# ACURÁCIA DO MODELO UNIVARIADO PARA ANÁLISE DE MEDIDAS REPETIDAS POR SIMULAÇÃO MULTIDIMENSIONAL

Lara Hoffmann Xavier<sup>1,3\*</sup>; Carlos Tadeu dos Santos Dias<sup>2</sup>

Depto. de Estatística - SCE - Centro Politécnico, C.P. 19081 - CEP: 81531-970 - Curitiba, PR.

Depto. de Ciências Exatas - USP/ESALQ, C.P. 9 - CEP: 13418-900 - Piracicaba, SP.

<sup>3</sup>Bolsista CAPES.

\*Autor correspondente <lara@est.ufpr.br>

RESUMO: Em experimentos com medidas repetidas, quando se utiliza o esquema de parcelas subdivididas, o teste F com relação à subparcela, só terá distribuição F exata caso a matriz de covariâncias atenda a condição de esfericidade. O objetivo deste trabalho foi verificar por meio de simulações, a acurácia da análise através da observação de casos em que a matriz de covariâncias atende, ou não, à condição de esfericidade. Quando utilizadas as matrizes de covariâncias do tipo componente de variância e simetria composta, que atendem a condição de esfericidade, a acurácia da análise foi satisfatória. O mesmo não ocorreu com outras estruturas da matriz de covariâncias. Com relação aos efeitos dos parâmetros, dependendo da grandeza dos valores dos efeitos, estes influenciam o resultado dos testes no sentido de superestimar a indicação dos mesmos, isto quando o intervalo de variação é grande.

Palavras-chave: medidas repetidas, matriz de covariâncias, simulação, acurácia

## ACURACY OF THE UNIVARIATE MODEL TO ANALYZE REPEATED MEASUREMENTS THROUGH MULTIVARIATE SIMULATION

ABSTRACT: In experiments using repeated measurements, when split plot designs are utilized the F test in relation to the subplot will have an exact F distribution only if the matrix of covariance satisfies the sphericity condition. The objective of this article was to verify throught simulation the accuracy of the analysis throught the observation of some cases when the matrix of covariance satisfies or not the sphericity condition. When the matrix of covariance was of the component type of variance and of compound symmetry, the sphericity condition was satisfied and the accuracy of the analysis adequate. This does not happen with other structures of the covariance matrix. In relation to the effects of parameters, depending on the magnitude of the values of the effects, they will interfere with the results of the tests, over estimating the effects when the amplitude of the effects is large.

Key words: repeated measures, matrix of covariance, accuracy, simulation

### INTRODUÇÃO

Experimentos com medidas repetidas são bastante comuns na prática, sendo utilizados por pesquisadores de diversas áreas, quando o objetivo é verificar o comportamento de um determinado indivíduo, ao longo do tempo, seja o mesmo uma planta, um animal, uma máquina, uma pessoa, uma empresa, etc.

O termo medidas repetidas, segundo Diggle (1988) e Crowder & Hand (1990), é usado para designar medidas feitas ou na mesma unidade experimental ou mesmo indivíduo em mais de uma ocasião.

Em estudos de medidas repetidas no tempo, em um delineamento no esquema de parcelas subdivididas, por exemplo, os níveis do fator tempo não podem ser aleatorizados. Dessa forma, a análise de variância usual pode não ser válida, porque com a falta de aleatorização os erros correspondentes às respectivas unidades experimentais ou indivíduos podem ter uma matriz de covariâncias que não é igual àquela exigida para que a análise usual de um delineamento seja válida, isto é, variâncias homogêneas.

Fernandez (1991) salienta o problema de que quando o experimento é sistematicamente arranjado, sem aleatorização, a análise de um experimento no esquema de parcelas subdivididas com medidas repetidas pode inflacionar a probabilidade de falsamente rejeitar a hipótese nula (erro tipo I).

Para o modelo univariado no esquema de parcelas subdivididas, são feitas pressuposições de que, tanto o erro da parcela, que engloba o fator de tratamentos ou grupos, como o erro da subparcela, onde são alocados os tempos e a interação temposxtratamentos, tenham distribuição normal, sejam independentes e identicamente distribuídos, com variâncias constantes, cujas pressuposições são as mesmas feitas para uma análise usual. O erro da parcela também é conhecido como erro entre indivíduos, e o erro da subparcela como intra-indivíduos.

Huynh & Feldt (1970) mostraram que, em um delineamento no esquema de parcelas subdivididas, para análise de dados com medidas repetidas, o teste F com relação à parcela tem distribuição F exata, mas com relação à subparcela, só terá distribuição F exata se a matriz de covariâncias satisfizer certa pressuposição, além das citadas anteriormente.

De acordo com Milliken & Johnson (1992), tais pressuposições nem sempre são apropriadas para um delineamento no esquema de parcelas subdivididas para análise de dados com medidas repetidas, sendo, porém, uma análise correta quando realizada sob suposições mais gerais. Essas suposições mais gerais requerem certa forma para a matriz de covariâncias dos erros, denotada por  $\Sigma$ .

Uma condição suficiente para que o teste F da análise de variância usual, em nível de subparcela, para o fator tempos e interação temposxtratamentos, seja válido, é que a matriz de covariâncias tenha uma forma chamada de simetria composta. A condição de simetria composta implica que a variável aleatória seja igualmente correlacionada e tenha variâncias iguais, considerando as diferentes ocasiões.

Uma condição mais geral da forma de Σ é descrita por Huynh & Feldt (1970). Essa condição, denominada de HUYNH-FELDT (H-F), é necessária e suficiente para que o teste F da análise de variância usual, no esquema de delineamento de parcelas subdivididas para análise de dados com medidas repetidas, seja válido. A condição de H-F é equivalente a especificar que variâncias da diferença entre pares de erros sejam todas iguais.

Isso pode ser verificado calculando-se todas as variâncias das diferenças dos possíveis pares de erros:

$$\sigma_{Y_j-Y_{j'}}^2=\sigma_j^2+\sigma_{j'}^2-2\sigma_{jj'}=2\lambda\,,\qquad \text{constante}$$
 para todo j e j ' (j  $\neq$  j')

Desde que  $\sigma^2_{Y_j-Y_{j'}}$  seja igual a uma constante para todo j e j' (j  $\neq$  j'),  $\Sigma$  é dita do tipo H-F, e se as variâncias são todas iguais então a condição é equivalente à de simetria composta

As matrizes de covariâncias  $\Sigma$ , na forma da simetria composta e erros independentes, são casos especiais da condição de H-F.

