
COMPORTAMENTO E ESTRUTURA A TERMO DA VOLATILIDADE DE EMPRESAS DE GRANDE E PEQUENO PORTE

ARTIGO – FINANÇAS

Pablo Rogers

Mestre em administração pela FAGEN-UFU. Doutorando em Administração na FEA-USP. Professor de Finanças da FAGEN-UFU
E-mail: pablo@ufv.br

José Roberto Securato

Doutor em administração pela FEA-USP. Professor Titular de Finanças na FEA-USP
E-mail: securato@usp.br

Kárem Cristina de Sousa Ribeiro

Doutora em Administração pela FEA-USP. Pós-Doutorado em Administração pela FEA-USP. Professora de Finanças na FAGEN-UFU
E-mail: kribeiro@ufu.br

RESUMO

Em contraposição às hipóteses para sustentação dos modelos financeiros “clássicos”, como o *Capital Asset Pricing Model* (CAPM) de Sharpe-Litner-Mossin, a literatura recente de Finanças tem documentado que algumas características das empresas se mostram relevantes para explicar retornos esperados. Este artigo tem por objetivo analisar se o tamanho da empresa no Brasil é uma característica importante para explicar uma outra dimensão da relação risco *versus* retorno: a volatilidade. Como metodologia, procedeu-se a uma reestruturação completa do índice IBrX da Bolsa de Valores de São Paulo (Bovespa), obtendo-se dois novos índices: um de empresas com grande porte e outro de empresas com pequeno porte. A partir dos índices construídos, analisaram-se o comportamento e a estrutura a termo da volatilidade, com ajustes dos modelos GARCH (1,1) e TARCH (1,1). Em linhas gerais, pode-se concluir que o comportamento e a estrutura a termo da volatilidade de empresas de grande e pequeno porte são diferentes, o que permite a incorporação da característica tamanho da empresa nas funções financeiras, tais como decisões de investimentos, precificação de títulos e gerenciamento de risco.

Palavras-chave: Modelos GARCH, Volatilidade, Efeito Tamanho.

BEHAVIOR AND TERM STRUCTURE OF VOLATILITY FOR LARGE AND SMALL COMPANIES

ABSTRACT

Recent finance literature states that certain company characteristics are relevant to explain the returns expected, which is contrary to classic financial models such as the Capital Asset Pricing Model. The effect of company size in Brazil was investigated to verify if it explains another aspect of the relationship of risk versus return, which is volatility. The method used was to restructure the IBrX index (Sao Paulo Stock Exchange – Bovespa) to obtain a new index for large sized companies and also another for small companies. The behavior and term structure of volatility was analyzed using adjustments of the GARCH (1.1) and TARCH (1.1) models for each of the two new indices. It was concluded that, in general, small and large companies have different behaviors and term structures of volatility. Therefore, this size aspect should be taken into account for decisions, instrument pricing and risk management in financial considerations.

Key words: GARCH Models, Volatility, Size Effect.

1. INTRODUÇÃO

A estimação, previsão e estudo do comportamento da volatilidade estão no coração da modelagem do risco financeiro (ALEXANDER, 2005:10). O entendimento da volatilidade tem implicações importantes, pois:

- a) lançadores de opções necessitam prever a volatilidade dos preços durante toda a vida da opção;
- b) a administração do risco das posições dos lançadores de opções, que são baseadas em um *hedge* ótimo, necessita das previsões da volatilidade;
- c) a volatilidade implícita é essencial para se computar as razões de *hedge* apropriadas para lançadores de opções;
- d) as previsões estatísticas da volatilidade de todos os possíveis fatores de risco dos mercados são de suma importância para liquidar as posições e para calcular a exigência total de capital em risco (VAR) dos bancos;
- e) para validar os modelos de precificação e de *hedge*, que são utilizados pelas mesas de gerenciamento de risco, são necessárias avaliações independentes de todas as volatilidades implícitas e estatísticas.

Poon e Granger (2003:478) afirmam ainda que a extensa pesquisa no campo da volatilidade reflete sua importância nas decisões de investimentos, precificação de títulos, gerenciamento de risco e até mesmo nas políticas monetárias. A volatilidade é a variável mais importante na precificação de derivativos e tem papel central no gerenciamento de risco financeiro desde o primeiro Acordo de Basileia, em 1996. Esse acordo tornou obrigatório computar a previsão da volatilidade para gerenciamento de risco em muitas instituições financeiras ao redor do mundo: seja qual for a metodologia empregada, os bancos necessitam conhecer a volatilidade para estimar o VAR.

A volatilidade dos mercados financeiros pode repercutir amplamente na economia como todo. Os incidentes causados pelos ataques terroristas em 11 de setembro de 2001 e os escândalos financeiros recentes nos EUA causaram grande turbulência nos mercados financeiros internacionais e impactos

negativos na economia mundial. No Brasil, o segundo semestre de 2002 mostrou o impacto da instabilidade política sobre a volatilidade nos mercados financeiros, causando e dissipando danos na economia real. Esses fatos são evidências claras da relação existente entre incerteza nos mercados financeiros e confiança pública (POON; GRANGER, 2003:479).

Nesse sentido, o estudo do comportamento da volatilidade tem sido considerado uma peça fundamental de política monetária, pois serve de “barômetro” da vulnerabilidade dos mercados financeiros e da economia. Nos EUA, o Federal Reserve coloca explicitamente em pauta na discussão de política monetária a volatilidade das ações, títulos, moedas e *commodities*. O Banco da Inglaterra também se refere frequentemente ao sentimento do mercado financeiro nas suas reuniões de política monetária mencionando a volatilidade implícita nas opções (POON; GRANGER, 2003:479). No Brasil, o Banco Central faz uso frequente das informações de volatilidade nos mercados de juros, moedas, ações e *commodities* para justificar seu relatório de política monetária.

Dada a importância da volatilidade nos mercados financeiros, este estudo tem por objetivo estudar seu comportamento no mercado brasileiro de ações entre o período de setembro de 2001 a agosto de 2007, e obter os parâmetros relevantes para formação da estrutura a termo da volatilidade de dois tipos de empresas: as de alto valor de mercado (*high*) e as de baixo valor de mercado (*small*). Recentemente, a literatura de finanças tem documentado que o conhecimento do tamanho da empresa (*size effect*) é fundamental para estimar os retornos esperados das ações. Este estudo buscar analisar se, no Brasil, o conhecimento individual da volatilidade de empresas de grande e pequeno porte torna-se necessário em algumas funções financeiras, como no gerenciamento de risco, por exemplo. Se o comportamento da volatilidade das empresas de maior tamanho for diferente do das empresas de tamanho reduzido, as volatilidades destas devem ser estimadas separadamente ou o efeito tamanho deve ser incorporado nos modelos de risco financeiro, como o VAR.

Para alcançar o objetivo do trabalho, estudou-se o comportamento da volatilidade de dois índices de ações: índice *small* (IS) e índice *high* (IH). Esses dois índices foram obtidos mediante uma

reestruturação completa do índice IBrX da Bovespa. Depois de análise preliminar criteriosa e diagnóstico de robustez prudente, notou-se que dois modelos da família ARCH eram suficientes para explicar o comportamento da volatilidade desses dois índices. A seção três desta pesquisa justifica a adoção desses dois modelos e apresenta a metodologia utilizada na reestruturação do IBrX. Por meio da discussão do efeito tamanho, a seção dois do trabalho estrutura a revisão da literatura que despertou nossa hipótese de pesquisa. A seção quatro mostra detalhadamente os resultados da pesquisa, e na seção cinco revisamos, discutimos e justificamos os resultados a título de conclusão.

