

## O PROCESSO CUMULATIVO DE WICKSELL E A DINÂMICA DE INFLAÇÃO

**Celso L. Martone\***

*Professor do Instituto de Pesquisas Econômicas  
da Faculdade de Economia e Administração,  
Universidade de São Paulo*

### 1. Introdução

Este artigo discute a dinâmica de inflação em termos de um enfoque de fundos emprestáveis, que enfatiza o papel da taxa de juros como variável chave no processo de ajustamento e como tal reproduz, num contexto inflacionário, algumas proposições fundamentais de Wicksell<sup>1</sup>.

O modelo adota hipóteses clássicas, a mais restritiva das quais é a de pleno-emprego de recursos, de tal forma que a inflação é vista como um fenômeno puramente monetário, provocado por uma expansão exógena de quantidade de moeda para financiar dispêndio do governo.

Ao contrário dos modelos quantitativistas de inflação, mas consistentemente com a teoria de fundos emprestáveis, existem dois mercados explicitamente analisados: o mercado de bens e serviços, que determina proximamente a taxa de inflação e o mercado de crédito, que determina proximamente a taxa de juros. O mercado de crédito, na tradição de Brunner e Meltzer (1972, 1974), é definido como o mercado de ativos do sistema bancário.

O modelo apresenta algumas diferenças em relação aos modelos macroeconômicos tradicionais e em relação aos modelos de inflação, na linha da teoria quantitativa da moeda. Em primeiro lugar, há uma melhor especificação dos canais pelos quais a moeda e o crédito são gerados, com uma preocupação de adaptação ao sistema monetário brasileiro, de acordo com meu trabalho anterior (Martone, 1976). Em segundo lugar, utiliza-se uma

\* Do Departamento de Economia da Universidade de São Paulo e da Fundação Instituto de Pesquisas Econômicas.

1 Veja-se especialmente seu "Interest and Prices" (1965). O modelo apresentado aqui parece-me consistente com as interpretações de Patinkin (1965, Nota E), Laidler (1975, cap. 5) e com a apresentação de Keynes (1971, vol. I). O próprio Wicksell (1935, cap. 4) veio, após o desenvolvimento de sua dinâmica de preços, a admitir o chamado mecanismo direito de ligação entre moeda e preços, através do efeito caixa real, porém, como ficará claro no texto, não há qualquer incompatibilidade entre o efeito caixa real e o "processo cumulativo".

hipótese alternativa quanto ao processo de geração de renda na economia entre setor privado e governo ou setor público. Nos modelos macroeconômicos tradicionais, adota-se a hipótese de que toda a renda é gerada privadamente e que o produto do governo tem valor zero. Na literatura de finanças públicas, por outro lado, é muito comum o uso da hipótese de que o produto do governo é positivo, isto é, que o setor privado imputa algum valor ao dispêndio do governo em consumo e investimentos. Para efeito deste trabalho, supõe-se que o setor privado valora o produto do governo ao seu custo de produção, o que permite, como se verá, consolidar o governo ao setor privado para efeito da análise do mercado de bens e serviços<sup>2</sup>.

Em terceiro lugar, adota-se, com alguma modificação, a hipótese keynesiana e wickselliana de que, em situações de pleno-emprego, uma mudança no nível de preços (ou na taxa de inflação) somente pode ocorrer na presença de um excesso de demanda no mercado de bens e serviços. Esta hipótese, que tem sido utilizada nos chamados modelos "Keynes-Wicksell" de crescimento, implica que um processo auto-sustentado de elevação de preços só é possível numa situação de desequilíbrio permanente no mercado de bens, ao contrário dos modelos quantitativistas de inflação, que ligam diretamente o desajustamento de estoque no mercado monetário ao processo de elevação de preços<sup>3</sup>.

Finalmente, reconhece-se a atuação simultânea dos mecanismos direto e indireto de transmissão de impulsos monetários sobre o nível de preços. O mecanismo direto, representado por uma versão do efeito caixa real, está associado a variações na base monetária originadas no financiamento do dispêndio governamental, enquanto o mecanismo indireto opera através do mercado de crédito, pelo efeito sobre o dispêndio de uma variação na taxa de juros. A ênfase dada ao mecanismo indireto de transmissão justifica concentrar a análise na dinâmica dos mercados de crédito e de bens e serviços, eliminando-se do modelo o mercado monetário explicitamente,

2 Para uma análise mais elaborada da hipótese, veja-se Bailey (1962, pp. 71-83). Também Sjaastad (1975b) e Sjaastad e Wisecarver (1976) incorporam hipóteses alternativas quanto ao valor do produto do governo num modelo macroeconômico de economia fechada, chegando a resultados bastante diferentes para os tradicionais multiplicadores keynesianos.

3 A conceituação dos chamados modelos Keynes-Wicksell, em contraposição aos modelos neo-clássicos de crescimento, deve-se a Stein (1969) e Stein (1970). Um desenvolvimento posterior, que formaliza a hipótese de ajustamento de preços aqui utilizada, é o de Fischer (1972).

e serviços, eliminando-se do modelo o mercado monetário explicitamente, o que é possível mediante o uso da restrição orçamentária global da economia<sup>4</sup>.

## 2. Estrutura do Modelo

Inicialmente, é importante definir o impacto do financiamento do déficit governamental sobre a economia. Consolidando-se o tesouro, as autoridades monetárias e os bancos comerciais, obtém-se a seguinte restrição orçamentária:

$$(g - t) + \frac{\dot{L}}{P} = \frac{\dot{M}}{P} + \frac{\dot{S}}{P} \quad (1)$$

onde  $g$  é o produto do governo em termos reais,  $t$  é a receita tributária real, líquida de transferências,  $S$  é a variação no endividamento governamental junto ao público,  $M$  é a variação na quantidade de moeda,  $L$  é a variação no crédito ao setor privado e  $P$  é o nível geral de preços.

A equação mostra que o déficit do governo e a expansão de crédito ao setor privado podem ser financiados seja pelo aumento na quantidade de moeda, seja pelo aumento na dívida governamental junto ao público.

Para completar o sistema, deve-se definir a restrição orçamentária do público. Como foi apontado na seção I, duas hipóteses extremas serão feitas com o propósito de eliminar da análise os problemas associados à política fiscal. Em primeiro lugar, supõe-se que o público avalia os bens e serviços produzidos pelo governo (o dispêndio público em suas várias formas) ao seu custo de produção. Isto significa que, do ponto de vista da renda disponível percebida pelo setor privado, o tamanho do orçamento é neutro (o multiplicador do orçamento equilibrado é nulo), afetando somente a composição do consumo e investimento privados entre bens públicos (bens produzidos pelo governo) e bens privados. Esta hipótese permite ainda que se consolide o governo ao setor privado, para efeito de análise do mercado de bens.

4 Para uma exposição histórica dos debates em torno dos mecanismos direto e indireto de transmissão, que sempre dominaram a teoria monetária, veja-se Blaug (1968, caps. 14 e 15). Keynes (1971, livros III e IV) é um exemplo excelente da teoria de fundos emprestáveis e do mecanismo indireto da política monetária, bastante próximo da teoria anterior de Wicksell (1965). O mecanismo direto tem seu representante atual mais importante em Friedman (1969, caps. 1 e 7).