Um problema com relação à validade dos testes surge quando se têm estruturas da matriz de covariâncias diferentes das estruturas de simetria composta, erros independentes e a condição de H-F, levando a testes F não exatos.

Para verificar se a matriz de covariâncias atende à condição de H-F, Mauchly (1940) propôs um teste chamado teste de esfericidade, que verifica se uma população multivariada apresenta variâncias iguais e correlações nulas.

Meredith & Stehman (1991) verificaram que a violação da condição de H-F leva a testes liberais para os fatores da subparcela.

Caso a condição de H-F para a matriz  $\Sigma$  de covariâncias não seja satisfeita, uma alternativa seria a análise multivariada, também conhecida como análise de perfis, que adota uma hipótese mais geral sobre a estrutura da matriz de covariâncias. Outra possibilidade

seria utilizar análise univariada no esquema de delineamento de parcelas subdivididas para análise de dados de medidas repetidas, realizando o ajuste do número de graus de liberdade do teste F para o fator da subparcela.

Uma desvantagem da análise multivariada, segundo Meredith & Stehman (1991), é a falta de poder para estimar os parâmetros da matriz de covariâncias, isto quando t (número de ocasiões medidas ou tempos) é grande e n (tamanho da amostra) é pequeno.

Sob a condição de H-F, os testes univariados para o efeito intra-indivíduos são usualmente mais poderosos que os testes multivariados, proporcionando uma maior probabilidade de detectar efeitos significativos, quando esses realmente existem, Meredith & Stehman (1991).

As correções para os números de graus de liberdade foram inicialmente propostas por Box (1954 a, b), e aperfeiçoadas por Geisser & Greenhouse (1958) e Huynh & Feldt (1976). Essas correções são efetuadas pela multiplicação de um valor pelo número de graus de liberdade do fator da subparcela. Para a obtenção dessas correções considera-se  $\mathbf{s}_{ij}$  a i-ésima linha e a j-ésima coluna da matriz de covariâncias amostral  $\mathbf{S}_{(txt)}$ , como sendo o erro experimental intra-indivíduos. Escolhem-se q = (t-1) contrastes ortogonais normalizados, sobre t medidas repetidas e toma-se a matriz  $\mathbf{C}_{(qxt)}$  onde as linhas são contrastes ortogonais normalizados nas t medidas repetidas. Calculando-se a matriz  $\mathbf{A}_{(qxq)}$  = CSC', com  $\mathbf{a}_{ij}$  definindo um elemento genérico, pode-se obter então o

ajuste de GEISSER-GREENHOUSE 
$$\hat{\epsilon} = \frac{\left(\sum_{i=1}^{q} a_{ii}\right)^2}{\left(t-1\right)\sum_{i=1}^{q} \sum_{j=1}^{q} a_{ij}^2}$$

e o ajuste de HUYNH-FELDT 
$$\tilde{\epsilon} = \frac{(N(t-1)\hat{\epsilon}-2)}{(t-1)[(t-1)(b-1)-(t-1)\hat{\epsilon}]}$$

onde N é o número total de indivíduos, b é o número de blocos, e t é o número de medidas repetidas (tempos).

De acordo com Muller & Barton (1989), com a correção do número de graus de liberdade obtêm-se testes mais conservativos, que são limitados a assegurar que a esteja abaixo de um certo nível. Isso para casos em que um teste aproximado não é desejável, e para casos onde a matriz de covariâncias é diferente de tratamento para tratamento.

Outra opção de análise quando a condição de H-F não é satisfeita, é o ajuste de modelos mistos que podem envolver curvas de crescimento ou modelos polinomiais, que incluam a matriz de covariâncias que melhor explique o comportamento dos dados. Esses modelos levam em conta vários tipos de estruturas da matriz de covariâncias, sendo que o melhor modelo

poderia ser escolhido por um teste de razão de verossimilhança ou pelo critério de informação de Akaike que penaliza os modelos com um número grande de parâmetros.

O enfoque multivariado e o ajuste de modelos mistos não serão discutidos neste trabalho, onde será dado ênfase ao modelo univariado para análise de medidas repetidas, que é o caso mais utilizado na prática.

Considerando-se um experimento aleatorizado em blocos seguindo o esquema de parcelas subdivididas no tempo (análise de medidas repetidas), tem-se o seguinte modelo matemático sugerido por Vonesh & Chinchilli (1997):

$$y_{ijk} = \mu + \beta_i + \tau_i + (\beta \tau)_{ij} + \gamma_k + (\tau \gamma)_{ij} + e_{ijk}$$
 (1)

onde:

 $y_{ijk}$  é o valor observado para a variável resposta no késimo tempo para o j-ésimo tratamento no i-ésimo bloco.  $\mu$  é uma constante inerente a todas as observações.  $\beta_i$  é o efeito do i-ésimo bloco.  $\tau_j$  é o efeito do j-ésimo tratamento. ( $\beta\tau)_i$  é o efeito aleatório devido a interação do i-ésimo bloco com o j-ésimo tratamento.  $\gamma_k$  é o efeito do k-ésimo tempo observado.  $(\tau\gamma)_{jk}$  é o efeito da interação entre o j-ésimo tratamento com o k-ésimo tempo, e  $e_{ijk}$  é o erro aleatório correspondente à observação do k-ésimo tempo para o j-ésimo tratamento no i-ésimo bloco (variação do acaso sobre as observações), supostos homocedásticos, independentes e normalmente distribuídos.

#### onde:

i=1, ..., b é o índice para níveis do fator blocos; j=1, ..., g é o índice para níveis do fator entre indivíduos (tratamentos), e k=1, ..., t é o índice para níveis do fator intra-indivíduos (tempos).

O objetivo deste trabalho é simular algumas situações em que as suposições para o modelo (1) são válidas, ou não, para verificar a acurácia dos testes F que envolvem a subparcela.