2. REVISÃO DA LITERATURA

Após quatro décadas de seu aparecimento, o modelo de precificação de ativos de capital proposto por Sharpe (1964) e Litner (1965), conhecido como CAPM, ainda é o modelo mais amplamente utilizado na estimativa do custo de capital e na avaliação de carteiras (FAMA; FRENCH, 2007:103). Seu sucesso deve-se talvez à apresentação de uma base teórica palatável sobre a relação entre risco e retorno. De forma resumida, o CAPM relaciona o retorno esperado de um ativo, em um mercado em equilíbrio, com seu risco não diversificável. Esse modelo estabeleceu que a medida de risco relevante é a sensibilidade do retorno do ativo em questão ao retorno da carteira de mercado, conhecido como coeficiente beta.

Infelizmente, como afirmam Fama e French (2007:104), o histórico empírico do CAPM é fraco o bastante para invalidar a maneira com que é empregado. Em tese, os principais problemas do CAPM podem ser em grande parte as hipóteses simplificadoras em sua construção, como: 1) os investidores tomam decisões sobre alocação de carteiras apenas com base média e variância; 2) os investidores são avessos ao risco e prevalece o princípio da dominância; 3) os ativos individuais são infinitamente divisíveis; 4) existe uma taxa livre de risco, na qual um investidor pode tanto emprestar quanto tomar emprestado; 5) custos de transação e impostos são zero; 6) perfeita informação entre os investidores.

A despeito das simplificações impostas pelo CAPM, acumularam-se evidências, principalmente a partir dos anos 70, de que grande parte da

variação do retorno esperado carece de correlação com o beta do mercado. Em essência, os trabalhos empíricos começaram a contestar a idéia de que o retorno esperado de um ativo poderia ser explicado por um único fator: o mercado. Basu (1977) apresenta evidências de que, quando ações ordinárias são classificadas por índices preço-lucro, os retornos futuros de ações de preço-lucro elevado são mais altos do que estima o CAPM. Adicionalmente, Banz (1981) acrescenta que, quando as ações são classificadas por capitalização no mercado (preço vezes número de ações em circulação), os retornos médios de ações pequenas são maiores do que estima o CAPM. Essa evidência tornou conhecido o efeito tamanho (FAMA; FRENCH, 2007:110).

Fama e French (2007) discutem alguns outros pesquisadores que encontraram evidências empíricas da relação entre fatores de risco associados às características das empresas e os retornos observados das ações, e documentam que medidas de alavancagem e o índice valor escritural (contábil)/valor de mercado também trazem informações sobre os retornos esperados que escapam aos betas de mercado. Com base nessas evidências, Fama e French (1993, 1996) propuseram um modelo trifatorial de retornos esperados: 1) o excesso de retorno em relação ao mercado (fator mercado); 2) a diferença entre os retornos de carteiras de ações de empresas pequenas e grandes (fator tamanho = SMB, denotado por “*small minus big*”); e 3) a diferença entre os retornos de carteiras de ações de empresas de alta capitalização e de baixa capitalização (fator relação valor contábil (BE)/valor de mercado (ME) = HML, denotado por “*high minus low*”). A equação do modelo apresenta-se como segue:

$$R_j - R_F = \alpha_j + b_j(R_M - R_F) + s_jSMB + h_jHML + \varepsilon_j \quad [1],$$

onde b_j , s_j e h_j representam as sensibilidades aos fatores mercado, tamanho e valor contábil/valor de mercado, respectivamente.

Fundamentalmente, Fama e French (1993, 1996) transformaram características relevantes das empresas em retornos. Grinblatt e Titman (2005:198) defendem que o modelo de 3-Fatores de Fama e French é composto de três carteiras de custo zero (ou seja, que se autofinanciam). De acordo com os autores, esses fatores representam: 1) uma

posição comprada em carteira de índice de valores ponderados e uma posição vendida em letras do Tesouro – a diferença entre o retorno realizado do índice de valores ponderados e o retorno dos títulos do Tesouro; 2) uma posição comprada em uma carteira de ações de baixo ME e uma posição vendida em uma carteira de ações de alto ME; e 3) uma posição comprada em uma carteira de ações de baixo BE/ME e uma posição vendida em ações de alto BE/ME.

Fama e French (1993, 1996) concluem que seu modelo capta grande parte da variação do retorno médio de carteiras formadas com base no tamanho, no índice BE/ME e em outros índices de preços que causam problemas no CAPM. Fama e French (1998) demonstram, a partir de estudo em 13 grandes mercados, que o modelo trifatorial tem melhor desempenho do que o CAPM na descrição dos retornos médios de carteiras formadas com base em variáveis de escala de preço. O modelo de 3-Fatores de Fama e French é hoje amplamente utilizado em pesquisas empíricas por gestores de carteiras e por profissionais de mercado como alternativa ao CAPM, para estimar o custo do capital social (FAMA; FRENCH, 2007:112).

No Brasil, estudos empreendidos em diferentes períodos suportaram o modelo 3-Fatores de Fama e French. Costa Jr. e Neves (1998), Mellone Júnior (1999), Rodrigues (2000), Rodrigues e Leal (2003), Málaga e Securato (2004), Lucena e Pinto (2005) e Santos, Famá e Mussa (2007) apresentaram evidências empíricas suficientes de que características das empresas como tamanho e efeito *book-to-market* explicam grande parte dos retornos das ações.

Mais recentemente, Rogers e Securato (2007) testaram de forma abrangente no mercado brasileiro de ações o modelo 3-Fatores de Fama e French, e o compararam com outros dois: a versão básica do CAPM e o *Reward Beta Model*. Os pesquisadores utilizaram a metodologia de teste em dois passos para modelos de equilíbrio geral: o primeiro passo consistiu em estimar os parâmetros dos modelos a partir de regressões em séries temporais, enquanto o segundo, em estimar os parâmetros usados como variáveis explicativas em regressões *cross section*. Os testes foram realizados sobre carteiras, de acordo com a metodologia de Fama e French (1993), e aplicados em duas subamostras de ações com dados disponíveis na Bovespa no período de julho de 1995

a junho de 2006. Os resultados suportaram o modelo 3-Fatores de Fama e French, mas o fator que capta o efeito *book-to-market* não se mostrou significativo. Dessa forma, indicou-se para predição de retornos esperados no mercado de capitais brasileiro um modelo que capta o excesso de retorno do mercado e o efeito-tamanho.

Dado que a informação do tamanho da firma é importante para calcular os retornos esperados das ações no mercado de capitais brasileiro, uma questão natural pode ser formulada a respeito: o conhecimento do efeito-tamanho é relevante na previsão do risco total das ações? Espera-se que características das empresas que envolvem os preços das ações tragam informações sobre o risco total que escapam aos betas do mercado. Pensando melhor, a resposta à pergunta acima parece lógica. O preço de uma ação não depende apenas dos fluxos de caixa esperados, mas também dos retornos esperados que descontam os fluxos de caixa ao valor presente. Assim, em princípio, um elevado retorno esperado implica uma elevada taxa de desconto e um baixo preço: a taxa de desconto será mais ou menos elevada, dependendo do risco total da ação. Sabendo-se que o risco total de uma empresa pode ser modelado a partir do conhecimento do processo da volatilidade dos retornos de suas ações, tecnicamente formula-se a seguinte hipótese de pesquisa:

H₀: O comportamento e a estrutura a termo da volatilidade das ações de empresas de grande porte são diferentes do comportamento e da estrutura a termo da volatilidade das ações de empresas de pequeno porte.