Em segundo lugar, supõe-se que o setor privado desconta integralmente a carga tributária futura associada a um aumento na dívida pública. Desta forma, o financiamento do dispêndio do governo através de um aumento na dívida tem os mesmos efeitos de um aumento equivalente nos impostos ou, dada a primeira hipótese, nenhum efeito sobre a economia. Contrariamente, o público não desconta absolutamente qualquer exigibilidade futura causada pelo financiamento monetário do dispêndio do governo, porque não há nenhuma expectativa de que o débito associado à base monetária seja jamais retirado, não incidindo sobre ele qualquer tipo de juros.

É conveniente esclarecer, contudo, que embora o financiamento monetário do dispêndio público não imponha sobre o setor privado nenhum ônus futuro comparável à dívida pública, à medida que a expansão da base gere inflação de preços ela imporá uma perda de capital ao setor privado, dada pela taxa de inflação multiplicada pela base monetária. Esta perda, que representa o custo privado da inflação, deve ser subtraída da renda disponível do setor privado como qualquer outro imposto<sup>5</sup>

Sob essas hipóteses, define-se a renda real esperada pelo setor privado como:

$$q = y + (\mu - E) \frac{B}{P} \quad (2)$$

onde  $y$  é o produto,  $\mu \frac{B}{P}$  é o fluxo de bens e serviços em espécie fornecido pelo governo com os recursos do imposto inflacionário e  $E \frac{B}{P}$  é o custo privado da inflação esperada pelo setor privado, sendo  $E$  a taxa esperada de inflação e  $\mu$  a taxa de crescimento da base monetária  $B$ .

A restrição orçamentária do público é dada por:

$$Q + \frac{\dot{M}^d}{P} + \frac{\dot{S}}{P} = y - t + g + \frac{\dot{L}^d}{P} \quad (3)$$

O público pode utilizar seus recursos disponíveis para adquirir bens e serviços, inclusive os bens e serviços fornecidos pelo governo em espécie,  $Q$ ,

5 Supõe-se que os bancos comerciais formam uma indústria competitiva e que a receita inflacionária coletada pelos bancos é repassada de volta ao público na forma de serviços prestados abaixo de seu custo real de produção. Está sendo negligenciado aqui também o problema do custo social de oportunidade das várias formas de financiamento do dispêndio público. Sobre este último ponto, veja-se Sjaastad e Wisécarver (1976).

para adquirir moeda,  $\dot{M}^d/P$ , ou para adquirir títulos governamentais,  $\dot{S}/P$ . Seus recursos disponíveis serão dados pela soma da renda real líquida de impostos ( $y - t$ ), o valor (ao custo de produção) do produto do governo  $g$ , e o valor real do crédito que esteja disposto a absorver o sistema bancário para financiar seu dispêndio  $\dot{L}^d/P$ .

A restrição orçamentária global da economia, resultante da consolidação de (1) e (3), será:

$$(Q - y) + \left( \frac{\dot{M}^d}{P} - \frac{\dot{M}}{P} \right) + \left( \frac{\dot{L}}{P} - \frac{\dot{L}^d}{P} \right) = 0 \quad (4)$$

Substituindo  $\dot{L}/P$  e  $\dot{L}^d/P$  em (1) e (3), pode-se verificar que os mercados de bens e serviços, de moeda e de crédito, estarão em equilíbrio quando:

$$Q = y \quad (5)$$

$$\frac{\dot{M}^d}{P} = \frac{\dot{M}}{P} \quad (6)$$

$$Q - y + \frac{\dot{M}^d}{P} = \frac{\dot{M}^s}{P} \quad (7)$$

Assim, como deve ser, equilíbrio em quaisquer dois mercados implica necessariamente equilíbrio no terceiro e vice-versa. Para os propósitos deste trabalho é conveniente escolher para análise explícita os mercados de bens e serviços e de crédito.

As equações de equilíbrio acima permitem ainda uma interpretação clara do chamado enfoque de fundos emprestáveis em macroeconomia. A equação de fundos emprestáveis (7) não é uma relação independente do modelo, sendo obtida pela soma das equações de equilíbrio do mercado de bens (5) e do mercado monetário (6). A colocação de (7) no centro da análise se justifica por várias razões. Em primeiro lugar, porque ela permite tornar claro o processo pelo qual a taxa de juros é determinada no mercado de crédito. Em segundo lugar, porque através dela pode-se estabelecer os canais pelos quais um desequilíbrio monetário na economia se transmite como excesso de demanda no mercado de bens e serviços, seja através do processo cumulativo wickselliano, seja pelo efeito caixa real. E finalmente, porque a velocidade de ajustamento no mercado de fundos emprestáveis é provavelmente maior do que a do mercado monetário e do mercado de bens, o que implica que o mercado de crédito teria um papel importante em transmitir o impacto de um choque monetário à absorção de bens e serviços. Entretanto,

deve-se observar que não há qualquer contradição formal entre o enfoque de fundos emprestáveis e o enfoque quantitativista tradicional, que coloca no centro da análise o efeito caixa real (Friedman (1971), Mundell (1971, cap. 4)), embora se considere ser o primeiro mais rico para o estudo de processos inflacionários moderados em economias que possuem um setor financeiro relativamente bem desenvolvido.

O fluxo real de dispêndio ou absorção de bens e serviços pelo setor privado é uma função da renda real esperada, definida em (2), da taxa nominal de juros cotada no mercado de crédito,  $r$ , da taxa esperada de inflação,  $E$ , e da taxa esperada de retorno ao capital,  $n$ . Como o fluxo de oferta agregada de bens e serviços é constante, pode-se definir diretamente o excesso de absorção real como:

$$Z = Q - y = Z(q, r, E, n)$$

$$Z_1, Z_3, Z_4 > 0, Z_2 < 0 \quad (8)$$

A taxa real esperada de retorno ao capital,  $n$ , pode ser identificada com o conceito wickselliano de taxa "natural" de juros, isto é, a taxa de juros real que, dado o estado de expectativa quanto aos prospectos da economia, equilibra os fluxos de poupança e investimento e, conseqüentemente, o mercado de bens. Para um dado estado de expectativa, à medida que a taxa real esperada,  $(r - E)$ , cotada no mercado de crédito, for inferior (superior) à taxa natural  $n$ , haverá um excesso de investimento (poupança) ou um excesso de demanda (oferta) no mercado de bens. Por analogia com a taxa natural, a taxa real esperada  $(r - E)$  associa-se com o conceito de taxa "monetária" de juros de Wicksell, ou seja, a taxa real esperada que equilibra o mercado de crédito no curto prazo<sup>6</sup>.

