

## RELAÇÃO ENTRE PREVALÊNCIA, INCIDÊNCIA E DURAÇÃO MÉDIA DA DOENÇA \*

Antonio RUFFINO NETTO \*\*

RSPU-B/185

RUFFINO NETTO, A. — *Relação entre prevalência, incidência e duração média da doença. Rev. Saúde públ., S. Paulo, 7:331-4, 1973.*

RESUMO: Foi apresentada uma demonstração da fórmula  $P_t = I \bar{d}$  onde  $P_t$  = prevalência instantânea;  $I$  = Incidência; e  $\bar{d}$  duração média da doença para a situação de estabilidade de doença.

UNITERMOS: *Epidemiologia (Métodos quantitativos)\*; Prevalência\*; Incidência\*.*

### INTRODUÇÃO

É conhecido da literatura epidemiológica que a prevalência instantânea ( $P_t$ ) de uma doença é uma função da incidência ( $I$ ) e da duração média ( $d$ ) desta doença<sup>1</sup>.

Assim, variação na prevalência poderia ser o resultado de variações na incidência e/ou na duração média.

Chama-se condições de equilíbrio ou de estabilidade de uma doença, a situação em que a incidência e a duração média permanecem constantes com o tempo. Evidentemente, uma doença somente atingiria uma perfeita condição de estabilidade em uma situação teórica de

constância das variáveis incidência e duração média.

MACMAHON & PUGH<sup>1</sup> e TAYLOR & KNOWLEDEN<sup>2</sup> têm apresentado empiricamente a fórmula,

$$P_t = I \bar{d}$$

onde

$P_t$  = prevalência instantânea

$I$  = incidência

$\bar{d}$  = duração média, medida na mesma unidade de tempo utilizada na especificação da incidência

\* Trabalho desenvolvido durante período de estágio na Harvard School of Public Health — Boston — Mass., através de bolsa da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP).

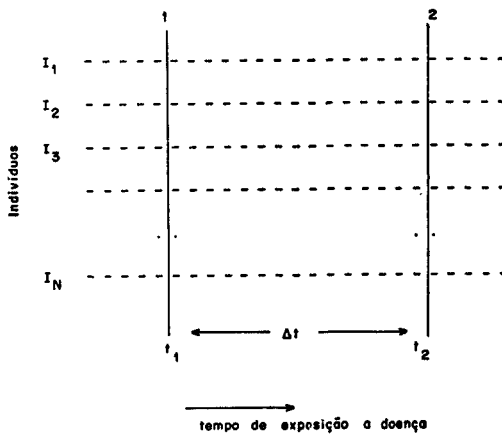
\*\* Do Departamento de Medicina Social da Faculdade de Medicina de Ribeirão Preto da USP. — Ribeirão Preto, SP — Brasil.

fórmula esta que somente seria válida na situação teórica de estabilidade da doença.

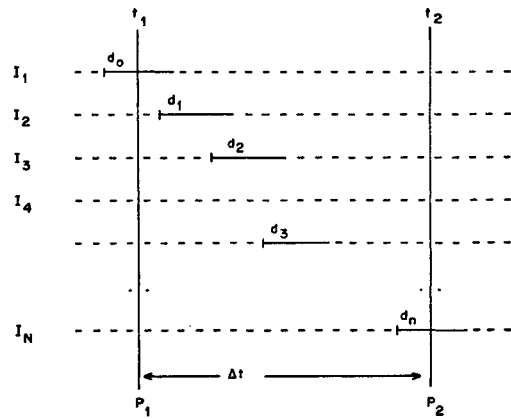
O fato de não encontrarmos na literatura demonstração alguma desta fórmula empírica, motivou-nos a pensar num modelo que nos possibilitasse demonstrar matematicamente a relação  $P = \frac{I \cdot d}{t}$ .

## 2. MODELO

Suponhamos  $N$  indivíduos ( $I_1, I_2, I_3, \dots, I_N$ ) expostos ao risco de adquirir a doença  $D$ , no intervalo de tempo  $\Delta t = t_2 - t_1$  (medidos em unidades arbitrárias de tempo =  $U$ ):



Seja  $n$  (onde  $n \leq N$ ) o número dos indivíduos que adquiriram a doença dentro do intervalo  $\Delta t$  e permaneceram doentes respectivamente  $d_1, d_2, d_3, \dots, d_n$  unidades de tempo  $U$  (ou seja, medidos nas mesmas unidades de tempo de  $\Delta t$ ).



Seja:

$P_1$  — a prevalência instantânea no tempo  $t_1$

$P_2$  — a prevalência instantânea no tempo  $t_2$

$P_m$  — a prevalência média num intervalo de tempo qualquer  $t$

Se  $\delta t = \Delta t$ , a prevalência média no intervalo de tempo  $\Delta t$  será calculada por definição

$$P_m = \frac{n}{N}$$

$I$  = a incidência no intervalo de tempo  $\Delta t$ , que será calculada por definição

$$I = \frac{n}{N \cdot \Delta t}$$

$P_t$  = a prevalência instantânea em qualquer ponto  $t$  no intervalo  $\Delta t$

$d_i$  = duração da doença no indivíduo doente.

