

Determinação de Índices de Zona no Sistema Hexagonal

WILLIAM G. R. DE CAMARGO

(Departamento de Mineralogia e Petrografia, Universidade de S. Paulo)

ABSTRACT

A general graphical solution of zone index determination in the hexagonal system is herein described. Zone axis may be treated as vectors in such a manner that they could be solved into several components, according to the crystallographic axis X, Y, W, Z. These components are proportional to the searched zone indices.

The vector decomposition may be performed by drawing normals to the crystallographic axis from any given point P of the vector. In such way, the computed zone indices will satisfy the condition $u+v+\omega=0$.

Em trabalho anterior (Mineração e Metalurgia n. 85, v. XV, 1950) foi deduzida a relação $h+k+i=0$, para os índices de face de um cristal hexagonal, e foi demonstrado como a relação $u+v+\omega=0$, poderia ser imposta e estabelecida por convenção, pois que para os índices de zona haveria um número indeterminado de soluções possíveis.

No mesmo trabalho, a solução gráfica da determinação dos índices de zona ou de aresta foi tratada, porém somente aplicável a uma aresta z' , que estivesse contida no plano equatorial, isto é, no plano dos três eixos cristalográficos horizontais X, Y, W.

O presente artigo focaliza o problema gráfico de maneira mais geral. Considerando-se um vetor genérico z , que representa a direção de uma aresta no cristal (fig. 1), a sua decomposição gráfica pode ser efetuada de acordo com as indicações que se seguem. Traça-se um plano perpendicular ao vetor z , a qualquer distância da origem (pois

OD. Entretanto, um segundo processo inteiramente gráfico, pode ser demonstrado para o cálculo dos inversos.

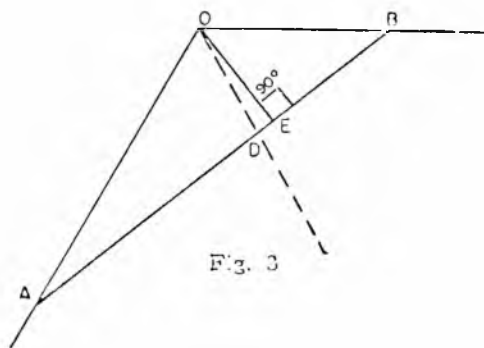


Fig. 3

Dada uma determinada aresta definida pela direção do vetor z , êste pode ser decomposto em quatro componentes, segundo os eixos cristalográficos, traçando-se perpendiculares a X, Y, W, Z , a partir de um ponto P qualquer do vetor z (fig. 4).

Os segmentos OU, OV, OQ, OW , obtidos sôbre os eixos, são proporcionais a u, v, ω, w , e dão diretamente os índices de zona procurados, de forma a satisfazer $u+v+\omega=0$. O segmento OW , entretanto, deve ser dividido pela constante cristalográfica c , relativa ao eixo Z .

Os ângulos diretores da aresta, P_x, P_y, P_w e P_z devem ser calculados por processo analítico e constituem dados experimentais extraídos de medidas goniométricas de um determinado cristal.

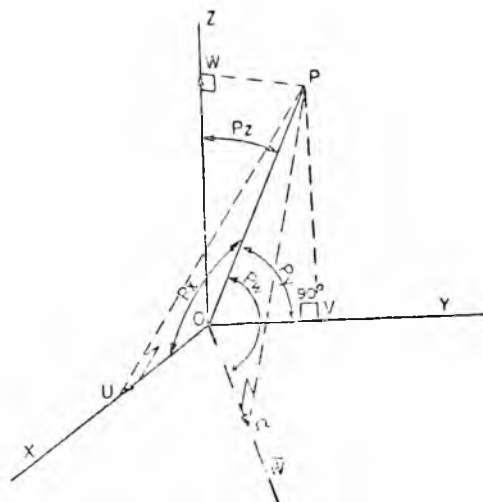


Fig. 4

A prova matemática do processo gráfico descrito, tratada de maneira mais geral, constitui ainda processo analítico para o cômputo de u, v, ω, w , na relação $u+v+\omega=0$. Se ficar provado, que para arestas e faces mutuamente perpendiculares, é válida a seguinte relação,

$h : k : i = u : v : \omega$, a relação $u+v+\omega=0$ está automaticamente demonstrada, pois que, como já foi demonstrado, $h+k+i=0$.