Supondo-se que a taxa natural é dada no curto prazo pelo estado das expectativas, é possível expressar o excesso de absorção real de bens mais simplesmente como:

$$Z = Z(q, r - E) \quad (9)$$

$$Z(y, n) = 0 \quad (10)$$

A segunda relação indica que o mercado de bens e serviços estará em equilíbrio quando a renda real esperada for igual à renda real efetiva e quan-

6 Na verdade, Wicksell (1965) não possuía uma teoria clara de formação de expectativas (Laidler, 1975), razão pela qual sua taxa "monetária" é simplesmente a taxa nominal de mercado. Em situações inflacionárias, contudo, é necessário redefinir tal taxa como no texto.

do a taxa monetária for igual à taxa natural de juros. Esta relação é importante para determinar as características de "steady state" do sistema. O nível de renda real esperada, que é uma variável de natureza psicológica, coincidirá com o nível de renda real efetiva quando a taxa de expansão monetária for igual à taxa esperada de inflação e esta, por sua vez, for igual à taxa efetiva de inflação. É fácil verificar que, neste caso, o estoque real de moeda estará constante, ou seja, a absorção de moeda pelo setor privado será feita apenas para propósitos de reposição do valor real depreciado pela inflação de preços e isto só poderá ocorrer quando houver equilíbrio de estoque no mercado monetário (veja-se a equação 11 abaixo). Esta é uma forma alternativa de se especificar o efeito caixa real e seu papel no processo de ajustamento da economia. Nesta interpretação, as variações na base monetária, em termos reais (a coleção do imposto inflacionário pelo governo), se traduz numa variação no fluxo de dispêndio público que entra diretamente no fluxo circular de renda e induz o setor privado a um ajustamento em sua absorção de bens e de moeda, com reflexos na taxa de inflação (Sjaastad e Wisecarver (1976)). Este ajustamento, que representa o mecanismo direto de transmissão dos impulsos monetários ao nível de preços, ocorre independentemente da situação do mercado de crédito e do movimento na taxa de juros.

No entanto, ao lado deste efeito caixa real ou efeito-renda especial, se se quiser, existe um mecanismo indireto de transmissão que não pode ser negligenciado, operando através do mercado de crédito e da taxa de juros. A forma mais simples de especificar tal mecanismo é postular a existência, a curto prazo, de uma taxa de juros real "normal" ou "natural" que, na ausência de perturbações monetárias, equilibraria os fluxos de renda e dispêndio. Um processo de expansão monetária, pelo aumento no fluxo de oferta de crédito ao setor privado, deprime a taxa real de juros esperada no curto prazo e provoca um desequilíbrio entre o fluxo de renda e de absorção de bens, gerando um excesso de demanda e, conseqüentemente, um ajustamento na taxa de inflação. Este mecanismo indireto opera independentemente do efeito caixa-real simplesmente pela criação de um diferencial positivo entre a taxa real de retorno ao capital  $n$  e a taxa monetária  $(r - E)$ , induzindo a um aumento na demanda de fundos para investimento e a um aumento na proporção do consumo na renda.

A absorção real de moeda ou o fluxo real de demanda por adições ao estoque de moeda pelo setor privado é composto por dois elementos: uma demanda de reposição da perda de capital esperada imposta ao setor privado pela depreciação do valor real do estoque, causada pela inflação, e uma demanda por adição ao estoque real, originada em possíveis desequilíbrios entre o estoque real desejado e o estoque real efetivo:

$$\frac{\dot{M}^d}{P} = E m + \theta (m^d - m) \quad (11)$$

onde  $m = M/P$ ,  $\theta$  é um coeficiente de ajustamento de estoque, suposto finito e menor que a unidade, e  $m^d$  é a demanda (estoque) real de moeda, definida como:

$$m^d = f(q, r)$$

$$f_1 > 0, f_2 < 0 \quad (12)$$

Finalmente, deve-se especificar o processo pelo qual as expectativas de inflação são formadas e o processo pelo qual a taxa de inflação se ajusta. Com relação às expectativas de inflação, o mecanismo mais simples, embora não necessariamente o mais correto, é o de expectativas adaptadas, que será utilizado:

$$\dot{E} = \gamma (\pi - E) \quad (13)$$

A taxa de inflação esperada, juntamente com o excesso de demanda no mercado de bens e serviços, determina a taxa de inflação em cada momento:

$$\pi = E + \lambda Z(q, r - E) \quad (14)$$

onde  $\lambda$  é um parâmetro que reflete a velocidade de reação da taxa de inflação a um excesso de demanda<sup>7</sup>

O modelo completo é composto pelas equações (5), (6) e (7) e pelas equações (13) e (14). Para efeito da análise seguinte, a equação (6) será omitida, por ser redundante.

### 3. Dinâmica de Preços

Para efeito do estudo da dinâmica de preços na economia hipotética discutida aqui, será feita a hipótese, que parece bastante plausível, de que a velocidade de ajustamento do mercado de crédito é maior do que a velocidade de ajustamento do mercado de bens e serviços. Assim, cada vez que se observa o mercado de crédito, ele estará em equilíbrio de fluxo a uma certa taxa nominal de juros. Assume-se que os dois mercados diferem substancial-

<sup>7</sup> Esta equação de ajustamento de preços tem sido usada nos modelos Keynes-Wicksell de crescimento, tendo sido sugerida por Stein (1970) e Fischer (1972), onde pode ser encontrada uma justificativa econômica para ela. Ela é parte essencial do "processo cumulativo" de Wicksell, conforme aponta corretamente Laidler (1975, cap. 5).

mente quanto aos custos de transação: o custo e o tempo necessários para efetuar mudanças de preços (taxas de juros) são maiores no mercado de bens do que no mercado de crédito<sup>8</sup>.

Esta hipótese implica que a equação (7) é continuamente mantida e que o excesso de absorção real de bens será sempre igual ao fluxo de excesso de oferta de moeda, em termos reais. Esta equação determina em cada instante a taxa nominal de juros  $r$ , para uma dada taxa esperada de inflação e uma dada taxa de expansão monetária. Se a taxa monetária for diferente da taxa natural de juros, haverá um excesso de demanda por bens,  $Z$ , que por sua vez, juntamente com a taxa esperada de inflação, determina, pela equação (14), a taxa efetiva de inflação  $\pi$ . Esta taxa de inflação realimenta a equação (13), modifica a expectativa de inflação  $E$  e as condições no mercado de crédito. O processo continua até que a economia chegue a uma nova posição de "steady state" compatível com a dada taxa de expansão monetária.

Em situações de desequilíbrio, as equações (7), (13) e (14) são suficientes para determinar a trajetória da taxa de inflação, da taxa nominal de juros e da taxa esperada de inflação, a partir de condições iniciais impostas ao modelo. O Diagrama I permite uma visualização do mercado de crédito. Suponha que se parte de uma situação de "steady state" a uma taxa de expansão monetária  $\mu_0$  e, portanto, a uma taxa efetiva e esperada de inflação  $\pi_0 = E_0 = \mu_0$ . Nestas condições,  $r_0 = n + \pi_0$  e  $q = y$ . A curva  $Z_0$  no diagrama é a curva de excesso de absorção no mercado de bens correspondente ao "steady state" acima definido e é decrescente com a taxa real esperada de juros. A curva  $F_0$  representa o fluxo real de excesso de oferta no mercado monetário, também referente ao "steady state", e é positivamente inclinada porque um aumento na taxa nominal de juros reduz a demanda real por moeda e provoca um aumento no fluxo de oferta no mercado de crédito:

$$F = \frac{\dot{M}}{P} - \frac{\dot{M}^d}{P} \quad (15)$$

O equilíbrio inicial é caracterizado pelas relações:

$$OB = r_0$$

$$OA = n$$

**8** Esta hipótese se coaduna com a distinção feita por Hicks (1965, caps. 6 e 7) e Hicks (1974) entre mercados "flexprice" ou mercados especulativos por natureza e mercados "fixprice" em que o custo de mudanças de preços é relativamente mais alto. Brunner e Meltzer (1972) também adotam esta hipótese para o mercado de crédito.

