

# Estratégias de Racionamento\*

Persio Arida\*\*

## Introdução

Na linha do artigo pioneiro de Weitzman (1974), discutiremos aqui alguns aspectos da regulamentação estatal de uma economia capitalista. O objeto da análise é a acomodação de choques de oferta em mercadorias de consumo final de difícil substituição.

Seria o caso, por exemplo, de termos de racionar gêneros de primeira necessidade (leite, trigo, leitos hospitalares) ou serviços básicos (água, luz), em situações de calamidade ecológica ou guerra, e inibir o consumo de derivados de mercadorias importadas (gasolina), em situações de desequilíbrio cumulativo na dívida externa. Racionar por via dos preços (*RP*) significa determinar um preço, tal que a quantidade demandada a esse preço fique dentro de limites aceitáveis. Racionar por via das quantidades (*RQ*) supõe uma distribuição de quo-

tas ou cupons, tal que o total distribuído não ultrapasse limites globais de consumo prefixados. A escolha entre as duas estratégias de racionamento é tipicamente dificultada por incertezas quanto à intensidade ótima do racionamento a ser implantado e quanto às características da demanda pela mercadoria em questão.

Nosso propósito aqui será o de caracterizar, com grande abstração e simplicidade, a eficácia relativa das duas estratégias de racionamento. Na seção 1 apresentamos o modelo básico e deduzimos, principalmente, que, em geral, o racionamento por via das quantidades é preferível ao racionamento por via dos preços. Na seção 2 estendemos o modelo a algumas direções. Na última seção concluímos, sugerindo a necessidade de rever o preconceito existente contra o racionamento por via das quantidades.

## 1 O Modelo Básico

A acomodação de choques de oferta nas economias capitalistas é freqüentemente

---

\* Este trabalho foi possibilitado por uma bolsa da Ford Foundation, com ênfase em problemas de nutrição, cedida ao autor.  
\*\* Da FEA/USP.

considerada como um problema pertinente à esfera de ação do Estado. Quando a mercadoria  $M$ , cujo consumo se deseja restringir a níveis inferiores ao normal, é produzida diretamente pelo Estado ou tem participação ponderável do capital estatal, a questão do racionamento naturalmente suscita uma resposta por parte dos responsáveis pela política econômica (é o caso de regular o consumo de energia elétrica proveniente de usinas estatais em situações de calamidade ecológica). Quando  $M$  é produzida pelo capital privado, a regulamentação estatal diante do choque de oferta é legitimada por consenso político, segundo o qual esta regulamentação visa a eliminar disfunções e evitar riscos que ameacem a ordem vigente (como limitar o consumo de gêneros de primeira necessidade em casos de guerra ou calamidade ecológica, limitar o consumo doméstico de uma mercadoria produzida internamente, visando a exportar o excedente, ou ainda restringir o consumo de uma mercadoria importada, sujeita a súbita mudança de preço relativo diante de desequilíbrios cumulativos na dívida externa).

A regulamentação estatal da economia capitalista será formalmente representada aqui por meio de um problema de controle, que consiste em minimizar os desvios da quantidade efetiva de consumo de  $M$ , denominada  $q$ , em face da quantidade ótima, denominada  $q^*$ :

$$\text{MIN } L = h (q - q^*)^2 \quad (1)$$

$$\{q\}$$

$$h > 0 \quad (2)$$

$$q \leq \bar{Q} \quad (3)$$

A interpretação de (1) é evidente. Se  $M$  for uma mercadoria importada, (1) expressa os termos do dilema entre dois objetivos conflitantes de política econômica: diminuir a dívida externa e promover o bem-estar da população. Quando  $q > q^*$ , o racionamento de  $M$  é menos intenso do que seria desejável. O aumento da dívida externa compromete as vantagens associadas a um consu-

mo satisfatório de  $M$ . Quando  $q < q^*$ , o racionamento é desnecessariamente severo. A melhoria do endividamento externo é comprometida pela perda de bem-estar, gerada pelo racionamento excessivo de  $M$ .

Alternativamente, imaginemos que  $M$  seja um gênero de primeira necessidade, tornando escasso por uma catástrofe ecológica ou pelo bloqueio de potências estrangeiras: (1) expressa os termos do dilema entre consumo presente e consumo futuro. Quando  $q > q^*$ , o consumo presente exageradamente elevado ameaça a sobrevivência da população no futuro; quando  $q < q^*$ , o consumo presente exageradamente comprimido faz com que a população passe fome desnecessariamente. A função quadrática e simétrica  $L$  em (1) expressa a natureza dos dilemas inerentes aos problemas de racionamento, sem transgredir os requisitos de simplicidade.  $L$  tem propriedades convenientes:  $L = 0$ , se e somente se  $q = q^*$ ,  $L > 0$  para  $q \neq q^*$ ,  $L$  é uma função crescente de discrepância entre  $q$  e  $q^*$ . O parâmetro  $h$  é um índice do custo associado a uma dada discrepância entre  $q$  e  $q^*$ . Quanto maior  $h$ , maior a penalidade incorrida em afastar-se do ótimo  $q^*$ . A restrição (3) é adequada aos casos nos quais a disponibilidade física máxima de  $M$  é prefixada.  $\bar{Q}$  é uma magnitude conhecida. Em economias abertas e em paz, a restrição (3) é, com algumas exceções, inoperante, pois pode-se recorrer a importações de  $M$ . A hipótese  $\bar{Q} = \infty$  descreve casos nos quais o problema de controle do consumo de  $M$  não é limitado por uma restrição sobre o montante máximo de consumo.

O valor preciso  $q^*$  é desconhecido. A incerteza com relação a  $q^*$  reflete a incerteza quanto à solução ótima dos dilemas inerentes aos problemas de racionamento. Como exemplo, consideremos o caso em que  $M$  é um gênero de primeira necessidade importado. O valor ótimo  $q^*$  depende das expectativas quanto ao perfil futuro da dívida externa, das expectativas quanto à elasticidade de substituição de  $M$  por outros gêneros de primeira necessidade, das expect-

tativas quanto às pressões políticas decorrentes do maior endividamento externo, relativamente àquelas decorrentes de uma perda sensível de bem-estar etc. A equação (4) representa com máxima simplicidade as incertezas com relação a  $q^*$ :

$$q^* = \bar{q} + \eta \quad (4)$$

na qual  $\bar{q}$  é uma magnitude conhecida,  $\eta$  é uma variável aleatória, com  $E \{ \eta \} = 0$  por normalização e variância  $\sigma^2$ , finita por hipó-

tese. O valor esperado de  $q^*$  é  $\bar{q}$ . Os responsáveis pela política econômica terão subestimado (superestimado) a necessidade de racionar  $M$ , caso a realização da variável  $\eta$  seja uma magnitude negativa (positiva). Quanto maior for  $\sigma^2$  — menor será a probabilidade

de que o valor ótimo  $q^*$  coincida *ex-post* com  $\bar{q}$ ;  $\sigma^2$  resume, assim, o grau de incer-

teza com relação ao valor ótimo  $q^*$ . O valor *ex-ante* ótimo do ponto de vista da política econômica é  $\bar{q}$ , o qual não pode, portanto, ultrapassar o montante máximo disponível de consumo:

$$\bar{q} \leq \bar{Q} \quad (5)$$

Quando  $\bar{Q} = \infty$ , (5) é inoperante. Somente em situações de extrema gravidade, quando o ótimo *ex-ante* é dado pelo consumo de todo estoque disponível da mercadoria  $M$ , (5) vale com igualdade estrita. Via de regra, a existência de restrição física sobre o montante de consumo  $M$  faz com que (5) tenha validade como desigualdade.

O problema de controle (1) — (4) admite duas estratégias de solução. Racionar o consumo de  $M$  por via das quantidades ( $RQ$ ) exige, em primeiro lugar, a determinação do

valor  $\hat{q}$  que minimiza  $L$  e, em segundo lugar, que se defina um esquema de alocação

e distribuição de  $\hat{q}$  entre os  $N$  consumidores. Uma vez que o objetivo da política econômica no problema (1) — (4) restrin-

ge-se ao controle da quantidade global consumida, postergaremos a discussão dos aspectos alocativos e distributivos das duas estratégias para a seção 2.

Racionar o consumo de  $M$  por via dos preços ( $RP$ ) exige anunciar um preço  $p'$  que induza uma demanda  $q'$ , tal que  $q'$  minimize  $L$ . A decisão quanto à estratégia de racionamento a ser adotada é, por hipótese, tomada antes que a realização da variável  $\eta$  seja conhecida. O racionamento por via das quantidades ( $RQ$ ) será considerado uma estratégia superior ao racionamento por via dos preços ( $RP$ ), somente se possibilitar *ex-ante* um menor desvio do consumo efetivo em relação ao consumo ótimo de  $M$ , dadas as restrições (3) e (4). Nenhum valor é atribuído à escolha das estratégias *per se*: o recurso ao  $RP$  ou ao  $RQ$  é decidido inteiramente com base na sua capacidade relativa de minimizar a função perda  $L$ . Discutiremos outros fatores, excluídos na formulação do problema de controle (1) — (4), mas que afetam a escolha entre  $RP$  e  $RQ$  — como seus custos de implantação e administração, seus efeitos sobre a equidade distributiva, suas conseqüências sobre a disponibilidade futura de  $M$ , sua capacidade presumível de arrecadar impostos e sua influência sobre o estado das expectativas — na seção 2 e na última.