Segundo Dias (1996), para se gerarem variáveis aleatórias multivariadas é necessário levar em conta a estrutura de correlação multivariada, que faz com que várias variáveis sejam geradas coletivamente, tornando o processo de simulação mais complexo do que para o caso univariado. Uma distribuição t-dimensional pode ser representada como um produto de t distribuições condicionais.

A geração de variáveis aleatórias de uma distribuição multivariada pode ser realizada pela geração, em seqüência, de observações de cada uma das distribuições condicionais, através da densidade conjunta

do vetor aleatório X, que pode ser fatorado da seguinte forma:

$$f(x_1, x_2,...,x_t) = f_1(x_1) f_2(x_2/x_1)... f_t(x_t/x_1,...,x_{t-1})$$

Segundo Boswell (1993), os principais obstáculos para a implementação desse método são: determinação da distribuição condicional, e identificação de uma técnica de geração univariada adequada para cada uma das distribuições condicionais.

#### **MATERIAL E MÉTODOS**

O método utilizado para a geração dos dados foi o das distribuições condicionais. Já que o mesmo reduz o problema da geração de um vetor t-dimensional em uma série de t gerações univariadas (Johnson, 1987).

Foram simulados dados através do "software" SAS, utilizando-se as distribuições multinormal e normal contaminada (que é a soma de duas normais ponderadas).

Para a geração de variáveis aleatórias normais multivariadas, o método das distribuições condicionais supõem que X segue uma distribuição normal multivariada com vetor de médias  $\mu=(\mu_1,...,\,\mu_t)$  e matriz de covariâncias  $\Sigma=(\sigma_{ij})$  positiva definida. Para  $i=1,\,...,\,t,$  define-se  $X_{(i)}{=}(X_1,...,\,X_i)'$  como vetor da primeira componente de X. Assim, de X simulado através da distribuição normal tem-se que  $X \cap N_t(\mu,\,\Sigma),$  e dados simulados através da distribuição normal contaminada

$$X \cap [\alpha N_1(\mu_1, \Sigma_1) + (1-\alpha)N_1(\mu_2, \Sigma_2)]$$

onde  $\alpha$  e (1- $\alpha$ ) são as ponderações utilizadas.

Para os casos simulados com a normal contaminada as ponderações utilizadas foram  $\alpha$  = 0,05; 0,10; 0,15 e 0,20.

Para a simulação foi considerado o modelo matricial:

$$Y_{(gbxt)} = X_{(gbx(g+b+1)})B_{((g+b+1)xt)} + \Psi_{(gbxt)}$$

onde g é o número de tratamentos, b é o número de blocos , t é o número de medidas repetidas, Y é a matriz dos dados observados gbxt de t respostas para os n = gb indivíduos, X é a matriz gbx(g+b+1) de delineamento conhecida. Essa matriz corresponde aos valores da variável explanatória e das variáveis "dummy" associadas com a classificação das variáveis, B é a matriz (g+b+1)xt de parâmetros dos efeitos fixos desconhecidos, e  $\Psi$  é a matriz gbxt do erro experimental.

Malheiros (1999) simulou dados em um esquema de aleatorização em blocos, com um delineamento no esquema parcelas subdivididas para análise de dados com medidas repetidas no tempo, provenientes de uma distribuição multinormal, considerando, porém, com variâncias iguais para as estruturas de covariâncias utilizadas e valores pequenos para os efeitos do fator.

Neste trabalho serão simulados dados com a distribuição multinormal e a distribuição normal contaminada, levando-se em conta estruturas de matrizes de covariâncias com maior variabilidade do que aquelas utilizadas pelo autor.

Além disso considerar-se-ão duas situações para os efeitos dos fatores, ou seja, efeitos nulos e efeitos não nulos, da mesma forma como em Malheiros (1999).

Através dos resultados obtidos com simulações utilizando efeitos nulos, verificar-se-á se os níveis mínimos de significância dos testes F, associados às hipóteses para a subparcela e interação parcelaxsubparcela, apresentam distribuição uniforme (0,1).

De acordo com Malheiros (1999), esses níveis mínimos de significância são distribuídos em classes de frequências de amplitude 0,05, no intervalo (0,1), tendose dessa forma 20 classes de frequências. A acurácia dos testes F na análise univariada será avaliada através de um teste Qui-quadrado para testar a hipótese de aderência da distribuição dos níveis mínimos de significância à distribuição uniforme. A acurácia dos testes F será melhor quanto mais os níveis mínimos de significância se aproximam da distribuição uniforme (0,1), pois, segundo Mood et al. (1974) caso as exigências do teste F, para a análise univariada, sejam satisfeitas sob hipótese nula, os níveis mínimos de significância terão distribuição uniforme.

Com os resultados obtidos das simulações utilizando efeitos não nulos, a distribuição dos níveis mínimos de significância poderá auxiliar na detecção de situações em que os testes são mais sensíveis em indicar a existência desses efeitos (Malheiros, 1999).

Com relação aos efeitos dos fatores os dois casos observados foram:

#### Efeitos nulos:

$$\begin{split} \beta_1 &= \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = 0; \\ \alpha_1 &= \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = \alpha_5 = 0; \\ \tau_1 &= \tau_2 = \tau_3 = \tau_4 = \tau_5 = \tau_6 = 0; \\ \alpha\tau_{11} &= \alpha\tau_{12} = \alpha\tau_{13} = \alpha\tau_{14} = \alpha\tau_{15} = \alpha\tau_{16} = \alpha\tau_{21} = \alpha\tau_{22} = \alpha\tau_{23} = \alpha\tau_{24} = \alpha\tau_{25} = \alpha\tau_{26} = \alpha\tau_{31} = \alpha\tau_{32} = \alpha\tau_{33} = \alpha\tau_{34} = \alpha\tau_{35} = \alpha\tau_{36} = \alpha\tau_{41} = \alpha\tau_{42} = \alpha\tau_{43} = \alpha\tau_{44} = \alpha\tau_{45} = \alpha\tau_{46} = \alpha\tau_{51} = \alpha\tau_{52} = \alpha\tau_{53} = \alpha\tau_{54} = \alpha\tau_{55} = \alpha\tau_{56} = 0. \end{split}$$