3. PROCEDIMENTOS EMPÍRICOS

Alexander (2005:11) discute que, ao contrário dos preços, a volatilidade e a correlação não são diretamente observadas no mercado. Elas somente podem ser estimadas no contexto de um modelo. Existem duas abordagens principais para modelar as volatilidades: a volatilidade implícita e a volatilidade estatística.

A volatilidade implícita é a volatilidade do preço do ativo subjacente que está implícita no prêmio de mercado de uma opção, de acordo com um particular modelo. A volatilidade implícita é a resposta à seguinte pergunta: qual é a previsão da volatilidade que se deve usar no modelo de modo

que o prêmio de mercado e o prêmio do modelo sejam o mesmo? Ela é previsão da volatilidade do processo e não uma estimativa da volatilidade, com horizonte dado pela maturidade da opção (ALEXANDER, 2005:23).

A maioria das volatilidades implícitas é baseada na fórmula de Black e Sholes (1973) para as opções européias. O modelo de precificação de Black-Sholes estima o prêmio teórico de uma opção como função da volatilidade constante do preço do ativo subjacente e de outras variáveis conhecidas: taxa de juros, maturidade e o preço de exercício. Apesar de Poon e Granger (2003) apontarem evidências empíricas que comprovam a melhor *performance* das volatilidades implícitas em relação às volatilidades estatísticas na previsão da volatilidade, Alexander (2005) argumenta que as suposições sobre as quais o modelo Black-Sholes está baseado não se verificam na prática e, de tempo em tempo, nos conduzem novamente a questões insolúveis e a diferenças irreconciliáveis.

Modelos do tipo Black-Sholes baseiam-se em duas hipóteses: a) os mercados são completos e eficientes, livres de arbitragem; desse modo, existe um *hedge* perfeito para qualquer ativo financeiro; e b) os preços dos ativos subjacentes são controlados por um processo de difusão que obedece ao movimento geométrico browniano (GBM) com volatilidade constante. Alexander (2005:21) afirma que essas hipóteses são simples e fortes e que o modelo de Black-Sholes é somente uma aproximação grosseira da realidade.

Nesse sentido, apesar de existir uma única verdadeira volatilidade do processo, diferentes opções (*call versus put*, por exemplo) de um mesmo ativo subjacente podem causar diferentes estimativas da volatilidade. Poon (2005) discute quatro razões para isso: 1) o uso errado da distribuição de probabilidade assumida no modelo não capta fenômenos bem documentados pela literatura financeira, como o das “caudas gordas” e da “assimetria à direita” dos retornos; 2) a volatilidade da volatilidade pode ter um prêmio, pois ela é estocástica; 3) muitos modelos são impróprios para a opção americana e omitem o pagamento de dividendos (microestrutura do mercado); e 4) erros de mensuração, em razão de os modelos incluírem ausência de arbitragem, custo de transação igual a zero e negociação contínua (tempo contínuo).

Entretanto, a limitação prática mais importante das estimativas das volatilidades implícitas talvez seja o fato de, principalmente em mercados emergentes, não existir um mercado de opções maduro com negociação de todo tipo de ativo financeiro. O mercado de capitais brasileiro evidencia esse aspecto ao mostrar que apenas algumas grandes empresas possuem um mercado de opções de suas ações.

A volatilidade estatística está relacionada à escolha dos modelos estatísticos aplicados aos dados históricos dos retornos dos ativos. Estes são, geralmente, modelos de séries temporais e podem ser classificados em: modelos de volatilidade constante ou não condicional e modelos de volatilidade variável no tempo ou condicional.

Os modelos de volatilidade não condicional, também conhecidos na literatura simplesmente como volatilidade histórica, partem da hipótese de que as séries de retornos dos ativos são geradas por um processo estocástico estacionário. Nesses modelos, a volatilidade é um número, uma constante para toda a série, e a variação observada, conforme as estimativas das volatilidades são movidas através do tempo, somente pode ser atribuída a erros amostrais. Fazem parte nessa classificação os modelos de média histórica, média móvel e média móvel exponencialmente ponderada. Em todos os modelos o insumo é o desvio-padrão: em dados de baixa frequência (semanal e mensal) ele é calculado pela sua fórmula convencional e em dados de alta frequência (diários e intradiários) considera-se por hipótese que a média dos n retornos passados é zero.

Os modelos de volatilidade variável no tempo descrevem o processo da volatilidade condicional. De acordo com Alexander (2005:13), “[...] o procedimento para se estimar os parâmetros variáveis no tempo de distribuições condicionais baseia-se em um modelo segundo o qual qualquer coisa que tenha acontecido no passado não é considerada como uma observação da variável aleatória corrente”. Nesses modelos, os valores atuais são utilizados para estimar o valor corrente do parâmetro variável no tempo da volatilidade, em vez dos valores esperados de informações passadas. Os modelos condicionais mais populares são os da família ARCH (*Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*), introduzidos por Engle (1982). O objetivo de tais modelos, como salientam

Morettin e Toloi (2004:313), é modelar a volatilidade manifestada de várias maneiras numa série financeira:

- a volatilidade aparece em grupos de maior ou menor variabilidade;
- a volatilidade evolui continuamente no tempo;
- ela reage de modo diferente a valores positivos ou negativos da série (MORETTIN; TOLOI, 2004:313).

Inicialmente, assume-se uma equação da média, que pode ser um modelo genérico de regressão linear, tal como:

$$y_t = \alpha + \beta X + u_t \quad [2],$$

onde y_t é a variável dependente; α é o intercepto de regressão; X é a matriz das variáveis independentes x_1, x_2, \dots, x_n ; β é a matriz de coeficientes angulares das variáveis independentes; e u_t é o resíduo da regressão em $u_t \sim N(0, \sigma^2)$. Em modelos nos quais as variâncias não são constantes (σ^2) e há presença de heterocedasticidade nos resíduos (σ_t^2), foi definida por Engle (1982) uma maneira de modelar esta variância por meio dos seus componentes auto-regressivos:

$$\sigma_t^2 = w_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i u_{t-i}^2 + e_t \quad [3],$$

onde w_0 representa o intercepto, com a restrição de que $w_0 > 0$; σ_t^2 é a variância condicional; u_{t-i}^2 é o componente auto-regressivo de ordem p dos resíduos ao quadrado para todo $i > 0$; α_i é o coeficiente do componente auto-regressivo de ordem p , com a restrição de que $\alpha_i \geq 0$; e e_t é o resíduo que usualmente supõe-se $e_t \sim N(0,1)$. O modelo descrito conjuntamente pelas equações 2 e 3 é um modelo ARCH (p). No caso mais simples, pode-se considerar o modelo ARCH (1)

$$r_t = \mu + u_t \quad u_t \sim N(0, \sigma_t^2) \quad [4]$$

$$\sigma_t^2 = w_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + e_t \quad e_t \sim N(0,1) \quad [5],$$

onde r_t representa o retorno no período t e μ a média dos retornos. Alexander (2005) discute que a equação da média deve ser a mais simples possível e que se a autocorrelação nos retornos permanecer, devem-se incluir termos auto-regressivos de forma a eliminá-la. Além do mais, em razão dos fenômenos de excesso de curtose (caudas gordas) e assimetria à direita dos retornos, torna-se natural assumir uma distribuição diferente da normal, como a distribuição de *Student*.