A utilização ótima do racionamento por via das quantidades ( $RQ$ ) consiste em determi-

nar o consumo global  $\hat{q}$ , de modo a minimizar o valor esperado de  $L$ , ou seja:

$$\text{MIN } E \{ h. (q - \bar{q} - \eta)^2 \} \quad (6)$$

$$\{ q \}$$

sujeito a (2), (3) e (5). A solução  $\hat{q}$  é

$$\hat{q} = \bar{q} \quad (7)$$

A utilização ótima do  $RQ$  consiste, por (7),

em prefixar o consumo global  $\hat{q}$  de acordo com o valor ótimo *ex-ante*  $\bar{q}$ . Observemos

## RACIONAMENTO

que (7) vale tanto se  $\bar{Q} = \infty$  quanto se as restrições (3) e (5) têm validade. Em outras palavras, o  $RQ$  é sempre factível.

Racionar o consumo por via dos preços (RP) exige que o  $p'$  anunciado pelos responsáveis pela política econômica induza uma demanda  $q'$ , tal que  $q'$  minimize o valor esperado de  $L$ . A demanda agregada por  $M$  é caracterizada simplesmente por:

$$q = \alpha - \beta p + \varepsilon \quad (8)$$

na qual  $\varepsilon$  é uma variável aleatória.  $E\{\varepsilon\} = 0$  por normalização,  $\sigma^2$  finita por hipótese,

$\alpha$  e  $\beta$  conhecidos. A decisão quanto ao preço a ser anunciado é, por hipótese, tomada antes que a realização de  $\varepsilon$  seja conhecida. Uma vez anunciado  $p'$ , o valor esperado de  $q$  é  $\alpha - \beta p'$ . Os responsáveis pela política econômica terão subestimado (superestimado) a demanda por  $M$  ao preço  $p'$ , caso a realização de  $\varepsilon$  seja uma magnitude positiva (negativa). Quanto maior  $\sigma^2$ , menor a pro-

babilidade de que o valor esperado da demanda coincida com a demanda *ex-post* observada;  $\sigma^2$  resume assim a imprevisibilidade

de da demanda por  $M$ . O parâmetro  $\alpha$  é a máxima quantidade esperada consumível pela sociedade,  $q = \alpha$  quando  $p = 0$ . Para que exista o problema de racionamento é necessário impor a condição:

$$\alpha > \bar{q} \quad (9)$$

isto é, o valor ótimo de consumo *ex-ante* deve ser menor do que a máxima quantidade consumível *ex-ante*.

A variável  $\eta$  representa a incerteza com relação ao valor ótimo  $q^*$ , ao passo que  $\varepsilon$  representa a incerteza com relação à resposta da demanda a preços dados. Uma vez que não parece existir alguma razão plausível que relacione estes dois tipos de incerteza, postularemos inicialmente que  $\eta$  e  $\varepsilon$  são independentes.

A utilização ótima do racionamento por via dos preços (RP) consiste em anunciar um preço  $p'$ , tal que a demanda por  $M$  induzida por  $p'$ , denominada  $q'$ , minimize o valor esperado de  $L$ , ou seja:

$$\text{MIN } E \left\{ h \left( \alpha - \beta p' + \varepsilon - \bar{q} - \eta \right)^2 \right\} \quad (10)$$

sujeito às restrições (2), (5) e

$$q' = \alpha - \beta p' + \varepsilon \leq \bar{Q} \quad (11)$$

A solução  $p'$ , ignorada a restrição (11), é:

$$p' = \frac{\alpha - \bar{q}}{\beta} \quad (12)$$

Em (12),  $p'$  é positivo por (9). O consumo efetivo resultante do RP é obtido pela substituição de (12) em (8):

$$q' = \bar{q} + \varepsilon \quad (13)$$

Em (13),  $q'$  é consumo efetivo induzido pelo RP. Para que o RP seja factível, é necessário que a restrição (11) não seja violada. O valor esperado de consumo é  $\bar{q}$ ; o valor efetivo discrepará de  $\bar{q}$ , dependendo da realização da variável aleatória  $\varepsilon$ . RP deixará de ser factível se o consumo efetivo exceder o limite físico máximo  $\bar{Q}$ . A probabilidade de que RP seja factível, denominada  $\Upsilon$ , é definida pela probabilidade de que a restrição (11) seja satisfeita:

$$\Upsilon = P [q' \leq \bar{Q}] \quad (14)$$

Postulando uma distribuição normal para  $\varepsilon$ ,  $\Upsilon$  é dado por:

$$\Upsilon = \Phi \left[ \frac{\bar{Q} - \bar{q}}{\sigma_\varepsilon} \right] \quad (15)$$

onde  $\Phi$  é a função acumulada da distribuição normal padronizada.

As propriedades de (15) têm interpretação intuitiva. Em primeiro lugar, para um dado valor positivo de  $\sigma^2$ ,  $\Upsilon^\varepsilon$  é uma função crescente da diferença  $\bar{Q} - \bar{q}$ , assumindo o valor mínimo de  $1/2$  quando  $\bar{Q} = \bar{q}$  e o valor máximo de  $1$  quando  $\bar{Q} = \infty$ . A diferença  $\bar{Q} - \bar{q}$  reflete, assim, o grau de folga com que opera o *RP*. O *RP* tem menor probabilidade de ser factível em situações de extrema gravidade, onde o ótimo *ex-ante* almejado  $\bar{q}$  consiste em consumir todo o estoque disponível de  $M$ . Neste caso, qualquer excesso da quantidade demandada  $q'$  em relação à quantidade esperada  $\bar{q}$ , torna o *RP* infactível. Quanto maior for a diferença entre  $\bar{Q}$  e  $\bar{q}$ , menor será a probabilidade de que os responsáveis pela política subestimem a demanda  $q'$  a ponto de  $q'$  exceder o máximo disponível para consumo  $\bar{Q}$ . O *RP* adquire probabilidade  $1$  de ser factível quando a folga é absoluta, isto é, quando  $\bar{Q} = \infty$ . Neste caso, a probabilidade de que a demanda ao preço  $p'$  seja subestimada a ponto de exceder o máximo disponível é zero, simplesmente porque inexistente qualquer restrição sobre o montante físico máximo consumível pela comunidade. Em segundo lugar, para um dado valor finito da diferença  $\bar{Q} - \bar{q}$ ,  $\Upsilon^\varepsilon$  é uma função decrescente de  $\sigma^2$ , assumindo o valor máximo  $1$  quando  $\sigma^2 = 0$  e assumindo valores desprezivelmente próximos de zero quando  $\sigma^2$  é extremamente grande (lembramos que  $\sigma^2$  é finita por hipótese). No caso extremo em que a demanda por  $M$  é perfeitamente conhecida,  $\sigma^2 = 0$  e o *RP* é inteiramente factível, qualquer que seja a extensão da folga  $\bar{Q} - \bar{q}$ . Pois, se a demanda é perfeitamente conhecida, o consumo efetivo  $q'$  coincide exatamente com o consumo de antemão esperado  $\bar{q}$  e não pode, portanto, ultrapassar o máximo disponível  $\bar{Q}$ . Quanto maior for a in-

certeza com relação a  $M$ , representada por  $\sigma^2$ , maior será a probabilidade de que o consumo efetivo  $q'$ , ao preço anunciado  $p'$ , afaste-se do valor esperado  $\bar{q}$  e ultrapasse o máximo disponível  $\bar{Q}$ , tornando assim o *RP* infactível.

A equação (15) mostra que duas condições podem, independentemente, tornar o *RP* inteiramente factível:  $\sigma = 0$  ou  $\bar{Q} = \infty$ .

A primeira condição dificilmente ocorre, exceto se se postular a onisciência dos responsáveis pela política econômica. O fato de  $\Upsilon^\varepsilon$  ser menor do que  $1$  quando  $\bar{Q} < \infty$  explica a preferência observada pelo racionamento por via das quantidades, em casos nos quais a necessidade de limitar o consumo de  $M$  é associada a restrições físicas sobre o total disponível para a comunidade. O racionamento de energia elétrica diante de catástrofes ecológicas e o racionamento de alimentos diante de bloqueios internacionais representam situações nas quais não se pode garantir a exequibilidade do racionamento por via dos preços, pois a incerteza com relação à demanda por  $M$  torna positiva a probabilidade de que a quantidade consumida tenda a ultrapassar o máximo disponível. As duas estratégias de racionamento, *RP* e *RQ*, são comparáveis somente quando  $\bar{Q} = \infty$ , isto é, quando inexistente uma restrição efetiva prefixada sobre o montante de consumo de  $M$ . O racionamento de um bem importado é exemplo de racionamento com  $\bar{Q} = \infty$ . Se o consumo  $q'$  induzido por  $p'$  exceder o consumo esperado  $\bar{q}$ , a dívida externa crescerá além do previsto; porém, enquanto existirem estoques internacionais do bem e o país não se defrontar com uma moratória, é sempre possível atender ao excesso de demanda  $q' - \bar{q}$ , aumentando as importações. Mostraremos a seguir que, mesmo na ausência de restrições físicas sobre o consumo, isto é, mesmo quando o *RP* é inteiramente factível, o *RQ* é a ele preferível.