#### Efeitos não nulos:

$$\begin{array}{l} \tau_{_{1}}\!\!=\!\!0,\!108,\,\tau_{_{2}}\!\!=\!\!0,\!538,\,\tau_{_{3}}\!\!=\!\!-0,\!438,\,\tau_{_{4}}\!\!=\!\!0;\\ \alpha_{_{1}}\!\!=\!\!1,\!045,\,\alpha_{_{2}}\!\!=\!\!-0,\!856,\,\alpha_{_{3}}\!\!=\!\!-0,\!065,\,\alpha_{_{4}}\!\!=\!\!-0,\!480,\,\alpha_{_{5}}\!\!=\!\!0;\\ \tau_{_{1}}\!\!=\!\!-9,\!945,\,\tau_{_{2}}\!\!=\!\!-7,\!288,\,\tau_{_{3}}\!\!=\!\!-4,\!320,\,\tau_{_{4}}\!\!=\!\!-2,\!988,\,\tau_{_{5}}\!\!=\!\!-0,\!748,\,\tau_{_{6}}\!\!=\!\!0;\\ \alpha\tau_{_{11}}\!\!=\!\!-0,\!74,\,\alpha\tau_{_{12}}\!\!=\!\!-0,\!963,\,\alpha\tau_{_{13}}\!\!=\!\!-1,\!428,\,\alpha\tau_{_{14}}\!\!=\!\!-0,\!125,\,\alpha\tau_{_{15}}\!\!=\!\!-0,\!188,\,\alpha\tau_{_{16}}\!\!=\!\!0,\,\alpha\tau_{_{21}}\!\!=\!\!1,\!105,\,\alpha\tau_{_{22}}\!\!=\!\!-0,\!583,\!\alpha\tau_{_{23}}\!\!=\!\!-0,\!803,\,\alpha\tau_{_{24}}\!\!=\!\!-0,\!01,\,\alpha\tau_{_{25}}\!\!=\!\!-0,\!203,\,\alpha\tau_{_{26}}\!\!=\!\!0,\,\alpha\tau_{_{31}}\!\!=\!\!0,\!645,\,\alpha\tau_{_{32}}\!\!=\!\!-0,\!545,\,\alpha\tau_{_{33}}\!\!=\!\!-0,\!70,\,\alpha\tau_{_{34}}\!\!=\!\!0,\!363,\,\alpha\tau_{_{35}}\!\!=\!\!-0,\!2,\,\alpha\tau_{_{36}}\!\!=\!\!0,\,\alpha\tau_{_{41}}\!\!=\!\!0,\!668,\,\alpha\tau_{_{42}}\!\!=\!\!-0,\!273,\,\alpha\tau_{_{43}}\!\!=\!\!-0,\!898,\,\alpha\tau_{_{44}}\!\!=\!\!0,\!148,\,\alpha\tau_{_{45}}\!\!=\!\!-0,\!218,\,\alpha\tau_{_{46}}\!\!=\!\!0,\,\alpha\tau_{_{51}}\!\!=\!\!0,\,\alpha\tau_{_{52}}\!\!=\!\!0,\,\alpha\tau_{_{53}}\!\!=\!\!0,\,\alpha\tau_{_{53}}\!\!=\!\!0,\,\alpha\tau_{_{54}}\!\!=\!\!0,\,\alpha\tau_{_{55}}\!\!=\!\!0\,e\,\alpha\tau_{_{56}}\!\!=\!\!0.\\ \end{array}$$

O desbalanceamento dos dados também foi estudado, pois foram simulados experimentos balanceados e desbalanceados com uma casela vazia, onde as observações para i=2, k=2 e j=1, 2, 3 e 4 foram eliminadas.

#### **RESULTADOS E DISCUSSÃO**

Os experimentos simulados no SAS levaram em conta o delineamento de blocos ao acaso no esquema de parcelas subdivididas no tempo, com 4 blocos, 5 tratamentos e 6 tempos.

No total foram considerados 32 casos para as simulações, levando em conta as combinações entre a distribuição normal com 8 estruturas de matriz de covariâncias, efeitos nulos e não nulos, dados balanceados e desbalanceados. Procedimento semelhante foi adotado para a distribuição normal contaminada, resultando em 128 casos considerados para as simulações, com suas respectivas ponderações. Para cada caso 1.000 experimentos foram simulados.

São apresentadas na TABELA 1, as estruturas das matrizes de covariâncias utilizadas para as simulações com a distribuição multinormal e a distribuição normal contaminada. Foram consideradas as matrizes de covariâncias mais citadas e utilizadas em artigos para análise de dados de medidas repetidas. Na primeira coluna da TABELA 1 encontram-se as matrizes utilizadas para a simulação de dados da distribuição normal. Com relação à simulação de dados da distribuição normal contaminada as duas colunas foram utilizadas, sendo que para as matrizes da primeira coluna foram usadas as seguintes ponderações 0,05, 0,10, 0,15 e 0,20 e para as matrizes da segunda coluna as ponderações 0,95, 0,90, 0,85 e 0,80, respectivamente.

As estruturas utilizadas foram: VC - Componentes de variâncias; CS - Simetria composta; HF - Huynh-Feldt; UN(1) - Diagonal principal "banded"; UN - Desestruturada; UNR - Desestruturada com correlações; TOEP(2) - Toeplitz "banded" e AR(1) - Auto regressiva de primeira ordem.

Para os casos com efeitos nulos, são apresentados nas TABELAS 2 e 3 os resultados da estatística  $\chi^2$  para o teste de aderência da distribuição de freqüência dos níveis mínimos de significância, dos valores da estatística F para os fatores Tempos (subparcela) e da interação TratamentosxTempos (parcelaxsubparcela), à distribuição uniforme (0,1). Os resultados apresentados na TABELA 2 são referentes aos simulados com a distribuição normal, e os da TABELA 3 com a distribuição normal contaminada.

Os valores da estatística  $\chi^2$  das TABELAS 2 e 3 são comparados com o valor  $\chi^2_{(19;0,05)}$  = 30,14.

Dessa forma, observando-se os resultados da TABELA 2, conclui-se que para os casos simulados a partir da distribuição normal, somente para as estruturas da matriz de covariâncias VC e CS a hipótese de aderência

dos níveis mínimos de significância à distribuição uniforme não foram rejeitadas, tanto para os casos de dados balanceados como para os desbalanceados.