Posteriormente, Bollerslev (1986) generalizou o modelo ARCH, permitindo que a volatilidade condicional também fosse explicada pelas suas próprias defasagens, de ordem q , além das p defasagens dos erros quadráticos. O modelo ARCH generalizado (GARCH – *generalized* ARCH) pode ser usado para descrever a volatilidade com menos parâmetros do que um modelo ARCH. Um modelo GARCH (p, q) é definido por

$$r_t = \mu + u_t \quad u_t \sim N(0, \sigma_t^2) \quad [6]$$

$$\sigma_t^2 = w_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i u_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2 + e_t \quad e_t \sim N(0,1) \quad [7]$$

Nesse modelo, σ_{t-q}^2 é a defasagem de ordem q da volatilidade condicional; β_j é o coeficiente do componente GARCH, com a restrição de que $\beta_j \geq 0$. Alexander (2005:77) comenta que raramente é necessário usar mais de um modelo GARCH (1,1), modelo matematicamente equivalente a um ARCH infinito. Os modelos ARCH não são frequentemente usados nos mercados financeiros, porque os modelos GARCH simples funcionam muito melhor. O processo GARCH (1,1) é a especificação mais comum dos modelos de volatilidade, pois é relativamente fácil de ser estimado e, geralmente, apresenta coeficientes robustos que, naturalmente, permitem interpretar a volatilidade de longo prazo e as dinâmicas de curto prazo (ALEXANDER, 2005:79).

No caso do modelo GARCH (1,1), o tamanho dos parâmetros α e β determina as dinâmicas de curto prazo das séries de tempo da volatilidade

resultante. Valores grandes do coeficiente β de defasagem indicam que os choques da variância condicional levam um longo tempo para desaparecer, caso em que a volatilidade é “persistente”. Grandes valores α do erro significam que a volatilidade reage muito intensamente aos movimentos do mercado e, desse modo, se o coeficiente alfa é relativamente elevado e o coeficiente beta é relativamente baixo, então as volatilidades tendem a ser mais “reativas”. Alexander (2005:78) afirma que nos mercados financeiros é muito comum, tendo por base observações diárias, estimar os coeficientes de persistência (β) acima de 0,8 e os coeficientes de reação (α) não mais que 0,2.

A reação das estimativas da volatilidade aos eventos de mercado é estabelecida com uma força que é determinada pelo coeficiente alfa. Independentemente do que acontece no mercado, se a volatilidade foi elevada ontem, então ela permanece elevada hoje: essa informação é obtida pelo coeficiente beta. Nesses termos, discute-se que uma das aplicações mais úteis desses modelos é na geração das previsões das estruturas a termo da volatilidade, que convergem para um nível médio de longo prazo conforme a maturidade aumenta. Substituindo-se $\sigma_t^2 = \sigma^2$ para todo t na equação da variância de um modelo GARCH (1,1), obtém-se a expressão da variância do estado estacionário de longo prazo:

$$\sigma^2 = \omega_0 / (1 - \alpha - \beta) \quad [8],$$

onde a soma de $\alpha + \beta$ determina a velocidade de convergência ao nível médio de longo prazo (reversão à média) se $\alpha + \beta < 1$. Quanto menor for esse valor, mais rápida é a convergência para a estimativa da volatilidade de longo prazo. Pela relação $1/(1 - \alpha - \beta)$ encontramos a quantidade média em períodos que a volatilidade leva para retornar ao seu nível de longo prazo. Essa relação também é conhecida como vida média da volatilidade.

Os modelos ARCH e GARCH, aplicados no mercado financeiro, tratam simetricamente os retornos, pois a volatilidade é uma função quadrática dos mesmos. Entretanto, sabe-se que a volatilidade reage de forma assimétrica aos retornos, tendendo a ser maior para os retornos

negativos. Em vista dessa limitação, Glosten, Jagannathan e Runkle (1993) propuseram o modelo TARARCH (*threshold ARCH*) como um caso particular do modelo ARCH, onde a volatilidade agora segue a forma funcional

$$\sigma_t^2 = w_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \gamma_1 u_{t-1}^2 d_{t-1} + e_t \quad e_t \sim N(0,1) \quad [9]$$

$$d_{t-1} = \begin{cases} 1, & \text{se } u_{t-1} < 0 \text{ ("bad news")} \\ 0, & \text{se } u_{t-1} \geq 0 \text{ ("good news")} \end{cases} \quad [10]$$

no caso de um modelo TARARCH (1, 1). Se $\gamma_1 \neq 0$, há um impacto de informação assimétrica. Esperamos que $\gamma_1 > 0$ para que “*bad news*” tenham um impacto.

Apesar de serem conhecidos muitos outros modelos GARCH, destacando-se o *Exponential GARCH* (EGARCH), o *Assimétrico GARCH* (AGARCH), o *Smooth Transition GARCH* (STGARCH) e o *Component GARCH* (CGARCH), buscou-se ajustar os retornos dos índices de empresas grandes e pequenas por meio dos modelos básicos GARCH e TARARCH, principalmente em razão da parcimônia, praticidade e facilidade na interpretação da estrutura a termo da volatilidade. Para uma revisão abrangente dos modelos da família ARCH, inclusive dos procedimentos mais utilizados para suas estimações, pode-se consultar Poon e Granger (2003), Morettin e Toloí (2004), Alexander (2005) e Poon (2005).

Os índices de empresas de grande porte (IH) e pequeno porte (IS) foram construídos a partir de uma reestruturação do IBrX da Bovespa. Esse índice mede o retorno de uma carteira teórica composta de 100 ações selecionadas entre as mais negociadas na Bovespa, tanto em número de negócios quanto em volume financeiro. No IBrX as ações são ponderadas pelo seu respectivo valor de mercado; na sua metodologia, avalia-se o retorno total das ações componentes de sua carteira, ou seja, quando da distribuição de proventos por empresas emissoras de ações pertencentes ao índice, efetuam-se ajustes necessários de modo a assegurar que o índice reflita não somente as variações das cotações da ação, mas também o impacto da distribuição dos proventos. A carteira teórica do IBrX tem vigência de quatro meses, vigorando para os períodos de janeiro a abril, maio a agosto e setembro a dezembro. Ao final de cada quadrimestre a carteira

teórica do IBrX é reavaliada, utilizando-se os procedimentos e critérios integrantes da metodologia da Bovespa (2007).

Na construção dos índices IS e IH procedeu-se conforme a metodologia do IBrX, como disponível na Bovespa (2007), com alguns acréscimos: 1) a cada quatro meses dividiram-se as 100 empresas em dois grupos de 50: um grupo de empresas com alta capitalização (valor de mercado) e outro com capitalização inferior; 2) o cálculo do retorno diário das ações foi feito por meio do logaritmo natural dos preços ($\ln(P_t / P_{t-1})$) com ajuste de proventos, inclusive dividendos. As ações foram ponderadas em cada carteira teórica, IS e IH, pelo seu valor de mercado dentro da carteira teórica e não pelo que ela representava no índice IBrX.

A primeira interferência no índice IBrX tinha o objetivo de obter dois índices que refletissem a valorização das ações de empresas de grande porte (IH) e de pequeno porte (IS). O fato de não se considerar o “retorno total”, como na metodologia original do IBrX, foi devido a que se poderia correr o risco de os retornos refletirem diversas outras influências (atuais e passadas), como a política de dividendos de cada empresa e inversões de capital no passado. O rebalanceamento do IBrX e a construção dos índices IS e IH começaram em setembro de 2001, com os retornos diários das

ações obtidos no banco da Economática®, e terminaram em agosto de 2007. No final, foram totalizadas 1.489 observações de retornos diários para cada índice.