$$AB = \mu_0 = \pi_0 = E_0$$

Suponha que a taxa de crescimento da base monetária, por decisão das autoridades monetárias, passe para  $\mu_1 > \mu_0$  a partir de um momento  $t_0$  e se mantenha no novo nível. Como se supôs que a velocidade de ajustamento no mercado de crédito é maior do que nos demais mercados, a economia se desloca imediatamente para uma situação caracterizada pelas relações:

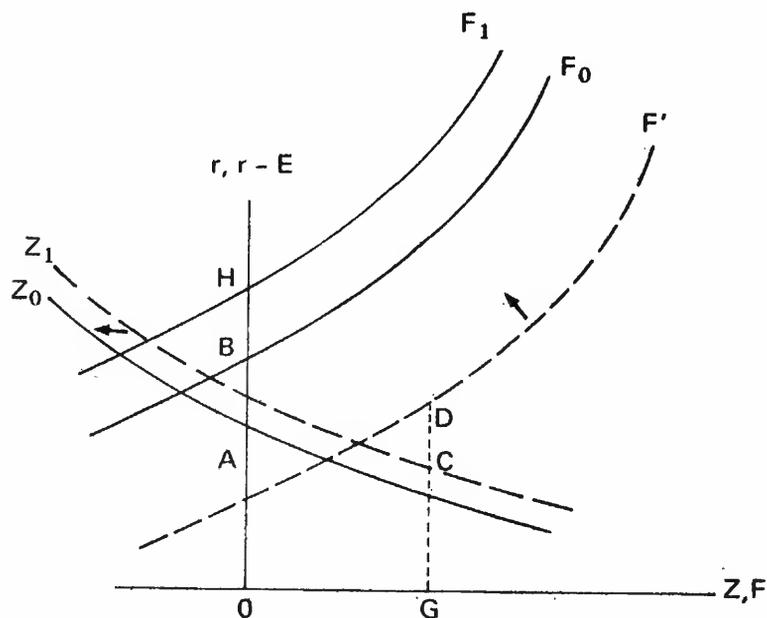
$$GD = r$$

$$GC = r - E_0$$

$$CD = AB = \pi_0 = E_0$$

### DIAGRAMA I

#### Ajustamento no Mercado de Crédito



Nesta nova situação, haverá um fluxo real de excesso de oferta de moeda, que tem como contrapartida um excesso de absorção de bens de magnitude OG. Este excesso de demanda é originado por dois fenômenos: em primeiro lugar, há um aumento na renda real percebida pelo setor privado,  $q$ , aumentando diretamente o fluxo de dispêndio (deslocamento de  $Z_0$  para  $Z_1$ ); em segundo lugar, o sistema bancário está agora disposto a emprestar um volume maior de fundos aos mesmos termos, o que provoca uma queda na taxa

nominal  $r$  e uma queda na taxa real esperada ( $r - E_0$ ), criando um diferencial positivo entre a taxa natural e monetária e estimulando indiretamente o dispêndio.

O excesso de demanda OG entra na equação (14) para determinar uma nova taxa de inflação no mercado de bens e serviços, que por sua vez realimenta a expectativa de inflação  $\bar{E}$  na equação (13) e modifica a situação de equilíbrio instantâneo no mercado de crédito. Uma revisão para cima na expectativa de inflação tem a propriedade de reduzir a renda real percebida e ao mesmo tempo reduzir a taxa real esperada de juros para a mesma taxa nominal. Logo, as curvas  $Z$  e  $F$  começam a se deslocar para cima e para a esquerda no diagrama, atingindo eventualmente suas posições originais. Entretanto, enquanto a curva  $Z$ , no novo "steady state" coincidirá com  $Z_0$ , a curva  $F_1$  ultrapassará a curva original  $F_0$  devido à redução do estoque real de moeda que acompanha uma taxa de inflação mais elevada e ao aumento na demanda de reposição por moeda. No novo "steady state" obtém-se:

$$OH = r_1$$

$$OA = n$$

$$AH = \mu_1 = \pi_1 = E_1$$

O efeito de impacto de uma mudança em  $\mu$  sobre a taxa nominal de juros  $r$  pode ser calculado a partir das equações (7) e (14), mantendo-se constantes  $m$ ,  $B/P$  e  $E$ :

$$\frac{dr}{d\mu} = \frac{1 - \frac{Z_q + \theta f_q}{s}}{Z_r + \theta f_r} m \quad (16)$$

onde  $s = M/B$  é o multiplicador bancário, suposto constante por simplicidade.

A condição para que a taxa nominal de juros caia no primeiro momento é que  $Z_q + \theta f_q < s$ , sendo  $Z_q$  a propensão marginal a gastar de curto prazo e  $f_q$  o inverso da velocidade-renda marginal da moeda. Admitindo-se como plausível esta condição, ter-se-á uma queda instantânea da taxa de juros no mercado de crédito, efeito este que Friedman (1968) denomina o "efeito liquidez" do aumento na expansão monetária e que reverterá ao longo do tempo.

O segundo efeito de impacto importante do aumento em  $\mu$  está associado à mudança na quantidade real de moeda demandada, o qual pode ser obtido nas mesmas condições do anterior:

$$\frac{dm^d}{d\mu} = \left( f_q + f_r - \frac{1 - \frac{Z_q + \theta f_q}{s}}{Z_r + \theta f_r} \right) m \quad (17)$$

A demanda real de moeda aumenta em função de dois efeitos: um efeito-rênda associado ao aumento na renda real percebida  $q$  e um efeito-juro ligado à queda na taxa nominal de juros  $r$ . O modelo incorpora, deste modo, um conceito fundamental em teoria monetária, qual seja, de que a moeda atua como um amortecedor de choques na economia. Nos primeiros momentos do aumento no ritmo da expansão monetária, parte da moeda posta em circulação é *voluntariamente mantida* pelo setor privado, uma idéia que é reconhecida nas teorias de inflação e tem sido verificada empiricamente, mas que raramente é exposta como consequência de comportamento racional do público.

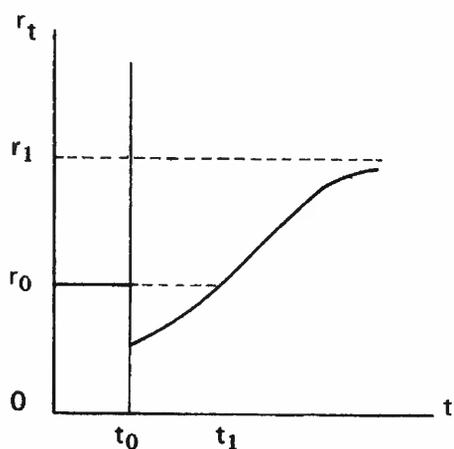
No Diagrama II, são apresentadas as trajetórias das variáveis, admitindo-se que o sistema é estável e aproxima-se assintoticamente do equilíbrio. Um tratamento mais rigoroso dos problemas de existência do equilíbrio e sua estabilidade é desenvolvido na seção IV abaixo.