Um detalhe importante são os resultados obtidos para a estrutura HF, da condição de H-F, pois os dados gerados a partir dessa matriz de covariâncias não produziram resultados satisfatórios quanto à acurácia da análise de variância. Esse fato chama a atenção, pois essa estrutura da matriz de covariâncias é uma condição necessária e suficiente para que os resultados do teste F para os fatores da subparcela (intra-indivíduos) sejam válidos.

Casos simulados a partir da distribuição normal contaminada, encontrados na TABELA 3, mostram que para as matrizes VC e CS, com as ponderações  $\alpha$  = 0,05, 0,10, 0,15 e 0,20, a hipótese de aderência dos níveis mínimos de significância à distribuição uniforme

TABELA 1 - Estruturas da matriz de covariâncias utilizadas para as simulações.

	F			iiiia	.a.ş.							
$VC_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	17 0 0 0,17 0 0 0 0 0 0 0 0	0 0,17 0 0 0	0 0 0,17 0	0 0 0 0 0,17 0	0 0 0 0 0 0 0,17	VC <sub>2</sub> =	0,34 0 0 0 0 0	0 0,34 0 0 0	0 0,34 0 0	0 0 0 0,34 0	0 0 0 0 0,34 0	0 0 0 0 0 0,34
$CS_{1} = \begin{bmatrix} 0, \\ 0, \\ 0, \\ 0, \\ 0, \end{bmatrix}$	,18 0,02 ,02 0,18 ,02 0,02 ,02 0,02 ,02 0,02 ,02 0,02	0,02 0,02 0,18 0,02 0,02 0,02	0,02 0,02 0,02 0,18 0,02 0,02	0,02 0,02 0,02 0,02 0,18 0,02	0,02 0,02 0,02 0,02 0,02 0,02 0,18	CS <sub>2</sub> =	0,35 0,04 0,04 0,04 0,04 0,04	0,04 0,35 0,04 0,04 0,04 0,04	0,04 0,04 0,35 0,04 0,04 0,04	0,04 0,04 0,04 0,35 0,04 0,04	0,04 0,04 0,04 0,04 0,35 0,04	0,04 0,04 0,04 0,04 0,04 0,35
$HF_1 = \begin{bmatrix} 0, \\ 0, \\ 0, \\ 0, \\ 0, \end{bmatrix}$	,22 0,07 ,07 0,23 ,08 0,09 ,03 0,03 ,08 0,08 ,09 0,09	0,08 0,09 0,25 0,04 0,09 0,10	0,03 0,03 0,04 0,14 0,03 0,04	0,08 0,08 0,09 0,03 0,24 0,09	0,09 0,09 0,10 0,04 0,09 0,27	HF <sub>2</sub> =	0,45 0,15 0,16 0,05 0,15 0,17	0,17	0,16 0,17 0,50 0,08 0,18 0,20	0,05 0,06 0,08 0,28 0,07 0,09	0,15 0,16 0,18 0,07 0,47 0,18	0,17 0,18 0,20 0,09 0,18 0,51
$UN(1)_1 = \begin{bmatrix} 0.03 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.27 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.27 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.15 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.37 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.27 \end{bmatrix} \\ UN(1)_2 = \begin{bmatrix} 0.05 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.55 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.53 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.53 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.31 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.73 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.54 \end{bmatrix}$												
$UN_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -6 \\ -6 \end{bmatrix}$	0,04 0,03 0,01 0,27 0,02 0,19 0,02 0,03 0,04 0,14 0,03 0,07	0,19 0,28 0,02 0,03	-0,02 0,01 0,02 0,14 0,15 0,15	-0,04 0,14 0,03 0,15 0,34 0,24	0,07 0,05 0,15 0,24		0,06 0,02 0,05 -0,04 -0,08 -0,06	0.38	0,38 0,55 0,03 0,05	-0,04 0,02 0,03 0,28 0,30 0,30	-0,08 0,28 0,05 0,30 0,69 0,47	-0,06 0,14 0,10 0,30 0,47 0,51
	0,03 0,0 0,01 0,0 0,02 0,0 -0,02 0,0 -0,04 0,0 -0,03 0,0	27 0,19 19 0,28 01 0,02 14 0,03	0,01 0,02 0,02 0,14 0,15	0,14 0,00 0,13 0,34	4 0,07 3 0,05 5 0,15 4 0,24	UNR <sub>2</sub>	$= \begin{bmatrix} 0.06 \\ 0.02 \\ 0.05 \\ -0.0 \\ -0.0 \\ -0.0 \end{bmatrix}$	2 0,55 5 0,38 4 0,02 8 0,28	0,38 0,56 0,03 0,05	-0,04 0,02 0,03 0,29 0,30 0,30	-0,08 0,28 0,05 0,30 0,69 0,47	-0,06 0,14 0,10 0,30 0,47 0,51
TOEP(2	$(2)_1 = \begin{bmatrix} 0, 0, 0 \\ 0, 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	0.17	0 0,07 0,17 0,07 0	0,07	0 0 0 0 0 0 0,07 0 0,17 0,07		P(2)	- 1	5 0,15 5 0,35 0,15 0 0	0,15	0 0 0 0 0,15 0 0,35 0,1 0,15 0,3 0 0,1	5 0,15
AR(1) <sub>1</sub> =	0,08 0 0,03 0 0,02 0 0,01 0	0,18 0, 0,08 0, 0,03 0, 0,02 0,	03 0,0 08 0,0 18 0,0 08 0,1 03 0,0 02 0,0	03 0,0 08 0,0 18 0,0 08 0,1	02 0,01 03 0,02 08 0,03 8 0,08	AR(1	$)_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	0,16 0, 0,07 0, 0,03 0, 0,01 0,	16 0,0 35 0,1 16 0,3 07 0,1 03 0,0 01 0,0	6 0,0° 85 0,16 6 0,33 07 0,16	7 0,03 5 0,07 5 0,16 5 0,35	0,01 0,01 0,03 0,01 0,01 0,35

não foi rejeitada, tanto para os casos de dados balanceados como desbalanceados.