## RACIONAMENTO

Observemos inicialmente que, em geral, nenhuma das duas estratégias de racionamento, mesmo determinadas de maneira ótima, consegue lograr um resultado ótimo. O valor ótimo  $q^*$  é *ex-post* revelado como sendo:

$$q^* = \bar{q} + \eta_i \quad (16)$$

onde  $\eta_i$  é a realização da variável aleatória

$\eta$  no período em questão. O consumo  $\hat{q}$  resultante do *RQ* é dado por (7):

$$\hat{q} = \bar{q} \quad (17)$$

ao passo que o consumo  $q'$  resultante do *RP* em (13) é *ex-post* revelado como sendo:

$$q' = \bar{q} + \varepsilon_i \quad (18)$$

onde  $\varepsilon_i$  é realização da variável aleatória  $\varepsilon$  no período em questão.

As equações (16), (17) e (18) mostram que somente por coincidência as duas estratégias de racionamento podem gerar resultados ótimos. A utilização do *RQ* conduz à

prefixação do consumo;  $\hat{q}$  é uma magnitude conhecida previamente. No entanto,

$\hat{q} = q^*$  somente se  $\eta_i = E\{\eta\} = 0$ . Já a utilização do *RP* não conduz a um controle preciso do consumo, pois  $q'$  depende das realizações da variável  $\varepsilon$ . No entanto,  $q' = q^*$  somente se  $\eta_i = \varepsilon_i$ . Nada garante, todavia, que  $\eta_i = E\{\eta\}$  ou que  $\eta_i = \varepsilon_i$ . Excluindo-se coincidências felizes, nem *RQ* nem *RP* asseguram a obtenção da quantidade ótima  $q^*$ .

Se nenhum dos esquemas de racionamento é *a priori* ótimo, o problema consiste em examinar sua eficácia relativa. A superioridade (inferioridade) do *RQ* em face do *RP* dependerá do sinal negativo (positivo) de  $x$ :

$$x = E \left\{ h(\hat{q} - q^*)^2 \right\} - E \left\{ h(q' - q^*)^2 \right\} \quad (19)$$

O primeiro termo do lado direito de (19) é o valor esperado da função perda  $L$ , utilizando-se o *RQ* de maneira ótima; o segundo termo é o valor esperado de  $L$ , utilizando-se *RP* de maneira ótima. Se  $x$  for positivo (negativo) a perda decorrente do *RQ* será maior (menor) do que a perda decorrente do *RP*, e assim *RP* (*RQ*) será preferível.

Substituindo (4), (7) e (13) em (19) obtemos:

$$x = -h \frac{\sigma^2}{\varepsilon} < 0 \quad (20)$$

A expressão (20) mostra que o *RQ* é, em geral, mais eficaz do que o *RP*. A vantagem relativa do *RQ* só desaparece quando  $\sigma^2 = 0$ ,

ou seja, quando os responsáveis pela política econômica conhecem perfeitamente a demanda por  $M$ . Somente quando  $\sigma^2 = 0$  as

duas estratégias de racionamento são igualmente atrativas; a menos, como dissemos, que se postule a onisciência dos responsáveis pela política econômica, a estratégia *RQ* é preferível à estratégia *RP*.

Há uma interpretação intuitiva do resultado (20). A perda esperada decorrente da utilização do *RQ* é:

$$E \left\{ h(\hat{q} - q^*)^2 \right\} = h \frac{\sigma^2}{\eta} \quad (21)$$

ao passo que a perda esperada utilizando-se o *RP* é:

$$E \left\{ h(q' - q^*)^2 \right\} = h \left[ \frac{\sigma^2}{\eta} + \frac{\sigma^2}{\varepsilon} \right] \quad (22)$$

O *RQ* decide diretamente sobre a quantidade consumida. Não é surpreendente que a perda esperada em (21), abstraindo o parâmetro de escala  $h$ , decorra somente da incerteza quando ao valor ótimo do consumo:

tal perda será tanto maior quanto maior for a variância  $\sigma^2$ , que reflete precisamente a in-

certeza com relação a  $q^*$ . Por sua vez, o RP decide indiretamente sobre a quantidade consumida. Uma vez anunciado o preço  $p'$ , a quantidade efetivamente consumida será maior ou menor do que a esperada ao preço  $p'$  dependendo da realização da variável  $\epsilon$ . À incerteza quanto ao consumo ótimo  $q^*$ , captada por  $\sigma^2$ , acrescenta-se a incerteza quanto ao consumo efetivo, captada por  $\sigma^2$ .

Não é surpreendente que a perda esperada em (22) exceda a perda esperada em (21), precisamente por  $\sigma^2 \cdot h$ . A incerteza

quanto ao consumo ótimo afeta igualmente a eficácia das duas estratégias de racionamento. Se a demanda é perfeitamente conhecida, ou seja, se  $\sigma^2 = 0$ , tanto faz orde-

nar diretamente o consumo  $\bar{q}$  por um sistema qualquer de distribuição de quotas ou cupons, como anunciar um preço tal que a quantidade consumida seja exatamente  $\bar{q}$ ; neste caso, é indiferente escolher entre RQ e RP. Mas, se existe incerteza com relação à demanda, isto é, se  $\sigma^2 > 0$ , ordenar di-

retamente a quantidade que minimiza a perda esperada traz mais precisão à política econômica do que anunciar um preço e deixar ao mercado a determinação da quantidade consumida àquele preço. A perda relativa de precisão, calculada em (20), será tanto maior quanto maior for a variância  $\sigma^2$  e

quanto maior for o parâmetro  $h$ . Isto é, quanto mais imprevisível for a demanda e quanto maior for o custo associado a uma dada discrepância entre o consumo efetivo e o consumo ótimo, maior será a superioridade *ex-ante* do racionamento por via das quantidades em face do racionamento por via dos preços.

Se  $\epsilon$  e  $\eta$  não são distribuídos independentemente, a covariância entre  $\epsilon$  e  $\eta$ , denomi-

nada COV ( $\epsilon$ ,  $\eta$ ), pode não ser zero e (20) modifica-se para:

$$x = -h \cdot \left[ \sigma^2 - 2 \cdot \text{COV}(\epsilon, \eta) \right] \quad (23)$$

Em (23), o racionamento por via dos preços é uma estratégia superior ao racionamento por via das quantidades, se e somente se:

$$\text{COV}(\epsilon, \eta) > \frac{\sigma^2}{2} \quad (24)$$

A interpretação da condição (24) é evidente. Quando a covariância é positiva, a eventual subestimação (ou superestimação) do consumo efetivo ao preço  $p'$  é, *grosso modo*, acompanhada por uma subestimação (ou superestimação) do consumo ótimo. Os erros em atingir o alvo são, intuitivamente falando, acompanhados por deslocamentos na mesma direção do próprio alvo. A relativa falta de precisão do racionamento por via dos preços em atingir o alvo  $q^*$ , oriunda da imprevisibilidade da demanda, é assim compensada em certa medida. Os termos em que ocorre esta compensação estão dados em (24). Quanto mais imprevisível é a resposta da demanda ao preço anunciado  $p'$  (isto é, quanto maior é o lado direito de (24), uma vez que  $\sigma^2$  reflete o grau de incerteza

com relação à demanda), mais intensa deve ser a covariância entre  $\epsilon$  e  $\eta$  (isto é, maior deve ser o lado esquerdo) para que o racionamento por via dos preços seja uma estratégia superior ao racionamento por via das quantidades. Por outro lado, em (23) a desvantagem do racionamento por via dos preços é ainda maior do que a calculada em (20) se a covariância é negativa. Neste caso, os erros em atingir o alvo, decorrentes da adoção do racionamento por via dos preços são acentuados por deslocamentos na direção oposta do próprio alvo. Uma vez que  $\epsilon$  e  $\eta$  refletem as incertezas dos responsáveis pela política econômica com relação a fenômenos, em princípio, de ordens distintas, não há nada que justifique supor

## RACIONAMENTO

um valor positivo ou negativo para a covariância entre  $\epsilon$  e  $\eta$ . Sob a hipótese de independência, (20) vale e a superioridade do racionamento por via das quantidades fica demonstrada.

### 2. Algumas Extensões

O modelo da seção 1 ignora uma vasta gama de considerações, que por vezes atenuam e por vezes intensificam a superioridade relativa do racionamento por via das quantidades. O propósito desta seção é minorar esta lacuna. Antes, todavia, de entendermos o modelo da seção 1, vale a pena assinalar explicitamente algumas limitações, para evitarmos interpretações apresadas do argumento apresentado.