4. ANÁLISE DOS RESULTADOS

Após reestruturação do índice IBrX e construção dos índices IS e IH, analisou-se preliminarmente se ambos apresentavam diferenças substanciais. O Gráfico 1 mostra a evolução desses dois índices, considerando-se o começo do período base 100. De acordo com esse gráfico, os dois índices caminharam muito próximos, exceto entre o primeiro trimestre de 2002 e o primeiro trimestre de 2004, quando houve descasamento um pouco mais pronunciado. Ao final de agosto de 2007, o índice IS tinha valorizado 249,46% e o índice IH 273,93%. O IBrX valorizou 473,91% no mesmo período.

De outro lado, o Gráfico 2 apresenta os retornos diários dos índices IS e IH. No gráfico dos retornos, há indícios de que as volatilidades dos dois índices são diferentes: o IS não se apresenta perfeitamente sobreposto ao IH. Além do mais, o Gráfico 2 mostra alguns agrupamentos de volatilidade ao longo do período em estudo.

Gráfico 1: Índice Small (IS) e Índice High (IH)/Gráfico 2: Retorno IS e Retorno IH (% a.d.)

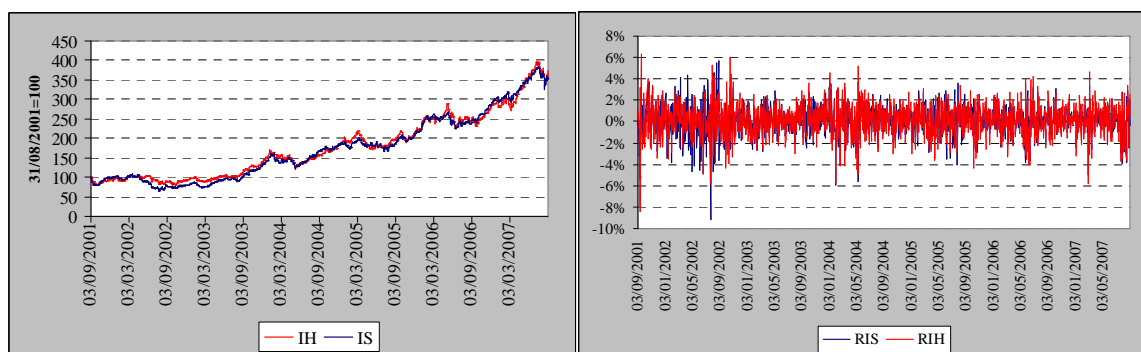


Gráfico 1

Gráfico 2

Fonte: os Autores.

A Tabela 1 apresenta algumas estatísticas descritivas dos retornos e testes relevantes para a análise da autocorrelação entre os retornos, agrupamentos das volatilidades e “efeito alavancagem”. A média e o desvio-padrão dos retornos são praticamente os mesmos para os dois

índices: o IH apresenta um desvio-padrão ligeiramente maior.

Tabela 1: Estatísticas descritivas dos retornos diários e diagnósticos preliminares

Índice	Média (%)	Desvio-Padrão (%)	Assimetria	Excesso de Curtose	Jarque-Bera	Auto-correlação	GARCH Autocorrelação	A-GARCH Autocorrelação
IS	0,096	1,410	-0,574	2,613	505,53*	0,033	0,132*	-0,121*
IH	0,100	1,514	-0,386	1,913	264,12*	0,072*	0,125*	-0,119*

O excesso de curtose é obtido subtraindo-se 3 do valor da curtose, o que faz com que a distribuição normal tenha excesso de curtose igual a zero. O teste de normalidade dos retornos é efetuado a partir da estatística qui-quadrado de Jarque-Bera. Os valores da Autocorrelação, GARCH Autocorrelação e A-GARCH Autocorrelação retornam respectivamente: 1) coeficiente de correlação de primeira ordem dos retornos; 2) coeficiente de correlação de primeira ordem dos retornos ao quadrado; 3) coeficiente de autocorrelação de primeira ordem entre os retornos defasados e os retornos correntes ao quadrado. O teste relevante dessas medidas é dado pela estatística Q de Ljung e Box – procedeu-se igualmente ao teste LM e, em geral, os resultados foram semelhantes. *Significativo a 1% e **Significativo a 5%.

Fonte: os Autores.

Os coeficientes de assimetria e excesso de curtose comprovam os fatos estilizados nos mercados financeiros: “assimetria à direita” dos retornos e “caudas gordas”. Adicionalmente, a estatística de normalidade Jarque-Bera rejeita significativamente que os retornos são normais. Esses indícios comprovam a necessidade de assumir que os erros da equação da variância provêm de uma distribuição t de Student. Ou seja, não se deve assumir no método de máxima verossimilhança que os resíduos provêm de uma distribuição normal, mas sim de uma distribuição com caudas mais gordas.

O teste de autocorrelação dos retornos foi significativo para o índice IH e não significativo para o índice IS. Esse fato mostra a necessidade de incluir um termo auto-regressivo na equação da média para índice IH. O teste GARCH Autocorrelação comprova a hipótese de volatilidade condicional dos retornos em ambos os índices, e o teste A-GARCH Autocorrelação, por ser negativo e

significativo, evidencia o “efeito alavancagem” também em ambos os índices.

As Tabelas 2 e 3 evidenciam os modelos ajustados para os retornos diários dos índices IS e IH. Nessas tabelas são apresentados os parâmetros dos modelos e da estrutura a termo da volatilidade e alguns diagnósticos dos resíduos. Analisando-se os testes de Autocorrelação e GARCH Autocorrelação dos resíduos nessas tabelas, nota-se que uma defasagem para o termo do erro ao quadrado e para a volatilidade condicional nas equações da variância foi suficiente para eliminar a presença de autocorrelação dos retornos e dos retornos ao quadrado. Ou seja, os modelos básicos GARCH (1,1) e TGARCH (1,1) foram suficientes para explicar o comportamento da volatilidade dos retornos dos índices IS e IH, com ajuste estatístico considerável: nas tabelas, todos os parâmetros, exceto um, foram significativos a 1%, como evidencia o t -estatístico na linha inferior.