Para os casos considerados com efeitos não nulos, as frequências observadas dos níveis mínimos de significância foram dispostos nas classes de frequências (0,00-0,05], (0,05-0,10], (0,10-0,15] e (0,15-0,20]. São apresentados nas TABELAS 4, 5, 6, 7 e 8. Foram consideradas essas classes de frequências por se tomarem decisões sobre testes de hipóteses baseandose em um nível de significância menor do que 0,20.

Através das TABELAS 4, 5, 6, 7 e 8 observa-se que independentemente do tipo da distribuição, se normal ou normal contaminada, bem como do balanceamento ou desbalanceamento dos dados, com os efeitos utilizados, em todos os casos das estruturas da matriz de covariâncias o teste superestima a indicação de efeitos, quando estes existem. Isso tanto para os testes do fator Tempos, como para a interação TratamentosxTempos.

Para os níveis mínimos de significância do fator Tempos, em nenhum dos casos as frequências (0,05-0,10], (0,10-0,15] e (0,15-0,20] apresentaram uma observação sequer. Isso se deve ao fato de que os efeitos utilizados apresentam muita diferença. Pode-se verificar isso observando os efeitos não nulos para o fator Tempos que são  $\tau_1$ =-9,945,  $\tau_2$ =-7,288,  $\tau_3$ =-4,320,  $\tau_4$ =-2,988,  $\tau_5$ =-0,748,  $\tau_6$ =0, por exemplo, tem-se –9,945 para o primeiro tempo e zero para o tempo 6.

De acordo com Malheiros (1999), que trabalhou com diferentes estruturas de covariâncias, considerando, porém, que todas as estruturas tinham a mesma variância diferindo somente as covariâncias, e apresentando efeitos dos parâmetros pequenos, obteve resultados em que as matrizes de covariâncias desestruturada com correlações linearmente crescentes e decrescentes apresentaram acurácia satisfatória para a análise univariada. Também encontrou estruturas em que o teste não superestima a indicação dos efeitos quando eles existem.

Pode-se, então, concluir que dependendo dos efeitos dos parâmetros que o experimento apresenta, estes influenciam o resultado dos testes no sentido de superestimar a indicação dos efeitos, quando esses efeitos têm o intervalo de variação grande, e também quando as estruturas da matriz de covariâncias utilizadas não apresentam variâncias iguais.

Para esse caso em que as estruturas das matrizes de covariâncias para as simulações não apresentaram variâncias iguais e o intervalo de variação dos efeitos é grande, conclui-se que a análise de variância univariada só apresenta resultados válidos para as estatísticas F dos fatores intra-indivíduos se a matriz de covariâncias atender a condição de esfericidade. Caso a matriz não atenda a essa condição, correções deverão ser utilizadas para os números de graus de liberdade dos fatores intra-indivíduos, ou então, optar por modelos multivariados ou modelos mistos.

TABELA 2 - Valores da estatística  $\chi^2$  para o teste de aderência da distribuição de freqüência dos níveis mínimos de significância associados aos valores da estatística F para Tempos e interação TratamentosxTempos, com dados balanceados e desbalanceados, para a distribuição normal.

	Estatística F -	Estatística Estruturas da matriz de covariâncias									
		VC	CS	HF	UN(1)	UN	UNR	TOEP(2)	AR(1)		
Bal.1	Tempos	11,84	25,76	99,44	34,44	1350,76	1517,84	58,00	37,88		
Des.2	Tempos	16,56	21,40	112,36	32,16	1088,24	1206,88	57,84	31,92		
Bal.	Trat xTem.	17,12	18,16	109,32	29,76	1296,44	1251,68	59,04	49,76		
Des.	Trat xTem.	25,68	18,12	167,16	35,52	1134,36	1234,20	44,44	46,76		

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Dados Balanceados e <sup>2</sup> Dados Desbalanceados.

TABELA 3 - Valores da Estatística  $\chi^2$  para o teste de aderência da distribuição de freqüência dos níveis mínimos de significância associados aos valores da estatística F para Tempos e interação TratamentosxTempos, com dados balanceados

$\alpha = 0$	$0.05 e (1-\alpha) =$	: 0,95									
	Estatística	Estruturas da matriz de covariâncias									
	F -	VC	CS	HF	UN(1)	UN	UNR	TOEP(2)	AR(1)		
Bal.	Tempos	13,60	19,52	33,28	19,40	763,80	724,24	16,04	32,40		
Des.	Tempos	24,12	24,60	42,04	33,80	683,12	649,08	34,84	29,40		
3al.	Trat X Tem.	11,20	8,00	33,96	14,72	1075,88	839,60	51,00	57,36		
Des.	Trat x Tem.	22,72	21,08	39,36	27,20	857,36	827,20	48,60	33,08		
$\alpha = 0$	,10 e (1-α)=	0,90									
	Estatística			Est	ruturas da m	atriz de cova	riâncias				
	F -	VC	CS	HF	UN(1)	UN	UNR	TOEP(2)	AR(1)		
3al.	Tempos	17,16	8,60	30,52	43,64	970,92	792,08	20,60	32,56		
Des.	Tempos	13,00	19,00	46,32	26,72	726,12	720,48	33,16	20,40		
3al.	Trat X Tem.	11,80	21,20	45,12	37,20	842,64	875,12	47,72	64,56		
Des.	Trat X Tem.	10,12	10,32	81,36	34,32	1008,96	1134,28	32,60	26,00		
$\alpha = 0$	,15 e $(1-\alpha)$ =	0,85									
	Estatística			Est	ruturas da m	atriz de cova	riâncias				
	F -	VC	CS	HF	UN(1)	UN	UNR	TOEP(2)	AR(1)		
3al.	Tempos	12,52	21,28	30,48	18,24	656,56	783,76	23,44	23,08		
Des.	Tempos	23,60	26,72	16,12	52,08	812,56	721,24	43,80	39,08		
3al.	Trat X Tem.	15,32	26,56	37,28	23,92	1068,52	909,40	44,56	32,36		
Des.	Trat X Tem.	26,24	15,16	50,52	40,20	1009,80	790,96	28,36	23,04		
x = 0	,20 e (1– α):	= 0,80									
	Estatística F -			Est	ruturas da m	atriz de cova	riâncias				
	г <sup>-</sup> 	VC	CS	HF	UN(1)	UN	UNR	TOEP(2)	AR(1)		
Bal.	Tempos	15,52	26,38	51,52	39,36	929,28	903,84	46,40	30,24		
Des.	Tempos	22,32	13,40	27,88	23,40	529,48	791,80	32,64	31,16		
3al.	Trat X Tem.	10,60	12,40	43,04	25,12	851,96	958,08	95,40	36,36		
Des.	Trat X Tem.	12,60	17,12	35,44	23,96	935,28	785,64	41,00	29,28		

TABELA 4 - Frequências dos níveis mínimos de significância nas primeiras classes, associados aos valores da estatística F para Tempos e interação TratamentosxTempos, com dados balanceados e desbalanceados, para a distribuição normal.