## 3. SOLUÇÕES

### 1.ª Solução

Supondo o intervalo de tempo  $\delta t$  e

que fosse definido por  $\delta t = \sum_{i=1}^n di$  e que somente uma pessoa tivesse ficado doente durante todo esse período, a prevalência média em  $\delta t$  seria portanto:

$$(1) \quad P_m = \frac{1}{N}$$

No caso particular de  $\delta t$  ser igual a  $\Delta t$ , a prevalência média em  $\Delta t$  será dada por

$$(2) \quad P_m = \frac{\frac{\sum_{i=1}^n di}{\Delta t}}{N}$$

onde a razão entre os tempos na fórmula

(2), ou seja  $\frac{\sum_{i=1}^n di/\Delta t}{N}$  equivale ao número de indivíduos doentes durante todo o intervalo  $\Delta t$ .

Assim teremos:

$$(3) \quad P_m = \frac{1}{N \Delta t} \sum_{i=1}^n di$$

Lembrando que

$$(4) \quad \bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^n di}{n}$$

(4) em (3) resulta

$$(5) \quad P_m = \frac{n}{N \Delta t} \bar{d}$$

Dada a condição de estabilidade da doença, isto é, a incidência e duração permanecerem constante com o tempo, podemos tirar:

a) Para efeito de computação de  $P_m$  no período  $\Delta t$  é válido tomar  $\sum_{i=1}^n di$

ésimo

mesmo que o  $n$ — indivíduo ultrapasse o limite de tempo  $t_2$ , pois será compensado pelo indivíduo número zero que já entrou doente no intervalo  $\Delta t$ .

b) A prevalência média no período  $\Delta t$  será igual a prevalência instantânea  $P_1, P_2$  ou  $P_t$ , ou seja:

$$(6) \quad P_m = P_1 = P_2 = P_t = \frac{n}{N \Delta t} \cdot \bar{d}$$

Lembrando (7)  $I = \frac{n}{N \Delta t}$

$$(7) \quad \longrightarrow \quad (6)$$

$$(8) \quad \boxed{P_t = I \cdot \bar{d}}$$

## 2.ª Solução

O tempo total  $T$  que representa indivíduos-unidades de tempo  $U$  de doença no intervalo de tempo  $\Delta t$  poderá ser obtido a partir dos casos, isto é:

$$(9) \quad T = \sum_{i=1}^n di$$

Por outro lado, o mesmo valor de  $T$  poderá ser obtido a partir da integração da prevalência instantânea no intervalo  $\Delta t$ , ou seja:

$$(10) \quad T = \int_{t_1}^{t_2} P_t \cdot N \cdot dt$$

Lembrando da condição de estabilidade da doença, portanto  $P_t$  é constante, podemos escrever

$$(11) \quad T = P_t N \int_{t_1}^{t_2} dt$$

Sendo (11) = (9), podemos escrever

$$(12) \quad P_t N \int_{t_1}^{t_2} dt = \sum_{i=1}^n di$$

Resolvendo a integral e (4)  $\rightarrow$  (12) resulta

$$(13) \quad P_t N (t_2 - t_1) = n\bar{d}$$

Sendo  $t_2 - t_1 = \Delta t$ , tiramos

$$(14) \quad P_t = \frac{n}{N \Delta t} \bar{d}$$

(7)  $\rightarrow$  (14)

$$(15) \quad \boxed{P_t = I \cdot \bar{d}}$$

#### 4. CONCLUSÃO

Utilizando-se o modelo proposto, na condição de estabilidade da doença é possível demonstrar-se matematicamente a fórmula empírica  $P_t = I \cdot \bar{d}$ .

#### AGRADECIMENTOS

Ao Dr. Emilio C. Venezian, pelas sugestões dadas para a segunda solução do modelo que apresentamos e ao Dr. Euclides Custódio de Lima Filho, pelas suas sugestões.

RSPU-B/185

RUFFINO NETTO, A. — [Relation between prevalence, incidence and average duration of disease]. *Rev. Saúde públ.*, S. Paulo, 7:331-4, 1973.

SUMMARY: A derivation of the relation  $P_t = I \cdot \bar{d}$  where:  $P_t$  = point prevalence;  $I$  = incidence;  $\bar{d}$  = average duration of disease is presented given the disease is stable, that is, the incidence and duration remained constant over time.

UNITERMS: *Epidemiology (quantitative methods)\*; Prevalence\*; Incidence\**.

#### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. MACMAHON, B. & PUGH, T. F. — *Epidemiology: principles and methods*. Boston, Little, Brown Co., 1970.
2. TAYLOR, I. & KNOWELDEN, J. — *Principles of epidemiology*. London, Churchill Ltd., 1957.

Recebido para publicação em 1.º-8-1973

Aprovado para publicação em 9-10-1973