Tabela 2: Parâmetros do modelo GARCH (1,1), diagnósticos dos resíduos e informações da estrutura a termo da volatilidade

Índice	Ômega (x10-5)	Alfa	Beta	Alfa + Beta	Auto-correlação	GARCH Autocorrelação	SIC	Volatilidade 1 dia (%a.a)	Volatilidade Longo Prazo (%a.a)	Vida Média (dias)
IS	0,437 (2,895)*	0,086 (4,727)*	0,893 (43,23)*	0,979	0,032	-0,023	-5,839	27,280	22,534	46,527
IH	0,997 (2,743)*	0,065 (4,001)*	0,888 (31,94)*	0,953	-0,016	0,001	-5,622	28,028	23,004	21,238

Ômega, Alfa e Beta representam os parâmetros da equação da variância do modelo GARCH (1,1), e os valores entre parênteses, logo abaixo, seus respectivos t -estatísticos. Alfa traduz a reação da volatilidade a movimentos no mercado. Beta revela o fator persistência da volatilidade e Alfa + Beta representa a velocidade de convergência para o nível da volatilidade de longo prazo. Na equação da média do índice IS não foi necessário incluir um termo auto-regressivo para eliminar a autocorrelação dos resíduos; para o índice IH tornou-se necessário. Os valores da Autocorrelação e da

GARCH Autocorrelação retornam respectivamente: 1) o coeficiente de correlação de primeira ordem dos resíduos do modelo ; 2) coeficiente de correlação de primeira ordem dos resíduos ao quadrado do modelo. O teste relevante dessas medidas é dado pela estatística Q de Ljung e Box. SIC significa Critério de Informação de Schwarz. A volatilidade de 1 dia é estimada por meio da equação do modelo um passo à frente. A volatilidade de longo prazo é calculada através dos parâmetros do modelo: $\Omega/(1 - \text{Alfa} - \text{Beta})$. A vida média é calculada pela fórmula Vida Média = $1/(1 - \text{Alfa} - \text{Beta})$. Os valores das volatilidades representam os desvios-padrão anualizados, ou seja, a partir da estimativa da variância calcula-se sua raiz quadrada, que é multiplicada pelo fator $100\sqrt{250}$. Os modelos foram estimados com uso do *Eviews 5.0*, a partir do método de máxima verossimilhança e do algoritmo BHHH, assumindo-se uma distribuição *Student* dos resíduos. *Significativo a 1% e **Significativo a 5%.

Fonte: os Autores.

Analisando-se os resultados da Tabela 2, chega-se às seguintes conclusões: 1) o valor do alfa para o índice IS é maior do que para o índice IH, o que indica que o índice IS é mais reativo ao mercado do que o índice IH; 2) o coeficiente beta é muito parecido para os dois índices, de forma que se pode concluir que a persistência da volatilidade é praticamente igual nos dois índices; 3) quando se analisa a soma dos coeficientes alfa + beta do índice IH, fator que traduz a velocidade de convergência da volatilidade para o nível de longo prazo, nota-se

que esse índice é mais rápido em convergir do que o índice IS; 4) como consequência do resultado anterior, a vida média da volatilidade do índice IS é maior do que o índice IH; 5) as volatilidades de curto e longo prazo dos índices são muito parecidas; o nível das volatilidades de curto prazo é superior ao das volatilidades de longo prazo. Esse último resultado indica que o período de estimativa da volatilidade pelos modelos foi ligeiramente turbulento, tendendo a ser mais estável no futuro.

Tabela 3: Parâmetros do modelo TGARCH (1,1), diagnósticos dos resíduos e previsão da volatilidade de curto prazo

Índice	Ômega (x10-5)	Alfa	Beta	Dummy	Alfa + Beta + Dummy	Auto-correlação	GARCH Autocorrelação	SIC	Volatilidade 1 dia (%a.a)
IS	0,520	0,051	0,891	0,054	0,997	0,033	-0,025	-5,838	26,867
	(3,325)*	(2,483)**	(43,32)*	(2,247)**					
IH	1,397	0,000	0,878	0,104	0,982	-0,014	-0,015	-5,630	25,289
	(3,656)*	(-0,015)	(31,89)*	(3,900)*					

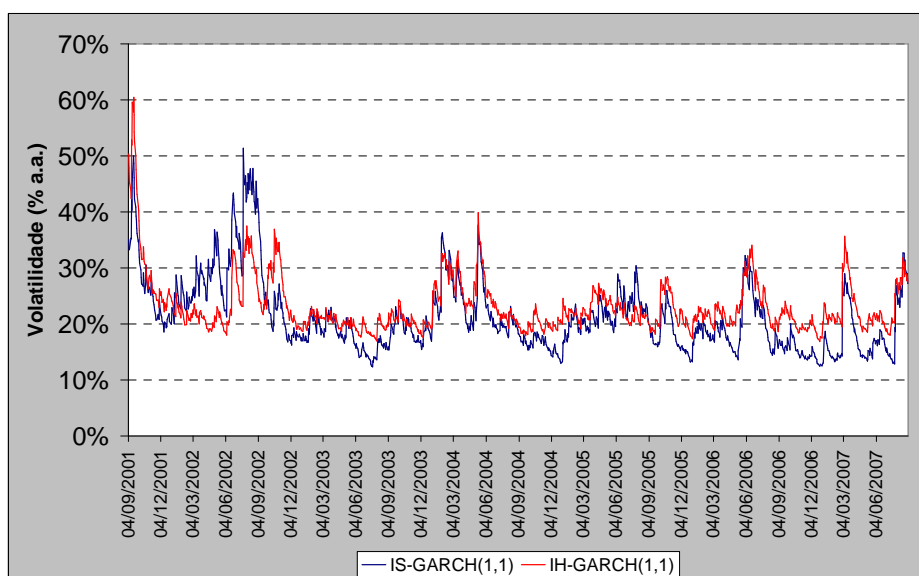
Ômega, Alfa, Beta e *Dummy* representam os parâmetros da equação da variância do modelo TGARCH (1,1), e os valores entre parênteses, logo abaixo, seus respectivos t-estatísticos. Alfa traduz a reação da volatilidade a movimentos no mercado. Beta revela o fator persistência da volatilidade. *Dummy* é o parâmetro do “efeito alavancagem”. Alfa + Beta + *Dummy* representa a velocidade de convergência para o nível da volatilidade de longo prazo. Na equação da média do índice IS não foi necessário incluir um termo auto-regressivo para eliminar a autocorrelação dos resíduos; para o índice IH isso foi necessário. Os valores da Autocorrelação e GARCH Autocorrelação retornam respectivamente: 1) o coeficiente de correlação de primeira ordem dos resíduos do modelo; e 2) o coeficiente de correlação de primeira ordem dos resíduos do modelo ao quadrado. O teste relevante dessas medidas é dado pela estatística Q de Ljung e Box. SIC significa Critério de Informação de Schwarz. A volatilidade de 1 dia é estimada por meio da equação do modelo um passo à frente. O valor da volatilidade representa o desvio-padrão anualizado, ou seja, a partir da estimativa da variância calcula-se sua raiz quadrada e se multiplica esse resultado pelo fator $100\sqrt{250}$. Como o processo da volatilidade nesse modelo torna-se quase integrado, ou seja, Alfa + Beta + *Dummy* $\cong 1$, o cálculo da velocidade de longo prazo e da vida média através dos parâmetros do modelo não é confiável. Os modelos foram estimados com uso do *Eviews 5.0*, a partir do método de máxima verossimilhança e do algoritmo BHHH, e assumindo-se uma distribuição *Student* dos resíduos. *Significativo a 1% e **Significativo a 5%.

Fonte: os Autores.

Ao se compararem os resultados da Tabela 3, verificam-se alguns fatos muito interessantes: 1) sendo o valor do coeficiente da *dummy* maior no modelo do índice IH do que no índice IS, o efeito alavancagem é muito mais pronunciado naquele; 2) ao se analisar a significância do coeficiente alfa e da *dummy*, apenas os retornos negativos parecem ser suficientes para explicar a volatilidade do índice IH, o que não acontece no índice IS; 3) os valores dos coeficientes beta do modelo GARCH (1,1) em relação ao modelo TGARCH (1,1) alteraram-se ligeiramente, o que evidencia que a persistência do índice IS é um pouco maior do que a do índice IH; 4) a velocidade de convergência do índice IH permanece maior do que a do índice IS, ressaltando o fato de que a soma dos parâmetros do modelo para o índice IS fica aproximadamente igual a um. Esse último resultado pode indicar que a série do índice IS é integrada (estacionária) sem uma volatilidade de longo prazo.