Algumas observações sobre o comportamento no tempo dessas variáveis devem ser feitas. Em primeiro lugar, é interessante analisar o comportamento da taxa nominal de juros. Após a queda inicial provocada pelo efeito de impacto da expansão monetária, ela começa a subir, em virtude do aumento na expectativa de inflação  $E$ , que tem como resultado um aumento na demanda de crédito para o financiamento da aquisição de bens e para reposição de moeda. A taxa de juros continuará subindo até que passe a incorporar integralmente a nova taxa de inflação de equilíbrio da economia. Em relação à taxa nominal de juros, o modelo prediz a famosa proposição de Friedman (1968), acerca dos três efeitos no tempo que sobre ela são causados por um aumento na taxa de expansão monetária. O primeiro efeito, que neste caso é instantâneo, é o chamado "efeito liquidez", enfatizado nos modelos macroeconômicos keynesianos, decorrente do aumento no fluxo de crédito pelo sistema bancário, que deprime a taxa nominal. Este efeito, no Diagrama II, parte (a), ocorre no próprio momento  $t_0$ . O segundo efeito, batizado de "efeito-rênda" opera entre  $t_0$  e  $t_1$ , e força uma elevação na taxa nominal devido ao aumento na taxa de inflação, que erode o fluxo real de crédito para a mesma taxa nominal de expansão monetária. Este segundo

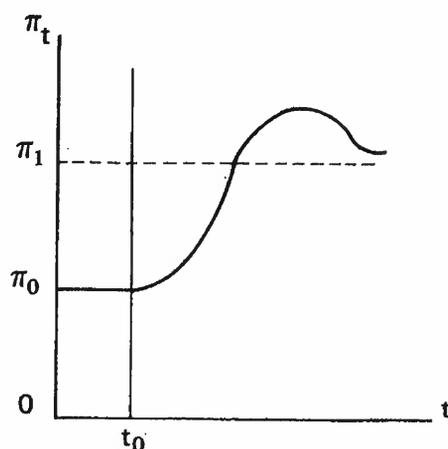
## DIAGRAMA II

Trajetórias Típicas de Algumas Variáveis a partir de um Aumento na Taxa de Expansão Monetária de  $\mu_0$  para  $\mu_1$

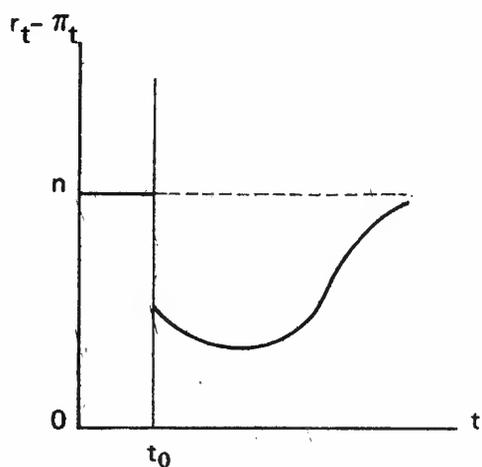
(a) Taxa Nominal de Juros



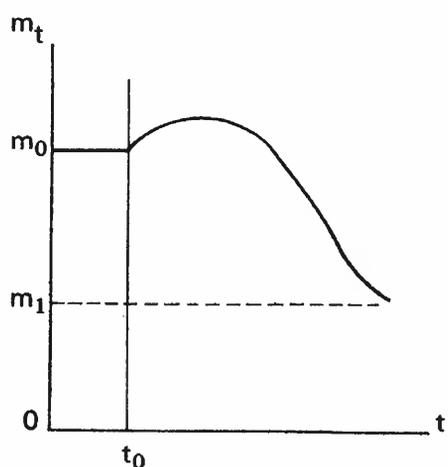
(b) Taxa de Inflação



(c) Taxa Real de Juros



(d) Estoque Real de Moeda



efeito seria mais propriamente denominado "efeito Wicksell" já que Wicksell o identificou e descreveu inicialmente, como o processo pelo qual a taxa monetária de juros converge para a taxa natural. Finalmente, o terceiro efeito, denominado propriamente "efeito Fisher", ocorre a partir de  $t_1$  até o novo equilíbrio e caracteriza o fato de que a taxa nominal incorporará a taxa de inflação, à medida que as pessoas passem a esperar uma taxa mais elevada de inflação em caráter permanente.

Convém observar, contudo, que a equação de Fisher,  $r = n + E$ , é incapaz de racionalizar o "efeito liquidez". Portanto, esta equação só passa a ser válida no médio prazo, quando o efeito-liquidez já foi anulado pelo aumento na taxa de inflação. Para explicar este efeito é necessário introduzir explicitamente o mercado de fundos emprestáveis na análise, conforme foi feito aqui.

Em segundo lugar, deve ser notado que nada impede que, nas fases iniciais de aceleração da expansão monetária, a taxa real efetiva de juros ( $r - \pi$ ) se torne negativa. Isto depende da magnitude do efeito liquidez, de um lado, e da velocidade de reação da taxa de inflação, de outro. Esta característica do modelo permite, portanto, racionalizar o fenômeno de taxas reais negativas empiricamente encontrado em várias economias que experimentaram taxas elevadas e flutuantes de inflação, como a própria economia brasileira na década de sessenta.

As trajetórias traçadas para a taxa de inflação e estoque real de moeda não apresentam novidade em relação aos modelos já citados de inflação em economia fechada. A taxa de inflação deverá por algum tempo ultrapassar seu novo nível de equilíbrio, de tal modo a fazer a área sobre  $\pi_1$  maior do que a área sob  $\pi_1$  e permitir uma redução no estoque real de moeda, como pode ser visto na parte (d) do Diagrama.

Finalmente, é clara nesta altura a similitude fundamental entre o modelo aqui desenvolvido e o "processo cumulativo" de Wicksell. Para ele, um aumento no ritmo de expansão do crédito ao setor privado traz como consequência uma queda na taxa nominal de juros (ou "taxa monetária", uma vez que Wicksell não supõe a pré-existência de inflação na economia), criando um diferencial positivo entre a "taxa natural" e a taxa de captação de fundos no mercado de crédito e estimulando o dispêndio agregado além do nível de oferta disponível. O excesso de demanda provoca uma elevação de preços que erode aos poucos o valor real do fluxo de crédito disponível ao setor privado ao mesmo tempo em que exige um fluxo nominal mais elevado para financiar o mesmo volume de dispêndio real. Esta "drenagem interna" que ocorre no mercado de crédito é a responsável pela estabilidade do sistema e pela convergência da taxa monetária em direção à taxa natural, após

as fases iniciais da expansão monetária. No modelo apresentado, o mecanismo mais importante de atuação da política monetária é exatamente este, embora se tenha adaptado o modelo para situações de inflação permanente ou de "steady state" enquanto Wicksell considerava basicamente um estado estacionário, do ponto de vista monetário, se tenha feito uma melhor especificação do papel das expectativas no sistema e se tenha incorporado também um efeito caixa-real ou efeito direto da política monetária, na tradição da nova teoria quantitativa.