	Estrutura		Tem	pos		Tratamento X Tempos				
	$de \Sigma$		Clas	ses	,	Classes				
		0,00-0,05	0,05-0,10	0,10-0,15	0,15-0,20	0,00-0,05	0,05-0,10	0,10-0,15	0,15-0,20	
	VC	999	0	0	0	999	0	0	0	
В	CS	999	0	0	0	999	0	0	0	
Α	HF	999	0	0	0	941	30	14	6	
L	UN(1)	999	0	0	0	992	4	1	0	
Α	UN	999	0	0	0	426	82	53	55	
N	UNR	999	0	0	0	424	78	64	38	
C.	TOEP(2)	999	0	0	0	989	7	0	0	
	AR(1)	999	0	0	0	996	1	0	0	
	VC	999	0	0	0	994	4	0	0	
D	CS	999	0	0	0	998	0	0	0	
Е	HF	999	0	0	0	935	38	10	6	
S	UN(1)	999	0	0	0	991	5	1	0	
В	UN	999	0	0	0	415	70	60	41	
Α	UNR	999	0	0	0	432	69	48	35	
L.	TOEP(2)	999	0	0	0	985	10	0	0	
	AR(1)	999	0	0	0	990	4	0	1	

TABELA 5 - Frequências dos níveis mínimos de significância nas primeiras classes, associados aos valores da estatística F para Tempos e interação TratamentosxTempos, com dados balanceados e desbalanceados, para a distribuição normal contaminada com  $\alpha$  = 0,05 e (1- $\alpha$ ) = 0,95.

	Estrutura -		Tem	npos		Tratamentos x Tempos				
	de Σ		Clas	sses		Classes				
	_	0,00-0,05	0,05-0,10	0,10-0,15	0,15-0,20	0,00-0,05	0,05-0,10	0,10-0,15	0,15-0,20	
	VC	999	0	0	0	932	28	13	8	
В	CS	999	0	0	0	945	34	8	3	
Α	HF	999	0	0	0	822	77	23	25	
L	UN(1)	999	0	0	0	815	90	35	22	
Α	UN	999	0	0	0	412	78	62	44	
Ν	UNR	999	0	0	0	412	80	64	45	
C.	TOEP(2)	999	0	0	0	922	32	9	7	
	AR(1)	999	0	0	0	943	23	10	5	
	VC	999	0	0	0	925	45	11	8	
D	CS	999	0	0	0	930	37	16	5	
Е	HF	999	0	0	0	807	78	41	27	
S	UN(1)	999	0	0	0	823	80	36	23	
В	UN	999	0	0	0	410	77	50	42	
Α	UNR	999	0	0	0	391	86	54	48	
L.	TOEP(2)	999	0	0	0	878	45	20	21	
	AR(1)	999	0	0	0	933	33	15	2	

Scientia Agricola, v.58, n.2, p.241-250, abr./jun. 2001

TABELA 6 - Frequências dos níveis mínimos de significância nas primeiras classes, associados aos valores da estatística F para Tempos e interação TratamentosxTempos, com dados balanceados e desbalanceados, para a distribuição normal contaminada com  $\alpha = 0.10$  e  $(1-\alpha) = 0.90$ .

	Estrutura		Ten	npos		Tratamentos x Tempos				
	$\text{de }\Sigma$		Cla	sses		Classes				
	•	0,00-0,05	0,05-0,10	0,10-0,15	0,15-0,20	0,00-0,05	0,05-0,10	0,10-0,15	0,15-0,20	
	VC	999	0	0	0	956	25	7	1	
В	CS	999	0	0	0	964	25	3	2	
Α	HF	999	0	0	0	865	60	26	19	
L	UN(1)	999	0	0	0	868	75	21	12	
Α	UN	999	0	0	0	441	85	58	51	
N	UNR	999	0	0	0	457	94	46	41	
C.	TOEP(2)	999	0	0	0	949	23	11	2	
	AR(1)	999	0	0	0	967	15	4	2	
	VC	999	0	0	0	946	30	9	4	
D	CS	999	0	0	0	968	19	6	1	
E	HF	999	0	0	0	864	63	25	15	
S	UN(1)	999	0	0	0	877	58	25	12	
В	UN	999	0	0	0	404	87	64	46	
Α	UNR	999	0	0	0	463	101	58	41	
L.	TOEP(2)	999	0	0	0	927	32	16	5	
	AR(1)	999	0	0	0	949	28	6	4	

TABELA 7 - Frequências dos níveis mínimos de significância nas primeiras classes, associados aos valores da estatística F para Tempos e interação TratamentosxTempos, com dados balanceados e desbalanceados, para a distribuição normal contaminada com  $\alpha$  = 0,15 e (1- $\alpha$ ) = 0,85.

	Estrutura		Ter	npos		Tratamentos x Tempos				
	de Σ		Cla	sses		Classes				
		0,00-0,05	0,05-0,10	0,10-0,15	0,15-0,20	0,00-0,05	0,05-0,10	0,10-0,15	0,15-0,20	
	VC	999	0	0	0	969	14	5	3	
В	CS	999	0	0	0	984	10	1	0	
Α	HF	999	0	0	0	901	45	25	10	
L	UN(1)	999	0	0	0	913	44	19	9	
Α	UN	999	0	0	0	456	86	54	57	
Ν	UNR	999	0	0	0	460	109	55	49	
C.	TOEP(2)	999	0	0	0	965	17	5	2	
	AR(1)	999	0	0	0	975	13	0	4	
	VC	999	0	0	0	964	18	9	0	
D	CS	999	0	0	0	974	18	1	0	
Е	HF	999	0	0	0	902	48	24	7	
S	UN(1)	999	0	0	0	923	37	20	6	
В	UN	999	0	0	0	465	83	62	51	
Α	UNR	999	0	0	0	472	84	63	43	
L.	TOEP(2)	999	0	0	0	961	20	3	4	
	AR(1)	999	0	0	0	966	17	9	2	

TABELA 8 - Frequências dos níveis mínimos de significância nas primeiras classes, associados aos valores da estatística F para Tempos e interação TratamentosxTempos, com dados balanceados e desbalanceados, para a distribuição normal contaminada com  $\alpha = 0.20$  e  $(1-\alpha) = 0.80$ .