Inicialmente, observemos que a análise das estratégias de racionamento na seção 1 é aparentemente análoga à polêmica sobre a equivalência entre o sistema de preços em uma economia capitalista competitiva e o sistema de planejamento em uma economia socialista planejada. Não se trata, aqui, de comparar dois sistemas econômicos, mas sim de comparar dois modos de regular um mesmo sistema (o capitalista). Os problemas de racionamento nas economias socialistas são de natureza distinta (Kornai, 1979).

Observemos também que a análise das estratégias de racionamento na seção 1 nada implica no debate sobre a extensão ideal da intervenção estatal em uma economia capitalista. Nunca é demais lembrar que tanto preço, quanto quantidade, nessa análise, são sempre variáveis controladas pelo Estado. Preço é o preço administrado pelo Estado; quantidade é a quantidade global de consumo fixado pelo Estado. Foge ao escopo deste trabalho avaliar os méritos e deméritos da regulação estatal. O problema em questão não é saber se o Estado deve ou não regular o consumo de mercadorias de consumo final e de difícil substituição diante de choques de oferta, mas sim qual estratégia de regulação deve ser adotada, sob o pressuposto de que a acomoda-

ção do choque de oferta é um assunto pertinente à esfera da ação estatal. Trata-se, sem dúvida, de um pressuposto polêmico — sua relevância empírica parece, todavia, ser dificilmente questionável.

O modelo da seção 1 ignora os custos de administração das duas estratégias de racionamento. Este fator atua no sentido de reverter o resultado básico obtido em (20). É mais custoso elaborar e controlar um esquema quantitativo de alocação e distribui-

ção da quantidade global  $\hat{q}$  entre os  $N$  consumidores do que remarcar preços administrados. O diferencial de custos administrativos em favor do racionamento por via dos preços tende a ser particularmente elevado nos momentos iniciais do racionamento, dadas as dificuldades de implantação do racionamento por via das quantidades. O significado do diferencial de custos é, portanto, menor quanto maior for a vigência esperada do racionamento. Estas considerações podem ser facilmente incorporadas no modelo da seção 1. Seja  $T$ ,  $t = 0, 1, \dots, T$ , o número esperado de períodos de vigência do racionamento. Seja  $\rho$  a taxa de descon-

to inter-temporal. Sejam  $c'(t)$  e  $\hat{c}(t)$  os custos administrativos do racionamento por via dos preços e por via das quantidades, respectivamente, no período  $t$ . Os custos administrativos incorridos na escolha de uma das estratégias de racionamento serão simplesmente adicionados à função perda  $L$ . Supondo que o racionamento por via dos preços é inteiramente factível, a vantagem (ou desvantagem) comparativa do racionamento por via das quantidades, em face do racionamento por via dos preços, é agora dada por  $x'$ :

$$x' = E \left\{ \sum_{t=0}^T [h (\hat{q} - q^*)^2 + \hat{c}(t)] (1 + \rho)^{-t} - E \left\{ \sum_{t=0}^T [h (q' - q^*)^2 + c'(t)] (1 + \rho)^{-t} \right\} \right\} \quad (25)$$



Postulando a independência de  $\epsilon$  e  $\eta$ ,  $x'$  pode ser reescrito utilizando-se (21) e (22):

$$x' = \sum_{t=0}^T E \left\{ \hat{c}(t) - c'(t) \right\} (1+\rho)^{-t} - h \sigma_{\epsilon}^2 \sum_{t=0}^T (1+\rho)^{-t} \quad (26)$$

Observemos que  $x'$  em (26) reduz-se a  $x$  em (20), quando  $\hat{c}(t) = c'(t) = 0$  para todo  $t$  (isto é, quando as estratégias de racionamento não têm custos administrativos) e quando  $T = 0$  (isto é, quando a decisão sobre a estratégia a ser adotada tem o horizonte de um período). Estas foram, com efeito, hipóteses do modelo da seção 1. O primeiro termo do lado direito de (26) é o valor presente esperado do diferencial de custos administrativos, denominado  $C$ . Quando  $C = 0$ , a vantagem comparativa do racionamento por via das quantidades cresce com a duração esperada do racionamento (captada pelo parâmetro  $T$ ) e é afetada negativamente pelo parâmetro  $\rho$  (quanto menor a importância atribuída ao futuro, menor a vantagem comparativa esperada do racionamento por via das quantidades). É razoável esperar que  $C$  seja uma magnitude positiva. Mesmo que os custos de manutenção e controle das duas estratégias sejam aproximadamente iguais, isto é, mesmo que  $\hat{c}(t) = c'(t)$  para  $t \geq 1$ , a diferença inicial na fase de implantação é suficiente para assegurar um valor positivo para  $C$ . Uma vez que não se pode determinar em princípio o valor de  $x'$ , somente a investigação empírica poderá determinar se os maiores custos relativos de administração do racionamento por via das quantidades (ou seja,  $C$ ) pesam em (26), a ponto de compensarem a perda relativa de precisão do racionamento por via dos preços (ou seja,  $h \sigma_{\epsilon}^2 \sum_{t=0}^T (1+\rho)^{-t}$ ), tornando-o uma estratégia preferível ao racionamento por via das quantidades.

O modelo da seção 1, ademais, pressupõe que a política econômica tenha somente um objetivo: controlar o consumo global de  $M$ . Embora tal objetivo seja predominante nos problemas de racionamento, muitas vezes há metas secundárias de política que podem afetar a escolha entre as duas estratégias de racionamento, tais como maximizar a arrecadação, obter mais equidade distributiva, estimular a oferta futura de  $M$  ou de seus substitutos ou manter expectativas favoráveis ao investimento. Analisaremos mais adiante a vantagem comparativa das duas estratégias, no caso de a maximização da receita tributária ser o objetivo secundário da política. Para preparar essa discussão, devemos agora especificar o racionamento por via das quantidades e enunciar a hipótese de separabilidade entre meta principal e meta secundária da política.

Razões de ordem político-prática tendem a tornar inviáveis esquemas muito sofisticados de implementação do racionamento por via das quantidades. Dois esquemas polares de distribuição têm sido privilegiados pela experiência: quotas intransferíveis e cupons negociáveis. O primeiro esquema de distribuição consiste em prefixar diretamente o montante consumido por cada consumidor, concedendo-lhe o direito de consumir uma quota  $q_i$  a um dado custo. O segundo esquema de distribuição concede a cada consumidor, a um dado custo, o direito de adquirir um cupom que totaliza  $q_i$  da mercadoria  $M$ , permitindo a posterior renegociação dos cupons no mercado paralelo. Nos dois casos, o total consumido é fixado de antemão pela soma do total de quotas ou de cupons.

Observemos que algumas formas de racionamento implicam a existência de demanda reprimida por  $M$ , ao passo que outras não o fazem. Por exemplo, tanto o racionamento por via dos preços, quando não há restrição física sobre o estoque disponível de  $M$ , quanto o racionamento por via das quantidades na forma de cupons negociáveis não implicam demanda reprimida por  $M$ . Em contraste, tanto o racionamen-

to por via dos preços, no caso em que a demanda ao preço  $p'$  excede o máximo disponível  $\bar{Q}$ , quanto o racionamento por via de quotas, no caso em que, ao custo fixado para a quota, algum consumidor gostaria de ultrapassar o consumo permitido por sua quota, fornecem exemplos de racionamento no qual existe demanda reprimida por  $M$ . A literatura macroeconômica de desequilíbrio utiliza o termo "racionamento" para designar a ocorrência de situações de demanda reprimida em um ou mais mercados, tendo como foco de interesse o estudo da compatibilização geral entre mercados (para um exemplo recente, veja Svensson, 1980). Assim, a coincidência no uso do termo "racionamento" não deve ser interpretada como sinal de uma coincidência de preocupações com a literatura macroeconômica de desequilíbrio. No estudo aqui empreendido, algumas formas de racionamento implicam demanda reprimida ao passo que outras não o fazem. além disso, o foco de interesse está restrito ao controle do montante global de consumo em um dado mercado, desprezando-se, por opção metodológica, as interações entre os vários mercados.

A existência de metas secundárias de política torna extremamente complexa a comparação das duas estratégias de racionamento. Postularemos, a seguir, a separabilidade entre meta principal e meta secundária. Sob a hipótese de separabilidade, cada estratégia é, em primeiro lugar, ajustada otimamente para atender à meta principal — regular o consumo global de  $M$  — e somente em um segundo passo é ajustada otimamente para atender à meta secundária. Em outras palavras, a obtenção da meta secundária não pode afetar os resultados pertinentes à meta principal. Assim, na explanação que segue o preço  $p'$  da estratégia de preços é dado por (12) na seção 1 e a quantidade  $\hat{q}$  da estratégia de quantidades é dada por (7). Trata-se de uma hipótese forte, porém defensável, quando aplicada a problemas cuja própria razão de ser está corporificada na meta principal.