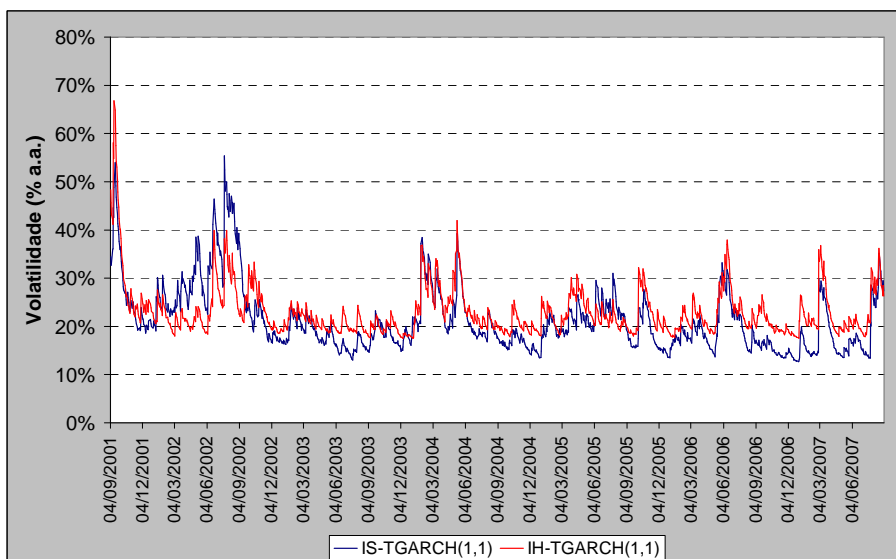
Os Gráficos 3 e 4 perfazem o comportamento da volatilidade no período em questão a partir dos modelos ajustados. No Gráfico 3 temos a comparação do comportamento da volatilidade dos índices construídos a partir do modelo GARCH (1,1) e, no Gráfico 4, a partir do modelo TARCH (1,1). Analisando-se os dois gráficos, pode-se concluir que os dois modelos produziram estimativas da volatilidade praticamente idênticas. É interessante notar que em épocas de crise, como a turbulência política no segundo semestre de 2002, a volatilidade do índice IS é maior do que a do índice IH. A partir de 2003, parece que, em média, a volatilidade do índice IH foi ligeiramente superior à volatilidade do índice IS. Entretanto, nos picos de volatilidade (como no segundo trimestre de 2004 e 2006) o índice IS acompanha o índice IH, indicando, como já discutido, que o índice IS é mais reativo ao mercado do que o índice IH.

Gráfico 3: Comportamento da volatilidade das empresas de baixa capitalização (IS) e alta capitalização (IH) no período de 04/09/2001 a 31/08/2007 – Modelo GARCH (1,1)



Fonte: os Autores.

Gráfico 4: Comportamento da volatilidade das empresas de baixa capitalização (IS) e alta capitalização (IH) no período de 04/09/2001 a 31/08/2007 – Modelo TGARCH (1,1)



Fonte: os Autores.

Nos Gráficos 5 e 6 são apresentadas as estruturas a termo da volatilidade dos índices IS e IH construídas a partir dos modelos GARCH (1,1) e TARCH (1,1). A volatilidade nesse gráfico é estimada 250 passos à frente de forma iterativa. De uma forma geral, esses gráficos ilustram os achados obtidos com a análise dos parâmetros dos modelos, dentre os quais destacam-se: 1) em ambos os modelos o índice IH converge mais rapidamente

para o nível da volatilidade de longo prazo; no modelo GARCH (1,1), por exemplo, essa convergência dá-se em 75 dias, enquanto o índice IS converge depois de 125 dias; 2) o modelo TARCH (1,1) torna mais nítida a diferença na estrutura a termo da volatilidade dos dois índices; e 3) o nível da volatilidade de longo prazo do IH é ligeiramente maior.

Gráfico 5: Estrutura a termo das volatilidades dos índices IS e IH – Modelo GARCH (1,1)/ Gráfico 6: Estrutura a termo das volatilidades dos índices IS e IH – Modelo TGARCH (1,1)

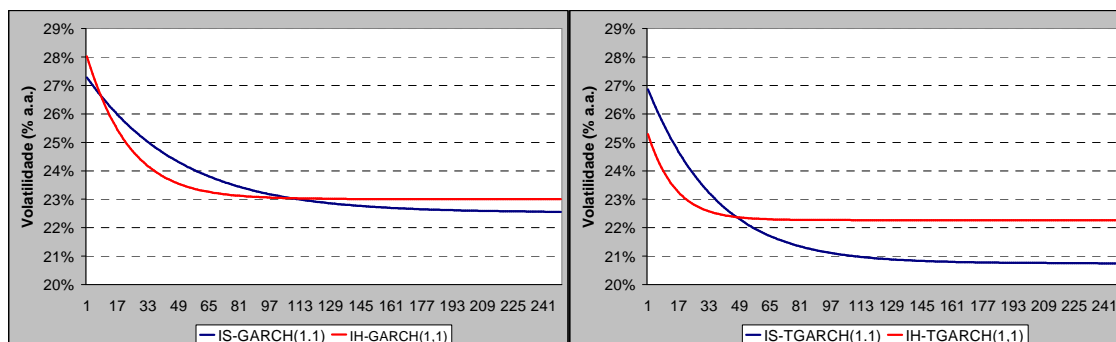


Gráfico 5

Gráfico 6

Fonte: os Autores.

Acrescenta-se que esta pesquisa foi executada com outros tipos de distribuição dos resíduos – Normal e *Generalized Error Distribution* (GED) – e com outro modelo assimétrico – EGARCH. Os resultados foram consistentes, independentemente do tipo de distribuição assumida, e, no caso do modelo EGARCH, foram semelhantes aos do modelo TARARCH. A partir dos resultados apresentados nesta seção, podemos aceitar a hipótese levantada na revisão da literatura: o comportamento e a estrutura a termo da volatilidade das ações de empresas de grande porte são diferentes do comportamento e da estrutura a termo da volatilidade das ações de empresas de pequeno porte.

5. CONCLUSÃO

De forma geral, os resultados desta pesquisa indicaram que:

- empresas de pequeno porte são mais reativas ao mercado do que as empresas de grande porte;
- o efeito alavancagem/assimetria é mais pronunciado em empresas de grande porte;
- a persistência da volatilidade parece não diferir muito entre empresas de grande porte e empresas de pequeno porte;
- a velocidade de convergência da volatilidade para o nível de longo prazo é mais rápida em empresas de grande porte, e, em consequência, a vida média da volatilidade das empresas de pequeno porte é maior;
- as volatilidades de curto e longo prazo das empresas de pequeno e grande porte são muito parecidas, e o nível das volatilidades de curto prazo é superior ao das de longo prazo.

Os resultados estatisticamente mais contundentes foram os itens um e dois acima, e suas justificativas são até certo ponto intuitivas. Empresas menores, em geral, apresentam menor economia de escala, pior imagem perante o público, dificuldades de acesso ao crédito, menor poder de monopólio e diversos outros fatores que as tornam menos atraentes aos investidores e, assim, mais arriscadas. Nesse sentido, as empresas de pequeno porte são mais expostas aos movimentos de mercado do que as empresas de grande porte. Empresas de grande

porte, por terem maior credibilidade, reagem menos intensamente aos movimentos do mercado.