	F - 4 4		Ten	npos		Tratamentos x Tempos				
	Estrutura de Σ		Cla	sses		Classes				
		0,00-0,05	0,05-0,10	0,10-0,15	0,15-0,20	0,00-0,05	0,05-0,10	0,10-0,15	0,15-0,20	
	VC	999	0	0	0	986	5	3	0	
В	CS	999	0	0	0	988	6	2	0	
Α	HF	999	0	0	0	942	28	14	2	
L	UN(1)	999	0	0	0	946	22	15	5	
Α	UN	999	0	0	0	493	77	58	41	
Ν	UNR	999	0	0	0	522	85	45	38	
C.	TOEP(2)	999	0	0	0	983	12	2	0	
	AR(1)	999	0	0	0	983	7	4	0	
	VC	999	0	0	0	987	5	2	1	
D	CS	999	0	0	0	994	4	0	0	
E	HF	999	0	0	0	943	27	11	2	
S	UN(1)	999	0	0	0	934	34	16	3	
В	UN	999	0	0	0	497	99	59	50	
Α	UNR	999	0	0	0	487	81	49	43	
L.	TOEP(2)	999	0	0	0	976	11	6	0	
	AR(1)	999	0	0	0	980	11	4	0	

#### **CONCLUSÕES**

Os resultados das simulações utilizando a distribuição normal e a normal contaminada, apresentaram resultados semelhantes, ou seja, confirmaram através dos testes de aderência que a utilização de matrizes de covariâncias, que não atendam à condição de esfericidade, levam a resultados inválidos para os testes dos fatores intraindivíduos. Somente as estruturas VC (componente de variância) e CS (simetria composta) apresentaram acurácia satisfatória para a análise de variância. Com relação à estrutura H-F (Huynh-Feldt) mais estudos devem ser realizados para se verificar o fato de que dados simulados a partir dessa estrutura, que é uma condição necessária e suficiente, não apresentem resultados razoáveis quanto à acurácia das análises.

#### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BOX, G.E.P. Some theorems on quadratic forms applied in the study of analysis of variance problems: I Effects of inequality of variance in the one-way classification. **Annals of the Mathematical Statistics**, v.25, p. 290-302,1954a.
- BOX, G.E.P. Some theorems on quadratic forms applied in the study of analysis of variance problems: Il Effects of inequality of variance and of correlation between erros in the two-way classification. **Annals of the Mathematical Statistics**, v.25, p.484-498, 1954b.
- BOSWELL, M.T.; GORE, S.D.; PATIL, G.P.; TAILLIE, C. The art of computer generation of random variables. In: RAO, C.R. (Ed.) **Computacional statistics**. North-Holland: Elsevier Science Publishers, 1993. cap.20, p.661-721.

- CROWDER, M.J.; HAND, D.J. **Analysis of repeated measures**. London: Chapman & Hall, 1990. 256p.
- DACHS, N. **Estatística computacional.** Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1988. 236p.
- DIAS, C.T.S. Planejamento de uma fazenda em condições de risco: programação linear e simulação multidimensional. Piraciacaba, 1996. 100p. Tese (Doutorado) - Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", Universidade de São Paulo.
- DIGGLE, P.J. An approach to the analysis of repeated measurements. **Biometrics**, v.44, p.959-971, 1988.
- FERNANDEZ, G.C.J. Repeated measure analysis of line-source sprinkler experiments. **HortScience**, v.26, p.339-342, 1991.
- GEISSER, J.; GREENHOUSE, S.W. An extension of Box's results on the use of the F distribution in multivariate analysis. **Annals of the Mathematical Statistics**, v.29, p.855-891, 1958.
- HUYNH, H.; FELDT, L.S. Conditions under which mean square rations in repeated measurements designs have exact F-distributions. **Journal of the American Statistical Association**, v.65, p.1582-1589, 1970.
- HUYNH, H.; FELDT, L.S. Estimation of the Box correction for degrees of freedom from sample data in the randomized block and split-plot designs. **Journal of Educational Statistics**, v.1, p.69-82, 1976.
- JOHNSON, M.E. **Multivariate statistical simulation**. New York: John Wiley & Sons, 1987. 230p.
- MALHEIROS, E.B. Precisão da análise de dados longitudinais, com diferentes estruturas para a matriz de variâncias e covariâncias, quando se utiliza o esquema em parcelas subdivididas. **Revista de Matemática e Estatística**, v.17, p.229-239, 1999.
- MAUCHLY, J.W. Significance test for sphericity of a normal n-variate distribution. **Annals of Mathematical Statistics**, v.11, p.204-209, 1940.

MEREDITH, M.P.; STEHMAN, S.V. Repeated measures experiments in forestry: focus on analysis of response curves. Canadian Journal of Forest Research, v.21, p.957-965, 1991.

- MILLIKEN, G.A.; JOHNSON, D.E. **Analysis of messy data:** designed experiments. New York: Chapman & Hall, 1992. v.1, 473p.
- MOOD, A.M.; GRAYBILL,F.A.; BOES, D.C. Introduction to the theory of statistics. 3.ed. New York: McGraw-Hill, 1974. 564p.
- MULLER, K. E.; BARTON, C. N. Approximate power for repeated-measures ANOVA lacking sphericity. Journal of the American Statistical Association, v.84, p.549-555, 1989.
  SHIMIZU, T. Simulação em computador digital. São Paulo: Edgard Blücher, 1975. 109p.
- VONESH, F.E.; CHINCHILLI, V.M. Linear and nonlinear models for the analysis of repeated measurements. New York: Marcel Dekker, 1997. 560p.

Recebido em 18.05.00