Examinaremos, então, a eficácia relativa das duas estratégias, sob o pressuposto de que a maximização da receita tributária constitui a meta secundária de política. O primeiro passo para tanto consiste em derivar a arrecadação do racionamento por via dos preços. O custo unitário de  $M$  para o Estado é  $\Theta$ . Se  $M$  é produzida pelo Estado,  $\Theta$  é o custo de produção; se  $M$  é produzida pelo capital privado,  $\Theta$  é o preço pago aos produtores; se  $M$  é um bem importado,  $\Theta$  é dado pelo preço internacional e pela taxa de câmbio. Postularemos, por simplicidade, que inexistente qualquer restrição física sobre o total disponível de  $M$ . Sob a hipótese de separabilidade,  $p'$  é dado por (12). Se  $p' > \Theta$ ,  $p' - \Theta$  é a arrecadação unitária oriunda da estratégia de preços; se  $p' < \Theta$ ,  $\Theta - p'$  é o subsídio unitário decorrente da adoção da estratégia de preços. Nas expressões seguintes, descrevemos os subsídios como valores negativos da arrecadação. A magnitude efetiva *ex-post* da arrecadação tributária na estratégia de preços é:

$$q' (p' - \Theta) = (p' - \Theta) (\bar{q} + \epsilon) \quad (27)$$

onde a igualdade deriva de (13). O valor esperado da arrecadação da estratégia de preços, denominado  $T(p)$ , é dado em (28) abaixo:

$$T(p) = E \{ q' (p' - \Theta) \} = (p' - \Theta) \cdot \bar{q} \quad (28)$$

A comparação entre (27) e (28) mostra que a arrecadação (se  $p' > \Theta$ ) ou o subsídio (se  $p' < \Theta$ ) efetivos serão maiores ou menores do que o esperado sempre que a resposta da demanda ao preço  $p'$  for surpreendentemente intensa ou surpreendentemente fraca.

O segundo passo deste exame consiste em examinar a arrecadação oriunda da estratégia de quantidades na forma "cupons". Estudaremos a seguir a arrecadação da estratégia de quantidades na forma "quotas", lembrando que, sob a hipótese de separabilidade tanto o total distribuído por quotas quanto por cupons é dado por (7).

Seja  $v$  o custo unitário de  $M$  cobrado sobre o cupom, ou, abreviadamente, o custo do cupom. Se  $v > \Theta$ ,  $v - \Theta$  é a arrecadação unitária obtida; se  $v < \Theta$ ,  $\Theta - v$  é o subsídio unitário concedido. Seja  $q_i$ , o cupom do  $i$ -ésimo consumidor, sob a hipótese de separabilidade, o total de cupons distribuídos é dado por (7):

$$\sum_{i=1}^N q_i = \hat{q} = \bar{q} \quad (29)$$

Nada obriga o consumidor a exercer seu direito de retirar integralmente seu cupom  $q_i$  ao custo  $v$ . Para que a quantidade total consumida seja de fato  $\bar{q}$ , é necessário que o custo  $v$  induza os  $N$  consumidores a retirarem integralmente seus cupons. Se todos o fizerem, a arrecadação global é dada por (30):

$$\sum_{i=1}^N (v - \Theta) q_i = (v - \Theta) \bar{q} \quad (30)$$

Seja  $q_i^d(v)$  a demanda desejada do  $i$ -ésimo consumidor ao custo  $v$ ,  $q_i^d(v)$  reflete tanto a necessidade subjetiva quanto a disponibilidade objetiva de recursos do consumidor  $i$ . Por (8), temos que:

$$\sum_{i=1}^N q_i^d(v) = \alpha - \beta v + \varepsilon \quad (31)$$

Seja  $A$  o conjunto de  $N_A$  consumidores para os quais  $q_i^d(v) > q_i$ ; seja o conjunto de consumidores para os quais  $q_i > q_i^d(v)$ ,  $N_A$  e  $N_B$ , sendo inteiros, não negativos. Todo consumidor  $i \in A$  tem seu consumo restringido pelo seu cupom; todo consumidor  $i \in B$  tem direito a um cupom que excede seu consumo desejado. Postularemos, por simplicidade, que  $N_A + N_B = N$ ; ou seja, não existe consumidor cujo consumo desejado seja exatamente igual ao seu cupom. Ordenemos, sem perda de generalidade, os  $N$  consumidores, de modo que  $i \in A$  para  $i=1, \dots, N^*$  e  $i \in B$  para  $i = N^* + 1, \dots, N$ , onde  $N^* = N_A$ . É razoável supor que  $q_i^d(v)$  seja uma função contínua decrescente de  $v$

para todo  $i$ . Sob tal hipótese,  $N^*$  é uma função decrescente de  $v$ , denominada  $N^*(v)$ , na qual  $N^*(v) = 0$  para valores extremamente elevados de  $v$  e  $N^*(v) = N$  para valores extremamente baixos de  $v$ . Como  $N^*$  só assume valores inteiros, ao passo que  $v$  é uma grandeza definida sobre o *continuum*, nem toda variação de  $v$  acarreta uma variação em  $N^*$ ; todavia, é sempre verdade que, para dois valores quaisquer  $v_1$  e  $v_2$  de  $v$ , se  $N^*(v_1) > N^*(v_2)$  então  $v_1 < v_2$ . Se todos os  $N$  consumidores tiverem idênticas necessidades, a distribuição de recursos for uniforme e os cupons forem alocados equitativamente

entre os  $N$  consumidores (i. é,  $q_i = \frac{\bar{q}}{N}$  para todo  $i$ ), então  $N^*$  só pode assumir dois valores:  $0$  ou  $N$ . A parte casos extremos,  $N^*$  assume os valores intermediários  $1, 2, \dots, N - 1$ . A análise seguinte é feita sob a hipótese geral de que  $N^*$  assume todos os valores inteiros  $0, 1, \dots, N - 1, N$ , à medida que  $v$  diminui.

Postulemos, por simplicidade, que os custos de transação envolvidos em comprar o cupom e revendê-lo são nulos para os  $N$  consumidores. O consumidor  $i > N^*$  exercerá, assim, seu direito de adquirir a parcela não desejada do seu cupom,  $q_i - q_i^d(v)$ , desde que o preço de renegociação seja igual ou superior ao custo do cupom. Se  $N^* = N$ , todos os consumidores retirarão integralmente seus cupons. A quantidade consumida é  $\bar{q}$ , podendo haver renegociação posterior dos cupons no mercado paralelo, a um preço evidentemente superior ao custo  $v$  do cupom. Se  $N^* = 0$ , nenhum consumidor retirará integralmente seu cupom. A quantidade total consumida é inferior a  $\bar{q}$  e o mercado paralelo de renegociação desaparece. Se  $0 < N^* < N$ , a quantidade total consumida pode ou não ser inferior a  $\bar{q}$ . Cada consumidor  $i < N^*$  demandará cupons no mercado paralelo, no montante  $q_i^d(v) - q_i$ . A oferta máxima de cupons no mercado paralelo é dada por  $\sum_{i=N^*+1}^N (q_i - q_i^d(v))$ . Se:

## RACIONAMENTO

$$\sum_{i=1}^N (q_i^d(v) - q_i) \geq \sum_{i=N^*+1}^N (q_i - q_i^d(v)) \quad (32)$$

haverá um excesso de demanda positivo ou nulo no mercado paralelo, criando um ágio positivo ou nulo do preço de renegociação sobre o custo do cupom. O total consumido será  $\bar{q}$ . Se:

$$\sum_{i=1}^{N^*} (q_i^d(v) - q_i) < \sum_{i=N^*+1}^N (q_i - q_i^d(v)) \quad (33)$$

todos os consumidores  $i \leq N^*$  satisfarão sua demanda ao custo  $v$ , sem que isto leve todos os consumidores  $i > N^*$  a retirarem integralmente seus cupons. A quantidade total consumida é, portanto, inferior a  $\bar{q}$ . Todas estas possibilidades estão formalmente representadas na equação (34). Nestas, a quantidade total consumida,  $q(v)$ , depende do custo  $v$  fixado sobre o cupom.

$$q(v) = \sum_{i=1}^{N^*(v)} q_i + \sum_{i=N^*(v)+1}^N q_i^d(v) + \text{Mínimo} \left\{ \sum_{i=1}^{N^*(v)} [q_i^d(v) - q_i], \sum_{i=N^*(v)+1}^N [q_i - q_i^d(v)] \right\} \quad (34)$$

É trivial verificar que quando  $v$  é tal que  $N^*(v) = 1$ ,  $q(v) = \bar{q}$  em (34). Por outro lado,  $q(v) < \bar{q}$  quando  $N^*(v) = 0$ . A condição necessária e suficiente para assegurar  $q(v) = \bar{q}$  em (34) é dada pela desigualdade:

$$\sum_{i=1}^{N^*(v)} [q_i^d(v) - q_i] \geq \sum_{i=N^*(v)+1}^N [q_i - q_i^d(v)] \quad (35)$$

Se (35) valer,  $q(v) = \bar{q}$ . Se (35) não valer  $q(v)$  é dado por (36):

$$q(v) = \sum_{i=1}^N q_i^d(v) = \alpha - \beta + \varepsilon \quad (36)$$

onde a última passagem deriva de (31).

