

A. F. R. DE TOLEDO PIZA

# O temperamento da harmonia e da afinação



**A** capacidade de compreensão humana acaba sempre por ter que se render à complexidade do mundo, o que afinal empresta sempre alguma utilidade a distorções simplificadoras. Não devo nem posso pretender mais que uma certa utilidade, portanto, da afirmação que me ocorre para iniciar esta resenha: a de que o grande ato que foi a elaboração da tonalidade na música ocidental, digamos de Claudio

Monteverdi (o seu Galileu) a Richard Wagner (porventura o seu Maxwell) foi ao mesmo tempo o terreno em que se travou uma curiosa batalha entre duas das artes liberais do Quadrivium, a Música e a Aritmética. Não é propriamente a história dessa inconclusa (e indecidível) batalha, mas uma exposição particularmente lúcida das questões envolvidas no confronto, que acaba de ser publicada por Hidetoshi Arakawa, em edição do autor, sob o título *Afinação e Temperamento: Teoria e Prática*.

**A. F. R. DE TOLEDO PIZA** é professor do Departamento de Física Matemática, do Instituto de Física da USP.

*Afinação e Temperamento: Teoria e Prática*, de Hidetoshi Arakawa, Campinas, Edição do Autor, 1995.

O conflito, básico e irremovível, se manifesta quantitativamente de modo muito simples e com múltiplas facetas. Em todas elas, se mostra sob a forma de impossibilidades aritméticas, das quais o autor menciona desde logo três: a *inexistência* de números inteiros  $m$  e  $n$  tais que se tenha

$$(a): \left(\frac{3}{2}\right)^m = 2^n$$

ou

$$(b): \left(\frac{5}{4}\right)^m = 2^n$$

ou ainda

$$(c): \left(\frac{6}{5}\right)^m = 2^n$$

O terrível significado musical dessas simples impossibilidades é que: a) nenhuma sucessão de quintas puras passa por alguma múltipla oitava de uma frequência de partida; e que tampouco o fazem; b) qualquer sucessão de terças maiores puras ou; c) qualquer sucessão de terças menores puras. Tal interpretação envolve a curiosa propriedade logarítmica da percepção das alturas sonoras, que codifica *razões* de frequências (com propriedades de composição multiplicativas) em *intervalos* que são distâncias sonoras (com propriedades de composição aditivas). As frações simples funcionam então nas relações acima como representações pitagóricas dos intervalos puros, sendo a oitava representada pelo número 2. O atual distanciamento entre a música e o domínio das chamadas ciências exatas tornou muito rara a existência, em uma só e mesma pessoa, de familiaridade suficiente e simultânea com o que sejam e como se combinam os intervalos musicais e também com o que sejam e como funcionam frequências e relações logarítmicas. O livro de Hidetoshi Arakawa traz uma contribuição importante para reduzir os desentendimentos que resultam desse fato, sem colocar exigências desmesuradas sobre a habilidade matemática do leitor. Ela consiste essencialmente em propor e adotar unidades e notação muito convenientes para expor os meandros aritméti-

cos do problema com notável transparência e simplicidade.

As incongruências aritméticas que decretam a mencionada incomensurabilidade de intervalos puros adquirem também características de desafio, ou mesmo de provocação, quando se nota que elas *quase* desaparecem para certos valores de  $m$  e  $n$  (diferentes em cada um dos três casos citados). De fato,

$$\frac{\left(\frac{3}{2}\right)^{12}}{2^7} = \frac{129.74634}{128} = 1.0136433,$$

$$\frac{\left(\frac{5}{4}\right)^3}{2^1} = \frac{125}{128} = 0.9765625$$

e

$$\frac{\left(\frac{6}{5}\right)^4}{2^1} = \frac{1296}{1250} = 1.0368$$

Portanto, doze quintas *quase* correspondem a sete oitavas e três terças maiores ou quatro terças menores *quase* correspondem a uma oitava. Há também *quase-congruências* mais complexas. Notadamente, a relação entre quatro quintas e duas oitavas (que é chamada *terça pitagórica*)