#### 4. Existência e Estabilidade do Equilíbrio

Para maior facilidade do leitor, as equações do modelo são reproduzidas abaixo:

Mercado de Crédito:

$$Z(q, r - E) - m(\mu - E) + \theta [f(q, r) - m] = 0 \quad (17)$$

Ajustamento de Preços:

$$\pi = E + \lambda Z(q, r - E) \quad (18)$$

Formação de Expectativas de Inflação:

$$\dot{E} = \gamma (\pi - E) \quad (19)$$

Varição no Estoque Real de Moeda:

$$\dot{m} = (\mu - \pi) m \quad (20)$$

onde  $q$ , a renda real percebida pelo setor privado, foi definida como:

$$q = y + (\mu - E) \frac{m}{s} \quad (21)$$

O nível de renda real  $y$  é uma constante, enquanto que  $\mu$ , a taxa de expansão monetária, é um parâmetro determinado pelas autoridades monetárias. Logo, as variáveis a serem determinadas pelo modelo são a taxa de inflação  $\pi$ , a taxa esperada de inflação  $E$ , a taxa nominal de juros  $r$  e o estoque real de moeda  $m$ . Uma característica importante do sistema é o requerimento de que o mercado de crédito esteja permanentemente em equilíbrio de fluxo (equação 17), ficando apenas os mercados de bens e de moeda fora do equilíbrio durante o processo de ajustamento.

O sistema permite um tratamento mais simples se for eliminada a taxa de inflação  $\pi$  explicitamente da lista de variáveis a determinar, o que se consegue substituindo a equação (18) em (19) e (20), obtendo:

$$\dot{E} = \gamma \lambda Z (q, r - E) \quad (19')$$

$$\dot{m} = m (\mu - E) - \lambda m Z (q, r - E) \quad (20')$$

A solução matemática do sistema de equações diferenciais acima requer que se encontre, dado um  $\mu = \mu_0$ , uma terna  $(E_0, r_0, m_0)$  que anule os segundos membros de (19') e (20'). Isto equivale a fazer  $Z = 0$  e  $E_0 = \mu_0$ , como é fácil de verificar. A simples condição  $Z = 0$  garante que o sistema estará em equilíbrio de fluxo. Fazendo  $Z = 0$  na equação (17), obtém-se:

$$E m + \theta \{ f(q, r) - m \} = \mu m \quad (22)$$

que é a condição de equilíbrio de fluxo no mercado monetário.

Para obter equilíbrio de estoque, a condição  $E_0 = \mu_0$  deve ser adicionada. Pela equação (22), esta condição garante que  $f(q, r) = m$ , que é exatamente o equilíbrio de estoque de moeda. Alternativamente, pode-se dizer que, entre todos os possíveis valores  $(E, r, m)$ , dado  $\mu_0$ , que anulam a função  $Z$ , apenas o valor  $E_0 = \mu_0$  produz equilíbrio de estoque no sistema. Mais adiante, será retomada a questão da existência do equilíbrio com versões lineares das funções  $Z$  e  $f$ .

As equações (17), (19') e (20') podem ser escritas, de maneira geral, para um dado valor de  $\mu$ , como:

$$H(E, r, m; \mu) = 0 \quad (23)$$

$$\dot{E} = h_1(E, r, m; \mu) \quad (24)$$

$$\dot{m} = h_2(E, r, m; \mu) \quad (25)$$

A equação (23), se  $\frac{\partial H}{\partial r} = Z_2 + \theta f_2 \neq 0$ , pode ser escrita como uma

função explicitada da taxa nominal de juros:

$$r = r(E, m; \mu) \quad (23')$$

de tal modo que se pode substituí-la em (24) e (25), eliminando também  $r$  como variável explícita do sistema. Obtém-se assim um sistema de duas equações diferenciais não lineares em  $E$  e  $m$ , para um dado valor de  $\mu$ , cuja matriz característica é dada por

$$m = \begin{vmatrix} \frac{\partial h_1}{\partial E} & \frac{\partial h_1}{\partial m} \\ \frac{\partial h_2}{\partial E} & \frac{\partial h_2}{\partial m} \end{vmatrix} \quad (26)$$

onde:

$$\frac{\partial h_1}{\partial E} = \gamma \lambda \frac{\partial Z}{\partial E} = \gamma \lambda \left\{ -\frac{m}{s} Z_1 + Z_2 \left( \frac{\partial r}{\partial E} - 1 \right) \right\}$$

$$\frac{\partial h_1}{\partial m} = \gamma \lambda \frac{\partial Z}{\partial m} = \gamma \lambda \left\{ Z_1 \left( \frac{\mu - E}{s} \right) + Z_2 \frac{\partial r}{\partial m} \right\}$$

$$\frac{\partial h_2}{\partial E} = -m - \lambda m \frac{\partial Z}{\partial E} = -m - \lambda m \left\{ -\frac{m}{s} Z_1 + Z_2 \left( \frac{\partial r}{\partial E} - 1 \right) \right\}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial h_2}{\partial m} &= \mu - E - \lambda Z - \lambda m \frac{\partial Z}{\partial m} = (\mu - E) - \lambda Z - \\ &\quad - \lambda m \left\{ Z_1 \left( \frac{\mu - E}{s} \right) + Z_2 \frac{\partial r}{\partial m} \right\} \end{aligned}$$

Estas derivadas são tomadas no ponto de equilíbrio, onde sabe-se que  $Z = 0$  e  $\mu_0 = E$ . Logo, pode-se escrever mais simplesmente:

$$\frac{\partial h_1}{\partial E} = \gamma \lambda \left\{ -Z_1 \frac{m_0}{s} + Z_2 \left( \frac{\partial r}{\partial E} - 1 \right) \right\} = \gamma A \quad (27)$$

$$\frac{\partial h_1}{\partial m} = \gamma \lambda Z_2 \frac{\partial r}{\partial m} = \gamma B \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial h_2}{\partial E} &= -m_0 - m_0 \lambda \left\{ -Z_1 \frac{m_0}{s} + Z_2 \left( \frac{\partial r}{\partial E} - 1 \right) \right\} = \\ &\quad -m_0 (1 + A) \end{aligned} \quad (29)$$

$$\frac{\partial h_2}{\partial m} = -m_0 \lambda Z_2 \frac{\partial r}{\partial m} - m_0 B \quad (30)$$

Para obter expressões para  $\partial r/\partial E$  e  $\partial r/\partial m$ , diferencia-se equação (17), em relação a  $E$  e a  $m$ , lembrando que (23') vale de tal forma que:

$$Z_1 \left(-\frac{m}{s}\right) + Z_2 \left(\frac{\partial r}{\partial E} - 1\right) + m + \theta \left\{ f_1 \left(-\frac{m}{s}\right) + f_2 \frac{\partial r}{\partial E} \right\} = 0$$

$$Z_1 \frac{(\mu - E)}{s} + Z_2 \frac{\partial r}{\partial m} - (\mu - E) + \theta \left\{ f_1 \frac{(\mu - E)}{s} + f_2 \frac{\partial r}{\partial m} - 1 \right\} = 0$$

Como, no equilíbrio,  $\mu_0 = E$ , as expressões acima ficam:

$$\frac{\partial r}{\partial E} = \frac{\frac{m_0}{s} (Z_1 + \theta f_1 - s) + Z_2}{Z_2 + \theta f_2} \quad (31)$$

$$\frac{\partial r}{\partial m} = \frac{\theta}{Z_2 + \theta f_2} < 0 \quad (32)$$

O polinômio característico pode agora ser escrito como:

$$\begin{vmatrix} \lambda A - x & \gamma B \\ -m_0(1+A) & -m_0 B - x \end{vmatrix} = 0$$