A interpretação da condição (35) é evidente. Todos os cupons  $q_i$  serão retirados ao custo  $v$ , se a demanda residual dos consumidores com consumo restringido pelo seu cupom exceder ou igualar a oferta residual dos consumidores cujo consumo desejado é inferior ao seu cupom. O excesso de demanda positivo ou nulo incentiva os consumidores cujo consumo desejado é inferior ao seu cupom a retirá-lo integralmente, visando a revender o excedente no mercado paralelo. Assim, os dois tipos de consumidores retiram integralmente seus cupons e o consumo global totaliza  $\bar{q}$ . É bom observar que se o custo de transação for positivo, as condições (32) e (33) deveriam ser modificadas, pois os consumidores só retirariam seu cupom para revenda caso o ágio do preço de renegociação sobre o custo do cupom excedesse o custo de transação por unidade de  $M$ . Lembremos que, por simplicidade, postulamos anteriormente que os custos de transação são zero. A adaptação da análise para o caso em que os custos de transação são positivos será facilmente realizada pelo leitor.

Reagrupando termos e utilizando (29) e (31), podemos obter uma expressão alternativa da condição (35):

$$\alpha - \beta v + \varepsilon \geq \bar{q} \quad (35')$$

Se (35') valer,  $q(v) = \bar{q}$ . Se (35') não valer,  $q(v)$  é dado por (34). O consumo global esperado para um dado custo do cupom, denominado  $E\{q(v)\}$ , é, portanto, dado em (37):

$$E \{q(v)\} = \bar{q} \int_{\bar{q} - \alpha + \beta v}^{\infty} \psi(\epsilon) d\epsilon + \int_{-\infty}^{\bar{q} - \alpha + \beta v} (\alpha - \beta v + \epsilon) \psi(\epsilon) d\epsilon \quad (37)$$

onde  $\psi(\epsilon)$  é a função densidade normal de  $\epsilon$ , com média zero e variância  $\sigma^2$ . Di-

ferenciando (37), obtemos:

$$\frac{\partial E \{q(v)\}}{\partial v} = \beta \cdot \Phi \left[ -\frac{\bar{q} - \alpha + \beta v}{\sigma} \right] < 0 \quad (38)$$

onde  $\Phi$  é a função acumulada da distribuição normal padronizada. Em (38), quanto maior é o custo do cupom, menor é o consumo global esperado. A fixação de  $v$  pode, assim, ameaçar o controle do consumo global de  $M$ , meta principal da política. Seja  $z$  a probabilidade de que (35') tenha validade ou a probabilidade de que o consumo global seja efetivamente  $\bar{q}$ .

$$z = 1 - \Phi \left[ \frac{\bar{q} - \alpha + \beta v}{\sigma} \right] \quad (39)$$

Em (39), quanto maior é  $v$ , maior é a probabilidade de que o consumo efetivo seja inferior a  $\bar{q}$ . O valor desejado de  $z$  pode ser interpretado como uma medida do risco que os responsáveis pela política estão dispostos a incorrer no que tange à meta principal da política. Quanto maior é o valor desejado de  $z$ , menor é o risco de que o consumo difira do valor ótimo que soluciona o problema de controle (1) - (4). Quando os responsáveis pela política são indiferentes à possibilidade de que o custo do cupom seja elevado demais para induzir os  $N$  consumidores a retirarem seus cupons,  $z = 0,5$ ; quando preferem evitar tal possibilidade,

$z > 0,5$ . Reescrevendo (39), podemos expressar  $v$  em termos do valor desejado de  $z$ :

$$v(z) = \frac{\alpha - \bar{q}}{\beta} + \frac{\sigma}{\beta} \Phi^{-1} [1 - z] \quad (40)$$

ou, utilizando (12):

$$v(z) - p' = \frac{\sigma}{\beta} \Phi^{-1} [1 - z] \quad (41)$$

Em (40), quanto maior é o valor desejado de  $z$ , menor o custo  $v$  a ser fixado para os cupons. Em particular,  $v(z) = -\infty$  quando  $z = 1$ : o custo do cupom deve ser infinitamente negativo quando os responsáveis pela política desejam ter certeza absoluta de que a quantidade consumida será  $\bar{q}$ . É bastante razoável postular que o valor desejado de  $z$  nunca é inferior a 0,5, isto é, que os responsáveis pela política não preferem que o consumo global difira de  $\bar{q}$ , uma vez que  $\bar{q}$  é a solução ótima do problema de controle (1) - (4):

$$0,5 \leq z \leq 1 \quad (42)$$

Em (42), quando os responsáveis pela política são indiferentes à possibilidade de que nem todos os consumidores retirem seus cupons,  $z = 0,5$ , quando a preferem  $0,5 < z < 1$  e quando preferem absolutamente afastar esta possibilidade  $z = 1$ . Se  $0,5 < z < 1$ , vemos em (40) que quanto maior for  $\sigma^2$ , menor será  $v(z)$  para um dado  $z$ .

Quanto mais imprevisível é a demanda, menor deve ser o custo do cupom necessário para assegurar uma dada probabilidade de que o consumo seja efetivamente  $\bar{q}$ . Sob os limites (42), vemos em (41) que  $p' > v(z)$  para  $z > 0,5$ ,  $p' = v(z)$  somente quando  $z = 0,5$ . Quanto mais os responsáveis pela política desejarem evitar discrepâncias do consumo efetivo em face da meta  $\bar{q}$ , maior será a diferença entre o preço anunciado da estratégia de preços e o custo fixado para o cupom da estratégia de

## RACIONAMENTO

quantidades. Esta diferença só se anula quando os responsáveis pela política são indiferentes à possibilidade de discrepância entre o consumo efetivo e a meta  $\bar{q}$ .

Substituindo (40) em (35), podemos expressar o consumo global esperado como função do valor desejado de  $z$ :

$$E \{q(z)\} = \bar{q} + A(z) \quad (43)$$

onde

$$A(z) = \int_{-\infty}^{\sigma_\varepsilon} \frac{\phi^{-1}(1-z)}{(\varepsilon - \sigma_\varepsilon) \phi^{-1}(1-z)} \psi(\varepsilon) d\varepsilon \quad (44)$$

A arrecadação global esperada do racionamento por via das quantidades na forma cupons, denominada  $T(q; \text{cupons})$ , é dada por (45), como uma função de  $z$ :

$$T(q; \text{cupons}) = \frac{[v(z) - \Theta]}{E \{q(z)\}} \quad (45)$$

Podemos agora comparar a arrecadação esperada das duas estratégias. Trata-se de saber se, sob os limites (42), a magnitude (45) é maior, menor ou igual à magnitude (28). Sabemos que  $p'$  é dado em (12) e que  $v(z)$  é dado em (40). Não há, todavia, qualquer restrição *a priori* sobre o valor de  $\Theta$ . A tabela 1 ilustra as várias possibilidades.

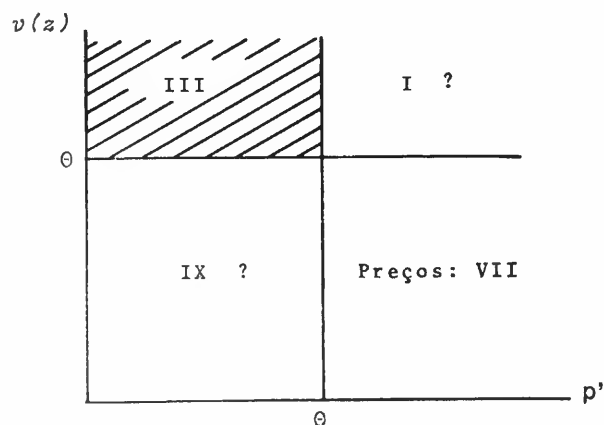
TABELA 1

	$p' - \Theta > 0$	$p' - \Theta = 0$	$p' - \Theta < 0$
$v(z) - \Theta > 0$	I ?	II	III
$v(z) - \Theta = 0$	IV preços	V indiferente	VI
$v(z) - \Theta < 0$	VII preços	VIII preços	IX ?

As relações da tabela 1 podem ser vistas também no gráfico 1.

Observemos inicialmente que as regiões II, III e IV são incompatíveis com os limites

GRÁFICO 1



(42), uma vez que implicam  $v(z) > p'$ . Na região V, as duas estratégias têm a mesma arrecadação esperada, pois  $v(z) - \Theta = 0$  e  $p' - \Theta = 0$  implicam  $T(p) = T(q; \text{cupons}) = 0$ . É, portanto, indiferente optar pela estratégia de preços ou pela estratégia de quantidades na forma cupons. Na região V,  $p' = v(z)$  e, portanto,  $z = 0,5$ . Já nas regiões IV, VII e VIII, onde  $p' > v(z)$  e, portanto,  $z > 0,5$ , é sempre preferível optar pela estratégia de preços. Na região IV,  $T(q; \text{cupons}) = 0$  ao passo que  $T(p) > 0$ . Na região VII,  $T(q; \text{cupons}) < 0$ , enquanto  $T(p) > 0$ . Na região VIII,  $T(p) = 0$ , mas  $T(q; \text{cupons}) < 0$ . Assim, as duas regiões onde poderia eventualmente haver uma superioridade do racionamento por vias das quantidades são I e IX. Em I, as duas estratégias apresentam uma arrecadação tributária positiva; em IX, as duas estratégias levam à concessão de subsídios.