Uma das razões para o efeito alavancagem é o fato de que, quando os preços caem, o passivo da empresa permanece constante no curto prazo, fazendo com que a razão passivo/patrimônio aumente. A empresa se torna muito mais alavancada e, portanto, seu futuro se torna mais incerto: o preço da ação torna-se mais volátil. A esse respeito, esperava-se o contrário do que foi encontrado nesta pesquisa: empresas de pequeno porte possuem efeito alavancagem mais pronunciado, pois “em tese” são mais endividadas e com maior dificuldade de acesso ao crédito.

Entretanto, outra justificativa pode emergir. Empresas de grande porte, por serem mais “públicas” e estarem em constante evidência na mídia, são mais transparentes nas informações do que empresas de pequeno porte. Dessa forma, os investidores, ao formarem suas expectativas, já descontam o fato de possuir menos informações das empresas pequenas, e, assim, uma informação negativa não antecipada pelo mercado impacta relativamente com maior intensidade as empresas grandes do que as empresas pequenas. Corroborando essa justificativa há o fato de encontrarmos maior velocidade de convergência da volatilidade para o nível de longo prazo em empresas de grande porte, que, por serem mais transparentes e terem maior credibilidade, absorvem mais rapidamente as informações negativas, mesmo com maior impacto relativo.

Em linhas gerais, este trabalho adiciona às evidências empíricas que têm comprovado a importância do tamanho da firma no cálculo dos retornos esperados das ações no mercado de capitais brasileiro, informações da relevância do efeito tamanho para o comportamento e a estrutura a termo da volatilidade. Assim, em termos práticos, este estudo corrobora a importância da informação do tamanho da empresa para o conhecimento do comportamento da volatilidade, informação necessária em algumas funções financeiras, como nas decisões de investimentos, precificação de títulos e gerenciamento de risco. No gerenciamento de risco, por exemplo, nossos achados indicam possibilidades de incorporação do efeito tamanho no cálculo do VAR.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALEXANDER, C. *Modelos de mercado: um guia para a análise de informações financeiras*. São Paulo: Bolsa de Mercadorias & Futuros, 2005.

BANZ, R. W. The relationship between return and market value of common stocks. *Journal of Financial Economics*, v. 9, n. 1, p. 3-18, 1981.

BASU, S. Investment performance of common stocks in relation to their price-earnings ratios: a test of the efficient market hypothesis. *Journal of Finance*, v. 12, n. 3, p. 129-56, 1977.

BLACK, F.; SHOLES, M. The pricing of options and corporate liabilities. *Journal of Political Economics*, v. 81, p. 637-654, May-June 1973.

BOLLERSLEV, S. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, v. 31, p. 307-328, 1986.

BOLSA DE VALORES DE SÃO PAULO. *Metodologia de Cálculo do IBrX*. São Paulo: Bovespa, 2007. Disponível em: <<http://www.bovespa.com.br>>. Acesso em: 20 nov. 2007.

COSTA JR., N. C. A.; NEVES, M. B. E. Variáveis fundamentalistas e os retornos das ações. In: ENCONTRO DA ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA EM ADMINISTRAÇÃO, 22., 1998, Rio de Janeiro. *Anais...* Rio de Janeiro: ANPAD, 1998. CD-ROM.

ENGLE, R. F. Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of U.K. inflation. *Econometrica*, n. 50, p. 987-1008, 1982.

FAMA, E. F.; FRENCH, K. R. Common risk factors in the returns on stocks and bonds. *Journal of Financial Economics*, v. 33, p. 3-56, 1993.

_____. Multifactor explanations of Asset Pricing anomalies. *Journal of Finance*, v. 51, n. 1, p. 55-84, Mar. 1996.

_____. O modelo de precificação de ativos de capital: teoria e evidências. *Revista de Administração de Empresas (RAE)*, v. 47, n. 2, p. 103-118, abr.-jun. 2007.

_____. Value versus growth: the international evidence. *Journal of Finance*, v. 53, n. 6, p.1975-1999, 1998.

GLOSTEN, L.; JAGANNATHAN, R.; RUNKLE, D. On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks. *Journal of Finance*, v. 48, p. 1779-1801, 1993.

GRINBLATT, M.; TITMAN, S. *Mercados Financeiros e Estratégia Corporativa*. 2 ed. Porto Alegre: Bookman, 2005.

LITNER, J. The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets. *Review of Economics and Statistics*, v. 47, p. 13-37, Feb. 1965.

LUCENA, P.; PINTO, A. C. F. Estudo de anomalias no mercado brasileiro de ações através de uma modificação no modelo de Fama e French. ENCONTRO DA ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA EM ADMINISTRAÇÃO, 29., 2005, Brasília. *Anais...* Rio de Janeiro: ANPAD, 2005. CD-ROM.

MÁLAGA, F. K.; SECURATO, J. R. Aplicação do modelo de três fatores de Fama e French no mercado acionário brasileiro: um estudo empírico no período 1995-2003. In: ENCONTRO DA ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA EM ADMINISTRAÇÃO, 28., 2004, Curitiba. *Anais...* Rio de Janeiro: ANPAD, 2004. CD-ROM.

MELLONE JÚNIOR, G. Evidência empírica da relação *cross-section* entre o retorno e *earnings to price ratio* e *book to market ratio* no mercado de ações do Brasil no período de 1995 a 1998. ENCONTRO DA ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA EM ADMINISTRAÇÃO, 23., 1999, Foz do Iguaçu. *Anais...* Rio de Janeiro: ANPAD, 1999. CD-ROM.

MORETTIN, P. A.; TOLOI, C. M. C. *Análise de séries temporais*. São Paulo: Edgard Blücher, 2004.

POON, S. *A practical guide to forecasting financial market volatility*. Southern Gate, England: John Wiley & Sons, 2005.

POON, S.; GRANGER, C. W. J. Forecasting volatility in financial markets: a review. *Journal of*

Economic Literature, v. 41, n. 2, p. 478-539, June 2003.

RODRIGUES, M. R. A. O efeito valor, o efeito-tamanho e o modelo multifatorial: evidências do caso brasileiro. In: ENCONTRO DA ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA EM ADMINISTRAÇÃO, 24., 2000, Florianópolis. *Anais...* Rio de Janeiro: ANPAD, 2000. CD-ROM.

RODRIGUES, M. R. A.; LEAL, R. P. C. The three factor Fama and French model in Brazil. In: BUSINESS ASSOCIATION OF LATIN AMERICAN STUDIES (BALAS) ANNUAL CONFERENCE, 2003, San Antonio, USA. *Anais...* University of San Antonio, 2003. CD-ROM.

ROGERS, P.; SECURATO, J. R. Comparative Study of CAPM, Fama and French Model and Reward Beta Approach in Brazilian Market. *Social Science Research Corporate Network (SSRN)*, Working Paper Series, November 2007. Disponível em: <<http://ssrn.com/abstract=1027134>>. Acesso em: 13 nov. 2007.

SANTOS, J. O.; FAMÁ, R.; MUSSA, A. A adição do fator de risco momento ao modelo de precificação de ativos dos três fatores de Fama & French aplicado ao mercado acionário brasileiro. In: CONGRESSO USP DE CONTROLADORIA E CONTABILIDADE, 7., 2007, São Paulo. *Anais...* São Paulo: FEA/USP, 2007. CD-ROM.

SHARPE, W. F. Capital Assets prices: a theory of market equilibrium under conditions of risk. *Journal of Finance*, v. 19, p. 425-442, Sep. 1964.