Ou ainda:

$$x^2 + (m_0 B - \gamma A)x + \gamma B m_0 = 0 \quad (33)$$

Como  $B > 0$ , a estabilidade do sistema na vizinhança do ponto de equilíbrio definido por  $\mu_0$  dependerá exclusivamente do sinal do termo  $(m_0 B - \gamma A)$ . Se este termo for positivo, as raízes características serão negativas se reais ou terão partes reais negativas se forem complexas, que é o resultado desejado:

$$m_0 B - \gamma A = \lambda m_0 Z_2 \left(\frac{\partial r}{\partial m}\right) - \gamma \lambda \left\{ -Z_1 \frac{m_0}{s} - Z_2 + Z_2 \left(\frac{\partial r}{\partial E}\right) \right\}$$

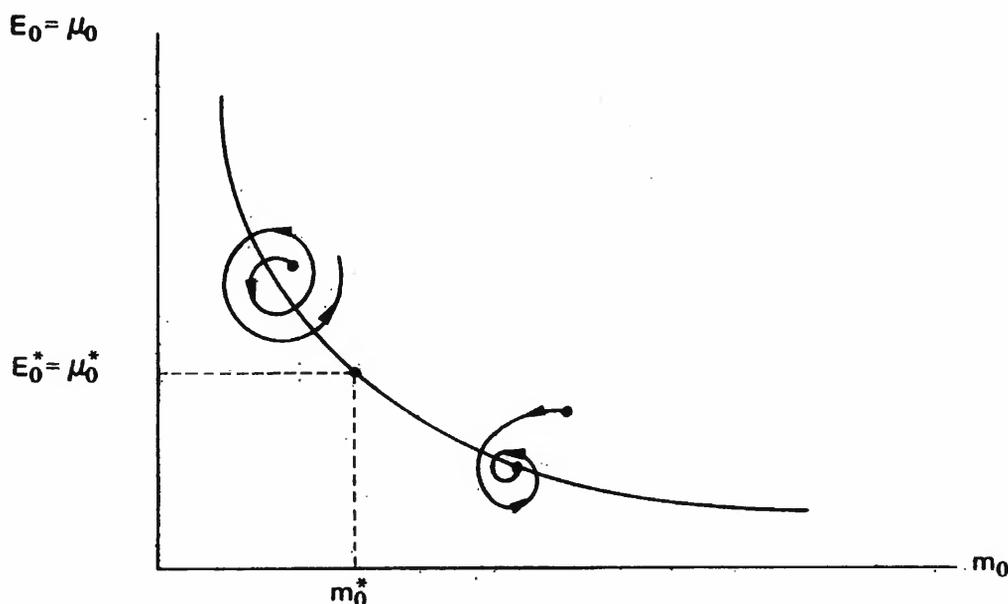
Substituindo as derivadas da função  $r$  por (31) e (32) e colocando a expressão em termos de  $m_0$ , obtém-se estabilidade local no sistema quando:

$$m_0 > \frac{-\gamma\lambda\theta s f_2 Z_2}{s\theta Z_2 + \gamma\theta f_2 Z_1 + \gamma Z_2 (s - \theta f_1)} = m_0^* \quad (34)$$

Isto significa que o sistema será estável se, para uma dada taxa de expansão monetária  $\mu_0$ , o estoque real de moeda de equilíbrio  $m_0$  for maior do que o segundo membro de (34), que é positivo para os valores plausíveis dos coeficientes. Graficamente, pode-se representar a condição de estabilidade no plano  $(E, m)$ , conforme o diagrama abaixo. A curva traçada no diagrama indica, para cada  $\mu_0$ , os valores de equilíbrio  $(E_0, m_0)$ . A curva se aproxima assintoticamente do eixo vertical à medida que a taxa de expansão monetária (e a taxa de inflação) aumenta, refletindo um aumento ilimitado na velocidade-renda da moeda. Haverá um valor crítico  $\mu_0^*$  abaixo do qual o estoque real de moeda de equilíbrio é maior do que  $m_0^*$ , que representa o valor do segundo membro de (34), o que garante a estabilidade. Para valores  $\mu_0^* > \mu_0$  o sistema se torna instável<sup>9</sup>.

### DIAGRAMA III

#### Representação Dinâmica do Sistema



9 Observe-se que o segundo membro de (34) também é função de  $\mu$ , ou seja, as derivadas das funções  $Z$  e  $f$  dependem do ponto em que são tomadas.

Sem a especificação das funções  $Z$  e  $f$ , isto é o máximo que se pode dizer sobre as propriedades matemáticas do modelo. Para caminhar um pouco mais nas questões da existência e estabilidade do equilíbrio, será feita agora uma especificação linear dessas funções. A perda envolvida nesta particularização do modelo é transformar a curva do diagrama acima numa reta e fazer os coeficientes do modelo todos constantes e independentes de  $\mu$ .

Seja então:

$$Z(q, r - E) = \alpha q - \beta(r - E) \quad (35)$$

$$f(q, r) = vq - \ell r \quad (36)$$

onde  $\alpha$  é a propensão marginal a gastar,  $v$  é o inverso da velocidade-renda marginal da moeda e  $\beta$  e  $\ell$  são os coeficientes do dispêndio e da demanda de moeda em relação à taxa de juros.

Vejamos, em primeiro lugar, o problema da existência do equilíbrio. Na versão linear, a função (23') fica sendo:

$$r = \frac{1}{\beta + \theta\ell} \left[ -(\mu - E)m - \theta m - \theta m + \beta E + (\alpha + \theta v)y + (\alpha + \theta v) \left( \mu - E \right) \frac{m}{s} \right] \quad (37)$$

Substituindo o valor de  $r$  acima em (19') e (20') obtém-se um sistema de duas equações diferenciais em  $E$  e  $m$ , para dado valor de  $\mu$ . A solução deste sistema, como já foi visto, consiste em tomar o valor  $E_0 = \mu_0$  e fazer  $Z(q, r - E) = 0$ . Logo, deve-se ter:

$$Z(q_0, r - E_0) = \alpha y + \beta\mu_0 - \beta r_0 = 0$$

Substituindo o valor de  $r_0$  em (37) e simplificando, determina-se o valor do estoque real de moeda no equilíbrio:

$$m_0 = \frac{\beta v - \alpha \ell}{\beta} y - \ell \mu_0 = \frac{\beta v - \alpha \ell}{\beta} y - \ell E_0 \quad (38)$$

Esta equação é a forma linear da curva desenhada no diagrama acima, ligando os valores de equilíbrio de  $E$  e  $m$ , para cada valor fixado de  $\mu$ . Assim  $E_0 = \mu_0$  e  $m_0$  definido em (38) é o único par que dá o equilíbrio de fluxo e de estoque no sistema. Naturalmente, para que o modelo se aplique a uma economia monetária, tem-se que  $\text{supor } m_0 > 0$ . No caso de funções lineares, pelo menos, esta condição impõe um limite superior à taxa de expansão monetária, tal que:

$$\mu_0 < \frac{\beta v - \alpha \ell}{\beta \ell} \gamma = \left( \frac{v}{\ell} - \frac{\alpha}{\beta} \right) \gamma \quad (39)$$

É interessante observar que, para que  $(\beta v - \alpha \ell)$  seja positivo, como deve ser para que o modelo faça sentido, é necessário que a elasticidade-juro do dispêndio agregado seja alta relativamente à elasticidade-juro da demanda de moeda, conforme já foi enfatizado no texto.