Seja  $\Delta$  o diferencial de arrecadação das duas estratégias:

$$\Delta = T(q; \text{cupons}) - T(p) \quad (46)$$

Tanto na região I quanto na região IX, a estratégia de quantidades só será superior à estratégia de preços se  $\Delta$  for positivo. Substituindo (28) e (45) em (46) e utilizando (43), podemos escrever  $\Delta$  como a seguinte função de  $z$ :

$$\Delta(z) = - [p' - v(z)] \bar{q} + [v(z) - \Theta] A(z) \quad (47)$$

Na região I, o custo de obtenção de  $M$  é suficientemente baixo para possibilitar a arrecadação de impostos sob as duas estratégias. Como  $v(z) - \Theta > 0$ ,  $z < 1$ , uma vez que  $v(1) = -\infty$ . Calculando a função  $A(z)$  dada em (44), vemos que  $A(z) < 0$  para  $z < 1$ ; logo, na região I,  $\Delta(z) < 0$ . A estratégia de preços apresenta, assim, uma arrecadação esperada maior do que a estratégia de quantidades.  $\Delta(z)$  é negativo, mesmo quando  $z = 0,5$ :

$$\Delta(0,5) = [v(0,5) - \Theta] A(0,5) \quad (48)$$

pois  $A(0,5) < 0$ . O fato de que  $\Delta(0,5)$  seja negativo decorre de uma assimetria das duas estratégias diante de valores inesperados da demanda. Sabemos por (41) que  $z = 0,5$  implica  $p' = v(z)$ . A arrecadação unitária das duas estratégias é, portanto, a mesma; a diferença na arrecadação global só pode, então, resultar da quantidade demandada sob as duas estratégias. Se a demanda é inesperadamente fraca ( $\varepsilon < 0$ ), as duas estratégias são igualmente afetadas. Na estratégia de preços, a demanda ao preço  $p' (= v)$  é inferior ao valor esperado  $\bar{q}$ ; similarmente, na estratégia de quantidades a demanda por cupons ao custo  $v (= p')$  é inferior ao total de cupons emitidos ( $= \bar{q}$ ). A assimetria surge quando a demanda é surpreendentemente intensa ( $\varepsilon > 0$ ). Na estratégia de quantidades, a arrecadação nunca excede  $(v(z) - \Theta) \cdot \bar{q}$ ; o excesso de deman-

da se traduz em um elevado ágio do preço de renegociação sobre o custo do cupom. Já na estratégia de preços, o excesso de demanda se traduz em uma arrecadação surpreendentemente elevada, a saber,  $(p' - \Theta) \cdot (\bar{q} + \varepsilon)$  — veja (27) — maior, portanto, que a arrecadação esperada  $(p' - \Theta) \cdot \bar{q}$ . Do ponto de vista da arrecadação, o racionamento por via dos preços permite, assim, tirar algum proveito do fato de ter-se subestimado a demanda. Esta assimetria explica a superioridade *ex-ante* da estratégia de preços, mesmo quando o custo do cupom é equiparado ao preço anunciado.

O panorama da região I modifica-se quando consideramos a região IX. Em IX, o custo de obtenção de  $M$  é elevado o suficiente para obrigar o Estado a subsidiar o consumo sob as duas estratégias. Vemos imediatamente em (48) que  $\Delta(0,5) > 0$ , pois em IX  $v(z) < \Theta$ . Examinando (47) cuidadosamente, vemos que  $\Delta(z)$  diminui à medida que  $z$  aumenta de 0,5 a 1, tornando-se negativo para valores suficientemente elevados de  $z$  (veja o Apêndice). A estratégia de quantidades é, portanto, superior à estratégia de preços para valores relativamente baixos de  $z$ . A interpretação deste resultado não oferece dificuldades. Quando  $z = 0,5$ ,  $p' = v(z)$ . O subsídio por unidade de  $M$  é o mesmo. A assimetria discutida acima tem agora o significado oposto: quando a demanda é surpreendentemente intensa, o volume total de subsídio concedido pela estratégia de preços é maior do que o esperado, ao passo que o volume concedido pela estratégia de quantidades nunca excede  $[\Theta - v(z)] \cdot \bar{q}$  uma vez que o total distribuído de cupons é prefixado. À medida que  $z$  aumenta, surgem dois efeitos. O primeiro é a diminuição do custo fixado para o cupom e aumento conseqüente do subsídio por unidade de  $M$ . O segundo é que, ao diminuir o custo do cupom, aumenta a quantidade total de cupons demandada, o que por sua vez expande o total concedido de subsídios. Assim, à medida que  $z$  aumenta, cresce o montante do subsídio concedido

## RACIONAMENTO

sob a estratégia de quantidades. Para valores suficientemente elevados de  $z$ , este montante ultrapassa o montante da estratégia de preços, tornando esta última preferível do ponto de vista da meta tributária.

Em resumo, o único caso em que a estratégia de quantidades (forma cupons) revela-se superior à estratégia de preços ocorre diante da conjunção de duas hipóteses:

- a.  $\Theta$  relativamente elevado (vale dizer, região IX do quadro 1).
- b.  $z$  relativamente reduzido (vale dizer,  $z < z^c$ , onde  $z^c$  é definido no Apêndice).

Embora nada possa ser dito, em princípio, sobre a relevância empírica desta particular conjunção dos valores de  $\Theta$  e de  $z$ , não devemos perder de vista que, sob os limites (42), a estratégia de preços apresenta uma eficácia superior ou equivalente à estratégia de quantidades (forma cupons) para todas as demais conjunções dos parâmetros  $\Theta$  e  $z$ . Assim, é razoável dizer que o racionamento por via dos preços é, em geral, preferível ao racionamento por via das quantidades (forma cupons) no qual tange à capacidade de arrecadação tributária.

Resta analisarmos a arrecadação do racionamento por via das quantidades na forma quotas. Seja  $v$  o custo unitário de  $M$  cobrado sobre a quota. O  $i$ -ésimo consumidor retirará integralmente sua quota  $q_i$ , desde que  $q_i^d(v) \geq q_i$ , onde  $q_i^d(v)$  é a demanda desejada por  $M$  ao custo  $v$ . Caso  $q_i^d(v) < q_i$ , o consumidor retirará somente a parcela  $q_i^d(v)$  de sua quota, uma vez que nada o obriga a retirá-la integralmente. Ordenemos, sem perda de generalidade, os  $N$  consumidores, de modo que  $q_i^d(v) > q_i$  para  $i = 1, \dots, N^*$  e  $q_i^d(v) < q_i$  para  $i = N^* + 1, \dots, N$  (postularemos, por simplicidade, que para nenhum  $i$  acontece a igualdade estrita  $q_i^d(v) = q_i$ ). Como  $q_i^d(v)$  é uma função decrescente de  $v$  para todo  $i$ ,  $N^*$  é uma função decrescente de  $v$ . A quantidade total consumida decorrente da estratégia de quanti-

dades na forma quotas é dada em (54), como função do custo  $v$ :

$$q(v) = \sum_{i=1}^{N^*(v)} q_i + \sum_{i=N^*(v)+1}^N q_i^d(v) \quad (54)$$

É instrutivo comparar (54) com (34). Consideremos u'a mesma alocação  $(q_1, \dots, q_i, \dots, q_N)$  do total  $\bar{q}$  entre os  $N$  consumidores, a ser distribuída a um custo  $v$ , sob duas formas alternativas: cupons renegociáveis ou quotas intransferíveis. Comparando (54) com (34), vemos que tanto para valores extremamente baixos de  $v$  (isto é, para  $v$  tal que  $N^*(v) = N$ ), quanto para valores extremamente elevados de  $v$  (isto é, para  $v$  tal que  $N^*(v) = 0$ ), as duas formas de distribuição levam à mesma quantidade total consumida. No entanto, para valores intermediários de  $v$  (isto é, para  $v$  tal que  $0 < N^*(v) < N$ ), a quantidade consumida no esquema de cupons é sempre maior do que o esquema de quotas.