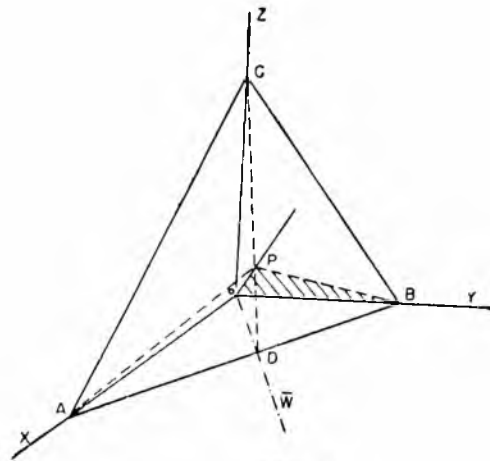


Fig. 5

Seja uma face (fig. 5) ABCD e uma aresta perpendicular OP. Sejam ainda OA, OB, OC, OD, ou abreviadamente a' , b' , c' , d' , os parâmetros da face considerada.

No triângulo retângulo OPA:

$$OP/OA = \cos Px$$

$$OP = OA \cos Px = a' \cos Px$$

Por analogia:

$$OP = b' \cos Py$$

$$OP = d' \cos Pw$$

$$OP = c' \cos Pz$$

Portanto:

$$a' : b' : d' : c' = 1/\cos Px : 1/\cos Py : 1/\cos Pw : 1/\cos Pz$$

Pela relação de Hauy aplicada ao sistema hexagonal:

$$h : k : i : l = 1/a' : 1/b' : 1/d' : c/c'$$

$$h : k : i : l = \cos Px : \cos Py : \cos Pw : c \cos Pz \quad (1)$$

Nos triângulos retângulos OPU, OPV, OP Ω , OPW, formados pela decomposição do vetor z (fig. 4):

$$OU/OP = \cos Px$$

$$u = OU = OP \cos Px$$

Por analogia:

$$v = OP \cos Py$$

$$\omega = OP \cos Pw$$

$$w = OP \cos Pz$$

Relacionando $u : v : \omega : w$, teremos:

$$u : v : \omega : w = \cos P_x : \cos P_y : \cos P_w : \cos P_z/c \quad (2)$$

Comparando as expressões (1) e (2), veremos que para os primeiros três índices vale a seguinte equação:

$$u : v : \omega = h : k : i$$

Portanto se existir uma relação $h+k+i=0$, como já foi comprovado, haverá análogamente $u+v+\omega=0$, desde que a decomposição dos vetores seja efetuada conforme processo descrito.

BIBLIOGRAFIA

- CAMARGO, W. G. R. (1950), *Os índices de face e de zona no sistema hexagonal*. Mineração e Metalurgia, vol. XV, n. 85.
- TAVORA, E. (1946), *Solução vetorial para uma conversão de símbolos*. Mineração e Metalurgia, v. 11, n. 61, pg. 31.
- NIGGLI, P. (1924), *Lehrbuch der Mineralogie*, pp. 107-120, Bd. I, Berlin.
- WOLFF, C. W., (1944), *Hexagonal zone symbols and transformation formulae* — Am. Min., v. 29, n. 1-2, pp. 49-55.
- HEY, M. H. (1930), *On face and zone symbols referred to the hexagonal axis*. Min. Mag., vol. 22, pg. 283.
- WERBER, L. (1922), *Zt. f. Kr.*, vol. 57, pg. 200.
- CAMARGO, W. G. R. (1952), *Miller indices in the hexagonal system* (no prelo).