O valor da taxa nominal de juros no ponto de equilíbrio pode ser obtido agora da equação (37):

$$r_0 = \frac{\alpha \beta + \theta^2 \ell}{\beta(\beta + \theta \ell)} + \mu_0 \quad (40)$$

A taxa natural de juros  $n$  é definida pelo primeiro termo do segundo membro da expressão acima. No ponto em que  $r_0 = n + \mu_0 = n + \pi_0 = n + E_0$ , o excesso de dispêndio será nulo, isto é,  $Z(y, n) = 0$  e também  $m^d(y, r_0) = m_0$ .

O problema da estabilidade pode agora ser estudado de modo mais específico. Já se ressaltou que o sistema será estável quando:

$$m_0 B - \gamma A > 0$$

Substituindo  $A, B$  pelos seus valores, obtém-se:

$$m_0 [s\theta\beta + \gamma\theta\alpha\ell + \gamma\beta(s - \theta v)] - \gamma s\theta\gamma\ell > 0$$

Finalmente, substituindo  $m_0$  pelo seu valor obtido em (38), chega-se a uma condição de estabilidade em termos da taxa de expansão monetária  $\mu_0$ :

$$\mu_0 < \frac{\beta v - \theta \ell}{\beta \ell} - \gamma - \frac{\gamma s \theta \beta}{s \theta \beta + \gamma \theta \alpha \ell + \gamma \beta (s - \theta v)}$$

Ou ainda, denominamos de  $\mu^*$  o primeiro termo do segundo membro, que é o valor crítico de  $\mu$  que preserva uma economia monetária (faz o estoque real de moeda exatamente zero), tem-se para a estabilidade que:

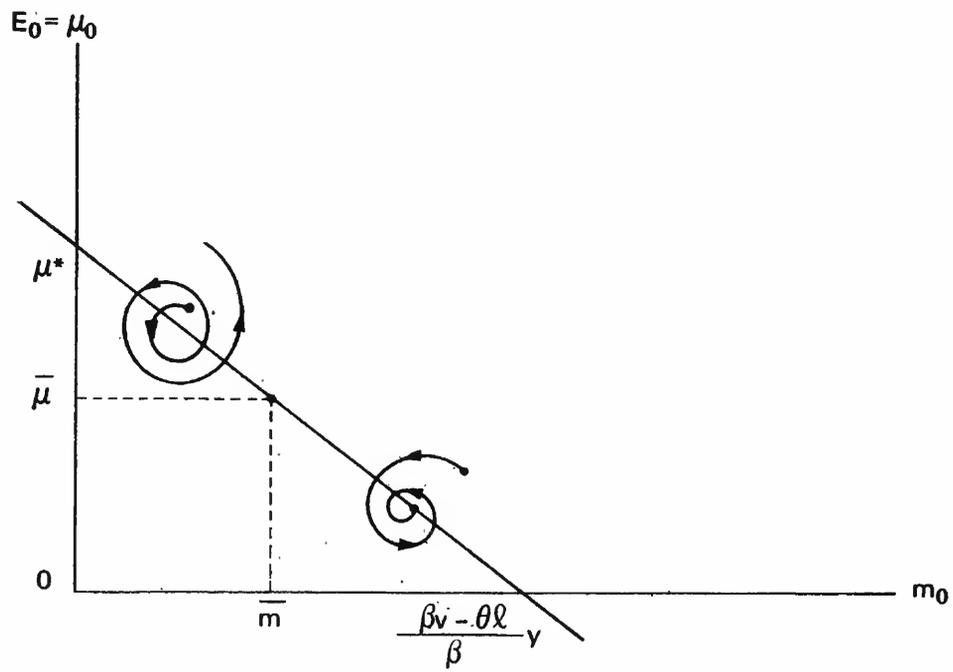
$$\mu_0 < \mu^* - \frac{\gamma s \theta \beta}{s \theta \beta + \gamma \theta \alpha \ell + \gamma \beta (s - \theta v)} \quad (41)$$

O diagrama abaixo, construído nos mesmos princípios do caso geral, ilustra as possíveis situações do sistema. Haverá um valor máximo  $\bar{\mu}$  além

do qual o sistema diverge. Para valores inferiores a  $\bar{\mu}$ , o sistema converge, determinando uma taxa de inflação de equilíbrio.

#### DIAGRAMA IV

Representação da Estabilidade do Sistema no Caso Linear



## LITERATURA CITADA

BAILEY, M.J. (1962) – **National Income and The Price Level**, McGraw-Hill.

BLAUG, M. (1968) – **Economic Theory in Retrospect**, R.D. Irwin.

BRUNNER, K. e MELTZER, A.H. (1972) – “Money, Debt and Economic Activity” **Journal of Political Economy**, vol. 80, nº 5, setembro.

\_\_\_\_\_ (1974) – “An Aggregative Theory for a Closed Economy”  
Conference on Monetary Economics, Brown Un., novembro.

FISCHER, S. (1972) – “Keynes-Wicksell and Neoclassical Models of Money and Growth”, **American Economic Review**, vol. 62, nº 5, dezembro.

FRIEDMAN, M. (1968) – “Factors Affecting the Level of Interest Rates”  
Tenth Conference on Savings and Residential Finance.

\_\_\_\_\_ (1969) – **The Optimum Quantity of Money and Other Essays**,  
Aldine.

\_\_\_\_\_ (1971) – **A Theoretical Framework for Monetary Analysis**,  
NBER Occasional Paper nº 112.

HICKS, J.R. (1965) – **Capital and Growth**, Oxford Un. Press.

\_\_\_\_\_ (1974) – **The Crisis in Keynesian Economics**, Oxford Un.  
Press.

KEYNES, J.M. (1971) – **A Treatise on Money**, vol. I: **The Pure Theory of Money**, Royal Economic Association, McMillan.

LAILLER, D. (1975) – **Essays on Money and Inflation**, Chicago Un. Press.

MARTONE, C.L. (1976) – “Um Esquema para a Oferta de Moeda e Crédito” **Revista Brasileira de Economia**, vol. 30, nº 4, dezembro.

MUNDELL, R.A. (1971) – **Monetary Theory. Inflation, Interest and Growth in the World Economy**, Goodyear.

PATINKIN, D. (1975) – **Money, Interest and Prices**, Harper & Row.

**SJAASTAD, L. (1975) – “On the Monetary Theory of the Balance of Payments: An Extension” Sixth Konstanz Seminar on Monetary Theory and Policy, agosto.**

**SJAASTAD, L. e WISECARVER, D. (1977) – “The Social Cost of Public Finance”, Journal of Political Economy, vol. 85, nº 4, agosto.**

**STEIN, J. (1969) – “Neo-Classical and Keynes-Wicksell Monetary Growth Models”, Journal of Money, Credit and Banking, vol. 1, nº 1, maio.**

**\_\_\_\_\_ (1970) – “Monetary Growth Theory in Perspective” American Economic Review, vol. 60, nº 1, março.**

**WICKSELL, K. (1935) – Lectures on Political Economy, vol. II, G. Routledge & Sons.**

**WICKSELL, K. (1965) – Interest and Prices, Reprints of Economics Classics, A.M. Kelley.**