Este resultado é pouco surpreendente. Para uma dada alocação e um dado custo  $v$ , a quantidade consumida no esquema de quotas na medida que os consumidores  $i > N^*$  tiverem incentivo para retirar o excedente não desejado para consumo próprio com o intuito de satisfazer a demanda residual dos consumidores  $i \leq N^*$ . Quando o custo  $v$  é suficientemente baixo, a ponto de incentivar todos os consumidores a consumirem integralmente suas quotas/cupons (ou seja,  $N^*(v) = N$ ), tal efeito desaparece, simplesmente porque nenhum consumidor defronta-se com um excedente não desejado. No outro extremo, quando o custo  $v$  é suficientemente elevado, a ponto de desestimular todos os consumidores, sem exceção, a consumirem integralmente suas quotas/cupons (ou seja,  $N^*(v) = 0$ ), tal efeito desaparece, simplesmente porque não há consumidor algum com demanda residual por  $M$ . O efeito aparece no caso intermediário, onde o custo  $v$  é tal que alguns consumidores são restringidos por suas quotas/cupons, ao passo que outros não o são. No caso intermediário, o esquema da quotas intransferíveis não



incentiva os consumidores não restringidos a retirarem a parcela não desejada para consumo próprio, ao passo que o esquema de cupons renegociáveis o faz. Segue-se que, para uma dada alocação e um dado custo  $v$ , o consumo global do esquema de quotas nunca excede o consumo global do esquema de cupons. Alternativamente, para uma dada alocação e uma dada probabilidade  $z$  desejada de que o consumo global não difira da meta  $\bar{q}$ , o custo da quota deve ser inferior ou no máximo igual ao custo do cupom. Portanto, a arrecadação oriunda do esquema de quotas é, para uma dada alocação e um dado valor desejado de  $z$  quaisquer, ou inferior ou igual à arrecadação oriunda do esquema de cupons. Do ponto de vista da meta tributária, é sempre preferível distribuir o consumo global  $\bar{q}$  através de cupons do que fazê-lo através de quotas. Não se reverte, desta forma, a superioridade da estratégia de preços, uma vez que, com uma exceção, o racionamento por via dos preços tem maior arrecadação esperada que o racionamento por via das quantidades na forma cupons.

## Conclusões

Vimos que a estratégia de quantidades é superior à estratégia de preços, no que tange à meta principal de política: controlar o consumo de  $M$ . Esta superioridade reverte-se, parcialmente, quando a maximização da receita tributária é a meta secundária de política. A discussão comparativa de duas outras metas secundárias, a obtenção de equidade distributiva e o estímulo à disponibilidade futura de  $M$  ou de seus eventuais substitutos, omitidas deste artigo por razões de espaço, fornecem, por sua vez, argumentos que pesam pró e contra a superioridade do racionamento por via das quantidades.

Os resultados obtidos afirmam a necessidade de proceder a avaliações cuidadosas, antes de optar-se por uma estratégia de ra-

cionamento. É verdade que se trata de resultados que pressupõem uma utilização ótima das várias estratégias admissíveis, e que a natureza política dos processos decisórios torna-os, por isso mesmo, aproximações extremamente grosseiras aos dilemas práticos decorrentes da adoção de racionamento: mas não há, *prima facie*, razão alguma para se acreditar que a determinação de  $p'$  seja menos sujeita a pressões de grupos de interesses específicos do que a determi-

nação de  $\hat{q}$  e dos esquemas de alocação e distribuição. Não há, tampouco, grande diferença entre os custos políticos de implantação das duas estratégias: se é verdade que o racionamento por via das quantidades conduz a infundáveis filas, quando mal administrado, é igualmente verdade que o racionamento por via dos preços também conduz a infundáveis filas quando o preço fixado é mal calculado e a demanda excede os estoques disponíveis.

O preconceito contra o racionamento por via das quantidades decorre, em boa medida, da constatação dos seus efeitos negativos sobre o estado de expectativas e, por isso mesmo, sobre o investimento global. O racionamento por via das quantidades é interpretado como evidência notória de grave distúrbio, sinal inequívoco de um desajustamento, ao passo que o racionamento por via dos preços oculta, até certo ponto, a magnitude das dificuldades enfrentadas. Não é, todavia, evidente que o disfarce seja sempre o estratagema que melhor convém ao interesse público. A sobrevivência inicial do investimento, decorrente da manutenção de um otimismo injustificado, tende a sacrificar-lhe a racionalidade; o descrédito posterior, decorrente da descoberta da real extensão das dificuldades enfrentadas, tende a impor-lhe uma contração excessivamente severa. Insular, a todo custo, as expectativas de choques adversos é uma estratégia que cai bem ao Dr. Pangloss de Voltaire. O propalado efeito negativo sobre as expectativas do racionamento por via das quantidades pode constituir inclusive uma vantagem — a vantagem de estimular o debate públi-

## RACIONAMENTO

co e lograr uma avaliação sensata e realista das alternativas existentes.

Outras extensões possíveis devem ser finalmente assinaladas. Esta análise das estratégias de racionamento não esgota o universo das estratégias admissíveis. O racionamento de gasolina empreendido na Europa, EUA e Brasil, após 1973, assumiu, frequentemente, a forma de um racionamento por via dos preços, acoplado a restrições quantitativas. Eleva-se o preço ao mesmo tempo em que se implantam restrições das mais variadas espécies (carro de chapa par só pode ser abastecido em dia par, posto de gasolina fechado nos fins de semana, proibição de circulação de carros particulares aos domingos etc.). Inversamente, pode-se imaginar racionamentos de quantidade acoplados a incentivos de preços. Cada indivíduo tem direito a uma quota  $q_i$  prefixada, mas em troca de determinadas mercadorias (como ouro ou dólar) poderá obter uma ampliação de sua quota. Constitui uma questão interessante (não desenvolvida neste trabalho) saber até que ponto estratégias "impuras" de racionamento, isto é, estratégias de preços com elementos de estratégias de quantidades e vice-versa, são alternativas preferíveis às estratégias puras aqui examinadas.

O caso do petróleo após 1973 sugere outras extensões de interesse. A primeira,  $M$  nesta análise, é uma mercadoria de consumo final. Até que ponto a análise da eficácia relativa das duas estratégias deve ser modificada quando  $M$  é uma matéria-prima imprescindível para o processo produtivo? A segunda, a análise presente ignora a inflação como objetivo de política. As variáveis  $p'$ ,  $v$  e  $\Theta$  são magnitudes relativas. Até que ponto a análise da eficácia das estratégias deve ser modificada quando o racionamento de  $M$  ocorre no interior de um processo inflacionário? Responder a tais questões equivale a julgar a eficácia das estratégias de racionamento efetivamente implementadas pelos países não produtores de petróleo desde 1973 até o presente.

## Apêndice

Diferenciando (45) obtemos:

$$\frac{\partial \Delta(z)}{\partial z} = \frac{\partial v(z)}{\partial z} [\bar{q} + A(z)] + [v(z) - \Theta] \frac{\partial A(z)}{\partial z} \quad (49)$$

Para verificarmos que (49) é negativo, basta notarmos que  $v(z) - \Theta < 0$  na região IX, que  $A(z) \leq 0$  e  $\frac{\partial A(z)}{\partial z} > 0$  por (44) e que  $\frac{\partial v(z)}{\partial z} < 0$  por (40).

Se  $\Delta(0,5) > 0$  e  $\frac{\partial \Delta(z)}{\partial z} < 0$ , por continuidade existe um número positivo pequeno  $\delta$ , tal que:

$$\Delta(0,5) > \Delta(0,5 + \delta) > 0 \quad (50)$$

Reescrevendo (47), obtemos:

$$\Delta(z) = \begin{bmatrix} \bar{q} + A(z) & B(z) \\ v(z) - p' \end{bmatrix} \quad (47')$$

onde  $B(z) = \frac{\Theta - v(z)}{p' - v(z)}$ ,  $B(z)$  sendo definida para  $z > 0,5$ ,  $B(z) > 1$  para  $z < 1$  na região IX,  $\frac{\partial B(z)}{\partial z} < 0$ ,  $\lim_{z \rightarrow 1} B(z) = 1$ . Como  $v(z) - p' < 0$  para  $z > 0,5$ ,  $\Delta(0,5 + \delta) > 0$  em (50) implica:

$$\bar{q} + A(0,5 + \delta) \cdot B(0,5 + \delta) < 0 \quad (51)$$

Pelas definições de  $A(z)$  e  $B(z)$ ;

$$\frac{\partial A(z)}{\partial z} B(z) > 0$$

Uma vez que  $\lim_{z \rightarrow 1} A(z) = 0$ ,  $\lim_{z \rightarrow 1} A(z) \cdot B(z) = 0$ .

Portanto, para valores suficientemente elevados de  $z$ :

$$\bar{q} + A(z) \cdot B(z) > 0 \quad (52)$$

Por (51) e (52), existe um valor crítico de  $z$ , denominado  $z^c$ ,  $z^c > 0,5$ , tal que:

$$\bar{q} + B[z^c] \cdot A[z^c] = 0 \quad (53)$$

Segue-se por (47') que  $\Delta(z) > 0$  para  $z < z^c$ ,  $\Delta(z) = 0$  para  $z = z^c$  e  $\Delta(z) < 0$  para  $z > z^c$ .

### Referências Bibliográficas

KORNAI, J. Resource-constrained versus demand-constrained systems. *Econometrica*, July 1979.

SVENSSON, L. Effective demand and stochastic rationing. *Review of Economic Studies*, January 1980.

WEITZMAN, M. Prices vs. quantities. *Review of Economic Studies*, October 1974