gambar di atas)?

Untuk mengetahui berapa luas tembereng ATB,

mula-mula kita cari luas Juring OAB

$\sin \angle AOP = 8/17 = 0,4706$, sehingga

$\angle AOP = 28^\circ 07'$

Sehingga $\angle AOB = 56^\circ 14'$

Dengan demikian

Luas Juring AOB = $56/360 \times 22/7 \times 85 \times 85 = 3532,22$
 cm^2

Luas $\triangle AOB = (80 \times 75)/2 = 3000 \text{ cm}^2$

Karenanya luas penampang air ini adalah

$3532,22 - 3000 = 532,22 \text{ cm}^2$

Dalam keadaan air seperti ini, volum air dalam pipa

2000 meter adalah = $532,22 \text{ cm}^2 \times 200000 \text{ cm}$

= 106444000 cm^3 atau 106444 dm^3 atau 106444

liter

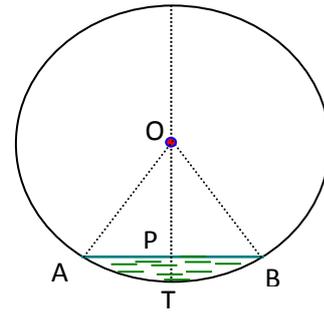
Namun dalam posisi air seperti pada gambar pertama

Luas penampang air = $22/7 \times 85 \times 85 - 532,22 \text{ cm}^2$

= $22174,92 \text{ cm}^2$

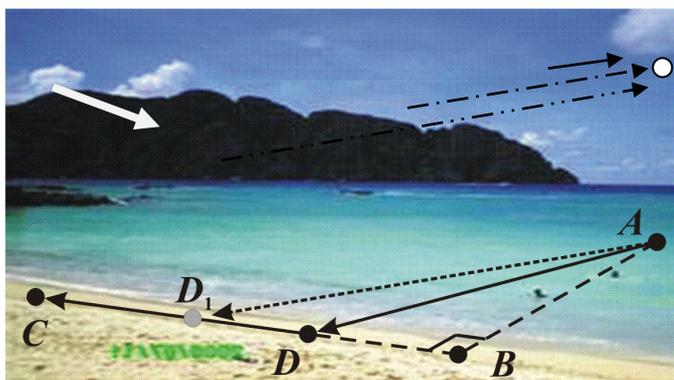
Sehingga volum air dalam pipa 2000 meter adalah

(Turmudi, 2008)

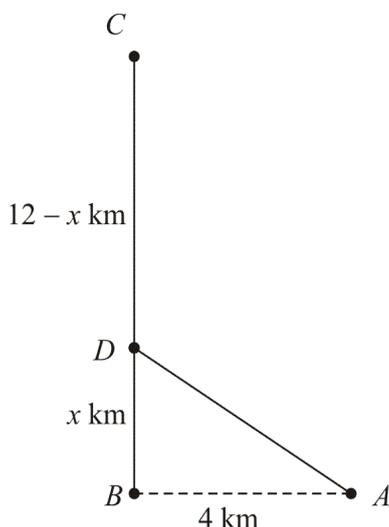


Contoh 4. (untuk siswa SMA/MA/SMK)

Permasalahan meminimalkan waktu dengan kecepatan tertentu dan jarak tertentu, yang mengkombinasikan dua gerakan yaitu gerakan renang dan lari yang masing-masing memiliki kecepatan tertentu, peserta didik diminta untuk menentukan rentang waktu yang sekecil-kecilnya yang dapat ia tempuh, serta menentukan berapa jauh ia berenang dan berapa jauh ia berlari agar waktunya sekecil-kecilnya.



Ahmad berada di titik A , di sebuah perairan laut yang berjarak 4 km dari tepi pantai terdekat. Sebuah rumah dititik C berjarak 12 km dari titik B diketahui berasap yang diduga terjadi kebakaran. Ahmad ingin memberikan pertolongan untuk turut serta memadamkan asap yang ada di rumah C . Ia akan menjangkau suatu tempat di C dengan cara berenang dengan kecepatan 6 km/jam dan berlari dengan kecepatan 10 km/jam.