$$\frac{\left(\frac{3}{2}\right)^4}{2^2} = \frac{81}{64}$$

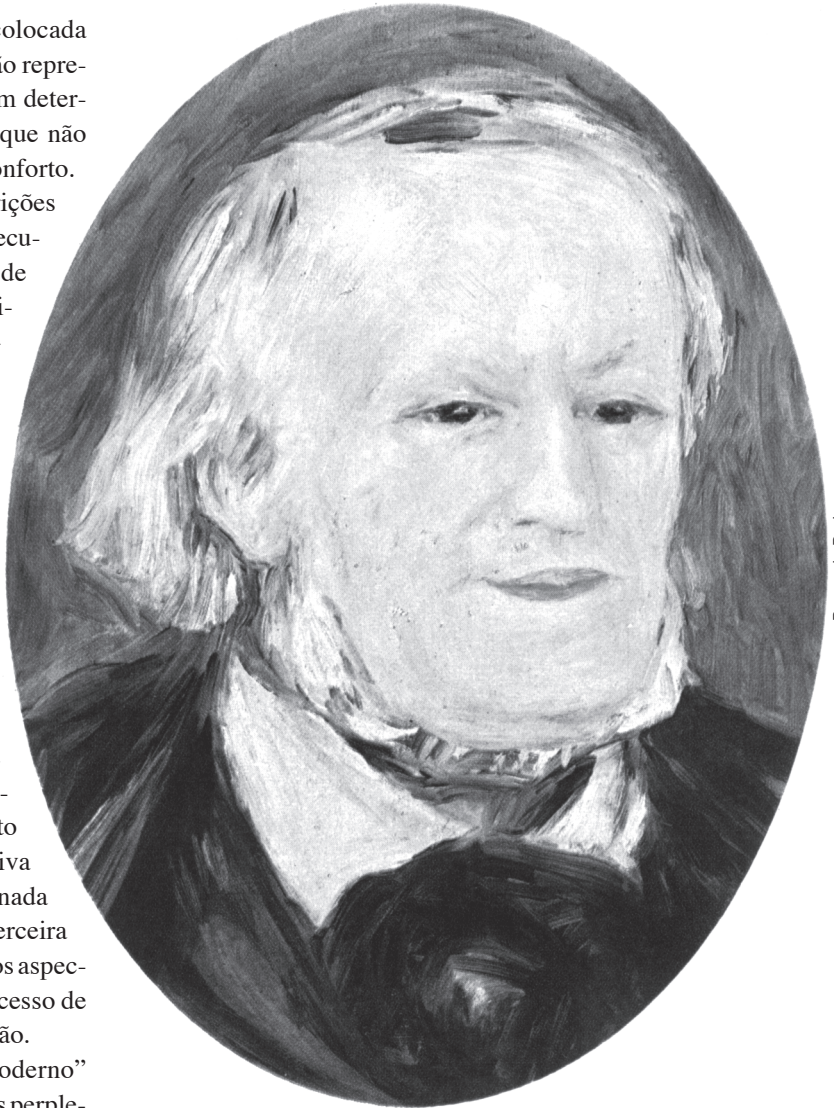
é *quase* uma terça maior pura,  $5/4$  ou  $80/64$ . A relação entre esses dois números,  $81/80=1.0125$  é a chamada *coma sintônica* que, juntamente com a incongruência de doze quintas com sete oitavas,  $1.0136433$  (chamada *coma pitagórica*), são personagens centrais nos vários lances da batalha. A existência aritmeticamente inevitável das *comas* faz com que escalas musicais com os atributos desejáveis de pureza harmônica e simetria sejam, na realidade, apenas *quase* possíveis.

Quando uma insistência maior é colocada sobre a pureza harmônica, a distorção representada pelas comas se concentra em determinadas regiões do espaço sonoro que não podem então ser visitadas sem desconforto. Para o compositor isso significa restrições à liberdade de modulação; para os executantes significa restrições à liberdade de transposição dentro de uma dada afinação. Quando, por outro lado, a opção preferencial é feita por uma máxima preservação dessas liberdades, é preciso tolerar efeitos mais ou menos ubíquos dos resíduos resultantes de algum processo de dispersão das comas, ou “temperamento”. Na parte central e mais extensa de seu livro, o autor conduz o leitor através da análise quantitativa de diversos sistemas com os quais a música fez por se esgueirar através de obstáculos aritméticos. É essencial não perder de vista que esses sistemas foram sempre práticos, isto é, passíveis de implementação efetiva por uma pessoa adequadamente treinada em um instrumento acústico real. A terceira parte do livro é, portanto, dedicada aos aspectos operacionais desse essencial processo de implementação, a Prática de Afinação.

O conhecido compromisso “moderno” com o qual se pretende dar cabo de tais perplexidades é tão avassalador quanto despersonalizado. Ele consiste, teoricamente, numa democrática interpolação geométrica de onze outras frequências intermediárias dentro dos limites de uma oitava, que se vê então dividida em doze intervalos iguais. A uniformidade quantitativa dessa regra decretada, porém, a exclusão de qualquer relação harmônica pura, exceção feita à própria oitava. No prefácio de seu livro, o autor afirma que “o igual temperamento difundiu-se gradualmente, à medida que as pessoas foram se privando das sensações de certas sonoridades, acabando finalmente por perder a capacidade de apreciá-las”. Pouco adiante propõe uma curiosa parábola: “O autor nasceu e se criou no Japão. Na língua japonesa não há distinção entre as letras ‘l’ e ‘r’, e sua pronúncia é o meio-termo de ambas. Assim, tenho

dificuldade em distingui-las e pronunciá-las. Se viesse a propor a unificação de ‘l’ e ‘r’, para simplificar a língua ou mesmo economizar número de caracteres, os que possuem a capacidade de distingui-las protestariam veementemente, sem dúvida alguma”. Comentar-se-ia ainda, talvez, que com toda razão.

A sugestão clara é a de que a extrusão racional que “resolve” o desafio tem aspectos destruturantes. Isso é, aliás, precisamente o que sói ocorrer com todas as tão úteis distorções simplificadoras que mencionei no início. Felizmente, o igual temperamento é apenas mais uma dessas distorções, o que mantém aberta a possibilidade de descobertas novas para quem se disponha a questioná-las.



Banco de Dados

*O compositor alemão Richard Wagner, em retrato do pintor francês Auguste Renoir*