Ahmad berenang dari titik A menuju titik D dengan kecepatan 6 km/jam dan lari dari D ke titik C dengan kecepatan 10 km/jam. Jarak dari B ke C adalah 12 km dan jarak dari A ke B adalah 4 km

Ia menghendaki agar waktu yang diperlukan untuk menjalani AD dan DC minimum, berapakah nilai minimum ini?



Mula-mula peserta didik hendaknya menerjemahkan permasalahan di atas ke dalam model matematika agar peserta didik dapat mengetahui waktu minimal yang diperlukan.

Jelas bahwa nilai x berada antara 0 dan 12. Jika $x = 0$ artinya Ahmad harus renang sejauh 4 km dan lari sejauh 12 km. Namun jika $x = 12$ artinya Ahmad harus renang sejauh AC .

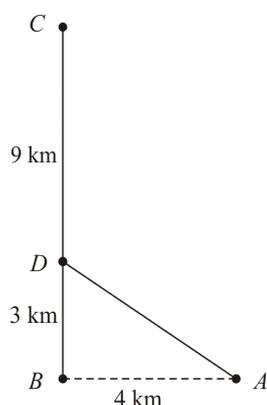
$AD = \sqrt{x^2 + 16}$ km dan $CD = (12 - x)$ km, karenanya waktu untuk renang adalah $AD = \frac{1}{6}\sqrt{x^2 + 16}$ dan $CD = \frac{1}{10}(12 - x)$

Misalkan waktu untuk menempuh $AD + DC$ adalah T , akibatnya $T = \frac{1}{6}\sqrt{x^2 + 16} + \frac{1}{10}(12 - x)$. Pada persamaan ini, ada tiga titik kritis yaitu Titik $x = 0$ titik $x = 12$ dan titik x di mana $\frac{dT}{dx} = 0$.

- (a) Tentukan nilai x yang menyebabkan $\frac{dT}{dx} = 0$.
- (b) Karena hanya ada dua kombinasi yaitu renang dan lari, salah satu kemungkinannya adalah renang seluruhnya, perhatikanlah bahwa kalau renang seluruhnya, maka waktu yang diperlukan adalah 2,11 jam
- (c) Ketika ia berenang 4 km dan lari 12 km, perhatikan bahwa ia membutuhkan waktu sebanyak 112 menit (1 jam 52 menit).
- (d) Yang mana di antara a, b, dan c yang paling pendek waktunya.

Tabel 2 Ringkasan dari permasalahan di atas

Rute	Jarak tempuh dinyatakan dengan x	Jarak (km)	Waktu Tempuh (dalam jam)	Waktu Tempuh (dalam menit)
$A - B - C$	$\sqrt{x^2 + 16} + (12 - x)\sqrt{x}$ dengan $x = 0$	$(4 + 12) \text{ km} = 16 \text{ km}$	$\frac{4}{6} + \frac{12}{10} \text{ jam}$	112 menit
$A - D - C$	$\sqrt{x^2 + 16} + (12 - x)$	$(5 + 9) \text{ km} = 14 \text{ km}$	$\frac{5}{6} + \frac{9}{10} \text{ jam}$	104 menit
$A - C$	$\sqrt{x^2 + 16} + (12 - x)$ dengan $x = 12\sqrt{x}$	$\sqrt{160} \approx 12,65\sqrt{160} \approx 12,65 \text{ km}$	$\frac{1}{6}\sqrt{160}\sqrt{160}/6 \text{ jam}$	127 menit



Jelas bahwa rute $A - D - C$ dengan $BD = 3 \text{ km}$ adalah rute yang paling efektif untuk menempuh perjalanan ini.

(Turmudi, 2009)

KESIMPULAN DAN SARAN

Diharapkan dengan penataan kompetensi yang tidak dibatasi oleh pemenggalan taksonomi proses berpikir dimana Keluasan dan kedalaman kompetensi dimensi pengetahuan untuk tingkat SD, SMP, SMA meliputi: faktual, konseptual, prosedural, metakognitif dan dimensi proses berpikir meliputi: mengingat, memahami, menerapkan, menganalisis, mengevaluasi, mencipta, sehingga dengan rumusan kompetensi matematika yang dapat mengembangkan kemampuan berpikir tingkat tinggi serta pembelajaran bukan sekedar menghafal rumus, namun dilakukan dengan melatih penalaran siswa dan pemecahan masalah yang mengaitkan dengan masalah sehari-hari diharapkan nantinya terjadi peningkatan kemampuan siswa dalam penalaran dan pemecahan masalah dalam rangka meningkatkan kualitas siswa Indonesia di era global ini. Diharapkan dalam pembelajaran matematika di kelas, para guru dapat menyusun atau menyajikan soal yang mendukung siswa untuk berpikir tingkat tinggi.

DAFTAR PUSTAKA

- Abdusysyakin, A. A. (2006). *Analisis Matematika Terhadap Filsafat Al-Quran*. Malang: UIN-Malang.
- As'ari, A. R., Tohir, M., Valentino, E., Imron, Z., & Taufiq, I. (2017). *Buku Guru Matematika (Revisi)*. Jakarta: Pusat Kurikulum dan Perbukuan, Balitbang, Kemendikbud.
- Council, N. R. (1989). Curriculum and evaluation standards for school mathematics. *National Council of Teachers of Mathematics*.
- Ferrini-Mundy, J., & Martin, W. G. (2000). Principles and standards for school mathematics. *Reston: National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)*.
- Kemdikbud. (2015). *Modul Materi Pelatihan Kurikulum 2013*. Jakarta: Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan.
- Leinwand, S. (2014). *Principles to actions: Ensuring mathematical success for all*. National Council of Teachers of Mathematics, Incorporated.
- OECD. (2013). *PISA 2015 Draft Mathematical Framework*. Paris: OECD.org.
- Suryadi, D. (2011). Pendidikan Matematika. *Dalam Tim Pengembangan Ilmu Pendidikan Ilmu Dan Aplikasi Pendidikan Bagian Tiga*. Bandung: PT Imperial Bhakti Utama.
- Tohir, M. (2016). Hasil PISA Indonesia tahun 2015 mengalami peningkatan. *Tersedia Online: <https://Matematohir.Wordpress.Com/2016/12/08/Hasil-Pisa-Indonesiatahun-2015-Mengalami-Peningkatan/> [08 Desember 2016], 1(1), 1–2*.
- Tohir, M. (2017). Pengembangan Bahan Ajar Olimpiade Matematika Berdasarkan Model Pemecahan Masalah untuk Meningkatkan Kemampuan Penalaran Matematis Siswa. In *Tesis. Magister Pendidikan Matematika Universitas Jember*. <https://doi.org/10.13140/RG.2.2.31121.79200>
- Tohir, M. (2019). Hasil PISA Indonesia Tahun 2018 Turun Dibanding Tahun 2015. Retrieved December 3, 2019, from Paper of Matematohir website: <https://matematohir.wordpress.com/2019/12/03/hasil-pisa-indonesia-tahun-2018-turun-dibanding-tahun-2015/>
- Tohir, M., Susanto, Hobri, Suharto, & Dafik. (2018). Students' Creative Thinking Skills in Solving Mathematics Olympiad Problems Based on Problem-Solving Polya and Krulik-Rudnick Model. *Advanced Science Letters*, 24(11), 8361–8364. <https://doi.org/10.1166/asl.2018.12563>
- Turmudi. (2008). *Buku Panduan Pendidik: Matematika SMP/MTs*. Jakarta: Pusat Perbukuan, Departement Pendidikan National.
- Turmudi. (2009). *Buku Panduan Pendidik: Matematika SMA/MA*. Jakarta: Pusat Perbukuan, Departement Pendidikan National.
- Wardhani, S. (2014). Implementasi Kurikulum 2013 dalam Pembelajaran Matematika SMP/MTs. *Bahan E-Training Guru Matematika SMP/MTs Tahun 2014*. Yogyakarta: PPPPTK Matematika.